CVRSSO MATHEMATICO PARA LA YNSTRVCCION DE LOS MILITARES YNTRO^{N}

Concurren la Cienzia y el Valor entre otras

prendas Naturales, para ilustrar el Noble Mili
tar, haziendole feliz enlas Acciones, Glorioso
ala Patria, Respectable al Mundo, yala posteridad
memorable; entre todas laque mas importa es la Ma
thematica, y segun la derivazion del Griego es
lo mismo que doctrina, ò dezisplina; su objeto esto
do aquello porlo qual sedize vna cosa igual mas
ò menor que otra desumisma Especie; yassi
la Mathematica es Zienzia que trata dela
Cantidad inteligible, Capaz de aumento
ò diminuzion, como el Numero, la Extension
la Grabedad, la Celeridad, el Sonido &c.

Los Philosophos
tratan dla Cantidad enquanto impenetrable, los
Mathematicos, solamente enq^to Numerable
ò mensurable. Quando se consideran ò señalan
sus terminos, sellama Cantidad finita, pero
sino sedize infinita, ò indeterminada.

La Cantid^d
inteligible, se diuide encontinua, ydiscreta; can
tidad continua, es aquella cuias partes se con
sideran vnidas, ycontinuadas; como la Exten

sion del Expazio, la discreta es aquella
cuias partes se consideran separadas o distin
tas, como el Numero; considerasse tambien la
Cantidad discreta sobre la Extenssion del Ex
pazio como si se dixesse vna linea de 2 pies
vna Superficie de 4 pies quadrados, vn Solido
de ocho pies Cubicos porque se distinguen ò Nu
meran las partes. Cantidad es lo mismo, que
Magnitud; Y assi, a la Cantidad en comun se
dize Magnitud en Comun; pero quando se abla
della en particular, a la discreta dan el nombre
de Cantidad y a la Continua el de Magnitud.

Las
propriedades que en vna y otra parte se consideran
son la Adiccion Subtraccion Multiplicazion, divi
sion Razon, Proporzion y Potenzia; Pero ademas
desto en la Cantidad continua, se considera la Po
sizion de la Magnitud: esto es, si vna linea está
dentro ò fuera de la Superfizie inferior, ò Supe
rior del Solido.

Dividese la Mathematica en
varias partes, que se reduzen a dos especies, la una

de puras, y la otra de Impuras; las puramte
Mathematicas, son la Arithmetica, y Geometria
porque tratan dela Cantidad, en quanto Numerable, ó Men
surable; las demas son Phisico Mathematicas, pr.
que consideran la Cantidad acompañada de algun ác
cidente ó afeccion sensible propria dela phisica
como la óptica que trata dela Cantidad visible, la Mu
sica, dela Sonora &c.

Las que se daran en esta Rl. Acade
mia, establezida para la Instruczion delos Mi
litares.

1°.......... La Arithmetica que trata delos Numeros.
2°.......... La Geometria que considera la extension
el Espazio, ó la Medida.
3°.......... La trigonometria que se emplea en
la Resoluzion delos triangulos.
4°.......... La Fortificazion que preescrive re
glas, para la ofensa, y defensa delas
Armas.
5°.......... La Artilleria que imbenta las Ma
quinas del fuego.
6°.......... La Estatica que determina el peso.

ó gravedad delos Cuerpos.

7º .... La Maquinaria ó Mecanica, que averigua la fuerza enla potenzia

8º .... La Hidrostatica q^e. Reconoze el equilibrio delas Aguas.

9º .... La Hidraulica que imbenta artifizios y Maquinas, para mober ylebantar las Aguas.

10 .... La Arquitectura Zibil, que construie fuertes, y Hermosos edificios

11 .... La Perspectiba q^e. Representa las figuras.

12 .... Finalmente la Cosmographia, ó descripcion del uniberso para el Conozimiento dela esphera en q^e. hauitamos.

Fundamentos dela Mathematica

Sovre tres prinzipios sefunda la Cienzia Mathematica, queson definiziones, Axiomas, Peticiones ó Postulados ..

Definizion es la explicazion, clara, distinta y adequada, de algun termino ò bocablo que sirve para formar en el entendimiento, la idea ò representazion de su propio Significado, Ebitando toda Equibocazion y ambiguedad.

Axioma, ò Comun Sentenzia, es vna Verdad tan clara, zierta, y evidente que nó nezesita de prueba: como dezir que el todo es maior que su parte.

Petizion ò Postulado es vna Lizencia que se conzede atodos para executar lo que manifiesta mente se Reconoze se puede hazer, como que de vn punto a otro se pueda tirar vna linea Recta

Explicacion de algun termin. Genera

En el discursso de esta obra se hallaran barios ter minos cuia Significazion se dara en su lugar para nó confundir al prinzipiante, explicando solamente por aora los mas frequentes, que son Proposizion, Theorema, Problema, Lemma Coro lario, ò Consectario, Escolio, Hipotesi, y These.

Proposizión es la Conclusion dealguna cosa quese a deprobar, y es en dos maneras, especulatiba, y practica.

Theorema es vna Propo.on especulatiba enq.e se propone la propiedad dealguna cosa.

Problema es vna Propo.on practica, ò question, enq.e se propone ejecutar alguna cosa.

Lemma es vna Propo.on Theorematica, y algunas bezes problematica, que sirve para fazilitar la inteligenzia de otras Proposiziones.

Corolario o Consectario es vna Consequenzia que se infiere delo ia demostrado.

Escolio es vna Reflexsion anotazion, ò Amplificazion delo ia dicho.

Hipotesi es lo mismo q.e suposizion; y la afirmazion o Negazion dealguna cosa se llama these.

Tratado primero dela Arithmetica

Entre las Mathematicas tiene el primer lugar la Arithmetica, por ser la puerta, (se gun platon) para entrar enel conozim.to delas demas; pues todas nezesitan della: es la Arithmetica cienzia quetrata dela Cant.d discreta, ò delos Numeros, y se diuide en especulatiba, y Practica; la especulatiba considera las posiziones, ò propiedades delos Numeros; La practica se exerzita encomputarlos, Recta y Compendiosamente.

Por razon delas Notas Zifras, ò Caracteres deque se sirue la Arithmetica, se diuide embulgar, y Literal; la 1.a exerzita sus operaziones, con las Notas bulgares; La 2.a con las literales òletras del alfabeto: Llamase tambien Especiosa, porque su Doctrina se puede aplicar ala Geometria, y de mas ciencias Mathematicas: dèesta, y òtras se tratarà, diuidiendola en 6 libros.

Enel 1.o se esplica

san las 4 primeras Reglas dela Arithmetica bulgar.

Enel 2º.... La Arithmetica Literal.

Enel 3º..... La Razon, y Proporcn encom,

Enel 4º...... Las Reglas detres.

Enel 5º...... La Composicion delas Potestades, y Extraccion delas Razes.

Enel 6º...... Las Progresiones.

Libro 1º

dela Arithmetica.

Capitulo 1º

dela Numeracion.

Definiciones.

1ª...... Uno es loque detal suerte es algo

q̃ no puede ser ótra cosa como vn Angel vn
Hombre &c. Launidad es él abstracto por
quien se dize vno.

2ª....... Numero es quanto se refiere á la
relazion ala unidad.

3ª....... dos Cantidades se dizen homogeneas
quando la vna repetida algunas bezes, puede
exzeder ala ōtra; Etherogeneas, quando la vna
por muchas bezes quesē repita no puede ex
zeder ala ótra.

4ª....... Parte es vna Cantidad menor
respecto deotra maior homogenea ode vna
misma Especie quesellama todo.

5ª....... Laparte se diuide en aliquota, y
aliquanta; Parte alicota es áquella que repe
tida algunas bezes iguala altodo; como 2 es parte
aliquota de 6 porq̃ tomado 3 bezes haze 6; ali
quanta es aquella q̃ repetida algunas bezes
siempre es maiór ó menor que eltodo.

6ª....... Cantidades commensurables son las
que tienen alguna parte aliquota encomun; ~~ylas~~

7 incommensurables las que nolatienen.

7.as...... Numero entero es elquese refiere ala unidad, como el todo alaparte: el quebrado, Frazion, ó minuzia, se refiere ala unidad como laparte altodo.

8a....... Numero Razional ó efable, es elcon mensurable conla unidad, Irrazional Inefable ó Geometrico, es elque es conlaunidad, Incon mensurable.

9a....... Numero Razional entero es aquel cuiaparte aliquota eslaunidad: Numero Razional quebrado elque esparte delaunidad; el Razional misto consta deentero, y quebrado.

10.......... Las Vozes ótermínos Generales dela Numerazion son, uno, dos, tres, quatro, Zinco, Seis, Siete, ocho, nuebe, ydiez; los nuebe primeros sellaman digitos, sus Significados pueden ser tres, unidades, Dezenas, y Zentenas; Iassi se dize una unidad, dos unidades, tres, unidades &c, una dezena, dos dezenas, tres dezenas &c. una Zentena, dos Zentenas &c. de diez unidades se compone una dezena, de diez dezenas vna Zentena, de diez zentenas vn millar, de diez vnidades de Millar, vna dezena de Millar; de diez dezenas de Millar vna Zentena de Millar, de diez Zentenas de Millar, vn Millon ó quento: Las dezenas, Zentenas &c. se llaman articulos.

De vnidades dezenas, y Zentenas se forma vna clase; de dos clases, vna dignidad: Las dignidades se llaman simples, quentos, viquentos, triquentos &c.

Hipotesi.

Las Notas Numericas imbentadas por los Arabes, son las siguientes,

Vno, dos, tres, Quatro, Zinco, Seis, Siete, ocho, y nueve
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Con ellos se expresan no solo las vnidades, sino tambien las dezenas, y Zentenas de las Clases, y dignidades, aquienes seles dá vn balor local; deviendo que estando solas, ó aCompañadas enel 1r lugar dela derecha denotan vnidades, enel 2o. dezenas, enel 3o. Zentenas &c. los lugares bazios se òcupan con vn zero que es vna nota, queporsi nó significa nada

Corolario 1o.

Delo dicho se infiere quelas partes dela Numerazion guardan el Orden Siguiente.

Vnidad		Vnidad		Vnidad	
dezena	Simple	dezena	Millardeq.to	dezena	triquento
Zentena		Zentena		Zentena	
Vnidad		Vnidad		Vnidad	
dezena	Millar	dezena	Viquen.o	dezena	millardetrig.to
Zentena		Zentena		Zente.a	
Vnidad		Vnidad		Vnidad	
dezena	Cuento	dezena	Millardevig.ta	dezena	Quatriqu.to
Zentena		Zentena		Zente.a	

Corolario. 2°

tambien se ynfiere quela expresion delas unidades, dezenas, Zentenas es esta Sig.te

1.......uno	10....diez	100...Ziento	1000....Mill.
2.......dos	20....Veinte	200...doszien	2000....Dos Mill
3.......tres	30....treinta	300...treszi	3000....tres mill,
4.......quatro	40....quarenta	400...qu.tro Zi	4000....quatro mill
5.......Zinco	50....Zinquenta	500...quini	5000....Zinco mill
6.......Seis	60....Sesenta	600...Seiszi	6000....Seis mill.
7.......Siete	70....Setenta	700...Setezi	7000....Siete mill
8.......Ocho	80....Ochenta	800...ochozi	8000....Ocho mill,
9.......Nuebe.	90....Nobenta	900...nobezi.	9000....nuebe mill.

Corolario 3°

Si acada dezena sele añaden las nuebe unidades setendran los demas Numeros enteros hasta llegar aziento y se expresan poniendo enel primer lugar las unidades, yel segundo las dezenas, como se sigue.

11.....onze	16......diez y seis	21..........veinte y vna
12....doze	17.......diez y siete	22..........veinte y dos,
13....treze	18.......diez y ocho	23..........veinte y tres
14....Catorze	19.......diez y nuebe	24..........veinte y quatro
15.....quinze	20.......veinte.	25..........veinte y zinco

Deel mismo modo si acada Zentena se añaden las dezenas, y acada vna deestas las vnidades, se tendran los Numeros desde ziento, hasta mill, y se escriuen poniendo enel primer lugar las vnidades, en el segundo las dezenas, y enel terzero las Centenas; y assi auiendo descriuir, quatrozientos setenta y zinco, porquese Compone de zinco vnidades siete dezenas y quatro Zentenas, será su Expresion 475.

Enel Numero ochozientos y nobenta quese Compone denuebe dezenas, y ocho Zentenas, se Expresa 890, ocupando con vn zero el lugar bazio delas vnidades; El numero ziento y tres, se escriue, 1.3. poniendo el Zero en el lugar bazio de las dezenas y assi de otro qualquiera.

Corolario 1.º

Entendido el modo de escriuir qualquier numero será facil leer el balor de qualesquiera notas, atendiendo ala Significazion de cada una, y al lugar que ocupa; y assi, 642 porque la primera nota indica dos unidades, la Segunda quatro dezenas, y la tercera 6 Zentenas, quiere dezir Seiscientos quarenta y dos. Si estubiera escripto 624, seria quatro unidades, dos dezenas y seis Zentenas; esto es Seiszientos veinte y quatro. Si estubiera escripto 246 seria Seis unidades, quatro dezenas, y dos Zentenas, esto es dosZientos quarenta y Seis.

Escolio

Quando son muchas las notas se leeran facilmente diuidiendolas de 3 en 3 conpuntos, y quedaran formadas las Claves, poniendo para distinguir las dignidades, sobre el 2.º punto 1; sobre el 4.º 2; sobre el 6.º 3; y assi alternatibamente: Con esta disposizion se empezaran a leér las Notas por la izquierda hasta el primer punto que ocurra, y si tubiere Exponente enzima y fuere quatro, se dira quadriquentos; si fuere 3, triquentos; si 2, biquentos; y si 1 quentos: en el segundo punto sin Exponente se dira mill.

Exemplo

$$\underset{8}{21}^{4}.\underset{7}{470}.\underset{6}{007}^{3}.\underset{5}{502}.\underset{4}{300}^{2}.\underset{3}{295}.\underset{2}{333}^{1}.\underset{1}{111}.684.$$

Que dispuestos como se ha dicho se leerá Veinte y un quadriquentos, quatrozientos Setenta mill, y siete triquentos, quinientos dos mill, treszientos, biquentos, dos zientos, nobenta y zinco mill treszientos treinta y tres quentos, Ziento Onze mill Seiszientos ochenta y quatro.

Axiomas.

1.ª ...... Las Cosas que son iguales a otra son iguales entre si

2ª.... Si acosas iguales se añaden igu.s los todos se-
ran iguales.

3ª.......Si de Cosas iguales se quitan igua.s los rezidu.s
quedaran iguales.

4ª.........Si acosas iguales se añaden ó quitan desigu.s
se tendran las Sumas ó Rzidiuos desiguales.

5ª..........Si cosas iguales se multiplican ó parten por
iguales, esto es se aumentan ó disminuien ig.te
mente, los productos ó Cozientes seran igu.s

6ª.........Si cosas iguales se multiplican ó parten por
desiguales, los productos ó Cozientes seran
desiguales.

7ª..........Las cosas q.e son duplas, triplas &c. de Canti
dades igu.s son igua.s

8ª.........Las cosas que son mitades terzios &c. de Can
tidades iguales son igua.s

9ª..........El todo es maior que qualquiera de sus partes

Capitulo 2º.

del algorithmo delos Numeros enteros

esto es delas quatro primeras Reglas.

dela Arithmetica bulgar, que son Su
mar, Restar, Multiplicar, y Partir.

definicion 1.

Adiccion esta Imbenzion de vn numero
llamado Suma ó Agregado que es igual aó
tos Numeros Homogeneos dados.

Corolario

Los Numeros quese hande sumar deuen
ser deunamisma espezie; esto es Reales con R.
dineros con dineros &c.

Proposizion 1.a Pro.a

Sumar quales quiera Numeros.

Resoluzion

Lo 1.o se pongan las Cantidades, desuerte q.e
las vnidades, correspondan alas vnidades, deze
nas, adezenas, Zentenas, á Zentenas &c. ytirese por
debajo vna linea, para nó confundir conellas

la Suma, oagregado.

Lo 2º. añadanse las vnidades vnas, aotras subzesibamente, yescribase debaxo la Suma, haziendo lomesmo en el lugar delas dezenas, Zentenas &c.

Lo 3º. sila suma delas vnidades, compusiere exactamente vna, ómuchas dezenas se escriuirá zero debaxo ysellevaran las dezenas, para vnirlas conlas deel 2º lugar, yassi enlas Zentenas, Millares &c.

Lo 4º. si sumando las vnidades, el agregado Compusiese algunas Dezenas, y vnidades, seescriuiran estas debaxo, ysellevaran las dezenas, para vnirlas con las deel 2º. lugar

Exemplo 1º.

Empezando por las vnidades se dirá 3 y 5 son 8, quese escriue debaxo; vno, y 2 son 3, y 4 son 7, quese escriue debaxo

sehan de sumar	213
	425
	340
Suma.....	978

2 y 4 son 6, y 3, 9, escriuase debaxo, y sera la suma 978.

Exemplo 2°

Digase 4 y 8 son 12. y 9 son 21, y 3 son 24 y porque son 2 dezenas y 4 vnidades, escribanse estas debaxo, y lleuense las	Se han de Sumar { 2134 / 6478 / 329 / 63 } Suma.... 9004

2 dezenas, para juntarlas con las de su especie diziendo 2 y 3 son 5, y 7 son 12 y 2 son 14, y 6 son 20 y porque 20 dezenas son 2 Zentenas justas, se escribe Zero debaxo y se lleuan 2 que se suman a las Zentenas, diziendo 2 y 1, son 3 y 4 son 7, y 3 son 10, y porque 10 Zentenas justas Componen vn Millar se escriue Zero, y se lleua 1 para sumarle con los millares, diziendo 1 y 2 son 3, y 6 son 9 que escripto debaxo sera la Suma 9004

Demostracion

Las partes del numero son las vnidades dezenas, Zentenas &c; pero el agregado ó Suma, con tiene todas las unidades, decenas, centenas &c. delas Cantidades dadas, luego (por el Axioma 1º) la suma es igual a todos ellos

Escolio 1º

Para no fatigar la memoria, quando las cantidades son muchas se señalaran las Notas, y en llegando á 10 se dejará una Señal, y se llevará el Exceso que hubiere poniendolo alas notas que siguen, y debajo se escrivirá el ultimo Exceso, llevando para la Segunda tantas decenas como señales se dejaron en la primera, y assi en las demas, como se ve en el presente Exemplo.

Se dira 9 y 5 son 14, y porque llego á 10, se dejará una Señal, y el Exceso 4 se unirá alas Notas inferiores, y se dirá 4 y 3, son 7, y 8 son 15, y dejando señal se lleva el Exceso 5. &c.	589 765 293 478 695 2820

añadido á 5 son 10 y dejando señal se escrivirá debajo Zero, por ser el exceso nada, las 3 señales que se dejaron se uniran en la 2ª Columna

al 8 y se tendran 11 de ese señal, y juntan-
do el exzeso 1 con el 6, seran 7, y 9 con 16, y de
jando señal servirá el exzesso 6 al 7, y se tendran
13, de esse señal, y el exzeso 3 se agregará al 9
y se tendran 12 que dejando la señal se escri
birá debajo el exzeso 2, y llevando las seña
les de la 2.ª Columna para juntas ala 3.ª se
continuará la operazion, y será la suma 2820

Escolio 2.º

Haviendo de Sumar Numeros denominados
que expresan diversas especies, y en llegando
a cierto Numero que la especie menor pa
sa ala maior, se hade saver que Numero
dela Especie menor Compone la unidad
dela maior Inmediata, por Exemplo
siendo tuesas, Pies, Pulgadas, y Li
neas, se hade saver que una tuessa se com
pone de 6 pies, el pie de 12 pulgadas, y la pul
gada de 12 lineas; Porlo qual 12 lineas es
una pulgada, 12 pulgadas, es un pie, y 6 pies es
una tuessa; y assi para sumar las partidas

semejantes se descriuiran por su orden las Especies, poniendo ala dra la menor, de su erte que correspondan lineas, alineas, pulgadas, apulgadas, pies apies &c.

Exemplo

Tuesas	Pies	Pulgã	Linẽ
17	2	5	9′
10	4	3	11
4	3′	2′	7′
32	4	0	3

Empezando porlas Lineas Sprẽ quese lleoue á12 sedejará vna Señal yse elleuará el Exceso esto es 9 y 11 son 20 dejando vna Señal selle ban las 8 que añadidas á 7 hazen 15, y dejando la Señal seescriue debajo el exzesso

Porquese dejaron 2 Señales se dirá enla 2.ª Columna, 12 y 5 son 7, y 3, 10, y 2, 12, y dejando laseñal se escribe zero debajo.

Porquedejo vna Señal se dirá 1 y 2 son 3, y 4, 7, ydejando señal selleua el exzeso 1, y 3 son 4, escrivasse este quaso, y llevando una tuesa, por una señal que se dexó, se continua la operazion llanamente y se tendrá la suma 32 tuesas, 4 pies, y 3 lineas.

Exemplo.

Livras	Sueldos	Diner.^s
17	17	8
24	15′	9′
Suma 38	13	5

Para sumar Libras, sueldos, y dineros se hace notar q.^e una libra bale 20 sueldos; y 1 sueldo 12 dineros; y assi se sumaran los dineros, y en llegando á 12, se desará una señal, y se llevará el exceso; sumando los sueldos, en lleg.^do á 20 se desa señal, y se lleva el exzeso, con lo qual se tendrá la suma de 38 libras, 13 sueldos y 5 dineros.

Para sumar Signos, Grados, Minutos, y Segundos se hace notar que un signo vale 30 grados; un grado se compone de 60 minutos, y un mi nuto de 60 Segundos; Y assí haviendo de sumar las partidas Siguientes.

Exemplo

Signos	Grados	Minut.s	Seg.s
4	14	38	24
3	27	43	59
8	12	22	23

Sumando los Segundos enllegando á 60, se dexa vna Señal, y se lleva el exzero, y lo mismo se haze enlos minutos; pero enlos gra.s enllegando á 30 se dexa señal, y se lleva el exzero, y de esta forma se tendrá la Suma, de ocho Signos 12 grados, 22 minutos, y 23 Segundos. Deel mismo modo se suman otras especies: como baras, Palmos, dedos, Quintales, arrobas, libras, onzas &.

Definizion 12

Subtraccion es la Imbenzion, ó aberiguazion, de vn numero llamado diferenzia, ô residuo entre 2 numeros dados de vna misma especie; el que se resta se llama, Subtraendo; aquel de quien se resta minuendo, y el que se busca diferenzia

Corolario

Para restar vna Cantidad de ôtra deuen ser de vna misma especie: esto es Reales, con Rea. dineros con dineros &c

Proposizion 2a. Preblema.

Restar vn numero menor de ôtro maior

Resoluzion.

Lo 1º. escriuase el menor debaxo del maior, de su erte que correspondan vnidades, à vnidades, Dezenas, à dezenas, Zentenas, à Zentenas &c. y tirese debaxo vna linea.

Lo 2º. empezando por la derecha restese la Nota inferior de la Superior, y escriuase deuaxo la diferenzia.

Exemplo

dirase de 2 a 5 van	Minuendo...	6895
3; de 0. á 9. van 9	Subtraendo...	1802
de 8 a 8 no bá nada	diferenzia...	2093

y de 1 a 6 van 2, y se hallará que esta diferenzia entre los 2 numeros dados, 2093

Lo 3.º quando la Nota inferior es maior que la Superior, se añaden 10 ala de arriba, sacando la unidad dela nota Superior ymmediata, y se dexa una Señal para memoria

Exemplo.

Porque 7 no se puede res	Minuendo...	93.
tar de 3 se tomará del	Subtraendo...	57
9 una dezena que son	diferenzia...	36

10 unidades dexando una señal y añadiendole 10 al 3 seran 13, y se restará diziendo de 7 a 13, van 6, y porque el 9 tiene Señal bale solamente 8, y se dirá de 5 á 8 van 3, y será la diferenzia entre los 2 numeros dados 36.

Lo 4.º si la nota deq.r

sehauia detomar lacantidad, (escexo) se tomará
dela Nota Significatiba q.e 1.o se en
cuentre, ydejando señal para Memo
ria todos, los Zeros que seguieren bal
drán 9.

Exemplo.

Porq.e 5 nosepue	Minuendo....	8002
de Restar de 2	Subtraendo....	1935
se tomará una uni	diferenzia....	3067

llar del 8, y dejando señal baldrá solam.te
7, cada Zero baldrá 9, y el 2 baldrá 12, y se
dirá de 5 á 12 ban 7 de 3 á 9 ban 6. de
9 á 9 nada, y de 1 á 7 ban 3, y será la
diferenzia 3067.

La Razon es porque el Mi
llar q.e se toma del 8, bale 10 Zentenas, dellas
quales dejando 9 en el primer, Zero, 9 de
zenas en el 2.o y una dezena que son 10 uni
dades en el 2, hazen 12, y queda la misma
Cantidad.

En el exemplo sigui.te se hallan to
dos los Casos que se ofrezen en el Restar.

Escolio

Haviendo de restar los Numeros denominados se tendrá atenzion al balor de cada Especie y en lo demas se resta como se ha dicho.

Minuendo	47..5.238
Subtraendo	365.93452
diferenzia	1.4956786

Exemplo

	tuesas	Pies	Pulgadas	Lineas
	24	3	11	5
	15	3	10	3
diferenª	9	0	1	2

Restando 3 lineas de 5, quedan 2, restando 10 pulgadas de 11 queda 1: restando 3 piés de 3 queda nada, restando 15, tuesas, de 24 quedaran 9, y sera la diferenzia 9 tuesas 1 pulgada, y 2 lineas

Exemplo

tuesas	Piés	Pulgª	Lineas
24	2	5	3
16	4	9	11
7	3	7	4

Para restar 11 lineas de 3. se tomara de el 5 una pulgada q.e bale 12 lineas y añadidas á 3 se tendrá 15, y restando 11 de 15 quedan 4: por razon de la señal el 5 bale 4 pulgadas, para restar las 9, se tomará un pie de los 2, que bale 12 pulgadas, y se tendran 16 de quien restando 9. quedan 7; para restar los pies se tomará de las 21 tuesas (dexando señal) una que bale 6 pies, y se tendrá 7, de los quales restando 4 quedan 3, y restando las tuesas se tendrá la diferenzia 7. tuesas. 3 pies, 7 pulgadas, y 4 lineas.

Exemplo

tuesas	Pies	Pulgã	Linˢ
8	0	0	0
4	2	7	9
3	3	4	3

Se tomará de el 8. una tuesa, y reduzida esta a pies, pulgadas, y lineas, se tendrá

Tuesas	Pies	Pulgadas	Lines
7	5	11	12
1	2	7	9
3	3	4	3

Otro Exemplo.

	Grados	Minutos	Segundos
	17	28	34
	12	53	5
Difera.	4	35	29

Restando 5 segundos de 34 quedan 29, por que 53 Minutos no se pueden restar de 28, se tomará de 17 un grado que bale 60 minutos, y añadidos à 28 se tendrán 88, de quien restando 53 quedan 35, y restando 12 de 16 quedarán 4 grados, y será la diferenzia 4 Grados, 35 minutos, y 29 segdos.

Si de 18 Grados, se ha de restar 35 Grados 8 Minutos, y 17 segundos, se tomará un Grado, y reduzido a Minutos y Segundos se tendrá

Grados	Minutos	Segundos
179	52	60
35	8	17
144	51	43

Escolio.

Vn Hombre nazio en 12 de Dre. del año de 1692 alas 8 horas 15 minutos, y 32 segundos dela noche, y murio el dia 8 de Julio del año 1719 alas 11 oras, 52 minutos, y 50 Sos. dela Mañana pidese el tpo que vibio.

Examinase el tpo com pleto delos años meses, y dias, que pasaron assi enel Nazimiento, como ensu muerte y la diferenzia es el tpo quesepide.

Para esto se supone q el año zibil empieza, enla me dia noche del dia 31 de Dize.; luego enel mo mento que murio hauian pasado 1718 años 6 Meses 7 dias, 11 horas 52 Minutos, y 50 Segdos y enel Instante desu Nazimiento hauian pasados

1691 años, 10 Meses, 18 dias, 20 horas, 45 Minutos, y 32 Segundos: Sabiendo que el año tiene 12 Meses, el Mes comun 30 dias, el dia 24 horas, la hora 60 Minutos, y el Minuto 60 Segundos. Se hara como se sigue.

Años	Meses	dias	horas	Minu.	Segun
1748	6	7	11	52	50
1691	10	18	20	45	32
56	7	18	15	7	18

Restando el tpõ menor del maior se hallará que vibió 56 años, 7 Meses, 18 dias, 15 oras, 7 Minutos, y 18 Segundos.

De este modo se Restan Libras, Sueldos, y dineros, como tambien baras, palmos, Dedos &.

Definicion 13

Multiplicazion es la imbenzion de un Numero llamado producto, que contiene tantas bezes al Numero dado, como Unidades contiene otro Nu mero porquien se ha multiplicado: Per Exemplo el Multiplicar 4 por 3, es buscar el producto 12, que contiene 3 bezes al 4, asi en que contiene 4 bezes al 3; Los Numeros que se Multiplican como el 4 y el 3, se llaman Raizes, lados, ó factores, el uno se dize, Multiplicando, y el otro multiplicador.

Corolario 1º

Multiplicar es un Sumar abrebiado, por que Sumando el 4, 3 bezes se tiene 12, y sumdo el 3, 4 bezes se tiene 12, y asi lo mismo es, multiplicar 4 por 3, q.e multiplicar 3 por 4, y por consiguiente lo mismo es Sumar 3 bezes el 4 q.e sumar, 4 bezes el 3.

Corolario 2º

La unidad, no aumenta, ni disminuie, la Multiplicazion, porque el Multiplicar por uno es tomar una bez la misma Cantidad: tambien el producto de qualquier Numero por Zero es Zero.

TABLA PITAGO^ca

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Escolio 1º

Los Numeros quese multiplican pueden ser de diversas Expezies, como Baras, por r.^s tuesas, por Sueldos &c.

Escolio 2º

Para fazilitar la practica dela Multiplicazion, sehande tener deMemoria, todos los Productos delos Numeros digitos, conforme se contienen enesta tabla Siguiente, llamada Pitagorica, por ser imbentada, ô dispuesta por Pitagoras.

