



FACULTADE DE MATEMÁTICAS

Traballo Fin de Grao

# O universo e as súas distancias

Irene Castro Núñez

2021/2022

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



GRAO DE MATEMÁTICAS

**Traballo Fin de Grao**

# O universo e as súas distancias

Irene Castro Núñez

Febreiro 2022

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



*Doulle as grazas á profesora Josefina F. Ling Ling da Facultade de Matemáticas da Universidade de Santiago de Compostela por tutorizarme neste traballo que elaborei con moita ilusión. E sobretodo doulle as grazas á miña familia, por apoiarme incondicionalmente e facer posible que chegase ata aquí.*



# Traballo proposto

<b>Área de Coñecemento:</b> Astronomía e Astrofísica
<b>Título:</b> O universo e as súas distancias
<b>Breve descrición do contido</b>
O coñecemento do tamaño e evolución do universo estivo moi ligado ao estudo da proximidade ou distanciamento dos distintos obxectos estelares. Ao longo da historia, e en función das escalas métricas utilizadas, a nosa percepción do universo foise modificando. Seguindo unha liña temporal describíranse distintos métodos para a determinación das distancias estelares. Analizaranse algúns indicadores modernos de distancia como estrelas cefeidas, cúmulos globulares, estrelas novas, supernovas ou nebulosas planetarias. Consideraranse os datos obtidos por varias misións espaciais como X CHANDRA, GAIA ou outras a modo de exemplos de aplicacións.
<b>Recomendacións</b>
Cursar ou ter cursado a materia de Fundamentos de Astronomía
<b>Outras observacións</b>



# Índice xeral

<b>Agradecementos</b>	<b>II</b>
<b>Resumo</b>	<b>X</b>
<b>Introdución</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Conceptos astronómicos fundamentais</b>	<b>1</b>
1.1. As estrelas . . . . .	1
1.2. Conceptos fotométricos . . . . .	4
1.2.1. Intensidade . . . . .	4
1.2.2. Luminosidade . . . . .	6
1.3. Unidades de distancias astronómicas . . . . .	7
1.4. Magnitudes estelares . . . . .	8
<b>2. Técnicas xeométricas de determinación de distancias</b>	<b>11</b>
2.1. Paralaxe diúrna . . . . .	14
2.2. Paralaxe estelar . . . . .	17
<b>3. Técnicas espectroscópicas de determinación de distancias</b>	<b>23</b>
3.1. Diagrama de Hertzsprung-Russell . . . . .	23
3.2. Paralaxe dinámica de estrelas . . . . .	25
3.2.1. Exemplo: $\eta$ Cas . . . . .	31
3.3. Paralaxe dinámica de cúmulos estelares en movemento . . . . .	33
3.3.1. Exemplo: Cúmulo das Híades . . . . .	35
<b>4. Técnicas fotométricas de determinación de distancias</b>	<b>39</b>
4.1. Sistemas fotométricos e cámaras CCD . . . . .	39
4.2. Fundamentos das paralaxes fotométricas . . . . .	40
4.3. Cefeidas . . . . .	41

4.3.1. Exemplo: M101 . . . . .	44
4.4. Supernovas . . . . .	46
4.4.1. Exemplo: SN 1054 . . . . .	49
4.5. Cúmulos globulares . . . . .	52
4.5.1. Exemplo: M87 . . . . .	54
4.6. Estrelas novas . . . . .	55
4.6.1. Exemplo: Nova Cygni 1975 . . . . .	56
4.7. Nebulosas planetarias . . . . .	57
4.7.1. Exemplo: NGC 6543 . . . . .	59
<b>A. O software ALADIN</b>	<b>69</b>
<b>B. Extracto da táboa de datos M101</b>	<b>71</b>
<b>C. Extracto da táboa de datos de M87</b>	<b>73</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>75</b>





## Resumo

Neste traballo expóranse as principais técnicas utilizadas para a determinación de distancias no universo, tanto a nivel local (Sistema Solar) como a nivel extragaláctico.

Na primeira parte, introdúcense conceptos astronómicos que serán de utilidade en capítulos seguintes, véxase o concepto de estrela, as súas distintas clasificacións; conceptos fotométricos como o da intensidade, luminosidade e do corpo negro. A continuación, preséntanse as definicións de unidades de distancias astronómicas: de menor a maior, o quilómetro, a unidade astronómica, o ano luz e o parsec -e os seus múltiplos-; para despois precisar con comodidade o que son as magnitudes estelares.

No segundo capítulo centrámonos nas técnicas xeométricas, distinguidas en paralaxe diúrna e paralaxe estelar. Primeiro, faise un desenvolvemento xeral de corrección de coordenadas polares que despois particularízase no caso da paralaxe estelar.

En canto ao terceiro capítulo, continúaase por expoñer as técnicas espectroscópicas: a paralaxe dinámica de estrelas dobres e a paralaxe dinámica de cúmulo estelares en movemento. Complementáanse con exemplos, no primeiro caso para  $\eta$  Cas e no segundo para o Cúmulo das Híades.

Finalmente, desenvolvemos brevemente os sistemas fotométricos e as cámaras CCD para, posteriormente, expoñer as técnicas fotométricas de determinación de distancias -principalmente, extragalácticas-. Os obxectos celestes centrais nesta parte serán as cefeidas, as supernovas, os cúmulo globulares, as estrelas novas e as nebulosas planetarias. Complementáranse con exemplos, algúns deles coa axuda da ferramenta ALADIN (véxase Apéndice A).

## Abstract

In this work, the main techniques used for the determination of distances, both at local and extragalactic levels, are stated.

In the first part, we introduce astronomical concepts that will be useful in the following chapters: the concept of a star, its different classifications, photometric concepts such as intensity, luminosity and black body. Next, the definitions of the units of astronomical distances are presented: from smallest to largest, the kilometre, the astronomical unit, the light year and the parsec -and its multiples-; to then comfortably specify what stellar magnitudes are.

The second chapter focuses on the geometric techniques, distinguished into diurnal and stellar parallax. First, a general development of polar coordinates correction is made, which is then detailed in the stellar parallax case. In the third chapter, we continue with the spectroscopic techniques: the dynamic parallax of double stars and the dynamic parallax of moving star clusters. They are complemented with examples, in the first case for the  $\eta$  Cas system and in the second for the Hyades Cluster.

Finally, we briefly develop the photometric systems and the CCD cameras to, later, show the photometric techniques to determine distances -mainly extragalactic-. The central celestial objects in this part will be cepheids, supernovae, globular clusters, novae and planetary nebulae. These will be complemented with some examples, some of them with the help of the ALADIN tool (see Annex I).

# Introdución

A astronomía é unha ciencia tan antiga como o ser humano, que xorde inmediatamente despois de que a humanidade comezase a ser sedentaria e así a súa interese polos astros espertase. A medida que a historia avanzaba, a percepción do universo foi mudando: na época de Claudio Ptolomeo (100 d.C-170 d.C) adoptouse o seu modelo, no cal a Terra era o centro do universo. Posteriormente, Nicolás Copérnico (1473 d.C-1543 d.C), optou por teorizar, baseándose nas teorías de Aristarco, que o centro deste era o Sol. Hoxe en día é de dominio público que non hai un corpo que sexa o centro do universo, e quizais sexa isto mesmo o que nos leva a reflexionar en como están distribuídos os obxectos no universo e, por suposto:

*Como de lonxe se encontran de nós?*

Esta é, con moita probabilidade, unha das preguntas máis intrigantes que se puideron formular. Pois, como imos medir un tamaño tan enorme?

Un primeiro paso nesta cuestión sería identificar a que distancia se encontra o Sol do planeta Terra. Posteriormente, preguntámonos como de lonxe se atopan o resto de planetas e a medida que se satisfán estas respostas, quereríamos saber a que distancia se acharán de nós os obxectos máis afastados do universo.

Neste traballo abordaremos seguindo unha liña temporal os métodos de determinación de distancias do universo, que terá como finalidade aliviar a curiosidade destas cuestións.

Previamente á invención de dispositivos tales como os telescopios ou as cámaras, a observación do ceo limitábase exclusivamente ó ollo humano. Así, é clara a razón pola cal as técnicas trigonométricas foron as primeiras en desenvolverse para o estudo das distancias. Estas "só" precisaban de certos coñecementos matemáticos como o Teorema do seno - descuberto no século X- e outras relacións trigonométricas. Deste xeito, foi posible de determinar a distancia á que se atopa a Lúa da Terra, por exemplo. Con todo, isto non é suficiente para obxectos que se encontran máis aló do Sistema Solar. Neste contexto tamén

é destacable a aparición das coordenadas astronómicas, pois grazas a elas e a distintas transformacións por translación, obtense con moita precisión a distancia ó Sol e a estrelas relativamente próximas á Terra, como veremos no primeiro capítulo do traballo.

Arredor do ano 1610, cos primeiros usos do telescopio para observacións astronómicas por parte de Galileo Galilei, o ser humano comeza a coñecer a verdadeira natureza dos obxectos celestes. Ademais, coa axuda dos pensamentos e teorías de autores como Hiparco (II a.C) e John Herschel (1792-1871), dásele cada vez máis importancia aos conceptos de brillo e luminosidade das estrelas, feito que levou a relacionar ditos conceptos coas distancias ás que se encontran elas e a mailas súas agrupacións.

Co desenvolvemento das diferentes clasificacións espectrais das estrelas, por exemplo, o Diagrama de Hertzsprung-Russell, foi posible desenvolver unhas técnicas de paralaxe máis avanzadas que xa non se baseaban na trigonometría: as técnicas espectroscópicas. Estes foron desenvolvidos principalmente por autores como, por exemplo Baize e Romani (1945) [1] .

Xa no século XX, utilizando os denominados sistemas fotométricos, desenvólvense as chamadas técnicas fotométricas. Grazas á increíble precisión dos satélites Hipparcos e Gaia (entre outros), é posible determinar certas propiedades físicas das estrelas -por exemplo, o período no caso dunha estrela de brillo variable- que se aproveitan para resolver distancias inimaxinablemente grandes. Esta relación período-luminosidade xa fora teorizada antes da chegada dos satélites por Henrietta Swan Leavitt, como veremos na Sección 4.3.

Hoxe en día, os estudos son cada vez máis precisos grazas ós avances das teorías físicas e matemáticas que involucran cada un dos métodos, así como a mellora na calidade dos dispositivos empregados para as paralaxes fotométricas, que son as principalmente utilizadas.

Para abordar cada un dos casos, recordarase previamente a definición de estrela e diversas das súas propiedades e agrupacións, así como conceptos matemáticos e físicos como o ángulo sólido, a intensidade e a magnitude. Tamén pola súa importancia, defínense distintas unidades de distancias astronómicas, dende o quilómetro ata o parsec e os seus múltiplos.

Deste xeito, resolveremos a que distancia se encontran obxectos celestes como a galaxia do Molinete ou a nebulosa planetaria Ollo de Gato, que servirán de exemplo para a cuestión na que se basea esta introdución.

# Capítulo 1

## Conceptos astronómicos fundamentais

Neste primeiro capítulo do traballo introdúcese o tipo de corpo que máis importante é no traballo, as estrelas, así como distintas propiedades e agrupacións que poden presentar. Seguidamente, farase un breve estudo sobre os conceptos fométricos como a intensidade e a luminosidade, e sobre magnitudes. Finalizarase definindo as unidades de distancia astronómicas que serán de maior utilidade para o noso propósito.

### 1.1. As estrelas

Unha estrela é un esferoide de plasma que mantén a súa forma grazas á propia forza gravitacional. Son corpos luminosos que brillan a maior parte da súa vida grazas ás reaccións termonucleares que teñen lugar no seu núcleo, sendo esta enerxía transportada ata a súa superficie e irradiada ao espazo en todas direccións.

As estrelas poden clasificarse segundo varias das súas propiedades físicas, en particular, as persoas dedicadas á astronomía adoitan clasificalas en función de como sexa a súa masa. Deste xeito, se  $M_{\odot}$  representa unha masa solar e  $m$  a masa da estrela,

- As estrelas con  $m < 0,5M_{\odot}$  considéranse estrelas de masa moi baixa.
- Se  $0,5M_{\odot} < m < 1,8 - 2,5M_{\odot}$  fálase de estrelas de masa baixa.
- Considéranse estrelas de masa intermedia se  $1,8 - 2,5M_{\odot} < m < 5 - 10M_{\odot}$ .
- As estrelas masivas terán unha masa mínima de  $7 - 10M_{\odot}$ .

En función de dita masa, a vida dunha estrela pode rematar de diversos xeitos. Se -por exemplo- ten unha masa moi baixa, a medida que vai esgotando o hidróxeno no seu núcleo, as súas capas exteriores expandíranse e comezará a arrefriarse, de xeito que acaba por converterse nunha chamada estrela **xigante vermella**. Unha xigante vermella terá un radio típico de 100.000.000 *km*, e chamamos a unha estrela **subxigante** cando está na fase previa a converterse nunha xigante vermella. Por outro lado, unha estrela masiva de xeito que  $m > 9M_{\odot}$ , mentres queima o helio expandírase formando unha chamada **superxigante azul**, caracterizada por ser moi luminosa e cunhas temperaturas moi altas (10.000-50.000 K). Son máis pequenas que as xigantes vermellas.

Posteriormente, comezará o colapso do núcleo. Deste xeito, as altas presións na capa externa da estrela empurrarán as demais capas formando unha **nebulosa planetaria**; de xeito que se o que queda de estrela é unha masa tal que  $m < 1,4M_{\odot}$  fórmase unha **anana branca**. Estas últimas son un remanente estelar, composta por átomos estado de plasma, e na cal xa non hai reaccións termonucleares no núcleo; feito polo cal a estrela colapsa gravitatoriamente gradualmente.

Volvendo á evolución da morte estelar, cando son máis masivas o núcleo segue a colapsar ata que non pode soportar a súa propia masa, producíndose unha **supernova**; unha explosión moi enerxética que termina coa desaparición da estrela, deixando tras de si corpos moi compactos como estrelas de neutróns ou buratos negros. Unha estrela de neutróns fórmase tras a supernova, cando o núcleo colapsa ata unha densidade enorme na que os electróns e os protóns combinanse para formar neutróns, e o colapso continúa ata que, polo principio de exclusión de Pauli, os neutróns son capaces de paralo. En todo caso, a maior masa menor raio terá a estrela de neutróns, e se se da o caso de sobrepasar as dúas masas solares, continuará a colapsar ata converterse nun burato negro; unha rexión do espazo-tempo cunha intensísima atracción gravitatoria, de cuxo interior non pode escapar ningún tipo de sinal, luminosidade ou material.

As estrelas non teñen por que encontrarse illadas, senón que podemos atopar agrupacións formadas por dúas ou máis delas: as **estrelas múltiples**. Dito fenómeno pode ser aparente, tendo unha estrela múltiple óptica -é un efecto de perspectiva- ou físico, onde as estrelas se encontran ligadas gravitacionalmente. Os máis frecuentes no Universo son os sistemas dobres, tamén chamados estrelas binarias.

Se falamos en dimensións maiores, un **cúmulo estelar** é agrupación de estrelas que nacen da mesma nube molecular, compartindo idade e composición química. A súa vida é unha continua loita por permanecer unido mentres que a temperatura cinética tende a dispersalo. En particular, existen os **cúmulos globulares** e os **cúmulos abertos**. Os primeiros presentan unha forma esférica, cun tamaño de aproximadamente un centenar de

anos luz -un ano luz é a distancia percorrida pola luz nun ano, definirase máis exhaustivamente no apartado 1.3- de diámetro, mentres que os cúmulos abertos non adoitan ter una forma definida, son asimétricos e sen estrutura aparente; cun diámetro medio de 30 anos luz, considerablemente máis reducido que o de un cúmulo globular. Ademais, os cúmulos globulares, en xeral, están compostos por estrelas vellas con composición de metais baixa. Doutra banda, os cúmulos abertos adoitan estar formados por estrelas novas (en idade), masivas e moi quentes.

Recordamos tamén a definición de **galaxia**, sistema de estrelas, restos e gases interestelares e materia escura que permanecen ligados gravitacionalmente. A maioría están caracterizadas nalgún dos seguintes subtipos de galaxia: elípticas, espirais, lenticulares e irregulares [2]:

- **Galaxias elípticas (E)**: Teñen forma de elipse nas fotografías, logo no espazo de elipsoides, cun brillo que aumenta paulatinamente dende a periferia ata o centro. Están formadas polo bulbo (núcleo) e o halo, rexión que rodea á galaxia; formado sobretudo por gas interestelar pouco denso.
- **Galaxias espirais (S)**: Na estrutura obsérvase unha forma de ramas espirais, e son as máis numerosas entre as galaxias observables. Teñen as tres compoñentes destacadas: o bulbo, o disco e o halo. O bulbo está composto polo grupo central de estrelas da galaxia, o disco é a rexión que contén a maioría das estrelas e o halo. A Vía Láctea é unha galaxia espiral.
- **Galaxias lenticulares (S0)**: son semellantes ás elípticas pero posúen un disco estelar ao igual que as galaxias de tipo E, e carecen de halo.
- **Galaxias irregulares (Ir)**: Non teñen un aspecto simétrico, as estrelas concéntranse en grupos illados ou están dispersas por todo o disco da galaxia.

Tamén se pode facer unha clasificación das estrelas segundo como sexa o seu brillo. No caso particular dunha estrela no que o seu brillo é variable, denominarase **estrela variable**. Pode ser unha variación extrínseca ou intrínseca. De ser extrínseca, a variación do brillo non é propia do corpo, senón que a luz é interrompida por factores externos como, por exemplo, unha nube de gas interestelar. As **estrelas binarias eclipsantes** son un sistema binario onde non se poden separar opticamente, mais a súa natureza binaria obtense pola cantidade de luz que recollemos delas. Neste caso, as estrelas vanse eclipsando parcial ou totalmente unha á outra, o que leva a observar variacións na cantidade de luz recibida.

Pola contra, nunha estrela variable intrínseca, a variación é propia da estrela, xa sexa por cambios no seu radio (palpitante), cambios na súa superficie (eruptivas), etc. Un caso

particular de estrela variable intrínseca son as **cefeidas**, de tipo xigante e superxigante, cuxas alteracións do brillo presentan unha forte correlación entre o período de cambio e a luminosidade, como veremos máis adiante.

Tamén cabe destacar outro tipo de estrela variable: as **novas**. O seu brillo de forma súbita e logo palidece lentamente, pero pode seguir existindo durante certo tempo, a diferenza dunha supernova.

## 1.2. Conceptos fotométricos

A maioría das observacións astronómicas utilizan, dunha forma ou outra, a radiación electromagnética, polo que se desenvolverán os conceptos de luminosidade e a intensidade, seguindo Abad, A.; Docobo, J.A. e Elipe, A.[3] e Karttunen, H et al [4].

### 1.2.1. Intensidade

Para definir o concepto de intensidade é necesario coñecer o que é un **ángulo sólido**, unha medida da abertura dun cono. Suponse que temos unha superficie cónica con vértice V e trazamos unha esfera de centro dito vértice e radio r, entón o ángulo sólido defínese como  $\omega = \frac{\sigma}{r^2}$ , onde  $\sigma$  é a superficie esférica contida no cono. A unidade de  $\omega$  é o estereorradián. Intuitivamente, se temos unha esfera de radio r e observamos unha superficie dende o centro C, o ángulo sólido  $\omega$  é a área da proxección canónica de dita superficie sobre a esfera, como se ilustra na Figura 1.1.

En coordenadas polares esféricas, a diferencial de superficie se o radio é constante será:

$$d\sigma = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (1.1)$$

Derivando  $\omega$  e tendo en conta a súa definición como  $\omega = \frac{\sigma}{r^2}$  e a igualdade anterior, tense a expresión de  $d\omega$  en coordenadas polares esféricas:

$$d\omega = \frac{d\sigma}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (1.2)$$

Sexa unha superficie radiante  $d\sigma$  e consideramos a normal a dita superficie,  $\mathbf{n}$ , e sexa outro elemento de superficie  $d\sigma'$ , de xeito que a dirección entre  $d\sigma$  e  $d\sigma'$  forma un ángulo  $\theta$  con  $\mathbf{n}$ . Logo a enerxía radiante que atravesa a primeira superficie por unidade de tempo en dirección á segunda é

$$dE = I \cos \theta d\sigma d\omega \quad (1.3)$$

Dita constante  $I$  é o que se define como *intensidade*, enerxía por unidade de tempo, por unidade de superficie e por unidade de ángulo sólido, cuxa unidade é  $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ .



### 1.2.2. Luminosidade

Considérase un corpo radiante e unha superficie pechada que o rodea. Entón, defínese a **luminosidade** como toda a enerxía que pasa por unidade de tempo en todo o rango espectral a través de dita superficie. No caso dunha estrela que supoñemos como unha esfera de radio  $R$  e que emite un fluxo  $F$ , a luminosidade ven dada por:

$$L = 4\pi R^2 F \quad (1.6)$$

Defínese o concepto de **corpo negro**, un obxecto ideal que está illado completamente do medio ambiente e que, pasado certo tempo, cada un dos seus puntos adquiren a mesma temperatura.

A Lei de Stefan establece que o fluxo dun corpo negro é directamente proporcional á cuarta potencia da súa temperatura absoluta, de forma que:

$$F = \sigma T^4 \quad (1.7)$$

onde  $\sigma$ , denominada constante de Stefan, (non confundir coa  $\sigma$  da sección 1.2.1) é tal que:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \quad (1.8)$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann,  $c$  a velocidade da luz e  $h$  a constante de Planck. Grazas a dita lei podemos redefinir a expresión da luminosidade do xeito seguinte:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (1.9)$$

A **temperatura efectiva**  $T_{ef}$  dunha estrela defínese como a temperatura que debería ter un corpo negro que emitise o mesmo fluxo total de enerxía que emite a estrela. Entón a expresión (1.9) convértese en:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4 \quad (1.10)$$

Unha definición alternativa da luminosidade dunha estrela  $E$  é a seguinte:

$$L = 4\pi d^2 I_b$$

onde  $d$  é a distancia á que se encontra e  $I_b$  a intensidade bolométrica da estrela.

Antes de introducir as magnitudes estelares defíniranse as unidades astronómicas, para despois poder entender o concepto de magnitude absoluta.

Para finalizar esta sección, destácase o papel da Unión Astronómica Internacional (UAI); un proxecto fundado en 1919 coa misión de promover e salvagardar a astronomía

en todos os seus aspectos, incluíndo a investigación, comunicación, educación e desenvolvemento a través da cooperación internacional. Entre outras tarefas da UAI encóntrase a definición das constantes astronómicas e físicas fundamentais e a nomenclatura astronómica ambigua. Ademais, é a autoridade internacionalmente coñecida para asignar denominacións aos corpos celestes e súas as características de superficie. [5]

### 1.3. Unidades de distancias astronómicas

Neste estudo é de vital importancia coñecer previamente certas unidades de medida que facilitarán a comprensión das distancias no universo.

