



FACULTADE DE FORMACIÓN
DO PROFESORADO

Traballo Fin de Grao

Grao en Mestre/a de Educación Primaria

Oportunidade: xullo 2015

Título en galego: Iniciación á investigación etnomatemática: a comunidade chinesa de Lugo

Título en castelán: Iniciación a la investigación etnomatemática: la comunidad china de Lugo

Título en inglés: Initiation to ethnomathematic research: the Chinese community in Lugo

Autor: Fraga Guerra, Adrián

Resumo

Ningunha forma de coñecemento se desenvolve á marxe do seu contexto natural, social e cultural. Estes contextos [etno], no noso mundo, son moitos e moi diversos, como tamén as formas de entendelo e convivir con el [matema] a través de técnicas e medios diversos [ticas]. Esta premisa converte a toda matemática en etnomatemática e invalida o paradigma absolutista que defende a existencia dunha única matemática, a occidental, que se expandiu por todo o mundo, excluindo e substituíndo en moitos casos as matemáticas autóctonas.

Hoxe en día, a diversidade cultural presente nun mesmo contexto obriga a poñer en valor as distintas formas de entender o mundo e de convivir con el. A comunidade chinesa de Lugo é un exemplo de colectivo que contribúe á riqueza cultural na nosa cidade. As escolas non son alleas a esta realidade multicultural e deben atendela e aproveitala. Neste traballo preténdese identificar as (etno)matemáticas dos chineses, mostrar que posúen unha dimensión sociocultural e propoñer pautas para a súa convivencia con outras matemáticas na mesma aula.

ÍNDICE

Introdución.....	3
1. Estado da cuestión.....	3
1.1 A orixe da etnomatemática	4
1.2 Concepto de etnomatemática	6
1.3 Traballos en etnomatemática.....	7
1.4 A (etno)matemática nunha aula multicultural.....	9
2. Obxectivos.....	15
3. Metodoloxía.....	15
4. Resultados	20
4.1 Investigación.....	20
4.1.1 As matemáticas en China	21
4.1.2 Diferenzas entre a educación matemática en China e en España... ..	26
4.1.3 Cálculo mental na comunidade chinesa de Lugo	28
4.1.3.1 Casos	28
4.1.3.2 Conclusións	37
4.2 Liñas de actuación	40
5. Conclusións.....	44
Referencias bibliográficas	46
Anexos	51

Introdución

A etnomatemática, como recente campo de estudo e investigación con apenas trinta anos de existencia, está a producir unha inquedanza e un interese cada día maiores nos membros da comunidade científica matemática e doutras ciencias sociais relacionadas (etnoloxía, antropoloxía...). Cada vez son máis os investigadores que se apuntan a esta nova corrente para coñecer as particularidades matemáticas de grupos sociais culturalmente identificables que, ata o momento, non foran atendidas.

A experiencia etnomatemática do propio autor deste traballo cun neno brasileiro e a súa incorrecta abordaxe por carecer dos coñecementos axeitados, xunto ao parecido da metodoloxía de investigación que se ía empregar coa dun traballo realizado o curso anterior na materia *Ensino e Aprendizaxe da Medida, Probabilidade e Estatística* sobre medidas tradicionais, foron as dúas razóns fundamentais que motivaron a elección deste tema.

Así, o presente traballo pretende ser unha iniciación á investigación etnomatemática co cálculo mental da comunidade chinesa de Lugo como principal obxecto de estudo, complementada cunha revisión bibliográfica inicial que achegará ao lector ao concepto e orixe da etnomatemática, e cunhas pautas de actuación xerais para tratar o enfoque etnomatemático nunha clase de educación primaria, elaboradas a partir dos resultados da investigación e da revisión bibliográfica.

Un dos obxectivos principais é dar a coñecer este campo de estudo e introducilo no ámbito da educación primaria. No contexto escolar, hoxe multicultural, a atención individualizada a todas as culturas, a comprensión das súas formas de coñecer e a toma de conciencia de que existen outras matemáticas diferentes ás que nós coñecemos, fanse inescusables para acadar a mellor ensinanza -multicultural- posible.

1. Estado da cuestión

Aínda que o concepto é moi recente, as *etnomatemáticas* como tal levan existindo desde que os primeiros homes desenvolveron as súas propias técnicas e instrumentos para relacionarse co medio.

Antes de presentar a investigación, cómpre contextualizar histórica e etimoloxicamente o concepto de etnomatemática, presentar brevemente algunhas liñas de traballo que se enmarcan dentro deste campo de investigación e facer referencia á súa situación actual no escenario escolar multicultural.

1.1 A orixe da etnomatemática

Ao longo da historia, individuos e pobos de todo o planeta crearon e desenvolveron as súas propias matemáticas, a través de instrumentos e técnicas propias que lles permitían explicar e comprender o seu entorno.

Porén, cando falamos de *matemática* estamos a referirnos ao coñecemento que tivo a súa orixe fundamentalmente nas culturas mediterráneas. Aínda que outras civilizacións, como a india e a islámica, tiveron a súa influencia nesa forma de coñecemento, foi a civilización grega –personificada en Tales, Pitágoras e Euclides, entre outros- a que asentou as bases da súa estrutura actual, acadada nos séculos XVI e XVII. Hoxe, explica Ubiratan D’Ambrosio (2007) –educador e matemático brasileiro ao que se lle atribúe o concepto de *etnomatemática*-, esa matemática adquire un “carácter de universalidade” debido, principalmente, á hexemonía da ciencia e tecnoloxía modernas desenvolvidas en Europa a partir do século XVII da man de personalidades tales como Galileo, Newton, Leibniz, Einstein o Hawkings.

Esa universalidade e globalización xa comeza coas grandes navegacións, a conquista do continente americano e o colonialismo; estes fenómenos contribuíron á difusión do coñecemento de orixe occidental por todo o planeta. D’Ambrosio (2007, 2008) fai referencia á imposición do cristianismo como exemplo máis coñecido e ilustrativo deste proceso globalizador.

Porén, aínda que as matemáticas occidentais tamén sufriron un proceso de expansión similar ao relixioso, D’Ambrosio (2007) sinala que o cristianismo foi capaz de adaptarse e absorber elementos da cultura subordinada como resultado dunha dinámica cultural, mentres que os coñecementos científicos (entre eles, a matemática) non souberon –ou non quixeron- facelo.

Así, impúxose unha forma concreta de entender o mundo –de orixe occidental- en case todos os recantos do planeta, relegando moitas veces a un

segundo plano os saberes, valores e actitudes autóctonos, ignorados e, ás veces, ata reprimidos e eliminados (D'Ambrosio, 2008). Con todo, moitas formas de coñecemento sobreviviron a este proceso –máis que de globalización, de sometemento- amparados na súa cultura, nos seus costumes e, sobre todo, nas súas necesidades.

Hoxe en día estamos a vivir a era da globalización. As novas tecnoloxías, os sistemas de produción e a economía multinacional están destruindo as barreiras culturais que a propia evolución dos pobos levantou ao longo da historia. Este fenómeno abre portas en materia de comercio e mobilidade, pero tamén as pecha, sobre todo, ás culturas minoritarias e á igualdade –de oportunidades, de riqueza, de opinión-.

En definitiva, dous foron os procesos de expansión que afectaron e afectan, aínda que de xeito diferente, a formas de coñecemento, valores e actitudes culturais de moitos lugares do planeta. O primeiro, con continuidade no tempo, comezou coas navegacións transoceánicas; a segunda expansión, aínda moi actual, maniféstase a través da economía moderna, a emigración e os novos espazos virtuais. En ambos casos, a cultura occidental impoñese ás minorías que loitan por sobrevivir. Un exemplo moi ilustrativo é o que presenta no prólogo de Palhares (2008) Bill Barton, cando fai referencia ás linguas hexemónicas, en especial o inglés, como linguas que non son universais, mais sonnos impostas.

Ten sentido, polo tanto, que tamén falemos dunha matemática dominante (D'Ambrosio, 2007) ou hexemónica, desenvolvida nos países occidentais e moitas veces empregada como instrumento de dominación. Igual que é complicado desligarse da lingua materna e pensar utilizando outra lingua, tamén resulta moi difícil desligarse da propia experiencia matemática. Na atención pola diversidade matemática e a súa comprensión, na busca da supervivencia destas particularidades culturais que dan identidade a un grupo étnico e na pretensión do dereito á diferenza (Moreira, 2008), é onde nace a etnomatemática.

1.2 Concepto de etnomatemática

Se analizamos etimoloxicamente o concepto *etnomatemática* acuñado por D'Ambrosio, poderíase definir como o coñecemento que foi desenvolvido “a través de maneiras, modos e técnicas [*tica*] de explicar, de coñecer, de entender, de convivir [*matema*] coa realidade natural, social e cultural [*etno*] na cal o home está inserido” (D'Ambrosio, 2007, p. 94).

D'Ambrosio presentou o termo por vez primeira no Quinto Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME5), celebrado en Australia en 1984. Definiu a *etnomatemática* como a “matemática de grupos culturais identificables, podendo estes grupos basearse na etnia, na ocupación profesional, na franxa de idade, podendo considerarse outros aínda” (D'Ambrosio, 2002, citado en Palhares, 2008, p.14).

Desde entón, moitos autores completaron a definición ou déronlle outra perspectiva, pero ningún cuestionou a idea do brasileiro; en xeral, tense definida como a conexión entre matemáticas e antropoloxía. Bishop, nunha entrevista que concedeu a Blanco e Parra (2009, p.72), definiu o termo como “o estudo da relación entre matemáticas e cultura”, mentres que Gerdes (1996, p. 909) refírese a ela como “a antropoloxía cultural da matemática e da educación matemática”.

Tomando en consideración estas definicións, a etnomatemática non se limita só ás formas de comprender o entorno dunha minoría étnica, véxase as tribos indíxenas ou un reducido gremio de artesáns especializados; as etnomatemáticas representan ao conxunto de todas as matemáticas existentes, inclusive a occidental, ao considerar esta ciencia coma un conxunto de prácticas específicas, realizadas por diversos tipos de persoas e comunidades, para o desempeño de cometidos diferentes que satisfacen os seus intereses propios como grupo (Oliveras, 1996). Exemplos de etnomatemática son: o uso do cero polos Maias, a resolución de sistemas de ecuacións na China de fai dous mil anos, a invención do triángulo de Pascal polos chineses e as distintas referencias e usos do Teorema de Pitágoras, séculos antes de que este matemático nacesse (Joseph, 1991; Nelson, Joseph e Williams, 1993; citados en Moreira, 2008).

Dentro deste campo de investigación en etnomatemática, que se veu afianzando nos últimos anos (Oliveras, 1996), Bishop (2000) distingue tres correntes:

- En primeiro lugar, a que estuda formas de coñecemento matemático desenvolvido en sociedades tradicionais, isto é, en aquelas pouco afectadas polos progresos tecnolóxicos.
- A segunda corrente de investigación en etnomatemáticas céntrase na documentación e interpretación doutras historias das matemáticas noutras zonas do planeta.
- A terceira e última corrente atende ás actividades matemáticas que o alumnado leva a cabo nas súas casas e nos seus respectivos grupos, isto é, fóra do entorno escolar.

As tres poden ter unha gran relevancia para o profesorado español que traballa con alumnos emigrados de países con escaso desenvolvemento tecnolóxico ou con fortes raíces culturais (árabes, chinos...).

O presente traballo insírese fundamentalmente na segunda das correntes propostas por Bishop.

1.3 Traballos en etnomatemática

Aínda que o concepto de etnomatemática como tal non se presentou ata 1985, xa se fixera moito traballo neste campo. Na primeira metade do século XX, marcada polo predominio da idea de que as matemáticas eran universais, aparecen os precursores da etnomatemática que, segundo Gerdes (1996), foron Wilder, White, Fettweis, Luquet e Raum. A mediados dos sesenta, Oliveras (1996) sitúa outros estudos de autores illados como Ascher, Cole-Bruner, Harrison, Cline ou Lancy.

Foi no ICME5, celebrado en 1986, onde xurdiu a idea da etnomatemática como campo de investigación específico que servise para atender ás necesidades da Educación Matemática desde unha perspectiva multicultural (Gavarrete, 2013). Con ese fin constituíuse o ISGEm (*International Study Group on Ethnomathematics*).

A partir de entón, esta liña de investigación veuse afianzando grazas á contribución de numerosos autores, á creación doutras institucións que

difunden os seus traballos en revistas especializadas e á realización de congresos e reunións anuais para investigar e discutir sobre este tema. Gavarrete (2013) fai especial fincapé, polo seu carácter pioneiro, nas teses de Knijnik, de Isler P. Leite, de López Bello e de Oliveras; así como na creación de dous colectivos moi activos na difusión das investigacións etnomatemáticas: o *NASGEm* (congregación norteamericana do ISGEm) e a *Rede Latinoamericana de Etnomatemática*.

Logo de case tres décadas de investigación, a diversidade dos traballos e as vías de exploración dentro do campo da etnomatemática aumentaron formidablemente. Por exemplo, moitos investigadores traballan no marco da tradición antropolóxica en sociedades tradicionais, como os que cita Bishop (2000, p. 39): “Papúa Nova Guinea (Lean, 1992), Mozambique (Gerdes, 1995) e América do Norte, cos *Navajos* (Pinxten e outros, 1983)”. Tamén son moi comúns as investigacións en etnomatemática con grupos sociais marxinais. Angulo e Castañeda (2012), por exemplo, realizaron unha indagación cun grupo de mulleres en risco de prostitución, adscritas ao programa de resocialización da comunidade relixiosa Adoratrices da cidade de Pereira, en Colombia, para coñecer as súas prácticas matemáticas en actividades de corte, confección e elaboración de prendas. Na mesma liña, Pires (2008) e Cadeia, Palhares e Sarmiento (2008) traballaron coa comunidade xitana a resolución de problemas e o cálculo mental, respectivamente. A investigación dos últimos foi unha das principais fontes de inspiración á hora de realizar este traballo, ao estar tamén orientado ao cálculo mental.

Os traballos de Oliveras (1996) e Sousa, Palhares e Sarmiento (2008) son exemplos de investigacións realizadas con diferentes grupos dentro da mesma sociedade, pero diferenciados do resto pola súa especificidade profesional. Así, a primeira autora indagou sobre a etnomatemática en traballos de artesanía andaluza, e os segundos, sobre a práctica matemática dos calafates na Baía de Câmara de Lobos (Madeira, Portugal).

Outros realizaron traballos en investigación etnomatemática con suxeitos con algún tipo algún tipo de diversidade funcional. É o caso de Suárez, Acevedo e Huertas (2009), que levaron a cabo unha indagación da matemática que emprega unha poboación con discapacidade visual na súa vida cotiá.