Enla parte Superior setiene el multiplicando, yala izquierda elMultiplicador, y los productos sehallaran enfrente; por Exemplo, para Saber elproducto de 6 por 5, setomara enlaparte Superior el 5, yenla Coluna dela izquierda el 6, yenfrente deuno yôtro, se allará 30 que es elproducto quese pide yassi delos demas.

Proposicion 3ª Problema,

Multiplicar qualquiera Cantidad p.r otra.

Resolucion.

Lo 1º. escrivase el Multiplicador debaxo del multiplicando, correspondiendo unidades a unidades, dezenas á dezenas, Zentenas, á Zentenas &c., y se tirará una linea por debaxo;

Lo 2º empezando por la derecha se multiplicará toda la Cantidad por la 1ª nota del multiplicador, despues se multiplicará por la Segunda, y luego por la 3ª. &c. y cada producto se empezará a escrivir debaxo de la nota, q.e se multiplica.

Lo 3º sumense los productos parziales, y se tendrá el producto que se pide.

Multiplicando...	400785
Multiplicador......	3106
	2404710
	000000
	400785
	1202355
	1244838210

Haviendo de Multiplicar las Cantidades del presente Exemplo escritas como parece, se empezará por el 6, diciendo 6 veces 5, son 30, y escriviendo el zero lleuo 3, 6 vezes 8, son 48, y 3 que lleuo son 51, escrivo el 1, y lleuo 5, 6 bezes 7 son 42, y 5 que lleuo son 47, escrivo el 7 y lleuo 4, 6 bezes, o es o, y escrivo o, despues 6 bezes 4, son 24, que se escriuen por ser el vltimo.

Porque, la 2.ª nota del Multiplicador es, o, todo el producto será zeros.

Porque la 3.ª nota del Multiplicador es 1, basta escriuir debajo del 1 la cantidad de arriba; para multiplicar por 3, se dirá, 3 bezes 5 son 15, escrivo el 5 y lleuo 1, y digo 3 beses 8 son 24, y 1 que lleuo son 25, y escriuiendo el 5 lleuaré 2, y diré 3 bezes 7 son 21, y 2 que lleuo son 23, escrivo 3, y lleuo 2, y digo 3 beses 0 es zero, escrivo el 2 que lleuaba, y continuo diziendo, 3 beses zero es zero, y porque no lleuo nada escribo el zero, finalmente, 3 beses 4, 12, que se escriuen por ser la vltima nota, y sumando los productos parciales se tendrá el total 1241838230.

Escolio 1°

Para Multiplicar por 10, 100, 1000 &c basta añadir ala Cantidad tantos Zeros, como tiene el Multiplicador, y asi el producto de 175 por 10 es 1750 por 100 será 17500, y por 1000 es 175000

Escolio 2°

Quando ala derecha de alguna Cantidad, ai algunos Zeros, basta multiplicar las notas Significativas, y añadir tantos zeros como ai en una y otra Cantidad

Basta Multiplicar 4 por 3, y añadiendo Zinco Zeros se tendrá 1200000

Exemplo

Para Multiplicar	4000
Por	300
Producto	1200000

Escolio 3°

Para Multiplicar por 1 o muchos Nuebes, basta añadir tantos Zeros, y Restar la Cantidad

Se añadiran 2 zeros alos 123, y se tendrá 12300, y Restando

Exemplo

Para Multiplicar	12300
Por	123
Producto	11877

123 quedará 11,877 por el producto que se pide.

La Razon es porq^e añadir dos Zeros, es tomar 100 bezes la Cantidad, y Restandola una bez, se tendrá 99 bezes esto es, será el producto 123 por 99.

Definicion 11.

Division es la Averiguacion, de quantas bezes un Numero está contenido en otro; el Numero que se parte, se llama dividendo, y el numero por quien se parte se llama divisor, o partidor, y el que se busca Coziente.

Exemplo.

El partir 12 por 4 es buscar un Numero 3, que expresa las bezes q^e el 4 se contiene en el 12; el dividendo es 12 el divisor es 4, y el Coziente es 3.

Corolario 1°.

el partir es un Restar abreviado, porque lo mismo es partir 12 por 4 que Restar el 4 del 12 quantas beses se pudiere, y de una, y otra Suerte se hallará el 3.

Corolario 2°

La unidad nó disminuie enla Particion, por que se contiene tantas vezes enqualquier Numero como expresan sus Notas.

Proposicion 1.ª Problema.

Partir un Numero, por otro menor.

Resolucion

Lo 1° escrivase el divisor al lado del dividendo, y se partense dela izquierda del dividendo, con un punto tantas notas quantas tubiere el divisor, y si lo separado no fuere igual ómas q.e que el divisor, se tomara del dividendo otra nota mas.

Lo 2° vease quantas vezes el divisor se contiene enlas Notas separadas, y el numero que lo indicare, sera el Coziente que se escrivira áparte.

Lo 3° Multipliquese el divisor p.r el Coziente, y elproducto restese del dividendo, y se tendrá el residuo 1°.

Lo 4.º Juntese al residuo la nota que sigue en el dividendo, y vease quantas bezes contiene al divisor y el numero que saliere se pondrá en el Cojiente, al lado del 1.º y multiplicando el divisor por esta nota, el producto se restará del residuo 1.º y se tendrá el residuo 2.º

Lo 5.º se continuará la Operazion de este modo hasta que se haian bajado todas las Notas del dividendo, y se tendrá concluida toda la operacion.

Quando el divisor no cave en el residuo despues de bajada una nota, se pondrá (0) en el cojiente, y se bajará otra nota.

Caso 1.º

Quando el divisor tiene una sola nota.

Haviendo de partir 14184 por 3 se pondrá el partidor 3 al lado del dividendo, y porque no cave el 3 en la 1.ª nota se aparta

Exemplo 1.º

Dividendo 14184 | 3 Divisor
4728 Cojiente

	12	
Residuo 1.º	21	
	21	
2.º	08	
	6	
3.º	24	
	24	
4.º	0	

ran deel diuidendo las 2 primeras notas, dela ij
quieda esto es 14, y se dirá 14 en 3 les caue a 4 que
se escriuirá aparte, y multiplicando 4 por 3 se ten
drá 12 que restados de 14 se tendrá 2 por el resìduo
primero.

Vajese el uno deel diuidendo, y se tendrá
21 digase 21 á 3 caueles á 7 quese escriuira enel
quociente, y Multiplicando 7 por 3 se tendrá 21 que
restado de 21 queda (0) por el residuo 2º.

Vajese el 8 y
digase 8 á 3 caueles á 2 quesepone enel quociente
y Multiplicado 3 por 2, elproducto 6 restandolo de 8
quedan 2. por el residuo 3º.

Vajese el 4 y se tendrá 24
digasepues, 24, á 3 les caue á 8 escrito este enel cozte
y multiplicando 8 por 3, elproducto 24, restandolo de
24 queda (0) por el residuo 4º. y porque no ai mas notas
quebajar deel diuidendo, se dira que 14, 184, partidos
por 3 les caue á 4728.

Exemplo 2º

Hauiendo departir 144,192 por 32 se escriuira
el diuisor al lado deel diuidendo y porque 14 no se

puede partir por 32, se tomaran 144 para regular el Cojiente; esto es para saver quantas bezes caben 32 en 144 porque en el dividendo ai vna nota mas que en el divisor, se regulan las 2 primeras del dividendo ala 1ª del

Dividendo...	144,192	32 divir.
	128	4506 quote.
Residuo 1º....	161	
	160	
2º......	192	
	192	
3º........	0	

divisor; esto es 14 á 3 diziendo 14 en 3 caben á 4, que se escrive en el Cojiente, y multiplicando el divisor 32 por 4 se tendrá 128 que restado de 144, quedan 16 pr. el Residuo 1º.

Vajese 1 y se tendra 161, y digase 16 á 3 les cave á 5, y multiplicando 32 por 5 se tendrá 160 q. restados de 161 queda 1 por el Residuo 2º.

Vajese el 9, y se tendrá 19 y por que 1 no se puede partir á 3 ni en 19 no se puede partir á 32 se escrive en el Cojiente (0).

Vajese el 2 y se tendrá 192 por el Residuo 2º. y 3º. y se dira 19 á 3 les Cave á 6 que escrivo en el Cojiente, y Multiplicando 32 por 6 se tendrá; 192 que restados de 192 queda (0) y el Cojiente sera 4506.

Escolio 1°

Si haviendo Multiplicado el divisor, por el Cociente fuere tan grande el producto que no se puede restar es señal que no les cave a tanto, y asi el Cociente se hará menor. Si haviendo restado sobrare un Numero igual ó maior que el divisor. es Señal que les cave a mas, y asi el Coziente será maior esto se hade obserbar cuidadosamente en cada operazion.

Escolio 2°

Quando el partidor es 2 se puede hazer la operazion sacando la mitad, si es 3 el terzio, y si 4 el quarto; y asi haviendo de partir 14184 por 3 se sacará el terzio: diziendo el terzio de 14 es 4, y sobran 2, escrivo 4 y juntando el 2 con el 1 se tendrá 21: el terzio de 21 es 7, el terzio de 8 es 2, y sobran 2 que añadidos al 4 seran 24 cuio terzio es 8, y se tendra el Coziente 4728.

14184
4728

Escolio 3.º

Quando el Partidor tiene muchas notas q̃ an de servir para muchas parziones, se haze con mucho descansso sin exponer se á herror ni andar tanteando ácomo les caue que estamma.d dificultad, yembarazo delos prin zip.tes, formando vna tabla del diuisor, Mul tiplicada por todos los Numeros digitos.

Exemplo.

Se hadepartir 3708107 por 513: Multiplic.do 513, porla vnidad, esta misma Cantidad, Mul tiplicando por 2 setendrá 1086, Multiplicando por 3 será 1629 por 4 sera 2172 &. hasta 9 poniendo los productos deruerte que porsu horden se sigan los vnos alos otros, yal lado decada producto sepondrá el numero digito quesir bió deMultiplicador como sebé enla p.te ta bla.

Diuidendo..370847 (543 Diuisor	543	1
3258 6829 Cojie.te	1086	2
Residuo 1.º 4501	1629	3
4344	2172	4
2.º 1574	2715	5
1086	3258	6
3.º 4887	3801	7
4887	4344	8
4.º 0	4887	9

Hecho esto separo del diui dendo las 4 primeras notas 3708 como se ha dho y buscandolas en la tabla no se enquentran justamente; pero su prox.mo menor es 3258 que corresponde á 6 escriuo en el Cojiente 6, y Restando 3258 del diuidendo quedan 450 por el Residuo 1.º bajese 1 y se tendrá 4501, que se buscará en la tabla y se hallará ser su prox.mo menor 4344 que corresponde á 8 escriuiendo 8 en el Cojiente y hecha la Resta se tendrá 157 p.r el 2.º Residuo bajese el 4 y se tendrán 1574, que buscado en la tabla se halla el prox.mo menor, 1086 que corresponde á 2; escrito este en el Coj.te y hecha la resta sera el residuo 3° 488: vaje se el 7 y se tendra quatro mill ochozi entos ochenta y siete que buscado en la tabla Corresponde justamente, escri base en el Cojiente y echa la resta quedará zero por el quarto residuo, siendo el coziente total seis mill ocho cientos veinte y nueve

Si la Cantidad q. se busca en la tabla fuere menor que el divisor, se pone (o) en el Cojiente y se baja otra nota del dividendo como se ha dho

Escolio 4.°

Otros muchos modos ai de partir mas breves, Multiplicando y restando a un tpo, pero los 2 aqui esplicados son los mas claros, y menos a expuestos à Herror

Escolio 5.°

Si en el ultimo residuo sobrare alg. se

pondrá sobre una linea, y debaxo el diuisor, y se tendrá una fraccion

Exemplo.

26	3
24	$8\frac{2}{3}$
2	

Partiendo 26 por 3 les caue á 8, y sobran 2, que puesto sobre una linea, y debaxo el diuisor 3 se tendrá $\frac{2}{3}$ esto es Dos terzios, y se dirá que el Cociente es 8 y $\frac{2}{3}$

Escolio 6.°

Quando el diuisor es 10, 100, 1000 &c bastará quitar dela derecha deel diuidendo tantas notas como tiene zeros el diuisor; y así haviendo de partir, 5427 por 10 será el Cociente $542\frac{7}{10}$; si se parte por 100 será el Cociente $54\frac{27}{100}$ si se parte por 1000 será el Cociente $5.\frac{427}{1000}$

Escolio 7.°

Quando el diuisor es producido de 2 o mas Vezes, si se parte por una de ellas, y el Cociente se parte por la otra se tendrá el Cociente que se pide

Exemplo

Queriendo partir 144192 por 32, porque 32 se produze de la Multiplicazion de 8 por 4 se puede partir la Cantidad por 8 y el cojiente diuidirlo por 4, o al contrario, partir la Cantidad por 4 y el Cojiente diuidirlo por 8, y asi sacando el 8.º se tendrá 18024, y sacando de este el 4.º será 4506 el cojiente que se pide.

144192	32
18024	
4506	

Tambien porque 32 se produze de la Multiplicazion de las notas 2, 2, 2, 2, 2, sacando subzesibamente la mitad se hallará el Cojiente como antes.

144192	32
72096	
36048	
18024	
9012	
4506	

Escolio 8.º

Quando un numero menor se parte por otro maior el Cojiente se expresa con una fraccion poniendo sobre una linea el diuidendo y debajo el diuisor, y assi partiendo 2 por 3, será el Cojiente $\frac{2}{3}$ esto es $\frac{2}{3}$ dos terzios

Propos.ⁿ 5.ª Problª

Examinar la Adiczion, Subtracczion, Multiplicazion, y Partizion.

El examen ó prueba de estas Practicas se haze porlas operazˢ contrarias deSuerte que el Sumar se prueba Restando el Restar se prueba Sumandᵒ el Multiplicar se prueba partiendo, yel Partir se prueba Multiplicando.

Lo 1º haviendo Sumado las partidas Siguientes para probar sila operazion esta bien hecha se sumaran las Columnas por la izquierda, diziendo 2 y 6 son 8 que restados de 9 queda 1 en la Columna siguiente, 1 y 4 son 5 y 3 son 8 que restados de 10 quedan 2. en la Columna Siguiente 3 y 7 son 10, y 2, 12 y 6, 18 que restados de 20 quedan 2, y en la Siguiente Columna; 4 y 8 son 12, y 9 son 21, y 3 son 24 que restados de 24 queda, 0, y se concluie quela operazion está bien hecha porno hauer

2134
6478
329
63
9004
1220

sobrado cosa alguna

Lo 2º de 93 restando 57 se halló el residuo de 36, para la prueba se suma la Cantidad menor 57 con la diferenzia 36 y porque la Suma es 93 igual ala Cantidad maior dada, se dira que la Operazion está Exacta

$$\begin{array}{r} 93 \\ 57 \\ \hline 36 \end{array}$$

Lo 3º Multiplicando se halló el producto 1244,83821o para examinar la Operazión se parte el producto por el Multiplicador esto es 1244,83821o por 31o6, y porque el Coziente es igual a 4oo785 que es el Multiplicando; se dira que está buena la operazn.

$$\begin{array}{r} 4oo785 \\ 31o6 \\ \hline 24o471o \\ 4oo785o \\ 12o2355 \\ \hline 1244838\,21o \end{array}$$

Si el producto se partiera por el Multiplicando seria el producto, digo el Coziente. el Multiplicador

Lo 4º Haviendo de partir 144,192 por 32 y porque el producto sale igual al dividendo, se dira que la operazion está exacta si hubiera sobrado algo se añade al producto y si la suma fuere igual al dividendo esta buena la operazion.

Exemplo.

144192	32
128	4506
161	32
160	9012
192	13518
192	144192
0	

Partiendo 26 por 3 se alló el Coziente ocho y sobraron dos; luego Multiplicando ocho por tres, se tendrá 24 y añadiendo dos que sobraron, será el todo 26 igual al dividendo.

Capitulo 3°

Delas Fracciones, Bulgares.

Aunque la inteligenzia delas fracciones depende dela Razon, y proporzion delos Numeros que se dará enel libro 3°. para que el prinzip.te no carezca desu Noticia, se explicaran aora brebemente, omitiendo sus demostraziones, y buscando solo enlo Sucinto, la Utilidad dela practica.

Hipotesi.

La frazion o quebrado se expresa por 2 num.

el vno sobre el ôtro, con vna linea intermedia el inferior llamado denominador indica la vnid.^d ô el entero, dividido enpartes, el Superior llama do Numerador, determina las partes dadas enel Casso propuesto.

Exemplo.

dos terzios devn Real se escriue $\frac{2}{3}$ endonde el denominador 3, indica que el Real esta diuidido en 3 partes iguales, yel numerador 2, señala de termina dos dichas partes.

Escolio

el quebrado tiene su origen dela particion devn Numero por ôtro, como si 2 reales se han de partir entre tres hombres, acadavno le tocan dos terzios, yelquebrado dos terzios será el quociente, desuerte que el numerador, es el diuidendo, yel denominador es el diuisor.

Quando el denominador es 2, las partes sellaman medios; sitres terzios.

si quatro quartos, si zinco quintos y asi en adelante se dizen sextos, septimos, octavos, nobenos, dezimos; pero desde onze en adelante, despues de hauer nombrado al Numerador al denominador se añade la voz avos, y asi $\frac{4}{19}$ se dize quatro diez y nuebe avos.

Definicion 15.

Si el Numerador es menor que el denominador se llama el quebrado propio como $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{8}{10}$ &c. y si es igual ò maior, como $\frac{9}{9}$, $\frac{14}{5}$ &c. se llama quebrado impropio; porque entonzes aunque la Cantidad se figura como quebrado, indica uno ò muchos enteros.

Definicion 16.

Diuidese el quebrado en simple, y compuesto; el quebrado simple, es parte ò partes de un entero como $\frac{2}{3}$ quiere dezir dos terzios de un entero; el quebrado Compuesto es parte, ò partes, de el quebrado simple como $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{4}$ quiere dezir quatro quintos de tres quartos, y asi los $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ es tambien un quebrado Compuesto.

Definicion 17

Medir vn numero aotro vedize quando le parte enteramente yasi los numeros, 2,3,4, y 6, son midadas del Numero 12; lamaior medida es el Numero maior quele diuide, yasi 6 es lamaior medida de 12.

Definicion 18.

Llamase comun medida de 2 omas numeros q. es el maior numero quelos parte enteramente yasi 4 es lamaior medida Comun de 12 y 20 porq. mide 3 bezes al 12, y 5 bezes al 20.

Definicion 19.

Numero primo es elque notiene otra medida que la vnidad como 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 &c.ª Numeros entresi primos son aquellos cuia maior medida comun es la vnidad, como 3 y 4

Definicion 20

Numero Compuesto es elq. amas dela vnidad tiene otra medida como 4, 6, 8, 10, 12 &c.ª

Propon. 6.ª Problema.

Hallar la maior Comun medida de 2 Numeros

Resolucion.

Partase el Numero mar. por el menor, y si sobra algo, partase el menor por lo que sobre; y si en la 2.ª partizion sobró algo partase el 1.er residuo por el 2.º y de esta suerte se continuará hasta que no sobre cosa alguna, sin atender al coziente y el ultimo partidor será la maior comun medida

Exemplo 1.º

Hallar la maior Comun medida de 21 y 15: partase 21 por 15 y sobran 6, partase 15 por 6 y sobran 3; partase 6 por 3 y no sobra nada; luego 3 es la maior medida Comun de 21 y 15.

$$\begin{array}{r|l}
21 & 15 \\
15 & 1 \\
\hline
15 & 6 \ldots\ldots \text{Resid.º } 1.º \\
12 & 2 \\
\hline
6 & 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.º \\
6 & 2 \\
\hline
0 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3.º
\end{array}$$

Exemplo 2º

Hallar la maiór medida comun de los Numeros 432 y 234: partiendo 432 por 234 sobraron 198, partiendo 234 por 198 sobraron 36, partiendo 198 por 36 sobraron 18, partiendo 36 por 18 sobró, 0; y se dirá que 18 es la maiór medida comun de los numeros dados.

432 | 234
234   1
234 | 198 ... Resº 1º
198   1
198 | 36 .... 2º
180   5
36 | 18 .... 3º
36   2
0 .... 4º

Escolio 1º

Quando el ultimo partidor es la unidad entonzes los Numer.s propuestos, no tienen medida Comun, y se llaman entre si primos.

Exemplo.

Pidese la ma.r medida Comun de los Numeros 14, y 11; partase 14 por 11 y sobran 3, partase 11 por 3, y sobran 2; partase 3 por 2 y sobra 1, y porque el ultimo partidor es la unidad se dirá de que los Numeros 14 y 11 no tienen otra comun medida

14 | 11
11   1
11 | 3 Reº 1º
9   3
3 | 2 .... 2º
2   1
2 | 1 .... 3º
2   2
0 4

-quela misma Vnidad, yasi son entresi primos

Escolio 2°

Sise busca lamaior medida Comun de 3 Numeros, como 35, 49, 56; lo 1° busquese lamaior medida comun de 35, y 49, yasi partiendo 49 por 35 sobran 14; Partiendo 35 por 14 sobran 7; y partiendo 14 por 7 queda zero; luego elpartidor 7 eslamaior medida comun de 35, y 49; busquese aora del mismo modo lamaior medida comun de 7, y 56, partiendo 56 por 7 sobra zero, luego sedirá que 7 eslamaior medida comun delos Numeros 35, 49, y 56; del mismo modo sehallará lamaior comun medida de 4 omas Numeros

```
 49 |35            56 |7
 35   1            56  8
 35 |14 ... Res. 1°  0
 28   2
 14 |7 ....... 2°
 14   2
  0 0 ........ 3°
```

Propn 7.a Problema

Reducir vn quebrado alos minimos terminos.

Resolucion

elmismo Valor deVn quebrado sepuede ex

presar con infinidad determinos, ià maiores, ò ià menores, como $\frac{1}{2}$ es lo mismo q^e $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ &c por q^e assi como la Unidad diuidida en 2 partes la vna vedrie $\frac{1}{2}$ assi diuidida en 4 partes su mitad es $\frac{2}{4}$ diuidida en 6 partes su mitad es $\frac{3}{6}$ y diuidida en 8 será su mitad $\frac{4}{8}$ &c

Operazion.

Para Reduzir el quebrado alos minimos terminos, busquese (propo^n 6^a) la maior medida Comun del Numerador, y Denominador, y por ella partanse entrambas; digo que los Cozientes formaran el quebrado, que se busca.

Exemplo.

Sea el quebrado $\frac{15}{21}$ auos la maior medida Comun de 15 y 21 es 3, y asi parziendo 15 por 3, será el Coziente 5; partiendo el 21 por 3 será el Coziente 7, y el quebrado, $\frac{5}{7}$ es lo mismo q^e $\frac{15}{21}$ auos con lo que esta Reduzido alos minimos terminos.

Propos.^{n} 8.^{a} Proble.^{a}

Reduzir los quebrados a un Comun denominador

Resolucion

24	36	40
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
	48	
$\frac{24}{48}$	$\frac{36}{48}$	$\frac{40}{48}$

Para reduzir los quebrados de distintos Denominadores, como $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ a un Comun denominador.

Lo 1.° Multipliquense los denominadores, 2, 4, 6, entresi, y el producto 48 será el Comun denominador.

Lo 2.° Multipliquense cada Numerador, por todos los denominadores delos otros; y asi para hallar el Nume.^{or} del 1.° Multipliquense los Numeros, 1, 4, 6, y se tendrá 24, para hallar el 2.° Numerador, Multipliquense 2, 3, y 6 y se tendrá 36. Para hallar el Numerador del 3.° Multipliquense 2, 4 y 5 y se tendrá 40; luego seran los quebrados reduzidos $\frac{24}{48}$ $\frac{36}{48}$ $\frac{40}{48}$ a los 8

tambien si se han de reduzir $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{9}$ el producto delos denominadores: esto es 3 por 9 es 27 denominador Comun, y Multiplicando en Cruz 2 bezes 9 con 18, y 4 bezes 3 con 12 se tendran los Numeradores 18, y 12, luego los quebrados reduzidos seran $\frac{18}{27}$ auos; y $\frac{12}{27}$ auos.

18	12
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$
27	
$\frac{18}{27}$	$\frac{12}{27}$

Proposizn. 9a. Probleª

Reduzir el quebrado Compuesto à Simple.

Resolucion

Sea el quebrado Compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$; Multipliquese continuamte. los Numeradores, y el producto sera Numerador, Multipliquense los Denominadores y el producto sera el denominador, y asi $\frac{10}{72}$ auos es lo mismo qe. $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$

Proposn. 10 Probleª

Reduzir los enteros a quebrados.

Resolucion,

Para que los enteros tengan la forma de los quebraos. basta solo ponerles por denominador la vnidad. como

$\frac{12}{1}$ es lo mismo que 12 enteros, pero si se han de reduzir a la especie de quartos Multipliquese 12 por 4, y el producto 48 será el Numerador, y assí $\frac{48}{4}$ es lo mismo que 12 enteros. Si se hubieran de reduzir á quintos, Multipliquese 12 por 5 y el producto 60 es Numerador, y assí 60 quintos es lo mismo que $\frac{12}{1}$

Si un entero, y quebrado como 6 y $\frac{4}{5}$ se ha de reduzir a la especie de su quebrado Multipliquese 6 por 5 y al producto 30, añadiendole los $\frac{4}{5}$ será $\frac{34}{5}$ que es lo mismo que 6 enteros, y $\frac{4}{5}$

Proposi.^n 11 Proble.^a

Reduzir los quebrados á enteros.

Resoluzion,

Si el Numerador fuere maior se partirá por el Denominador, y el Cociente espresará los enteros como $\frac{30}{5}$ partiendo 30 por 5, el Cociente 6 son los enteros; quando sobra alguna cosa se dessa por quebrado como si se ha de reduzir $\frac{32}{5}$

Partiendo 32 por 5 el Cojiente es 6 y sobran 2 y se dirá q.e bale el quebrado 6 enteros y $\frac{2}{5}$ que es lo mismo que $\frac{32}{5}$

Proposiz.n 12 Proble.a

Allar el Valor de vn quebrado.

Resolucion

Conozido el Valor del entero se Multiplica por el Nume.or y el prod.to se reparte por el denominador, y el Cojiente será el quebrado.

Queriendo Saver, el Valor de $\frac{3}{5}$ de libra por q.e vna libra bale 20 sueldos multiplico 20 p.r 3, y será el p.to 60, y partiendolo por 5 será el Cojiente 12, luego el balor de $\frac{3}{5}$ de libra será 12 sueldos.

Quando en la partizion sobra algo se haze quebrado, y se le da el Valor de la misma forma; sea pues $\frac{5}{8}$ de libra, Multiplico 20 Sueldos que tiene la libra por 5 se tendrá el producto 100, que partido por 8 será el Cojiente 12 Sueldos y $\frac{4}{8}$ de sueldo; y porque 1 sueldo bale 12 dineros Multiplico 12 por 4, y el producto 48, partido por 8 dà el Cociente 6, que son 6 dineros: digo pues q.e $\frac{5}{8}$ de libra son 12 Sueldos, y 6 dineros.

Proposicion, 13 Problema.

Sumar quebrados.

Resolucion

Si 2 quebrados fuesen de distintos denominadores se reduziran aun comun Denominador (propo.n 8.a) y sumense los Numeradores.

15	14
3	2
7	5
35	29/35

Exemplo; sean los quebrados que se hande sumar, $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}$; reduzidos aun Comun denominador son $\frac{15}{35}$ avos y $\frac{14}{35}$ avos, sumense pues 15. y 14 y se tendrà $\frac{29}{35}$ avos, por la Suma de $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}$

Si se hande sumar quebrados Compuestos reduzcanse à Simples (propo.n 9) y despues se suman Como se ha dicho Arriba.

Proposizion 14 Proble.a

Restar quebrados.

tres cosas pueden ocurrir;

la 1.ª restar vn quebrado de otro, la 2.ª restar entero, y quebrado, de entero, la 3.ª restar entero, y quebrado de entero y quebrado.

Resolucion

Para lo 1.º se reduziran los quebrados a un Comun denominador, si lo tienen diverso, y se resta el Numerador menor del maior.

Exemplo; sean los quebrados q.e se han de restar $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ reduzidos a un Comun Denominador, se tendrá $\frac{18}{24}$ avos y $\frac{20}{24}$ avos, y restando 18 de 20 será la diferenzia $\frac{2}{24}$ avos.

$$\begin{array}{ccc} 20 & 18 & \\ \frac{5}{6} & \frac{3}{4} & 20 \\ & 24 & \underline{18} \\ & & \frac{2}{24} \end{array}$$

Por esta regla se save qual de 2 quebrados es el maior, y en quanto Exzede el maior al menor.

Lo 2.º de 8 se han de restar 2 enteros, y $\frac{3}{4}$ tomese del 8 la unidad, y reduzida a la expreszie del quebrado será $\frac{4}{4}$ igual a la vnidad, y se tendrá 7 y $\frac{4}{4}$ de quien se ha de restar $2\frac{3}{4}$; restando los quebrados será la diferenzia $\frac{1}{4}$, y restando los enteros

8	7 .. $\frac{4}{4}$
2 . $\frac{3}{4}$	2 .. $\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{4}$	5 .. $\frac{1}{4}$

se tendrá 5; luego toda la diferenzia será $5\frac{1}{4}$.

Lo 3.º de 32 enteros y $\frac{5}{7}$ se han de restar 23 enteros, y $\frac{4}{9}$; reduziendose los quebrados a un Comun denominador (Propn 8ª) y se tendrá $\frac{45}{63}$ avos, y $\frac{28}{63}$ avos; restense los Numeradores, esto es 28 de 45, y será la diferenzia $\frac{17}{63}$ avos; restense los 23 enteros de 32 cuia diferenzia es 9, y todo el residuo será 9 enteros, y $\frac{17}{63}$ avos.

$$\begin{array}{l}
32\frac{5}{7} \\
23\frac{4}{9} \\
\hline
9\frac{17}{63}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
45 & 28 \\
\frac{5}{7} & \frac{4}{9} \\
\multicolumn{2}{c}{63}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
45 \\
28 \\
\hline
17
\end{array}$$

Si despues de reduzidos los quebrados a un Comun denominador, se viere que el quebrado de la Cantidad menor es mayor que el quebrado de la mayor, en este caso se ha de sacar la unidad de los enteros de la maior, y reduzida dha unidad a la misma especie de su quebrado, que los otros se sumaran con el quebrado de la maior, a fin que se pueda restar el quebrado de la menor.