Comecemos por falar do **quilómetro (km)**, usado para distancias relativamente pequenas como a que hai entre un corpo celeste e os seus satélites. A razón deste uso exclusivo é evidente, vexámolo cun exemplo: A distancia entre a Terra e a Lúa é de 384.418 *km*. Doutra banda, a distancia entre o Sol e Próxima Centauri, a estrela máis próxima ó Sistema Solar, é de aproximadamente  $2,24397 \cdot 10^{12}$  *km*, que non é moi ilustrativo.

Convén entón introducir a **unidade astronómica (ua)**. Nos seus orixes, definiuse como a distancia media da Terra ó Sol (149.598.000 *km*), sendo útil para manexarnos dentro do Sistema Solar. Este valor varía pois a órbita terrestre sofre perturbacións ao longo do tempo debido ás leis de Kepler, sendo definido na actualidade como  $1 \text{ ua} = 149.597.870,7 \text{ km}$ .

Os antecedentes desta unidade de medida aséntanse arredor de Nicolás Copérnico (1473-1543), que por métodos trigonométricos e en base á distancia da Terra ó Sol, mediu a distancia do Sol a outros planetas. Máis tarde, en 2012, a Unión Astronómica Internacional - definiu o concepto actual de unidade astronómica: "*distancia dende o centro do Sol a unha partícula de masa pequena que, seguindo unha órbita circular, tivera un período de translación de 365,2568983 días*". A modo de exemplo, Xúpiter e Venus están a 5,203 e 0,723 *ua* do Sol respectivamente.

Previamente a definir a seguinte unidade de medida, faremos unha breve traxectoria na historia da determinación da velocidade da luz. Nos tempos de Galileo Galilei (1564-1642) críase que a velocidade da luz era infinita, é dicir, que a súa propagación era instantánea. Non foi ata 1676 cando foi medida por primeira vez polo astrónomo danés Ole Rømer (1644-1710); cando unha noite en París observaba os eclipses de Xúpiter e seus satélites. Fixándose en Ío, caeu na conta de que ditos fenómenos duraban menos cando a distancia da Terra a Xúpiter era menor e duraban máis se a distancia era maior. Así, estimou que a luz tardaba 22 minutos en cruzar o diámetro da órbita da Terra arredor do Sol, ou 11 minutos en cruzar a distancia do Sol á Terra. Isto lévao á primeira estimación da velocidade da

luz, uns 214.000  $km/s$ . Máis tarde, no ano 1728, cando o astrónomo inglés James Bradley estudaba a aberración da luz, determinou que  $c= 309.397 km/s$ . [6]

En 1849 o físico Hyppolyte Fizeau (1819-1896) deseñou xunto Léon Foucault (1819-1868) o experimento de Fizeau-Foucault, o que permitiu unha determinación máis precisa da velocidade da luz, que levounos a un resultado de 313.000  $km/s$ . Posteriormente, no ano 1850, Fizeau modifica o experimento e obtén un valor moito máis preciso e preto do actual, 298.000  $km/s$ . Para unha idea do que consistía este experimento, pódese consultar [7].

Entón, introducimos así o **ano luz** ( $a.l$ ), que se entende como a distancia que percorre a luz nun ano, é dicir,  $1 a.l= 9.460.800.000.000 km$ . Pódese obter a partir da velocidade da luz por segundo, actualmente definida como 299.792,458  $km$  e multiplicándoa polo número de segundos que ten un ano.

Como exemplo ilustrativo, a estrela que máis preto está do Sistema Solar é Próxima Centauri, a unha distancia de 0,2  $a.l$ , no sistema Alfa Centauri.

Para rematar, o **parsec** ( $pc$ ) é a distancia  $d$  á que unha estrela debe encontrarse para que o ángulo  $\pi$  (paralaxe estelar) sexa igual a 1 segundo de arco. Dito doutro xeito, tense que  $1 pc= 20.6265 ua = 3,2616 a.l$  (UAI). O seu nome deriva do inglés “parallax of one arc second”. Tamén son útiles os seus múltiplos, como o quiloparsec ( $kpc$ ), megaparsec ( $Mpc$ ) e o xigaparsec ( $Gpc$ ). A historia do parsec vai da man da paralaxe, á que lle dedicaremos unha sección máis adiante.

Como exemplos, víamos que Próxima Centauri atópase a 0,2  $a.l$ , logo a 1,32  $pc$ ; e a distancia da galaxia Andrómeda á Vía Láctea é de 0,7  $Mpc$  (700.000  $pc$ ). O Cúmulo de Virgo encóntrase a 18  $Mpc$  da Terra.

## 1.4. Magnitudes estelares

A medida do brillo aparente das estelares efectúase mediante o termo magnitude. No século II a.C, Hiparco clasificou as estrelas visibles a simple vista dándolles valores discretos do 1 ao 6, onde a estrela máis brillante será de magnitude 1 e si unha estrela  $A$  ten magnitude  $m$  entón unha estrela  $B$  de magnitude  $m + 1$  é a metade de brillante que a  $A$ .

John Frederick William Herschel (1792-1871) enuncia o coñecido como criterio de Herschel en 1830: *Unha estrela de magnitude 1 é 100 veces máis brillante que unha de magnitude 6*. Posteriormente, a Lei psicofísica de Ernst Heinrich Weber - Gustav Theodor Fechner (1850) enuncia que, para  $I$  a intensidade luminosa recibida e  $m$  a magnitude asociada,

cúmprese:

$$\frac{dI}{I} = -a \cdot dm \quad (1.11)$$

Equivalentemente, ao aumentar o estímulo luminoso en progresión xeométrica, a sensación óptica correspondente faíno en progresión aritmética.

Se se fai uso do criterio de Herschel xunto coa Lei psicofísica de Ernst Heinrich Weber - Gustav Theodor Fechner, obtense a fórmula de Norman Robert Pogson (1856), que relaciona as intensidades coas magnitudes:

$$\log \frac{I}{I_0} = 0,4 \cdot (m_0 - m) \quad (1.12)$$

Defínese agora a chamada **magnitude visual absoluta**  $M$ , sendo a magnitude que tería unha estrela se se encontrara a unha distancia de 10 *pc*. Se  $m$  é a magnitude visual aparente e  $d$  a distancia en parsecs á que se atopa a estrela, entón a expresión de  $M$  vendada por:

$$M = m + 5 - 5 \log d \quad (1.13)$$

Será de utilidade en seccións posteriores reescribir a igualdade anterior de xeito que:

$$m - M = 5 \log d - 5 \Leftrightarrow m - M = 5(\log d - 1) \Leftrightarrow m - M = 5 \log \frac{d}{10} \quad (1.14)$$

A partir da intensidade bolométrica defínense de igual forma que anteriormente a **magnitude bolométrica aparente**  $m_b$  e a **magnitude bolométrica absoluta**  $M_b$ :

$$M_b = m_b + 5 - 5 \log d \quad (1.15)$$

O parámetro  $B.C = M_b - M$ , denomínase **corrección bolométrica**. Sempre é negativo, xa que  $M_b$  sempre vai ser menor que  $M$  por estar medida en todas as lonxitudes de onda e pola relación inversa entre magnitudes e intensidades.

A partires de aquí pódense relacionar a luminosidade  $L$  dunha estrela e a súa magnitude bolométrica absoluta  $M_b$  coa axuda da fórmula de Pogson.

Sexa unha estrela  $E_1$  situada a unha distancia de  $d_1$  *pc* cunha intensidade bolométrica  $I_{b_1}$ , o que nos proporciona a magnitude bolométrica aparente  $m_{b_1}$ . Levando dita estrela a unha distancia de 10 *pc* obteremos a magnitude bolométrica absoluta  $M_{b_1}$ , sendo a esa distancia a súa intensidade bolométrica  $I'_{b_1}$ .

Doutra banda sexa outra estrela  $E_2$  situada a unha distancia de  $d_2$  *pc* cunha intensidade bolométrica  $I_{b_2}$ , o que nos proporciona a magnitude bolométrica aparente  $m_{b_2}$ . Levando  $E_2$  a unha distancia de 10 *pc* obteremos a magnitude bolométrica absoluta  $M_{b_2}$  e sendo a esa distancia a intensidade bolométrica  $I'_{b_2}$ .

As luminosidades de  $E_1$  e  $E_2$  son, respectivamente:

$$\begin{aligned}L_1 &= 4\pi d_1^2 I_{b_1} = 4\pi 10^2 I'_{b_1} \\L_2 &= 4\pi d_2^2 I_{b_2} = 4\pi 10^2 I'_{b_2}\end{aligned}$$

Dividindo unha expresión pola outra:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{I'_{b_1}}{I'_{b_2}}$$

e, considerando a fórmula de Pogson:

$$\log \frac{I'_{b_1}}{I'_{b_2}} = 0,4(M_{b_2} - M_{b_1}) \quad (1.16)$$

sustituindo:

$$\log \frac{L_1}{L_2} = 0,4(M_{b_2} - M_{b_1}) \quad (1.17)$$

## Capítulo 2

# Técnicas xeométricas de determinación de distancias

As técnicas xeométricas ou trigonométricas serán exclusivamente as paralaxes diúrna e estelar, sendo tamén as técnicas máis clásicas.

Supoñamos que observamos un obxecto dende dous puntos suficientemente separados e non aliñados con el. Entón, a **paralaxe** defínese como o ángulo formado por estas dúas liñas de observación. Particularmente en Astronomía, coñécese como un fenómeno no que as coordenadas dun astro son distintas dependendo da época na que se realicen as observacións; un efecto óptico polo que un astro situado a unha distancia  $d$ , ocupa posicións distintas dependendo de onde se efectúe a observación.

Desta forma, interézanos obter a variación das coordenadas para poder corrixir a diferenza e obter a posición real da estrela. Basearémonos no procedemento descrito en [3] para a corrección no caso da aberración da luz; un fenómeno descrito por James Bradley en 1728 que consiste na variación da posición dunha estrela debido ó movemento da Terra.

Para isto sexan as coordenadas polares  $(a,b)$  da estrela que despois poderemos particularizar. Consideremos as coordenadas polares da mesma estrela nun instante posterior,  $(a',b')$ . Denominamos  $\mathbf{x}$  como o vector entre as posicións do observador. Se  $\mathbf{d}$  é o vector posición dunha estrela nun instante e  $\mathbf{d}'$  o vector posición noutro instante, logo  $d$  e  $d'$  son os módulos correspondentes dos vectores -e polo tanto as distancias á estrela-. Deste xeito, verifícase a relación fundamental

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}' + \mathbf{x} \tag{2.1}$$

Se escribimos

$$\mathbf{d} = d(\cos b \cos a, \cos b \sin a, \sin b) \tag{2.2}$$

$$\mathbf{d}' = d'(\cos b' \cos a', \cos b' \sin a', \sin b') \tag{2.3}$$

terase que a relación fundamental (2.1) anteriormente adoitada a forma do sistema que segue:

$$d \cos b \cos a = d' \cos b' \cos a' + x_1 \quad (2.4)$$

$$d \cos b \sin a = d' \cos b' \sin a' + x_2 \quad (2.5)$$

$$d \sin b = d' \sin b' + x_3 \quad (2.6)$$

Fagamos uso da relación vectorial seguinte: dado un vector  $\mathbf{r}$  cúmprese:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{r} \quad (2.7)$$

Entón, en primeiro lugar, considerando  $(i, j, k)$  como as compoñentes de  $\Delta \mathbf{r}$  no sistema de referencia cartesiano, tense:

$$d \cos b \cos a = d_0 \cos b_0 \cos a_0 + i \quad (2.8)$$

$$d \cos b \sin a = d_0 \cos b_0 \sin a_0 + j \quad (2.9)$$

$$d \sin b = d_0 \sin b_0 + k \quad (2.10)$$

En segundo lugar, imos facer o desenvolvemento de Taylor de orde un de cada membro da parte esquerda das ecuacións anteriores en torno a un punto  $(d_0, a_0, b_0)$ .

$$d \cos b \cos a = d_0 \cos b_0 \cos a_0 + (\cos b_0 \cos a_0 \Delta d - d_0 \cos b_0 \sin a_0 \Delta a - d_0 \sin b_0 \cos a_0 \Delta b) \quad (2.11)$$

$$d \cos b \sin a = d_0 \cos b_0 \sin a_0 + (\cos b_0 \sin a_0 \Delta d + d_0 \cos b_0 \cos a_0 \Delta a - d_0 \sin b_0 \sin a_0 \Delta b) \quad (2.12)$$

$$d \sin b = d_0 \sin b_0 + (\sin b_0 \Delta d + d_0 \cos b_0 \Delta b) \quad (2.13)$$

Disto sácase que as coordenadas cartesianas  $(i, j, k)$  de  $\mathbf{d}$  son:

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos b_0 \cos a_0 & -d_0 \cos b_0 \sin a_0 & -d_0 \sin b_0 \cos a_0 \\ \cos b_0 \sin a_0 & d_0 \cos b_0 \cos a_0 & -d_0 \sin b_0 \sin a_0 \\ \sin b_0 & 0 & d_0 \cos b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d \\ \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix}$$

Invertendo a matriz, obtemos finalmente as variacións de  $d$ ,  $a$ , e  $b$ :

$$\begin{bmatrix} \Delta d \\ \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos b_0 \cos a_0 & \cos b_0 \sin a_0 & \sin b_0 \\ -\frac{\sec b_0}{d_0} \sin a_0 & \frac{\sec b_0}{d_0} \cos a_0 & 0 \\ -\frac{1}{d_0} \sin b_0 \cos a_0 & -\frac{1}{d_0} \sin b_0 \sin a_0 & \frac{1}{d_0} \cos b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix}$$

Grazas a este resultado, podemos saber como son entón as variacións nas coordenadas polares da estrela, (a,b), de xeito que se  $(d_0, a_0, b_0) = (d', a', b')$  :

$$\Delta a = \frac{\sec b'}{d'} (-x_1 \sin a' + x_2 \cos a') \quad (2.14)$$

$$\Delta b = \frac{1}{d'} (-x_1 \cos a' \sin b' - x_2 \sin a' \sin b' + x_3 \cos b') \quad (2.15)$$

$$\Delta d = x_1 \cos b' \cos a' + x_2 \cos b' \sin a' + x_3 \sin b' \quad (2.16)$$

Da mesma forma pódense obter as variacións en coordenadas ecuatoriais e en coordenadas eclípticas sen máis que efectuando as transformacións de coordenadas necesarias.

É sinxelo ilustrar como se pode obter a paralaxe e a distancia a certa estrela E. Dado o triángulo (Figura 2.1), a idea é a que segue:

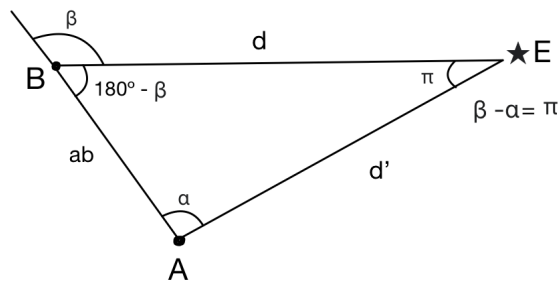


Figura 2.1: Triángulo de paralaxe para a estrela E.

Se coñecemos a distancia  $ab$  entre os lugares de observación A e B, e sabemos os valores dos ángulos  $\alpha$  e  $\beta$ , polo Teorema do seno,

$$\frac{ab}{\sin \pi} = \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d'}{\sin(180 - \beta)} = \frac{d'}{\sin \beta} \quad (2.17)$$

Así:

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sin \alpha}{\sin \pi} ab = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} ab \\ d' &= \frac{\sin \beta}{\sin \pi} ab = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} ab \end{aligned} \quad (2.18)$$

Na práctica, non é tan sinxelo pois non temos por que coñecer tantos datos. Veremos máis adiante que por exemplo, no caso da paralaxe da Lúa, o procedemento vai ser moito máis exhaustivo.

Distínguense dous tipos de paralaxe dependendo de onde consideremos o centro e o punto dende o que se fai a observación: a diúrna e a estelar. Estudarámoslas entón por separado a continuación.

## 2.1. Paralaxe diúrna

A paralaxe diúrna é na cal o centro é o centro da Terra e o punto no que se fai a observación é un lugar da superficie terrestre. Entón, este tipo de paralaxe é o ángulo formado pola dirección centro-estrela coa dirección observador-estrela, é dicir, é o ángulo formado polas direccións topocéntrica e xeocéntrica dun astro. Aplícase case exclusivamente a obxectos do Sistema Solar pola dificultade de medir ángulos con exactitude cando o astro non está o suficientemente preto.

Grazas á paralaxe diúrna pódese obter a paralaxe da Lúa e, consecuentemente, a distancia da Terra á Lúa. A continuación, desenvólvese de xeito máis exhaustivo o procedemento seguido por [3].

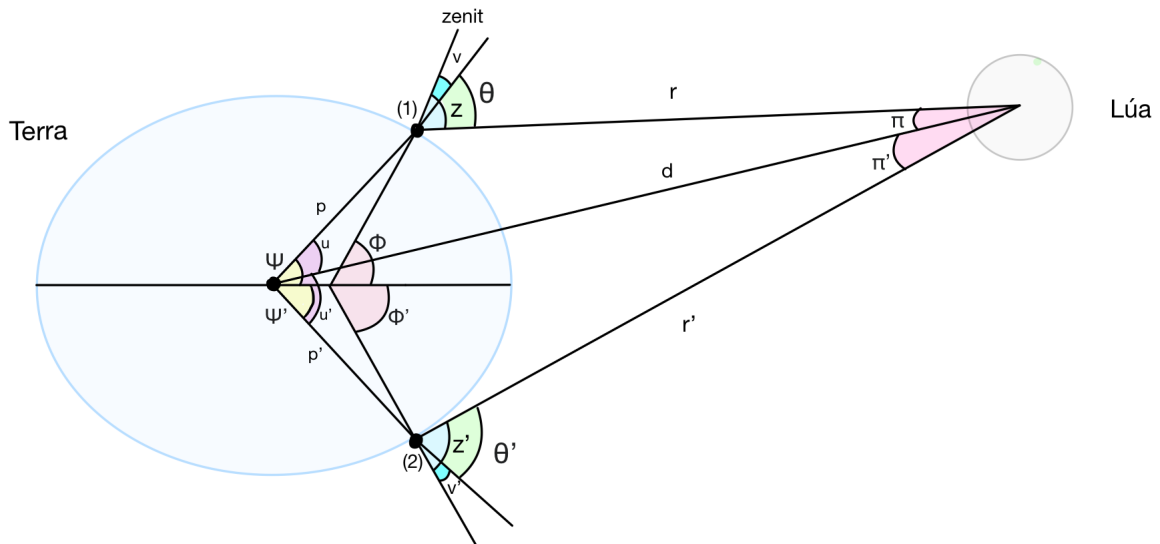


Figura 2.2: Paralaxe da Lúa.

Considéranse dous lugares de observación (1) e (2) sobre un mesmo meridiano, e as

súas latitudes xeocéntricas  $\psi$  e  $\psi'$  e latitudes xeográficas  $\phi$  e  $\phi'$ . Na figura, denotamos  $\pi$  e  $\pi'$  ás paralaxes da Lúa dende (1) e (2) respectivamente.

Entón, seguindo a figura (2.2) e tendo en conta que  $z$  é a distancia zenital do satélite, tense a relación seguinte:

$$\theta = z - v = z - (\phi - \psi) = z - \phi + \psi = \pi + u \quad (2.19)$$

Observando a imaxe, tamén se deduce que a suma dos ángulos  $u$ ,  $u'$  é a suma das latitudes xeocéntricas dos lugares (1) e (2):

$$u + u' = \psi + \psi' \quad (2.20)$$

Operando entre as paralaxes,

$$\begin{aligned} \pi &= z - (\phi - \psi) - u \\ \pi' &= z' - (\phi' - \psi') - u' \\ \pi + \pi' &= z + z' - (\phi - \psi) - (\phi' - \psi') - (u + u') \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \pi + \pi' = z + z' - (\phi + \phi') \end{aligned}$$

Denominemos  $w = \pi + \pi'$ . Polo Teorema do seno,

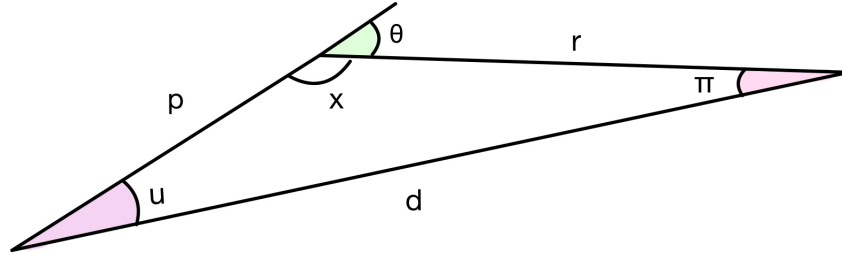


Figura 2.3: Triángulo de ángulos  $\pi$ ,  $u$  e  $x$ .

$$\frac{p}{\text{sen } \pi} = \frac{d}{\text{sen } x} = \frac{d}{\text{sen}(180 - (\pi + u))} = \frac{d}{\text{sen } \theta}$$

Equivalentemente,

$$\frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } \pi} = \frac{d}{p} \Leftrightarrow \text{sen } \pi = \frac{p}{d} \text{sen } \theta \quad (2.21)$$

Da mesma forma, para o ángulo  $\pi'$ :

$$\text{sen } \pi' = \frac{p'}{d} \text{sen } \theta' \quad (2.22)$$

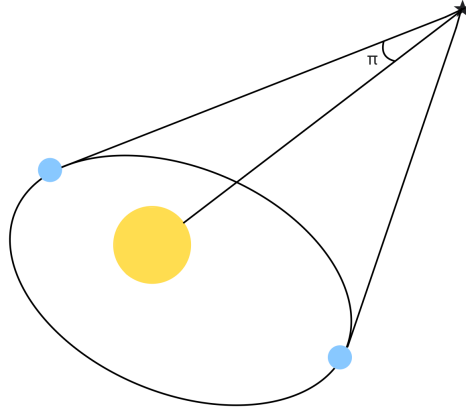


Figura 2.4: O Sol ilústrase como o corpo amarelo e a Terra como o azul en dous momentos diferentes do ano. O ángulo  $\pi$  é o que denominamos paralaxe.