En definitiva, a etnomatemática caracterízase por ser unha liña de investigación aínda novicia, con apenas tres décadas de existencia. Con todo, cada vez máis autores, en todos os continentes (Gerdes, 1996), incorpóranse a esta nova corrente e difunden traballos de todo tipo. América Latina é o gran berce das publicacións en etnomatemática, mais noutras zonas do planeta tamén se está atopando a necesidade de coñecer, descubrir e difundir as prácticas matemáticas de determinados grupos sociais, como os que cita Fuentes (2014, p. 164): “indíxenas, artesáns, enfermeiras, comerciantes, inmigrantes, nenos da rúa, obreiros, carpinteiros, bordeis, campesiños, pescadores, poboación con necesidades educativas especiais (invidentes, xordos)”.

1.4 A (etno)matemática nunha aula multicultural

O fenómeno migratorio estase acentuando nos últimos anos (Moreira, 2008) e os colectivos inmigrantes –culturalmente minoritarios- son obrigados a integrarse na sociedade do país ao que chegan sen ter en conta as súas características e tradicións culturais.

En España, no ano 2013, a poboación estranxeira ascendía aproximadamente a 4.676.022 persoas (Instituto Nacional de Estadística, 2014). Se atendemos á comunidade galega, son 98.245 as persoas estranxeiras que residen en Galicia no ano 2015 (Punzón, 2015). As dez nacionalidades máis comúns son: Portugal (19%), Romanía (9,4%), Brasil (8,3%), Marrocos (7%), Colombia (5,8%), República Dominicana (3,9%), Italia (3,6%), Venezuela (3,3%), Perú (2,9%) e China (2,9%).

Neste contexto, a escola acolle a mozos cultural e etnicamente máis diferenciados con dificultades para integrarse con éxito na subcultura escolar. Os seus rendementos escolares son, en media, “malos ou mediocres, con porcentaxes de repeticións e fracasos preocupantes” (Camilleri, 1985, p.85). Para Jordán (1999), a causa deste fracaso escolar reside na pouca relación que existe entre as experiencias e capacidades desenvolvidas nas súas contornas culturais e as que se valoran nas escolas do país ao que chegan; os contidos adoitan estar descontextualizados e, xeralmente, preséntanse en formatos abstractos, lonxe da práctica da súa vida cotiá. Tamén se acentúa

cando os mestres consideran que os seus alumnos son “diferentes” a cómo eles esperan que sexan, e viceversa (Gorgorió, Prat e Santesteban, 2006). Esta percepción complica as situacións de interaccións co profesorado.

Deste xeito, é evidente a necesidade de adoptar unha educación multicultural nun mundo marcado pola mobilidade e pola diversidade, na que se pon de manifesto a relevancia das relacións interculturais, consecuencia da nova globalización (D’Ambrosio, 2008). A importancia desta educación recolleuse na Declaración de Nova Delhi, que adoptaron case todos os países adheridos ás Nacións Unidas. Esta declaración recoñece, no seu punto 2.2, que “a educación é o medio preeminente para promover os valores humanos universais, a calidade dos recursos humanos, e o respecto á diversidade cultural”. No seu punto 2.4, ademais, recolle que:

O contido e métodos da educación debe ser desenvolvido para servir ás necesidades básicas de aprendizaxe dos individuos e as sociedades, capacitalos para afrontar os seus máis urxentes problemas –combaten a pobreza, incrementar a produtividade, mellorar as condicións de vida e protexer o medio ambiente- e permitirles xogar o papel que lles corresponde na construción de sociedades democráticas e o enriquecemento da súa herdanza cultural (Unesco, 1993; citado en D’Ambrosio, 2008, p. 29).

Aínda que ata entón non se institucionalizou, xa en 1938, Raum (citado en Gerdes, 1996) afirmou que a educación debía estar baseada nos intereses da cultura.

Pero a educación multicultural non está exenta de detractores. Segundo afirma Banks (2010), moitos mestres de matemáticas e ciencias postulan que só é un contido, e mesmo chegan a afirmar que “a educación multicultural está ben para profesores de estudos sociais ou literatura, pero non ten nada que ver comigo. As matemáticas e as ciencias son o mesmo, independentemente da cultura ou dos nenos” (Banks, 2010, p. 20). A corrente etnomatemática vén demostrar o contrario.

É certo que as verdades matemáticas son universais, en todas as partes e para todas as persoas, se ben isto “non significa que a educación matemática

deba ser igual en todas partes e para todo o mundo” (Bishop, 1999, p. 27) e esqueza as características persoais de cada alumno e da súa contorna social e cultural. Segundo Bishop (1999), as matemáticas como fenómeno pancultural, é dicir, que existe en todas as culturas, engloban seis actividades humanas universais: contar, localizar, medir, deseñar, xogar e explicar. Estas son practicadas por todas as civilizacións, pero de xeito diferente entre elas. Por exemplo, o algoritmo para a multiplicación en Rusia é distinto ao noso; non opera por orde de unidades, senón que consiste en obter o produto duplicando un factor e dividindo entre dous o outro (figura 1).

52		16
104		8
208		4
416		2
832		1

Figura 1a. Algoritmo ruso para a multiplicación

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{52} \\
 \mathbf{x16} \\
 \hline
 312 \\
 52 \\
 \hline
 \mathbf{832}
 \end{array}$$

Figura 1b. Algoritmo usual para a multiplicación

Porén, a transmisión de coñecementos matemáticos descontextualizados goberna o sistema educativo, que obriga a aprender as regras, os procedementos e as técnicas da matemática dominante independentemente do alumno e das súas características, porque o resultado matemático é o mesmo (Bishop, 1999).

Todos os autores etnomatemáticos denuncian esta situación e avogan por un intercambio cultural. Oliveras (2006), por exemplo, admite que a única educación multicultural pasa pola convivencia entre todas as culturas e a afirmación da propia dentro desta relación. Resulta fundamental a creación dun proceso onde todas as culturas aporten e sexan aceptadas e valoradas, cuxo obxectivo sexa xerar unha “cultura nova, mestiza de todas as culturas que conviven e patrimonio común de todos os cidadáns que habitan un territorio” (Oliveras, 2006, p. 139) coa base da cultura autóctona. Este proceso é o que os etnólogos denominan “enculturación” (Camilleri, 1985) e que Bishop (1999, p. 119) define como “un proceso creativo e interactivo no que interactúan os que viven a cultura cos que nacen dentro dela, e que da como resultado ideas, normas e valores que son similares dunha xeración á seguinte”.

Así, segundo o que levamos revisado, a educación multicultural e o proceso de enculturación –no noso caso, enculturación matemática- dependen directamente do contexto escolar e do currículo sobre o que se vai artellar o proceso de ensinanza e aprendizaxe.

O concepto de currículo ten numerosas acepcións. Unha delas, a de currículo como proposta sobre cal cultura debe ensinárase nas escolas públicas (Bolívar, 1999), obriga a repensar o seu significado no marco da etnomatemática e a valorar en que medida contribúe positivamente á educación nas escolas públicas actuais, maioritariamente multiculturais.

A visión eurocentrista da cultura matemática impúxose en moitos países ao longo da historia, o que supuxo a descontextualización do currículo e o predominio dunha visión monocultural nos programas educativos, nos recursos escolares e na formación dos profesores. Exclúese así a moitas persoas diferenciadas culturalmente (indíxenas, estranxeiros...) ao non considerar a multiculturalidade existente en moitos países (Gavarrete, 2013).

Con este currículo eurocentrista como escenario, o alumno diferente “perde as súas raíces culturais, parte da súa identidade” (D’Ambrosio, 2007, p. 99). Agrupar aos alumnos en clases de acordo coa idade, ofertar o mesmo currículo nunha mesma aula e avaliar a todos os individuos mediante exames homoxéneos (D’Ambrosio, 2007) son accións que van en contra da atención á diversidade, tanto intercultural como intracultural.

Oliveras (2006) distingue dous tipos de currículos para a educación multicultural: os *interculturais* e os *non interculturais*. Segundo a autora, os non interculturais aceptan a pluralidade e a coexistencia de varias culturas, pero consideran que deben desenvolverse separadas. En cambio, os interculturais “valoran positivamente as diferenzas culturais e promoven a interacción entre os grupos diferentes como medio para xerar o coñecemento” (Oliveras, 2006, p. 140). Os autores da corrente etnomatemática prefiren os modelos interculturais porque consideran que as experiencias matemáticas, así como os mecanismos individuais para captar a información e procesala, enriquecécese polo intercambio e a comunicación (D’Ambrosio, 2007).

Porén, para favorecer este intercambio e implantar a etnomatemática nas aulas cómpre abordar dúas dificultades que supón esta acción educativa: a adaptación do profesorado e o idioma.

Toda vez que o currículo contemple esta perspectiva, os mestres de matemáticas han facer o mesmo. Moitos deles aínda se atopan nun paradigma absolutista que recoñece só a existencia dun único coñecemento científico, e outros teñen conciencia da coexistencia de varias culturas nas súas aulas e das dificultades que ten o alumnado que procede de contornos minoritarios, pero atópanse con numerosas dificultades para modificar a súa intervención didáctica e adaptala a esta minoría (Durán e Oliveras, 2002).

Ante estes atrancos, Fortuny (citado en Oliveras, 1996, p. 92), considera que os profesores de matemáticas limítanse a facer de mediadores entre a cultura, neste caso as matemáticas, e os alumnos. Desta forma, non chegan a cuestionarse nada e obvian o seu papel de axente investigador e crítico.

Unha das razóns pola que estes mestres carecen da capacidade necesaria para abordar con éxito esta cuestión é a falta de formación en etnomatemática, que lles permita ter en conta a existencia de distintos elementos culturais, normalmente de carácter simbólico (sistemas numéricos, sistemas de medida, algoritmos...) ¹, e tomar conciencia de que son igualmente válidos aos propios da súa cultura. Faise evidente, entón, a necesidade de formación en etnomatemáticas nas facultades de Formación do Profesorado (Oliveras, 1996).

¹ Remitímonos ao exemplo da figura 1.

Unha vez coñeza e respecte a cultura dos outros, o profesorado adquirirá ferramentas para analizar e valorar as informacións socialmente a través da empatía, pois tentará “ver o mundo como se ve desde os valores e presuposto simbólicos da outra cultura” (Oliveras e Gavarrete, 2012, p. 343). Só a partir de entón se poderá establecer na aula un proceso onde todas as culturas poidan aportar e onde estas contribucións sexan aceptadas e valoradas. Gavarrete (2013) considera de vital importancia incluír material de varias culturas nas propostas curriculares, pois permite “valorar o contexto cultural de todos os estudantes e profesores e incrementar a súa autonomía cultural, motivar o respecto pola visión multicultural e ampliar a comprensión das matemáticas” (Gavarrete, 2013, p. 143).

En relación coa outra dificultade, o idioma, faise referencia a un exemplo de Giménez, Díez-Palomar e Civil (2007) que ilustra perfectamente a situación que atopan os rapaces doutras culturas: en Estados Unidos hai estados que prohiben por lei a educación bilingüe –en inglés e en español- aínda tendo importantes concentracións de inmigrantes mexicanos. Os nenos e nenas que chegan ás escolas non son capaces de seguir o ritmo dos compañeiros e son escolarizados en clases dun nivel inferior ao que realmente teñen. Para cando xa teñen superada a barreira do idioma, están tan “descolgados” do ritmo da escola que non adoitan saír do fracaso escolar, segundo se mostra nas estatísticas educativas de EE. UU.

Con todo, esta situación lingüística pode supoñer unha fonte de enriquecemento en determinados contextos que permitan a educación bilingüe, sempre e cando o alumnado da cultura minoritaria entenda unha das dúas linguas. A dificultade do idioma dominante pode favorecer a busca doutras formas de expresión e doutros procedementos matemáticos na segunda lingua que son igualmente válidos, como demostrou Planas (2014). Polo tanto, o idioma é unha moeda con dúas caras: por un lado, dificulta o intercambio comunicativo e a adaptación do estranxeiro, entendida como o proceso de enculturación; e por outra banda, pode resultar un recurso moi útil, en contextos bilingües, para buscar outras estratexias e explicacións matemáticas. Esta realidade poderíamola atopar nas aulas de Galicia e deberíamos estar preparados para lidar con ela.

2. Obxectivos

Unha vez analizado o estado da cuestión, vémonos coa capacidade de concretar os obxectos que se pretenden acadar con este traballo:

- A. Tomar conciencia da existencia, da utilidade e do valor das matemáticas diferentes á matemática occidental dominante.
- B. Introducir a etnomatemática como campo de estudo, de investigación e de aplicación na educación primaria.
- C. Diseñar unhas liñas de actuación a partir dos datos obtidos na investigación.

Estes poden concretarse e desenvolverse por medio dos seguintes obxectivos específicos:

- a) Explorar as diferenzas entre as matemáticas occidentais e as de outra comunidade.
- b) Comprobar o distinto grao de adquisición de determinadas habilidades matemáticas en dúas comunidades distintas.
- c) Estudar as posibilidades didácticas da matemática propia doutra comunidade aplicadas ao noso entorno.
- d) Seleccionar elementos desta etnomatemática para concretar unhas liñas de actuación para unha clase de educación primaria.
- e) Poñer en valor as diferenzas culturais como un elemento enriquecedor na formación do alumnado.

3. Metodoloxía

Tras un período de reflexión e de exploración das posibilidades que ofrecía este campo, concretáronse os obxectivos pretendidos nunha investigación etnomatemática na comunidade chinesa de Lugo, centrada na habilidade do cálculo mental.

A indagación realizada pódese considerar unha pequena investigación etnográfica porque comprende características da matemática dunha comunidade concreta, a chinesa de Lugo, e os seus costumes, e porque emprega métodos propios da etnografía, como a observación directa dos

actores en situación, as conversacións ou a análise dos resultados (Coulon, 1988).

As técnicas empregadas para recadar información foron fundamentalmente catro: entrevistas, observación directa, conversacións informais e notas de campo. Tentouse gravar as entrevistas co fin de transcribilas literalmente, pero ningún entrevistado accedeu a deixarse gravar, nin en vídeo nin a súa voz. Para a comunicación empregouse, nun único caso, unha intérprete e un tradutor de Internet.

As entrevistas foron semiestruturadas. Aínda que se tiña un guión de preguntas, as respostas dos entrevistados abriron novas vías de exploración. As finalidades que se perseguían eran dúas: extraer información relevante sobre as particularidades matemáticas da comunidade chinesa co fin de orientar o traballo e, a partir de problemas contextualizados, relacionados coa súa vida laboral, coñecer as estratexias matemáticas dos entrevistados no referido ao cálculo mental.

As notas de campo recollen os feitos máis relevantes observados e relatados polos entrevistados. Nalgún momento, foron eles mesmos os que empregaron papel e bolígrafo para explicar algunha cuestión en concreto, sobre todo no relacionado coa representación de números segundo a simboloxía chinesa.