Exemplo

de 12 enteros, y $\frac{2}{5}$ se ha de restar 3 enteros, y $\frac{6}{7}$: reduzidos los quebrados a un comun denominador, seran

$$\begin{array}{llll} 12\,\frac{2}{5} & \overset{14}{\frac{2}{5}} & \overset{30}{\frac{6}{7}} & \\ 3\,\frac{6}{7} & & 35 & \begin{array}{r} 35 \\ \underline{14} \\ 49 \\ \underline{30} \end{array} \\ \hline 8\,\frac{17}{35} & \frac{14}{35} & \frac{30}{35} & \frac{30}{19} \end{array}$$

$\frac{14}{35}$ avos, y $\frac{30}{35}$ avos, y porque este es maior, saquese de los enteros la unidad, que reduzido á quebrado de la misma Especie que los otros será $\frac{35}{35}$ avos que sumados con $\frac{14}{35}$ avos, se tendrá $\frac{49}{35}$; restense aora los quebrados, y se tendrá la diferenzia $\frac{19}{35}$; y restando finalmente los enteros, será la diferenzia total, 8 enteros, y $\frac{19}{35}$. tambien se podrian hazer estas Operaziones, reduziendo los enteros a la Especie de los quebrados, (Prop. 10) y luego restandolos como se há dicho en el primer casso, pero esto es mui Cansado.

Proposicion 15 Problema

Multiplicar Quebrados.

Resolucion

Lo 1º Multipliquense los Numeradores, y el producto se rá el Numerador Multipliquense los denominadores y el producto será él denominador

Exemplo; se ha de Multiplicar $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ | $\frac{8}{15}$

$\frac{2}{3}$ pr. $\frac{4}{5}$; el producto de 2 por 4 es 8. y el producto de 3 por 5 es 15. luego el producto que se busca es $\frac{8}{15}$

Lo 2º si se Multiplican enteros por Quebrados, pongase a los enteros la uni dad por denominador, esto es se pondran los enteros en forma de quebrados, y luego se Multiplican como se ha dicho.

Exemplo, Se han de Multipli $\frac{12}{1}$ $\frac{3}{4}$ | $\frac{36}{4}$ car 12 pr. $\frac{3}{4}$; figurese asi $\frac{12}{1}$, $\frac{3}{4}$ y el producto de 12 por 3 es 36, el de la unidad por 4 es 4, y será el producto que se busca $\frac{36}{4}$ que Reduzido a enteros son 9.

Lo 3º si se han de Multiplicar enteros y quebrados, por enteros, y quebrados se Reduziran los enteros a la Expezie de su queb.do y despues se Multiplicaran como se ha dho

Exemplo, se han de Multipli car 14 enteros, y $\frac{2}{3}$ pr. 9, y $\frac{4}{5}$; Redu zidos los enteros cada uno a la expezie de su quebrado se ran $\frac{44}{3}$ y $\frac{49}{5}$ y Multiplicando 44, pr. 49, son 2156 y 3 por

$14\frac{2}{3}$ $\frac{44}{3}$ $\frac{49}{5}$ | $\frac{2156}{15}$

$9\frac{4}{5}$

5 seran 15 luego el producto será $\frac{2156}{15}$ años, que reduzidos á enteros son 143, y $\frac{11}{15}$ años.

Proposicion 16 Problema

Partir Quebrados

Resolucion

Lo 1.º se escrive el quebrado que se ha de partir y despues el partid.r Multiplique.e en Cruz el Numerad.r del dividendo, p.r el denominador del divisor, y el prod.to será el Numer.r del Cog.te Multiplig.se el Numer.r del divis.r por el denominad.r del dividendo, y el prod.to será el denominador del Cogiente.

Exemplo; se ha de partir $\frac{2}{3}$ p.r $\frac{5}{6}$ (esto es $\frac{2}{3}$ es el dividendo, y $\frac{5}{6}$ el divisor) Multiplic.do el Numerador 2, por el denominador 6; el prod.to 12 será el Numerador, y Multiplicando el denom.r 3, p.r el Numerador 5, el prod.to 15 será el denom.r y el quebrado $\frac{12}{15}$ años es el Cogiente que se busca, que reduzido es $\frac{4}{5}$.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \quad \frac{12}{15}$$

Lo 2.º si se han de partir enteros por quebrados, o al contrario, a los enteros se pone la unidad, debajo por denominador y quedan en forma de quebrado, y luego se operará co mo se ha dicho, observando siempre escrivir 1.º el que se ha de partir, y luego el partidor.

Exemplo, se han de partir $\frac{6}{1}$ p.r $\frac{3}{4}$ | $\frac{6}{1}$ $\frac{3}{4}$ | $\frac{24}{3}$

poniendo debajo de los enteros la unidad se tendrá $\frac{6}{1}$ y $\frac{3}{4}$ y Multiplicando 6 por 4 se tendrá 24 p.r Numerador, y Multiplic.do 1 por 3, el producto 3, será denominador, y el producto $\frac{24}{3}$ que reduzido á enteros, son 8, enteros,

Lo 3.º si se han de partir, enteros, y quebrados p.r enteros, y quebrados; se reduzen los enteros ala Especie de sus quebrados, y luego se operará como se ha d.ho

Exemplo, se han de partir | $16\frac{2}{5}$ $7\frac{3}{4}$ $\frac{82}{5}$ $\frac{31}{4}$ | $\frac{328}{155}$

16 enter.s y $\frac{2}{5}$ p.r 7 enteros, y $\frac{3}{4}$; reduzidos los enteros cada uno ala Especie de su quebrado son $\frac{82}{5}$ $\frac{31}{4}$; luego 82 por 4 son 328 que es el Numerador, y el producto 31 por 5 es 155, por el denominador; luego el Cociente $\frac{328}{155}$ avos es el que se pide que reduzido son 2 enteros, y $\frac{18}{155}$ avos

Proposizion 17 Problema

Examinar la Logistica de los quebra.s

El Sumar se Examina por el restar restando un quebrado dela Suma de 2 quebrados, y si el residuo fuere igual al otro quebrado estará buena la operazion.

El Restar se Exsamina por el Sumar, si sumando la resta con el quebrado menor, la Suma fuere igual al quebrado maior la Operazion estará bien hecha.

El Multiplicar se Exsamina por el partir, si partiendo el producto por uno de los quebrados, y el Ciente fuere igual al otro quebrado, la Regla estará buena.

El Partir se Exsamina por el Multiplicar, si Multiplicando el Ciente por el diuisor, el prodto fuere igual al diuidendo, se concluie estar exsacta, la operazion.

Escolio 1º

Causa no poca admirazion a los prinzipiantes el ber que si se Multiplican 2 quebrados propios el producto vale menor que qualesquiera de ellos, como si se Multiplica $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{2}$ el producto es $\frac{1}{6}$; la razon es porque, (como consta de la definizn 13) el producto deue Contener tantas bezes al Multiplicando como unidades contiene, el Multiplicador; y como $\frac{1}{3}$ contiene solamente la 3.ª parte de la d.ª ~~medio~~ asi tambien el prod.to $\frac{1}{6}$ deue Contener la 3.ª parte de su numero; luego será menor.

Escolio 2.º

tambien Causa Nobedad que partiendo un quebr.º por otro, el Cociente es maior que el diuidendo: como si $\frac{1}{2}$ se parte por $\frac{1}{4}$ el Cociente es 2 enteros, la razon es porque el Ciente (Definizion 14) hade contener, tantas unidades, como vezes, el diuisor se contiene en el diuidendo, y porque $\frac{1}{4}$ se contiene 2 bezes en $\frac{1}{2}$ tambien el Ciente deue contener 2 unidades ó dos enteros.

FIN DE EL LIBRO I.º

LYBRO II°

Del Algorithmo Literal.

Capitulo I°

dela Adiccion, Subtraccion, Multiplica zion, y Particion delas Cantidades litera.

Hipotesi, I.ª

La Arithmetica Literal se sirven sus operaziones delas letras del Alfabeto, ya sean mauscu las; como **A, B, C, D, E**, &c. ora minusculas como a, b, c, d, e, &c.

Escolio,

Franzisco Vieta, Imbentor, desta Logistica usó delas mausculas; pero Cartesio, ycomun mente los modernos se sirven delas Minusculas, ycon

ellas se expresa qualesquier especie de Cant.^d
yasea continua, oia discreta, llam.^do por esto alas le
tras. Numeros indeterminados, desuerte queporellas
se entiende algun Numero, linea, Superfizie
o Solido. pues qualquier numero sepuede expresar
porla letra, a, oporla letra, b, o por qual quiera otra
deel alfabeto.

Para euitar muchas bozes sesirven los
Mathematicos debarios Signos cong.^e expresan la
suma o agregado, la diferenzia, elproducto, el coz.^te
la igualdad, desigualdad semejanza, proporcion,
Potenzia y Raiz dela Cantidad, q.^e se enseñaran
ensupropio lugar, explicando por aora los mas co
munes queson los sig.^tes

Hipotesi 2.ª

este signo + quiere dezir mas, espropio dela
Adiccion, y sirue para expresar, el agregado, o su
ma de 2 cantidades

Exemplo. 4+2 selee quatro
mas dos, indicando la suma de ambos que es 6:
a+b selee a, mas, b, yesla suma de a, con b,

Hipotesi 3.ª

Este Signo _ quiere dezir menos, es proprio dela Subtraccion, ò Resta, y puesto entre 2 cantidades indica quela Siguiente està Restada dela precedente.

Exemplo. 6 _ 4 se lee, 6 menos 4, expresando la diferenzia entre ellos, esto es que 4 està Restado de 6; a _ b quiere dezir a, menos b, esto es que b, està Restada de a.

Hipotesi 4.ª

Este Signo X quiere dezir Multiplicado, y asi 6X3 se lee, 6 multiplicado por 3, que sirue para indicar el producto 18, aXb quiere dezir a, multiplicado por b, este producto se expresa mejor, asi ab, juntando las letras; tambien, abc, quiere dezir aXbXc, esto es, a, multiplicado por, b, y el producto multiplicado por c.

Hipotesi 5.ª

El Signo dela Particion se haze siempre, poniendo sobre vna linea, el diuidendo, y debajo el diuisor, y assi para expresar el coz.te de 2 partido por 3, se pone asi $\frac{2}{3}$ que quiere dezir 2 diuidido por 3; si, a, se diuide por, b, sera el Cociente $\frac{a}{b}$.

Hipotesi 6.a

El signo de Igualdad es $=$, y quiere dezir igual, y asi $6=6$ se leé 6 igual 6; $a=b$ se leé, a igual b; $a=4$ se lée a igual 4.

Hipotesi 7.a

Este Signo $>$ quiere dezir maior, y asi $6>3$, se leé 6 maior que 3; $a>b$, se leé, a, maior que b.

Hipotesi 8.a

Este Signo $<$ quiere dezir menor y asi $3<6$ se leé 3 menor que 6; $a<b$ se lee á, mer que b.

Definicion 1.a

La Cantidad es 2 maneras, Positiba, Negatiba; Cantidad, positiba, es áquella áquien preede el Signo de $+$ ó la que no esta afecta con signo alguno, como a, ó bien $+a$; llamase tambien Cantidad áfirmatiba ó maior que nada.

Definicion 2ª

Cantidad Negatiba, Pribatiba, ò defectiba es àquella àquien prezede el signo de — como — a, ò vien — 1 ti y es menor que nada.

Escolio.

Las Cantidades Negatibas no son berdaderas sino falsas, pues siendo menores que nada, repugna su Real existenzia, contodo esso, por ellas se expresa vien el defecto delas positibas, y asi supuesto que al numero 6 le faltan 2 unidades, sera vien expre.do el defecto, 6 — 2, y en este sentido se suman, restan, Multiplican, ò parten, ya sea con otros positibos, ò vien con los Negatibos.

Para hazer Concepto de estas cantidades falsas, supongase que Juan, no tiene Caudal alguno, sera, bien que su Caudal es nada y si no teniendo cosa alguna deviere 1 r.^l se dirà que su Caudal es menor que nada, y se expresa — 1; y si deviendo 1 adquirio 7 sera 7 — 1 = 3 porque empazando ladeuda lequedan 3.

Corolario 1.º

Si 2 Cantidades son iguales, la una es positiba y la otra negatiba sera la Suma $=0$; porque tanto es maior que nada la una quanto menor la otra, y se destruien enteramente; y assi $4-4=0$ $8-8=0$.

Corolario 2.º

Si 2 Cantidades son desiguales, y una es positiba y otra Negatiba, la menor destruie quanto puede ala maior, y asi $5-2=3$, porq.e $2-2=0$, tambien $5-7=-2$ porque $5-5=0$.

Definizion 3.ª

Coeficiente es el Numero que prezede ala letra y la Multiplica, como en la Cantidad, $3a$; el coeficiente es 3 queriendo dezir que a esta Multiplicada por 3. ó sumada 3 bezes, y asi $3a=a+a+a$; tambien $2ab=ab+ab$, o bien $2\times a\times b$.

Definizion 1.ª

Exponente es el Numero quesigue ala letra antezedente y sirue para quitar la repeticion dela letra proxima, y asi; $a^2 = aa$; y $a^2 b = aab$; y $a^3 b^2 = aaabb$.

Escolio 1.º

El Coeficiente sirue para todas las letras que se siguen, pero el Exponente solo se refiere alaletra antezedente y asi $2a^3 b^2$ el Coefiziente es 2, y sirue para todas dando aentender que $a^3 b^2$ está multiplicada por 2; pero el exponente 3 solo sirue alaletra, a, como el Exponente 2 solo sirue ala letra b, y si quisiera expresarse sin coefizientes, ni exponentes, se escriuirá, aaabb+aaabb

Escolio 2.º

Quando no ai Coeficiente se entiende que tiene la unidad, y assi a, es lo mismo, que, 1a; ab es lo mismo que, 1ab tambien quando las letras no tienen Exponentes, se les Considera siempre la Unidad, y asi $a = a^1$; $abc = a^1 b^1 c^1$

Definicion 5.a

Caracteres Semejantes son los q.e tienen unas mismas letras, y Exponentes, aunq.e los Signos, y coefiz.tes sean distintos, como $3a^2, a^2$; $5ab - 3ab$ &c; Quando las letras o Exponen.es no son unos mismos los Caract.s son difere.s o desemej.tes como $3a, a^2$; $5ab^2 - 3a^2b$.

Escolio 3º

No es del Caso que las letras esten de qualquier modo ordenadas, siendo lo mismo, abcd, que cbda, pero Combiene disponerlas por el mismo ord.n del alfabeto, a fin de reconozer prontam.te la semejanza de los Caracteres.

Definicion 6.a

Cantidad Complexa, es la que se compone de 2 o mas cantidades, unidas, o ligadas, con algun Signo intermedio, + o − como $a+b$; $a+b-c$ &c; Incomplexa es la que no esta unida o ligada a otra, como ab, abc, &c; de suerte que el complexo, se compone de 2, o mas, incomplexos; Quando se compone de 2, se llama Binomio; si de 3 trinomio; si de 4, Quadrinomio, &c, y qua.do de muchos Generalmente se dize Polinomio.

Escolio

El primer termino de qualquier complexo se ordina rio espoitibo, y asi se omite el Signo demas.

Corolario.

Si 2 Cantidades son positibas, ò negatibas, se aumentan en su propria Clase: esto es $5+3=8$; tambien $-6-2=-8$

Escolio.

En la Cantid. Literal, se han de considerar cuidadosamte quatro cosas, el Signo, Coefizte, Letra, y Exponente

Proposicn. 1a Problema,

Reduzir un Complexo de Caracteres semejantes a la menor Expresion.

Resolucion.

Lo 1.o si los terminos, ò Incomplexos tienen un mismo Signo se sumaràn los Coeficientes, y a la Suma, se pone su proprio Signo, ia sea mas, ò menos.

Exemplo

Se ha de Reduzir. $2a+3bc+6a+4bc$; Sumando los Coefizientes de los Semejantes, se tendrà la Reduzion $8a+7bc$.

Lo 2.o si los Caracteres semejantes tienen diversos signos, se Restan los Coef.tes, yala diferenzia se pone el Signo deel maior.

Exemplo

Haviendo de Reduzir el Complexo, $6Z+X-2Z-4X$; Restese, $2Z$, de $6Z$, y se tendrá, $4Z$; de $4X$, Restese X, y porque el maior es negatibo se tendra $-3X$; luego será el Complexo Reduzido $4Z-3X$.

Lo 3.º si los Caracteres son igu.s semejantes, y de Signos contrarios, se destruien enteramente, y se Reduzen anada, y así el Complexo, $6Z+X-6Z$, será Reduzido, X, porque $6Z-6Z=0$, y solo queda X.

Proposición 2.ª theorema.

En la Adicción las Cantidades Conservan sus propios signos; esto es las positibas, se quedan positibas, y las Negatibas, se quedan Negatibas.

Exemplo.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Si con} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 9=9\\ \text{Se suma} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \underline{7-4=3}\\ \text{Será} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \underline{16-4=12}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{será el agregado.}\\ =9+7-4\end{array}$$

Demostracion.

Siene _4 es lo mismo q.e 3, y si se añade á 9 será la Suma 12; pero si al 9 se añaden 7, se tendrá 16, siendo menester quitar 4 para tener la Suma 12, luego el positibo 7 se queda positibo, y el negatibo 4 se queda negatibo.

Proposicion 3.a Problema

Sumar qualesquiera Cantidades, ó esten afectas con un mismo Signo ó con diberso

Resolucion,

Lo 1.º pongánse las Cantidades subcesibam.te en una linea y se tendrán todas un Complexo.

Exemplo

Sehande Sumar .... $3a+4b-5c+d+g-h$

Con .... $2a-b-3c-5d-g-f$

Suma .... $3a+4b-5c+d+g-h+2a-b-3c-5d-g-f$

Suma Reducida .... $5a+3b-8c-4d-h-f$

Proposicion, 4.a theorema

En la Subtraccion los Caracteres q.e se Restan, mudan los Signos en sus Contrarios: esto es los positibos se hazen Negatibos, y los Negatibos se hazen positibos.

Exemplo.

Sia: .... $9=9$
se Resta: .... $7-4=3$
diferenzia .... $9-7+4=6$

Demostracion.

Siete menos 4 es lo mismo q.e 3, y si se Resta de 9, la diferencia sera 6; pero si de 9, se restan 7, sera la diferenzia 2, y es menester añadir 4, para tener la diferenzia 6, luego el positibo 7 se haze Negatibo, y el negatibo 4 se haze positibo.

Corolario

De aqui se sigue que si a las Cantidades q.e se han de restar mudan los Signos en sus contrarios, la diferenzia se hallará sumando

Proposicion 5.a Problema

Restar quales quiera Cantidades, ó esten afectas con un mismo Signo, ó con diversos.

Lo 1.º escrivanse todas las cantidades en una linea, Cambiando los Signos a las q.e se han de Restar.

Lo 2º. hagase la Reduzion delos Caracteres, si los hubiere semejantes, y se tendrá la diferenzia.

Exemplo.

Si de .... $5a+3b-8c-1d+g-h-f$

se Resta .... $2a-b-3c-5d-f$

diferencia .... $5a+3b-8c-1d+g-h-f-2a+b+3c+5d+f$

Escripto Subcesibamente y mudados los Signos del Restador se tendrá la diferenzia como se ve en el exemplo propuesto, y por la Proposizion 1.ª se tendrá la diferenzia reduzida $3a+4b-5c+d+g-h$

Proposizion 6.ª theorema.

En la Multiplicacion, y division, los Signos semejantes, dan mas, y los Contrarios dan menos: esto es mas multiplicado, o parcido por mas, da mas; menos por menos, da mas; mas por menos, ó menos por mas, da menos.

Demostracion

Lo 1º. es euidente, que mas multiplicado o parcido por mas, da al producto ó cociente mas

Lo 2.º digo q.e mas multiplicado por menos, dá al prod.to menos; porq.e si 7_2=5 se Multiplica por 3 el producto será 15, pero si todo el 7 se Multiplica por 3 el producto 21 es mayor que lo justo; luego se deven quitar 6 unidades, que es el producto de _2 por +3 y se tendrá 21_6=15; luego el producto de _ Multiplicado por + da el producto Negativo

Exemplo.
$7-2=5$
$3\ \ =3$
$21-6=15$

Corolario 1.º

Lo 3.º digo q.e menos multiplicado por menos da mas; porq.e siendo 6_2=4, y 5_3=2 si se Multiplican estas 2 Cantidades, el prod.to deve ser 8; pero, 6_2 X 5 es 30_10, o sien 20; tambien el producto de 6 p.r _3 es 18 y se tiene 20_18=2; luego p.ra tener 8, es necesario añadir 6 q.e es el prod.to de _3 por _2; luego menos por menos da mas.

$6-2=4$
$5-3=2$
$30-10$
$\ \ -18+6$
$30-10-18-6=8$

Corolario 1.º

Si + 3 X p.r _2 dá el prod.to _6; luego _6 partido por _2 dará el Q.ciente + 3.

Corolario 2.º

Si _2 X p.r _3, dá el producto +6; luego partiendo +6 p.r 3 dará el Coziente 2

Proposición 7.ª Problema

Multiplicar qualesquiera Cantidades, ya tengan un mismo Signo ó contrario

Resolucion

Lo 1.º si los Caracteres tienen un mismo Signo, se pondrá en el prod.to + si lo tienen contrario se pondrá menos.

Lo 2.º Multipliquense los Coefiz.tes

Lo 3.º Juntense todas las letras con sus exponentes, y si hubiere algunas semejantes, basta escribir una vez la letra y sumar los exponentes.

Todo se halla practicado en los Exemplos Siguientes

Exemplo 1.º	Exemplo 2.º	Exemplo 3.º
Multiplicar.... a	Multiplicar.... ab	Multiplicar.... $6xp$
por........ a	por........ b^2	por........ $8zm$
Producto.. a^2	Producto.... ab^3	Producto.... $48xpzm$

Exemplo 1.º

Multiplicar.. $6a^2b^3$

por. . . . . . . $8ab$

Producto. . . $48a^3b^4$

Escolio.

En las Magnitudes Complexas, se obserba lo mismo, solo q.e cada uno de los Incomplexos del Multiplicador, hade Multiplicar a todos los incomplexos de la Cantidad, y sumando los productos parziales, se tendrá el total reduciendole si fuere nezesario como se vé en los Exemplos Siguientes.

Exemplo 1.º

Multiplicar. . . . . $a+b$

por. . . . . $a+b$

$ab+b^2$

a^2+ab

Producto. . . . . . $a^2+2ab+b^2$

Exemplo 2.º

Multiplicar. . . . . . $a^2+2ab+b^2$

por. . . . . $a+b$

$a^2b+2ab^2+b^3$

$a^3+2a^2b+ab^2$

Pro.to . . $a^3+2a^2b+ab^2+2ab^2+b^3$

Pro.to red.do $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Exemplo 3.º

Multiplicar. . . . a^2+ab+b^2

por. . . . . $a-b$

$-a^2b-ab^2-b^3$

$a^3+a^2b+ab^2$

Prod.to 1.º . . . $a^3+a^2b+ab^2+a^2b-ab^2-b^3$

Prod.to red.do a^3-b^3

Exemplo 4.º

Multiplicar. . . . . $3a^2-b^3$

por. . . . . $2a-b^4$

$-3a^2b^4+b^7$

$6a^3-2ab^3$

Prod.to . . . $6a^3-2ab^3-3a^2b^4+b^7$

Propos.n 8.a Problema

Partir qualesquiera Cantidad, ya tengan un mismo Signo, ó diverso.

Resolucion

Lo 1° si los Signos son semejantes, se pondrá en el Cociente + y si son contrarios se pondra –

Lo 2° partase el Coefiziente del diuidendo por el coefiziente del diuisor.

Lo 3° quitense del diuidendo todas las letras semejantes del diuisor si tienen los exponentes del diuidendo, restense los exponentes del diuisor y escriuase cada letra con la diferenzia de los exponentes, y si esta diferenzia fuere zero, se borra la letra. En los exemplos siguientes se manifiesta todo lo que se dicho.

Exemplo 1°	2°
Diuidendo. $6ab$ $\lfloor 2a$, Diuisor $\underline{6ab}$ $3b$ Coziente 0	Diuidendo......... ax $\lfloor -x$ Diuisor $\underline{ax}$ $-a$ Coziente 0

3°	4°	5°
Diuidendo..... a $\lfloor a$ Diuisor $\underline{a}$ 1 Coziente 0	Diuidendo. $10a^3b^2$ $\lfloor 2a^2$ $\underline{10a^3b^2}$ $-5ab^2$ 0	$8ab^2$ $\lfloor 2ab^2$ $\underline{8ab^2}$ 4 0

Escolio 1°

Si en la Partizion de los Coefizientes, el coziente no fuere Numero entero, otambien si algun Exponente del diuisor nosepuede Restar del Exponente dela letra Semejante del diuidendo, osi hubiere alguna letra enel diuisor q. nose encuentre enel diuiden do; enqualquiera destos casos se expresa el Co^{te} por vna fraccion, poniendo Sobre vna linea el diuiden do, ydebajo el diuisor. como sebé enlos Exemplos Siguientes.

Exemplo 1.° — Diuidendo... $a \,\lfloor ab$ Diuisor; $\frac{a}{ab}$ Coc^{te}.

2.° — $2a^2 \,\lfloor 3a$; $\frac{2a^2}{3a}$

3.° — $4a^2b \,\lfloor -2ab^2$; $\frac{4a^2b}{-2ab^2}$

Escolio 1.° Quando el diuisor es vn Complexo de 2 ómas terminos, ytodas las letras del di bisor sehallan enel diuidendo, yel Exponente deca da letra del diuisor sepuede Restar del Expo nente dela Letra Semejante del diuidendo, sehara la diuision como enla Arithmetica bulgar, obserban do las Reglas dadas delos Signos, Coefizientes, letras, y Exponentes.

Exemplo 1.°

Diuidendo...... $a^2+2ab+b^2 \,\lfloor a+b$ Diuisor
Producto 1.°..... a^2+ab — $a+b$ Coc^{te}.
Residuo 1.°......... $ab+b^2$
$Prod^{to}$... 2.°....... $ab+b^2$
Residuo 2.°....... 0

2.°

$a^3+3ab^2+3ab^2+b^3 \,\lfloor a+b$ — $a^2+2ab+b^2$
$Prod^{to}$ 1.°... a^3+a^2b
Residuo 1.°..... $2a^2b+3ab^2$
$Produ^{to}$ 2.°... $2a^2b+2ab^2$
Residuo 2.°....... ab^2+b^3
$Prod^{to}$ 3.°...... ab^2+b^3
Residuo 3.°... . . 0

Exemplo 3º

Dividendo	$a^4 - b^4$	$a+b$ Divisor
Producto 1º	$a^4 + a^3b$	$a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ Cociente
Rezidiuo 1º	$-a^3b - b^4$	
Producto 2º	$-a^3b - a^2b^2$	
Rezidiuo 2º	$a^2b^2 - b^4$	
Producto 3º	$a^2b^2 - ab^3$	
Rezidiuo 3º	$-ab^3 - b^4$	
Producto 4º	$-ab^3 - b^4$	
Rezidiuo 4º	0	

Para Evitar la molestia de tan penosa operazion se indican los Cocientes, por la figura de una faccion, poniendo sobre una linea el dividendo, y debajo el divisor que esto frequente mente se estila en el Algebra.

Escolio

El examen de estas quatro Reglas se haze como en la Arithmetica Vulgar.

Capitulo 2º

Delos quebrados Literales.

Proposizion 1ª Problema.

Reduzir los quebrados Literales ala menor Expresion.

Operazion.

Quando entodos los Imcomplexos del Numer.or y Denominador, sehalla Comun medida, sehabrebiará el quebrado partiendo porella, asi elnumerador como el denominador.

Esta maior comun medida sehalla fazilmente, Reconociendo entodos los terminos delafracz.on qual eslamaior magnitud, quese halla igualmente en cadavna, y partiendo porsta como sehadicho setendrá el quebrado Reduzido.

Exemplo. 1.º

Enla fraccion $\frac{a^2b}{ac}$ lama.r comun medida es, a, pues sehalla enel Numerador, y denominador, luego partiendo vno, yotro porla medida a, setendrá el quebrado Reduzido $\frac{ab^2}{c}$

Exemplo 2.º

Sehace Reduzir el quebrado $\frac{2a^3b^2c}{3a^3bd}$ lamaior Comun medida quese halla enel Numerador, y Denominador, es a^3b; partanse ambos porella, y setendrá elquebrado Reduz.do $\frac{2bc}{3d}$.

Exemplo 3.º

Sehace Reduzir el quebrado $\frac{ab^3c^2+5b^2c}{7bcf+b^4c^3}$; lamaior Comun medida es, bc; yassi partiendo por ella setendra el quebrado Reduzido. $\frac{ab^2c+5b}{7f+b^3c^2}$

Exemplo 1°

Se ha de reducir el quebrado $\frac{ab}{a}$ la maior Comun medida es, a, luego partiendo ab, por, a, el Cociente es b, y partiendo a, por a, el Cociente es la unidad, y el quebrado reducido sera $\frac{b}{1}$

Proposicion 2ª Problema

Reducir los Quebrados literales a un Comun denomin.^r

Operacion

Lo 1°. Multipliquense entre si los denominadores, y se tendrá el Comun denominador.

Lo 2°. Multipliquese el Numerador del uno, p.^r todos los denominadores de los otros, y se tendrá el nuebo Numerador, y haziendo lo mismo en los demas, se tendrá hecha la operazion.

Haviendo de reducir los quebrados $\frac{2a}{bc}$, $\frac{5c}{a^3}$ $\frac{cd}{b^2}$ se Multiplicaran los denominadores entre si, y se tendra a^3b^3c por comun denominador.

$$2a^4b^2.\ 5b^3c^2 / a^3bc^2d$$

$$\frac{2a}{bc}\ \frac{5c}{a^3}\ \frac{cd}{b^2}$$

$$a^3b^3c$$

Para hallar el Numerador del 1° se Multiplicará a^3 por b^2, y el producto por $2a$, y se tendrá $2a^4b^2$ por numerador.

Para el 2°. se Multiplicará bc por b^2, y el prod.^to p.^r 5c y se tendra $5b^3c^2$ por el Numerador.