Agora podemos facer un desenvolvemento do seno  $\text{sen } \pi' = \text{sen}(w - \pi)$ ,

$$\begin{aligned} \text{sen } \pi' &= \text{sen}(w - \pi) = \text{sen } w \cos \pi - \cos w \text{sen } \pi \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \text{sen } w \cos \pi = \cos w \text{sen } \pi + \text{sen } \pi' \end{aligned} \quad (2.23)$$

A partir de (2.21), (2.22), (2.23); a igualdade anterior convértese en:

$$\begin{aligned} \text{sen } w \cos \pi &= \cos w \text{sen } \pi + \text{sen } \pi' = \cos w \frac{p}{d} \text{sen } \theta + \frac{p'}{d} \text{sen } \theta' = \\ &= \frac{p \cos w \text{sen } \theta + p' \text{sen } \theta}{d} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Desta forma é sinxelo sacar a tanxente do ángulo de paralaxe  $\pi$ , e por tanto  $\pi$ . Terase que:

$$\tan \pi = \frac{\text{sen } \pi}{\cos \pi} = \frac{p}{d} \text{sen } \theta d \frac{\text{sen } w}{p \cos w \text{sen } \theta + p' \text{sen } \theta} = \frac{p \text{sen } \theta \text{sen } w}{p \cos w \text{sen } \theta + p' \text{sen } \theta}$$

Unha vez que se sabe quen é  $\pi$ , obteremos a distancia  $d$  sin máis que despexándoa da igualdade (2.21):

$$\text{sen } \pi = \frac{p}{d} \text{sen } \theta \Leftrightarrow d = \frac{p \text{sen } \theta}{\text{sen } \pi} \quad (2.25)$$

É evidente que a última parte do proceso é análoga para o cálculo de  $\pi'$ .

Este desenvolvemento foi esencialmente o que seguiron Joseph Lalande e Nicolas Louis de Lacaille en 1750 para a medida da paralaxe da Lúa, obtendo unha distancia aproximada de  $d = 384418 \text{ km}$ .

Ilústrase na Figura 2.4 o que xa se comentaba no capítulo 1: o parsec defínase como a distancia á que unha estrela debe encontrarse para que o ángulo da paralaxe estelar  $\pi$  sexa igual a 1 segundo de arco. Seguindo o procedemento descrito en (2.21), para  $\pi = 1''$  e  $p$  a distancia da Terra ó Sol, como o ángulo  $u$  é de 90 deg co cal  $\sin \theta = 1$  e:

$$d = \frac{a}{\sin \pi} = \frac{150000000}{0,00000484813} = 3,086 \cdot 10^{13} \quad (2.26)$$

onde  $d$  está expresada en  $km$ . Así, demóstrase que  $1 pc = 3,086 \cdot 10^{13} km$ .

## 2.2. Paralaxe estelar

Neste caso, o punto central é o Sol e o de observación é un punto da órbita que describe a Terra ao redor do Sol no seu movemento anual. Este tipo de paralaxe é un método fiable de determinación de distancias estelares no caso de que esta é de ata  $30 pc$ . A maior distancia o valor da paralaxe estelar é menor, e os erros de medición neste caso tamén se fan máis significativos, motivo polo cal se estudamos unha estrela situada a máis de  $100 pc$ , esta técnica non é tan útil, xa que o ángulo sería moi pequeno como para determinalo con precisión. Non obstante, misións espaciais máis recentes foron capaces de determinar con moi boa precisión distancias maiores que as mencionadas (*Hipparcos* e *Gaia*, dos que falaremos ao final da sección).

Foi en 1838 cando o astrónomo e matemático alemán Friedrich Bessel (1784-1846) primeiramente determinou, no observatorio de Königsberg e con axuda dun heliómetro, a paralaxe dunha estrela -distinta do Sol-, concretamente de *61 Cygni* na constelación Cygnus, dándolle un valor de  $0,3136''$ . En 1840, Friedrich Georg Wilhelm von Struve mediu a paralaxe de *Vega*, na constelación de Lyra, obtendo unha distancia de aproximadamente 25 anos luz, é dicir,  $0.130464''$  [8].

A paralaxe neste caso pódese obter de diferentes formas, dependendo do sistema de coordenadas no que se estea a traballar. Para isto utilizaremos a expresión de corrección de coordenadas (2.14), (2.15).

En primeiro lugar obteremos a elipse de paralaxe do xeito que se describe en [3]. En primeiro lugar consideraremos os vectores Terra-Sol, Sol-estrela, Terra-estrela;  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{d}'$  respectivamente. Suporase que  $\|\mathbf{d}\| = d$ ,  $\|\mathbf{d}'\| = d'$  e que  $d=d'$ , feito que implica que o ángulo de paralaxe vaia a ser realmente pequeno, logo suporemos que  $\pi = x/d$ . Os tres vectores están relacionados segundo a igualdade seguinte:

$$\mathbf{x} = \mathbf{d}' - \mathbf{d} \Leftrightarrow \mathbf{d}' = \mathbf{d} + \mathbf{x} \quad (2.27)$$

Supoñamos que traballamos nun sistema de coordenadas eclípticas, de xeito que si temos o vector  $\mathbf{x}$  de coordenadas  $(x_1, x_2, x_3)$ , a súa expresión en dito sistema será a que

segue:

$$\mathbf{x} = x (\cos \beta \cos \lambda, \cos \beta \sin \lambda, \sin \beta)$$

No noso caso, ao estar traballando sobre a eclíptica, entón  $\beta = 0$  e se  $\lambda = \odot$ , logo:

$$\mathbf{x} = x (\cos \odot, \sin \odot, 0)$$

Do mesmo xeito,

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= d (\cos \beta \cos \lambda, \cos \beta \sin \lambda, \sin \beta) \\ \mathbf{d}' &= d' (\cos \beta' \cos \lambda', \cos \beta' \sin \lambda', \sin \beta') \end{aligned}$$

Tendo en conta as expresións (2.14), (2.15) e (2.16), terase que:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \frac{\sec \beta'}{d'} (-x \cos \odot \sin \lambda' + x \cos \odot \cos \lambda') = \frac{x \sec \beta'}{d'} \sin(\odot - \lambda') \\ \Delta \beta &= \frac{1}{d'} (-x \cos \odot \cos \lambda' \sin \beta' - x \sin \odot \sin \lambda' \sin \beta') = -\frac{x}{d'} \sin \beta' \cos(\odot - \lambda') \\ \Delta d &= x \cos \odot \cos \beta' \cos \lambda' + x \sin \odot \cos \beta' \sin \lambda' \end{aligned}$$

Se denotamos como  $\pi = x/d'$ , as anteriores igualdades proporcionánnos as correccións:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \pi \sec \beta' (-\cos \odot \sin \lambda' + \sin \odot \cos \lambda') = \pi \sec \beta' \sin(\odot - \lambda') \\ \Delta \beta &= -\pi \sin \beta' \cos(\odot - \lambda') \end{aligned} \quad (2.28)$$

Desta forma, se operamos, as ecuacións (2.28) son equivalentes ás seguintes:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \lambda \cos \beta'}{\pi} &= \sin(\odot - \lambda') \\ \frac{-\Delta \beta}{\pi \sin \beta'} &= \cos(\odot - \lambda') \end{aligned}$$

Elevando os dous termos ó cadrado e sumando as expresións, obtemos a elipse de paralaxe:

$$\frac{(\Delta \lambda' \cos \beta')^2}{\pi^2} + \frac{(\Delta \beta')^2}{\pi^2 \sin^2 \beta'} = 1$$

Entón a paralaxe pódese despegar:

$$\pi^2 = (\Delta \lambda' \cos \beta')^2 + \frac{(\Delta \beta')^2}{\sin^2 \beta'} \Leftrightarrow \pi = \sqrt{(\Delta \lambda' \cos \beta')^2 + \frac{(\Delta \beta')^2}{\sin^2 \beta'}}$$

Se pola contra traballamos nun sistema de coordenadas ecuatoriais, sen máis que facer unha transformación dos vector  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{d}'$  a coordenadas ecuatoriais:

$$\mathbf{x} = x (\cos \odot, \cos \epsilon \sin \odot, \sin \epsilon \sin \odot) \quad (2.29)$$

que levado a (2.14), (2.15) e (2.16) e tendo en conta, igual que antes que  $\pi = x/d'$ :

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \pi \sec \delta' (-\cos \odot \sin \alpha' + \sin \odot \cos \alpha' \cos \epsilon) \\ \Delta\delta &= \pi [-\sin \delta' (\cos \odot \cos \alpha' + \sin \odot \cos \epsilon \sin \alpha') + \sin \odot \sin \epsilon \cos \alpha'] \\ \Delta d &= x(\cos \odot \cos \delta' \cos \alpha' + \cos \epsilon \sin \odot \cos \delta' \sin \alpha' + \sin \delta' \sin \epsilon \sin \odot)\end{aligned}$$

Para poder despexar a paralaxe  $\pi$  imos considerar dúas observacións en dúas épocas distintas do ano. Para alixeirar notación, denotemos  $F = -\cos \odot \sin \alpha + \sin \odot \cos \alpha \cos \epsilon$ . Ímonos basear agora no proceso levado acabo en [3] e Smart, W.M. [9]. En primeiro lugar, supoñamos que observamos outra estrela  $B$ , débil, e que está preto da estrela  $A$  para a que estamos a efectuar a paralaxe. Sexa entón  $\alpha_0$  a ascensión en recta de  $B$  e supoñamos que en certa época se leva acabo unha observación na que se miden a ascensión en recta xeocéntrica de  $A$ ,  $\alpha_1$ , e  $\alpha_0$ . Entón defínese:

$$m_1 = \alpha_1 - \alpha_0$$

Doutra banda, denotamos como  $\alpha$  a ascensión en recta heliocéntrica de  $A$ , polo que:

$$m_1 = (\alpha_1 - \alpha) + (\alpha - \alpha_0)$$

Considerando agora dúas observacións separadas en meses, polo tanto non moi separadas no tempo, as declinacións de  $A$   $\delta_1$  e  $\delta_2$  van ter valores moi próximos, polo que podemos facer a aproximación  $\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$ . Utilizando isto, a anterior expresión de  $m_1$  e a corrección da ascensión recta  $\Delta\alpha$ , terase:

$$\begin{aligned}m_1 &= (\alpha_1 - \alpha) + (\alpha - \alpha_0) = \pi F_1 \sec \delta + (\alpha - \alpha_0) \\ m_2 &= (\alpha_2 - \alpha) + (\alpha - \alpha_0) = \pi F_2 \sec \delta + (\alpha - \alpha_0)\end{aligned}$$

onde  $F_i = -\cos \odot \sin \alpha_i + \sin \odot \cos \alpha_i \cos \epsilon$ . Restando  $m_2 - m_1$ , obtense:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pi(F_2 - F_1) \sec \delta$$

Finalmente, xa se pode despexar a paralaxe:

$$\pi = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{F_2 - F_1} \cos \delta$$

Segundo [3], as medidas realizadas non son perfectas, polo que para minimizar os erros -que influirán de xeito evidente na paralaxe- deberemos facer observacións de xeito que a diferenza  $F_2 - F_1$  sexa máxima. Para elo, introduce dúas  $m > 0$  e  $n$  tales que:

$$m \cos n = \cos \alpha \cos \epsilon$$

$$m \sin n = \sin \alpha$$

e así pódese escribir  $F$  de xeito que:

$$F = m \operatorname{sen}(\odot - n)$$

Entón, [3] destaca que  $m$  e  $n$  varían moi pouco ao longo do ano, non obstante  $\odot$  percorre 360 grados nun ano. É por iso que se as épocas  $t_1$  e  $t_2$  se escollen nun intervalo de medio ano -co cal,  $\odot_2 - n = 180 + \odot_1 - n$ - logo tense o valor máximo de  $F_2 - F_1 = 2F_1$ , polo tanto:

$$\pi = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2F_1} \cos \delta \quad (2.30)$$

Dúas sondas moi relevantes foron utilizadas pola Axencia Espacial Europea (ESA) para a determinación de distancias de unha gran cantidade de estrelas. O proxecto Hipparcos -do cal se fixo o Catálogo Tycho-, lanzou o satélite Hipparcos o 18 de agosto de 1989 e determinou a paralaxe de 180.000 estrelas situadas a máis de 1600 anos luz, cunha precisión media de 0"001; concluíndo a súa misión no ano 1993.

Máis tarde, no ano 2013, lévase a cabo o proxecto Gaia, sucesor de Hipparcos, unha sonda espacial que ten como misión observar unhas mil millóns de estrelas ata unha magnitude  $M=20$ ; co obxectivo de obter distintas características como a velocidade radial, medidas fotométricas, e distancias a ditas estrelas.

A modo de información, recollemos varios datos de Hipparcos e Gaia, dos que mostramos a paralaxe dalgunhas das estrelas e comparamos as paralaxes obtidas en cada unha das dúas misións espaciais, así como os erros cometidos. O termo *mas* indica a unidade milisegundos de arco, e a columna *Nome* indica a identificación de cada estrela no *Catálogo Henry Draper*. É de interese notar como os erros de medida cometidos por Gaia son moito menores ca os obtidos por Hipparcos.

Nome	$\pi_H$ ( <i>mas</i> )	Erro estándar (H) ( <i>mas</i> )	$\pi_G$ ( <i>mas</i> )	Erro estándar (G) ( <i>mas</i> )
224690	21.90	3.1	25.121	0.32
224750	13.74	0.98	8.15	0.665
224782	16.89	0.8	16.35	0.036
224873	20.42	1.91	19.27	0.07
224953	63.06	1.98	58.96	0.028
224930	80.63	3.03	79.07	0.56
224994	11.74	0.53	4.899	0.75
225015	7.65	1.93	6.46	0.62
225028	21.58	1.65	23.2	0.05
39	11.04	0.91	8.36	0.41
123	49.3	1.05	47.8	0.044
375	12.72	0.86	10.11	0.46
245	16.42	0.7	18.03	0.065
471	22.07	2.31	24.89	0.39

Cadro 2.1: Comparación das paralaxes obtidas por Hipparcos (H) e por Gaia (G) [10]. Como xa se comentaba anteriormente, os erros estándar cometidos por Gaia son considerablemente menores aos feitos por Hipparcos.



## Capítulo 3

# Técnicas espectroscópicas de determinación de distancias

Xa vimos no capítulo anterior que as paralaxes trigonométricas son útiles ata certa distancia, pois logo a medición de ángulos tan pequenos é moi complicada. Por este motivo, procédese a estudar outros métodos, entre eles as técnicas espectroscópicas ou paralaxes espectroscópicas. Introducíranse dous tipos de clasificacións espectrais para poder falar posteriormente de métodos como a paralaxe dinámica de estrelas dobres e cúmulos estelares en movemento; fixando así distintas formas de medir distancias de ata 300 *pc*.

### 3.1. Diagrama de Hertzsprung-Russell

Antes de estudar o Diagrama de Hertzsprung-Russell, destacaremos a **Clasificación Espectral de Harvard**, que clasifica as estrelas segundo a temperatura superficial que presenten.

A astrónoma Annie Jump Cannon (1863-1941), tamén coñecida como unha das Computadoras de Harvard, analizaba a luz emitida polas estrelas, dándose conta de que existían diferentes tipos destas. Así, surxe a necesidade da creación dun método para clasificalas, polo que idea o sistema de Clasificación Espectral de Harvard (Razkin, U. [11]). Esta clasificación réxese polas letras maiúsculas e veremos a continuación as principais características dos principais tipos (que dentro dos mesmos, haberá ata 10 clases diferentes), fixando unha secuencia que comeza polas estrelas de temperaturas superficiais máis altas e finaliza nas máis baixas.

As estrelas do tipo O teñen temperaturas superficiais no rango de 20.000 K -graos Kelvin- a 35.000 K, e teñen unha cor azul. As de tipo B, roldan sobre os 15.000 K e de cores azul-esbrancuxado. Na clase de tipo A, téñense de tipo ananas brancas, cunhas

temperaturas superficiais de 9000 K. As de cor amarelo/branco cunhas temperaturas de 7000 K englobanse no tipo F, as amarelas como o Sol e algo máis frías (5500 K) no tipo G. Nos tipos K e M encóntranse as laranxas/amarelas e vermellas, cunhas temperaturas de 4000 K e 3000 K respectivamente.

A partir disto, xa se pode falar do **diagrama de Hertzsprung-Russell** (Figura 3.1). Este foi creado arredor do ano 1910 por Ejnar Hertzsprung e Henry Norris Russell, e nel relacionan a magnitude absoluta das estrelas co seu tipo espectral: canto máis arriba estea unha estrela situada no diagrama, máis brillante será (menor magnitude absoluta) e canto máis á dereita menor temperatura superficial posuirá. Isto último sinálase polas letras O, B, A, F, G, K e M, correspondentes á Clasificación Espectral de Harvard.

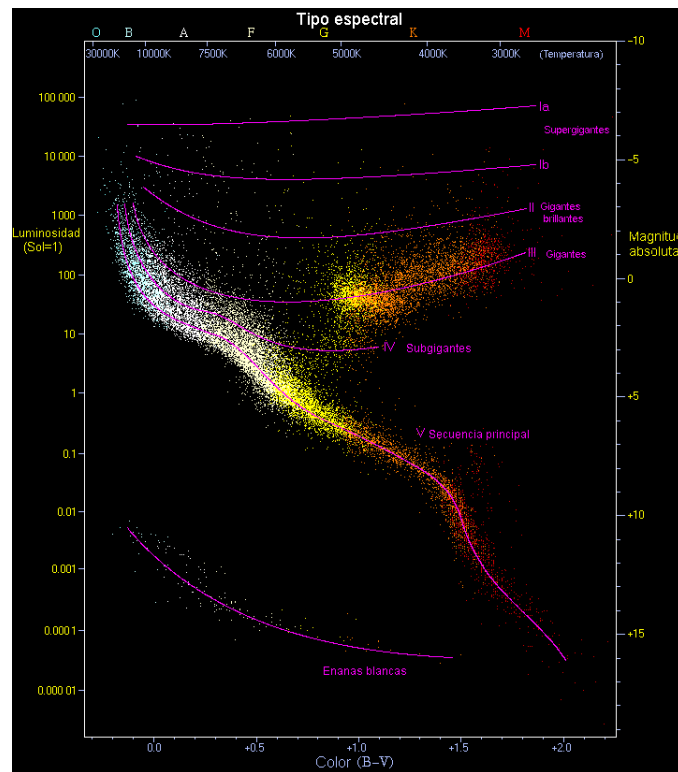


Figura 3.1: Diagrama de Hertzsprung-Russell [12]. Destaca especialmente unha rexión de estrelas que vai dende o extremo superior esquerdo ata o extremo inferior dereito, denominada *Secuencia principal*.

Entón grazas a isto, defínense 7 secuencias denominadas clases de luminosidade:

- **Clase 1:** corresponde ás estrelas superxigantes, subdivididas nas clases Ia e Ib. No diagrama, sitúanse na zona superior. Un exemplo de estrelas de tipo Ia e de tipo Ib son *Betelgeuse* e *Antares* respectivamente.

- **Clases 2:** constituída polas estrelas xigantes brillantes II, indicado pola terceira curva comezando pola zona superior. Un exemplo desta clase de estrela sería *Beta Leporis*.
- **Clase 3 e clase 4:** formada polas estrelas xigantes III (xigantes normais) e subxigantes IV respectivamente. Como exemplos menciónanse *Arcturus* e *27 Cassiopeiae*.
- **Clase 5:** tamén chamada *Secuencia principal (Main sequence)*, clase á que pertence o Sol e o 90 % (Seeds, Michael A. [13]) das estrelas. Encóntrase na curva diagonal do diagrama.
- **Clases 6 e 7:** inclúen as estrelas subananas brillantes (*HD 149382*) e as ananas brancas (*estrela de Van Maanen*) respectivamente, atopadas na parte inferior esquerda do diagrama, baixo a secuencia principal.

Consideremos a expresión da luminosidade  $L=4\pi R^2\sigma T_{ef}^4$  onde  $T_{ef}$  denota a temperatura efectiva da estrela; e vexamos que relacións existen entre a luminosidade, o radio e a temperatura efectiva cando uns permanecen estacionarios e outros varían.

Se fixamos o termo da luminosidade,  $L$  e aumentamos a temperatura efectiva, o radio da estrela diminuírá. Por isto, as estrelas con maior radio sitúanse máis a dereita, onde a temperatura é menor. De forma recíproca, se a temperatura efectiva diminúe, o raio aumentará, e as estrelas de menor radio situaranse máis á esquerda, onde a temperatura é maior.

Se se fixa o valor de  $T_{ef}$ , un aumento da luminosidade implicaría un aumento no radio da estrela e viceversa; razón pola cal para as estrelas cunha mesma temperatura efectiva, as máis grandes encontraranse na parte superior -onde a luminosidade é maior-.

Por último, é evidente notar que se fixamos o radio, as variacións da  $T_{ef}$  e  $L$  van da man: se unha aumenta a outra tamén o fará, e se diminúe unha a outra tamén diminúe.

## 3.2. Paralaxe dinámica de estrelas

Neste apartado de paralaxe dinámica centrámonos nos sistemas binarios, tamén coñecidos como estrelas dobres.

Podemos clasificar as estrelas dobres en visuais, espectroscópicas e eclipsantes. Un sistema binario visual caracterízase de forma que as estrelas son separables opticamente mediante un telescopio, cunha distancia angular entre elas de máis de  $0.1''$ . As espectroscópicas poden parecer unha soa estrela no telescopio, a súa natureza binaria obtense ao observar o espectro da estrela e ver a variación periódica nas liñas do espectro. Por último, as estrelas eclipsantes -fotométricas- descúbrense grazas á cantidade de luz que obtemos delas, que é notablemente variable porque adoitan eclipsarse unha á outra periodicamente.

O feito de utilizar as estrelas dobres visuais e espectroscópicas para a determinación de distancias reside en coñecer as súas magnitudes estelares e certas compoñentes orbitais como o período e o semieixe da órbita. Así, a paralaxe dinámica vai ser unha extensión da paralaxe trigonométrica, que utilizaremos para as estrelas da secuencia principal do Diagrama de Hertzsprung-Russell. Isto é, como se menciona en Heintz, W.D. [14], porque se se da o caso de utilizar o método para un par que non pertence á secuencia principal, notaranse discordancias entre os tipos espectrais e a luminosidade.

No ano 1923 Hertzsprung e Russell descubren unha relación empírica entre a luminosidade e a masa (MLR -mass-luminosity relation-),  $L \propto M^k$ . Para as estrelas máis coñecidas, Baize e Romani [1] obtiveron no ano 1945 que  $k = 3,58 \pm 0,03$ , nós tomaremos  $k = 3,58$  e

$$L = M^{3,58} \quad (3.1)$$

Agora, se por exemplo estudamos un sistema binario no que unha (ou ambas) estrela é unha xigante, vaise satisfacer a MLR pero vai haber incertezas na corrección bolométrica. No caso de ter unha anana branca, esta non vai satisfacer a MLR da secuencia principal e haberá que facer un estudo aparte, o que dificulta o proceso xa que son máis complicadas de atopar e de calcular os elementos orbitais. Obteríamos erros na paralaxe (e logo, distancia) dunha orde de ata o 10 %.