Os escenarios onde se levou a cabo a aplicación das técnicas para recadar información, atópanse todos en Lugo. A primeira entrevista, que tivo un carácter máis informal, realizouse nunha cafetería; a partir de entón, a investigación foise desenvolvendo entre restaurantes e bazares chineses e, finalmente, nun colexio concertado.

Neste proceso de investigación poden distinguirse seis fases:

1^a. Fase de busca:

Na elección do tema deste traballo tivo especial influencia a experiencia persoal do autor deste traballo coas etnomatemáticas. Fai dous anos, estivo axudando coas matemáticas a un neno brasileiro recentemente chegado a Lugo, de once anos, con problemas académicos. Empezaron polo máis sinxelo, as sumas e as restas. Escribiu unha destas operacións nun papel, o neno fíxoas e obtivo o resultado correcto. Non obstante, o proceso non estaba “ben”, así

que lle explicou como tiña que facer e repetiuno ata que o interiorizou. Hoxe o autor sabe que cometeu un erro co neno –a súa forma de resolvelo era distinta, pero tamén era correcta- e ese é un dos motivos polo que se escolleu este tema.

A el e á súa nai acudiuse cando se decidiu facer este traballo coa esperanza de poder indagar. Porén, o neno xa estaba completamente adaptado á cultura escolar de aquí, e a nai non recordaba como aprendera de pequena a calcular, pois deixou os estudos moi nova.

Polo tanto, a única opción que había era buscar outra fonte de información, e apareceu: foi Jingzu, un rapaz chinés de 20 anos de idade que coincidiu co autor do traballo no mesmo instituto.

2ª. Fase de exploración:

A entrevista a Jingzu demostrou que si existen diferenzas entre a matemática de aquí e a matemática de China, como xa se esperaba, pois tíñase constancia diso por medio de fontes académicas. Porén, a información que deu este rapaz foi moi limitada.

Por iso, e vendo que se podía conseguir máis información relevante sobre as matemáticas dos chineses, entrevistouse ao seu cuñado, Subo (26 anos), e despois a Xuquian (23 anos), un primo deste. Púidose contactar con ambos grazas aos lazos familiares que os unían.

A información que proporcionaron os tres foi de gran relevancia porque permitiu orientar o traballo, coñecer particularidades das matemáticas do seu país e saber en que aspecto das ciencias exactas debía centrarse este traballo. Os tres coincidían ao afirmar que os chineses calculaban mentalmente máis rápido e mellor que os españois; a partir de aí, enfocouse a indagación cara o cálculo mental.

3ª. Fase de indagación:

Despois de entrevistar a estes tres rapaces, deseñouse unha lista de problemas que serviu coma modelo para continuar entrevistando a outros membros da comunidade chinesa. A estes, como aos anteriores, tamén se lles preguntou pola metodoloxía empregada nas aulas de matemáticas en China. Tendo en conta que responden mellor se o contexto lles é coñecido e familiar (Rosich e López, 2007), relacionáronse estes problemas co comercio –a

maioría dedícanse a este labor- e adaptáronse cando foi necesario, en función da súa capacidade observable, da súa disposición e das súas experiencias. Como introdución propuxéronselles situacións moi sinxelas para ir gañando a súa confianza (Palhares, 2008) e para que eles se visen capaces de responder. Se comezáramos facendo preguntas complexas, probablemente desistirían antes de comezar o cálculo. A medida que gañaban confianza, fóselles aumentando pouco a pouco a complexidade dos problemas.

No caso dunha dependenta dun restaurante chinés, modificouse o guión sobre a marcha para adaptalo á súa situación laboral; colleuse o menú do local e cambiáronse os problemas (tanto as cifras como os elementos). Coas outras seis persoas que foron entrevistadas seguiuuse o guión inicial. Non se propuxeron todos por dúas razóns: en primeiro lugar, polo tempo, pois sempre atenderon ao entrevistador no seu posto de traballo; e en segundo lugar, porque nalgún caso a información era repetida ou pouco relevante.

Cando se tivo a oportunidade, aproveitáronse situacións concretas que sucederon no momento da entrevista, e que implicaban o cálculo mental dos entrevistados, para incluír na análise. Por exemplo, cando o investigador pagou a súa consumición no restaurante ou cando un cliente comprou unha ferramenta no comercio chinés.

Finalmente, contactouse cun rapaz chinés, Weijie, en idade escolar -12 anos- que chegara recentemente a España. Non coñecía o idioma, así que na primeira das dúas reunións que se mantiveron con el -o centro no que estaba escolarizado non permitiu máis- fixo de intérprete a filla da encargada do restaurante chinés, tamén escolarizada no mesmo colexio. Non obstante, na segunda reunión tívose que empregar un tradutor de internet que limitou moito a comunicación. Ao non poder explicar en profundidade as estratexias que empregaba para resolver problemas mentalmente, seleccionáronse varias formas de algoritmos para as catro operacións básicas (suma, resta, multiplicación e división) para amosarlle coa intención de que seleccionara a que máis se semellaba á estratexia que el empregara. Funcionou, aínda que con limitacións.

O tempo que se estivo con este rapaz -dúas horas- non foi suficiente para acadar os propósitos da entrevista, moi restrinxida pola falta de entendemento.

Durante o transcurso desta indagación, consultáronse libros, artigos de revista e unha película que serviron de moita utilidade. Ademais, enviouse un correo electrónico a unha das investigadoras de etnomatemáticas máis recoñecidas de España, Nuria Planas, para solicitarlle información, ao que respondeu con moita amabilidade facilitando o que se buscaba.

Tentouse empregar tamén un instrumento manipulable, o Sorobán ou ábaco xaponés, para descubrir se algún o empregara para traballar o cálculo mental en China. Aínda que é lixeiramente diferente na forma ao ábaco chino, o Suan Pan, funciona do mesmo xeito. Mostróuselle aos entrevistados e todos o recoñeceron, pero ningún lembraba como utilizalo porque levaban moito tempo sen facelo. A única persoa o recordaba, unha muller maior, a nai de Jingzu, alegrouse ao velo e comezou a mover as fichas como se levara utilizándoo toda a vida; porén, non accedeu a ser entrevistada porque consideraba que non tiña “nada que aportar en comparación cos homes”.

4ª. Fase de análise de datos:

En primeiro lugar, analizáronse as entrevistas que se fixeron durante a fase de exploración para extraer a información sobre as particularidades xerais das matemáticas chinas. Os datos obtidos organizáronse en tres bloques: numeración, algoritmos e algunhas unidades (monetaria, masa, tempo e lonxitude).

En segundo lugar, centrámonos nos resultados obtidos do cálculo mental da comunidade chinesa. Estes datos organizáronse seguindo como modelo a Cadeia, Palhares e Sarmiento (2008); isto é, recolléronse de forma gradual, conforme se ían obtendo, e facendo as debidas anotacións das singularidades que se atoparon. Por mor do límite de páxinas, neste documento só se presentan catro das sete entrevistas realizadas, aínda que para os resultados tamén se tiveron en conta as outras tres entrevistas (anexo I).

Finalmente, comparáronse estes resultados cos obtidos polos estudantes do Grao en Mestre/a de Educación Primaria nos problemas de cálculo mental (anexo II). As conclusións desta comparación centráronse nos seguintes catro aspectos: as estratexias empregadas, a velocidade para

resolver os problemas, a seguridade ante o cálculo mental e os resultados conseguidos.

5ª. Fase de deseño de liñas de actuación:

Con toda a información recollida e analizada, establecéronse unhas pautas de actuación que poidan servir de guía para a actividade docente naquelas aulas de educación primaria que acollan alumnado procedente dunha cultura minoritaria. Para iso, empregamos os datos obtidos da investigación e, a maiores, axudámonos de vídeos, da bibliografía previamente revisada e da experiencia dos entrevistados chineses co ábaco Sorobán.

4. Resultados

Consideramos resultados da investigación etnomatemática tanto os datos obtidos nas entrevistas como as liñas de actuación que se estableceron, en función dos datos anteriores, para unha aula de educación primaria.

4.1 Investigación

A poboación chinesa obxecto de estudo está composta por cinco rapaces e dúas rapazas con idades comprendidas entre os 21 e os 30, agás a dependenta do restaurante chinés (37) e o neno chegado recentemente de China (12). As dúas cidades de orixe dos entrevistados son Zhejiang e Qingtian, a dúas e cinco horas de Shanghai respectivamente. Excepto un rapaz, que chegou con 19 anos a España, todos accederon ao sistema educativo español, pois aterraron no noso país tendo idades comprendidas entre os 6 e os 15 anos. Todos abandonaron os estudos cando finalizaron a etapa obrigatoria.

Durante a fase de exploración, realizáronse entrevistas deseñadas para obter información xeral sobre a matemática da comunidade chinesa. Dita información serviu de gran axuda para completar os dous primeiros apartados da investigación (4.1.1 e 4.1.2).

Da fase de investigación obtivéronse os resultados dos problemas de cálculo mental, tanto dos chineses coma dos estudantes de Maxisterio. A partir

deles, descubrimos nos entrevistados o grao de adquisición dunha habilidade matemática, o cálculo mental. Con esta información completouse o último apartado da investigación (4.1.3).

4.1.1 As matemáticas en China

As particularidades das matemáticas chinesas detectadas durante a fase de exploración foron organizadas en tres bloques: numeración, algoritmos e algunhas unidades de medida.

Numeración

Para representar as cantidades na escrita, os chineses empregan dous tipos de numeración: ou ben o sistema numérico decimal que coñecemos, ou ben un sistema de numeración multiplicativo de orixe chinesa, ambos en base 10.

Na figura 2, extraída dos apuntamentos de Jingzu, móstrase a correspondencia dos símbolos de cada sistema.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

Figura 2a. Números do 1 ao 10 na simboloxía chinesa

10	十
100	一百
1000	一千
10000	一万
100000	十万
1000000	一百万

Figura 2b. Potencias de base 10

Ao ser o chinés un sistema de numeración multiplicativo, emprega símbolos que desempeñan dúas funcións: uns representan as potencias da

base (10, 100, 1000...) e outros cumpren unha función multiplicadora. No plano escrito, salvo as unidades, cada cifra está representada por dous símbolos: o primeiro é o multiplicador, e o segundo, a potencia de base, que sempre van en parella. Por exemplo, para representar 325, descompoñen o número en $3 \times 100 + 2 \times 10 + 5$, sendo o 3, o 2 e o 5 os multiplicadores, e o 100 e o 10 as potencias de base (o 1 omítese).

Así, se un neno chinés quere escribir cinco mil setecentos trinta e dous, pódoo facer de dous xeitos: 5732, se emprega o sistema numérico decimal, ou 五千七百三十二, se emprega o sistema chinés.

Como curiosidade, descubrimos que os números grandes non os agrupan de mil en mil (dez mil, cen mil...), senón de dez mil en dez mil. Isto é, en lugar de colocar un punto para indicar os millares, colócanos para indicar os dez millares: 1.0000, 10.0000... de tal forma que quedan catro cifras por detrás do punto. Sucede o mesmo cando nomean as cantidades. Por exemplo, para nomear o número 100.000 non din “cen mil”, senón “dez dez miles”, e represéntano así: 10.0000.

Algoritmos

Os algoritmos de cálculo que empregan os chineses para realizar as súas operacións de sumar, restar, multiplicar ou dividir non difiren moito dos que empregamos aquí. Unicamente cambia a expresión escrita da división, aínda que o procedemento é o mesmo. Dividendo e divisor cambian as súas posicións e invértese a “caixa”. O cociente, pola súa banda, sitúase sobre ela, en lugar de estar por debaixo (figura 3).


$$9/3 = 3 \overline{)9}$$

Figura 3a. Algoritmo (escrito) chinés da división

$$\frac{8}{3} = 3 \overline{) 8.66}$$

Figura 3b. Algoritmo (escrito) chinés da división cun cociente con decimais

En relación co tanto por cento, en cuestións de notación, os chineses dispoñen dun símbolo propio que xa significa “dez por cento”: 折.

A este símbolo antepoñen o valor que queren calcular. Isto é, se queren calcular o 10%, colocan un 1 diante do símbolo: 1折; se queren saber o 20%, sitúan 2 diante do mesmo: 2折; e se queren calcular o 25%, poñen 2,5: 2,5折 (figura 4).

1折 →
2折
2.5折

Figura 4. Exemplos de representacións de tantos por cento

Segundo Xuqian, o terceiro rapaz entrevistado, esta representación do tanto por cento facilita o cálculo mental no que se refire aos descontos nas rebaixas. Segundo el: “vendo esto xa sabemos o que temos que restar”.

Algunhas unidades

Cando se lles preguntou polas unidades de medida na fase de exploración, os tres entrevistados -Jingzu, Subo e Xuqian- fixeron referencia

maioritariamente ás medidas do Sistema Internacional de Unidades (SI). Porén, nomearon algunhas unidades que non coñecemos aquí. Organizámolas en: unidade monetaria (moeda), masa, tempo e lonxitude.

Unidade monetaria

A moeda de China é o yuan. Cada yuan equivale a 14 céntimos; polo tanto, un euro equivale a 6,97 yuan. Unicamente dispoñen de dúas moedas: unha de 0,5 e outra de 1 yuan. Os billetes que poden empregar son de 5, 10, 20, 50 e 100 yuanes. Segundo un dos entrevistados, o salario medio en China é aproximadamente de 3000 yuan (420 euros) ao mes.

Dito isto, Jingzu cre que o manexar tantos yuan foi o que os levou a organizar as cantidades en números máis grandes (dez miles en lugar de miles).

Masa (ou peso)²

Aínda que o SI se estableceu en China fai aproximadamente 30 anos, os habitantes seguen empregando o seu antigo sistema local, sobre todo en ambientes rurais e no comercio.

Así, a unidade de referencia para medir a masa é o *jin*, que equivale a medio quilogramo. As unidades inmediatamente inferiores son o *liang* –décima parte dun jin- e o *qian* –centésima parte dun jin-.

Estas unidades, aparentemente pequenas, manteñen o seu uso por dúas razóns: a primeira vén da súa tradición comercial, cando os chineses utilizaban o ouro e a prata para as transaccións comerciais, a modo de moeda; como o valor deses metais era elevado, as cantidades que se empregaban eran moi pequenas; e a segunda, porque a menciña chinesa ten unha extraordinaria vinculación co uso de herbas e os pesos das doses destas son moi pequenas.

Na actualidade, os comercios adoitan empregar as básculas de 1 jin (medio kg), mentres que nas casas poden dispoñer tanto de básculas de 1 kg

² Desde o punto de vista físico, masa e peso son magnitudes diferentes. A masa dun corpo é o contido de materia de dito corpo, mentres que o peso é a forza con que un corpo atrae a un obxecto. Porén, a nivel popular, a identificación destas dúas magnitudes é moi grande e os chineses puxérono de manifesto. En educación primaria, pola complexidade que supón que ambas características dos corpos poidan ser distinguidas, non parece axeitado facer distincións entre masa e peso.

como de 1 jin. Se ben é certo que en China, actualmente, case todas traen o formato quilogramo pola “occidentalización” do seu comercio.