Para el 3.º se Mul-
tiplicará bc p.r a^3. y el pro.to por cd, y se tendrá, a^3bc^2d, p.r el Numerador que se busca, luego los quebrados reduzidos seran; $\frac{2a^4b^2}{a^3b^3c}$; $\frac{5b^3c^2}{a^3b^3c}$; $\frac{a^3bc^2d}{a^3b^3c}$.

Proposicion 3.a Problema,

Sumar Quebrados literales.

Resolucion

Reduzcanse a un Comun denominador si lo tubieren diverso, y Sumense los nuebos Numeradores.

Haviendo de sumar los Quebrados, $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ se reduziran a un Comun Denominador (Proposicion 2.a) y se tendran $\frac{ad}{bd}$, $\frac{bc}{bd}$; sumen se los Numeradores, y se tendrá, $\frac{ad+bc}{bd}$ y puesto debajo su comun denominador, sera lo en el demostrado, la suma q.e se busca.

Exemplo $\left\{ \begin{array}{cc|l} ad & bc & \\ \frac{a}{b} & \frac{c}{d} & \frac{ad+bc}{bd} \\ bd & & \end{array} \right.$

Proposicion 4.a Problema

Restar Quebrados literales.

Reduzcanse a un Comun denominador (prop.n 2.a) y restando los Numeradores se tendrá la diferenzia.

El quebrado $\frac{c}{d}$ se ha de restar, **Exemplo** $\left\{ \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \,\middle|\, \frac{ad-bc}{bd} \right.$
del quebrado $\frac{a}{b}$; se reduziran a comun denominador, y se tendran $\frac{ad}{bd}$ $\frac{bc}{bd}$ y restando los Numeradores, será la diferenzia, $\frac{ad-bc}{bd}$

Proposicion 5ª Problema.

Multiplicar Quebrad.^s Literales.

Multipliquense entre si los Numeradores, y se tendra el nuebo Numera.^or, Multipliquense entre si los Denominadores, y se tendra el nuebo Denominador.

Exemplo 1º $\left\{ \frac{a}{b} \, \frac{c}{d} \,\middle|\, \frac{ac}{bd} \right.$

Haviendo de Multiplicar el Quebrado $\frac{a}{b}$ por $\frac{c}{d}$ el producto de los Numeradores es ac, y el de los denominadores bd, luego $\frac{ac}{bd}$ es el producto que se busca.

Exemplo 2º $\left\{ \frac{ab+ac}{bc+de} \, \frac{x}{z} \,\middle|\, \frac{abx+acx}{bcz+dez} \right.$

Haviendo de Multiplicar el Complexo $\frac{ab+ac}{bc+de}$ por el Incomplexo $\frac{x}{z}$ se Multiplicara ab+ac por x, y se tendra, abx+acx por Numerador, y multiplicando bc+de, por z, se tendrá bcz+dez. luego el producto d.^s Quebrados será $\frac{abx+acx}{bcz+dez}$

Si algun quebrado se Multiplica

por entero se le pondrá a este la unidad por Denominador como se ha enseñado. **Exemplo** $\frac{a}{b}\ \frac{b}{1}\Big|\frac{ab}{b}$

Se ha de Multiplicar $\frac{a}{b}$ por b, poniendo la unidad debajo del entero b, se tendrá $\frac{a}{b}, \frac{b}{1}$ luego Multiplicando los Numeradores entre si, y tambien los denominadores, será el producto, $\frac{ab}{b}$ que reducido es lo mismo que a.

Corolario

De aqui se sigue que para Multiplicar un quebrado por un entero igual al denominador, basta borrar el denominador, y se tendrá el producto

Proposicion 6.ª Problema

Partir Quebrados Literales.

Lo 1.º Multipliquense en Cruz el Numerador del dividendo por el denominador de el divisor, y se tendra el Numerador del Cociente.

Lo 2.º Multipliquese el Numerador del divisor, por el denominador del dividendo, y el producto será el denominador.

Multiplicando en Cruz **Exemplo 1.º** $\frac{ab+ac}{bc+de}\times\frac{m}{n}\Big|\frac{abn+acn}{bcm+dem}$

$ab+ac$ por n, se tendrá $abn+acn$; y multiplicando tambien

$bc+de$, por, m, se tendrá $bcm+dem$, siendo el Cociente que se busca $\frac{abn+acn}{bcm+dem}$

Partiendo un quebrado por un entero, se le pondrá a este la unidad por denominador y luego se obrará como se ha dicho.

Se ha de partir el quebrado $\frac{a}{b}$ por b; póngase a este la unidad, por denominador, y luego se obrará como se tiene dicho, y se tendrá el Cociente $\frac{a}{b^2}$.

Exemplo 2.º $\frac{a}{b}\ \frac{b}{1}\ \Big|\ \frac{a}{b^2}$

Se ha de partir $\frac{a}{b}$ por a; poniendo la unidad debajo del entero a, y haciendo la misma Operación que en los Exemplos antecedentes, se tendrá el Cociente a, partido por ab, que reducido a su menor Expresión es $\frac{1}{b}$.

Exemplo 3.º $\frac{a}{b}\ \frac{a}{1}\ \Big|\ \frac{a}{ab}$

Corolario

De aquí se sigue que, partiendo un quebrado por un entero, igual al Numerador, basta borrar dicho Numerador y poner en su lugar la unidad.

Proposición 17.ª Problema.

Hallar las Partes de un quebrado

6 Multipliquese el Quebrado Literal por el Numerico q.^e espresa las partes que se piden, y el prod.^{to} será el balor de las q.^e se buscan.

Exemplo

Pidense los $\frac{3}{4}$ del quebrado $\frac{a+b}{c+d}$ Multipliquese la fraczion por $\frac{3}{4}$ y se tendra, $\frac{3a+3b}{4c+4d}$ por el balor de los $\frac{3}{4}$ que se buscan.

$\frac{3}{4}\,\frac{a+b}{c+d}\,\Big|\,\frac{3a+3b}{4c+4d}$

Saviendo hallar las partes que se piden de una fraczion, sera fazil el Sumar, Restar, Multiplicar, y Partir, la parte de un quebrado por otro del mismo, ú otro quebrado

FIN

LIBRO III°

Dela Razon, y Proporcion en Comun

Este Libro es el 5°. de Euclides, yenel Setrata dela Razon, y Proporzion, enComun, cuia Doctrina, combiene àtoda Expezie deCantidad, yá sea discreta, oia continua: esto es sirue para los Numeros, Lineas, Superficies, y Solidos; siendo llaue vniberzal, para entrar enel Conozimiento deestas partes componen laMathematica, sus Proporziones, guardan el Orn. de Euclides: para quepuedan zitarse q.do combenga, òmitense las menos prinzipales, ysolo, sedan las demas, Vtilidad. lasq.e se demostraran por letras, ysse explicaran por Numeros para facilitar su inteligenzia

Definicion 1.a

Multiplize es vntodo Respecto asu parte alicota

Exemplo

6 es multiplize de 2 porque $2 \times 3 = 6$; tambien, bp es multiplize deb, porq.e $b \times p = bp$

Submultiplize, es la parte alicota respecto de su to
do.

Exemplo

2 es Submultiplize de 6; b, es Submultiplize de bp

Definicion 2ª

Equimultiplices, son los todos q̃ incluien, igual nu
mero de bezes, a sus partes alicotas.

Exemplo

15 y 12 son Equimultiplizes de 5 y 4, por q̃ 12, in
cluie tantas bezes al 4, como 15 al 5; tambien ab y ac
son equimultiplizes de, b y c,

Definicion 3ª

Razon es la Relazion, respecto, ò aptitud, que tie
ne vna Cantidad, a otra de su misma Especie; pro
duzese de la Comparazion, de 2 cantidades, homoge
neas, como entre 2 lineas, 2 numeros, 2 superfi
cies &c.ª estas 2 Cantidades se llaman terminos de la
Razon, el que se Compara se llama antezedente, y aquel
aq̃n se compara se llama Consequente

Exemplo.

Sise Compara 4 ã 3, sera el 4 antezed.^{te} y 3 el conse-q.^{te} si á se compara, ã b, sera á el antezed.^{te} y b, el Conzequente.

Escolio

La Comparazion se puede hazer enq.^{to} el antezed.^{te} excede al Consequente, ó que el conseq.^{te} excede alantezedente, y en este caso la Razon se llamará, Arithmetica; si se compara 8..3 en quanto le excede en 5, se expresará por la Subtraccion, restando el consequente del antecedente de este modo 8_3 la Razon Arithmetica, entre a, y b, se expresa a_b,

Si se haze la Comparazion enq.^{to} el antezed.^{te} conuiene ó esta contenido en el Conseq.^{te} se llama Razon Geometrica, y de esta se tratará por aora.

Exemplo

Si se compara 6..2 en qu.^{to} le contiene 3 bezes, se expresa bien con diuision, partiendo el antezedente por el Conseq.^{te} en forma de fraczion de te modo $\frac{6}{2}$ ó tambien 6..2, la Razon Geometrica, de a, ã b se expresa

$\frac{a}{b}$ ó tambien b..a

Definicion 4.ª

Diuidese la razon en Razional é Irrazional; Razional es la que se puede expresar por Numeros Razionales, como la de 1..3. Irrazional la que no se puede expresar por Numeros

Definicion 5.ª

Exponente de la Razon es el Cociente que resulta diuidiendo el antezedente por el Consequente.

Exemplo

Si la Razon de 6..2 se diuide 6 por 2, el cot.^te 3 es el exponente que declara el Numero de bezes, q.^e el 6 contiene al 2, y se escriue $\frac{6}{2}$; en la Razon de 2..6, el Exponente es $\frac{2}{6}$ que declara que el 2 contiene la 3.ª parte del 6, ó se contiene 3 bezes en el 6, y se llama tambien Denominador de la Razon

Corolario

Siendo el antezed.^te diuidendo el Conseq.^te diuisor, y el expon.^te cot.^te, será el prod.^to del exponente por el consequ.^te igual al antezedente, p.^r que el prod.^to del Cot.^te por el diuisor, es igual al diuidendo.

Exemplo.

En la Razon de 6.. 3 el Exponente es 2; luego $2\times3=6$ en la Razon de a..b el Exponente es $\frac{a}{b}$ luego $\frac{a}{b}\times b=a$; también suponiendo que el Exponente, de $\frac{a}{b}$ es p, será $bp=a$

Definicion 6.ª

Razon de Igualdad se dize q.do el antezed.te es ig.l al Conseg.te como la Razon de 6..6. Quando los terminos son desig.s se llama Razon de desigualdad; si el antezedente es ma.r que el Conseg.te se dize Razon de maior desigualdad, como la de 4..3; y quando el antezedente es menor q.e el conseg.te se llama Razon de maior desigualdad, como la de 3..4.

Escolio

La Razon tiene 11 espezies una de igualdad, 5 de maior desigualdad, y 5 de menor desigualdad: las de ma.r desigualdad, son Superparticular, Superparciente, Multiplize, Multiplize superparticular, y Multiplice superparciente.

Razon superparticular es qu.do el termino ma.r contiene una bez, y una parte alícota suia, como la Razon de 3..2, la qual porque su Expon^{te} es 1 y $\frac{1}{2}$ se dize Sesquialtera, asimis mo la de 4..3 cuio Exponente es $1\frac{1}{3}$ se dize ses quitercia, si tiene por Exponente, $1\frac{1}{4}$ sera ses quiquarta, y si el Expon^{te} fuera $1\frac{1}{5}$ seria sesqui quinta.

Razon Superparziente es q^{do} el antezede^{te} contiene al consequente, vna bez, y vna parte aliqu^{ta} como la Razon de 5..3, cuio Exponente es $1\frac{2}{3}$ y por esto se dize, Superbi parciente tercias; tambien la de 7 á 4 cuio exponente es $1\frac{3}{4}$ y por esto se dize super triparzi ente quartas. la de 11 á 6, cuio Exponente es $1\frac{5}{6}$ y se di ze. Super quinti, parciente sexta.

Razon Multiplice es quando el antezedente contiene al consequente al gun numero debezes enteramente, como la Razon de 3..1 cuio exponente es 3, y por esto se dize tripla; la de 8..2 quadrupla. la de 10..2. &.

Razon Multiplize super particular, es q^{do} el antezed^{te} contiene al conseq^{te} algun numero debezes, y vna p^{te} alicote. como la Razon de 5..2 cuio Exponente es $2\frac{1}{2}$ y se dize Dupla

Sesqui altera; la de 7..3, cuio Esponente es $2\frac{1}{3}$, se dize, Dupla sesquitercia, la de 22..7 cuio Esponente es $3\frac{1}{7}$ se dize, tripla Sesqui septima.

Razon Multiplize Superparciente es q.do el antezedente contiene al consequente, algun Numero de vezes y una parte aliquanta, como la Razon de 8..3 cuio esponente es $2\frac{2}{3}$, y por esto se dize dupla Superbi parciente tercias; la de 15..4 por ser su esponente $3\frac{3}{4}$ se dize tripla Supertri parziente quartas.

La Razon de menor de igualdad, tiene otras 5 esperiezes q.e son Sub, superparticular, Sub, superparciente, Sub Multiplize, Sub Multiplice superparticular, Sub, Multiplize superparziente, y tienen los mismos Nombres que en las 5 especies arriba espresadas solo se distinguen en que ácada una se antepone la particula Sub.

Exemplo.

En la 1.a esperzie, la Razon de 3..2, se dijo Sesqui altera, y la de 2..3, será sub sesquialtera la de 4..3 se dijo Sesquiterzia, y la de 3..4 se dira Sub sesquiterzia; yasi delas demas, cuia explicazion de Vozes espara entender los autores quetratan deellas.

Definicion 7.ª

Razones iguales semejantes ó las mismas son las q.e tienen los exponentes ig.s, y si los exponentes son igu.s, las Razones seran iguales.

Exemplo

La Razon de 8..4 es = ala de 6..3 porq.e el exponente de vna y otra es 2; tambien la Razon de a..b sera = ala de c..d, si los exponentes fuesen iguales como p.

Definicion 8.ª

Razones desiguales desemejantes, ó diuersas, son las q.e tienen los exponentes desiguales.

Exemplo.

La Razon de 12..4, es desigual dela de 6..3 porque el exponente dela 1.ª es 3, y el dela 2.ª es 2

Corolario 1.º

Entre 2 magnitudes desiguales, la Razon q.e la ma.r tiene ala menor, es distinta, dela q.^e tiene la menor ala maior.

Exemplo.

La Razon de 4..3 no es la misma q.^e la de 3..4 pr q.^e el Exponente dela 1.^a es $\frac{4}{3}$ y el dela 2.^a es $\frac{3}{4}$.

Corolario 2.^o

Delas Razones Desiguales, la q.^e tiene maior Exponte es la maior. Assi la Razon de 12..4 es maior, q.^e la de 6..3, pr que el Exponente dela 1.^a es 3, y el dela 2.^a es 2

Escolio

Quando se Comparan 2 Razones desiguales, se pone intermedio > ó <; para Expresar que la Razon de 12..4 es maior q.^e la de 6..3, se escrive 12..4 > 6..3

Definicion 9.^a

Proporcion ó analogia, es la Comparazion de 2 Razones iguales.

Exemplo.

Si la Razon de 8..4 se compara con la de 6..3 haran una proporcion q.^e se figurará assi 8..4::6..3, y se lee, 8 á quatro como seis á tres

Sila Razon de a..b es igual ala Razon de c..d, se formará la Proporzion, a..b::c..d, y se leé a, es á b, como, c, es á, d; los terminos ó Magnitudes, a, b, c, d, ó bien, 8, 4, 6, 3. serrien Proporcionales

Definicion 1.

Diuidese la Proporzión en continua, y discontinua; Proporzion Continua es q.do el Consequente dela 1.a Razon, sirue de antezedente enla 2.a como 8..4::4..2; ó tambien, a..b::b..c y se Expresa conesta señal ∻; la nocontinua es quando el consequente dela 1.a Razon no es igual al antecedente dela 2.a como 8..4::6..3.

Enla Proporzion Continua ∻ 8..4::4..2 el termino 4 se llama, medio Geometrico Proporzional entre 8 y 2.

Definicion 11.

Si de 2 ó mas Razones se Multiplican los antezedentes y los Consequentes se formará vna Razon Compuesta de todas las Razones Simples. **Exemplo.**

Si delas Razones, a..b, c..d, e..f &. se multiplican los antezedentes, se tendrá el producto ace, y Multiplicando los consequentes, se tendrá bdf, y se dirá que la Razon de ace..bdf es compuesta delas 3 Razones dichas, a.b, c..d, e..f.

tambien si de las Razones 8..5, 3..7 se multipli can los Antezedentes, y tambien los Consequentes, se ten dran los productos, 24 y 35, y se dira que la Razon de 24 á 35, es Compuesta de las Razones 8..5 y 3..7.

Definicion 12.

Razon Duplicada, es la Compuesta de 2 Razones iguales, tri plicada, la de 3, quadruplicada la de 4 &c.

Exemplo

Si de las Razones iguales 3..2, 3..2, se haze la Compues ta, 9..4 se dira, duplicada: esto es q.^e 9..4, tiene duplicada la Razon de 3..2.

Si de las 3 Razones iguales, 3..2, 3..2, 3..2 se haze la Compuesta 27..8, se dira q.^e es triplicada de la de 3..2. ✝

Escolio

Notese q.^e no es lo mismo Razon dupla q.^e dupli cada, porque la dupla es quando el antezedente, contiene 2 bezes a su consequente, y la duplicada, es la Compuesta de 2 Razones iguales.

✝ Razon Subduplicada es la que interbiene 2 bezes, para componer la Duplicada, como la de 3..2 es Subduplicada de la de 9..4, y subtriplicada de la de 27..8.

Definicion 13.

Terminos Homologos, ò Semejantes, enla Proporzion son los antezedentes conlos antezedentes, ylos consequentes conlos consequentes.

Exemplo.

Enla Proporzion a..b::c..d. los antezedentes, a y c, son Homologos, como tambien los consequentes b, d: osien, 8..4 6..3. el 8 y 6. son Homologos como asimismo el 4, 3.

Excolio.

Los terminos asi dispuestos forman la Proporzion Directa, esto es, a..b::c..d, y suelen bariarse de distintas maneras, que llaman modos de Arguir, ylos prinzipales son Alternando, Imbirtiendo, Componiendo, Diuidiendo, por Razon de Igualdad ordenada, por Razon de Igualdad perturbada.

Definicion 14

Proporzion Alterna, ò permutada, es quando el antezedente se compara al antezedente, como el consequente al consequente.

Exemplo.

Siendo Directamente proporzionales . . . . a..b::c..d
sera alternando . . . . a..c::b..d
y siendo tambien . . . . 8..4::6..3
sera alternando . . . . 8..6::4..3.

Excolio

Ste modo de Arguir alternando, solo tiene lugar en las Cantidades, Homogeneas

Definicion 15.

Proporzion Imbersa es q.do el Conseg.te se compara a su antezedente, como el otro Conseg.te al otro conseg.te

Exemplo.

Siendo Directamente proporzionales .... a..b::c..d

Imbirtiendo será .... b..a::d.c

Tambien siendo proporzionales.............. 8..4::6..3

Imbirtiendo se dirá .... 4..8::3..6

Definicion 16.

Proporzion Compuesta, es q.do la Suma de antezed.te y consegue.te se comparan al Conseguente.

Exemplo

Siendo Directam.te proporzionales .... a..b::c..d

se dirá Componiendo .... a+b..b::c+d..d

Tambien siendo Proporzionales .... 8..4::6..3

se dirá Componiendo .... 8+4..4::6+3..3

esto es .... 12..4::9..3

Definicion 17.

Proporzion diuidida, es quando la diferenzia, entre antezedente, y consequente se comparan al consequente.

Exemplo.

Siendo directamte proporzionales .... a..b::c..d

sera diuidiendo .... a_b..b::c_d..d

Tambien se son proporzionales .... 12..4::9..3

sedrra diuidiendo .... 12_4..4::9_3..3

esto es .... 8..4::6..3

Escolio.

Quando el antezedente, se compara ala diferenzia entre antezedente, y Consequente se llama Proporzion Combersa

Exemplo

Siendo directamente Proporzionales ...... a..b::c..d

sera Combirtiendo .... a..a_b::c..c_d

Itambien se son proporzionales .... 12..4::6..2

sedrra Combirtiendo .... 12..12_4::6..6_2

esto es .... 12..8::6..4

Definicion 18.

Sialgunas Magnitudes .... a,b,c

Son proporzionales, aotras tantas .... d,e,f.

Ordenadamente esto es .... a..b::d..e

Ytambien .... b..c::e..f

serà que por Razon de Igualdad Ordenada esta 1.ª ala ultima en la una parte, como la 1.ª ala ulti ma lo es en la otra. -

esto es .... a..c::d..f

tambien Si las Cantidades 8, 4, 3

Son Ordenada mente proporcionales con 24, 12, 9

Esto es .... 8..4::24..12

Ytambien .... 4..3::12..9

serà por igualdad, ordenada que .... 8..3::24..9

Definicion 19

Si algunas Cantidades .... a, b, c,

son proporcionales, aotras tantas. .... d, e, f

desordenadamente, ô petuerbadamente de sug.$^{te\ e}$ .... a..b::e..f

Ytambien .... b..c::d..e

serà por Igualdad perturbada .... a..c::d..f

tambien sean de una parte 8, 4, 3

desordenadamente proporcionales aotros 16, 12, 6

de suerte que sea .... 8..4::12..6

ytambien.4 .... 4..3::16..12

serà, p.r igualdad petuerbada .... 8..3::16..6

Estos y otros modos de Arguir se demostraran en adelante, cuia inteligenzia, como tambien de todas las Proposiziones deeste libro sera fazil, si se comprehender los Lemas Siguientes.

Lemma 1.º

Si 4 Cantidades son Proporzionales, el producto delos Extremos es igual al delos medios; y si el producto delos Extremos fuese igual al delos medios, las 4 cantidades son proporzionales.

Explicacion.

Lo 1.º Supuesto q̃ son proporcionales .... $a..b::c..d$
digo que el producto delos Extremos .... $ad=bc$ producto delos medios

Demostracion.

Por suponerse las Razones iguales, tendran (defin.ⁿ 7.ª) un mismo Exponente, y sea, p, luego (Cor.º Def.ⁿ 5.ª) el Exponente multiplicado por el consequente, sera igual al antezedente, y assi en la 1.ª Razon sera
.... $a=bp$
y Multiplicando todo por d. sera (Axio.ª 5.ª) .... $ad=bdp$
por lo mismo .... $c=dp$.
y Multiplicando todo p.ʳ b. sera .... $bc=bdp$
Siendo pues .... $ad=bdp$,

Itambien .... $bc=bdp$,
será (Axioma 1ª) .... $ad=bc$

Lo 2º Supuesto q el producto de los extremos, $ad=bc$ producto de los medios; digo que son Proporcionales, $a..b::c..d$,

Sea p. el exponente de la 1ª razon, luego (Corolario definicion 5ª) .... $a=bp$,
y Multiplicado por d será Axioma 5ª ..... $ad=bdp$
Sea q. el exponente de la 2ª razon luego .. $c=dq$
y Multiplicando todo por b, será .... $bc=bdq$
Siendo pues .... $ad=bdp$
y tambien .... $bc=bdq$
Y por lo Supuesto .... $ad=bc$
Será Axioma 1º .... $bdp=bdq$
y partiendo por bd, se tendrá Axioma 5ª .... $p=q$
Esto es los exponentes son iguales luego (de 7ª) $a..b::c..d$.

Por Numeros,

Siendo Proporcionales .... $8..4::6..3$
Será el producto de los Extremos .... $24=24$.
producto de los medios
tambien porque .... $24=24$
Será .... $8.4::6.3$

Excolio

Esta Proposicion, aplicada alos Numeros, es la 19 del Libro 7º de Euclides, y aplicada alas Lineas, es la 16 del Libro 6º del mismo.

Corolario 1º

De aqui se sigue q.e el prod.to el Multiplicando, el Multiplicador, y la Vnidad, son 4 cantidades proporcionales, porq.e el producto delos Extremos es igual al delos medios.

tambien lo son el Diuidendo, el Diuisor el Coziente y la Vnidad.

tambien son proporzionales, el antezedente, el Conseg.te el Exponente, y la Vnidad.

Yasimismo lo son el Numerador, el Denominador, la Frazion, y la Vnidad.

Corolario 2º

tambien se ynfiere que 2 quebrados seran ig.s si el Numerador, al Denominador, el vno, tiene la misma Razon q.e el Numerador al Denominador, en el otro, esto es, si 2..4::6..3, sera $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$

Corolario 3.º

También se infiere q.e si a 3 numeros dados, se les busca quarto proporcional, se hace multiplicar el 3.º por el 2.º y el prod.to partido por el 1.º

Exemplo

Si a los 3 Numeros dados 8, 4, 6, se pide su q.to pro porzional se multiplicará 6 p.r 4 y el prod.to 24 partido p.r 8, dará el Coz.te 3, y seran proporzionales 8..4::6..3

Siendo a..b::c..d, será por el Lemma, ad=bc, y partiendo todo por a, sera $d=\frac{bc}{a}$.

Quiere decir esta Expresion que si el 3.º c, se multiplica por el 2.º b, y el producto bc se parte por el 1.º a, se tendrá el valor del 4.º d, siendo este el fundam.to dela Regla de 3 simple

Corolario 4.º

Si 4 Cantidades proporzionales, se multiplican por otras 4 proporzionales, los productos seran tambien proporzionales.

Exemplo

Sean Proporzionales .... a..b::c..d

Multiplicadas por las Proporzionales .... e..f::g..h

digo q.e el prod.tos seran proporzionales .... ae..bf::cg..dh

Porq^e siendo .... a..b::c..d

será por el Lemma .... ad=bc,

y supuesto tambien q^e .... e..f::g..h

Será .... eh=fg

Y multiplicando iguales por igs, estoes, ad por eh, y bc por fg, se tendrá Axcioma 5^a .... adeh=bcfg.

luego por la 2^a. parte del Lemma .... ae..bf::cg..dh

En Numeros

Sea .... 8..4::6..3

y tambien .... 5..7::10..14

Se tendrán los produ^{tos} Proporcionales .... 40..28::60..42

porq^e el producto delos Extremos .... 1680=1680

producto delos medios

Lemma 2°

Sid 4 Cantidades la 1^a. ala 2^a tiene ma^r. Razon q^e la 3^a. ala 4^a. el producto delos Extremos será maior que el delos medios; y si el producto delos Extremos es maior q^e el delos medios la 1^a. ala 2^a. tendrá maior Razon q^e la 3^a. ala 4^a.

Explicacion

Sea la Razon, a..b > c..d; digo q^e el prod^{to} delos Extremos ad > bc producto delos medios

....

Demostracion.

Sea p el Exponente dela 1.ª razon luego .... $a=bp$

y Multiplicando por d, será .... $ad=bdp$

sea q el Exponente dela 2.ª razon setendrá ...... $c=dq$

y Multiplicando por b, será .... $bc=bdq$

pero (Corolario 2.º def.n 8.ª) : .... $p>q$

y si se Multiplica todo por bd, será (Axio.a 6.a) ..... $bdp>bdq$

pero .... $ad=bdp$

y .... $bc=bdq$

luego .... $ad>bc$

esto es que el produ.to delos Extremos es maior que el delos medios.

Lo 2.º sea. $ad>bc$ .... $ad>bc$

Digo que $a..b>c..d$ .... $a..b>c..d$

Demostracion.

Sea p el Exponente dela 1.ª razon, y será ... $a=bp$

y Multiplicando por d, será .... $ad=bdp$.

Sea q el Exponente dela 2.ª razon, y será, $c=dq$

y Multiplicando por b, será .... $bc=bdq$

y siendo porlo Supuesto .... $ad>bc$

será .... $bdp>bdq$

y partiendo por bd, será, $p>q$ .... $p>q$
Luego (Corolario 2º de Prop.ⁿ 8ª) .... $a..b>c..d$

Por Numeros

Sila razon de .... $3..2>4..6$
Será el prod.^to de los Extremos .... $18>8$ pro
ducto de los Medios.

Escolio

Por este Lemma se demuestran todos los modos de arguir por las razones desiguales.

Las 6 primeras Propo
siziones de este Libro se omiten comun mente p.^r su poca utilidad.

Prop.ⁿ 7.ª theo.ª

Las Cantidades iguales, tienen la misma razon a otra 3.ª, y la 3.ª tiene la misma razon, á Cantidades iguales

Explicacion

Sean, a, b, 2 cantidades iguales q.^e se comparan á otra 3.ª; digo lo 1.º que $a..c::b..c$

$$\left\{\begin{matrix} a & b \\ 4 & 4 \\ c & \\ 2 & \end{matrix}\right.$$

Demostracion

Siendo por lo Supuesto $a=b$ y si se Multiplica
todo por c. será .... $ac=bc$,
Luego (2.ª p.^te Lema 1º) .... $a..c.b..c$

orden .... 4..2::4.2

porq^e el producto delos Extremos .... 8=8 producto delos medios.

Lo 2.^o digo q^e .... c..b::c..a

porq^e siendo .... a=b

si se Multiplica todo por c sera .... ac=bc

luego segunda parte Lema 1.^o .... c..b::c..a

esto es .... 2..4::2..4

porque el producto delos extremos producto delos medios

Proposi.^n 8.^a theo.^a

De dos Cantidades desiguales como a, b, la maior a, tiene ma.^r Razon ala 3.^a c, y la 3.^a c, y la 3.^a c, tiene maior Razon ala menor b, que ala maior a.

esto es la Razon de .... a..c>b..c

y tambien .... c..b>c..a

Demostracion

a>b
8 c/2 4
ac>bc

Por lo Supuesto .... a>b

luego Multiplicando todo por c, sera ...... ac>bc

y 2.^a parte Lema 1.^o la Razon de .... a..c>b..c

esto es .... 8..2>4.2

porq^e el producto delos Extremos .... 16>8 producto delos medios.

Por parimisma razon . . . . $c..b>c..a$

esto es la razon de 2.. . . . . $2..4>2..8$

porq.^e el producto delos extremos . . . . $16>8$ producto delos medios.

Propos.^n 9 theo.^a

Si 2 Magnitudes, a y b, tienen la misma razon a otra 3.^a c, seran iguales; y si la 3.^a c, tiene la misma razon, a las Cantidades, a y b, estas seran iguales.