Doutra banda, tamén poderíamos ter a complicación de considerar erroneamente sistemas múltiples de máis de dúas estrelas como un sistema binario, o que pode abarcar no peor dos casos un erro na paralaxe de ata o 25 %.

Pódese escribir a relación (3.1) en función das magnitudes  $M_b$  -magnitude bolométrica absoluta- e  $M_{b\odot}$  -magnitude bolométrica absoluta para unha masa solar,  $1M_{\odot}$ - da forma que segue grazas á lei de Pogson:

$$M_b = M_{b\odot} - \frac{5}{2} \log M^k \Leftrightarrow M_b = M_{b\odot} - \frac{5}{2} k \log M \quad (3.2)$$

Supoñamos que a partir da obtención dos elementos da órbita do sistema binario, temos os valores do semieixe  $a$ , do período  $P$  en anos, as magnitudes visuais aparentes  $m_{v_A}$  e  $m_{v_B}$  -no seu defecto, a magnitude visual aparente global  $m_{v_T}$  e  $\Delta m_v$  -, considerando como a estrela A a máis brillante e B a débil. Deberemos tamén coñecer do xeito máis exacto posible o tipo espectral de cada compoñente ou ben o tipo espectral global sempre e cando non saibamos a separación dos dous espectros. Consideremos as masas  $m_1$  e  $m_2$  de cada unha das estrelas do par, expresadas en masas solares, e logo pola terceira lei de Kepler verifícase:

$$G(m_1 + m_2) = 4\pi^2 \frac{a^3}{P^2} \quad (3.3)$$

onde  $a$  está expresado en unidades astronómicas e  $P$  en anos. Por outra parte, se  $M_\odot$  é unha masa solar e  $m \ll M_\odot$  -podendo desprezala da ecuación-, terase que:

$$G(M_\odot + m) = 4\pi^2 \frac{a_\odot^3}{P_\odot^2} \Leftrightarrow GM_\odot = 4\pi^2 \frac{a_\odot^3}{P_\odot^2} \quad (3.4)$$

con  $a_\odot \approx 1$  e  $P_\odot \approx 1$  xa que  $a$  está expresado en unidades astronómicas e  $P$  en anos. Isto tómase desde xeito pois si procedemos a dividir unha expresión pola outra:

$$m_1 + m_2 = M = \frac{a^3}{P^2} \quad (3.5)$$

onde  $M$  virá dada en masas solares. O semiexco  $a$  pódese escribir de forma que:

$$a = \frac{a''}{\pi''} \quad (3.6)$$

onde  $a''$  é o semieixe da órbita medido en segundos de arco e  $\pi''$  a paralaxe medida en segundos de arco. Desta forma, a ecuación (3.5) escríbese

$$M = \frac{a^3}{P^2} = \left(\frac{a''}{\pi''}\right)^3 \frac{1}{P^2} \Rightarrow M\pi^3 = \frac{a^3}{P^2} \quad (3.7)$$

onde  $\pi$  e  $a$  están expresado en segundos de arco, facendo máis lixeira a notación. En xeral, non imos coñecer de primeiras os valores de  $M$  e de  $\pi$ , xustamente pretendemos achar o valor deste último. Entón, podemos denominar  $M\pi^3 = h^3$ , sendo  $h$  unha paralaxe hipotética para un total dunha masa solar. Desta forma, substituindo na expresión (3.7) e tomando logaritmos:

$$h^3 = \frac{a^3}{P^2} \Leftrightarrow 3 \log h = 3 \log a - 2 \log P \Leftrightarrow \log h = \log a - \frac{2}{3} \log P \quad (3.8)$$

Grazas a isto xa podemos coñecer o valor de  $\log h$ , esencial para obter  $\pi$ , xa que pola fórmula Baize-Romani (1945):

$$\log \pi = \log h + 0,4 \frac{m_{vt} + C' + D + 5 \log h}{3k - 2} \quad (3.9)$$

onde

$$\begin{aligned} C' &= B.C + 5 - M_{b_\odot} \\ D &= \frac{5}{2} [\log(1 + 10^{0,4\Delta M_b}) - k \log(1 + 10^{\frac{0,4\Delta M_b}{k}})] \end{aligned} \quad (3.10)$$

sendo  $B.C$  é a corrección bolométrica. Ademais, como  $\Delta M_b = \Delta m_b$ , dito valor pode substituírse en  $D$ . Agora, introducindo a variable auxiliar  $\mathfrak{M} = m_{vt} + C'$ , tense a fórmula máis simplificada:

$$\log \pi = \log h + \frac{0,4}{3k - 2} (\mathfrak{M} + D + 5 \log h) \quad (3.11)$$

En xeral asumiremos  $M_{b_{\odot}} = 4,8$  (segundo se cita en [1], obtense dito valor do *Catálogo Henry Draper*) e  $k = 3,8$  por estar traballando con estrelas da secuencia principal. Ademais  $C'$  e  $D$  serán coñecidos grazas ó previo cálculo das órbitas e das magnitudes para certos valores, de xeito que despois poderemos interpolar. Recollemos os datos obtidos para  $C'$  e  $D$  en [1], mostrados no Cadro 3.1 e no Cadro 3.2.

Neste mesmo artigo de Paul Baize e Lucien Romani estúdanse as paralaxes dinámicas de varios sistemas binarios, entre eles Capella, onde a paralaxe resulta  $\pi = 0''065$ . Para isto introducen unhas regras prácticas, e definindo  $\delta = 2,5 \log(1 + 10^{-0,4\Delta m})$ . Recollen os valores para  $\delta$  no Cadro 3.3 e propoñen o esquema seguinte:

1. Calcúlase  $h$  mediante a fórmula (3.8).
2. Calcúlase  $\mathfrak{M}$  seguindo dous casos
  - a) Dados os espectros coñecidos e son diferentes, determinamos  $C'$  do cadro e aplicamos dita corrección ás magnitudes visuais  $m_{v_A}$  e  $m_{v_B}$ , de xeito que

$$\mathfrak{M} = m_{v_A} + C'_A - \delta$$

partindo de que se  $\Delta m_b = m_{v_B} + C'_B - m_{v_A} - C'_A$  entón podemos achar o valor de  $\delta$  segundo o Cadro 3.3.

- b) Se os dous tipos espectrais son iguais ou ben non coñecemos o tipo espectral global, procedemos de xeito que aplicamos a corrección  $C'$  á magnitude visual aparente total, así:

$$\mathfrak{M} = m_{v_T} + C'_T$$

3. Determínase  $D$  mediante a táboa proporcionada e en función de  $\Delta m_b$ , de xeito que no caso a) este  $\Delta m_b$  xa está calculado e no caso b) cúmprese que  $\Delta m_b = \Delta m_v$  que é proporcionada pola observación.
4. Finalmente, substitúense os valores obtidos na ecuación de Baize-Romani, podendo así despear  $\pi$ .

TÁBOA I

SERIE PRINCIPAL				XIGANTES	
Sp	C'	Sp	C'	Sp	C'
B0	-2,27	G2	0,17	F5	0,19
B5	-1,27	G3	0,14	G0	0,13
B9	-0,16	G4	0,11	G5	-0,17
A0	-0,08	G5	0,07	K0	-0,57
A1	-0,04	G6	0,04	K5	-1,12
A2	0	G7	0	M0	-1,77
A3	0,04	G8	-0,05	M5	-2,77
A4	0,07	G9	-0,1		
A5	0,1	K0	-0,16		
A6	0,13	K1	-0,22		
A7	0,16	K2	-0,29		
A8	0,18	K3	-0,36		
A9	0,19	K4	-0,43		
F0	0,19	K5	-0,51		
F1	0,2	K6	-0,6		
F2	0,2	K7	-0,7		
F3	0,21	K8	-0,79		
F4	0,21	M0	-0,99		
F5	0,21	M1	-1,1		
F6	0,21	M2	-1,2		
F7	0,21	M3	-1,32		
F8	0,2	M4	-1,44		
F9	0,2	M5	-1,57		
G0	0,19	M6	-1,72		
G1	0,19				

Cadro 3.1: Valores para  $C'$  [1].

TÁBOA II

$\Delta M_b$	$D$	$\Delta M_b$	$D$
0	-1,942	4	-1,161
0,5	-1,921	5	-0,937
1	-1,862	6	-0,748
1,5	-1,773	7	-0,592
2	-1,662	8	-0,466
2,5	-1,538	9	-0,365
3	-1,41	10	-0,286
3,5	-1,283	11	-0,223
4	-1,161	12	-0,173

Cadro 3.2: Valores para  $D$  [1].

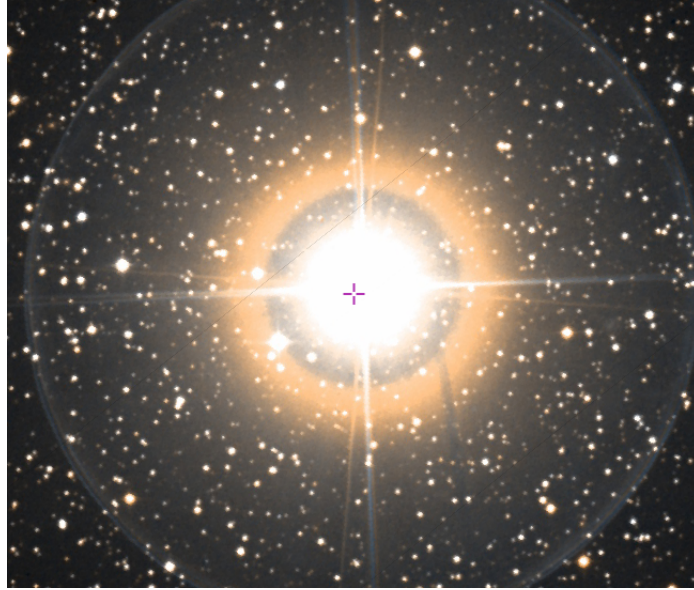
TÁBOA III

$\Delta m$	$\delta$	$\Delta m$	$\delta$	$\Delta m$	$\delta$
0	0,75	0,624	0,48	1,649	0,21
0,015	0,74	0,652	0,47	1,706	0,2
0,035	0,73	0,68	0,46	1,765	0,19
0,056	0,72	0,709	0,45	1,828	0,18
0,076	0,71	0,738	0,44	1,893	0,17
0,097	0,7	0,768	0,43	1,962	0,16
0,118	0,69	0,799	0,42	2,035	0,15
0,14	0,68	0,83	0,41	2,113	0,14
0,161	0,67	0,862	0,4	2,195	0,13
0,183	0,66	0,894	0,39	2,284	0,12
0,205	0,65	0,927	0,38	2,38	0,11
0,227	0,64	0,961	0,37	2,483	0,1
0,249	0,63	0,996	0,36	2,597	0,09
0,272	0,62	1,031	0,35	2,723	0,08
0,295	0,61	1,068	0,34	2,864	0,07
0,318	0,6	1,105	0,33	3,024	0,06
0,342	0,59	1,143	0,32	3,211	0,05
0,366	0,58	1,182	0,31	3,434	0,04
0,389	0,57	1,223	0,3	3,712	0,03
0,414	0,56	1,264	0,29	4,082	0,02
0,439	0,55	1,307	0,28	4,642	0,01
0,464	0,54	1,351	0,27	5,841	0
0,49	0,53	1,396	0,26	$\infty$	
0,516	0,52	1,443	0,25		
0,542	0,51	1,492	0,24		
0,569	0,5	1,542	0,23		
0,596	0,49	1,594	0,22		

Cadro 3.3: Valores para  $\delta$  [1].

### 3.2.1. Exemplo: $\eta$ Cas

Procederemos a calcular a paralaxe dinámica do sistema binario visual  $\eta$  Cas (tamén coñecida como Archid) a modo de exemplo.  $\eta$  Cas está formado por dúas estrelas ananas,

Figura 3.2:  $\eta$  Cas (ALADIN).

unha amarela e outra laranxa, ambas pertencentes á secuencia principal, cun semieixo orbital de  $12''$  e cun período orbital  $P = 480$  anos. Presentan unhas magnitudes visuais aparentes  $m_{v_A} = 3,7$  e  $m_{v_B} = 7,5$  e de clasificación espectral G0/M0. Entón, partindo dos datos extraídos de [4] e seguindo o procedemento anteriormente descrito:

1. Cálculo de  $h$ .

$$\log h = \log 12 - \frac{2}{3} \log 480 = -0,7083129$$

2. Cálculo de  $\mathfrak{M}$  e  $\delta$ .

Grazas á táboa, obtemos que  $C'_A = 0,19$  e  $C'_B = -0,99$ . Deste xeito:

$$\Delta m_b = 7,5 - 0,99 - 3,7 - 0,19 = 2,62$$

Por interpolación:

$$\delta = 0,10 + (2,62 - 2,597) \frac{0,09 - 0,1}{2,723 - 2,597} = 0,098$$

Así,

$$\mathfrak{M} = 3,7 + 0,19 - 0,098 = 3,792$$

3. Procédese a calcular  $D$  por interpolación:

$$D = -1,662 + (2,62 - 2,5) \frac{-1,538 + 1,662}{3 - 2,5} = -1,63224$$

4. Finalmente, substituímos na fórmula de Baize-Romani -simplificada-:

$$\begin{aligned}\log \pi &= -0,7083129 + 0,04577(3,792 - 1,63224 - 5 \cdot 0,7083129) \\ &= -0,771558\end{aligned}$$

Do logaritmo anterior obtense que  $\pi = 0''1629216$  ou  $\pi = 162,9216 \text{ mas}$ , así a distancia en parsecs é  $d = 5,909$  ou  $19,2727$  anos luz. A modo de comparación, a paralaxe trigonométrica obtida por Hipparcos é de  $167.99 \pm 0.62 \text{ mas}$ , e a obtida por Gaia é  $171.2861 \pm 0.5815 \text{ mas}$ . Entón a nosa aproximación mediante a paralaxe dinámica de estrelas dobres non é a máis precisa que se poida obter, mais tendo en conta as ferramentas que se utilizan neste tipo de paralaxe máis *arcaica* o resultado non é para nada malo.

### 3.3. Paralaxe dinámica de cúmulo estelares en movemento

Os cúmulo estelares abertos teñen un papel fundamental na determinación de distancias no universo, de xeito que para os máis próximos, escollendo unha estrela del podemos estimar a distancia por medio dunha paralaxe clásica. Non obstante, a continuación describiremos outro método directo que se fundamenta no *movemento propio*.

As estrelas non se moven no ceo realmente por causa da paralaxe: o astrónomo inglés Edmund Halley descubriu en 1718 que se moven por si mesmas, denominando este feito como *movemento propio*. Así, o Sol tamén se moverá, e chámasele *ápex* ó punto cara o que se move; que ten por coordenadas ecuatoriais  $(\alpha, \delta) = (270^\circ, 30^\circ)$ . Este movemento propio do Sol verase reflectido en características como a velocidade radial -movemento cara ou en contra ó Sol- e o movemento propio do resto de estrelas veciñas.

A paralaxe dinámica de cúmulo estelares en movemento (ou tamén, *método do punto de converxencia*) baséase no feito de que a velocidade radial de todas as estrelas do cúmulo é a mesma respecto do Sol; así poderemos calcular a distancia a cada unha das estrelas do cúmulo. Este método foi o utilizado para medir a distancia ó cúmulo estelar aberto Híades, feito por primeira vez no ano 1908 por Boss. Dende o seu centro sitúase a aproximadamente  $47 \text{ pc}$  (ou  $152 \text{ a.l.}$ ), sendo o obxecto máis próximo do seu tipo.

Por un efecto de perspectiva, cando se observa un cúmulo aberto apréciase que o conxunto móvese cara un certo punto -*punto de converxencia*-; chamémoslle  $K$ . A partir disto, poderemos obter a distancia da forma que segue.

Consideremos unha estrela do cúmulo. Seguindo a figura, o ángulo que forma a nosa visual coa velocidade da estrela será o mesmo que forma a posición da estrela con  $K$ .

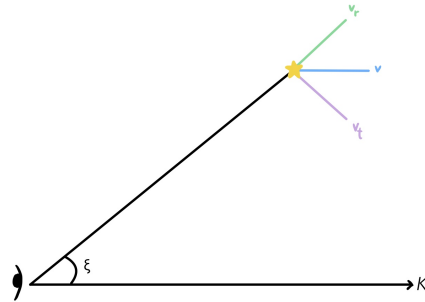


Figura 3.3: Ilústrase o punto de converxencia  $K$ , a descomposición da velocidade en velocidade tanxencial e radial e a distancia angular  $\xi$ .

Chamémoslle  $\xi$  a dita distancia angular. Sábese que a velocidade se descompón en dúas compoñentes, a radial e a tanxencial, de xeito que no sentido da visual:

$$\begin{aligned} v_t &= v \operatorname{sen} \xi \\ v_r &= v \cos \xi \end{aligned} \quad (3.12)$$

Deberemos ver entón como obter cada unha das compoñentes. Para isto, introducimos o concepto de efecto Doppler: é o cambio na lonxitude de onda que experimenta unha radiación debido ó movemento relativo do foco emisor e o receptor; de xeito que si o foco emisor se afasta, a lonxitude de onda emitida é menor que a recibida; pola contra si se acerca, a lonxitude de onda emitida será maior que a recibida. Grazas ó efecto Doppler do seu espectro podemos coñecer a velocidade radial, de xeito que si analizamos as liñas espectrais producidas polos átomos da estrela emisora e denotamos  $\lambda'$  á lonxitude de onda recibida e  $\lambda$  á emitida, tense a relación:

$$\lambda' = \lambda \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) \Leftrightarrow v_r = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda} - 1\right) \quad (3.13)$$

onde  $v_r$  é a velocidade radial e  $c$  a velocidade da luz.

Doutra banda, se  $\mu$  é o movemento propio e  $d$  a distancia que buscamos, tense que a compoñente tanxencial da velocidade cumpre, por [4]:

$$v_t = \mu d \quad (3.14)$$

así, desdexando e utilizando (3.13) e (3.14), obtemos:

$$d = \frac{v_t}{\mu} = \frac{v \operatorname{sen} \xi}{\mu} = \cos \xi \frac{v \operatorname{sen} \xi}{\mu \cos \xi} = \frac{v_r \tan \xi}{\mu} \quad (3.15)$$

Usualmente  $\mu$  virá dado en segundos de arco por ano e  $v_r$  en quilómetros por segundo, polo que se queremos expresar  $d$  en parsecs teremos que dividir a expresión anterior por

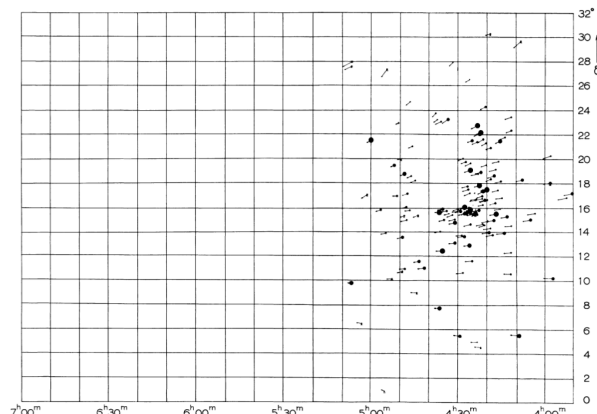


Figura 3.4: Movemento propio do cúmulo Híades [15].

4,74047, xa que  $1 \text{ u.a./ano} = 4,74047 \text{ km/s}$ :

$$d = \frac{v_r \tan \xi}{4,74 \mu} \quad (3.16)$$

Na práctica, o procedemento é o seguinte: dado un conxunto de estrelas do cúmulo e as súas velocidades radiais  $v_r^i$  e movementos propios  $\mu_i$ , a distancia ó cúmulo virá dada por  $d$ :

$$d = \frac{\overline{v_r} \tan \xi}{4,74 \overline{\mu}} \quad (3.17)$$

onde  $\overline{v_r}$  é a media de todas as velocidades radiais e  $\overline{\mu}$  é a media dos movementos propios. Deste xeito terá un carácter estatístico, razón pola que a este método tamén se lle chama *paralaxe estatística*.

### 3.3.1. Exemplo: Cúmulo das Híades

No caso do cúmulo das Híades, que segundo [4] consta de 300 estrelas nunha esfera de aproximadamente  $12 \text{ pc}$  de diámetro, en Perryman, M.A.C. et al. [17] apórtanse datos recollidos por *Hipparcos* que mostran para  $\xi = 33^\circ$ ,  $\mu = 100 \text{ mas/ano}$  e  $v_r = 40 \text{ km/s}$ , que:

$$d = \frac{v_r \tan \xi}{4,74047 \mu} = \frac{40 \tan(33)}{4,74047 \cdot 0,1} = 54,8$$

expresado en parsecs; algo lonxe do valor que comentabamos anteriormente -xa que só se emprega un dato-, pero dentro do diámetro que falábamos.

No cadro 3.4 recolleemos os datos para 13 estrelas no cúmulo das Híades. Caben destacar HIP 20205, HIP 20455, HIP 20885, HIP 20889 e HIP 20894, coñecidas como  $\gamma$ -Tau,  $\delta'$ -Tau,



Figura 3.5: Cúmulo das Híades [16].

$\theta'$ -Tau,  $\epsilon$ -Tau, e  $\theta^2$ -Tau respectivamente, sendo as máis brillantes do cúmulo e todas elas xigantes.

Para cada unha das estrelas do cadro, temos as medidas do movemento propio  $\mu$  e da velocidade radial  $v_r$ ; así como o valor da tanxente de  $\xi$  supoñendo que  $\xi = 33^\circ$ . Seguindo o procedemento práctico, efectúanse as medias, de xeito que:

$$\overline{v_r} = 39,66462$$

$$\overline{\mu} = 0,1039769$$

e facendo a media, obtense a seguinte distancia media ó cúmulo expresada en parsecs:

$$d = \frac{\overline{v_r} \tan \xi}{4,74 \cdot \overline{\mu}} = \frac{39,66462 \tan \xi}{4,74 \cdot 0,1039769} = \frac{22,2425033}{0,49285051} = 45,13$$

A distancia aceptada actualmente segundo SIMBAD é de 47.5 pc (21'052 mas), polo que observamos que aínda utilizando tan só 13 estrelas e tendo en conta que se utilizou o mesmo valor de  $\xi$  para todas elas, obtense unha medida bastante próxima á verdadeira.