Tempo

En China non rexe un calendario solar como o noso no que os días indican a posición do planeta Terra na órbita que debuxa arredor do Sol, senón que seguen un calendario lunisolar. Aínda que as estacións si as determina a posición da Terra con respecto ao Sol, neste calendario os meses comezan e rematan cando hai lúa nova, isto é, correspóndense cos meses lunares. Por iso, o comezo de cada ano no calendario chinés non se corresponde co inicio do ano no mundo occidental, pois teñen unha duración distinta.

Tampouco utilizan as horas para medir o tempo. En China, cada día está composto de doce unidades que se nomean cos animais do horóscopo chinés, máis concretamente, cos prefixos que levan os nomes destes animais (figura 5).

rata	boey	tigre	conejo	dragón	caballo	serpiente	cabra	mono	gallo	porco	cerdo
Shu	niu	lu	tu	long	she	ma	yang	hou	ji	gou	zhu
鼠	牛	虎	兔	龙	蛇	马	羊	猴	鸡	狗	猪
00-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24

Figura 5. Unidades de tempo chinesas

Cada unidade de tempo correspóndense con dúas horas. Entón, por exemplo, como a “hora da serpe” é de 10:00 a 12:00, para expresar que son as 11 da mañá dirían “a metade de” e o prefixo da serpe. Se foran as 12:00 a.m., só dirían o prefixo da serpe.

Lonxitude

Con respecto a esta magnitude, a única unidade que os chineses entrevistados mencionaron diferente ás do SI, isto é, o metro e os seus múltiplos e submúltiplos, foi a polgada, que en China equivale a 2,5 centímetros.

4.1.2 Diferenzas entre a educación matemática en China e en España

A través das entrevistas, obtívose máis información que as diferenzas entre as dúas matemáticas, occidental e chinesa; tamén se aproveitou a experiencia que posúan a maioría dos entrevistados por ter estudado en ambos sistemas educativos –no chinés e no español- para que pensaran nas diferenzas que existen entre eles. Preténdese comprender así o que significa a clase de matemáticas en China e extraer algún aspecto didáctico que se poida reproducir aquí, con dous propósitos: que os nenos chineses logren unha mellor adaptación ás nosas aulas e contribuír, en xeral, a acadar a competencia matemática en todo o alumnado.

Aínda que non profundaron moito, pois a maioría leva xa anos no noso país e non se lembra con detalle da metodoloxía que empregaban nas clases, a información que proporcionaron evidencia claras diferenzas entre un sistema educativo e o outro.

En xeral, en China teñen en especial consideración ás matemáticas; é unha das materias máis importantes do currículo escolar -xunto coa lingua chinesa- porque, segundo recoñece un entrevistado, “é a base de todas as ciencias”. Así, nos colexios imparten dúas horas de matemáticas ao día. Actualmente, tamén están dando moita relevancia ao inglés, en detrimento doutras materias.

A figura do profesor de matemáticas reflicte perfectamente esta importancia. Os mestres en China, ao ver que un neno ten dificultades con algunha cuestión, chaman aos pais para que acudan ao colexio, non coa intención de regañar, senón todo o contrario: pretenden buscar entre todos unha solución a esas dificultades. En cambio, o profesor de matemáticas español –coinciden todos os entrevistados- “é menos exixente e despreocúpase cando acaba a clase”. Se ben é certo que os profesores en China teñen algún incentivo que os pode motivar: se o seu alumnado saca boas notas, incrementanlles o salario e melloran o seu currículo, o que aumenta as posibilidades de que outro colexio con maior prestixio os contrate; en cambio, se os resultados son malos, poden chegar a despedilos.

Esta mentalidade está presente en toda a sociedade. Todos colaboran coa educación. Os profesores son moi respectados –tanto socialmente como polo seu alumnado na clase- e os pais valoran moito a educación dos seus fillos. De feito, moitos deles apúntanos a competicións e olimpíadas de matemáticas fóra do horario escolar, pois recibir un premio nesas competicións supón unha importante mellora no expediente. E xa non só iso: un entrevistado recoñeceu que é habitual que os pais poñan en contacto aos fillos coas matemáticas cando aínda son moi pequenos. Lembra que, con 3 ou 4 anos, a súa nai leváboo ao mercado e dáballo os cartos para pagar para que se familiarizase cos números, e isto era habitual con todos os nenos.

Falando da adaptación ao noso sistema educativo, todos os entrevistados coinciden en que a área de matemáticas foi a que menos problemas lles causou porque, ao fin e ao cabo, “son símbolos, os mesmos que aquí”, recoñece un rapaz chinés. Ademais, veñen acostumados a un sistema educativo moi esixente; por exemplo, todos os días, ao inicio da xornada, realizaban un total de cen operacións matemáticas mentalmente nun tempo máximo de cinco minutos para practicar o cálculo mental. Obviamente, non empregaban nin lapis nin papel, e moito menos calculadora. De feito, non utilizan este instrumento, segundo recordan algúns entrevistados, ata chegar á etapa educativa que aquí se corresponde coa E.S.O, cando xa teñen adquirido o cálculo mental. Algúns entrevistados din que ao inicio empregaban o ábaco para desenvolver esta habilidade, pero outros lembran que ultimamente non se estaba a utilizar moito este material. O máis pequeno dos entrevistados, de doce anos, non o coñecía.

En relación ás calculadoras, un rapaz chinés afirmou que só vira usar a calculadora en China para facer operacións que incluían elementos matemáticos non representados numericamente (como o número π , os logaritmos...); o resto faise por cálculo mental, “e nunca falla”, asegurou o entrevistado. Levou unha sorpresa cando viu que a xente de España se equivocaba nos cálculos mentais, pois iso é completamente excepcional en China.

O mesmo rapaz recoñeceu que, no noso país, nunca tivo que estudar para os exames de matemáticas porque eran “moito máis fáciles”, dado o nivel que traía de China. Todos coinciden en que os chineses tiñan máis facilidade

para o cálculo mental que os españois porque, entre outras cousas, en palabras dun entrevistado, aprender a táboa de multiplicar é para eles o que para nós é aprender as formas verbais. Con esta comparación pretendía ilustrar a importancia do cálculo para os chineses, un pobo tradicionalmente dedicado ao comercio e a outras actividades que implican ás matemáticas (agricultura, industria...).

En xeral, ningún atopou moitas dificultades para adaptarse á clase de matemáticas no noso país no que se refire ao nivel académico. Porén, algúns recoñecen que se viron obrigados a cambiar as “súas” matemáticas –por exemplo, o algoritmo para a división- non porque os seus profesores os obrigaran a facelo, senón porque os seus compañeiros non os comprendían. Se, neses casos, a adaptación do alumnado de orixe chinés á clase de matemáticas se levase a cabo de acordo aos principios da etnomatemática, non perderían a súa identidade matemática e, ademais, esta serviría de estímulo aos compañeiros para cambiar a visión negativa e de aburrimiento que con moita frecuencia pesa sobre as matemáticas.

4.1.3 Cálculo mental na comunidade chinesa de Lugo

Despois de ter escoitado en todas as entrevistas que os chineses son máis hábiles no cálculo mental que os españois, decidiuse comprobalo e dirixir a investigación cara esa competencia matemática. Así, oito foron os chineses e as chinesas que aceptaron resolver os problemas propostos e explicar que estratexias empregaron para facelo.

4.1.3.1 Casos

A continuación expónse unha mostra dos datos obtidos en catro entrevistas, as dúas primeiras e as dúas últimas da investigación, respectivamente. Para contextualizar a información recadada, faise unha breve presentación do entrevistado ou entrevistada –cuxo nome é o real- e, seguidamente, recóllense os datos xunto coa explicación correspondente do proceso ou estratexia que seguiron para resolver o problema. As situacións que se presentan, as máis significativas das entrevistas, son recreacións o máis

realistas posibles, pero en ningún caso transcripciones, pois non foi posible gravar as entrevistas.

Hao

Rapaz de 26 anos. Natural de Zhejiang, a 2h de Shanghai. Chegou a España con 15 anos, pero non continuou cos seus estudos. Os seus pais nunca pisaron unha escola. Agora traballa coma dependente nun bazar chinés.

Propuxéronselle varias situacións que lle poden acontecer no seu día a día como dependente do establecemento:

Situación 1

Entrevistador: Quero comprarche 5 libros que custan 7,5 € cada un. Canto che teño que pagar?

Hao: 37,50 €.

E: Poderíasme explicar como fixeches o cálculo?

H: Si. Primeiro multipliquei 7,5x4 e así dáme 30. Despois sumeille 7,50 e, en total, queda 37,50.

Explicación: En primeiro lugar, descompuxo 5 como 4+1; despois, multiplicou 7,5x4 para que lle dese un número enteiro (30) e a continuación sumoulle 7,5x1. “Así é máis fácil”, recoñeceu.

Situación 2

Entrevistador: Un dos teus clientes quere comprar 25 bolígrafos a 2 € e 20 céntimos cada un. Canto che ten que pagar?

Hao: (Suspira) Este xa é máis difícil. A ver... Primeiro multiplico 25x2 euros e despois 25x20 céntimos. Creo que son 55 €, non?

E: Si, correcto. Pero gustaríame saber como fixeches para pasar os céntimos a euros. Como calculaches 25x20 céntimos?

H: Fixen 25 por 0,2. Empecei multiplicando 25x2, que dá 50, e despois despracei o “punto” un lugar. E así quedan 5, e 5+50 son 55.

E: E cantos podería mercar se che dera un billete de 20 € e dúas moedas de 2 €?

H: Dúas moedas de 2 €? Entón son 24 € en total.

E: Si.

H: Pois se 10 bolígrafos a 2,20 € custan 22 € e teño 24, só poderías mercar 10 e sobraríanche 2 €.

Explicación: Neste caso, descompuxo o número 2,20 como $2+0,20$. Multiplicou cada un destes sumandos por 25 (o nº de bolígrafos) e sumou os produtos resultantes ($50+5$), obtendo 55.

Para calcular cantos podía comprar con 24 euros, en lugar de recorrer á división, empregou unha estratexia máis económica neste caso: o tenteo. Aproximou a 24 multiplicando 2,20 € por 10 e obtendo 22, o número enteiro máis próximo a 24 que podía acadar multiplicando por 2,2.

Situación 3

Entrevistador: No almacén tedes 487 cartolinas de cor vermella e 434 de cor azul. Cantas cartolinas tedes en total?

Hao: (Pensa un rato) 921, non?

E: Si, moi ben. Podes explicarme como sumaches?

H: Primeiro sumei $87+34$, que dá 121. Despois sumeille 800, o resultado de sumar $400+400$. Entón teño 921 cartolinas en total.

E: Perfecto. E a primeira suma, $87+34$, como a fixeches?

H: Empecei sumando $8+3$ (as decenas) e deume 11; despois fixen $7+4$ (as unidades) e deume 1, e outra que lle sumei a 11. Entón tería 121.

E: E se cada unha desas cartolinas vale 0,60 €, canto che tería que pagar por todas elas?

H: Uf, non podo facelo mentalmente. Necesitaría a calculadora.

E: E se valeran 50 céntimos?

H: Así fácil. 460,5 €

E: Como fixeches?

H: Dividín 921 entre 2.

Explicación: Descompuxo os sumando como $400+87$ e $400+37$ para efectuala como $(87+34)+(400+400)$. Obsérvese que a primeira operación,

87+34, fíxoa de esquerda a dereita: sumou as decenas, obtivo 11; despois sumou as unidades e volveu a obter 11. Como 11 unidades son o mesmo que 1 decena e 1 unidade, sumoulle ás 11 decenas obtidas anteriormente outra, quedando 12 decenas e 1 unidade; isto é, 121. Cando xa tiña esta operación – a máis complicada- feita, sumoulle 800 (resultado de 400+400), ou o que é o mesmo, 8 centenas. Polo tanto, como resultado final obtivo 921 (121+800).

Para calcular canto valían, dividiu o total de cartolinas entre dous porque identificou claramente 0,50 euros como $\frac{1}{2}$ de euro; así, está aplicando a relación fracción-número decimal e as propiedades do produto de fraccións: multiplicar por $\frac{1}{2}$ é equivalente a dividir entre 2.

Qihua

Muller de 37 anos, natural de Zhejiang e nai de tres fillos nados en España. Chegou ao noso país con 14 anos e actualmente dirixe un restaurante chinés bufett libre en Lugo.

Tamén se lle propuxeron varias situacións adaptadas á súa labor de encargada do restaurante. Aínda non se defende co castelán; nalgún momento tivo que preguntarlle á súa filla de 10 anos – que estaba presente- como se dicían en castelán determinadas cousas.

Situación 1

Entrevistador: Pido 3 pratos que custan 5 € cada un. Canto che teño que pagar?

Qihua: Moi fácil. 15.

E: E se che dou 50 € para pagar, canto me devolves?

Q: 35.

E: Pódesme explicar como fixeches?

Q: De 15 a 20 van 5, e de 20 a 50, 30. Entón, devólvoche 35. Eu calculo as restas pensando o que falta ata 5 e o que falta ata 10.

Explicación: Restou empregando a estratexia do *conteo ascendente*, de forma global (Gómez, 1988); isto é, restou sumando ao minuendo o complemento

aditivo para chegar ao subtraendo. Para isto apóiase nos complementarios a 5 e 10.

Situación 2

Entrevistador: se che pedise 5 pratos para levar, a 7,50 € cada un, canto che tería que pagar?

Qihua: (Pensa un pouco) 37,5€.

E: Que fixeches para obter ese resultado?

Q: Primeiro fixen $5 \times 0,5$ (2,5) e despois sumeille 5×7 (35).

E: Moi ben. Pagaría con dous billetes de 20. Canto me terías que devolver?

Q: Pois 2,5 €.

E: Explícasme?

Q: Se foran 38 euros devolveríache 2 euros. Entón teño que devolverche 2,5 €.

Explicación: En primeiro lugar, descompuxo 7,50 como $7+0,50$ e multiplicou cada un destes sumandos por 5. Da suma dos produtos ($5 \times 0,5 + 5 \times 7$) obtivo 37,5.

A continuación, para restar, redondeou 37,5 a 38; restoullos a 40 e obtivo 2. A este resultado sumoulle, para rematar, 0,5 (a diferenza entre 38 e 37,5), para chegar a 2,5 €, o que me tería que devolver.

Situación 3

Entrevistador: Se che comprara 25 pares de palillos a 2,20 € cada par, canto che tería que pagar en total?

Qihua: Vale, a ver... Se 25×2 son 50 e $25 \times 0,20$ (pensa un rato) son 5, teríame que pagar 55.

E: Explícame como fixeches $25 \times 0,20$.