Demostracion

$\begin{cases} a. & b \\ 4 & 4 \\ & c \\ & 2 \end{cases}$

Por lo supuesto son proporcionales. $a..c::b..c$

luego Lemma 1.^o . . . . $ac=bc$

y dividiendo todo por c será . . . . $a=b$

tambien si son proporcionales, ... $c..a::c..b$

será . . . . $a=b$

porq.^e . . . . $cb=ac$

y partiendo todo por c sera . . . . $a=b$

Por Numeros.

Si . . . . $4.2::4.2$

sera el producto delos extremos . . . . $8=8$

producto delos medios,

y dividiendo todo p.^r 2 sera . . . . $4=4$

Propon. 10 theora.

De 2 magnitudes, a, b laqe aotra 3a. c, tiene mar. Razon esta maior; cya quella aquien la 3a. c, tiene menor Razon, esta maior

Explicacion

$\begin{cases} a & b \\ 6 & 4 \\ c & \\ 2 & \end{cases}$

Sea la Razon .... $a..c > b..c$

digo que .... $a > b$

y tambien si la Razon .... $c..a < c..b$

digo q. .... $a > b$

Demostrazion

Lo 1o. porlo Supuesto .... $a..c > b..c$

luego por el (Lemma 2o.) el produto delos extrem. ...... $ac > bc$

producto demedios.

y diuidiendo todo por c sera .... $a > b$

Lo 2o. siendo porlo Supuesto .... $c..a < c..b$

ó bien .... $c..b > c..a$

Será Lemma 2o. .... $ac > bc$

y diuidiendo todo por c se tendrá .... $a > b$

Explican. pr. Numer.

Si la Razon de .... $6..2 > 4..2$

Sera el produto delos Extremos .... $12 > 8$ pro ducto de los medios.

Dividiendo todo por 2 será .... $6 > 4$

Propoⁿ 11 theª

Las razones que son iguales a otra 3ª son iguales entre si.

Es evidente porque si .... a..b::e.f

y tambien .... c..d::e.f

tendran iguales exponentes, y será .... a..b::c..d

Por Numeros

Si .... 12..6::8..4

y tambien .... 18..9::8..4

será .... 12..6::18..9

Proposicion 12 theoremª

Dadas las Magnitudes proporcionales en qualquier Numº la razon que un Antecedente tiene a un consequente esa misma tendran todos los antecedentes juntos a todos los Consequentes.

Explicacion,

Sean proporcionales .... a..b::c..d

digo que tambien son proporcionales .... a..b::a+c..b+d

Demostracion,

Siendo por lo Supuesto .... a..b::c..d

Sera Lema 1.º .... $ad = bc$

y añadiendo, á ambas partes ab, sera Ax

ecoma 2.ª .... $ab + ad = ab + bc$

luego 2.ª parte (Lema 1.º) .... $a..b :: a+c..b+d$

En Numeros

Siendo Proporcionales .... $8..4 :: 6..3$

Será .... $8..4 :: 8+6..4+3$

Esto es .... $8..4 :: 14..7$

tambien Sean proporcionales .... $a..b :: c..d :: e..f$

digo que seran Proporcionales .... $a..b :: a+c+e..b+d+f$

Demostrazion

Siendo por lo Supuesto .... $a..b :: c..d$

Será Lema 1.º .... $ad = bc$

y siendo tambien por lo Supuesto .... $c..d :: e..f$

sera (Propo 11) .... $a..b :: e..f$

y por el (Lema 1.º) .... $af = be$

luego si a los iguales .... $ad = bc$

se añaden los iguales .... $af = be$

se tendra Axeoma 2.º .... $ad + af = bc + be$

Y añadiendo, á ambas partes, ab, se tendra ... ab.

se tendrá .... $ab + ad + af = ab + bc + be$

En Numeros.

Si son Proporzionales . . . . 8 . . 4 :: 6 . 3 :: 2 . . 1

luego . . . . 8 . . 4 :: 8+6+2 . . 4+3+1

Esto es . . . . 8 . . 4 :: 16 . . 8

porq.e el prod.to delos Extremos . . . . 64 = 64 prod.to delos medios

Proposicion 13 theorema

Si de 2 Razones iguales la 2.a es maior q.e otra 3.a, tambien la 1.a Razon será maior q.e la 3.a

Es claro, porq.e si el Exponente dela 2.a Razon, es maior que el dela 3.a tambien el Exponente dela 1.a Razon será maior q.e el dela 3.a

Sea . . . . $a..b::c..d$

y . . . . $c..d > x..z$

digo que tambien . . . . $a..b > x..z$

porque . . . . $\frac{c}{d} > \frac{x}{z}$

pero . . . . $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

luego . . . . $\frac{a}{b} > \frac{x}{z}$

y por Consiguiente . . . . $a..b > x..z$

Proposic.n 14 theo.a

de 4 Cantidades proporzionales, si la 1.a es igual, maior ó menor que la 3.ª; tambien la 2.ª será igual, > ó < que la 1.ª

Explicacion.

Sean Proporzionales .... $a..b::c..d$

Digo que si .... $a=c$

tambien .... $b=d$

Demostracion

Por lo Sup.to .... $a..b::c..d$

luego (Lema 1.º .... $ad=bc$

y partiendo por las Cantidades ig.s .... $a=c$

será Axioma 5.ª .... $d=b$

Si se supone .... $a>c$

Digo que tambien .... $b>d$

porque siendo .... $a..b::c..d$

será .... $ad=bc$

y partiendo por .... $a>c$

esto es partiendo $\frac{ad}{a}$ y $\frac{bc}{c}$ será .... $d<b$

ó bien .... $b>d$

En Numeros.

Sea .... $8..4::6..3$

Luego si .... $8>6$

tambien .... $4>3$

Proposicion 15 theorema

Los Equimultiplizes tienen la misma Razon que sus partes

Explicacion y Demostracion

sean las Cantidades .... ab, cb
Equimultiplices de las partes .... a, c
digo que son proporcionales .... ab..cb::a..c
porque .... abc = abc
esto es que el producto de los Extremos, es igual al de los medios

En Numeros

Si las Cantidades 8, 6
son Equimultiplices de las partes 4, 3
seran Proporcionales .... 8..6::4.3
Porque el producto de los Extremos .... 24=24 producto de los medios

Corolario 1°

Si 2 Cantidades, como 4, 3
se Multiplicaran por otra como 2
los productos 8, 6
estaran en la misma Razon esto es seran pp 4.3::8.6

Corolario 2°

Si 2 Cantidades como 4, 6

separaen por vna misma como 2
los Cocientes 4.3
estaran enla misma razon esto es 4.3::8.6

Corolario 3º

Si vna Serie de Cantidades a,b,c,d, la razon quela 1ª a, ala vltima d, se Compone detodas las razones intermedias, a..b, b..c, c:.d, porque multiplicando los antecedentes, y los Consequentes, setendra la razon Compuesta, abc..bcd, que eslomismo, que a..d, porque elproducto delos extremos, abcd=abcd, producto delos medios

Corolario 4º

Si son 3 Continuas proporcionales ∻a.b.c, la 1ª a, ala 3ª c, tiene la razon duplicada, dela 1ª a, ala 2ª b, por Componerse delas 2 razones, intermedias que sesuponen iguales.

Corolario 5º

Si 4 Continuas pp.s ∻a,b,c,d, la 1ª a, ala 4, d, tiene la razon triplicada, dela 1ª ala 2ª b, por componerse delas 3 razones intermedias quese Suponen iguales

Excolio.

Enesta Proposizion sefunda la Reducion delos Quebrados aun Comun denominador; porque el ser los Quebrados iguales consiste enque los Numeradores tengan la misma Razon asus Denominadores, luego si el Numerador, y Denominador de $\frac{2}{3}$ se multiplican pr. 5. se tendrá $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$, y si el Numerador, y denominador de $\frac{4}{5}$ se Multiplica pr. 3, se tendrá $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ tambien se ynfiere en esta Proporzion, la Reduzion de ciertos quebrados alos minimos terminos, porque el Numerador, y Denominador, se parten por vna misma medida

Proposicn. 16 theorema.

Si 4 Cantidades de vna misma Especie son directamente Proporcionales, tambien lo seran alternando

Explicazion,

Si .... a..b::c..d

tambien alternando .... a..c::b..d

Demostracion

Por lo Supuesto .... a..b::c..d

luego el producto de los Extremos .... ad=bc

producto de los medios.

y 2a. parte Lema 1o. .... a..c::b..d

porque luego si 4 Cantidades &c.

En Numeros

Si son Proporzionales .... 8..4..6..3

tambien alternando sera .... 8..6::4..3

porq.^e el pro.^to delos Ex.^mos .... 24=24 pro

ducto delos medios

Escolio

tambien se demuestra la propor.^n Imbersa porq.^e

si directam.^te son proporcio.^s .... a..b::c..d

sera tambien imbirtiendo .... b..a::d..c

porq.^e el prod.^to delos Extremos .... ad=bc

producto delos medios

En Numeros

Si directamente son proporzionales .... 8..4::6..3

sera tambien Imbirtiendo .... 4..8::3..6

p.^r q.^e el producto delos Extremos .... 24=24

producto delos medios.

Proposicion 17 theore.^a

Si 4 Cantidades son directam.^te proporcionales, tambien lo seran diuidiendo.

Explicacion

Sean directam.^te Proporzionales .... a..b::c..d

digo q.^e seran diuidiendo .... a-b..b::c-d..d

Demostración

Siendo p.r lo supuesto .... a..b::c..d

será p.r el Lema 1.º .... ad=bc

y quitando de ambas partes b .... bd

Será .... ad-bd=bc-bd

luego 2.a p.te Lema 1.º .... a-b..b::c-d..d

porque el pro.to de los extremos es = al de los medios

En Numeros

Si .... 12..3::8..2

será diuidiendo .... 12-3..3::8-2..2

esto es .... 9..3::6..2

porq.e el pro.to de los extremos .... 18=18

prod.to de medios

Proposi.n 18 theore.a

Si 4 Cantidades son directam.te proporzionales tambien lo serán Componiendo.

Explicacion

Sean directam.te proporzionales .... a..b::c..d

digo que serán componiendo .... a+b..b::c+d..d

Demostracion

Siendo p.r lo Supuesto .... a..b::c..d vera, Lema 1.º .... $ad=bc$

Y añadiendo á ambas partes bd, verá .. $ad+bd=bc+bd$

luego son proporzionales .... $a+b..b::c+d..d$

En Numeros

Si son Proporcionales .... $12..3::8..2$

Verá Componiendo .... $12+3.3::8+2..2$

Cierto es .... $15..3::10..2$

porque el pro.to de los Extremos .... $30=30$ producto de medios.

Proposi. 19 Theo.ª

Si el todo es al todo, como la parte a la parte; tambien el residuo es al residuo, como el todo al todo.

Demostracion.

Sean $a+b$, y $c+d$ los todos; b y d, las partes serán los residuos a y c.

Sean Proporcionales el todo .... $a+b..c+d::b..d$

digo que tambien .... $a..c::a+b..c+d$

Demostracion

Siendo por lo supuesto .... $a+b.c+d::b..d$

vera, Lema 1.º .... $ad+bd=bc+bd$,

y quitando de ambas partes .... $bd=bd$

vera .... $ad=bc$

y añadiendo á ambas partes . . . . $ac=ac$

será . . . . $ac+ad=ac+bc$

luego 2.da p.te Lema 1.° . . . . $a.c::a+b.c+d$

porque el pro.to de los Extremos es igual al de los medios.

En Numeros

Sean los todos . . . . 12 y 9

y las partes . . . . 8 y 6

seran los Residuos . . . . 4 y 3

digo pues que son proporcio.s . . . . 12 . 9 :: 8 . 6

tambien los Residuos seran . . . . 4 . 3 :: 12 . 9

porque el pro.to de los Extremos . . . . 36 = 36 pro

ducto de los medios.

Proposi.n 20 theor.a

Dadas algun.s Cantidades como, a, b, c de una p.te y otras en igual numero de otra, como, d, e, f en proporzion or denada, si la 1.a de una parte, es maior que la ultima c, tambien la 1.a d, en la otra parte será maior que la ultima f, y si igual, igual, y si menor, menor. (vease la in ferior, de la propo.on 22)

Propos.n 21 theo.a

Dadas algunas Cantidades, abc, y otras en igual numero de, f. emproporzion perturbada si tal.ª a. de una parte, es > q.e la ultima c. tambien tal.ª d, en la otra será > q.e la ultima f. si = igual y si < menor se inferirá de la Propo.n 23

Proposiz.n 22 theo.ª

dadas algunas Magnitudes en una parte, y otras en igual Numero en otra, de suerte q.e esten em proporzion ordenada; tambien por igualdad de razon seran proporzionales, tal.ª ala ultima en la una parte, como la 1.ª ala ultima en la otra

Explicazion.

Sean las Cantidades .... a, b, c
proporzionales alas .... d, e, f.
de suerte q.e sea .... a..b :: d..e
y tambien .... b..c :: e..f
digo q.e por razon de igualdad sera a..c :: d..f

Demostrazion.

Porlo Supuesto .... a..b :: d..e
luego lema 1.º .... ae = bd
tambien porlo Supuesto .... b..c :: e..f
luego .... bf = ce.
y X iguales por iguales esto es, ae, p.r bf, bd por, ce, se

tendrá Axioma 5ª .... $ae+b=ceb\partial$

y dividiendo todo por be, se tendrá .... $af=c\partial$

luego 2ª parte Lema 1º .... $a..c::\partial..f$

En Numeros

Sean de una parte las Cantidades 8, 4, 3

proporcionales, con 24, 12, 9

de suerte que .... 8..4::24..12

y .... 4..3::12..9

digo que por igualdad de Razon será .... 8..3::24..9

porque el producto de los Extremos ...... 72=72 producto de los medios.

Corolario.

De aqui se sigue la Propon. 20 porque siendo ... $a..c::\partial..f$

será alternando Propon. 16 .... $a..\partial::c..f$

luego si .... $a>c$

tambien Propon. 14 .... $\partial>f$

y si igual, =, y si $<$ menor.

esto es .... $8>3$

y tambien .... $24>9$

Proposicion 23 theª.

Dadas algunas Cantidades de una parte, y otras enigual Numero deotra, enproporcion pertur bada; tambien por igualdad de Razon seran proporcionales, tal.ª esta ultima enla vnaparte como tal.ª ala vltima enla otra

Explicacion.

Sean las Magnitudes .... a, b, c,
proporzionales alas .... d, e, f
demerte q.e .... a..b::e..f
y .... b. c::d e
digo q.e p.r igualdad de Razon seran .... a..c::d..f

Demostrazion.

Porlo Supuesto .... a..b::e..f
luego lema 1.º .... af=be
tambien p.r lo Supuesto .... b. c::d..e
luego .... be=cd
y por consig.te Axeoma 1.ª .... af=cd
luego lema 1.º .... a..c::d..f

En Numeros

Sean las Cantidades devnap.te 8, 4, 3
proporcionales, alas otras, enigual Num.º 16, 12, 6
demerte, que sea .... 8..4::12..6
y .... 4. 3::16..12

luego que por igualdad de razon........ $8.3::16..6$
porque el producto de extremos,............... $48=48$ producto de medios.

Corolario.

De aqui se sigue la Proposicion 21, porque siendo
$a..c::d..f$
Será alternando.............................. $a..d::c..f$
luego si.................................... $a>c$
tambien...................................... $d>f$
y si igual $=$, y si menor $<$ esto es............ $8>3$
y tambien.................................... $16>6$

Proposicion 25 theorema

Si 4 Cantidades son proporzionales, la Suma de la Maxima, y de la minima, es maior que la Suma de las otras dos.

Explicacion

Sean Proporcionales.......................... $a..b::c..d$
sea a, la Maxima, y d, la minima luego.... $a+b>b+c$

Demostracion

Por lo Supuesto............................ $a..b::c..d$
luego Lema 1º.............................. $ad=bc$
que restado de, ac, será Axioma 3º...... $ac-ad=ac-bc$

luego 2ª parte Lemma 1º .... $a..a-b::c..c-d$

pero .... $a>c$

tambien prop.n 14 .... $a-b>c-d$

y añadiendo á ambas partes .... $b+d=b+d$

será Axioma 4ª .... $a-b+b-d>c-d+b+d$

esto es .... $a+d>b+c$

luego si quatro Cantidades &a

Escolio 1º

En esta Proposizion queda demostrada la Propor
ción Conversa; esto es .... $a..a-b::c..c-d$

Escolio 2º

Fuese A, esta Magsima sea D. la minima se prueba,
porque siendo .... $a..b::c..d$

y .... $a>c$

tambien (Propn 14) .... $b>d$

y alternando (Pr. 16) .... $a..c::b..d$

pero .... $a>b$

luego .... $c>d$,

y por consiguiente siendo A. la magsima, será D, la mi
nima.

Libro IV.°

de las Reglas de Proporcion

Definicion 1.ª

Regla de Proporzion es la que enseña el modo de hallar un quarto proporzional, á 3 numeros dados, ó Conocidos, y por esso se llama bulgarmente Regla de 3.

Dizese tambien Regla de oro por su mucha utilidad. Dibidese en directa, y Reciproca

Definicion 2.ª

Regla de 3 directa es quando los terminos estan directamente proporcionales: esto es. quando el 1.° al 2.° tiene la misma Razon que el 3.° al 4.° Exemplo.

Si en 4 Meses se ganan 20 Doblones; en 8 meses se ganaran 40; ó tambien, si quando el termino 3.° es igual; maior, ó menor que el 1.° tambien el 4.° será igual, maior, ó menor, que el 2.° entonces la Proporcion es Directa como en el presente caso; porque los 8 meses, son maiores que 4; tambien la gananzia 40 a de ser maior que 20.

Definicion 3.ª

Regla de 3 Reciproca, Indirecta, ó inbersa es quando los terminos dela proporcion, estan dispuestos, de suerte q.e el producto del 1.º y 2.º, es igual, al producto del 3.º y 4.º

Exemplo.

6..4::8..3

En el qual 6X4=8X3; tiene su origen en la proporcion directa, 8..4::6..3, se cambian, los antecedentes 8, y 6; de que se sigue; q.e para restituir a directa la proporcion 6..4::8..3, se mudaran los antecedentes, poniendo, 8..4::6..3.

Se conoce q.e la Proporcion es Reciproca, quando creci endo el termino 3.º respecto al 1.º hace menguar el 4.º respecto al 2.º ó si menguando el 3.º hace crecer el 4.º

Exemplo.

Si 100 Hombres hazen un foso en 12 dias; 50 Hombres; en q.tos dias lo haran; Es evidente q.e disminuiendose los hombres, se han de aumentar los dias; porq.e menos hombres nezesitan mas t.po para hazer el mismo foso, luego es Reciproca.

Definicion 1a.

Asi la Proporcion directa, como Reciproca se diuiden en simple, y Compuesta, la proporcion Simple se compone de 4 terminos, o sien de 2 Razones, iguales: como si en 8 meses se ganaran 10, en 1 se ganaran 20.

La Compuesta es la q.e consta de 3. 4, 5, o mas Razones, y por consiguiencia los terminos seran, 6, 8, y 10; como si 10 hombres en 5 dias, ganan 100 p^s; 25 hombres, en 15 dias ganaran 750; Quando todas las Razones son directas, se llama compuesta directa si alguna delas Razones fuere Reciproca se llama compuesta Reciproca

Capitulo 1o

dela Rgla de 3 Simple.

tres Cosas se hande obserbar en la Rgla de Proporcion Simple

1a .... Disponer los terminos desuerte q.e guarden las Espezies el mismo Orden

2a .... Esaminar si es imbersa p.a Reducirla, a directa.

3.ª .... Hallar el termino q.e se busca

Para lo primero se escriviran los terminos, de suerte q.e el 1.º y 3.º sean de una misma Especie y el 2.º y 4.º de otra, poniendo en lugar del termino que se busca x.

Exemplo 1.º

Si con 8 de Caudal se ganan 4; con 6 de Caudal q.to se ganará: porq.e se busca la Ganancia, se escrivirá esta especie en el 2.º y 4.º lugar, y el Caudal en el 1.º y 3.º de este modo

Caudal... Ganan.a Cau.l... Gan.a

Si .... 8 . . 4 : : 6 . . x

Dispuestos los terminos se reconozera, si la proporcion es directa, o inbersa, atendiendo a lo q.e se dijo en la definiz.on 2.ª y 3.ª pues disminuiendose el Caudal se sigue disminuir la Ganancia, luego la Proporcion será directa, y no ne zesita de reduzion.

Para hallar el termino q.e se busca se multiplicará el termino 3.º por el 2.º y el producto se partirá por el termino 1.º y el cojiente será el 4.º proporcional que se busca; y asi Multiplicando 4 p.r 6 dará 24, y partiendo 24 por 8 será el Cojiente 3 el balor de x.

Exemplo 2º

Si 100 Hombres hazen vn foso en 12 dias, 50 hombres en quantos dias haran la misma escauazion.

Porque se busca el Numero de los dias, se pondrá esta especie en 2º. y 4º. lugar, y los Hombres en el 1º. y 3º.

Hombres	Dias	Hombres	Dias
Si...... 100	12 :	: 50	x

Dispuestos los terminos se reconozera q.e la Proporcion es inbersa, porq.e disminuiendose los Hombres se han de aumentar los dias, y para reduzirla a directa se mudaran los antezedentes, esto es el Primer termino se hara 3º y el 3º. se hara 1º. y se tendrá la Proporcion reducida.

Hombres	Dias	Hombres	Dias
Si...... 50	12 :	: 100	x = 24

Finalmente Multiplicando 100 p.r 12 se tendrá 1200 q.e partidos por 50, dara el Cociente 24 por el Valor de x. y se dirá que 50 hombres haran en 24 dias la misma escauazion q.e 100 hombres en 12 dias.

Con esto se resolberan las Questiones Siguientes.

Question 1.ª

Pidese 1260 pies de Castilla quantos seran de Paris,

Resolucion

Saviendo q.e 7 pies de Castilla hazen 6 de Paris, se dispondran los terminos desta manera

Pies de Cast.ª ... Pies de Paris ... Pies de Cas.ª ... Pies d Par.s

7 ... 6 : : 1260 ... x = 1080

Serra Si 7 dan 6, 1260 quedaran, Multiplicando 1260 por 6, el producto 7560 que partido por 7 biene al Q.te 1080, y serra q.e 1260 pies de Castilla hazen 1080 de Paris,

Question 2.ª

En vna Plaza, q.e tiene 3000 hombres de Guarnizion ai viberes p.ra 8 meses, y Rezelandose de Sitio, entraron de aumento 1500 hombres; pidese para q.to tpo tendran Viberes.

Resolucion.

Juntos los 1500 que entraron con los 3000 q.e estavan habra en la Plaza 4500; y porq.e se buscan meses, se pondrá este termino en el ultimo lugar, en la disposizion 8 Siguiente 8

Hombres... Meses... Hombres... Meses.
3000 . . 8 : : 1500 . . x

Y porque Aumentandose el Numero de los hombres, tendran viberes para menos tpo, es imbersa la proporzion, y se Reduzira a directa, Mudando los antezedentes y se tendra.

Hombres... Meses...... Hombres... Meses.
1500 . . 8 : : 3000 . . $x=5\frac{1}{3}$

Multiplicando 3000 por 8, y el producto partido por 1500, dara el Cosiente $\frac{5}{}$ y $\frac{1}{3}$ y se tendran viberes p.ra 5 meses, y 10 dias

Question 3.a

Si para Hazer una tienda, se nezesitan 80 Canas de tela, que tienen 5 palmos de ancho; quantas Canas serian menester de otra tela que tubiera de ancho 3 palmos

Resoluzion.

Porq.e se busca el Numero de las Canas, se pondra este termino en el 2.o y ultimo lugar, y tendra la disposizion sig.te

Palmos... Canas... Palmos... Canas.
5 . . 80 : : 3 . . x

y Respecto deq^e dismimuiendose lo ancho dela tela
se nezesitan mas Canas, mudando los antezedentes
se tendrá la Proporcion directa.

Palmos... Canas... Palmos... Canas.

$$3.\ .\ 80 : : 5.\ .\ x = 133\tfrac{1}{3}$$

Multiplicando 5 por 80 y el prod.^{to} 400 partiendole por 3
viene al Coziente $133\frac{1}{3}$ por el Valor de x, q^e son las Ca
nas q^e se nezesitan

Questíon 4^a

Hauiendo puesto á Gananzia 1600 Doblones, á Ra
zon de 5 por 100 al año; se desea Sauer la total Ganan
cia q^e corresponde

Resolucion

Porq^e se busca la Gananzia Se pondrá este termi
no enel ultimo lugar

Caudal... Ganancia... Cau^l... Gan^a

$$100.\ .\ 5 : : 1600.\ .\ x.$$

Y Respecto deq^e aumentandose el Caudal se deue
aumentar la Gananzia la Proporcion es directa, y
Multiplicando 1600 por 5, y partiendo el producto
8000 por el termino 100 vendrá al Coziente 80 por
el Valor de x, y se verá q^e 1600 daran de Renta al

año 80.

Capitulo 2º

Dela Regla de 3 Compuesta

Para Ressolber las Questiones dela Proporzⁿ Compuesta se obserbaran las Notas Siguientes

1ª .... La proporzion se diuide en 2 partes, poniendo en el ultimo lugar el termino que se busca, y se ordenaran las Expezies de vna, y otra parte de suerte que la 1ª corresponda a la 1ª, la 2ª a la 2ª, y la 3ª a la 3ª

2ª .... Ordenados los terminos se exsaminará cada vna delas Proporziones Simples, Comparandola con la expecie que se busca, de cada una delas otras y si alguna se hallase imbersa, se reduzirá a directa mudando los antezedentes.

3ª .... Teniendo ia la Proporzion directa si los terminos son 6 se Multiplica

-rá el 3.º 4.º y 5.º entresi, y se tendrá el dividendo: Mul
tiplíquese tambien el 1.º por el 2.º y se tendrá el
divisor, y echa la particion será el Cociente el ter
mino 6.º que se busca.

Question 1.ª

Si 10 hombres en 5 dias ganan 100 R.s 25 hombres en
15 dias quantos R.s ganaran

Resolucion

Porque se buscan R.s se pondrá este termino en el
ultimo lugar, y ordenados los terminos en una
y otra parte de la Proporcion, se atenderá a que co
rresponda hombres a hombres, dias a dias, y Rea.s a Re.s con
forme se dijo en la Regla 1.ª y se tendrá

Hombres	Dias	Rea.s	*	Hom.s	Dias	Reales
Si 10	5	100	*	25	15	x

Ordenados los terminos se examinaran las pro
porziones Comparando primero hombres con Reales, di
ciendo, si 10 hombres ganan 100 Reales, 25 hombres q.tos
Reales Ganaran, y porq.e aumentando se los hombres
tambien deven aumentarse los Reales
la Proporzion es directa.

Comparando en la 2.ª

proporzion, dias con Reales, se conocerá su proporzion, y se dirá si en 5 dias se ganaran 100 r.s en 15 dias q.e se ganaran. entonces se bé claro que por creser los dias creserá la Gananzia, luego tambien esta Proporzion es directa, y no ai nezesidad, de Reduzion, y assi, Multiplicando 3.º 4.º y 5.º termino entresi, esto es, 100, 25. y 15 daran el producto 37500, q.e será el dividendo.

Multipliquese aora 1.º y 2.º termino, esto es 10 por 5, y se tendrá el divisor; partase 37500 por 50, y bendrá al Cociente 750 por el Valor de X; y se dirá q.e si 10 hombres en 5 dias ganan 100 r.s 25 hombres en 15 dias ganaran 750

Question 2.ª

Si 10 Hombres en 5 dias Ganan 100 r.s 25 Hombres en quantos dias Ganaran 750 r.s

Resolucion.

Dispongase los terminos poniendo en el ultimo lugar los dias q.e se buscan, y se tendrá

Hombr.s	Reales	Dias	*	Hombres (dias)	Rea.s	Dias (hombres)
Si 10	100	5	*	25	750	X

Examinese laproporzion quese forma de Hombres y Dias, diziendo si 10 hombres hazen cierta ganancia en 5 dias; 25 hombres enquantos dias haran lamisma ganancia, y porque mas hombres haran lamisma ganancia en menos tpo, esta Proporzion es Imbersa; ymudando los antezedentes: esto es: poniendo 25 enlugar de 10, y 10, enel de 25, setendrá Reduzida, adirecta.

Examinese la Proporzion de Rs. y dias, diziendo, si 100 Reas. seganan en 5 dias, 750 rs. enquantos dias se ganaran; y porqe mas Reales, nezesitan mas dias para ganarse, esta proporzion es directa, y nó nesesita de Reduzion.

Hombres.. Reales.. Dias * Hombres.. Reales.. Dias

25 . 100 : : 5 * . 10 . 750 X

Multipliquense los Numeros 750, 10, 5, y setendrá, 37500 quees el diuidendo; Multipliquese 100 por 25, yelproducto 2500 es el diuisor, yecha la Particion sehallará el Cosiente 15 dias por el Valor de X.

Question 3a.

Si 10 Hombres en 5 dias ganan 100 rs. para Ganar en 15 dias 750 rs. quantos hombres seran menester.

Lo 1º porquesebusca el numero delos Hombres, sepondra enel ultimo termino, y ordenados los terminos, setendrá.

Dias.... Reales... Hombres ✱ Dias. Reales... Hombres.

Si. 5..... 100. . 10 .✱ 15. . 750. . . X

Lo 2º hagase el examen diziendo, si en 5 dias hazen vna Ganancia 10 Hombres en 15 dias, haran la misma ganancia menos Hombres, luego es Reziproca, y mudando los antezedentes 5, y 15 se tendrá Reduzida adirecta.

Tambien si 100 reales se Ganan por 10 hombres para ganar 750, se nezesitaran mas Hombres; luego es directa, y serà toda la Proporzion.

Dias... Reales. Hombres. ✱ Dias... Realˢ... Hombres

15. . 100. : . : 10. ✱ . . 5. . 750. : . . X.

Lo 3º Multiplicando 750 por 5, y el producto por 10, se tendrá el dividendo 37500, y Multiplicando 100 por 15 se tendrá el divisor 1500, y hecha la partizion será el Cojiente 25 hombres, por el Valor de X.