Estrela	$\mu$ (arcsec/ano)	$v_r$ (km/s)	$\tan \xi$	$\alpha$	$\delta$
HIP 18170	0.143790	35.0	0.5607643102	03 <sup>h</sup> 53 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup> 96	17°19'37"8
HIP 19554	0.147852	36.6	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>	05°31'23"
HIP 20205	0.11546	39.25	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> 6	15°37'39"51
HIP 20261	0.109038	36.2	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 36 <sup>s</sup>	15°05'43"
HIP 20455	0.100780	39.65	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> 56 <sup>s</sup> 1	17°32'33"
HIP 20885	0.10497	40.17	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup> 49	15°57'43"84
HIP 20889	0.11819	39.37	0.5607643102	4 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> 36 <sup>s</sup> 99	19°10'49"54
HIP 20894	0.1117	38.9	0.5607643102	4 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> 39 <sup>s</sup>	15°52'15"
HIP 20901	0.103866	39.9	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> 50 <sup>s</sup>	13°02'51"
HIP 21589	0.10240	44.7	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup>	12°30'38"
HIP 22157	0.066554	43.0	0.5607643102	04 <sup>h</sup> 46 <sup>m</sup> 01 <sup>s</sup>	11°42'19"
HIP 23497	0.06888	38.0	0.5607643102	05 <sup>h</sup> 03 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup>	21°35'23"
HIP 24019	0.05822	44.9	0.5607643102	05 <sup>h</sup> 09 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup>	28°01'48"

Cadro 3.4: Datos recollidos para o cúmulo Híades. A primeira columna indica o denominación da estrela segundo o catálogo Hipparcos,  $\mu$  o movemento propio (SIMBAD),  $v_r$  a velocidade radial [17],  $\alpha$  a ascensión recta (SIMBAD) e  $\delta$  a declinación (SIMBAD).



## Capítulo 4

# Técnicas fotométricas de determinación de distancias

Previamente a introducir as denominadas técnicas fotométricas, desenvolveremos os conceptos de sistema fotométrico e de cámara CCD pola súa utilidade no que segue.

### 4.1. Sistemas fotométricos e cámaras CCD

Os **sistemas fotométricos** en Astronomía son un conxunto de estrelas e certos filtros fotográficos que se utilizan para determinar o brillo dos astros. O método seguido para cada estrela é unha medida da intensidade en distintas zonas sensibles de lonxitude de onda; establecidas por estes sistemas.

O primeiro en ser utilizado foi o chamado *sistema fotométrico de 3 cores UB*V, determinado e definido por H. Johnson e W. Morgan no ano 1953: mídese a lonxitude de onda do ultravioleta (U), o azul (B) e o visible (V); e despois calcúlanse as correspondentes magnitudes. Este sistema ven definido polas lonxitudes de onda seguintes:

$$\lambda_U = 3700 \text{ \AA}, \quad \lambda_B = 4450 \text{ \AA}, \quad \lambda_V = 5500 \text{ \AA}$$

Co sistema UB

V, denomínase *índice de cor* ás diferencias entre unhas magnitudes e outras, é dicir,  $(U - B)$ ,  $(B - V)$ , e  $(U - V)$ ; sendo moi útil no sentido de que encontraremos a banda espectral na que se pode rexistrar a emisión máis alta de luz, e pola Lei de Wien o tipo espectral da estrela dada. Dita lei, establece que:

$$\lambda_m = \frac{0,2898}{T} \tag{4.1}$$

onde  $\lambda_m$  é a lonxitude de onda na cal se emite o máximo de enerxía e  $T$  a temperatura absoluta do corpo negro.

Como nota, se abreviamos  $m_U = U$  e  $m_B = B$  como as magnitudes nas lonxitudes de onda ultravioleta e azul respectivamente (por exemplo), entón se

$$U - B > 0$$

as intensidades cumprirán  $I_U < I_B$ .

O sistema fotométrico máis coñecido é o *Johnson-Cousins (UBVRI)*, que mide as lonxitudes de onda ultravioleta (U), azul (B), visual (V), vermello (R) e infravermello (I).

Doutra banda, unha **cámara CCD** (do inglés *charge-coupled device*) é un tipo de cámara composta por un chip de silicio que se coloca no foco do telescopio. O chip ten unha forma rectangular ou cadrada formada por píxeles; nos cales hai dispostos diodos de silicio sensibles a baixos niveles de iluminación. Cando se efectúa unha observación, os fotóns das imaxes das estrelas caen no chip e interaccionan co silicio, converténdose en electróns que son recollidos normalmente por un ordenador. Así, posteriormente pasan a unha memoria e serán procesadas cun software de tratamento de imaxes.

As cámaras CCD máis grandes poden ter incluso 4096 x 4096 píxeles e son practicamente lineais, de xeito que o número de electróns é directamente proporcional ao número de fotóns. Destácase tamén que o número de electróns por fotón incidente (eficiencia cuántica) é alto, de forma que a súa sensibilidade é o maior posible no rango de lonxitude de onda vermella (600 – 800 nm). [4]

## 4.2. Fundamentos das paralaxes fotométricas

Tamén coñecidas como paralaxes fotométricas, baséanse na seguinte igualdade que xa introducimos na sección 1.4:

$$m - M = 5 \log(d/10 \text{ pc}) \quad (4.2)$$

onde  $m$  e  $M$  son as magnitudes aparente e absoluta respectivamente e  $d$  a distancia ó obxecto observado. Este método resultará moi útil cando se aplica á chamada *candela estándar*: un obxecto astronómico que posúe unha propiedade coñecida ou unha luminosidade que permite deducir a distancia -por exemplo, as estrelas variables, cúmulo estelares, supernovas, etc.-. As candelas estándar son os indicadores por excelencia de distancias galácticas e extragalácticas.

Existen diferentes métodos para medir o brillo dunha estrela, véxase a fotometría visual e a fotográfica con axuda dun *fotómetro*; dispositivo que é capaz de medir a cantidade

de fotóns nun feixe de luz. En particular, en astronomía utilízanse para poder recoller a cantidade de luz que chega dunha astro.

Un tipo importante de dispositivo para realizar medidas fotométricas é a cámara CCD: escollendo un determinado sistema fotométrico e filtros de cor, determínanse os brillos das estrelas que aparecen na imaxe cunha precisión de aproximadamente 0.001 magnitudes.

A continuación faremos unha análise das principais candelas estándar: cefeidas, supernovas, cúmulos globulares, estrelas novas e nebulosas planetarias.

### 4.3. Cefeidas

O termo *cefeida* ten a súa orixe en  $\delta$ -Cephei, sendo a primeira estrela deste tipo descuberta. Xa se introduciran as cefeidas como un tipo de estrela variable pulsante no capítulo 1 do traballo, aínda que agora desenvolveremos o tema máis a fondo. Describamos o fenómeno da pulsación: a compresión dun elemento gasoso resulta nunha perda de enerxía, pero preto do límite da zona de ionización dun elemento abundante, o gas pode absorber o calor cando está o máis comprimido posible e libéralo tras o instante de máxima densidade. Se esta interacción ocorre nun radio de resonancia no interior da estrela, prodúcese a pulsación.

As cefeidas atópanse maioritariamente en galaxias espirais e irregulares, e non en galaxias elípticas xa que son moi masivas: como se menciona en [4] son superxigantes I e da clase espectral F-K. Son moi luminosas, con luminosidade no rango de  $M_V = -7$  a  $M_V = -2$ . Teñen períodos de entre 1 e 50 días e a súa curva de luz é regular e tan característica que permite identificalas sen ambigüidade.

En 1912 Henrietta Swan Leavitt descubriu a relación entre o período dunha cefeida e a súa luminosidade observando cefeidas na Pequena Nube de Magalláns, de xeito que:

$$\langle M \rangle = a \log P + b \quad (4.3)$$

onde  $M$  é a magnitude absoluta da estrela e  $P$  o período en días, e os parámetros  $a$  e  $b$  dependerán das bandas onde se mida a magnitude. Dita relación ten unha dispersión de  $\sim 0.3\text{mag}$ .

Por todas as súas características, segundo o artigo de Jacoby, G.H. et al. [18] son, por excelencia, os indicadores de distancia máis precisos nun radio de 0.5 *kpc* a 10 *Mpc*. Ademais, as operacións necesarias para atopar e usar as cefeidas son as mesmas para calquera rexión do espectro visible.

Antes de continuar é convinte definir o concepto de relación de sinal-ruído, tal e como ven en [19]. Esta relación é o cociente entre potencia da sinal entre a potencia do ruído,

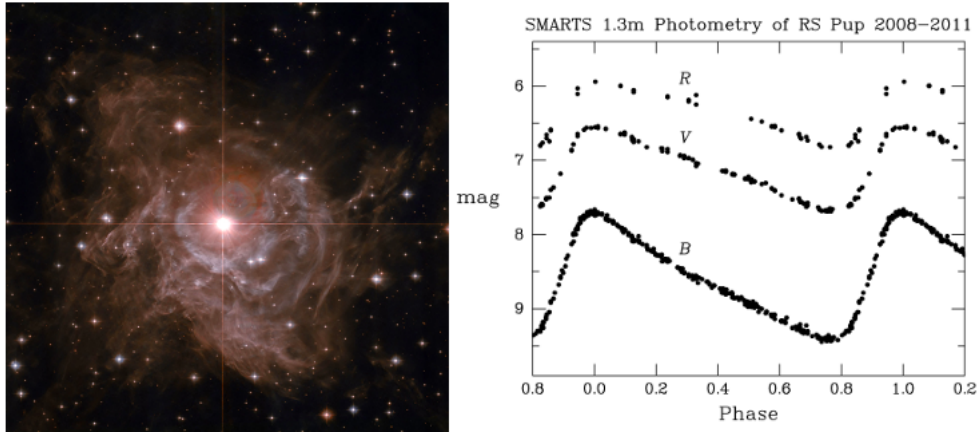


Figura 4.1: Á esquerda, a estrela variable cefeida RS Puppis [20]. Á dereita móstrase a curva de luz de RS Puppis, onde R, V e B indican o sistema fotométrico Johnson-Cousins (Kervella, P. et al. [21]).

considerando o ruído como calquera sinal indesexable no sistema. Neste caso, poderíase falar de ruído cósmico, que é o xerado polo espazo exterior (véxase xerado pola Vía Láctea, o Sol e outras estrelas, etc.).

Pódese falar da calibración e incertezas que implica o estudo das cefeidas, partindo do artigo [18]. No caso da luminosidade, é complicado calibrala con alta precisión pola súa baixa densidade espacial -pois son estrelas masivas nunha fase evolutiva moi breve-. As cefeidas máis próximas atópanse a uns 200  $pc$  de distancia, e se usamos un método de paralaxe trigonométrica, para obter unha precisión do 5% requírese unha precisión de 0.25  $mas$  na medida do ángulo de paralaxe  $\pi$ . A dificultade para lograr esta precisión vese incluso exacerbada polo brillo das cefeidas en relación ás estrelas do campo -que pode haber unha diferenza de 8 magnitudes ou máis-, polo que incluso ata para as cefeidas máis próximas unha precisión do 10% é moi optimista.

Unha alternativa á paralaxe trigonométrica entón podería ser a paralaxe estatística, unha técnica competitiva polo aumento lineal da relación sinal-ruído do movemento propio, pero que segue a afrontar o problema das diferenzas de brillo para as estrelas de referencia do campo para o movemento propio.

En canto ao radio, se o radio medio dunha cefeida se pode determinar por medios independentes, unha medida do tamaño angular determinaríase entón a súa distancia. Para medir o radio angular pódese facer de dous xeitos: unha medición directa ou inferencia a partires da fotometría tras corrixir o envermellamento. O envermellamento é un fenómeno

que consiste en que a composición espectral da radiación das estrelas -sobre todo das afastadas-, resulta ser diferente á das estrelas da mesma clase espectral, debido á presenza dunha substancia no medio interestelar que absorbe a luz. Dita diferenza é debida á falta de radiación na zona azul do espectro, o que conduce a un envermellamento aparente deste [2].

As técnicas directas para obter o radio medio dunha cefeida inclúen a ocultación lunar e a interferometría de Michelson.

A primeira restrínxese a estrelas próximas á eclíptica, de xeito que utilizando  $\zeta$  Gemorum, X Sagittarii e W Sagittarii, Ridgway et al. mediron en 1982 o radio angular de  $\xi$  Gem, cunha precisión bastante baixa (20 %), segundo [18]. Baséase en que cando unha estrela é ocultada polo limbo escuro da Lúa, a intensidade observada da súa luz cae a cero nun tempo moi curto; propondo MacMahon en 1909, que o tempo de desaparición podería interpretarse en función do diámetro da estrela. Estimou desta maneira que unha estrela de diámetro 0.001 segundos de arco debería desaparecer en 1/500 de segundo (Nather, R.E, S. Evans, D. [22]).

A interferometría de Michelson baseada en terra, por outra parte, é prometedora, e basease en que dado o instrumento fotométrico utilizado e limitando a súa pupila a dúas aperturas circulares suficientemente pequenas, a superposición de ambas imaxes crea un patrón de interferencia -fraxas de Young-. A visibilidade de estas fraxas é función do diámetro angular da estrela e da distancia entre as aperturas (Rodier, F., Lena, P. [23]).

Cabe destacar que a interferometría non sofre os problemas de calendario e restricións de posición que a ocultación lunar si.

Partindo de que se usa un dispositivo CCD, o proceso de recoñecemento dunha estrela como cefeida é exhaustivo: en primeiro lugar, tomaranse series de imaxes -unha tras outra- dun certo campo, despois mídense os fluxos de todas as estrelas en cada unha das imaxes; detéctanse cales son variables e vólvense a observar. Posteriormente, represéntase a magnitude fronte ao tempo de observación e finalmente obtense o período  $P$ . Unha vez que coñecemos o período, procédese a calcular a magnitude absoluta  $M$  a partir da relación período-luminosidade. Finalmente, tras de medir a magnitude aparente  $m$ , utilízase a ecuación (4.2) para obter a distancia.

## 4.3.1. Exemplo: M101



Figura 4.2: Galaxia do Molinete M101 [24].

O método das cefeidas é realmente interesante para estudar a distancia á que se encontran, por exemplo, as galaxias. Neste apartado veremos algúns exemplos utilizando a ferramenta de Java ALADIN; un atlas interactivo do ceo no que se pode visualizar imaxes de calquera parte do ceo e superpoñer datos de táboas e catálogos de distintos arquivos astronómicos (para máis información, consultar Apéndice A). O proceso co software é sinxelo:

- Cárgase o paquete de datos desexado.
- Unha vez cargado e visualizado, selecciónanse todos os datos e créanse dúas novas columnas: M e distancia, que nos darán acabarán dando a distancia á que se encontran todas as estrelas seleccionadas.

Tomaremos como exemplo o paquete de datos *J/ApJ/463/26/table1* do servidor VizieR (consultar Apéndice A), onde se nos presentan datos de 29 estrelas cefeidas na galaxia espiral M101 -ou tamén coñecida como galaxia do Molinete-. Os datos fotométricos utilizados pódense consultar en ALADIN; no Apéndice B do traballo mostramos os datos observados para unha das cefeidas a modo de exemplo. As cefeidas observadas son as seguintes:

Número de cefeida	Período (días)	Posición no eixe X (pix)	Posición no eixe Y (pix)
1	58.54	82.1	133.9
5	47.1	712.0	233.5
6	45.8	179.3	271.9
7	43.0	329.1	670.1

19	43.0	517.3	783.3
20	42.5	148.4	205.9
8	41.0	284.0	211.7
9	38.0	326.8	72.4
10	37.6	302.0	754.3
21	33.5	272.5	727.9
12	33.5	343.9	235.6
13	32.0	205.0	497.7
22	27.3	300.2	469.7
23	25.6	178.0	509.4
14	25.0	619.3	451.3
11	23.7	389.1	202.2
24	23.5	81.1	242.1
15	23.4	306.5	218.8
16	22.8	710.4	662.8
25	19.35	294.4	517.6
2	18.2	194.2	334.2
26	17.7	35.6	300.3
27	17.2	454.5	62.2
28	16.7	519.1	604.0
3	16.67	327.7	457.5
17	16.45	371.5	302.3
4	14.27	411.8	134.9
29	14.0	73.8	182.6
18	13.0	69.7	141.7

Cadro 4.1: Datos das cefeidas utilizadas no exemplo, ordenadas en orde decrecente do período. Extraído de ALADIN.

Traballaremos cos datos fotométricos recollidos na banda V, de forma que a fórmula que relaciona a magnitude  $M_V$  co período é a seguinte, segundo Feast e Walker (1987) [18]:

$$\langle M_V \rangle = -2,78 \log P - 1,35 \quad (4.4)$$

En primeiro lugar cargamos o paquete de datos, e na táboa de datos engadiremos dúas columnas: unha para o cálculo da magnitude  $M_V$  e outro para o cálculo da distancia, que

Figura 4.3: Á esquerda, o cálculo da columna  $M_V$ . Á dereita, o cálculo da columna de distancia. Feito con ALADIN.

expresaremos por comodidade en millóns de anos luz. Para crear a columna que nos dará a magnitude só temos que introducir a ecuación (4.4) do xeito que se ve na primeira imaxe da Figura 4.3. Unha vez creada, engadimos a columna que nos permite calcular a distancia -e baseada na igualdade (4.2)- que se observa na Figura 4.3, onde a multiplicación por 3,26 é para pasar a saída de parsecs a anos luz e a división por  $10^6$  para transformar a millóns de anos luz.

Finalmente, dado que ALADIN permite copiar as saídas en formato de táboa Excel, utilizando dito programa efectúase a media de todas as distancias obtidas en ALADIN, o que resulta en que M101 atópase a 26,069 millóns de anos luz (7.9927  $Mpc$ ). Para facer unha comparativa, en SIMBAD atopamos a distancia medida en 2019 de 7.1121  $Mpc$ . Todo o proceso realizado baséase no artigo [25].

#### 4.4. Supernovas

Xa introducimos as supernovas no capítulo 1 do traballo e neste apartado basearémonos de novo no artigo [18].

As supernovas son fontes -puntuais- moi luminosas, véxase  $M_B \sim -19.5$ . Antes de comezar a falar do método, é convinte facer unha clasificación dos tipos de supernova. Así, veremos que as diferencias son principalmente espectroscópicas [26], e faise especial fincapé nas de tipo SNe Ia.

- Tipo Ia (SNe Ia): presentan unha liña de silicio no espectro e non presentan helio. Este tipo de supernova caracterízase por ter lugar nun tipo moi específico de sistema binario: unha das estrelas é unha anana branca e outra unha xigante vermella. O que ocorre é o seguinte: durante a maior parte da súa vida, as dúas estrelas son similares

pero chegado un momento unha das dúas entra antes en fase xigante vermella. Neste momento, a anana branca ten unha densidade tan grande que comeza a absorber á súa veciña ata que alcanza o límite de Chandrasekhar ( $1.4 M_{\odot}$ ). Neste instante, as partículas da anana branca non poden soste-lo tanta presión e liberan enerxía de forma que emiten unha onda de choque que destrúe á estrela. Por iso mesmo se observa unha explosión tan luminosa.

- Tipo Ib: Non presentan hidróxeno pero si helio, e non hai absorción de silicio.
- Tipo Ic: Similares ás Ib mais o seu espectro indica que non presentan nin hidróxeno nin helio na súa composición, e tampouco silicio.
- Tipo II (SNe II): Teñen fortes liñas de hidróxeno.

Tamén cabe destacar a definición de extinción estelar. A extinción estelar é un termo físico para facer referencia a absorción e dispersión parcial ou total dunha radiación electromagnética ao atravesar certo medio. [27]

De agora en adiante nesta sección basearémonos en [18]. Centraremos o estudio nas supernovas de tipo Ia pois as de tipo II teñen un rango moi amplo de magnitudes absolutas máximas, co cal non son útiles como candelas estándar. Por outro lado, as de tipo Ib ou Ic sí son boas candelas estándar, pero as mostras actuais son reducidas e son menos luminosas que as do tipo Ia. Ademais, asumimos que as supernovas de tipo Ia son resultado da detonación dunha anana branca no límite de masa de Chandrasekhar ou moi preto, e que outra razón para traballar con elas é que están presentes en poboacións estelares antigas de todas as galaxias, tal e como cita [18].

Numerosas análises de mostras non restrinxidas de SNe Ia produciron valores de dispersión no pico de  $M_b$  que son consistentes cos resultados de Kowal en 1968 como se cita en [18], que obtivo  $\sigma = 0,6$  mag. En mostras de máis aló do Supercúmulo Local obtivéronse dispersións aínda máis pequenas de 0.3-0.5 mag (entre outros autores e nomeados en [18], Branch e Bettis en 1978, en galaxias elípticas por Tammann en 1978, Cadounau et al., en 1985; no cúmulo de Virgo por Tammann en 1978, Capaccioli et al., no 1990; e no cúmulo Coma por Barbon en 1978 e Capaccioli et al. no 1990).

Diferentes autores trataron de subdividir as supernovas SNe I -antes de que se recoñecesen as SN Ib e SN Ic como outros subtipos separados- en subclases fotométricas que poden ter distintas luminosidades. Entre eles, Barbon et al., en 1973 [18] dividiron as SNe I en dous tipos: as que tiñan curvas de luz *rápidas* e as que a tiñan curvas de luz *lentas*, vendo evidencias de que os eventos rápidos eran máis luminosos que os lentos, aínda que en 1975 concluíron que non había unha diferenza significativa no brillo. Doutra banda,

Rust en 1974 clasificounas segundo o declive da curva de luz e atopou correlación co brillo (Vaucouleurs e Pence, 1976).

En estudos máis recentes, segundo [18], Leibundgut e Tammann (1990) encontran que cando unha mostra no Cúmulo de Virgo se restrinxe a seis supernovas SNe Ia para as que se dispón de fotometría fotoeléctrica B (é dicir, fotometría obtida dun fotómetro acoplado a un telescopio [28]), a dispersión da magnitude bolométrica absoluta  $M_B$  é de só  $\sigma = 0,18$  mag; e sen correccións de extinción para unha mostra de 7 SNe Ia unha dispersión de  $\sigma = 0,41$  mag. Isto último podería deberse á peor calidade da fotometría ou á profundidade intrínseca do cúmulo. Conclúen entón que a dispersión intrínseca entre as SNe Ia do Cúmulo de Virgo podería ser insignificante.

A evidencia actual favorece unha pequena dispersión intrínseca para as SNe Ia ordinarias, que pode ser de  $\sigma = 0,3$  mag. A partires dunha mostra de 35 supernovas SNe Ia, Tammann e Leibundgut (1990) [18] infiren que:

$$M_b = -18,13 \pm 0,08 + 5 \log h \quad (4.5)$$

onde  $h$  é a constante de Hubble -constante que aparece na expresión matemática da Lei de Hubble, expresada como  $100 \frac{km}{s \cdot Mpc}$ , farase fincapé nesta constante no apartado de conclusións-.