Q: $0,20 \times 5$ é 1. Entón é a quinta parte. E a quinta parte de 25 son 5.

Explicación: Descompuxo 2,20 como $2+0,20$ e multiplicou 25 por cada un destes sumandos. Para multiplicar $25 \times 0,20$ identificou a equivalencia entre 0,20 e a quinta parte dunha unidade; resolveu, polo tanto, esta multiplicación ($25 \times 0,20$) cunha división, $25:5$, aplicando a relación fracción-número decimal.

Situación 4

Entrevistador: Acabo de pagarche 2,40 € por dous cafés e deiche un billete de 5 euros. Canto me devolviches?

Qihua: 2 euros con 60 céntimos.

E: E como fixeches ese cálculo?

Q: Para empezar, déchesme enteiro, 5 €, entón eu calculei ata outro enteiro, 3 (2,40+0,60), e despois ata 5 € (3+2). Por iso che devolvín 2 euros con 60 céntimos.

Explicación: Volveu empregar a estratexia do conteo ascendente.

Lei (2)³

Empregado do mesmo bazar chinés que Xu, este rapaz de 23 anos leva tan só 4 en España. Rematou os seus estudos aos 18 en China, un ano antes de emigrar. Tamén procede de Zhejiang. Ao principio mostrouse cauto cando lle expliquei o que necesitaba porque se consideraba “moi malo” en matemáticas, pero despois sorprendeume.

Situación 1

Entrevistador: Véndesme 4 pantalóns a 5 euros. Canto che teño que pagar?

Lei: (Ríndose) 20.

E: Non é tan difícil non?

L: Non, así non.

E: E se teño 60 euros, cantos pantalóns che podo comprar ao mesmo prezo?

L: 12.

E: Que rápido. Como o fixeches?

L: Primeiro dividín 50:5 (que dá 10), despois 10:2 (obten 5) e despois sumei. En total, 12.

Explicación: Descompuxo 60 como 50+10, dous múltiplos de 5.

³ Entrevisouse anteriormente a outro rapaz co mesmo nome. Distínguense como Lei (1) e Lei (2).

Situación 2

Entrevistador: Se quixera mercar 5 reloxo a 7,5 euros cada un, canto tería que pagarche?

Lei: Eh... 37,5.

E: Explícasme como o calculaches?

L: Multipliquei primeiro $7,0 \times 5$ e despois $0,5 \times 5$. Despois sumei e deume iso.

Explicación: Descompuxo 7,5 como $7,0 + 0,5$ para aplicar a propiedade distributiva e obter o resultado como $35 + 2,5 = 37,5$.

Situación 3

Entrevistador: No almacén tedes 935 cartolinas e cada unha vale 0,60 euros. Canto custan?

Lei: Buf, a ver.

E: Tranquilo, tes tempo para pensalo.

L: Vale. (Pensa un rato). 561?

E: Moi ben, correcto. Como chegaches a iso?

L: Primeiro fixen $900 \times 0,60$, despois $30 \times 0,60$ e despois $5 \times 0,60$.

E: E despois?

L: E despois sumei todo.

Explicación: Primeiro descompuxo 935 en $900 + 30 + 5$ e despois multiplicou cada un deses sumandos polo seu valor, 0,60 euros. Finalmente, sumou os tres produtos das multiplicacións ($540 + 18 + 3$) e obtivo o resultado final, 561 euros. Obsérvese que neste caso a estratexia coincide coa idea de base do noso algoritmo da multiplicación: descompoñer cada un dos factores nos seus valores relativos e aplicar a propiedade distributiva para obter o produto como a suma de todos os produtos parciais. É dicir, trátase dunha versión *extendida* do noso algoritmo (Gómez, 1988).

Weijie

Este rapaz de 12 anos é a única persoa de orixe chinesa das entrevistadas que aínda está en idade escolar. Non sabe falar español, pois

leva dous meses en España. Contactouse con el a través da encargada do restaurante chinés, cuxa filla fixo de intérprete no primeiro dos dous encontros que se tivo con Weijie.

Por falta de tempo e a dificultade nas comunicacións, as preguntas centráronse máis en coñecer o nivel de cálculo mental do neno que en saber a metodoloxía que se empregaba nas clases de matemáticas ás que el acudía en China.

O primeiro día presentáronse os mesmos problemas que ao resto, aproveitando o gran traballo da intérprete.

Situación 1

Entrevistador: Quería saber cantos pantalóns de 5€ cada un podería comprar con 60€.

Weijie (a través da Intérprete): (Pensa un rato) 12?

E: Si, moi ben. A ver se es capaz de explicar como fixeches.

W (I): (Con algunhas dificultades, explícase) Primeiro multipliquei 5×10 . Despois, quedaron 10, que dividín entre 5 e deume 2. Despois sumei $10+2$ e obtiven 12.

Explicación: Primeiro estimou cantos pantalóns podía comprar con 50 euros (a resposta é 10). A continuación, calculou cantos euros lle quedaban despois de comprar os 10 pantalóns, é dicir, restou $60-50$ e obtivo o que lle sobraba, 10 euros. Por último, a través dunha división, soubo que con eses cartos aínda podía mercar 2 pantalóns máis, e sumou $(10+2)$, obtendo 12.

Situación 2

Entrevistador: Queres comprar 5 pelotas a 7 euros e medio cada unha. Canto terías que pagar?

Weijie (a través da Intérprete): 37,5.

E: Como o fixeches?

W (I): Primeiro multipliquei $5 \times 0,5$ e despois 7×5 . Ao final sumei.

Explicación: Descompuxo 7,5 como $7+0,5$ para aplicar a propiedade distributiva e obter o resultado como $35+2,5 = 37,5$.

Situación 3

Entrevistador: Vas a unha tenda mercar 25 bolsas de doces. Cada bolsa vale 2,20€. Canto terías que pagar?

Weijie (a través da Intérprete): (Pensa durante un rato largo) 55?

E: Moi ben. Explícame como fixeches.

W (I): (Volve pensar outro rato) Primeiro multipliquei 2,2 por 20 e despois por 5. Despois sumei e deume 55.

E: Vale, está ben. Pero como multiplicaches 2,2 por 20? E por 5? Intenta explicalo.

W (I): Primeiro fixen 2×20 e despois $0,2 \times 20$. Fixen o mesmo co 5 (2×5 ; $0,2 \times 5$).

Explicación: Como fixo antes, descompuxo os números en dúas ocasións (primeiro 25 como $20+5$, despois 2,2 como $2+0,2$) para aplicar a propiedade distributiva da multiplicación.

Como o segundo día non se dispoñía de intérprete, presentáronselle catro operacións: unha suma, unha resta e dúas multiplicacións, independentes. Unha vez resoltas, amosáronselle varias formas de algoritmos para que identificara a que máis se parecía á que empregou el para resolver as operacións (anexo III). Para a suma, indicou que empregara unha das máis sinxelas: representou mentalmente o algoritmo básico de lapis e papel e resolveuno con sumas parciais. Por outro lado, calculou o resultado da resta *pedindo prestado* (Gómez, 1988), segundo sinalou na folla dos algoritmos. Finalmente, presentáronselle dúas multiplicacións con dous factores cada unha (unha con factores de tres e unha cifra, e a outra con factores de tres e dúas). Ambas as dúas resolveunas descompoñendo os factores (4 como $2+2$, e 12 como $10+2$) e aplicando a propiedade distributiva, como xa fixo nos problemas. Non deu tempo a profundar na división, operación que a priori o neno podería resolver empregando estratexias menos habituais ao representala cun algoritmo distinto ao común no mundo occidental.

Coa intención de saber como se inician no cálculo en China e ante a imposibilidade de que el mesmo se explicara con éxito –con 12 anos non ten gran capacidade de abstracción para facelo-, presentáronselle as táboas de sumar e de multiplicar. Só recoñeceu as segundas que, como aquí, van do 1 ao 9.

4.1.3.2 Conclusións

Chegados a este punto, como todos estes datos descontextualizados non aportan máis información que simples estratexias de cálculo mental que aparentemente pode empregar calquera, buscouse comparar os resultados obtidos coas estratexias de cálculo mental empregadas por outro colectivo. Supoñiamos que o nivel de cálculo mental desenvolvido polos chineses era moi superior ao de calquera grupo español da mesma idade e nivel de escolarización. Para que se puidese comprobar con claridade esta hipótese, decidiuse elixir como grupo de referencia a un colectivo de estudantes de cuarto do Grao en Mestre/a de Educación Primaria (Maxisterio). É dicir, cunha formación académica a priori moi superior. Buscamos demostrar que a cultura chinesa inflúe claramente na matemática desta comunidade, xa que produce resultados diferentes aos que obtén outro colectivo do noso país.

Así, pasáronselle os mesmos problemas a dez estudantes de Maxisterio e os resultados foron substancialmente distintos. Expóñense a continuación, sintetizados e organizados en catro áreas: estratexias, velocidade, seguridade e resultados.

Estratexias

Nalgún caso, ao inicio da entrevista aos estudantes do Grao avisouse de que o que interesaba era o proceso de cálculo e non o resultado, coa intención de que perderan o medo a equivocarse. Pero, lonxe de acadar o propósito desexado, a advertencia condicionou as súas respostas, ata o punto de que algún tentou buscar estratexias diferentes e máis “sofisticadas” que as que empregaba habitualmente.

Aínda así, as estratexias máis utilizadas polos estudantes de Maxisterio para resolver os problemas de cálculo mental foron, precisamente, estratexias

estándar para resolvelos con lapis e papel (por exemplo, as regras de tres ou a representación mental do algoritmo da operación correspondente). Tamén empregaron algunhas estratexias mentais, mais, nalgunha ocasión, axudáronse cos dedos ou “debuxaron” o algoritmo na mesa, tamén cos dedos. Despois de ter revisado os resultados da investigación cos chineses, compróbase que case todos empregan estratexias diferentes e incluso, o mesmo entrevistado, varias; é pouco frecuente que repitan entre eles as estratexias, ao contrario do que sucede cos estudantes.

Un dos aspectos que máis chama a atención é a forma de desenvolver o algoritmo para a suma. Mentres que os estudantes realizan esta operación de dereita a esquerda cando a representan mentalmente, igual que a farían nun papel, os poucos chineses que recorren a esta estratexia desenvolven a operación ao revés, de esquerda a dereita. Este feito pode estar relacionado, ademais de por ser máis significativas as cifras da esquerda, coa aprendizaxe do cálculo mental a través do ábaco sorobán, pois con este, as sumas sempre se fan nesa dirección. A maioría recoñeceron telo utilizado cando eran moi pequenos.

En xeral, observouse que os chineses dispoñen de máis estratexias de cálculo mental para afrontar cálculos na vida real. Poden incluso facer cálculos complexos, nun tempo breve, sen necesidade de depender de recursos físicos (calculadora, lapis e papel...). Isto pode obedecer non só á súa práctica na escola, senón tamén á influencia da súa cultura, onde é moita a importancia que lle conceden ás matemáticas e o prestixio social do que gozan, algo que os pais lle transmiten aos nenos desde moi pequenos.

Velocidade

Ao expoñerlle os problemas aos chineses, non se tivo en conta o control do tempo de resposta porque, nun inicio, non se buscaba a comparación con outro grupo de referencia. Porén, si se apreciaron de forma subxectiva notables diferenzas no tempo de execución a favor dos chineses, que contestaban de forma rápida e concisa. Incluso Weijie, o rapaz de 12 anos, calculaba máis rápido que os estudantes de Maxisterio.

A mesma rapidez no cálculo aparece reflectida en Zhao e Yimou (2000), onde unha mestra do rural chinés propón aos seus alumnos un problema: cantos días de traballo supoñen 175 horas, se cada día se traballan 8 horas. O alumnado non tarda nin tres segundos en calcular mentalmente o resultado, 21 días; incluso un alumno concreta máis: 21 días e 7 horas.

Seguridade

Ante o cálculo mental, as dúas comunidades amosaron distintos graos de seguridade. Mentres que a chinesa prefire calcular mentalmente, a comunidade de estudantes insistiu en usar calculadora ou, polo menos, lapis e papel. Recolléronse expresións que representan a inseguridade dos estudantes de Maxisterio ante o cálculo mental:

- “Pero ten que ser mental? Non podo coller un papel?”.
- “Poderei usar a calculadora non? Non? Entón collo lapis e papel”.
- “A min isto resúltame moi complicado sen papel”.
- “É que se me van esquecendo os números. Podo ir apuntándoos?”.
- (Cando se lle propuxo o seguinte: *Dos 50 metros de tela que mercou unha modista, o 75% estaban de rebaixas. Cantos metros de tela NON estaban de rebaixas?*) “Uf, eu xa non os compro. Non sei como se fai iso”.
- “A min se me dás un papel fágoo, así...”.
- “Uf, este é máis difícil”.
- “Déixame pensar...”

En cambio, os chineses entrevistados en ningún caso demandaron lapis e papel e todos coincidiron en que lles resultaba máis sinxelo calcular mentalmente. Isto pode deberse á formación e educación que traen de China, onde o cálculo é unha das ferramentas máis importantes para desenvolverse persoal e profesionalmente, e ao seu uso cotiá nos establecementos nos que traballan a diario.

Resultados

Os chineses non só foron máis rápidos, senón máis precisos. Os estudantes fallaron en numerosas ocasións, ben porque se esqueceron dos

números ou dalgún paso no proceso de cálculo, ben porque non tiñan claro os conceptos que se traballaban, como no caso do tanto por cento. En cambio, só un chinés fallou nunha ocasión. Recórdese que ao longo desta investigación manifestaron a súa sorpresa por ver como os españois fallamos no cálculo.

4.2 Liñas de actuación

Os datos extraídos da investigación e da revisión bibliográfica, despois de evidenciar as diferenzas entre as matemáticas en función do lugar e contexto de orixe, levan a propoñer unhas liñas que guíen a actuación do profesorado cuxas aulas acollan a persoas cunha formación cultural, en relación coas matemáticas, diferente da súa. Recordemos que, actualmente, a sociedade caracterízase por ter unha composición multicultural que require ser atendida. Neste caso, centrarémonos especialmente no alumnado de orixe chinés en aulas de educación primaria.

Aínda que os entrevistados chineses non amosaron ter sufrido unha “exclusión matemática” nas aulas españolas, probablemente debido á ampla formación e á importancia que se lle dá ás ciencias exactas en China, si se viron obrigados a modificar aspectos da “súa” matemática (o algoritmo da división, sistema de numeración...) por recibir unha docencia allea aos principios da etnomatemática, que non respectaba e valoraba as diferenzas e uniformaba as experiencias persoais, sociais e culturais dos alumnos nos mesmos contidos. Cando os chineses chegaron ás aulas españolas atopáronse cun nivel substancialmente inferior, en relación coas matemáticas, ao do sistema educativo do que viñan acostumbrados. Cando menos, esta situación provocou que descenderan as súas expectativas -e con elas a súa motivación- e que a súa formación académica se vira limitada nesta área en canto ao rendemento.