La Razon dela Practica consiste en que los terminos se Reduzen à 4, aciendo delas Razones Simples vna compuesta, y asi en este Exemplo, interbienen 3 razones, que son de dias a dias de Reales, à Reales, y de Hombres, à Hombres: esto es $\frac{15}{5}, \frac{100}{750}, \frac{10}{X}$ luego haziendo de las 2 primeras, la compuesta se tendrá la proporcion. $15 \times 100 :: 5 \times 750 :: 10 . . X$ luego $X = \frac{5 \times 750 \times 10}{15 \times 100}$ quiere decir esta Expresion, que para hallar el balor de X se ha de multiplicar el 3°. 4°. y 5°. termino y el producto partido, por el que resulta de la Multiplicacion del 1°. y 2°. dara al Cociente el Valor del 6°. que se busca.

La Prueba es, en que el producto, del 1°. 2°. y 6° termino, sea igual al producto del 3°. 4°. y 5°. esto es $25 \times 15 \times 100 = 10 \times 5 \times 750$ Pues, $37500 = 37500$

Escolio

Si en la Question interbienen 2 numeros iguales de una misma especie, se quitaran de la Proporcion.

Exemplo

Si 40 Hombres en 15 dias hazen 50 tuesas de escavacion; 30 hombres en 15 dias quantas aran.

Porque los dias tienen un mismo Numero se quitaran, y es lo mismo que dise diciese si 40 hombres hazen 50 tuesas, 30 hombres quantas aran: ha este modo se resuelbere otras questiones, de 8, 10, o mas terminos.

Regla General

Deduzidos todos los terminos adirectos para hallar el balor de x, (q^e supongo el Vltimo,) se hará como indica la Siguiente tabla.

Term	inos.	Cozie^s	Divisor.	Dividendo.
Para.	....4.....	4°....	1°........	2° 3°
Para	.....6.....	6°.......	1°, 2°.	3°, 4°, 5°
Para	.....8.......	8°.......	1° 2° 3°.	4°, 5°, 6°, 7°
Para	....10.......	10°.......	1°, 2° 3°, 4°......	5°, 6°, 7°, 8°, 9°
Para	....12......	12°.....	1° 2° 3° 4° 5°...	6° 7° 8° 9° 10° 11°

tabla para 12. terminos.

en donde se bé que quando la Proporzion es de 8 terminos, se hace multiplicar, el 4°. 5°. 6°. y 7°. para tener el dividendo, y Multiplicando el 1°. 2°. y 3°. se tendrá el diuisor, y hecha la Particion se tendrá el Qiente que es el termino q^e se busca,

Capitulo 3°

Dela regla de Compania

La Regla de Compañia no es otra cosa que distribuir la Ganancia o perdida entre los Compañeros apropor cion del Caudal quepuso cada uno loquesehaze deeste modo.

Question 1.ª

Tres hazen Compañia, el 1.º puso 600 pesos, el 2.º 800, y el 3.º 1100, y despues dealgun tpo hallaron 1000 pesos de Ganancia, pidese loque corresponde acada uno

Resolucion

Sumense los Caudales y setendrá 2500, y para hallar lo correspondiente

1.º	600	240
2.º	800	320
3.º	1100	440
	2500	1000

al 1.º se dirá si todo el Caudal 2500, gana 1000 pesos, que ganaran 600 pesos.

Hecha la Regla sehallará 240, por el 1.º; para el 2.º sedirá si 2500 dan 1000, que daran 800; hecha la Regla sehallará 320: Para el 3.º sedirá si 2500 dan 1000, que daran 1100, y viene al Coziente 440, y sumando las 3 Ganancias, compondran 1000.

Esta Question sepropone tambien deotro modo que es dividir el Numero 1000, en 3 partes, que guarden laproporcion, de 600, 800, y 1100; luego sumando los 3, setendrá 2500, y sedirá, como el todo altodo, asi eslaparte, alaparte: esto es, 2500 . . 1000 : : 600 . . 240.

Quando enla

compañia ai tpo, desigual, sellama Regla de Compañia con tpo. ó compuesta, y se reduze a simple, multiplicando el caudal decadavno, por su tpo, y luego se haze la Regla de 3 como sehadicho.

Question 2ª

3 Hazen Compañia el 1º puso 480 Pesos, por tpo. de 4 as, el 2º puso 320 pesos por tpo de 5 años; y el 3º puso 240 pesos, por tpo de 6 años, y han de repartir 400 pesos que tubieron de Ganancia, pidese loque toca á cada vno

	Caudales	Años	Produs	Gananas
1º	480	4	1920	$154\frac{416}{496}$
2º	320	5	1600	$129\frac{160}{496}$
3º	240	6	1440	$116\frac{640}{496}$
			4960	400

Dispongase los Terminos 4960 ... 400

Como se vé multiplicando el Caudal decada vno porsus Respectibos tpos. se tendran los productos, 1920, 1600, 1440 cuia suma es 4960, y queda reduzida, la Regla compuesta á Simple; luego se dirá si 4960, ganan 400, 1920 que ganará hecha la operazion sehallará corresponder al 1º $154\frac{416}{4960}$ y del mismo modo se hallará q. al 2º corresponde $129\frac{160}{4960}$ y al 3º $116\frac{640}{4960}$ y sumando los enteros, y quebrados componen el todo 400.

Question 3ª

Dos hizieron Compañia por tpo de 8 años, el 1º pu
so 20 doblones, y al fin del terzer año sacó 12 doblo
nes; el 2º pusso 30 doblones, y al fin del 5º año, pusso
otros 10 doblones, y hallaron de Gananzia 120 Doblones
pidesse lo que corresponde á cada uno.
Multipliquese 20 can
dal del 1º por los 3 años que fue empleado, y se tendrá
60, y porque al fin de 3 años sacó 12 doblones, le quedaron
solamente 8. que se emplearon en los 5 años siguientes, y
Multiplicando 8 por 5. será 40, y la suma de los dos los pro
ductos será 100.
Porq.e el 2º pusso al prinzipio 30 doblones
por todo el tpo. se multiplicará 30 por 8, y se tendrá 240
y por que añadió 10 doblones que se emplearon en los 3
ultimos años, será este producto igual á 30 q.e junto
con el antezedente, componen 270
Reduzida Ia la Regla
Compuesta, á Simple, se rezuelbe diziendo si la Su
ma 370, da 120 quedaran 100, y viene al 1º Cozient 32 $\frac{160}{370}$
ganancia del 1º luego al 2º le Corresponde, el resto hasta

120. que son 87 210/370

Capitulo 1.º

Dela Regla de Aligazion.

Aligazion es la mezcla quese haze demuchas expezies, para que resulte otra expezie media. como si se mezcla poluora fina con basta, resultará otra expezie de Poluora, demenos Potenzia quela fina.

Las expezies seexpresan porsu Valor: p.r exemplo, las expezies de Polbora, se expresaran por grados desu fuerza; yassi Suponiendo la Poluora fina de 8 grados, la que no es tan fina sera de 7, yotramenos fina será de 6; demanera quese puede mezclar poluora de 8 grados con otra de 5, para que resulte un mixto de Poluora de 7 Grados, que es menos poderosa quela de 8, y mas que la de 5.

Deste modo las expezies del Oro se expresan porsus quilates, el mas fino, y puro sedize de 24 quilates. elqueno estanto es de 23.

En qualquiera aligazion Concurren Nezesariamente 3 expezies y la media, ylas 3 cantidades. correspondientes acadauna asu expe.

Fundamentos dela Regla de Aligacion

Silas 3 espezies se Restan entresi, y la diferenzia delas Estremas, se toma como todo; las otras 2 dife renzias seran las partes Reziprocas del misto

Explicacion

Supongase quede Poluora de 8.° y de 5.° se quiere hazer vna mezcla que Resulte poluora de 7.° la diferenzia delas Estremas 8 y 5 es 3 la diferenzia entre la maior 8. y dela media 7 es 1 la diferenzia entre la media 7, y la menor 5 es 2, digo pues quede 3 partes del mis to, se pondran 2 dela Espezie maior 8, y 1 dela me nor 5, para que Resulte el misto de 7.

La Razon es por que lo que falta àla Espezie menor 5, para llegar à 7, se hade Suplir conlamaior 8; luego sehadeponer tanta Polua ra de 8 Grados, quanta baste à Suplir el defecto 2: assi mismo lo que esçede 8 sobre 7 sehade Rebajar conla Es pezie menor 5; luego se hadeponer tanta poluora dela menor quanta baste à Rebajar el eszesso 1: Y por consiguiente de 3 partes iguales del mixto (que es la diferenzia de las extremas) las 2 aunde ser dela Experie maior y la Una dela menor. queson las diferenzias Reciprocas

Corolario 1.º

De aqui Se ynfiere quelas Cantidades que componen un Mixto, son como las diferensias Resiprocas delas Experies: Por exemplo: haviendo de componer, 36 libras de Polvora de 7.º se pondran 24 lib.s de 8.º y 12 de 5.º cuias Cantidades estan enla razon de 2 a 1. diferenzias Reciprocas delas Experies.

Corolario 2.º

Dadas las 3 Experies 8, 7. 5 se tienen sus diferenzias $8-5=3$, $8-7=1$, $7-5=2$; y al Contrario, dadas las diferenzias, y qualquier experie, se tienen las demas Experies

Corolario 3.º

Dadas las 2 Cantidades 24, 12 delas Experies extremas, se tiene la Cantidad del mixto 36 que es la Suma; esto es $24+12=36$; y tambien dada la Suma 36, y qualquiera Extrema 24, se tiene la otra $12=36-24$; o bien dados 36 y 12 se tiene $24=36-12$

Disposicion dela Regla deAligaciones.

1°........ Se han de dar conozidas 2 especies, y 2 cantidades, o bien las 3 especies, y vna de las Cantidades

2°........ Se escriuiran las 3 especies, mayor, media, y menor; luego sus diferenzias reciprocas; esto es la diferenzia entre la mayor, y media, se escriue enfrente dela menor; La diferencia entre la menor, y media enfrente dela mayor, y debaxo la suma, que es la diferenzia entre las extremas; finalmente se escriuen las Cantidades correspondientes alas especies extremas, y debaxo la suma que esta Cantidad del mismo como parece

Especies..	Diferen^s..	Canti^s
8°	2	24
7°		
5°	1	12
	3	36

3°..... en lugar dela especie, diferencia ó Cantidad quese busca se pondrá x, y los demas terminos, se escriben segun lo dicho en los Corolarios. 2.° y 3.°

4.°..... Para formar la Nota de Proporsion se tomarán 2 diferencias contra 2 cantidades correspondientes, entre las quales se hallan 3 terminos conozidos, y buscando vn quarto proporzional se hallará el Valor de x, con lo qual se tendran los demas terminos; todo esto se practicará en los 4 casos siguientes, á que se reduzen las questiones determinadas de aligazion.

Caso 1.°

Dadas las 3 espezies, y la Cantidad de el misto. hallar las cantidades de las Espezies estremas.

Question.

Se quiere hazer vna Mezcla de Polvora de 7.° en Cantidad de 126 libras, compuesta de Polvora de 8.° y de 5.° y se pide la Cantidad quese hade poner de cada vna de estas espezies.

Resolucion.

Siendo la Cantidad del mixto 126 libras, si se supone X.. la cantidad dela Expezie mas 8. será la otra Cantid.d 126-x Con lo que se tendran los 3 terminos, y segun la Regla 1.a será la Proporzion

Expeci.s	Difer.a	Cantidad.
8°	2	.... X=84
7°		
5°	$\frac{1}{3}$	....126-X=42
		126

3..126::2..x=84, y por consiguiente 126-X=42; luego se dirá q.e se han de poner 84 libras de Polbora 8.° y 42 de 5.° para componer 126 libras de Poluora de 7.°

Caso 2°

Dadas las 3 Expezies, y la Cantidad de qualquiera Extrema hallar la otra Canidad extrema, y la del mixto.

Question.

Se quiere hazer una Mezcla de poluora de 7.° q.e tenga 84 libras de 8.° y lo restante de 5.° y se pide la cantidad de esta Expezie, y la del mixto.

Expecies.	Diferenc.s	Canti.s
8°	2	 84
7°		
5°	$\frac{1}{3}$	.... X=42
		84+X=126

Resolucion

Si se Supone x la Cantidad dela Experie menor, será el todo del mixto, $84+x$, y escriptos los terminos se hará la proporzion. $2 .. 84 :: 1 . x = 42$ luego $84+x=126$; y se dirá quese hande poner 42 libras de polvora de 5.° las quales con 84 libras de 8.° haran 126 de 7.°

Caso 3.°

Dadas las 3 Cantidades conlas 2 experies extremas hallar la Experie media

Question.

Se han mezclado 84 libras de Polvora de 8.° con 42 libras de 5.° y se quiere saver de que numero grados saldran las 126 de el Mixto.

Resolucion

Sea x ladiferenzia entre la experie menor, y media luego siendo la menor 5 será la media $5+x$ y ladiferenzia entre la maior, y media $3-x$, y dispuestos los terminos será la proporzion $126 .. 3 :: 84 .. x = 2$ que añadidos ala experie menor se tendrá 7 por la experie media q.e se busca

Espe.s ... Difer.s ... Cantid.s

8.° ... $x=2$ 84

$5+x$

5.° ...... $3-x$ 42

$\overline{3}$ .... $\overline{126}$

Caso 4º.

Dadas las Cantidades, y la Especie media con una de las Extremas, hallar la otra Extrema.

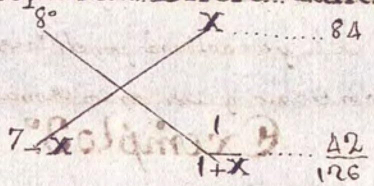
Question.

Se tiene un mixto de 126 libras de Polvora de 7º. en el qual han entrado 84 libras de 8º. y se pide la Especie de las otras 42 libras.

Resolucion.

Sea x, la diferenzia entre la menor, y media, luego siendo 7 la media, sera la menor 7_x y la diferenzia entre las Extremas sera 1+x, dispuestos los terminos se hara la Proporzion 42. 1 :: 84. x = 2. luego 7_x=5 Valor de la Especie menor que se busca

Especies.... Diferē.. Cantiˢ.



Escolio 1º.

La prueba en todos los Casos es que la Especie media multiplicada por su Cantidad, a de ser igual a la Suma delos productos, delas otras Expezies por sus cantidades; esto es $7\times126=8\times84+5\times42$, o bien $882=672+210$

Escolio 2.º

Ay muchas Questiones q.e son indeterminadas, en las quales se elige adiscrepcion, una Expezie o una cantidad.

Exemplo.

En 126 Libras de un mixto entraron 84 libras de 8.º y se pide la Expezie delas otras 42 libras, como tambien la Expezie del mixto; en este Casso se puede suponer la expezie menor de 5.º y por el (Casso 3.º) se hallará la Expezie del mixto de 7.º

Otro Exemplo

En 126 libras de un mixto de 7.º entraron 84 libras dela Expezie maior, y 42 dela menor, y se pide el valor delas Expezies en este casso se puede suponer la expezie maior de 8.º y se hallará por el (Casso 4.º) la maior de 5.º o bien al contrario, y assi enlos demas cassos.

Exemplo 3.º

Quando las Expezies, son muchas, se hazen 2 o mas aligaziones, tomando siempre una expezie maior, y otra menor repitiendo si fuere Nezessario una misma Expezie, por Exemplo. si de Poluora de 8.º de 5, y 3 se quieren hazer 114 libras de vn mixto de 7.° se diuidirá adiscrecion el 114 en 2 partes 84 y 30 y se ará ligazion de 8.° con 5; dada la Cantidad 84 libras dela Espezie media de 7.° y por el (Casso 1.°) se hallará 56 de 8.° y 28 de 5.° agase otra ligazion dela Espezie maior 8 conla menor 3 dada la Cantidad 30 libras dese mixto 7, y se hallará (Caso 1.°) 24 libras de 8.° y 6 de 3.° luego siendo las 2 cantidades 56 y 24 dela Espezie de 8.° se dirá q.e entraron enla mezcla 80 libras de 8.° 28 de 5.° y 6 de 3.° que todos forman 114 libras de 7.°

Si el Numero 114 se hubiera diuidido de otro modo resultarian otras Cantidades que tambien satisfazen la Question, aeste modo, si delas Espezies 8, 5, y 3, se quisiera vn mixto de 4, se ligaria 3 con 8, y despues 3 con 5 tomando Siempre vna Espezie menor, y otra maior; si delas Cantidades 8, 7, 5, 3, se quiere vn Mixto de 6 se ligará 8 con 3, despues 7 con 5 o bien 8 con 5, y luego 7 con 3.

Exemplo 1.°

Sitas Espezies 8, 5, 3 se multiplican p.r sus Cantidades, 80, 28, 6, y la Summa delos prod.tos 738 se parte porla Summa delas

Cantidades 114 el Cociente dara la Especie del mixto 7°.
7°

Exemplo 5°

Lo q.e se ha dicho en la Aligazion de la Polvora se entiende en qualquiera otro Mixto como del Oro por Exemplo de oro de 22 quilates, y de 15 quilates se quiere hazer una Mezcla de 63 onzas de oro de 18 quilates, se piden las onzas q.e han de entrar de cada especie.

Supuesto esto sea x el num.° de las onzas de oro de 22 quilates seran las onzas de 15 quilates 63-x y por el (Casso 1°) se hallará x = 27 q.e son las onzas de la maior especie, luego 63-x = 36 q.e son las onzas de la especie menor, y assi en los demas Cassos.

Espec.s	Diferen.s	Canti.s
22	3	x = 27
18		
15	4	63 - x = 36
	7	63

Exemplo 6°

Puede una Especie no tener Valor, como quando se liga Oro con Cobre, en cuio caso se pone 0 en la Especie menor, ò Cobre, y en todo lo demas se obra como se ha dicho.

Exemplo.

Si quieren hazer 72 onzas de oro de 20 quilates, mezclando con Oro de 23 el Cobre, y se pide la Cantidad del Oro de:

23 quilates, y las de Cobre.

Supuesto sea X las Onzas de oro de 23 quilates seran las de Cobre 92 - X y poniendo 0 en la espe-cie menor se tendran los terminos dispues-tos

Expes.	Diferes.	Cantids.
23	2o	$x = 80$
20		
0	$\frac{3}{23}$	$\frac{92 - x = 12}{92}$

y por el (Casso 1°) se hallaran 80 Onzas de la espe-cie mayor, y 12 de Cobre q. juntas componen las 92 del mis-to que se pide X

FIN

LIBRO
V.º

Delas Potencias, y Raizes delos Numeros, y singularmente dela Composicion y resolucion delos Numeros Guadrados y Cubicos

Capitulo 1.º

Delas Sinthesis ô Compon. delas Poten.

Para la Inteligenzia dela Extraccion delas Ra=

sser, importa mucho el Conocimiento dela forma zion delas Potenzias: pues porlos mismos grados q̃ sube la Raiz ala Potenzia, porlos mismos, se desziende dela Potenzia ala Raiz.

Definicion 1.ª

Numero quadrado ò Potencia quadrada es el producto de 2 Numeros iguales, ò de vn Numero Multiplicado porsi mismo; como si se Multiplican los Numeros 2 y 2 el producto 4 sera el quadrado, cuia Raiz es 2: si se Multiplica a por a, sera, a^2 el quadrado, y su Raiz a.

Definicion 2.ª

Numero Cubico ò Potenzia Cubica es el producto de 3 numeros iguales; como si se Multiplica 2, 2, 2 sera el prodᵗᵒ 8, la Potenzia Cubica, y su Raiz es 2; si se Multiplica a, a, a sera el producto, a^3, ò bien a, a, a, la potenzia Cubica, y su Raiz, a.

Definizion 3.ª

Potencia en General son los productos dela Multiplicazion de vn Numero porsi mismo, vna ò muchas bezes; Las potenzias se llaman tambien dignidades, ò Potestades, y son infinitas quantas son las bezes, que la Raiz se piensa Multiplicar porsi misma: Ala Raiz, se le da el Nombre de Potencia 1.ª al quadrado Potenzia 2.ª; al Cubo Potenzia 3.ª y asi en adelante como parece en la tabla Siguiente.

Raizes	Potencias	Rai	Potencia
a	1.ª	2	3
a^2	2.ª	4	9
a^3	3.ª	8	27
a^4	4.ª	16	81
a^5	5.ª	32	243
a^6	6.ª	64	729
a^7	7.ª	128	2187
a^8	8.ª	256	6561
a^9	9.ª	512	19683
a^{10}	10.ª	1024	59049

Tambien se dize Potenzia del Primer grado, Potencia del 2.º Potenzia 3.º &c

Escolio

Los antiguos dieron dibersos Nombres alas Potencias, como se bé enla tabla Subcesiba

Los Arabes.	Diofanto y Bieta.
a ...... Raiz	Lado ó Raiz
a^2 .... Quadrado	Quadrado
a^3 ..... Cubo	Cubo
a^4 ..... Quadrado Quadrado	Quadrado - Quadrado
a^5 ...... Supersolido 1.º	Quadrado Cubo
a^6 ...... Cuadrado de cubo	Cubo - Cubo.
a^7 ..... Super solido 2.º	Quadrado - Quadrado - Cubo
a^8 ...... Quadrado de Quadrado de Quadrado	Quadrado - Cubo - Cubo
a^9 ..... Cubo de Cubo.	Cubo - Cubo - Cubo
a^{10} ..... Quadrado de Supersolido	Quadrado - Quadrado, Cubo - Cubo.
a^{11} ..... Super solido 1.º	Quadrado, Cubo - Cubo - Cubo.

Segun Otros ...... Caracteres.

Lado	a	2
Plano	a^2	4
Solido	a^3	8
Plano Plano	a^4	16
Plano Solido	a^5	32
Solido Solido	a^6	64
Plano Plano Solido	a^7	128
Plano - Solido - Solido	a^8	256
Solido - Solido - Solido	a^9	512
Plano - Plano - Solido, Solido	a^{10}	1024
Plano - Solido - Solido - Solido	a^{11}	2048

Definicion 4ª

Exponente dela Potencia es el Numero que indica su lugar ò grado, ò bien quantos factores iguales la produzen; y asi el Exponente dela Potenzia 1ª es 1 el dela 2ª es del quadrado es 2; el dela 3ª ò Cubo es 3 el dela 4ª ò quadrado quadrado es 4 &c

Definicion 5ª

Subir una Cantidad Numerica, aqualquier Potenzia es multiplicarla por si misma, una ò muchas bezes, como indica el Exponente menos 1. Exemplo. cubicar el Numero 2, es hallar el Producto 8, que resulta dela Multiplicazion dela Raiz 2, 2, 2, esto es 2 beses 2, es 4, y 2 beses 4 es 8; Cubicar la Cantidad ab, es hallar el producto aaa, bbb ò bien a^3b^3 que resulta dela Multiplicazion de ab, ab, ab,

Escolio

Si la Raiz se multiplica porsi misma se tendrá la Potenzia 2ª. y si esta se multiplica porla Raiz, se tendra la Potenzia 3ª; si esta se multiplica porla Raiz se tendrá la Potensia 4ª &.

Exemplo

$2 \times 2 = 4$ que es la Potenzia 2ª $4 \times 2 = 8$ Potenzia 3ª $8 \times 2 = 16$ Potenzia 4ª &c.

Proposicion 1.ª Proble.ª

Levantar una Cantidad á qualquier Potencia.

Explicacion.

Se hade subir ala Potenzia quadrada el Num.º 34.

Resolucion.

Multipliquese el Numero 34 por 34, y el producto 1156 será el quadrado.

Si el Numero 34, se hubiera de subir ala Potencia Cubica, se Multiplicará 34 por 34, y se tendra el quadrado 1156 que multiplicado por 34, dará el Cubo 39304, y continuando la Multiplicazion por 34, se hallaran todas las Potenzias deel dicho Numero 34.

En las Cantidades Literales, in complexas, se hallan las Potensias, Multiplicando los Coefizientes, entre si, y tambien el Exponente de cada letra, por el Exponente dela Potenzia quese pide

Exemplo.

Si la Cantidad, 3ab, se hade subir al 2.º grado, será $9a^2b^2$ si al tercer grado será; si ala 4.ª Potenzia, será $81a^4b^4$.

Si la Can

ab^2 se quiere subir ala Potenzia 2.ª oal quadrado, se multiplicará cada exponente por 2 y se tendrá a^2b^4

Si se pide la Potencia Cubica, se multiplicará cada exponente por 3 y se tendrá a^3b^6; si se pide la 4.ª Potenzia, ó quadrado, quadrado, se multiplicará cada exponente por 4, y se tendrá a^4b^8 &c.

Si la Raiz es un Complexo como $a+b$, se hallaran las Potenzias por su Continua Multiplicazion como parece en el exemplo sig.te

$$\begin{array}{rl}
\text{Raiz} \ldots\ldots & a+b \\
 & a+b \\
\hline
 & ab+b^2 \\
 & a^2+ab \\
\hline
\text{Quadra.}^{do} \ldots & a^2+2ab+b^2 \\
 & a+b \\
\hline
 & a^2b+2ab^2+b^3 \\
 & a^3+2a^2b+ab^2 \\
\hline
\text{Cubo} & a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
\end{array}$$

Obrando Como se ha dicho se tendran las Potenzias con las quales se hará la Tabla, Sinthetico, Analitica que servirá de formulario para la Extraccion de qualquier Raiz pues en ella se enquentran todos los Productos de que se compone cada Potenzia quando la Raiz está dividida en 2 p.tes como a, b

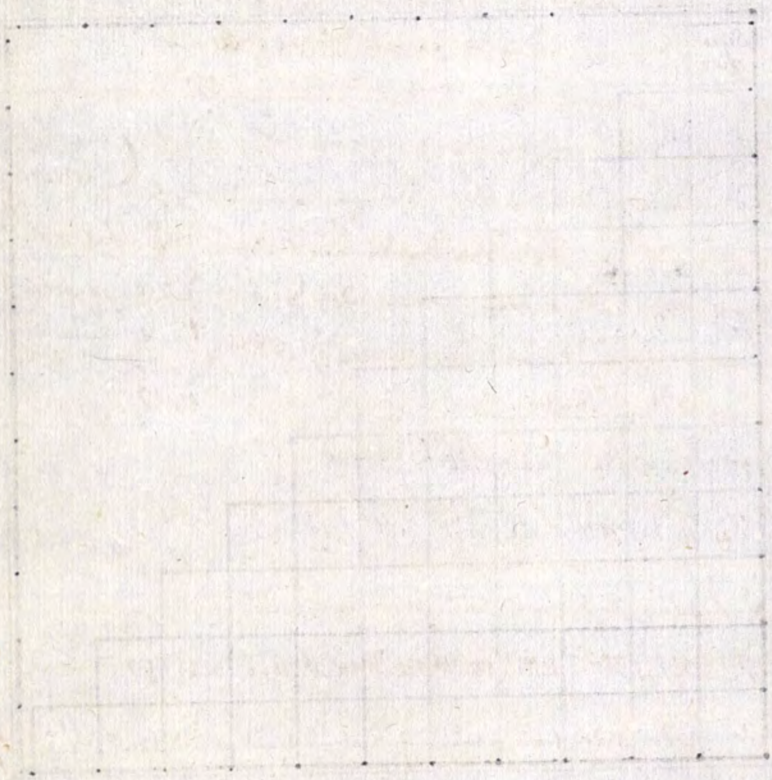
Escolio 1.º

Supuesto q.e la 1.ª parte dela Raiz sea a, y la 2.ª b, se hallará que la Potenzia 2.ª es $a^2+2ab+b^2$, y quiere dezir que el quadrado detoda la Raiz se compone del quadrado dela 1.ª parte, y dos productos dela 1.ª

Sian chezi na										
a	b									
a^2	$2ab$ ...	b^2								
a^3	$3a^2b$ ...	$3ab^2$	b^3							
a^4	$4a^3b$ ...	$6a^2b^2$	$4ab^3$	b^4						
a^5	$5a^4b$ ...	$10a^3b^2$ ...	$10a^2b^3$ ...	$5ab^4$ ...	b^5					
a^6	$6a^5b$	$15a^4b^2$ ...	$20a^3b^3$	$15a^2b^4$	$6ab^5$	b^5				
a^7	$7a^6b$ ...	$21a^5b^2$ ..	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21a^2b^5$	$7ab^6$ ..	b^7			
a^8	$8a^7b$	$28a^6b^2$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$ ...	$56a^3b^5$	$28a^2b^6$ ..	$8ab^7$ ..	b^8		
a^9	$9a^8b$	$36a^7b^2$	$84a^6b^3$	$126a^5b^4$	$126a^4b^5$	$84a^3b^6$	$36a^2b^7$ _	$9ab^8$ ..	b^9	
a^{10}	$10a^9b$ ...	$45a^8b^2$ ..	$120a^7b^3$	$210a^6b^4$	$252a^5b^5$	$210a^4b^6$	$120a^3b^7$	$45a^2b^8$:	$10ab^9$	b^{10}

Dn. Claudio
Maxwell fue Maestro
del Curso q. dió princi
pio el dia 1º de Julio de
el año de
1747

a a a



parte por la 2^a + el quadrado de la 2^a.

Exemplo

Sea .... $a+b=34$

$$\left\{\begin{array}{l|l}
a=30 & a+b \ldots\ldots\ldots 30+4 \\
b=4 & a+b \ldots\ldots\ldots 30+4 \\
 & ab+b^2 \quad\quad 120+16 \\
 & \quad\quad\quad 900+120 \\
 & a^2+ab \ldots\ldots = 900+240+16 \\
 & a^2+2ab+b^2 = 900+240+16
\end{array}\right.$$

Y hecha la Multiplicacion se hallará q.e todo suma 1156; porq.e siendo la Raiz $30+4\times30+4$; será $a^2=900$ quadrado de 30; $2ab=240$ duplo producto de 30×4, y $b^2=16$ quadrado de 4, cuyos productos componen el quadrado total 1156 = al quadrado de $a+b$, esto es al quadrado de 34

Escolio 2°

Los Prod.tos q.e corresponden a la Potenzia 3^a son $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ quiere dezir esta expresion q.e si la Raiz está dividida en 2 partes, el Cubo de la otra da se compone de los productos Siguientes.

a^3 ..... {Cubo de la 1^a parte

$3a^2b$ ..... {El tryplo del Quadrado de la 1^a parte multiplic.do por la 2^a

$3ab^2$ ..... {el tryplo de la 1^a multiplicado p.r el qu.do de la 2^a

b^3 ..... {el Cubo de la 2^a

Exemplo

Sea la Raiz 34 dividida en 2 partes tal.ª sea 30, y la otra 2ª 4, será $30+4=a+b$, y será, $a^3=27000$ cubo de 30; $3a^2b=10800$, el triplo quadrado de 30 X4; $3ab^2=1440$, el triplo de 30 X16 quadrado de 4, $b^3=64$, Cubo de 4 cuia suma es 39304, por el Cubo total de 34.