Doutra banda, os autores Miller e Branch obteñen en 1990 segundo [18] para unha mostra de 40 SNe Ia,

$$M_b = -18,36 \pm 0,04 + 5 \log h \quad (4.6)$$

Tammann e Leibundgut non aplican correccións por extinción estelar da galaxia nai, ao contrario que Miller e Branch, e é por isto que se obtén dita diferenza nas igualdades anteriores. A estimación máis precisa dispoñible para a magnitude absoluta intrínseca é a obtida por Miller e Branch para nove SNe Ia en galaxias elípticas:

$$M_b = -18,13 \pm 0,11 + 5 \log h \quad (4.7)$$

Segundo [18], a magnitude aparente media de SNe Ia no Cúmulo de Virgo é de  $m_b = 11,9 \pm 0,1$  (Tammann e Leibundgut, 1990), que combinada coa medida de extinción de fondo de  $A_B = 0,06$  (Burnstein e Heiles, 1984) leva a unha distancia a Virgo de  $19,4 \pm 5$  Mpc.

Cabe destacar que coas técnicas actuais, as supernovas SNe Ia están a identificarse moito máis frecuentemente, e moitas delas sendo observadas con dispositivos CCD.

#### 4.4.1. Exemplo: SN 1054

Pola imposibilidade de obter datos para tratar o exemplo coa teoría exposta, levaremos acabo a medición da distancia dun xeito alternativo utilizando a ferramenta ALADIN. Este proceso baséase nas nebulosas gasosas que deixan como remanente as supernovas, que son moi poucas as coñecidas hoxe en día - polo que non se predispoñen de datos suficientes-, polo que neste exemplo faise uso das guías educativas do Observatorio Virtual desenvoltas no marco dos proxectos EuroVO-AIDA (INFRA-2007-1.2.1/212104) e SVO (AyA2008-02156), [29].

Procederemos entón a calcular a distancia á famosa Nebulosa do Cangrexo, unha dos remanentes de supernova mellores coñecidos ata agora. Preséntanse os seguintes datos: a primeira observación da supernova SN 1054 ocorreu no ano 1054, polo que o imos a tratar como o ano de explosión. Doutra banda, apórtase a velocidade da expansión do remanente, tendo o valor de  $v_{exp} = 1500 \text{ km/s}$ . Estes dous valores son vitais para poder achar o tamaño da nebulosa e, posteriormente, a distancia á que se encontra. O proceso para o cálculo do tamaño é o seguinte:

- 1. Iniciamos ALADIN Desktop
- 2. Cargamos o servidor de imaxes DSS e seleccionamos *DSS from ESO (Garching/Deutschland -DSS.ESO)*
- 3. Escribimos no recadro de obxecto tal e como se mostra na Figura 4.4. Vese tamén que se escolleu en Sky Survey a opción DSS2 - infrared - POSS2UKSTU\_IR, co cal a imaxe cargada sairá tomada en infravermello. Podemos volver a repetir este proceso pero seleccionando DSS2 - red - POSS2UKSTU\_Red, de xeito que cando as dúas imaxes estean cargadas, pódense combinar coa ferramenta rgb e obteremos unha fotografía a cor. Isto último é opcional, valería con cargar só, por exemplo, a imaxe en vermello.

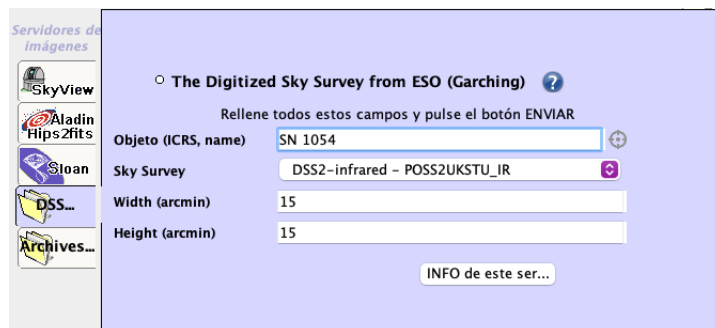


Figura 4.4: Buscador de obxecto en ALADIN.

- 4. A continuación clícase sobre o plano da imaxe, por exemplo, no primeiro, e volvemos clicar en propiedades. Aquí, apúntase o valor mostrado en *Época*, que nos da a data na cal foi tomada de observación. Obtense  $T_1 = 1998,074$ .

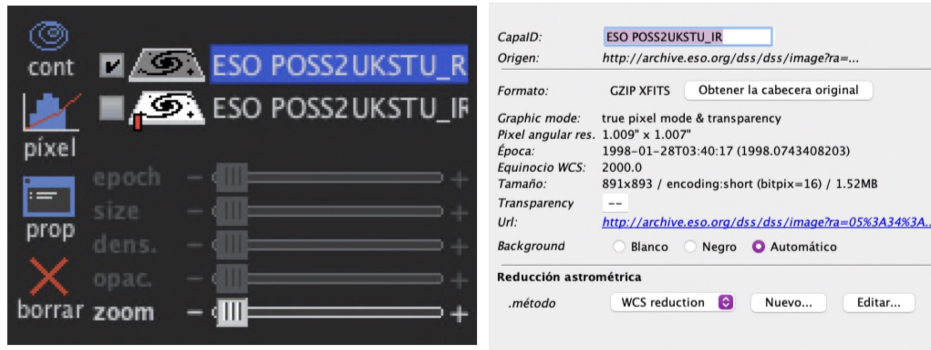


Figura 4.5: Na imaxe da esquerda temos a selección do plano do que se falaba no paso 4. Á dereita, observamos información sobre a imaxe do plano, de onde podemos obter a *Época*.

- 5. Sábese que a supernova explotou no ano 1054, polo que o tempo transcorrido dende a explosión ata o momento de observación anterior é de  $T = T_1 - 1054 = 944,074$  anos  $= 2,977 \cdot 10^{10}$  s.
- 6. Sabendo o valor da velocidade de expansión procedemos finalmente a calcular o tamaño  $R$  da nebulosa, xa que:

$$R = T \text{ (s)} \cdot v_{exp} \text{ (km/s)} = 2,977 \cdot 10^{10} \cdot 1500 = 4,4655 \cdot 10^{13} \text{ km} = 1,447 \text{ pc}$$

onde na última igualdade se utilizou que  $1 \text{ pc} = 3,085 \cdot 10^{13} \text{ km}$ .

A partir destes cálculos, facemos a medición do radio angular (máximo)  $r$  da nebulosa coa ferramenta ALADIN. É tan sinxelo como clicar na ferramenta *dist* e comezando no centro, arrastramos ata a parte máis externa da nebulosa, e a cifra que se amosa é o radio angular en unidades de segundo de arco -ver Figura 4.6-. Para o centro, este amósase xa marcado por ALADIN unha vez que se carga a imaxe, e para o punto da parte máis externa a escolla é aproximada, polo que si se colle un punto demasiado interior pódese obter unha distancia demasiado grande (do mesmo xeito, a escolla dun punto demasiado exterior pode levar a unha distancia máis pequena do debido). Na noso caso, obtemos que  $r = 3,08'$ .

O próximo paso é converter  $r$  a radiáns:

$$r = 3,08' = 184,4'' = 8,96 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$



Figura 4.6: Medida do raio angular  $r$ . Feito con ALADIN

Finalmente, obtense a distancia  $d$  en parsecs, grazas á fórmula do diámetro angular:

$$d = \frac{R}{r} = \frac{1,447}{8,96 \cdot 10^{-4}} = 1614,9 \text{ pc} = 1,6149 \text{ kpc}$$

A distancia real estímase arredor de 2  $kpc$ , polo que vemos que o resultado obtido é relativamente próximo tendo en conta o método utilizado.

## 4.5. Cúmulos globulares

Como se viña dicindo no capítulo 1, os cúmulos globulares son un tipo de cúmulo estelar que en particular teñen forma esférica e de aproximadamente 100 *a.l.* de diámetro. No que segue basearémonos nas observacións feitas en [18].

A magnitude media deste tipo de cúmulos varía normalmente entre  $M_V = -7$  a  $M_V = -7,5$ ; incluso algún cúmulo que se atope nas galaxias xigantes de tipo elíptica pode ter unha magnitude de ata  $M_V = -11$ , polo que son o suficientemente luminosos como para consideralos candelas estándar.

A modo de historia segundo [18], Baum en 1955 foi o primeiro en publicar o uso dos cúmulos globulares en galaxias elípticas como indicadores de distancia, comparando os máis luminosos da galaxia M87 (*Virgo A*) cos da M31 (*Andrómeda*). Posteriormente, entre 1968 e 1974, en [18] fálase de que Racine, Sandage, Van den Bergh, De Vancouleurs e Hodge procuraron comparar máis cúmulos nas galaxias de Virgo e do Grupo Local sen éxito, pois a densidade de cúmulos era moi diferente á das galaxias elípticas, o que implicaría grandes diferencias estatísticas na luminosidade real dos cúmulos máis luminosos.

Así, foi Racine quen a principios dos anos 70 suxeriu que a función de luminosidade do conxunto de cúmulos globulares dunha galaxia tiña unha estrutura identificable e que debía conter moita máis información sobre a distancia que do que só os cúmulos máis luminosos. Entón a partires desta conclusión, foi Hanes quen entre 1977 e 1979 utilizou mostras fotográficas de cúmulos arredor de galaxias elípticas de Virgo, utilizando así estes cúmulos como candelas estándar. Posteriormente, a chegada dos dispositivos CCD permitiu observar cúmulos moi luminosos en galaxias moi distantes (ata 100 *Mpc*).

En canto ao método, vaise basear no que se chaman *funcións de luminosidade dos cúmulos globulares* (GCLFs), que non deixan de ser o número  $\phi(m)$  relativo de cúmulos globulares en función da magnitude  $m$ . Se se representa nun gráfico a GCLF para as galaxias xigantes elípticas de Virgo (que son as máis estudadas), entón  $\phi(m)$  caracterízase por dous parámetros: o nivel de magnitude de rotación ou punto de rotación  $m_0$  onde a poboación de cúmulos alcanza un máximo; e a dispersión  $\sigma(m)$  -desviación típica da distribución-. Entón as observacións mostran que unha función gaussiana do tipo:

$$\phi(m) = Ae^{-(m-m_0)^2/(2\sigma^2)} \quad (4.8)$$

con A un factor de normalización que representa a poboación total de cúmulos globulares da galaxia; describe de xeito perfecto o GLFC das maioría das galaxias estudadas; podendo así parametrizar os datos e comparar os GCLF das galaxias.

O uso do método GCLF é sinxelamente o seguinte. O obxectivo da observación dunha galaxia afastada é obter a fotometría dos cúmulos do halo para poder estimar a magnitude de rotación  $m_0$  de forma axeitada. Mediante o axuste dunha función de interpolación analítica ós datos observados ou ben utilizando un axuste de máxima verosimilitude ao LF total obtido, pódense estimar os parámetros da curva  $\{A, m_0, \sigma\}$  e as incertezas. Partindo da ecuación (4.8), o estimador de máxima verosimilitude de  $m_0$ ,  $\hat{m}_0$ , é o que segue:

$$\hat{m}_0 = \bar{m}$$

onde  $\bar{m}$  é a media mostral da mostra  $\{m_1, \dots, m_n\}$  de tamaño  $n$ . Por outra parte, o estimador de máxima verosimilitude  $\hat{\sigma}^2$  de  $\sigma^2$  é:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2}{n}$$

Grazas ós dous parámetros anteriores tamén podemos estimar  $A$ , xa que non deixa de ser:

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

co que:

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}}$$

Así, dada unha mostra de tamaño  $n$ , estimamos os tres parámetros da curva  $\phi(m)$ . Posteriormente, considerando a magnitude absoluta media  $M$  e calquera corrección necesaria para o envermellamento do primeiro plano, obtense directamente o módulo da distancia  $m_0 - M$ .

Cabe destacar que o ideal é que a incerteza  $e(m_0)$  sexa igual a  $\sigma/\sqrt{N}$ , que para unha mostra  $N$  de centos ou máis cúmulos debería ser de  $\pm 0,1$  mag ou menor. Na práctica, o mellor dos casos conduce a un resultado de  $e(m_0)$  aproximadamente  $\pm 0,2$  mag para unha soa galaxia. Tamén, unha boa opción para obter bos resultados é adoptar o GCLF de Virgo, que está ben definido, como función de referencia e axustar outra galaxia a él mediante o axuste da súa distancia respecto a Virgo ata conseguir o menor axuste.

En conclusión, este método funciona mellor nas galaxias xigantes elípticas que conteñen maiores poboacións de cúmulos globulares; non é necesario obter observacións programadas nin repetidas xa que os cúmulos non son variables. Por outra parte, como se aplica a obxectos nos halos de grandes galaxias, o método non sofre problemas observacionais varios como o apiñamento. Por último, cas capacidades actuais, o límite de rango de distancia está arredor dos 50 *Mpc*.

O requisito básico do método é que os parámetros  $\{M, \sigma\}$  non difiran de forma impredecible entre galaxias do mesmo tipo. Un contra importante deste método é que a súa

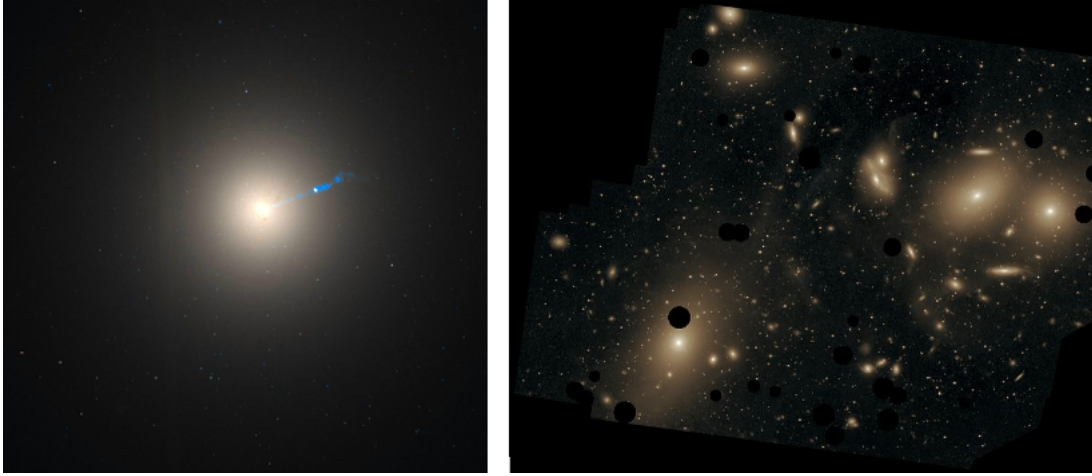


Figura 4.7: Á esquerda, a galaxia elíptica M87 [30]. Á dereita, o Cúmulo de Virgo, no cal podemos distinguir M87 como a galaxia máis grande na parte inferior esquerda. [31].

base física non está moi clara, senón que a motivación do método é máis ben empírica que teórica.

#### 4.5.1. Exemplo: M87

Vexamos como obter a distancia á galaxia M87 facendo uso dos cúmulos globulares, para o que imos considerar o paquete de datos de Vizier J/ApJ/703/42/table1 no software Aladin, que contén a fotometría de 2250 cúmulos globulares galácticos na galaxia espiral M87. Sexa a mostra aleatoria simple formada polas magnitudes na banda V dos 200 primeiros cúmulos. Cos datos destas magnitudes, que se poden atopar no Apéndice C do traballo, obtéñense os seguintes estimadores de máxima verosimilitude:

$$\hat{m}_0 = \bar{m} = 23,96669$$

$$\hat{\sigma}^2 = 2,18607$$

Antes de continuar co exemplo, é conveniente introducir o Cúmulo de Virgo, unha agrupación dunhas 1300 galaxias situada a unha distancia de  $18 \pm 1.2 \text{ Mpc}$  de distancia, cunha magnitude absoluta media de  $M = -6,6$ . M87 é unha galaxia que se encontra neste cúmulo, situada aproximadamente no centro del. Tendo isto en conta, pódese obter o módulo da distancia, tendo en conta que estamos calculando a distancia relativa ó Cúmulo de Virgo:

$$d = 10^{\frac{1}{5}(m-M)} = 10^{\frac{1}{5}(23,96669+6,6)} = 1298189,225 \text{ pc}$$

logo  $d = 1,298189225 \text{ Mpc}$ . Como a distancia que se acaba de obter é relativa ó Cúmulo de Virgo e sábese que este se encontra a unha distancia de  $18 \pm 1,2 \text{ Mpc}$ , sen máis que facer unha operación, a distancia á galaxia elíptica M87 é logo de:

$$18 \pm 1,2 - 1,298189225 \simeq 16,70 \pm 1,2 \text{ Mpc}$$

Segundo SIMBAD, o valor máis actual (2016) recollido para a distancia de M87 é de  $16.52 \text{ Mpc}$ , moi cercano ao valor obtido.

## 4.6. Estrelas novas

As primeiras observacións de estrelas novas en galaxias externas realizáronse, segundo [18], a principios do século XX por Ritchey e Shapley en 1917, cando aínda existía unha confusión entre as novas e as supernovas. O primeiro estudo das novas nunha galaxia externa foi feito por Hubble en 1929 sobre M31.

As estrelas novas son moi luminosas, xeralmente máis que as supernovas, cunhas magnitudes próximas a  $-10 \text{ mag}$ , son moi sinxelas de recoñecer e tamén máis frecuentes que as supernovas. Pertencen a unha poboación estelar antiga, atópanse en galaxias elípticas e nos arcos das galaxias espirais. Estes entornos están relativamente libres de pó e son fotometricamente suaves, polo que as observacións -fora do Grupo Local- son máis sinxelas de interpretar que as cefeidas. A calibración de novas como velas estándar posúe unha dispersión intrínseca relativamente baixa e está ben entendida teoricamente.

Denominaremos no que segue como **MMRD** á relación entre a magnitude absoluta (fotográfica) no máximo de luminosidade dunha nova e a súa taxa de decaemento. Se  $t_i$  representa o tempo que lle leva á nova en descender  $i$  magnitudes dende o máximo, logo a súa taxa de decaemento en  $t_i$  é de  $\frac{i}{t_i}$  (Della Valle, M; Livio, M. [32]). Entón, o método das estrelas novas baséase nesta relación, que foi confirmada e estudada, segundo [18], por McLaughlin (1945, Schmidt (1957) e Pfau (1976). Foi máis tarde discutida e estudada por autores como Cohen e Rosenthal (1983), Hartwick e Hutchings (1978), e Shara (1981). Os últimos tres mostran que as novas máis luminosas son tamén as máis rápidas.

Para poder aplicar o método e utilizar a MMRD, en primeiro lugar é necesario determinar as magnitudes aparentes das novas no momento de máxima luminosidade, e a taxa media de decaemento por riba das 2 magnitudes [18]. Ademais, actualmente a calibración da MMRD realízase na banda B, sendo esencial que as observacións feitas mostreen as curvas de luz das novas coa suficiente frecuencia preto do máximo de luz como para poder estimar a magnitude máxima para as novas máis luminosas.

A calibración pódese levar acabo de dous xeitos, de forma que se utilizamos novas galácticas (novas pertencentes á Vía Láctea); a MMRD será un indicador primario de

distancia (método directo), mais se se utilizan a novas en M31 estaremos calculando unha distancia relativa (a M31) e será un indicador secundario. No primeiro caso, a relación para a nova galáctica ven dada pola Cohen MMRD (1985):

$$M_V^{max} = -9,96 - 2,31 \log \dot{m} \quad (4.9)$$

onde  $\dot{m}$  é a taxa media de decaemento por enriba das dúas primeiras 2 mag dada en  $mag/s$ . A anterior relación ten unha dispersión media de  $\sigma = \pm 0,52 mag$  para o conxunto de datos de Cohen de alta calidade. No segundo caso, obtense unha segunda calibración da MMRD estudando as novas da galaxia M31, e só 1/3 delas teñen unha curva de luz con suficiente información como para ser utilizadas, e só 1/4 un máximo e unha taxa de decaemento que poidan ser ben observados. Segundo [18], referénciase que para Capaccioli et al. (1989) e van den Bergh e Pritchett (1986); a dispersión depende do conxunto de datos escollidos e ronda nas  $0,20 - 0,28 mag$ .

En xeral, a relación MMRD galáctica defínese con moitos menos obxectos que no caso da relación de M31, e calidade tamén inferior. É por isto que en [18] se conclúe que é máis prudente utilizar a relación MMRD de M31 máis que a galáctica, facendo que a distancia dependa da distancia a M31.

Para rematar, destacamos que segundo Pfau, W. [33] a MMRD na banda B queda, para unha mostra de 27 novas extragalácticas e 11 galácticas, sen considerar incertezas:

$$M_B = -10,67 + 1,80 \log t_3 \quad (4.10)$$

onde  $M_B$  é a magnitude absoluta na banda B e  $t_3$  é o tempo en días tal que a nova cae dende o máximo tres magnitudes; que foi calibrada para  $0,6 \leq \log t_3 \leq 2,3$

#### 4.6.1. Exemplo: Nova Cygni 1975

Neste apartado calcularemos a distancia a Nova Cygni 1975 (V1500 Cygni) seguindo o procedemento e os datos obtidos en [33].

Esta nova atopouse na constelación de Cisne o día 29 de agosto de 1975, sendo o seu descubridor Vicente Ferreira de Assis Neto. Os datos necesarios son os seguintes: a magnitude aparente na banda B no momento de observación é de  $m_B = 2,45$  e a doutra banda  $t_3 = 4,4$  días. Imos considerar a ecuación (4.2) modificada, para ter en conta a extinción estelar A:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10} + A \quad (4.11)$$

Así,

$$M_B = -10,67 + 1,80 \log 4,4 = -9,51 \quad (4.12)$$

Entón, o módulo da distancia  $m - M = 11,96$  e a distancia depende de como se faga a escolla da extinción estelar. Así, neste artigo considéranse os valores entre  $A = 0,8$  mag e  $A = 1,06$  mag, que foron os obtidos para Nova Cygni 1975, de xeito que para cada un deles a distancia é a seguinte:

$$d = 10^{1 + \frac{m-M-A}{5}} = 10^{1 + \frac{11,96-0,8}{5}} = 1706,08 \text{ pc}$$

$$d = 10^{1 + \frac{m-M-A}{5}} = 10^{1 + \frac{11,96-1,06}{5}} = 1513,56 \text{ pc}$$

Cabe ter en consideración que neste mesmo artigo tamén se ten en contra outro método con relación ás novas, que ven baseándose na magnitude absoluta dunha nova 15 días despois do máximo, no que non entraremos en detalles. Utilizando esta calibración, chégase a que o módulo da distancia  $m - M = 12,84$  e facendo a media deste e máis o módulo anterior, tense que  $m - M = 12,4$ . Con este último valor e as extincións estelares antes mencionadas, obtéñense  $d = 1850 \text{ pc}$  e  $d = 1150 \text{ pc}$  respectivamente.