Para evitalo cómpre, en primeiro lugar, tomar consciencia da existencia de varias culturas nas nosas aulas e analizar as necesidades, fortalezas e debilidades que supón a súa presenza. Actuar desde o coñecemento e a reflexión facilitará a integración e adaptación das persoas estranxeiras.

Unha vez conscientes destas diferenzas culturais, faise necesaria a revisión do currículo e un cambio no seu carácter eurocentrista, que afecta á

cultura escolar en xeral e á educación matemática en particular. Todos os autores da corrente etnomatemática avogan por incorporar no currículo elementos pertencentes aos contextos socioculturais dos alumnos e profesores -como punto de partida- e material de varias culturas para valorizar os coñecementos culturais do alumnado. Introducendo a historia vinculada ás actividades matemáticas das culturas minoritarias, os costumes, estratexias matemáticas de resolución de problemas da vida diaria..., contribúese a acadar a competencia matemática a través das etnomatemáticas.

Se ben é complicado que o profesorado dispoña de grandes coñecementos sobre outras formas culturais que non sexan as súas, os rapaces das culturas minoritarias si os teñen; aproveitando esta situación, poden ser eles mesmos os que asuman o rol de formadores cando se vaia introducir algún elemento da súa cultura. En definitiva, trátase de centrarse nas experiencias que cada estudante pode aportar á aula de matemáticas e compartilas. Se cada un dispón de mecanismos, procedementos ou técnicas matemáticas diferentes –é dicir, etnomatemáticas- e as comparte cos demais membros da clase, isto contribuirá a xerar no alumnado novas estratexias que poderán aplicar na resolución de problemas da vida cotiá. Deste xeito facilitarase o acceso a un maior número de técnicas intelectuais e instrumentos, debidamente contextualizadas, “para afrontar situacións e resolver problemas novos (...) para chegar a unha posible solución ou curso de acción” (D’Ambrosio, 2007, p. 101).

Para facelo, a clase pódese organizar en pequenos grupos, como defende Bishop (2000), que permitan aos escolares colaborar e traballar entre eles (ensinarse uns a outros) ante un problema e compartir coñecementos previos e estratexias persoais, ou empregar o traballo por proxectos. Isto é interesante porque, entre outras cousas, permite que os alumnos desenvolvan un mesmo tema de formas distintas -o que o converte nun modelo de ensinanza individualizada e personalizada- e promove a reflexión do alumnado (Bishop, 2000).

Se, por exemplo, hai varios alumnos de culturas minoritarias na clase, podemos aproveitar para traballar, por proxectos, todas esas culturas. Desde un punto de vista interdisciplinar, ademais das matemáticas, os proxectos poderían tratar aspectos referidos á historia, á xeografía, á flora e á fauna do

lugar, á literatura, ás tradicións folclóricas e musicais, á vestimenta, etc. Se queremos centrarnos especialmente nas matemáticas e o alumnado das culturas minoritarias xa presentou as “súas” unidades de medidas, algoritmos e outras estratexias, materiais, etc., pódense constituír pequenos talleres, baixo a súa supervisión, no que o resto da clase poida coñecer, entender e practicar as novas técnicas en contextos o máis reais posibles (un comercio, o traballo no campo, a construción dun inmoible...). Outra forma de traballar é a través da comparación e análise das diferenzas entre as estratexias ou algoritmos que emprega cada un deles para a resolución dun problema ou, como propón Gerdes (citado en Palhares, 2008), mediante a elaboración de materiais herdados dos antepasados do alumnado, isto é, de tradición cultural. Neste sentido, no contexto galego, o punto de vista etnomatemático resultaría moi útil para recuperar, conservar, difundir, coñecer e valorar o patrimonio cultural de Galicia, en relación con medidas e instrumentos tradicionais, técnicas de traballo, organización e produtividade de terreos, xogos populares....

Un tratamento etnomatemático nas aulas permite contextualizar as matemáticas e iso non só motiva aos estudantes, senón que ademais é unha forma de que lle encontren sentido ás matemáticas que están aprendendo. Ademais, os escolares procedentes doutra cultura, que adoitan verse “estraños” nun sistema educativo e nun país que non é o deles, ao ver que teñen algo que ensinar, poden empezar a integrarse e a sentirse útiles e parte da aula. Convén mencionar aquí, a modo ilustrativo, a alegría e o interese que amosou Xuqian cando se lle preguntou pola matemática chinesa, polos seus costumes e pola súa cultura durante a fase de exploración. Incluso asegurou que lle gustaría que a xente de aquí coñecese máis de China porque “hai rumores sobre a nosa cultura, pero non todos son precisos”.

En relación co profesorado, cremos que estes tamén teñen moito que aprender dos seus alumnos. Por iso, debería implicarse e prestar atención ás súas explicacións; se eles non dispoñen do coñecemento necesario para introducir etnomatemáticas na aula, que permitan ao alumnado facelo. Nun futuro, é probable que a multiculturalidade tamén apareza nos mestres, e entón xa terán o coñecemento e experiencia suficientes para dar por eles mesmos unha clase de etnomatemáticas. Falta moito tempo para que empecemos a ver

profesorado de orixe árabe, chinés ou xitano dando clase nas aulas españolas? Pensamos que no.

Mentres tanto, deberán formarse, prepararse e implicarse pois, ademais do seu papel como educadores, os profesores deberían cumprir unha función de investigación e análise das prácticas matemáticas das súas comunidades culturais, étnicas e lingüísticas para incorporalas ao seu ensino, segundo opina Gerdes (citado en Palhares, 2008). Noutras palabras, o profesorado necesita coñecer mellor o contexto social do alumnado e o seu propio, e utilízalo para o deseño e desenvolvemento de actividades. Para poder cumprir con éxito esta función de “antropólogo social”, como lle chama Bishop (2000), o profesorado require dunha preparación axeitada nas facultades de Formación do Profesorado.

En relación co cálculo mental, queda demostrado que os chineses teñen máis desenvolvida esta habilidade pola importancia sociocultural que ten no seu país. Cando chegan aquí, non deberían verse obrigados a adaptarse a un nivel inferior e desperdiciar a súa habilidade no cálculo; un xeito de atender ás súas circunstancias e evitalo consiste, por exemplo, en propoñerlles, a maiores, actividades do mesmo tipo das que facían en China. Se o miramos desde outra perspectiva, incluso a súa presenza na aula é unha oportunidade para aproveitar os seus coñecementos e transmitirlos ao alumnado español. A riqueza na aula de matemáticas aumentaría se mantemos a diversidade; do contrario, perderíamos a oportunidade de mellorar a formación dos rapaces e de facer das matemáticas unha materia máis atractiva para eles.

Polo que se viu durante a investigación, a estratexia de cálculo mental máis utilizada polos estudantes de Maxisterio -formados no sistema educativo español- foi a representación mental do algoritmo de lapis e papel. Isto, unido ás súas expresións de inseguridade, dá boa conta da relevancia do cálculo mental en España e das limitacións da metodoloxía coa que se ensinan os algoritmos, que dá prioridade á mecanización e á simplificación fronte ao razoamento, o que dificulta o desenvolvemento de novas estratexias para resolver problemas. Como consecuencia desta metodoloxía, faise un uso abusivo e sen reflexión dos recursos físicos (lapis, calculadora...).

Moitos dos entrevistados chineses recoñeceron ter usado o ábaco -o Suan Pan chino- cando os iniciaron no cálculo mental. Incluso se pode inferir

dalgunha estratexia que empregaron nos problemas que se lles propuxo. Pois ben, este pode ser un instrumento interesante para traballar o cálculo mental nas aulas españolas, e máis cando acollan a alumnado de orixe chinés xa que, ademais de ser unha ferramenta útil para a aprendizaxe do cálculo, cumpriría a función de elemento de integración.

Un modelo a imitar na ensinanza do cálculo é o CEIP Aguamansa de Santa Cruz de Tenerife, que emprega recursos manipulables (ábaco, bloques multibase, numerator, regletas) e o cálculo mental (e a calculadora) para a ensinanza do cálculo a través de resolución de problemas (CEIP Aguamansa, 2015). Esta metodoloxía permite ao alumnado desenvolver as súas propias estratexias de cálculo en función das posibilidades do momento, poñendo o énfase na comprensión, o contrario do que sucede habitualmente no sistema educativo español.

5. Conclusións

Unha vez finalizado o traballo, coidamos que se acadaron os obxectivos marcados ao inicio da investigación. A modo de resumo, cómpre abordar agora unha serie de reflexións e conclusións finais que sintetizamos en dez puntos:

1. Non hai unha única forma de coñecemento matemático, como estamos acostumbrados a pensar. Os datos recollidos amosan a especificidade da matemática empregada pola comunidade chinesa de Lugo.
2. As matemáticas están claramente influenciadas tanto pola sociedade como pola cultura de orixe. Todas elas compoñen un trinomio indisoluble: matemáticas-cultura-sociedade. Un exemplo diso é que o grao de adquisición do cálculo mental é superior no caso dos chineses porque tanto a súa tradición cultural como a sociedade chinesa actual concédenlle unha importancia especial a esta habilidade matemática.
3. Aínda que a etnomatemática constitúe un campo de investigación moi novo, cada vez é maior o número de estudos especializados ao respecto. Porén aínda queda moito camiño por percorrer para asentar este enfoque no contexto académico.

4. As matemáticas escolares xa son, en si mesmas, un exemplo de etnomatemáticas; a metodoloxía, as estratexias, os recursos que se empreguen... determinan en boa medida o coñecemento matemático e o xeito en que se transmite. O ideal sería que estas etnomatemáticas foran un compendio de coñecementos recollidos de todas as culturas que integren a aula.

5. Todo o alumnado, sexa cal sexa a súa orixe, ten algo que aportar á clase de matemáticas. Baixo o enfoque etnomatemático, a diversidade cultural enriquece e completa a formación matemática. Para lexitimalo, o currículo debería incorporar elementos do contexto sociocultural propio e dos minoritarios.

6. O profesorado ten que facer un importante esforzo no que se refire a investigar, coñecer, entender e reflexionar sobre as características matemáticas -e tamén outras- de todo o seu alumnado e, en especial, do que proceda de ambientes culturais minoritarios. Se aprende a lidar con toda esta información e a presentala de forma significativa, conseguirá entre outras, dúas cousas: por unha banda, dará ao alumnado “a oportunidade de ver as matemáticas como unha dinámica e vibrante actividade humana universal practicada por diversos grupos culturais” (Oliveras, 2006, p. 146), incrementando notablemente a súa motivación e o seu interese cara elas e ampliando a súa comprensión; e, por outra banda, colaborará na integración do alumnado procedente de contextos culturais minoritarios, dándolle valor e utilidade aos seus coñecementos, distintos do resto.

7. No caso da comunidade chinesa estudada, non se deu un auténtico proceso de enculturación matemática coa comunidade de acollida pois, lonxe de interactuar e intercambiar saberes matemáticos e outros, ambas culturas coexistiron illadas e pechadas en si mesmas. Como mostra desa falla de interacción, recordemos que Qiuhua tivo que preguntarlle á súa filla de 10 anos como se dicían algunhas palabras en español, levando ela desde os 15 anos en España (ten agora 37). En todo caso, o proceso sería máis ben asimilacionista, se atendemos á perda de identidade matemática que supuxo para os chineses, por exemplo, mudar o seu algoritmo da división.

8. O grao de adquisición da habilidade do cálculo mental na comunidade chinesa mostrouse superior ao dos estudantes de Lugo. Nesta superioridade influíron directamente a tradición cultural e a sociedade, así como a metodoloxía empregada para a ensinanza do cálculo mental.

9. Este contacto coa comunidade chinesa axudou a este investigador a romper un prexuízo xeneralizado contra este colectivo, acusado de frío, distante, pechado. A experiencia neste traballo demostra todo o contrario. Pese a que o inicio foi a través dunha persoa coñecida, os demais entrevistados non tiñan relación entre si e non se contou cunha persoa que fixese de enlace, pese ao cal a acollida foi igual de boa e educada. Polo tanto, para interactuar con esta comunidade abonda con tenderlles a man e manifestar interese polos seus costumes; se se senten cómodos, estarán encantados de relacionarse con nós.

10. A *occidentalización* de China en todas as áreas da vida, incluídas as matemáticas, é unha realidade. Esta civilización, tradicionalmente tan independente, pechada e cunha identidade cultural moi forte, está sucumbiu á cultura europea durante o segundo período de expansión, a través da economía moderna e as novas tecnoloxías. Porén, aínda resisten as contornas rurais e o comercio local, onde se seguen empregando as unidades de medida tradicionais.

Referencias bibliográficas

Angulo Cruz, M., Castañeda Álvarez, M. (2012). Pensamiento matemático en ambientes no formales: un caso de investigación en etnomatemática. *Scientia et Technica*, 2(51), 216-221.

Banks, J. A. (2010). Multicultural Education: Characteristics and Goals. En Banks, J. A.; McGee Banks, C. A. *Multicultural Education: Issues and Perspectives* (pp. 3-29). United States of America: Willey. Recuperado de: <http://www33.homepage.villanova.edu/edward.fierros/Banks1.pdf>.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos?. En Gorgorió, N., Deulofeu, J., Bishop, A. (coords.). *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Blanco, H; Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1). 69-74. Recuperado de: <http://www.etnomatematica.org/v2-n1-febrero2009/blanco-parra.pdf>

Bolívar, A. (1999). Modelos de diseño curricular de corte crítico y postmoderno: descripción y balance. En Escudero, J.M. (ed.). *Diseño, desarrollo e innovación del currículo* (pp. 145-162). Madrid: Síntesis.

Cadeia, C., Palhares, P., Sarmiento, M. (2008). Cálculo mental na comunidade cigana. En Palhares, P (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 69-103). V. N. Famalicão: Húmus.

Camilleri, C. (1985). *Antropología cultural y educación*. París: Unesco.

CEIP Aguamasa (2015). *Ceipagumansa*. Canal de YouTube. Recuperado de <https://www.youtube.com/user/ceipaguamansa>

Coulon, A. (1988). *La etnometodología*. Madrid: Cátedra.

D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J. Giménez, J. Diez Palomar, M. Civil (coords.). *Educación matemática y exclusión* (pp. 83-102). Barcelona: Editorial GRAÓ.

D'Ambrosio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. En Palhares, P (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 23-46). V. N. Famalicão: Húmus.