A este modo se hallaran los productos de q.e se compone qualquier potenzia

Escolio 3º.

Cada Potenzia se compone de un termino mas que indica su Exponente; y assi la Potenzia 2ª se Compone de 3 terminos que son a^2, $2ab$, b^2; la Potencia 3ª se compone de 4 terminos que son a^3, $3a^2b$, $3ab^2$ b^3; la Potenzia 4ª consta de 5 terminos que son a^4, $4a^3b$ $6a^2b^2$, $4ab^3$, y b^4 &.

Escolio 4º.

Los terminos Extremos estan levantados a la misma Potenzia; y assi en la Potenzia 2ª los terminos Extremos son a^2, b^2; en la Potenzia 3ª los extremos son a^3 b^3 &.

Escolio 5º

Los terminos intermedios son los Productos de las Potenzias de a, por las poten.s de b, y las suma, de sus Exponentes es ig.l al de la misma Potenzia

Exemplo

En la Potenzia 4.a los terminos intermedios son $4a^3b, 6a^2b^2, 4ab^3$, y la Suma de los Exponentes en cada termino siempre es 4.

Escolio 6.to

Si a todos los terminos de qualquier Potenzia se quitan los Coeficientes quedaran, continu.es propor cionales en la Razon de a..b

Exemplo

En la Potenzia 3.a quitados los Coefizientes se tendrá, a^3, a^2b, ab^2, b^3 que son Continuos proporzionales, por q.e $a^3 .. a^2b :: a .. b$, pues por el Lemma 1.o el producto de los extremos $a^3b = a^3b$ producto de los medios, tambien $a^2b .. ab^2 :: a .. b$ porque el producto de los Extremos $a^2b^2 = a^2b^2$ produc.to de los medios; assi mismo, $ab^2 .. b^3 :: a .. b$, porque el producto de los extremos $ab^3 = ab^3$ pro.to de los medios, luego son continuos proporzio.es a^3, a^2b, ab^2, b^3 en la Razon de a..b

Corolario

De aqui se sigue q.e entre 2 quadrados a^2b^2, ai un medio Geometrico ab; entre 2 cubos, a^3, b^3, ai 2 medios Geome tricos queson, a^2b, ab^2

Escolio 7.º

Los Coefizientes de todas las potestades se pueden hallar sumandolos como se sigue.

$$1+1$$
$$1+1$$

Potencia 2.ª .... $1+2+1$
$$1+2+1$$
Potencia 3.ª .... $1+3+3+1$
$$1+3+3+1$$
Potencia 4.ª .... $1+4+6+4+1$
$$1+4+6+4+1$$
Potencia 5.ª .... $1+5+10+10+5+1$
$$1+5+10+10+5+1$$
Potencia 6.ª .... $1+6+15+20+15+6+1$

De aqui, y lo dicho antecedentemente se infiere la fazilidad de encontrar todos los termin.s con sus coeficientes, letras, y exponentes, sin nezesitar, la Molestia de Multiplicar, $a+b$ continuamente.

Proposicion 2.ª theo.ª

Si a un quadrado se añade el duplo de su Raiz mas la unidad, se tendra el quadrado prox.mo maior

Demostraⁿ.

Sea la Raiz igual a. yañadiendole la unidad se tendrá $a+1$, cuio quadrado, es a^2+2a+1.

Exemᵒ. por Nuˢ.

Sea la Raiz 3 su quadrado es 9, yañadiendole el duplo dela Raiz, se tendrá 15, yañadiendole la Raiz. se tendrá 16 q.ᵉ es el quadᵈᵒ. proxᵐᵒ. maior tambien si a 16 se añade duplo de su Raiz, se tendra 24, y añadiendo 1, setᵃ 25

Propoⁿ 3ᵃ theoᵃ.

Si aun Numero cubico se añade, el triplo del quadrado dela Raiz + el triplo dela Raiz, mas la unidad, se tendrá el Cubo proxᵐᵒ. maior

Demostracion.

Sea la Raiz $=a$, yañadiendole 1 será $+1$, ay su cubo es a^3+3a^2+3a+1

Exemᵒ. en Nuˢ.

Sea 8 el Numero Cubico cuia Raiz es, 2 el quadrado es 4 y el triplo de 4 es 12, el triplo de 2 es 6, y sumando 8, 12, y 6, y 1 son 27 que es el Cubo proxᵐᵒ. maior.

Por la continua Multiplicazion de $a+1$ se hallaran todas las potenzias, cuias Raizes se exceden en la unidad.

Propo.ⁿ 4.ª theᵃ

Los quadrados estan en razon duplicada dela de sus raizes. los Cubos en razon triplicada, &c.

Demostracion.

La razon de $a^2..b^2$ es compuesta delas razones ig.ˢ $a..b$, $a..b$ (por la def.ⁿ 12. del Li.º 5.º de eucli.ᵈᵉˢ) luego es duplicada de qualquiera dellas, y por consiguiente los quadrados a^2 y b^2 estan en razon duplicada desus raizes a, y b.

tambien la razon de $a^3..b^3$ es Compuesta delas 3 razones iguales $a..b$, $a..b$, $a..b$, luego es triplicada dequalquiera dellas, y por consiguiente los Cubos, $a^3 b^3$ estan en razon triplicada desus raizes a, y b; y deeste modo en las demas Potencias.

Exemplo en Numeros.

La razon de 16 á 9, es compuesta delas razones iguales 4..3, 4..3, luego es Duplicada dequalquiera dellas luego los quadrados 16, y 9. estan en razon duplicada desus raizes 4 y 3.

tambien los Cubos, 64 y 27 estan en razon triplicada desus raizes, 4 y 3 porq.ᵉ esta com puesta delas 3 Razones iguales, 4..3, 4..3, 4..3.

Escolio

Si 3 Cantidades son continuas pp.^s el quadrado dela 1.^a al quadrado dela 2.^a tendrá lamisma Razon que la 1.^a ala 3.^a

Explicacion,

Sean Continuas proporzionales, a, b, c digo q.^e $a^2..b^2::a..c$, porq.^e siendo porlo Supuesto, $a..b::b..c$, será (Lema 1.°) $ac=b^2$, y multiplicando todo por a, setendrá (Axioma 5.^a) $a^2c=ab^2$ luego (2.^a parte Lema 1.°) $a^2..b^2::a..c$.

tambien

si ai quatro Cantidades, continuas proporzio.^s como a, b, c, d la 1.^a ala ultima tendrá lamisma Razon que el Cubo dela 1.^a al Cubo dela 2.^a esto es $a^3..b^3::a..b$, porq.^e siendo, $a..b::b..c$, será (Lema 1.° Li. 5.° de Eu.) $ac=bb$; tambien $b..c::c..d$, luego (p.^n 11 del 5.°) $a..b::c..d$, y por el Lema 1.° del 5.^to $ad=bc$, y si iguales semultiplican por iguales, setendrá (Axe.^a 5.^a) $a^2dc=b^3c$, y partiendo todo por c, sehallará $a^2d=b^3$ y multiplicando todo por a, será $a^3d=ab^3$ luego $a^3..b^3::a..d$

Proposicⁿ 5ª theoremª

Silas Raizes son proporzionales, tambien las Potencias deel mismo Grado son pp^s.

Silas Raizes .... a..b::c..d

seMultiplican porlas Raizes .... a..b::c..d,

setendrá, Corº 1º del Lema .... $a^2..b^2::c^2..d^2$

Por Numeros

Silas Raizes .... 8..4::6..3

seMultiplican porlas Raizes .... 8..4::6..3

setendran los quadrados .... 64.16::36..9

Esto es los quadrados seran pp^s consta del Corolario 1º del Leª 1º del libro 5º de Euclides.

Capitulo 2º

Dela Analisis, oResolucion de las Potencias; Esto dela Extracciond. las Rayzes.

Definicion 6ª

Sacar la Raiz deuna Cantidad, ó Potenzia es hallar elNumero quela produze porsu continua multiplicazion, y assi extraer la Raiz cubica de 8, es buscar el numero 2

Escolio

Para fazilitar las operaziones, se debe tener mui presente, de Memoria las Potencias delos Numeros, digitos, singularmente delos quadrados y Cubos q.e contiene la tabla siguiente.

Rayzes...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quad.os...	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubos...	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

tambien se han de tener presentes los formularios dela tabla Sintethetico, Analitica, alo menos del quadrado, y Cubo q.e son los sig.tes

Deel Quadrado .... $a^2 + 2ab + b^2$

Del Cubo .... $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Proposicion 6.a Pro.a

Sacar la Raiz. quadrada, de qual quier incomplexo Literal. **Resolucion**

Lo 1.o saquese la Raiz del Coefiziente, lo 2.o es cribase cada letra conla mitad desu Expo.te

Exemplo 1º

Pidese la Raiz quadrada de $4a^6$, la Raiz del Coeficiente 4 es 2, y la mitad del Exponente 6 es 3, luego será la Raiz $2a^3$.

Exemplo 2º

Pidese la Raiz quadrada de $a^2 b^8$ porque el Coeficiente es 1 basta sacar la mitad de cada Exponente, y será la Raiz ab^4.

Escolio

Si el Coeficiente no tiene Raiz justa, ó algun Exponente no tiene mitad, se indica la Raiz anteponiendole el Signo Radical $\sqrt{\ }$; y assi de las Cantidades $5a^2$, $4a^3$, a^2b, será la Raiz $\sqrt{5a^2}$, $\sqrt{4a^3}$, $\sqrt{a^2b}$, quiere decir Raiz de $5a^2$, Raiz de $4a^3$, Raiz de a^2b.

Proposicion 7ª Probª

Sacar la Raiz quadrada de qualquier Complexo Literal.

$$\begin{array}{l|l}
a^2 + 2ab + b^2 & a+b \\
\underline{a^2} & \\
\quad 2ab + b^2 & \underline{2a} \\
\quad 2ab + b^2 & b
\end{array}$$

Resolucion.

Lo 1º la Raiz quadrada del primer termino es a, que se escrive aparte, formese el quadrado della, y restese del quadrado dado, y quedará el residuo 1º $2ab + b^2$

Lo 2º. doblese la Raiz hallada y se tendrá 2a por divisor; partase 2ab, por 2a, y será el Cociente b, que se pondrá en la Raiz; Multipliquese 2a por b, y se tendrá 2ab, y añadiendo al quadrado de b, será el sub-traendo $2ab+b^2$, q.e Restado del Residuo 1º. dará el Residuo 2º. = 0 y se dirá que la Raiz quadrada de la Cantidad propuesta es $a+b$.

Proposizn. 8.a Prob.a

Sacar la Raiz quadrada de qualquier Numero.

Resolucion.

Lo 1º. porq.e el Exponente del quadrado es 2 dividanse las Notas del Numero propuesto de 2, en 2, empezando por la derecha, y tendrá la Raiz tantas Notas, como hubiere Casillas, o divisiones de dos en dos, como se ha dicho.

Lo 2º. de la Casilla de la Izquierda se sacará la Raiz; y si no fuere justa, se tomará la Raiz del Numero proximo menor, y su quadrado, se Restará del Numero, escriviendo aparte la Raiz hallada, y baxando la Casilla Siguiente se tendrá el Residuo 1º.

Lo 3.º Dupliquese la Raiz hallada, yañadiendo un zero por Regla General se tendrá el divisor porel qual separtirá el residuo 1.º yel Coziente que es laparte seg.da dela Raiz sepondrá al lado dela 1.a Multipliquese el Coziente por el divisor, yalproducto añadase el quadrado del Coziente, yla Suma Restada del residuo 1.º dara el residuo 2.º

Exemplo 1.º

Sea el Num.º 1156 q.e divididas sus Notas de 2 en 2 tendrá 2 Casillas, y en la 1.a sehalla 11 cuia Raiz quadrada pro.ma es 3, y su quadrado 9, q.e Restado de 11 quedan 2, y bajando la Casilla Siguiente setendrá 256, por el residuo 1.º

	1156	34 Raiz
	9	
Resi.º 1.º ...	256	60 Divisor.
	240	4
	16	
	256	
Resi.º 2.º ...	0	

Dupliquese la Raiz hallada 3, yañadiendo un zero por Regla General, setendrá el divisor 60: Diuidiendo pues 256 por 60, el Coziente es 4, (2.a p.te dela Raiz.) Multipliquese 60 por 4, y será elproducto 240; añadase el quadrado de 4 que es 16, y setendra 256, que Restado del Residuo 1º queda Zero por el Residuo 2º; y se dira que la Raiz quadrada del Num.º propuesto es 34.

El fundam.to de esta Operazion consiste en considerar que la Raiz que se busca es $a+b$, cuio quadrado es $a^2+2ab+b^2=1156$, luego si de esta cantidad se Resta $a^2=900$ quedará 256, por el Valor del duplo producto de las partes, mas el quadrado de la 2.ª parte cuia practica se manifiesta en el formulario literal de este modo.

Pong.e 3 dezenas o sien 30 unidades en la 1.ª parte a. y su quadrado $a^2=900$, el Divisor $2a=60$, y el cociente $4=b$, luego $2ab=240$, $b^2=16$, y la Suma será $a^2+2ab+b^2=900+240+16=1156$.

Lo 1º quando las Casillas fueren mas que 2, se Repite la operazion bajando la Casilla Siguiente, y duplicando toda la Raiz, hallada se tendrá el divisor.

Si al Ciente viniere Zero, se escrive en la Raiz, y se bajan las Notas de la otra Casilla: todo lo qual se verá en el exemplo Siguiente.

Exemplo 2º

```
              11.63,21,92,36   |34106 Divi.or 1º
               9
Residuo 1º.....263             |60    2º
               240              4
               18
               256             |680
2º.............721              1
               680
                 1
               681
3º 4º..........409236          |68200 3º y 4º
               409200           6
                   36
5º.............409236                 5º
                  0
```

Sacar la Raiz quadrada del Numero 1163219236

Resolucion.

Dividanse las Notas de 2 en 2, y empezando por la 1ª casilla, por q.e 11 no tiene Raiz Justa, se tomará la Raiz del num.ro menor, 9 cuia Raiz es 3 q.e se pondrá aparte, y restando 9 de 11, se tendrá la diferencia 2; bajese el 63 de la 2ª Casilla, y será el residuo 1º 263. Dupliquese la Raiz hallada, y á

ñadiendo un zero, setendrá el diuisor 60 ~~por 4~~, ya
ra al cojiente 4 (2ª parte dela Raiz) multipliquen
se 60 por 4, y al producto 240 añadanse 16, quadrado
de 4, y se tendrá 256, q.e restados de 263 dará la dife
renzia 7, laqual junta con los 21, que se bajarán de
la 3ª. cassilla, compondrá 721 por el residuo 2º.

Dupli
quense los 34 dela raiz hallada, y añadase un
0 y setendra 680, por el diuisor del residuo 2º:
partanse 721 por 680 y el Cojient, esta 3ª. parte
dela Raiz: multiplicando el diuisor 680, por la
Raiz hallada 1. y añadiendo el quadrado de 1 se
tendrá 681 que restados de 721, se tendrá la difere
40 por el residuo 3º; bajese 12 dela 4ª. cassilla, y
setendrá 4012, dupliquese la Raiz hallada 341, y
será 682 que añadiendo un 0 será 6820 por el
diuisor del residuo 3º. y porque el diuisor es
maior que el diuidendo, se pondra 0 en la Raiz
bajese el 36 dela 5ª. Cassilla, y setendrá 401236
por el 4º residuo: dupliquese la Raiz hallada 3410
y setendra 6820 q.e añadiendo un 0 sera 68200
por el diuisor del 4º residuo, y partiendo

este Residuo, por el nuebo divisor, viene al cociente 6, y se tendrá el producto 40720, y añadiendo 36 quadrado de la raiz hallada 6 será la Suma 40236 que restado del residuo 4º resultará 0 por el residuo 5º y se dirá que la raiz quadrada del Numero propuesto es 341.6.

Escolio 1º

De otros diversos modos se puede sacar la raiz quadrada mas brebemente, pero en este se procede con mas claridad, y menos expuesto á equibocacion.

Escolio 2º

Si concluida la operacion sobrare algo se sacará una fraccion poniendo por Numerador el residuo y por denominador el duplo de la raiz mas la unidad.

Exemplo

Sacar la raiz quadrada de 629.

$$\begin{array}{l|l} 629 & 25\tfrac{4}{51} \\ 4 & \\ \hline 229 & \tfrac{40}{5} \\ 200 & \\ 25 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Sacando la raiz quadrada de 629 se hallo 25 de raiz y sobraron 4; luego duplicando 25 y añadiendo la unidad se tendrá 51 que se pondrá por Denominador de la fraccion, cuio Numerador sera el Residuo 4, y se dira que la Raiz prox.ma de 629 es $25\frac{4}{51}$

Escolio 3º.

En qualquiera operazion se ha de observar q.e nunca sobre el duplo de la Raiz hallada mas la unidad porque si esto subcediere el Cociente seria pequeño y le cave amas.

Escolio 4º

La prueba de esta Regla es quadrar la Raiz hallada, y añadir lo que sobró, y si la suma fuere ig.l a la Cantidad propuesta, la operazion estara exacta; y asi Multiplicando 25 por 25 se tendrá 625 y añadiendo los 4 que sobraron, esta suma 629 = al Numero dado, luego la operazion estará bien hecha.

Proposicion 9 Problema.

Sacar la Raiz Cubica de qualquier numero como 13824.

Resolucion

Porque el exponente del Cubo es 3 dividanse las notas de 3 en 3 empezando por la derecha y siendo en este exemplo 2 las Casillas seran dos las operaziones que se han de hazer.

Lo 2º la Raiz Cubica de 13 es 2, y su Cubo es 8 que restado de 13 quedaran 5 y bajando la casilla siguiente se tendra 5824 por el residuo 1º.

13,824 | 24
8
5824 | 1260
4
5824
0

Lo 3º para la 2ª operacion se formaran aparte 5 colunas; la 1ª sera de los Coefizientes

Coefici	Potestª	Divisores	Potestª	Resta
entes	de a	1200	de b	dores
3	$a^2 = 400$	1200	$b = 4$	$3a^2b = 4800$
3	$a = 20$	60	$b^2 = 16$	$3ab^2 = 960$
		1260	$b^3 = 64$	$b^3 = 64$
				1260

la 2ª de la Raiz hallada, y sus Potestades; la 3ª de los divisores; la 4ª del Cojiente b, y sus Potestades y la 5ª de los Restadores; puestos los Coeficientes de los terminos yntermedios de la Potencia Cubica que son 3 y 3 se pondrá en la parte inferior de la 2ª Columna a, y en la superior de la misma a^2. y enfrente de a la Raiz hallada con su cero que será 20. y enfrente de a^2 su quadrado que es 400 y mul tiplicando la 2 clases retendrá la 3ª. esto es. 400 X 3 daran 1200, y tambien 20 X 3 daran 60, y la suma de los 2 divisores, será 1260, partanse 5824 por 1260 y el cociente 4 se pondrá en la raiz; en la 1ª. clase se escriuen descendiendo, $b. b^2. b^3$. y enfrente de b, se pondrá el cociente 4, enfrente de b^2. se pondrá el quadrado b^4. que es 16, y en frente de b^3. se pondrá el cubo de 4 que es 64, y se tendrá la 4ª. clase; multipliquese esta clase por la 3ª. y se tendran los productos que compondran la 5ª. esto es 1200 X 4 seran $4800 = 3a^2b$; 60 X 16, daran $960 = 3ab^2$ escribase tambien en esta 5ª. clase $64 = b^3$ porque no tiene con quien multiplicarse, y sumando las partidas de otra 5ª. clase se tendrá $5824 = 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, que restado del residuo 1º. quedará o por el residuo 2º. y se dirá que la raiz Cubica de 13824 es 24.

Esta disposicion conviene con el formulario del Cubo, pues en la Linea Superior de las Clases se halla $3a^2b$, en la media $3ab^2$. y en la Inferior b^3. y es General para todas las Raizes.

Sita Raiz tubi=

se mas de 2 notas se hará la 3ª operazion del mismo modo q.e la 2ª formando las 5 clases y añadiendo a cada la Raiz hallada su zero, y en todo lo demas como se ha practicado en la operazion 2ª.

Exemplo.

Pidese la Raiz Cubica de 80,621.568.

80.621.568 | 432
64
16621 residuo
15507
1114568 | 55599
1114568
0 ... 3°

Coeficiente	Potencia de a	Divisor	Potencia de b	Restadores.
3	$a^2=1600$	...4800	$b=3$	$14400=3a^2b$
3	$a=40$	...120	$b^2=9$	$1080=3ab^2$
		4920	$b^3=27$	$27=b^3$
				15507
3	$a^2=184900$	554700	$b=2$.	$1109400=3a^2b$
3	$a=430$	1290	$b^2=4$	$5160=3ab^2$
		555990	$b^3=8$	$8=b^3$
				1114568

Hecha la Division de Casillas de 3 en 3 notas como se ha dicho, se halla q.e la Raiz Cubica de la 1ª

es 4, y su Cubo 64 restado de 80 quedan 16, y ba-
jando 621 de la Casilla Siguiente, se tendrá
16621 por el residuo 1°, y hechas las 5 clases como
en el exemplo antecedente se halla el partidor
4920 quedá al Coziente 3, y continuando la
operazion se halla el restador 15507, y hecha la
resta se tendrá 1114; baxese 568 de la 3.ª casilla
y se tendrá 1114568 por el residuo 2°.

Para la 3.ª ope-
razion se harán las 5 clases tomando la raiz
hallada 43, y añadiendo un zero será 430 por
el Valor de a, y su quadrado es 184900 por el va-
lor de a^2 y hecha la multiplicazion por los Coe-
fizientes será el partidor 555990, y el Coziente
2 por el Valor de b, su quadrado 4 por el Valor de
b^2. y el Cubo 8 por el Valor de b^3 y continuando
la operazion como se ha dicho se halla el res-
tador 1114568 = al residuo 2° y hecha la resta viene
0 por el residuo 3° y será toda la raiz cubica
del Numero propuesto 432.

Escolio 1°

Si haziendo la particion, el Coziente es 0, se pondrá en la Raiz, y se baxará otra Casilla

Escolio 2.º

Si la Suma de los Restadores fuere maior q.e el residuo el Cociente 6, se hara menor, y dejando los Numeros de las Clases antezedentes solo haurá q.e corregir los de la 1.a y 2.a

Escolio 3.º

Si concluida la ultima operazion sobrare algo se hara una fraccion, poniendo sobre una linea lo q.e sobró, y debajo el triplo del quadrado de la Raiz, mas el triplo de la Raiz, mas la Unidad.

Exemplo

Saquese la Raiz Cubica de 47468.

Coeficientes	Potestades de a	Divisores	Potestades de b	Restadores
3	$a^2 = 900$	2700	$b = 6$	$16200 = 3a^2b$
3	$a = 30$	90	$b^2 = 36$	$3240 = 3ab^2$
			$b^3 = 216$	$216 = b^3$
		2790		19656

47468 (36 27 20468 (2790 19656 6 0812	y se tendra 36 por la Raiz, y sobraron 812; luego el triplo del quadrado de la Raiz es 3888; el triplo de la Raiz es 108

y añadiendo la unidad se tendrá 3997, y será el la Raiz cubica prox^ma el $36\frac{812}{3997}$

Escolio 4.º

En qualquiera operazion sacando la Raiz cubica no puede sobrar el triplo del quadrado de la Raiz, mas el triplo de la Raiz, mas la unidad.

Escolio 5.º

La Prueba desta Nota, es subir ala Potencia Cubica la Raiz hallada, y añadir lo que hubiese sobrado

Exemplo.

La Raiz Cubica de 47468 es 36, y sobraron 812. subase el 36 ala 3.ª potenzia, y se tendrá, 46656 añadanse los 812 que sobraron, y la Suma será = al Numero propuesto.

Escolio 6.º

Algunas bezes se indica la Raiz poniendole delante el signo Radical $\sqrt{\ }$, con el exponente de la misma potencia, y assi para indicar la Raiz cubica de 7 se escriue $\sqrt[3]{7}$ y deste modo en las demas Potencias, poniendole su propio exponente.

Proposicion 1.ª Problema.

Sacar la Raiz quadrada quadrada, de qualquier numero, y sea de 279841.

Resolucion.

Porq.ᵉ la Raiz es del 4.º grado se dividirá el numero de 4 en 4 notas empezando por la derecha, y sacando la Raiz de 27, se hallará 2 y sobran 11, y bajando la siguiente Casilla se tendrá 119841 por el residuo 1.º

Coeficientes	Potestades de a	Divisores	Potestades de b	Restadores
4	$a^3 = 8000$ ...	32000 ...	$b = 3$	$96000 = 4a^3b$
6	$a^2 = 400$ ...	...2400 ...	$b^2 = 9$	$21600 = 6a^2b^2$
4	$a = 20$ ...	80	$b^3 = 27$	$2160 = 4ab^3$
		34480	$b^4 = 81$	......$81 = b^4$
				119841

27.9841 | 23 Raiz 16 ...... Residuo 1.º 119841 (34480 divisor / 3) 119841 0 ...... Resid.º 2.º ...	Para la 2.ª operacion se formarán las 5 clases, atendiendo al formulario de la Potencia 4.ª que es $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ luego los Coeficientes intermedios son 4, 6, y 4 que se pondrán en la 1.ª clase, por haver quitado a^4,

en la 1.ª operazion, quedaran para la 2.ª clase a^3 a^2, a, y por la 4.ª b, b^2 b^3, y b^4 con esta disposizion la Raiz hallada es 2, y añadiendo un 0 será 20 por el balor de a. su quadrado es 400, valor de a^2 y su cubo 8000 balor de a^3 multiplicando la 1.ª y 2.ª clase se tendrá la 3.ª cuia suma, 3448 es divisor, y haziendo la particion será el coziente 3, y sus Potencias 9, 27, y 81, multiplicando la 3.ª y 4.ª clase se tendra la 5.ª cuia suma es 112841 por el restador, que quitando del residuo 1.º queda 0. por el residuo 2.º y sera la Raiz quadrada, quadrada 23.

Deste modo es fazil sacar la Raiz de qualquiera otra Potencia mayor, como del 5.º 6.º 7.º 8.º grado, usando del formulario correspondiente a la Potencia de la Raiz que se ha de sacar, sirven para la Practica, basta tener presentes los coeficientes, pues con ellos se formaran las 5 clases.

Proposicion 11 Problema

Aproximar qualquier Raiz, irrazional.

Quando el Num.º no es quadrado perfecto la Raiz es irra

-zional, y no se puede expresar en numeros, pero se puede aproximar al infinito log.º se hará de este modo.

Resolucion,

Al ultimo Residuo añadanse tantos zeros, como unidades tiene el exponente dela Raiz que se hade sacar, esto es para la quadrada 2 ceros, para la cubica 3 ceros, para la quadrada quadrada 4 &, y continuando la operazion se hallará otra nota de Raiz; si se quiere mas prox.ma la Raiz se añadiran otros tantos zeros, al ultimo Residuo, y continuando la operazion se hallará otra nota, y assi se puede continuar quanto se quisiere, la 1.a nota enla operazion seran decimas, las 2 notas, centesimas, las 3. milesimas, las 4 diez mil esemas &.

Exemplo.

Sacar la Raiz quadrada de 1815.

1815 | 42 6.28/10000
16
215 | 80/2
160
4
164
5100 | 840/6
5040
36
5076
240000 | 8520/2
17040
4
17040
695600

695600 | 85204/8
681632
64
681664
14321 6

Sacando la Raiz quadrada de 1815 se halló 42 de Raiz y sobró 51; añadan se 2 zeros, y se tendrá 5100, y continuando la operazion se hallará otra nota

6, y el tercero 3º. 21 q.e añadiendo 2 ceros es 2100, y continuando deeste modo, se verá que despues de 6 operaziones, se tiene de Raiz, 12.6028 que será vn entero y quebrado el entero de 12, y las notas siguientes, son Numeradores, y la vnidad, con otros tantos zeros, será el Denominador, y se dirá q.e la Raiz pro.ma menor del Numero dado, sera $12\frac{6028}{10000}$

Proposicion 12 Problema.

Sacar la Raiz q.e se quisiere de vn quebrado.

Resolucion

Saquese la Raiz, del Numerador y tambien del Denominador.

Explicac

Pidese la Raiz quadrada de $\frac{4}{9}$ sacando la Raiz de el Numerador, y del Denominador se tendrá $\frac{2}{3}$ por la Raiz quadrada de $\frac{4}{9}$.

Si se pide la Raiz Cubica de $\frac{27}{64}$ sacando la Raiz cubica, de 27, es 3, y la de 64 es 4, y se dirá q.e la Raiz cubica de $\frac{27}{64}$ es $\frac{3}{4}$ y asi de otra qualquier Potencia.

Si se pide la Raiz quadrada de vn entero y quebrado, como $6\frac{1}{4}$ se re-

reducirá el entero ala Especie desu quebrado, y será $\frac{25}{4}$ y se dirá la Raiz de 25 es 5, y la de 4 es 2, y se tendrá por Raiz $\frac{5}{2}$ o sean dos enteros, y un medio.

Si el Numerador ó Denomin.^r no tubiere Raiz justa, como $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{10}$ &.^a se indicará con el Signo Radical $\sqrt{\frac{3}{4}}$ $\sqrt{\frac{9}{10}}$ que quiere dezir Raiz quadrada Cubica, de otra potestad de $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{10}$ añadiendo al Signo el exponente dela Raiz que se ha de sacar, si fuere quadrada $\sqrt[2]{\;}$: si fuere Cubica $\sqrt[3]{\;}$: y si quadrada quadrada $\sqrt[4]{\;}$: y asi en las demas.

FIN

LIBRO VI°

Delas Progressiones

Progresion es vna serie de Cantidades en que la 1.ª ala 2.ª tiene la misma razon q.e la 2.ª ala 3.ª y que la 3.ª ala 4.ª y esta ala 5.ª dividese en Arithmetica y Geometrica.