En 2020, segundo a base de datos SIMBAD, a paralaxe obtida para Nova Cygni 1975 foi de  $0.6427 \text{ mas}$ , é dicir,  $1600.76 \text{ pc}$ .

## 4.7. Nebulosas planetarias

É ben coñecido que as nebulosas planetarias entran na categoría de obxectos máis brillantes, a pesares de que anteriormente o habitual era utilizar só estrelas moi brillantes para determinan distancias extragalácticas.

Segundo [18], a primeira noticia que se ten do feito de usar as nebulosas planetarias como indicadores de distancias extragalácticas data do ano 1966 coa publicación *Galaxies and Cosmology* de Hodge. Non obstante, as medicións non se fixeron ata o ano 1978 por Ford e Jenner. Tres anos máis tarde, Jacoby e Lesser calcularon a distancia para cinco ananas do Grupo Local, e en 1983 Lawrie e Graham estimaron o módulo da distancia a NGC 300.

Antes de comezar, é importante destacar un tipo de espectro que é interesante na sección: o *espectro de emisión*. Este é o producido por un gas a baixa densidade (baixa temperatura ou presión), e o que se mostran nel son unhas liñas brillantes denominadas *liñas de emisión*, que son características de cada elemento químico. Por exemplo, para o hidróxeno e en diferentes estados de enerxía podemos observar a Figura 4.8.

Nos espectros das nebulosas predominan as liñas de emisión, sobre todo as producidas polo osíxeno dobremente ionizado  $O^{2+}$ , e o osíxeno e o nitróxeno ionizados  $O^{1+}$ ,  $N^{1+}$ . É por esta mesma razón que, para a observación e estudo das nebulosas planetarias, xeralmente utilízanse nas cámaras CCD filtros de banda estreita de tipo  $O^{2+}$ , é dicir, que só deixan



Figura 4.8: Liñas de emisión no espectro de emisión do hidróxeno [34]

pasar as lonxitudes de onda emitidas polo osíxeno dobremente ionizado  $O^{2+}$  (Bermúdez Bustamante, L.C. [35]).

As nebulosas planetarias posúen varias vantaxes fronte a outros indicadores de distancias extragalácticas, tal e como se destaca en [18]: dado que non están asociadas a ningunha poboación estelar, poden atoparse en calquera tipo de galaxia e polo tanto, son especialmente valiosas para estudar galaxias elípticas e galaxias S0 (ver Capítulo 1 do traballo) que definen núcleos dos grandes grupos e cúmulo. Ademais, a diferenza das cefeidas, as nebulosas planetarias poden atoparse lonxe das rexións de formación estelar e en zonas da galaxia que están relativamente libres de po, o que facilita enormemente as observacións.

Ademais, como as nebulosas planetarias son observadas a través de filtros de banda estreita que suprimen o continuo, a súa observación non require procedementos complexos de campo abarrotado e as observacións delas só se fan unha vez. É importante destacar que se debe ter especial coidado ao seleccionar o filtro de banda estreita, mais sen ter en conta isto a identificación e estudo das nebulosas planetarias coa axuda dunha cámara CCD é relativamente sinxelo. [18]

Imos proceder a estudar o método máis coñecido de determinación de distancias extragalácticas co uso das nebulosas planetarias, que se baseará na chamada *paralaxe de expansión*; unha técnica desenvolvida por múltiples autores como Masson, Hajian, Terzian e Bignell nas décadas dos 80 e dos 90, e para a cal foi importante a chegada de datos de alta calidade do Telescopio Espacial Hubble. Basearémonos principalmente nos artigos de Hajian (2006) [36] e Reed et al. (1999), [37].

Neste método pártese de que, en primeiro lugar, tense que dispor de dúas imaxes dunha nebulosa planetaria (PNe de aquí en adiante) con suficiente calidade e tomadas en dúas épocas distintas; cun dispositivo CCD cun filtro de banda estreita adecuado, de xeito en que se poida apreciar a velocidade de expansión da PNe.

Dadas as condicións anteriores, buscaremos atopar a paralaxe de expansión  $D$  que ven dada pola igualdade seguinte:

$$D = 211 \frac{v_{exp}}{\dot{\theta}} \text{ pc} \quad (4.13)$$

onde  $v_{exp}$  é a velocidade de expansión do material no menor eixe relativo á estrela central,

expresada en quilómetros por segundo; e  $\dot{\theta}$  a taxa de expansión angular da PNe expresada en *mas/ano*. A velocidade de expansión obtense mediante un espectrómetro, e  $\theta$  a partir da comparación de dúas fotografías da nebulosa tomadas en distintas épocas, e existen dous métodos para inferir este valor: o de magnificación e o de gradiente.

Antes de proseguir, cabe destacar a definición de *factor de expansión*  $F$ . Unha vez se obtiveron as dúas imaxes da PNe, deberemos atopar un factor  $F$  que minimize a diferenza residual entre a segunda imaxe e a primeira ampliada por dito factor respecto do centro da nebulosa.

Entón, no caso do método de magnificación,  $\dot{\theta}$  ven dada por:

$$\dot{\theta} = \frac{(F - 1)\theta}{T} \quad (4.14)$$

onde  $F$  é o factor de expansión,  $\theta$  a expansión angular (en *mas*) e  $T$  o tempo transcorrido (en anos) entre as épocas nas que se toman as imaxes da PNe. Este método é o mellor sempre e cando a nebulosa se expanda de xeito homoxéneo -esférico-, e considérase unha incerteza do 25 % [36], [37]. De non ser o caso, o mellor método a utilizar é o de gradiente, explorado por Reed et al. (1999) e que non desenvolveremos debido ó contido avanzado que non corresponde co traballo.

#### 4.7.1. Exemplo: NGC 6543

Imos ilustrar de xeito sinxelo como obter a distancia á PNe NGC 6543, tamén coñecida como Nebulosa Olló de Gato; e basearémonos nos datos astrométricos e fotométricos obtidos polo achegados polo artigo [37].

En primeiro lugar é preciso falar da estrutura desta nebulosa planetaria. Como se pode observar na Figura 4.9, hai dous elipsoides que rodean á estrela central da nebulosa, sendo o máis próximo o elipsoide E25 que é no que nos imos centrar para abordar o exemplo.

Utilizaremos o método de magnificación para o cálculo de  $\dot{\theta}$ , partindo das imaxes residuais seguintes obtidas a partir de dúas fotografías da nebulosa tomadas nun intervalo de 2.92 anos de diferenza.

Na Figura 4.11, en cada esquina das fotografías residuais aparece o factor de magnificación  $F$  utilizado en cada caso. Deberemos escoller  $F$  de xeito que se observe menos estrutura residual no eixe E25, neste caso, serán  $F = 1,0025$  e  $F = 1,0030$ , polo que facendo a media de ambos escollemos  $F = 1,00275$  e un erro do 25 %. Reparemos na Figura 4.12, na cal podemos observar un exemplo de como noutras fotografías residuais a estrutura do eixe E25 é claramente moito máis apreciable que nos casos  $F = 1,0025$  e  $F = 1,0030$  (E25 márcase en vermello).

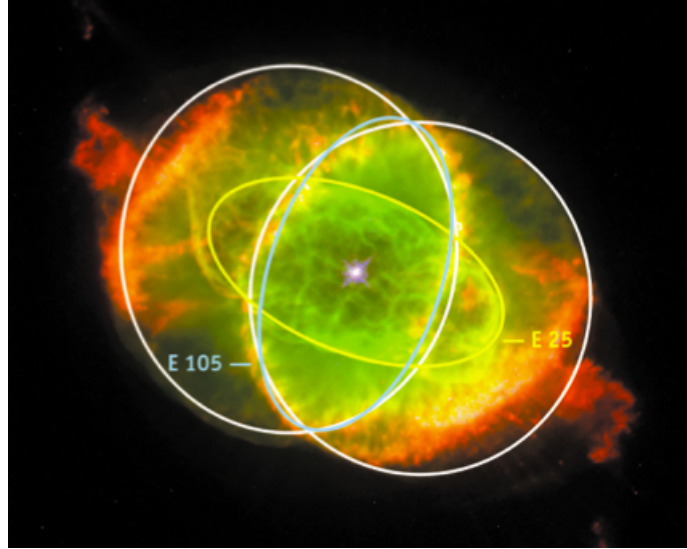


Figura 4.9: NGC 6543 [38]. Obsérvanse os eixes E25 e E105.

Coa axuda da ferramenta ALADIN medimos o semieixe menor do elipsoide E25 do xeito que segue: no servidor de imaxes, seleccionase *Archives...* e nel *Hubble Legacy Archive (HLA)*. No apartado obxecto introdúcese NGC 6543 e seleccionamos WFPC2 co filtro F502N, e coa axuda da ferramenta *dist* (distancia) mídese  $\theta$ ; resultando  $\theta = 3''696$  medido en segundos de arco, e  $\theta = 3696 \text{ mas}$  (ver Figura 4.10).

Deste xeito, calcúlase a taxa  $\dot{\theta}$  mediante:

$$\dot{\theta} = \frac{(F - 1)\theta}{T} = \frac{(1,00275 - 1)3696}{2,92} = 3,48 \pm 0,87 \text{ mas/ano}$$

Levando dito resultado á ecuación da paralaxe de expansión e tendo en conta que [37] proporciona  $v_{exp} = 16,4 \text{ km/s}$ :

$$D = 211 \frac{v_{exp}}{\dot{\theta}} = 211 \frac{16,4}{3,48} = 994,4 \pm 248 \text{ pc} = 0,9944 \pm 0,248 \text{ kpc}$$

O resultado encóntrase bastante próximo á distancia considerada actualmente de  $1 \pm 0,3 \text{ kpc}$ . Que non sexa preciso débese a que se considera a expansión homoxénea da que se falaba na sección, a cal non é de todo certa no caso desta nebulosa, ademais de posibles incertezas na medición de  $\theta$  co programa ALADIN.

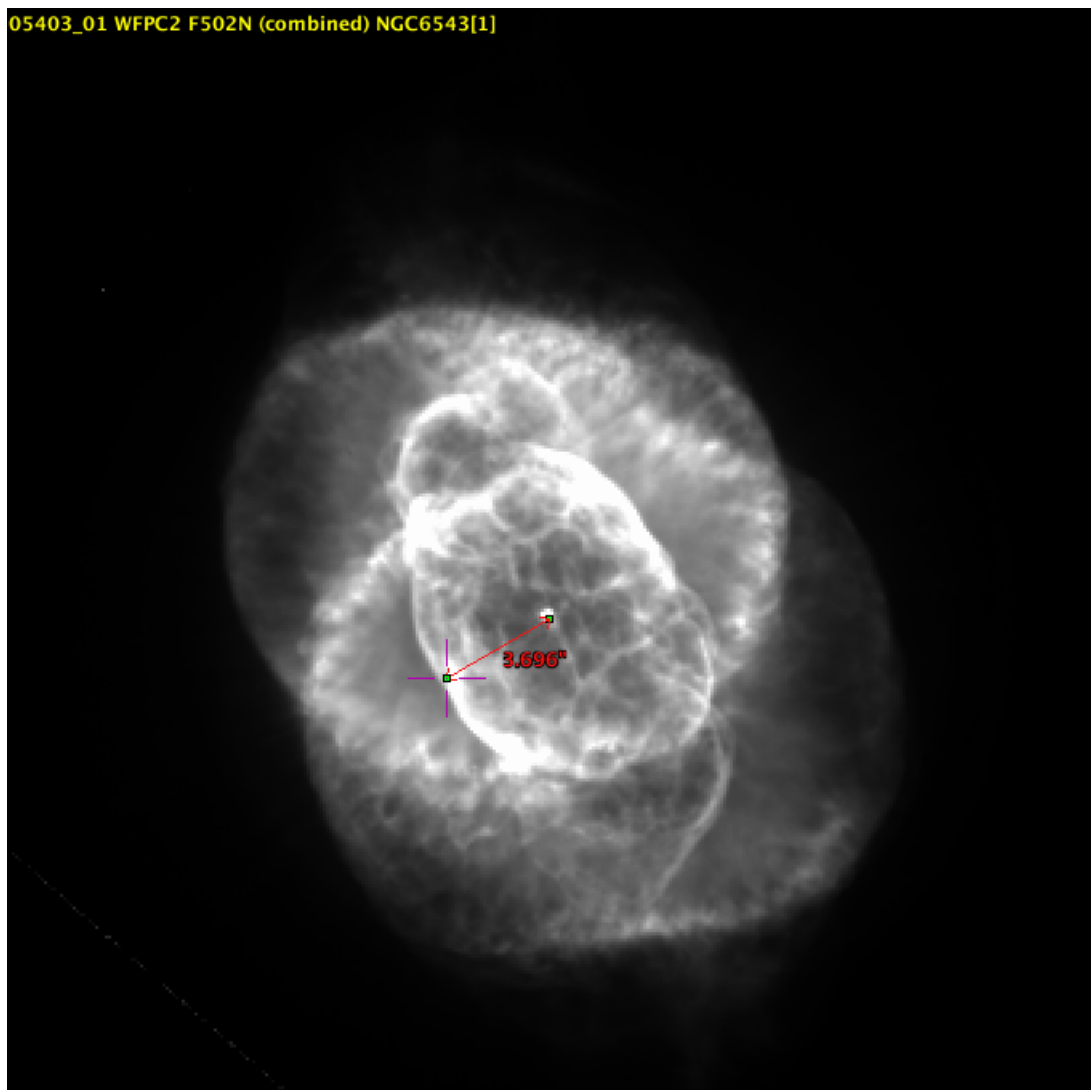


Figura 4.10: Medida de  $\theta$ . Feito com ALADIN.

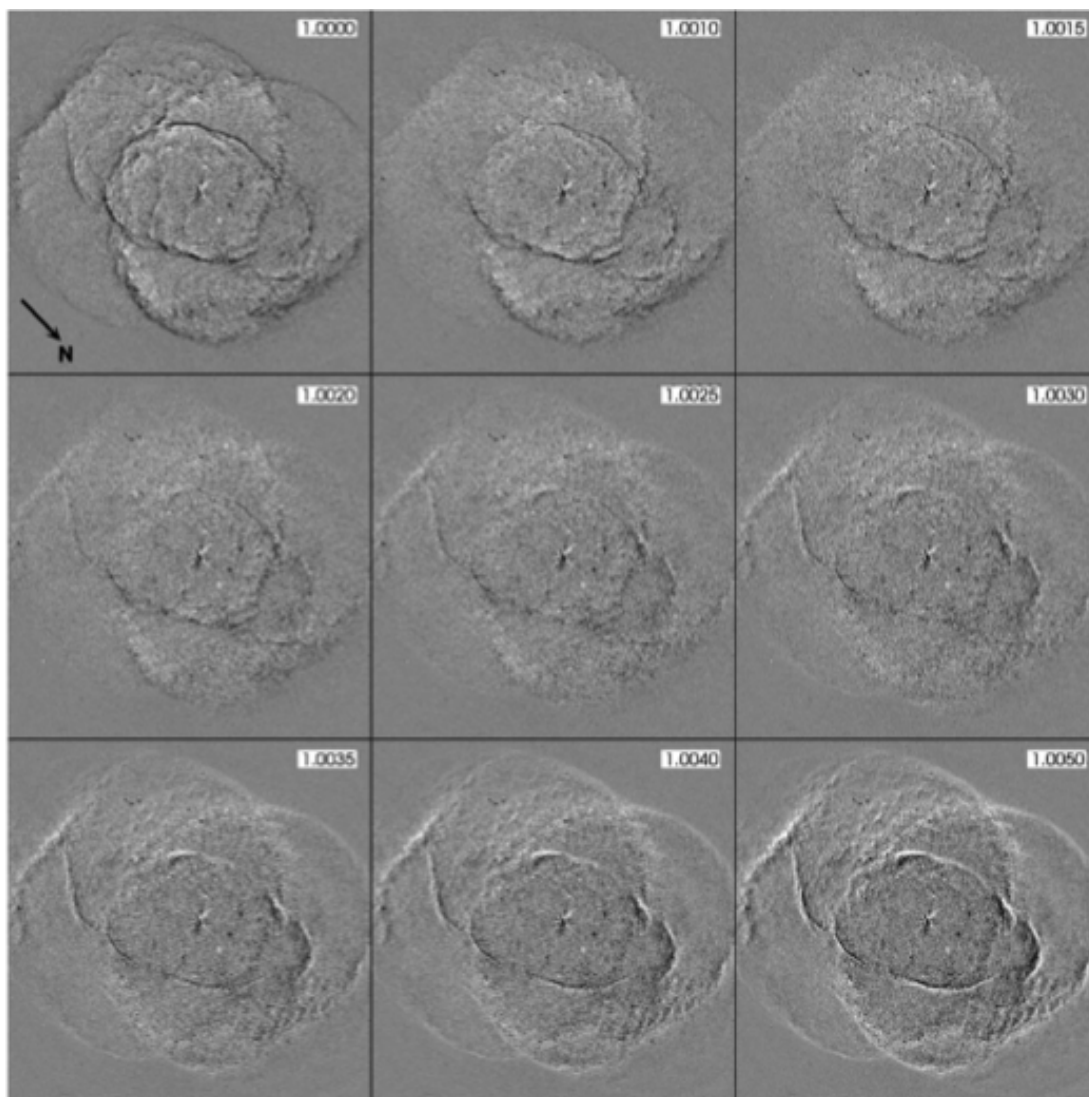


Figura 4.11: Imaxes residuais tomadas no filtro  $O^{2+}$  tras a sustracción da imaxe de 1997 da imaxe magnificada e aliñada da do ano 1994. [37]

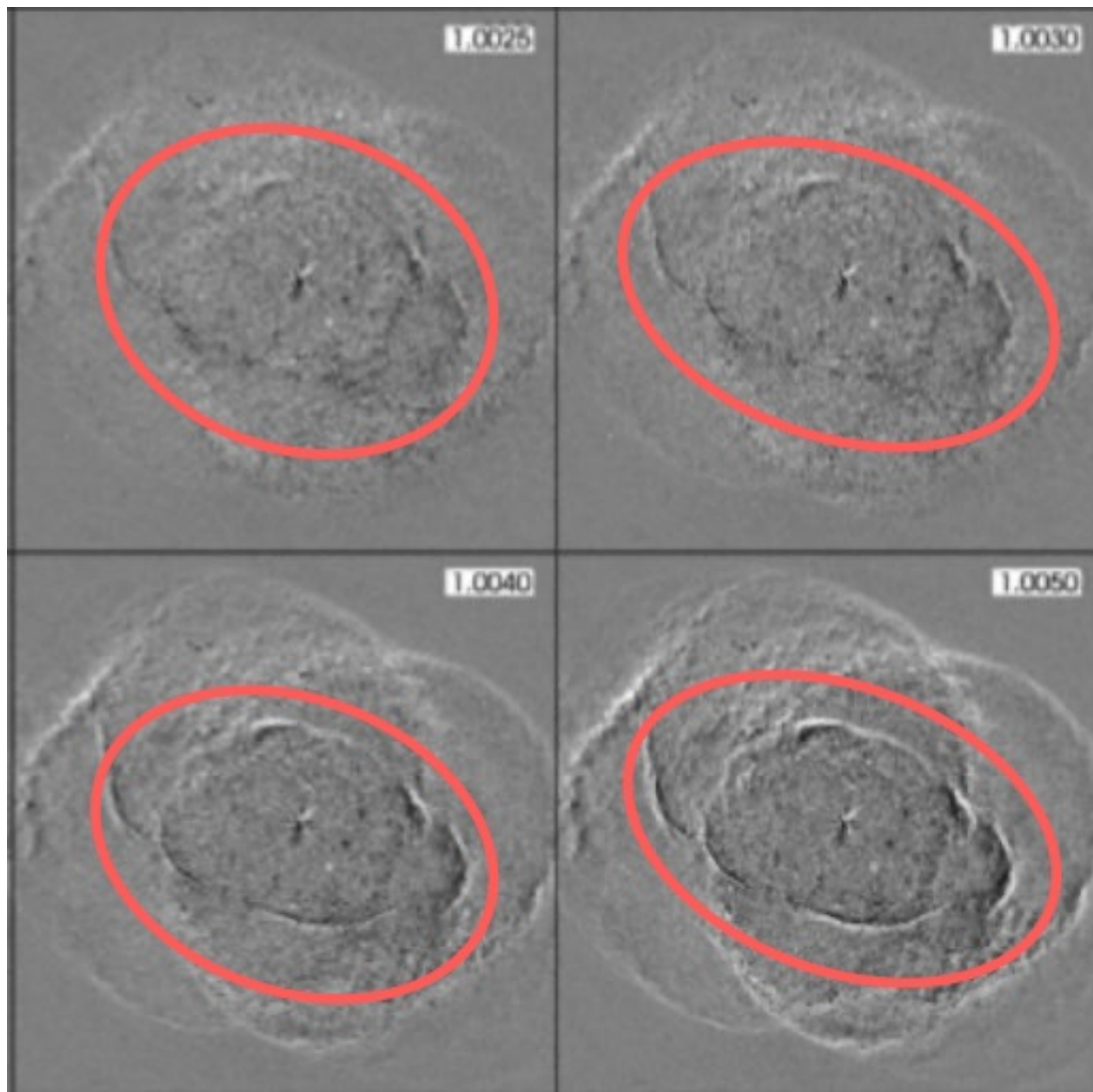


Figura 4.12: Comparación da estrutura residual observada en E25.