Durán, F., Oliveras, M.L. (2002). Los profesores de matemáticas y la educación intercultural. Trabajo presentado no Congreso Nacional de Educación

Intercultural celebrado en Aguadulce (España). Recuperado de:
http://www.fundacionfide.org/upload/19/59/matematicas_e_interculturalidad.pdf

Fuentes, C. C. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 155-170. Recuperado de:
<http://www.redalyc.org/pdf/2740/274030901007.pdf>

Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(1), 127-149.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. En Bishop et al. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Giménez, J., Díez Palomar, J., Civil, M. (2007). Exclusión y matemáticas. Elementos que explican la investigación actual en el área. En J. Giménez, J. Díez Palomar, M. Civil (coords.). *Educación matemática y exclusión* (pp. 9-44). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Gómez Alfonso, B. (1988). *Numeración y cálculo*. Madrid: Síntesis.

Gorgorió, N., Prat, M., Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: distancia cultural, normas y negociación. En Goñi, J.M. (coord.). *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Instituto Nacional de Estadística (2014). *Cifras de Población a 1 de enero de 2014. Estadística de Migraciones 2013. Datos Provisionales*. Recuperado de:
<http://www.ine.es/prensa/np854.pdf>.

Jordán, J. A. (1999). El profesorado ante la educación intercultural. En Essomba, M. A. (coord). *Construir la escuela intercultural: reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural* (pp. 65-73). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Moreira, D. (2008). Educação matemática para a sociedade multicultural. En Palhares, P (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 49-65). V. N. Famalicão: Húmus.

Oliveras, M.L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Editorial COMARES.

Oliveras, M.L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En Goñi, J. M. (coord.). *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Oliveras, M.L., Gavarrete, M.E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 339-372. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v15n3/v15n3a5.pdf>

Palhares, P. (2008). A Etnomatemática, um desafio para os nossos dias. En Palhares, P. (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 13-21). V. N. Famalicão: Húmus.

Pires, G (2008). Crianças ciganas e resolução de problemas: motivação para aprender matemática. En Palhares, P (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 107-130). V. N. Famalicão: Húmus.

Planas, N. (2014). Hacia una noción situada de lengua para la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 151-169. Recuperado de: http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat/nuria_planas/files/RL E%202014_Planas.pdf

Punzón, C. (21 de xaneiro de 2015). Galicia pierde en un solo año cerca de 27.00 residentes de entre 15 y 34 años. *La Voz de Galicia*, p. 5.

Rosich, N., López, P. (2007). El valor del contexto de los problemas para la inclusión de los alumnos inmigrantes recién llegados a la ESO. En J. Giménez, J. Diez Palomar, M. Civil (coords.). *Educación matemática y exclusión* (pp. 179-189). Barcelona: Editorial GRAÓ.

Sousa, F., Palhares, P., Sarmiento, M. (2008). Calafates na Baía de Câmara de Lobos. Palhares, P (coord.). *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 159-191). V. N. Famalicão: Húmus.

Suárez, I., Acevedo, M.M., Huertas, C. (2009). Etnomatemática, Educación Matemática e Invidencia. *Revista latinoamericana de Etnomatemática* 2(2), 18-51.

Yu Zhao (productor) e Zhang Yimou (director) (2000). *Ni uno menos* [CD]. España: Columbia Tristar Home Vídeo.

Anexos

Anexo I. Tres entrevistas non incluídas no traballo

Chunjing

Rapaza de 26 anos que traballa como dependenta nun bazar chinés, propiedade da súa familia. Chegou a España con 6 anos procedente de Qingtian, cidade do leste de China, a 5 horas de Shanghai.

Situación 1

Entrevistador: Véndesme 3 pantalóns a 5 euros cada un. Canto che teño que pagar?

Chunjing: 15.

E: E se che dou un billete de 50 € para pagar, canto me devolves?

C: (Rise) 35.

E: Vale. E se che dese 60 €, cantos pantalóns podería comprar?

C: (Di rapidamente) 12.

E: Poderíame explicar como fixeches ese cálculo?

C: Cada pantalón vale 5 €. Entón eu multipliquei 5×10 , que son 50, e despois 5×2 , que son 10. Así que son 12 pantalóns ($10 + 2$).

Explicación: Para calcular cantos pantalóns de 5 € pode vender por 60 €, primeiro descompuxo 60 como $50 + 10$ e calculou cantos pantalóns podía vender por 50 € (10) e por 10 € (2). Resolveu este cálculo a través dun tenteo, multiplicando (5×10 , en lugar de dividir $50 : 5$; e 5×2 , en lugar de dividir $10 : 5$), e sumou os resultados que obtivo ($10 + 2$).

Situación 2

Entrevistador: Se che quero mercar cinco libros a 7 euros e 50 céntimos cada un, canto che tería que pagar?

Chunjing: 37,5 €.

E: Moi ben. Como fixeches esa operación?

C: Primeiro multipliquei $7,5 \times 4$ e obtiven 30. Despois sumeille 7,5 máis.

Explicación: En primeiro lugar, descompuxo 5 como $4+1$; despois, multiplicou $7,5 \times 4$ para que lle dese un número enteiro (30) e a continuación sumoulle $7,5 \times 1$.

Situación 3

Entrevistador: Un dos teus clientes quere mercarche 25 bolígrafos a 2,20 € cada un. Canto che tería que pagar?

Chunjing: (Pensa un pouco) 55, non?

E: Si, correcto. Como chegaches a ese resultado? Como calculaches?

C: Primeiro multipliquei $2,20 \times 10$. Así son 22. O dobre son 44. E por último sumei $2,20 \times 5$, que son 11, a metade do anterior. En total, 55.

Explicación: O primeiro que fixo foi descompoñer 25 como $10+10+5$. Así quedáronlle dúas multiplicacións sinxelas: $2,20 \times 10$ e $2,20 \times 5$. A primeira, cuxo resultado é 22, repítese dúas veces, por iso a multiplicou por dous (como ela di, “o dobre”). A segunda operación realizouna tendo en conta que o resultado sería a metade do acadado na anterior ($22:2$). Por último, suma o resultado desas operacións ($22 \times 2 + 22:2$), obtendo 55.

Situación 4

Entrevistador: No almacén tedes 471 cartolinas de cor vermella e 464 de cor azul. Cantas cartolinas tedes en total?

Chunjing: A ver (pensa). 900... 935.

E: Moi ben. Saberíasme explicar como fixeches para sumar esas cantidades?

C: Primeiro sumei $450+450$, entón teño 900; despois sumei $21+14$, que son 35, e sumeille despois 900.

Explicación: O primeiro que fixo foi atopar un número “redondo” do que partir (900), e para iso descompuxo as cantidades 471 como $450+21$ e 464 como $450+14$. Acabou sumándolle a esta cantidade $21+14$, isto é, 35.

Lei (1)

Rapaz de 21 anos chegado a España con tan só 13. Natural de Qingtian. Está empregado no negocio da familia de Chunjing. Aínda que fixo a ESO en España, recoñece que non se preocupou demasiado polos estudos. Adaptouse sen problemas ao sistema español e “esqueceu” a formación que traía de China.

Lei non ten –ou non soubo explicar- outras estratexias de cálculo mental que non sexa representar mentalmente o algoritmo e resolvelo do mesmo xeito que o faría por escrito. Porén, recoñeceu que “é máis fácil facelo mentalmente que por escrito”.

Cando chegou ao instituto representaban a división dunha forma distinta a como el a facía. Aínda que os profesores non lle pediron que cambiase a súa forma de representala, el si se viu “obrigado” por cuestións de integración; “a xente usaba esa forma, entón eu tamén”, pese a que, segundo recoñece, resultáballe máis fácil e máis rápido facelo coa representación chinesa.

Xu

Cando se lle explicou o traballo que se estaba a realizar coa comunidade chinesa e se podería responder unhas preguntas, este rapaz de 30 anos respondeu, sorprendentemente, que “si, pero eu son de aquí”, o que amosa que se sinte completamente integrado. Non obstante, chegou a España con 10 anos procedente de Zhejiang. Aquí rematou a Educación Primaria e a ESO e agora traballa como dependente dun bazar chinés. Respondía ríndose cando se lle presentaban os problemas introdutorios, os máis sinxelos.

Situación 1

Entrevistador: Quero mercarche 5 libros a 7,5 € cada un. Canto che teño que pagar?

Xu: 37,5.

E: E como fixeches o cálculo?

X: Primeiro multipliquei 5x7 e despois 5x0,5.

E: E se che dese un billete de 50 € para pagar, canto me devolverías?

X: 12,5.

E: Explicásmo?

X: Sumo primeiro 2,5 para chegar a 40 ($37,5+2,5$) e despois 10 para chegar a 50 ($40+10$).

Explicación: Primeiro descompuxo 7,5 como $7+0,5$, multiplicou cada un dos sumandos por 5 e sumou os produtos, aplicando a propiedade distributiva da multiplicación. Para calcular o que devolverme, restou sumando ao subtraendo, 37,5, o que lle faltaba para acadar o valor do conxunto, 50.

Situación 2

Entrevistador: Un dos teus clientes quere mercar 25 bolígrafos a 2,20 € cada un. Canto che tería que pagar?

Xu: (Pensa un pouco) 55?

E: Si, perfecto. Como fixeches o cálculo?

X: Primeiro multipliquei 25×2 e despois $25 \times 0,20$, e así deume 50 e 5, en total, 55.

E: Explicame un pouco máis. Como fixeches $25 \times 0,2$?

X: Pois como 25×2 eran 50, o único que fixen foi “poñer” o punto que hai en 0,2 (é dicir, 5,0).

E: E cantos bolígrafos podería mercar se che dera un billete de 20 euros e dúas moedas de 2 euros?

X: Eh... 10.

E: Como calculaches?

X: Dásme 24 euros non? Se cada bolígrafo vale 2,20 € solo podes mercar 10 e sobran dous euros. Porque $2,20 \times 10$ son 22 euros.

Explicación: En primeiro lugar, descompuxo 2,20 como $2+0,20$ e despois, aplicando a propiedade distributiva, multiplicou ambos sumandos por 25 e sumou os resultados. Para facer $25 \times 0,2$, tomou como referencia o resultado obtido anteriormente de 25×2 (50) e, como 0,2 é o mesmo que $2:10$, dividiu o resultado entre 10 ($50:10$) desprazando a coma un lugar.

O último cálculo fíxoo por tanteo: en lugar de dividir $24:2,20$, buscou un número para multiplicar polo que vale cada bolígrafo (2,20) para que o resultado desa multiplicación se aproximara o máximo posible a 24.

Situación 3

Entrevistador: No almacén tedes 267 cartolinas de cor vermella e 328 de cor azul. Cantas cartolinas hai en total?

Xu: (Pensa un pouco) 595.

E: Correcto. Explícasme como fixeches a suma?

X: Empecei sumando $2+3$, despois $6+2$ e por último $7+8$.

E: Si, pero $7+8$ son 15...

X: Si, cando cheguei á última cifra, volví para atrás e engadí 1 a $6+2$.

E: Vale. E se desas 267 cartolinas vermellas che merco 49, cantas cartolinas che quedarían?

X: Eh... 218.

E: Que rápido. Como fixeches esa resta?

X: Primeiro restei $67-50$ porque redondeei 49 a 50, deume 17, sumeille 1 máis e despois engadí os 200.

E: Vale. E se cada unha das 595 cartolinas valeran 60 céntimos, canto che tería que pagar?

X: (Pensa un momento) Poderíase facer de tres formas distintas.

E: Explícate.

X: Si, primeiro poderíamos facer $935:2$, e iso sería o que valerían se custan 50 céntimos. Pero como valen 60, pois temos que multiplicar despois $935 \times 0,10$, que sería o total das cartolinas polos 10 céntimos que nos “deixamos” antes. E despois sumamos. (Pensa durante un rato) Daría 561 euros.

E: Moi ben. E a segunda forma?

X: Outra forma de facelo sería “redondeando” 935 a 900. Entón sería multiplicar $900 \times 0,6$ e despois sumar o que nos falta, $35 \times 0,6$. E aínda podería facerse dunha terceira forma: agora redondearíamos 935 a 950, e quedaría $950 \times 0,6$ menos $15 \times 0,6$. Das tres formas daría o mesmo: 561.

E: Perfecto, está moi ben. Como fixeches as multiplicacións por 0,6?

X: Pois multipliquei, por exemplo, 950×6 e despois “movín” a coma un lugar. Fixen o mesmo cos outros.

Explicación: Na primeira parte do cálculo, representou mentalmente o algoritmo da suma e fíxoo de esquerda a dereita.

Para facer a resta, descompuxo o primeiro número como $200+67$ e deixou á marxe as 2 centenas, pois non se ían ver afectadas na resta. Despois, redondeou 49 a 50 (que son $49+1$), restou $67-50$ (máis doado de restar), e sumou a unidade que engadira para redondear ($+1$), obtendo 18. Por último, só tivo que sumar ao resultado as 2 centenas que deixara ao marxe ($200+18$).

Para achar o valor das cartolinas, foi capaz de advertir tres estratexias diferentes: na primeira, descompuxo os 60 céntimos en $5+10$, multiplicou cada un destes sumandos polo número de cartolinas –deuse conta de que 50 céntimos é a metade do euro e dividiu entre dous o número de cartolinas- e sumou os resultados. Na segunda estratexia, en lugar de dividir os 60 céntimos, descompuxo as cartolinas, 935 en $900+35$, porque así é máis doado multiplicalas por 0,6. Na terceira tamén redondeou o número: sumou $935+15$ para obter un número máis fácil de multiplicar (950) por 0,6. Despois tivo que restarlle ao produto desa multiplicación $15 \times 0,6$ para obter o resultado final.

Anexo II. Resultados e estratexias empregadas polos estudantes do Grao en Mestre/a de Educación Primaria nos problemas de cálculo mental

Situación 1: Con 60€, cantos pantalóns podería comprar?

- Lois (21 anos): multiplicou 5×10 e sumou 5 dúas veces. Resolveuno por aproximación.
- Xoel (22 anos): foi multiplicando 5 por algún número ata chegar a 60. Resolveuno por tenteo.
- María F. (23 anos): contou de cinco en cinco ata chegar a 60 coa axuda dos dedos.
- Lorena (21 anos): sabendo que 3 pantalóns valen 15 euros e ten 60 para gastar (15×4), multiplicou 3×4 .
- Lucía B. (21 anos): como a táboa do 5 non chega a 60, dividiuno ao medio, obtivo 30, e este dividiuno entre 5. E deulle 6. Despois multiplicou por 2 este resultado e obtivo 12.

- Martín (22 anos): descompuxo 60 como 6×10 e, sabendo que con 10 euros pode comprar dous, multiplicou 6×2 .
- María N. (21 anos): dun xeito similar ao que fixo Lucía B., descompuxo 60 como 30×2 e calculou cantos podía comprar con 30, e obtivo 6. Logo sumou $6 + 6$ (o dobre, que se “deixou” antes) e deulle 12.
- Marta (21 anos): o mesmo que María N.
- Lucía V. (21 anos): representou mentalmente o algoritmo básico de lapis e papel para a división.
- Nerea (22 anos): igual que Lois, multiplicou 5×10 e sumou 5 dúas veces. Resolveuno por aproximación.