Capitulo 1.°

Dela Progr.n Arithmetica.

Defini.n 1.ª

Progression Arithmetica es vna serie de Cantidades crecientes, o decrecientes, con igual excesso como 3,5, 7,9,11,13 &c. y assi en las demas, o bien 16,13,10,7,4,1,&c.

el decrecente.

El exceso ó diferencia de un termino a otro se llama denominador, ó exponente de la Progresion; tambien es progresion Arithmetica la sig.te: a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, a+5d, &c. cuio Denominador, ó exceso es d.

Corolario.

En la Progresion Arithmetica Crecie.te ó decrecie.te el 2.º es la Suma del 1.º y del exceso, el 3.º es la suma del 2.º y del exceso, el 4.º es la suma del 3.º y del exceso &c. y para Manifestar que 4 numeros son arithmeticamente proporcionales se pone deste modo 2. 4 : 8. 10 y para los Continuos Arithmeticamente proporcionales, se antepone este signo ÷ 3, 5, 7, 9.

Definicion 2.ª

4 Cantidades se dize q. son Arithmeticamente pp.s si la diferencia de la 1.ª a la 2.ª es igual a la diferencia de la 3.ª a la 4.ª y se Expresa así, 8.6 : 14.12, o bien, a. a+d : b. b+d.

Corolario 1.º

En 4 Cantidades Arithmeticamente pp.s siendo crecientes, la Suma del 1.º y del exceso, es igual al 2.º; la suma del 3.º y del exceso es igual al 4.º

Exemplo.

2.4 : 8.10 el exceso es 2, luego el 1.º + el exceso 2 = 4; el 3.º + el exceso 2 = 10.

En la Decreciente es al contrario.

Exemplo

8.6 : 14.12 el exceso es 2, consig.te el 1.º − el exceso 2 es igual al 2.º el 3.º menos el exceso 2 es igual al 4.º

En adelante supondremos ser la Progresion Arithmetica, Ascend.te o decrec.te, pues lo mismo se verifica.

Corolario 2.º

Se podran transformar los terminos de una Progresion Arithmetica. a, b, c, f cuio exceso sea d; pues si al 1.º se añade el exceso, se tendrá el 2.º a+d=b, y si a este se añade el exceso se tendrá el 3.º a+2d=c; y si a este se añade el exceso se tendrá el 4.º a+3d=f y será esta Progresion transformada, a, a+d, a+2d, a+3d, Constalle (primer corolario de la defin.n 2.ª)

Escolio

En la Proporcion Arithmetica, $a.b::c.f$ cuio exceso es d, será transformada, $a.a+d::c.c+d$

Proposicion 1.ª Theorema

En la Progresion Arithmetica, a, b, c, f, g, h, l, la suma de los extremos $a+l$. es igual a la Suma de qualesquiera ótros 2 terminos equidistantes, $b+h$.

Demostracion

Sea el exceso d, transformados los terminos serán $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, a+5d, a+6d$, y la Suma del 1.º y 7.º $2a+6d=a+l$; la Suma del 2.º y 6.º $b+h=2a+6d$ luego Axioma 1.º $a+l=b+h$.

Sea .... 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

será .... $3+15=5+13$

Corolario 1.º

De aquí se sigue que tambien $b+h=c+g$; porque $b+h=2a+6d$, y $c+g=2a+6d$; luego $b+h=c+g$; esto es $5+13=7+11$

Corolario 2.º

El Duplo del termino medio es igual ala Suma, de qualesquiera ótros 2 equidistantes, esto es $2f=c+g$ porque siendo

$f=a+3d$, será $2f=2a+6d$; pero $c+g=2a+6d$, luego siempre será $2f=c+g$.

Escolio

En la Proporzion Arithmetica, la Suma de los extremos es igual a la Suma de los medios, esto es, sean Arithmeticamente proporziones $a.b\because c.f$; digo que $a+f=b+c$; porque supuesto que el exceso sea d, será transformada la proporzion, $a.a+d\because c.c+d$, y la suma de los extremos, $a+c+d=a+c+d$, suma de los medios.

Sea $7.10\because 15.18$, luego será la suma de los extremos $7+18=10+15$, suma de los medios.

Proposn. 2a. theorema

En la Progresion Arithmetica la Suma de todos los terminos, es igual a la Suma del 1o. y ultimo, multiplicada por la mitad del Numero de los terminos.

Explicacion.

Sea la Progresion a,b,c,f,g,h, cuyos terminos son 6; digo que la suma de todos es $3a+3h$

Demostrazion.

transformados los terminos de la Progresion será $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, a+5d$, y la suma de todos es $6a+15d$, Tambien la Suma del 1o, y ultimo es,

$2a+5d$ q.e multiplicada por 3, mitad del Numero delos terminos. será $6a+15d=3a+3b$.

Sea 2, 5, 8, 11, 14, 17, la Suma del 1.º y ultimo es 19 q.e multiplicada por 3, mitad del Numero delos terminos será 57, igual ala Suma detodos

Corolario 1.º

el Duplo dela Suma detodos, es igual al agregado ó suma delos extremos, multiplicada por el numero delos terminos.

termino 1.º llamase a,
Ultimo .... b
el exponente ...... d } 2, 5, 8, 11, 14, 17
el Num.º delos term.s ..... n
Suma dela Progres. ...... s

Luego $2s=an+bn$, osiea $114=19\times6$

Corolario 2.º

el Numero delos Terminos, es igual al Duplo dela Suma detodos, partida por el Agregado de los Extremos, esto es $n=\frac{2s}{a+b}$, osiea $6=\frac{114}{19}$

Corolario 3.º

el agregado delos extremos es igual al duplo dela Suma detodos, partido por el numero delos term.s esto es $a+b=\frac{2S}{n}$ osien $19=\frac{114}{6}$.

Corolario 4.º

El termino 1.º es igual al Duplo dela suma de todos, partido por el Numero delos terminos quitando del Cociente al ultimo, esto es $a=\frac{2S}{n}-b$ osien $2=\frac{114}{6}-17$.

Corolario 5.º

el ultimo termino es igual al duplo dela Suma detodos, partido por el Numero delos ter quitando del Cociente el primer termino esto es $b=\frac{2S}{n}-a$, osien $17=\frac{114}{6}$

Propos.n 3.a Theª

Si ala diferencia delos extremos se añade el exponente d, la suma sera igual, al producto del Numero delos terminos N, por el exponente d.

Demostraz.n

Sea la Progresion $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$ $a+5d$, la diferencia delos extremos es $5d$, y añadiendo el exponente d, sera $6d$ que es el product.o, de, d, por 6, (Numero delos terminos) esto es si el primer termino es a, el ultimo b, el exponente d, el Numero delos terminos n, será $b-a+d=nd$.

Sea la Progresion 2, 5, 8, 11, 14, 17, la diferencia delos extremos es 15, y añadiendo el exponente 3 será 18 que es el producto de 6, (numero delos terminos) por el exponente 3.

Corolario 1.º

El primer termino es igual ala Summa del ultimo, y del exponente, menos el producto del exponente, multiplicado por el Num.º delos terminos, esto es $a=b+d-dn$, o bien $2=20-18$

Corolario 2.º

Si se multiplica el Numero delos terminos, por el exponente, y al producto se añade el termino 1.º y dela Summa se Resta el exponente; se tendrá el ultimo termino: esto es, $dn+a-d=b$, o bien $18+2-3=17$.

Corolario 3.º

Si la diferencia delos extremos se parte por el exponente, y al Cociente se añade la unidad, se ten drá el Numero delos terminos: esto es $\frac{b-a}{d}+1=n$, ó bien $\frac{15}{3}+1=6$.

Corolario 4º

Si la diferenzia delos Extremos se parte por el numero delos term.s -1, el cociente será el exponente, esto es, $\frac{b-a}{n-1}=d$, ó bien $\frac{15}{5}=3$

Escolio.

En las Proposiciones antecedentes se funda la Resolucion delos Problemas dela Progresion Arithmetica, en que ocurren 5 principales cosas, que son el termino 1º el ultimo, la Suma de ellos, el Denominador, ó exponente, y el numero delos terminos, y conocidas 3 cosas delas 5 dichas, se hallaran las otras 2 de que resultan 20 questiones que son las siguientes

Proposicion 4ª Prob.ª 8

Entre 2 numeros dados 5 y 9, hallar un medio Arithmetico

Resolucion.

Sumense 5 y 9 y se tendrá 14 y su mitad, 7, es el medio q.e se pide; esto es los numeros, 5, 7, 9 haran

Question		termi.s dados
1ª	$a=b+d-dn$	a, b, d, n,
2ª	$a=\frac{15}{n}-b$	a, b, n, s.
3ª	$a=\frac{s}{n}+\frac{d}{2}-\frac{dn}{2}$	a, b, n, s.
4ª	$a=\sqrt{bb+bd+\frac{ad}{4}-2ds}+\frac{d}{2}$	a, b, d, s,
5ª	$b=dn+a-d$	b, a, n, s.
6ª	$b=\frac{2s}{n}-a$	b, a, n, s.
7ª	$b=\frac{s}{n}+\frac{dn}{2}-\frac{d}{2}$	b. d, n, s,
8ª	$b=\sqrt{aa-ad+\frac{dd}{4}+2sd}-\frac{d}{2}$	b, a, d, s.
9	$d=\frac{b-a}{n-1}$	d, a, b, n
10	$d=\frac{2s}{nn}-\frac{1an}{n}$	d, a, n, s.
11	$d=\frac{2bn}{nn}-\frac{2s}{n}$	d, b, n, s,
12	$d=\frac{bb-aa}{2s-a-b}$	d, a, b, s.
13	$n=\frac{b-a}{d}+1$	n, a, b, d,
14	$n=\frac{2s}{a+b}$	n, a, b, s.
15	$n=a+\sqrt{aa-ad+\frac{d^2}{4}+2sd}-\frac{d}{s}$	n, a, d, s,
16	$n=\sqrt{bb+bd+\frac{dd}{4}-2sd}+\frac{d}{2}+b$	n, b, d, s
17	$2s=an+bn$	s, b, d, n
18	$2s=2bn+dn+dnn$	s, b, d, n,
19	$2s=2an+dnn-dn$	s, a, d, n
20	$2s=\frac{bb-aa}{44}+a+b$	s, a, b, d,

vna Progresion Arithmetica

Proposicion 5.ª Probl.ª

entre 2 numeros dados hallar, q.tos medios Arithmeticos sequisieren.

Resolucion,

Si se piden 2 medios entre 5 y 14 se restaran los extremos, y se tendrá 9 que partido por 3 dá el exponente 3 q.e añadido á 5 se tendrá 8, y añadido al 8 se tendrá 11, y los numeros 5, 8, 11, 14 haran la Progresion Arithmetica, luego 8, y 11 seran medios Arithmeticos entre 5 y 14. De suerte que q.do se piden 2 medios, se considera vna Progresion de 4 terminos, y hallando el exponente por el (coro.º 4.º del Theo.ª 3.º) se añadira el termino 1.º y se tendra, el termi.º 2.º y añadiendo al 2.º se tendra el 3.º

Si se piden 3 medios Arithmeticos entre 2 y 14 se considera la Progresion de 5 terminos, y asi restando 2 de 14, se tendra la diferencia 12 que partido por 4 (por ser los terminos 5) se tendra el exponente 3, y añadiendo 3 á 2 se tiene 5, añadiendo 3 á 5 se tiene 8, y añadiendo 3 a 8 se tiene 11, y los me dios entre 2 y 14 son 5, 8, 11, y los numeros 2, 5, 8, 11, y 14, seran Arithmeticamente prop.^s

Escolio

Sin buscar el exponente se hallaran q.^tos medios Arithmeticos se quisieren entre, a, b deste modo.

Para un medio se tomará la mitad dela Suma de a y b; esto es $\frac{a+b}{2}$ Para 2 medios se sum̃a el duplo del 1.° con el 2.° esto es el duplo de á con b, y sacando el tercio se tendrá el medio 1.°: sumando el duplo del 2.° con el 1.° esto es el duplo de b, con a, y sacando el tercio, se tiene el 2.° medio.

Para 3 medios, sumando el triplo del 1.° con el 2.° esto es el triplo de a, con b, y sacando el 4.° se tiene el medio 1.°; sumando el duplo del 1.° con el duplo del 2.° esto es; el duplo de a, con el duplo de b, y sacando el 4.° se tiene el 2.° medio, Sumando el 1.° con el triplo del 2.° esto es, á con el triplo de b y sacando el 4.° se tiene el tercer medio.

En la tabla Sig.^te

	a....b					
Para 1 ..... a	$\frac{a+b}{2}$ ..... b					
Para 2 ..... a	$\frac{2a+b}{3}$	$\frac{a+2b}{3}$ ..... b				
Para 3 ..... a	$\frac{3a+b}{4}$	$\frac{2a+2b}{4}$	$\frac{a+3b}{4}$ ..... b			
Para 4 ..... a	$\frac{4a+b}{5}$	$\frac{3a+2b}{5}$	$\frac{2a+3b}{5}$	$\frac{a+4b}{5}$ ..... b		
Para 5 ..... a	$\frac{5a+b}{6}$	$\frac{4a+2b}{6}$	$\frac{3a+3b}{6}$	$\frac{2a+4b}{6}$	$\frac{a+5b}{6}$, b	

se convierten los formularios de los medios Arithmeticos.

Sirve la Progresion Arithmetica para resolver muchas questiones, como son hallar el numero de balas, de que se compone una piramide triangular, ó quadrada; asimismo para los transportes de tierras, en donde las distancias al paso que se aumentan crezen en progresion Arithmetica; y en otras muchas que se ofrezen en escavaziones, Depositos, Deudas, Correos, Molinos, fuentes.

Capitulo 2°

De la Progresion Geometrica

Definicion 3a

Progresion Geometrica es una serie de cantidades continuas proporcionales en la razon Geometrica; llamase Ascendente quando crezen los terminos, o bien quando la razon Geometrica es de menor desigual, como 1, 2, 4, 8, 16 &c o bien 2, 6, 18, 54, &c; en la Progresion 1a la razon Geometrica es subdupla, y en la 2a subtripla.

Llamase Ascendente quando los terminos dela Progresion seban minuiendo, ó bien q.do la razon Geometrica es de maior desigualdad, como 16, 8, 4, 2, 1 &c. ó bien 54, 18, 6, 2 &c.; en la Progresion 1.a la Razon Geome.ca es dupla, y en la 2.a tripla, de suerte que la Progresion Ascendente se puede azer decendente tomando los terminos al contrario, ó de la derecha a la izquierda.

Definicion 4.a

Denominador de la Progresion Geometrica es el Numero que indica las bezes que el termino menor se incluie en el prox.mo maior, y assea ascendente, ó ia decrezente; y assi en la Progre.n ascendente 2, 6, 18, 54 &c. el Denominador es 3 por q.e 2, se incluie 3 bezes en el 6, y el 6, 3 bezes en el 18 &c., y lo mismo en la descendente 54, 18, 6, 2 &c.

El Denominador sirue para dar el nombre ala Progresion, de suerte q.e por ser el Denominador 3 se llama, una y ótra Progresion tripla con esta distincion, q.e la 1.a es tripla acendente, y 2.a tripla decendente.

En la Progres.n

$a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, aq^5$ &c. el exponente es q.

Escolio

No se ha de confundir el exponente de la Razon con el Denominador de la Progresion, porque solo quando es descendente es una misma cosa, como 54, 18, 6, 2, cuio Denominador, y exponente es 3; pero la Progresion ascendente 2, 6, 18, 54, &c; el Denominador es 3, y el exponente de cada Razon es $\frac{1}{3}$; no obstante al denominador de la Progresion, llaman comun mente exponente de la Progresion.

Corolario 1°

De aqui se sigue que en la Progres. Geomen. ca ascendente, si el termino 1° se multiplica por el Denominador, se produze el termino 2°. este X por el Denominador produze el 3° y assi al ynfinito

Exemplo

Si el termino 1° es 2, y el denominador es 3; será el 2° termino, $2 \times 3 = 6$; el 3°. $6 \times 3 = 18$; el 4°, $18 \times 3 = 54$ &c. y será la Progression, 2, 6, 18, 54 &c; Si el termino 1° es a, y el denominador q; será $a \times q = aq$, $aq \times q = aq^2$. $aq^2 \times q = aq^3$ &c, y será la Progression, a, aq, aq^2, aq^3 &c en la Pro

gression descendente, el primer termino partido por el Denominador, dá el term.º 2.º Este parcido p.r el denominador, dá el 3.º &c.

Exemplo

Si el termino 1.º es 54, y el Denominador 3, será $\frac{54}{3}=18$, $\frac{18}{3}=6$, $\frac{6}{3}=2$.

En adelante suponemos q.e la Progresion es ascendente pues se entiende lo mismo dela descendencia

Corolario 2.º

Si el Denominador y sus Potencias, se multiplican por el termino 1.º se produzen todos los demas.

Sea el Denominador 3, sus Potencias, serán 9, 27 &c. sea el primer termino 2, digo q.e $2\times3=6$, $2\times9=18$ $2\times27=54$, si el termino 1.º a, se multiplica por el Denominador q, y sus Potencias esto es, por, q, q^2, q^3, q^4 &c se tendrá la Progresion a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 &c.a

Corolario 3.º

Si todos los terminos dela Progression se parten por el termino 1.º resultará otra progression, cuio primer termino esla unidad, el 2.º el Denominador y los demas, sus potenssias.

Exemplo

Si los terminos de la progression, 2, 6, 18, 54 &c.
se parten por 2, resulta la Progression 1, 3, 9, 27
tambien, si la Progression
a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, se parte por a, resultará la progresion, $1, q, q^2, q^3, q^4$.

Corolario 4.°

La unidad, la raiz y sus Potenzias formaran una Progres.n Geom.ca cuio denominador, es la raiz como 1, 3, 9, 27.

Corolario 5.°

Los Term.os de una progression Geometrica se pueden transformar, multiplicando el termino 1.° por el denominador, y sus Potencias, por Exemplo sea la progression, a, b, c, d, e, &c cuio denominador sea, q, será transformada, a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 &c porque $b = aq$, $c = aq^2$, $d = aq^3$, y $e = aq^4$ consta del Corolario 2.°

Corolario 6.°

Conocido, el term.o 1.° y el denom.r de la progression se puede continuar hasta el Infinito.

Exemplo

Si el primer termino es, a, el denominador es, q, será la Progresión, a, aq, aq^2, aq^3, aq^4.

Corolario 7º

Conozidos los terminos immediatos, y partiendo el mayor por el menor, el Coziente, será el Denominador, y se hallaran, los demas terminos: por Exemplo, Conozidos, 2, y 6, el denominador, $\frac{6}{2}=3$

Las principales propiedades, dela Progresion Geometrica se convierten enlos Theoremas sig.tes

Proposicion 6.ª Theor.ª

En la Progression Geometrica el producto de qualesquiera 2 terminos, es igual al producto de qualesquiera otros 2 equidistantes,

Explicacion

Sea la Progression .... $\begin{cases} a, b, c, d, e \\ 2, 6, 18, 54, 162 \end{cases}$

digo que .... $ae=bd$

esto es .... $2\times162=6\times54$

Demostra.n

Sea el Denom.or q. será la Progression transformada, a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, y el producto del 1.º y 5.º será $a^2 q^4 = ae$, como tambien el producto del 2.º y 4.º será $a^2 q^4 = bd$; luego Axioma 1.º será $ae=bd$, ó bien $324 = 324$

Proposicion 7.ª theorema

en la Progression Geometrica el quadrado del termino medio es igual al producto de qualesquiera otros 2 equidistantes.

Explicacion.

En la misma Progression .... $\left\{\begin{matrix} a, & b, & c, & d, & e \\ 2, & 6, & 18, & 54, & 162 \end{matrix}\right.$

digo que .... $b^2 = ac$

Demostracion

Transformados los terminos, seran, a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, y el quadrado del 2.º aq, es, $a^2q^2 = a^2q^2$, producto del 1.º y 3.º, esto es, $a^2q^2 = a \times aq^2$ ó bien el quadrado de 6, es $36 = 2 \times 18$.

tanbien $cc = ae$ porque $a^2q^4 = a \times aq^4$ ó bien el quadrado de 18, que es $324 = 2 \times 162$

Proposicion 8.ª theorema.

En qualquiera progression Geometrica, el termino ultimo es igual, a la Summa de los Antecedentes multiplicado por el denominador menos 1, y al producto añadiendo el termino 1.º

Explicacion,

En la misma Progression, a, b, c, d, e, digo que en la

Suma delos 4 primeros terminos se multipli ca por $q-1$ y al producto se añade el termino a. se tendrá el ultimo e.

Demostracion,

Suponiendo que q, es el Denominador dela Progres.n transformada, $a, aq, aq^2\ aq^3\ aq^4$ y la Suma delos terminos antecedentes, es $a+aq+aq^2+aq^3$ que multiplicada por $q-1$ da el producto siguiente $-a-aq-aq^2-aq^3+aq+aq^2+aq^3+aq^4$, q.e reducido será aq^4-a, y añadiendo al primer termino a, se tendrá aq^4-a+a, que reducido a menor expresion, es aq^4, ig.l al ultimo termino e.

Por Numeros.

En la Progresion, 2, 6, 18, 54, 162, la Suma delos terminos antecedentes es 80 q.e multiplicado p.r $3-1$, esto es por 2 será el prod.to 160, y añadiendo el primer termino 2, se tendrá 162, igual al ultimo termino.

Proposici.n 9 Theo.a

En qualquiera Progression Geometrica a, b, c, d, e, son pp.s el 2º termino menos el 1º al 1º como el ultimo, menos el 1º ala Suma delos term.s antecedentes esto es $b-a..a::c-a..a+b+c+d$.

Demostracion.

Transformados los term.s dela Progression, será, a aq, aq^2, aq^3, aq^4, y sobstituiendo enla Progression será $aq-a..a::aq^4-a..a+aq+aq^2+aq^3$ porque el prod.to delos extremos $a^2q^4-a^2=a^2q^4-a^2$, producto demedios.

Por Numeros

Seala Progression 2, 6, 18, 54, 162 será la Proporzion $6-2..2::162-2..2+6+18+54$, esto es, $4.2::160..80$, pr. $320=320$.

Todos los Problemas, y questiones, q pertenezen ala Progression Geometrica, y cantidades continuas pp.s se fundan enlos Theoremas anteze.tes, para loqual se han de notar 5 principa.s cosas, que son el primer termi.o el ultimo, el Denominador, el Numero delos terminos, y la Suma detodos ellos, y conozidas, qualesquiera 3 cosas delas 5 dichas se hallaran las otras 2.

Proposicion 1o Proble.a

A dos numeros dados Como 2, y 6, hallar vn terzero proporcional

Resolucion.

Porque el 1.º al 2.º debe tener la misma razon que el 2.º al 3.º hagasse la proporzion, como 2..6::6..X, y sera 2X=36, y partiendo todo por 2, sera X=18 esto es lo mismo que dados el 1.º y 2.º termino de vna Progresion hallar el 3.º, y assi partiendo 6 por 2, se tendra el denom.^te 3, y multiplicando 6 por 3, se tendra 18. consta (del Coro.º 7.º definizion 4.ª).

tambien se hallara con esta Propor.^n el quadrado de 2 que es 4, al quadro de 6, q.^e es 36 asi el termino 1.º asi quarto proporzional que es 18 esto es 4..36::2..X=18

Proposic.^n 11 Prob.^a

Entre 2 Numeros dados 6, 54 hallar vn medio Geometrico.

Resolucion.

Multipliquese 54 por 6, y del prod.^to 324, saquese la Raiz quadrada, y se tendra 18 por el medio quese pide

Demostracion.

Porq.^e de tres Continuos pp.^s se busca el medio se hara la proporzion 6..X::X..54, luego multiplicando los extrem.s y medios se tendrá $324=xx$, y sacado la raiz quadrada será $18=x$.

tambien se hallará el quadrado haziendo la proporzion, $6..54::36..xx$, y se tendra, $6xx=1944$ partase todo por 6, y se tendrá $324=xx$; saquese la raiz quadrada, y se tendrá $18=x$ q.e es el term.o medio q.e se pide.

Proposicion 12 Prob.a

Entre 2 terminos datos 3, y 24, hallar 2 medios pp.s

Resolucion.

El quadrado del 1.o que es 9 multipliquesse por el ultimo 24, y del producto 216, sacando la raiz Cubica se tendrá 6, por el medio 1.o ó termino 2.o dela progression. el qual conozido, se buscara por la (Prop.n 10) el 3.o diziendo, si 3, dan 6, 6, daran 12, por el otro medio ó termino 3.o y seran continu.s pp.s 3, 6, 12, 24

Demostrazion.

Sea $3=a$, $24=b$, y porq.e se piden 2 medios será una Progression de 4 terminos cuios extremos son conozidos, y siendo el $2.^o=x$, y el $3.^o=z$ será la Progres.n a, x, z, y b, y se tendra, $a..b::a^3.x^3$. luego el pro.to de los extremos es igual al de los medios: esto es, $ax^3=a^3b$.

y partiendo todo por a, se tendrá $x^3 = a^2 b$, y sacando la Raiz Cubica se tendrá $\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{a^2 b}$.

Quiere dezir esta Expression q.e el quadrado de a se multiplique p.r b, y del producto se saque la Raiz Cubica

Proposicion 13 Problema

Entre 2 Numeros 2 y 32, hallar 3 medios Geometricos pp.es

Resolucion.

Sea $2 = a$, $32 = b$ el termino medio 1.o $= x$ el 2.o $= z$, y el 3.o $= y$; será la Progression de 5 termin.s a, x, z, y, b y por consig.te serán pp.es $a..b :: a^4 . x^4$; luego $ax^4 = a^4 b$, y partiendo todo por a, será $x^4 = a^3 b$, y sacando la Raiz quadrada quadrada será $x = \sqrt[4]{a^3 b}$.

Quiere dezir esta Expression q.e el Cubo de a, se multiplique p.r b, y del prod.to sacando la Raiz quadrada, quadrada, se tendrá el Valor de x, ó termino 2.o esto es q.e el Cubo de 2 es 8. q.e multiplicado p.r 32 dara 256 y su Raiz quad.da quad.da es 4 p.r el medio 1.o $= x$ ó termin.o 2.o de la Progres.n

Los demas se hallaran fazilmente haz.do la analogia 2..4 :: 4..2 = 8

Para 1 .... a...	$\sqrt[2]{ab}$ ... b				
Para 2 .... a...	$\sqrt[3]{a^2b}$	$\sqrt[3]{ab^2}$ ... b			
Para 3 .... a...	$\sqrt[4]{a^3b}$	$\sqrt[4]{a^2b^2}$	$\sqrt[4]{ab^3}$ .... b		
Para 4 .... a...	$\sqrt[5]{a^4b}$	$\sqrt[5]{a^3b^2}$	$\sqrt[5]{a^2b^3}$	$\sqrt[5]{ab^4}$ .... b	
Para 5 .... a...	$\sqrt[6]{a^5b}$	$\sqrt[6]{a^4b^2}$	$\sqrt[6]{a^3b^3}$	$\sqrt[6]{a^2b^4}$	$\sqrt[6]{ab^5}$ ... b

y tambien. 2 . 4 :: 8 . y = 16. y sera la prog.n 2, 4, 8, 16
3, 2

Escolio

Si de la tabla Sinoetica Analitica de las potencias de a + b, q.e se dieron en el libro antecedente se quitan los coeficientes, y de todos se saca la Raiz de el mismo grado correspondiente se tendran los formularios para hallar quantos medios Geome.cos se quisieren, entre 2 numeros dados, a, b.

Puede continuarse facilm.te la tabla quanto se quisiere y su demostraz.n es facil porq.e consta del escolio 6.º de la proposiz.n 1.a del libro antec.te son continu.s pp.s a^2, ab b^2, luego sus Raizes seran pp.s a $\sqrt[2]{ab}$, b; y assi el formulario para hallar un medio Geometrico entre a, y b $\sqrt[2]{ab}$, del mismo modo se demuestran los demas formularios contenidos en la tabla.

tamb.n en quando se piden muchos medios sin tener necesidad de buscar el 1.º se hallará facilm.te el que se quisiere.

Exemplo

Entre 2 y 32, se quieren 3 medios Geometricos que quiere saver el Maximo el formulario p.ª los 3 medios es $\sqrt[4]{ab^3}$, $\sqrt[4]{a^2b^2}$ $\sqrt[4]{a^3b}$ y queriendo buscar el Maximo serviria $\sqrt[4]{ab^3}$ q.e indica q.e el termino 1.º se multiplica por el Cubo y del produ.to se saque la Raiz quadrada quadrada, y assi el Cubo de 32 es 32678 y multiplicando por 2, es 65536, y su Raiz quadrada, quadrada, es 16 balor del medio 3.º

Queriendo el 2.º medio Corresponde en el formulario $\sqrt[4]{a^2b^2}$ luego multiplicando el quadrado del 1.º por el quadrado del Maximo y del producto sacando la Raiz quadrada quadrada, se tendra el 2.º medio; y assi el quadrado de 2 es 4, y el de 32, 1024, y multiplicando 1024 por 4, se tendra 4096, cuia Raiz quadrada quadrada es 8, y assi delos demas

Question

Un Neg.te puso à Ganancia 1000 pesos, por espacio de 3 años, dejando las Ganancias para q.e ganasen como el principal; al fin delos 3 años allò 1331 pesos, pidesse quanta era la Ganancia, àl fin del primer año, y al fin del 2.º

Resolucion.

Segun el tenor dela Question viene una Prop.n
de 4 terminos, enla qual está conozido el 1º. 1000, y el ul
timo 1331, y se piden 2 medios que son el Caudal y Ga
nanzia del 1r año, y del 2º. luego será el Formulario
$a, \sqrt[3]{a^2b}, \sqrt[3]{ab^2}, b$; y para el 1º se tendrá $\sqrt[3]{a^2b}$ el q.e
indica que se quadre 1000 y será 1000000
multipliquese 1331 por 1000000
y se tendrá 1331000000 cuia
Raiz Cubica es 1100, por el Caud.l
y ganancia del fin del
primer año el Caudal y ga
nancia del 2º. año se ha
llará por una Regla
de tres esto es
1000..1100::1100
..x=1210, y
se berá q.e ga
naua a ra
zon de
10 p.r 100

D. J.o **D. 7e** **D. 42**