# Conclusións

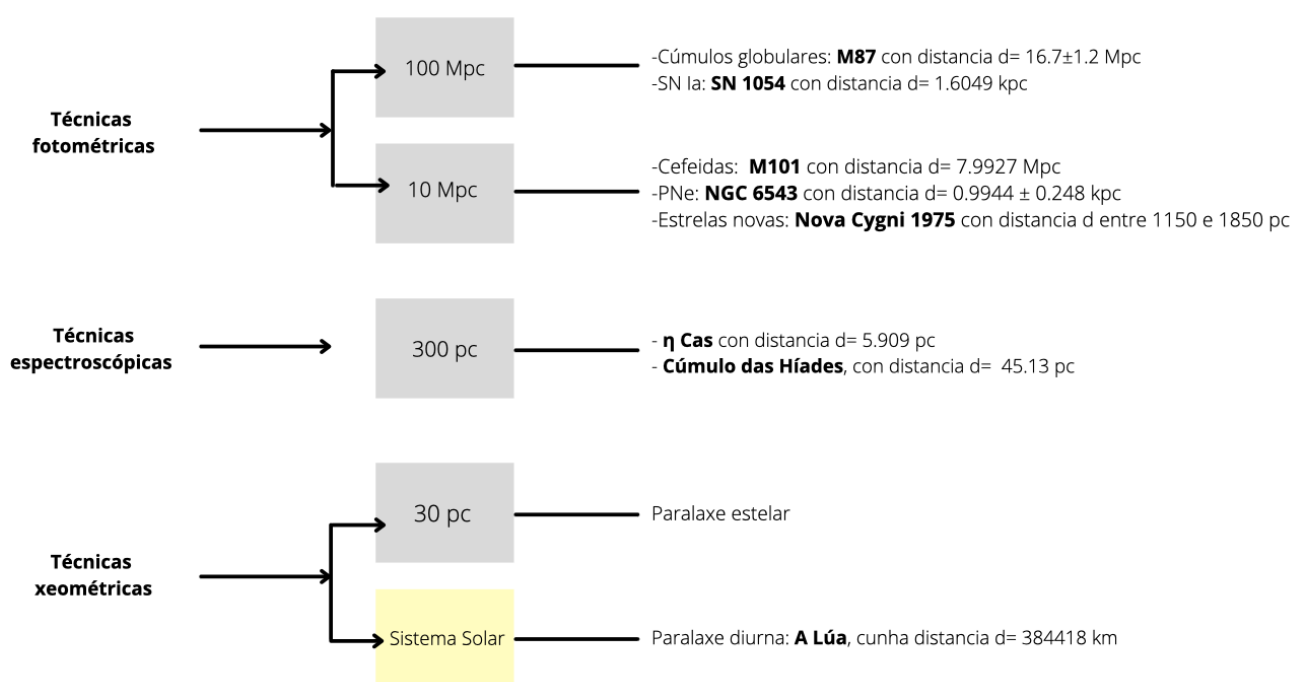


Figura 4.13: Escalera de distancias no Universo, elaborada a partir dos métodos e exemplos estudados no traballo.

Para finalizar, construímos a *escalera de distancias* (Figura 4.13) na que se inclúen diversos dos obxectos estelares estudados.

Tal e como vimos no capítulo 2, as técnicas trigonométricas son as máis limitadas, de xeito que no mellor dos casos podemos medir distancias de ata 30 pc no caso da parallaxe estelar.

Se subimos na escalera, en global as técnicas espectroscópicas permítenos medir distancias de ata 300 pc.

No último escalón téñense as últimas técnicas estudadas neste traballo, as fotométricas. En cada sección do capítulo 4 estudáronse distintos obxectos que permiten medir distancias de ata 10  $Mpc$  (no caso das cefeidas, PNe e estrelas novas) e de ata os impresionantes 100  $Mpc$  no caso dos cúmulo globulares e das supernovas de tipo Ia.

Existen máis obxectos que non foron estudiados pero que son ben coñecidos e moi útiles, como as estrelas variables RR Lyrae. Tamén outros métodos como a función de luminosidade das galaxias e a constante de Hubble;  $H_0$ .

A modo de curiosidade e nota final, o cálculo da constante de Hubble foi unha das prioridades no século XX, e tiña como consecuencia determinar a idade do universo. Inicialmente o astrónomo que Edwin Hubble (1889-1953) dalle un valor de 500  $km/s/Mpc$ , o que significaba que o universo tiña unha idade de aproximadamente 2000 millóns de anos. Posteriormente, Allan Sandage (1926-2010) calcula constante de Hubble como 75  $km/s/Mpc$ , e a comezos dos anos 70 conclúese que dito valor ronda entre os 50 e os 100  $km/s/Mpc$ , levándonos a unha idade de entre 10.000 e 20.000 millóns de anos [39].

# Reflexión persoal

Ter feito a miña carreira soñada como o é Matemáticas nunca me levou a pensar que podería encamiñarme a elaborar un traballo coma este. De feito, foi unha grata sorpresa como persoa apaixonada da Astronomía e Astrofísica dende unha idade moi temprana, na que adoitaba ver reportaxes televisivos sobre o universo e ler dende libros cheos de imaxes como *Agujeros Negros* (National Geographic) ata ensaios de Stephen Hawking como *Breves respuestas a las grandes preguntas*.

Non obstante, xa foi na universidade cando reflexionei en como podería *aliviar* esa curiosidade polas ciencias do espazo, e encontrei a resposta neste traballo. Mentiría se non admitise que foi máis duro do que pensaba, ata o momento de comezar a leer detidamente a bibliografía non fun realmente consciente de que por saber certas curiosidades astronómicas non ía a ter xa a maior parte do traballo feita.

Aínda que tivese unha certa base en conceptos como a paralaxe trigonométrica ou magnitudes estelares tras cursar a materia *Fundamentos de Astronomía*, este estudo vai moito máis aló e repasa técnicas espectroscópicas e fotométricas para a determinación de distancias no universo, temas nos cales non estiven formada ata fai relativamente pouco tempo e que nun principio custáronme comprender. Tamén o proceso de búsqueda de información foi máis complicada do que tiña pensado, xa que a maioría de recursos necesarios atópanse escritos en maioritariamente inglés e francés, e para máis non son *moi* actuales.

Con todo, podo dicir que estou satisfeita en xeral con ter escollido o tema *O universo e as súas distancias* como o traballo para finalizar os meus estudos de grao.



## Apéndice A

# O software ALADIN

Neste primeiro apéndice presentaremos a ferramenta de Java *ALADIN Sky Atlas*; un atlas interactivo do ceo no que se pode visualizar imaxes de calquera parte do ceo e superpoñer datos de táboas e catálogos de distintos arquivos astronómicos, así como ter acceso a diferentes bases de datos de todos os obxectos astronómicos coñecidos; como Simbad ou Vizier. ALADIN foi desenvolto e mantido polo Centre de Données Astronomiques de Strasbourg.

A aplicación pódese executar no buscador mediante *Aladin Lite* ou descargar *Aladin Desktop* no escritorio da computadora. Como di o propio nome, a versión do buscador é menos pesada ca de escritorio, e cabe destacar que é soportada por calquera buscador moderno. Por outro lado, *Aladin Desktop* está baseada na tecnoloxía Java, e require ser instalada. Ambas dúas versións poden atoparse en [40]

O seu uso neste estudo das distancias no universo é de vital importancia, véxase a súa utilidade no capítulo 4 para os exemplos de M101 (obtención de datos fotométricos como períodos e magnitudes), SN 1504 (elaboración de imaxes), e M87 (de novo, obtención de datos fotométricos).

Principalmente neste traballo utilizaranse as bases de datos Simbad e Vizier, polo que introduciremos brevemente algunhas das súas características. Para isto recóllese a información dada en [41], [42].

Para comezar, Simbad é unha base de datos que leva activa dende o ano 2006, coordinada polo Centro de Datos Astronómicos de Estrasburgo (CDS- *Centre de Données astronomiques de Strasbourg*). O acrónimo ven dado por: Set of Identifications, Measurements and Bibliography for Astronomical Data (Conxunto de identificacións, medidas e bibliografía para datos astronómicos). Foi desenvolto por Marc Wenger, Anaïs Oberto, Grégory Mantelet e con axuda de distintas contribucións de estudantes. O contido é inmen-



Figura A.1: Logos de Aladin, Simbad e VizieR [40].

samente extenso, no mes de Xuño de 2020 contaba con información de arredor de 5.800.000 estrelas e de 5.500.000 obxectos non estelares (véxase, galaxias, supernovas, nebulosas planetarias...). Cabe destacar que os únicos obxectos astronómicos excluídos do programa son os corpos do Sistema Solar.

Para cada obxecto, pódese consultar *4. Contents of the data base* en [41] para ver que datos inclúe cada un.

Neste traballo, Simbad foi especialmente utilizado para obter información sobre movementos propios e coordenadas de estrelas.

Doutra banda, VizieR está operativo dende o ano 1996, inicialmente foi un esforzo conxunto de CDS e de ESA-ESRIN, aínda que na actualidade é xestionado polo CDS na súa totalidade. Proporciona unha biblioteca de catálogos astronómicos publicados, con datos verificados e accesibles. Como se describe no portal [42], as ferramentas de consulta permiten seleccionar e extraer táboas e datos relevantes, estando dispoñibles actualmente 20.997 catálogos.

## Apéndice B

# Extracto da táboa de datos M101

Na seguinte táboa amósanse as saídas dunha das cefeidas utilizadas no proceso seguido na sección 4.3.1., obtida mediante o buscador ALADIN. A notación das columnas é a seguinte:

- Na primeira columna, *recno* é *record number assigned by the Vizier team*, é dicir, é o número asignado á cefeida no sistema polo equipo de Vizier, aclárase que non se debe usar como para unha identificación.
- Na segunda columna móstrase o número da cefeida, en total son 29 cefeidas distintas as estudadas.
- Na terceira columna preséntase o período da cefeida, expresado en días.
- A cuarta columna indica o número da CCD na que pode ser atopada a estrela. Neste extracto só aparece a CCD número 1, pero foron utilizadas 4 en total.
- *Vmag* e *e\_Vmag* indican a magnitude visual na banda V e incerteza da mesma.
- As últimas dúas columnas son as construídas seguindo o exemplo 4.3.1., de xeito que por defecto de ALADIN as saídas da magnitude absoluta na banda V e a distancia medida en millóns de ano luz saen multiplicadas por 10.

recno	Cep	Per	CCD	Vmag	e_Vmag	M_{V}*10	Dist. millóns <i>a.l</i> (*10)
1	1	58.5	1	23.67	0.12	-62,626	316,036
2	1	58.5	1	23.61	0.1	-62,626	307,423
3	1	58.5	1	23.34	0.1	-62,626	271,479
4	1	58.5	1	23.1	0.38	-62,626	243,073
5	1	58.5	1	23.94	0.26	-62,626	357,880

6	1	58.5	1	23.69	0.1	-62,626	318,961
7	1	58.5	1	23.58	0.12	-62,626	303,205
8	1	58.5	2	23.88	0.12	-62,626	348,126
9	1	58.5	2	23.96	0.12	-62,626	361,191
10	1	58.5	2	24.11	0.12	-62,626	387,023
11	1	58.5	2	24.28	0.12	-62,626	418,540
12	1	58.5	2	24.11	0.22	-62,626	387,023
13	1	58.5	2	24.32	0.12	-62,626	426,321
14	1	58.5	2	24.27	0.17	-62,626	416,617
15	1	58.5	2	24.06	0.13	-62,626	378,213
16	1	58.5	2	23.85	0.12	-62,626	343,350
17	1	58.5	2	23.69	0.1	-62,626	318,961
18	1	58.5	2	23.66	0.08	-62,626	314,584
19	1	58.5	3	23.97	0.11	-62,626	362,858
20	1	58.5	3	23.87	0.12	-62,626	346,527
21	1	58.5	4	23.66	0.1	-62,626	314,584
22	1	58.5	4	23.63	0.13	-62,626	310,268
23	1	58.5	4	23.98	0.14	-62,626	364,533
24	1	58.5	4	23.89	0.12	-62,626	349,733
25	1	58.5	1	23.98	0.08	-62,626	364,533

Cadro B.1: Mostra da táboa utilizada no exemplo da sección 4.3.1 no que se mostran os datos para a cefeida de período máis longo. [40]

Estes datos foron obtidos utilizando un dispositivo CCD, así obsérvase que para a cefeida número 1 tomáronse 25 imaxes distintas para primeiro recoñecer que é unha cefeida, e para obter a súa fotometría nada banda V, resultando ser de media 23,84 *mag*. O período obtense representando a magnitude fronte ao tempo de observación, sendo neste caso de 58,5 días (e sendo tamén o período máis longo de todas as estrelas estudadas neste caso). Grazas a estas medicións e aos cálculos das dúas últimas columnas, tense que a cefeida 1 atópase a unha distancia media estimada de 34,524 millóns de anos luz.

Este proceso de observación repítese para unha mostra de 29 cefeidas, e seguindo o exemplo de M101 (sección 4.3.1) obtense a distancia á que se encontra dita galaxia.

## Apéndice C

# Extracto da táboa de datos de M87

A continuación preséntanse unha mostra dos datos cos que se traballan no exemplo de M87.

En canto á nomenclatura das columnas, *recno* é unha cifra asignada polo equipo de Vizier para identificar cada cúmulo -aínda que se recomenda non identificalo con dita cifra en outros usos-, *PJB2009* é o número de identificación de compilación, e *Vmag* e *e\_Vmag* son as medidas das magnitudes na banda V e a incerteza.

A columna *Vmag* é a máis importante de todas pois é a principalmente utilizada para facer todos os cálculos do exemplo, tendo o resto de columnas máis ben un carácter informativo. Así, grazas a *Vmag* podemos obter os estimadores de máxima verosimilitude  $\hat{m}_0$  e  $\hat{\sigma}^2$ , e grazas á estimación de  $\hat{m}_0$  tense directamente o módulo da distancia relativa ó Cúmulo de Virgo (ver sección 4.5.1).

recno	PJB2009	Vmag	e_Vmag
583	583	26,217	0.053
588	588	26,547	0.032
580	580	26,163	0.06
558	558	21.4	0.004
458	458	22,573	0.003
493	493	25,041	0.015
423	423	25,436	0.016
2223	2223	22,136	0.003
2192	2192	24,367	0.009
2220	2220	25,469	0.028
408	408	24,033	0.007
402	402	25,519	0.022

158	158	21,842	0.003
115	115	20,926	0.044
75	75	23,384	0.009

Cadro C.1: Mostra dos primeiros 15 dos 2250 cúmulo utilizados no exemplo da sección 4.5.1 [40].

# Bibliografía

- [1] Baize, Paul; Romani, Lucien. (1945). *Formules nouvelles pour le calcul des parallaxes dynamiques des couples orbitaux*. Annales d'Astrophysique, Vol. 9, p.13.
- [2] Bakulin, P.I, Kononóvich, E.V, Moroz. (1987). V.I, *Curso de Astronomía general*. Editorial de Moscú. Cap. 12: p.473; p.495-499.
- [3] Abad, A.; Docobo, J. A. y Elipe, A. (2017). *“Curso de Astronomía”*, Prensas Universitarias de Zaragoza.
- [4] Karttunen, H. et al.. (1996). *Fundamental Astronomy*.
- [5] Unión Astronómica Internacional (UAI). *About the IAU*. Recuperado de: <https://www.iau.org/administration/about/> [06/06/2021]
- [6] López Sanchez, J.M., Moreno Gómez, E., Gómez Díaz, M.J. (2005). *Salas de Óptica. Museo Virtual de la Ciencia del CSIC*. Recuperado de <http://museovirtual.csic.es/salas/luz/luz1.htm> [06/06/2021]
- [7] <http://rsefalicante.umh.es/TemasLuz/Luz08.htm> [27/01/2022]
- [8] Bachiller, R. (10/06/2009). Artículo. El Mundo. Recuperado de: <https://www.elmundo.es/elmundo/2009/06/08/ciencia/1244457000.html> [06/06/2021]
- [9] Smart, W.M. (1977). *Textbook on Spherical Astronomy*. Cambridge University Press.
- [10] Al-Wardat, M., et al. (2020). *Comparison of Gaia and Hipparcos parallaxes of close visual binary stars and the impact on determinations of their masses*. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/345956140\\_Comparison\\_of\\_Gaia\\_and\\_Hipparcos\\_parallaxes\\_of\\_close\\_visual\\_binary\\_stars\\_and\\_the\\_impact\\_on\\_determinations\\_of\\_their\\_masses](https://www.researchgate.net/publication/345956140_Comparison_of_Gaia_and_Hipparcos_parallaxes_of_close_visual_binary_stars_and_the_impact_on_determinations_of_their_masses) [06/06/2021]

- [11] Razkin, U. (2020). *Annie Jump Cannon: Los ojos que nunca se cansaron de mirar al cielo*. Mujeres con Ciencia. Recuperado de: <https://mujeresconciencia.com/2020/01/16/annie-jump-cannon-los-ojos-que-nunca-se-cansaron-de-mirar-al-cielo/> [31/01/2022]
- [12] Recuperado de: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HRDiagram-es.png> [06/06/2021]
- [13] Seeds, Michael A.. (1989). *Fundamentos de Astronomía*. Ediciones Omega S.A. Cap. 11, p.211.
- [14] Heintz, W.D. (1978). *Double Stars*. Dordrecht. Springer.
- [15] Kleczek, J. (1987). *The Motion of the Hyades (L)*. In: Kleczek J. (eds) *Exercises in Astronomy*. Dordrecht. Springer. Recuperado de: [https://doi.org/10.1007/978-94-009-3769-7\\_53](https://doi.org/10.1007/978-94-009-3769-7_53) [06/06/2021]
- [16] Lodriguss, J. (24/12/2012). Recuperado de: <https://apod.nasa.gov/apod/ap121224.html> [06/06/2021]
- [17] Perryman, M.A.C. et al. (1997). *The Hyades: distance, structure, dynamics, and age*. Recuperado de: <http://aa.springer.de/papers/8331001/2300081.pdf> [06/06/2021]
- [18] Jacoby, G.H. et al. (1992). *A Critical Review of Selected Techniques for Measuring Extragalactic Distances*. Pub. Astron. Soc. Pacific. Cap.104: p.599-662.
- [19] Pérez Vega, C. *Capítulo 8: Ruido*. Recuperado de: [https://personales.unican.es/perezvr/pdf/ch8st\\_web.pdf](https://personales.unican.es/perezvr/pdf/ch8st_web.pdf) [06/06/2021]
- [20] NASA/ ESA / Hubble Heritage Team (STSI/Aura)-Hubble Europe Collaboration. (17/12/2013). *ESA Hubble*. Recuperado de: <https://esahubble.org/images/heic1323a/> [07/06/2021]
- [21] Kervella, P. et al. (2017). *Observational calibration of the projection factor of Cepheids: III. The long-period Galactic Cepheid RS Puppis*. ESO. Recuperado de: <https://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2017/04/aa30202-16.pdf> [31/01/2022]
- [22] Nather, R.E, S. Evans, D. (1970). *Photoelectric Measurement of Lunar Occultations. I. The Process*. The Astronomical Journal, Vol. 74, n. 5, p. 575. Recuperado de: <http://adsabs.harvard.edu/pdf/1970AJ.....75..575N> [17/06/2021]

- [23] Roddier, F., Lena, P. (1984). *Long-baseline Michelson interferometry with large ground-based telescopes operating at optical wavelengths. I. General formalism. Interferometry at visible wavelengths*. Journal of Optics, Vol. 15, p. 171. Recuperado de: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0150-536X/15/4/002/pdf> [17/06/2021]
- [24] Lee, J. (2018). *The View Toward M101*. Recuperado de: <https://apod.nasa.gov/apod/ap180504.html> [28/06/2021]
- [25] Diago Nebot, P.D. *Cálculo de distancias entre galaxias: Las Cefeidas*. Recuperado de: <https://docplayer.es/11146955-Actividades-guiadas-calculo-de-distancias-entre-galaxias-las-cefeidas.html> [06/06/2021]
- [26] Bertran Prieto, P. (2021) Artículo. Médico plus. Recuperado de: <https://medicoplus.com/ciencia/tipos-supernova> [06/06/2021]
- [27] Planeta. (2008). *Gran Enciclopedia Planeta*. Editorial Planeta S.A. Tomo 8.
- [28] Zamorano, J. *Técnicas experimentales en Astrofísica*. Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: [https://webs.ucm.es/info/Astrof/users/jaz/TEA/tea\\_04.pdf](https://webs.ucm.es/info/Astrof/users/jaz/TEA/tea_04.pdf) [31/01/2022]
- [29] Iafate, G., Ramella, M. (2010). *Distancia a la Nebulosa del Cangrejo*. EuroVo-AIDA Astronomical Infrastructure for Data Access.
- [30] NASA. (18/08/2009). Recuperado de: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Messier\\_87\\_Hubble\\_WikiSky.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Messier_87_Hubble_WikiSky.jpg) [07/06/2021]
- [31] Mihos, Chris (Case Western Reserve University)/ESO. Recuperado de: <https://www.eso.org/public/images/eso0919a/> [20/12/2021]
- [32] Della Valle, M; Livio, M. (1995). *The calibration of novae as distance indicators*. The Astrophysical Journal, 452: p. 704-709. Recuperado de: <https://adsabs.harvard.edu/pdf/1995ApJ...452..704D7> [31/01/2022]
- [33] Pfau, W. (1976). *Recalibration of the Absolute Magnitudes of Novae and Application to Nova Cygni 1975*. Recuperado de: <http://adsabs.harvard.edu/pdf/1976A%26A....50..113P> [14/06/2021]
- [34] Recuperado de: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Emission\\_spectrum-H.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Emission_spectrum-H.png) [27/06/2021]

- [35] Bermúdez Bustamante, L.C. (2019). *Nebulosas planetarias: la morfología oculta en su espectro*. Universidad Nacional Autónoma de México. Coordinación General de Estudios de Posgrado. Recuperado de: [https://www.posgrado.unam.mx/publicaciones/ant\\_col-posg/70\\_nebulosas.pdf](https://www.posgrado.unam.mx/publicaciones/ant_col-posg/70_nebulosas.pdf) [27/06/2021]
- [36] Hajian, A.R. (2006). *Distances to Planetary Nebulae..* IAU. Recuperado de: <https://www.cambridge.org/core/journals/proceedings-of-the-international-astronomical-union/article/distances-to-planetary-nebulae/22BB003699F3076FBB6F93EE1BEA025F> [09/06/2021]
- [37] Reed, D.S et al. (1999). *Hubble Space Telescope Measurements of the Expansion of NGC 6543: Parallax Distance and Nebular Evolution*. Recuperado de: <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/301091/meta> [10/06/2021]
- [38] ESA/ESO. (2002). *Programas de ejercicios de astronomía: Medida de la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato*. 2<sup>a</sup> Edición. Recuperado de: [https://sci.esa.int/documents/34439/36575/1567254301582-5-exercise3\\_es\\_high.pdf](https://sci.esa.int/documents/34439/36575/1567254301582-5-exercise3_es_high.pdf) [09/06/2021]
- [39] Huchra P, John. (2008). Recuperado de: <https://lweb.cfa.harvard.edu/~dfabricant/huchra/hubble/> [16/06/2021]
- [40] *Aladin Sky Atlas: Overview*. Recuperado de: <https://aladin.u-strasbg.fr/aladin.gml> [06/06/2021]
- [41] Recuperado de: <http://simbad.u-strasbg.fr/guide/simbad.htx> [06/06/2021]
- [42] Recuperado de: <https://vizier.u-strasbg.fr/index.gml> [06/06/2021]