Situación 2: Dos 50 metros de tela que mercou unha modista, o 75% estaban de rebaixas. Cantos metros de tela NON estaban de rebaixas?

- Lois: 12,5. Resolveuno a través dunha regra de tres ($50 \times 25 / 100$).
- Xoel: multiplicou $50 \times 0,75$ ($75 : 100$) e obtivo 37,5, é dicir, os metros de tela que si estaban de rebaixas. A multiplicación fíxoa imaxinándose o algoritmo para a multiplicación que faríamos con lapis e papel.
- María F.: como o que está de rebaixas é a metade da metade, é dicir, o 25% do total, dividiu 50 entre dous dúas veces, para obter tamén a metade da metade, 12,5.
- Lorena: 12,5. Igual que Lois, realizouno a través dunha regra de tres.
- Martín: identificou o 25% de rebaixas como $\frac{1}{4}$ do total. Entón, dividiu $50 : 4$ e obtivo 12,5.
- María N: o mesmo que Lois e Lorena.
- Marta: primeiro fixo o 50% de 50, que eran 25. Así sabe que son máis de 25 os pantalóns que están de rebaixas. Despois fixo a regra de tres ($50 \times 25 / 100$).
- Lucía V: o mesmo que Lois, Lorena e María N.
- Nerea: Tamén fixo unha regra de tres, pero colocou mal os factores.

Situación 3: Queres mercar cinco libros a sete euros e cincuenta céntimos cada un. Canto terías que pagar?

- Lois: imaxinou mentalmente o algoritmo da multiplicación que representaríamos con lapis e papel, e obtivo 37,5.
- Xoel: fixo o mesmo que Lois.
- María F.: foi sumando de 7 en 7 e esqueceuse do 0,5. Por iso obtivo 35 (7 cinco veces).
- Lorena: descompuxo 7,5 como $7+0,5$. Primeiro multiplicou 7×5 , obtivo 35, e despois agrupou as 5 moedas de 50 céntimos que lle sobrarian (2,5 euros). Sumou e obtivo 37,5.
- Lucía B.: fíxoo sumando porque non é unha cifra coa que se sinta “cómoda” multiplicando: $7,5+7,5=15$; $15+15=30$; $30+7,5=37,5$.
- Martin: multiplicou primeiro $7,5 \times 2$ e obtivo 15 que, segundo el, é un número cómodo. Despois sumou $15+15+7,5$ e obtivo 37,5.
- María N.: igual que Lois e Xoel, imaxinou mentalmente o algoritmo da multiplicación que representaríamos con lapis e papel, e obtivo 37,5
- Marta: equivocouse. Descompuxo 7,5 como $7+0,5$ mal e multiplicou $7 \times 5=35$. Despois, en lugar de multiplicar $0,5 \times 5$, engadiu os decimais ao resultado anterior: 35,5.
- Lucía V: antes de nada, eliminou os decimais multiplicando $7,5 \times 10$, obtendo 75. Despois fixo 75×5 (375) e, por último, dividiu o resultado entre 10 ($375:10$) e obtivo 37,5.
- Nerea: fixo o mesmo que Lois, Xoel e María N.

Situación 4: Para pagarche, douche dous billetes de 20 euros. Canto me devolverías?

- Lois: descompuxo 37,5 como $37+0,5$. Primeiro restou $40-37$ e despois, ao resultado, restoulle 0,5, e obtivo 2,5.
- Xoel: contou desde 37 a 40 e restoulle 0,5 ($3-0,5$), obtendo 2,5.
- Lorena: restou sumando ao subtraendo, 37,5, o que lle faltaba para acadar o valor do conxunto, 40 (de 37,5 a 38 (0,5) e de 38 a 40 (2) e sumou, obtendo 2,5).
- Lucía B.: fixo o mesmo que Lorena.
- Martín: fixo o mesmo que Lorena e Lucía B.

- María N.: fixo o mesmo que Lorena, Lucía B. e Martín.
- Marta: fixo o mesmo que Lorena, Lucía B., Martín e María N.
- Lucía V: fixo o mesmo que Lorena, Lucía B., Martín, María N. e Marta.
- Nerea: igual que Xoel, contou desde 37 a 40 e restoulle 0,5 ($3-0,5$), obtendo 2,5.

Situación 5: queres comprar 25 bolígrafos a 2,20 cada uno. Canto terías que pagar?

- Lois: representa mentalmente o algoritmo da multiplicación de facer con lapis e papel. Obtivo 55.
- Xoel: descompuxo 2,2 como $2+0,2$. Primeiro fixo 25×2 , obtivo 50, e para o decimal multiplicou 25×2 e “correu” dúas comas á esquerda, tendo que movela só un lugar. Así, sumou $50+0,5$ e obtivo un resultado incorrecto, 50,5.
- Lorena: descompuxo 2,2 como $2+0,2$. Despois multiplicou 25×2 e deulle 50; logo, a multiplicación co decimal ($25 \times 0,2$) representouna en 5 grupos de $5 \times 0,2$ (cada un deles vale 1) que, en total, valen 5 euros. Polo tanto, a suma final deulle 55.
- Lucía B.: descompuxo 2,2 como $2+0,2$. Primeiro fixo 25×2 , obtivo 50, e despois eliminou o decimal multiplicando por 100 ($0,2 \times 100 = 20$); logo, multiplicou 50×20 e, por último, dividiu o resultado entre 100 ($500 : 100 = 5$). Sumou ($50+5$) e obtivo 55.
- Martín: descompuxo 2,2 como $2+0,2$. Logo multiplicou 25×2 e despois sumoulle 5 (identificou 0,2 como $1/5$ de 1, así que dividiu $25/5$ para obter 5). Despois sumou $50+5=55$.
- María N.: representou mentalmente o algoritmo da multiplicación que faríamos con lapis e papel, e errou no cálculo: 43,10.
- Marta: descompuxo 2,20 como $2+0,20$. Despois realizou dúas multiplicacións, $25 \times 0,20$ e 25×2 , representando mentalmente o algoritmo de lapis e papel en ambas operacións. Despois sumou e obtivo 55.
- Nerea: igual que María N., representou o algoritmo mentalmente.

Situación 6. Se pagas cun billete de 50 euros e outro de 20, canto che devolverían?

- Lois: descompuxo 55 en $50+5$. Primeiro restou $70-50$ e ao resultado, 20, restoulle 5 ($20-5=15$).
- Xoel: segundo el, ao pagar 55, xa ten “cuberto” o billete de 50. Entón paga os 5 que lle quedan co billete de 20, e devólvenlle 15 ($20-5$).
- Lorena: 15. Pasou de 55 a 60 sumando 5, e despois sumou 10 máis para chegar a 70, obtendo 15 como resultado. Noutras palabras, restou sumando ao subtraendo, 55, o que lle faltaba para acadar o valor do conxunto, 70.
- Lucía B.: coma Xoel, pensa que pagando 55, ten cuberto o billete de 50. Entón paga os 5 que lle quedan co billete de 20, e devólvenlle 15 ($20-5$).
- Martín: fixo o mesmo que Xoel e Lucía B.
- María N.: automaticamente. Non se soubo explicar.
- Marta: fixo o mesmo que Lorena.
- Lucía V: fixo o mesmo que Xoel, Lucía B. e Martín.
- Nerea: fixo o mesmo que Xoel, Lucía B., Martín e Lucía V.

Situación 7: Cantos poderías comprar cun billete de 20 euros e dúas moedas de 2 euros?

- Lois: sabendo que tiña 24 euros, dividiu entre 2,20, pero esqueceuse dos decimais e obtivo 12 ($24:2$).
- Xoel: resolveuno por tenteo: multiplicou por 10 e obtivo 22, o múltiplo de 2,20 menor e máis próximo a 24.
- Lorena: foi sumando 2,20 cinco veces ata chegar a 10 (que en realidade eran 11), multiplicou por dous, é dicir, xa tiña 10 bolígrafos a 20 euros (que en realidade eran 22), e cos catro euros que en teoría lle sobaban compraba outro, en total, 11.
- Lucía B.: igual que Lorena, sumou 2,20 cinco veces, obtivo 11, e repetiu o proceso, ata chegar a 22. Polo tanto, pode mercar 10 bolígrafos por 22 euros, e sóbralle 2 euros.
- Martín: estimou (omitindo o decimal) que custando 2 euros cada bolígrafo pode comprar 12 con 24 euros; entón xa sabía que o resultado ía ser menor

que 12. Despois, por tanteo, viu que 10 bolígrafos custaban 22 euros e co que sobra (2 euros) non podía comprar outro bolígrafo porque lle facían falta 20 céntimos máis.

- María N.: obtivo 11. Foi sumando de 2,20 en 2,20, pero perdeu a conta e non sabía cantas veces sumara.
- Marta: multiplicou ambos números por 10 para que lle quedaran números enteiros (240 e 22) e fixo a división 240:22 representándoa mentalmente, coma no papel.
- Lucía V: fixo o mesmo que Lorena e Lucía B.
- Nerea: tentou canto custaban 10 bolígrafos ($2,20 \times 10$) e obtivo 22 euros. Entón deduciu que cos dous euros que lle sobran non podía mercar máis bolígrafos.

Situación 8: Nun almacén hai 471 cartolinas de cor vermella e 464 de cor azul. Cantas cartolinas hai en total?

- Xoel: imaxinou mentalmente o algoritmo básico para a suma, o que representamos con lapis e papel, e sumou por columnas, de dereita a esquerda. Foise esquecendo dos números.
- Lorena: fixo o mesmo que Xoel. Obtivo 935.
- Lucía B.: empregou o algoritmo para a suma presentado de forma instrumental, isto é, separando centenas, decenas e unidades, e sumándoas entre si: $400+400=800$; $70+60=130$; $4+1=5$. Sumando todo ($800+130+5$) obtivo 935.
- Martín: primeiro buscou un número “redondo”, 900, sumando $450+450$. Despois, a esa cantidade sumoulle o que lle sobrara ($900+21+14$) e obtivo 935.
- María N.: fixo o mesmo que Xoel e Lorena.
- Marta: fixo o mesmo que Xoel, Lorena e María N.
- Lucía V.: fixo o mesmo que Xoel, Lorena, María N. e Marta.
- Nerea: fixo o mesmo que Xoel, Lorena, María N., Marta e Lucía V.

Situación 9: se sacas 55 cartolinas vermellas e 37 azuis, cantas cartolinas de cada cor quedarían no almacén?

- Xoel:

a) Descompuxo 55 como $50+5$ e despois restou ao total, 471, cada un destes sumandos: $471-50=421$, $421-5=416$.

b) Redondeou 464 a 470. E 37 redondeouno a 40. Logo restou $470-40$ e deulle 430. En lugar de restar a diferenza entre os números que sumou para redondear ($6-3=3$) sumouna, entón obtivo 433 ($430+3$) en lugar de 427 ($430-3$).

- Lorena:

a) Apartou as 4 centenas e restou $71-55$ sumando ao subtraendo (55) o que lle faltaba para acadar o valor do minuendo (70), é dicir, 16. Despois recuperou as 4 centenas, que non se viron afectadas na operación, e obtivo 416.

b) Fixo o mesmo que antes: restou $64-37$, obtivo 27, e sumou as 4 centenas: 427.

- Lucía B.: fixo o mesmo que Xoel.

- Martín: fixo o mesmo que Xoel e Lucía B.

- María N.: restou representando mentalmente o algoritmo que fariamos con lapis e papel. Resolveuno de dereita a esquerda. Obtivo 416.

- Marta: fixo o mesmo que María N.

- Lucía V.: fixo o mesmo que María N. e Marta.

- Nerea: fixo o mesmo que Xoel, Lucía B. e Martín.

Situación 10: Se cada unha delas vale 60 céntimos, canto valerían en total?

- Xoel: eliminou o decimal multiplicando $0,60 \times 10$. Despois multiplicou 935×6 imaxinando o algoritmo mentalmente e o resultado desta operación dividiuno entre 10 ($5610:10$). Obtivo 561.

- Lorena: representou mentalmente o algoritmo que fariamos con lapis e papel.

- Lucía B.: fixo o mesmo que Lorena.

- Martín: primeiro calculou canto valerían si valeran 50 céntimos. Identificou estes 0,5 euros como $1/2$ de euro, e por iso dividiu $935:2$ e obtivo 467,5.

Finalmente, identificou 0,1 euros –que lle quedaban- como 1/10 de euro, así que dividiu 935:10, e obtivo 93,5. Despois sumou 467,5+93,5 e obtivo 561.

- María N.: fixo o mesmo que Lorena e Lucía B.
- Marta: igual que Lorena, Lucía B. e María N., representou o algoritmo mentalmente.
- Lucía V.: fixo o mesmo que Lorena, Lucía B., María N. e Marta.
- Nerea: tamén representou mentalmente o algoritmo.

Anexo III. Exemplos de algoritmos que se lle amosaron a Weijie

SUMA

a)

$$\begin{array}{r}
 300 + 60 + 6 \\
 + 100 + 20 + 9 \\
 \hline
 400 + 80 + 15 \\
 \hline
 400 + (80 + 10) + 5 \\
 \hline
 400 + 90 + 5 \\
 \hline
 495
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 366 \\
 + 129 \\
 \hline
 15 \\
 80 \\
 400 \\
 \hline
 495
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 366 \\
 + 129 \\
 \hline
 15 \\
 8 \\
 4 \\
 \hline
 485
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 366 \\
 + 129 \\
 \hline
 4 \\
 8 \\
 15 \\
 \hline
 495
 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r}
 366 \\
 + 129 \\
 \hline
 4(8+1)5
 \end{array}$$

Resta

a)

$$\begin{array}{r} 700 + 30 + 4 \\ - 400 + 90 + 2 \\ \hline 300 - 60 + 2 = 242 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \quad 4 \\ - 4 \quad 9 \quad 2 \\ \hline 3 \quad -6 \quad 2 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \quad 4 \\ - 4 \quad 9 \quad 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 73 \mid 4 \\ - 49 \mid 2 \\ \hline 24 \mid 2 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} 734 \\ - 492 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 734 + 8 \\ - 492 + 8 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 742 \\ - 500 \\ \hline 242 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} 734 \\ - 492 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 6 \quad 13 \quad 4 \\ - 4 \quad 9 \quad 2 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r} 734 \\ - 492 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 734 + 100 \\ - 492 + 100 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 7 \quad 13 \quad 4 \\ - 5 \quad 9 \quad 2 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{r} 734 \\ - 492 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 734 + 10 \\ - 492 + 10 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 744 \\ - 502 \\ \hline 242 \end{array}$$

Multiplicación

a)

$$\begin{array}{r}
 200 + 60 + 8 \\
 \times 4 \\
 \hline
 200 \times 4 + 60 \times 4 + 8 \times 4 \\
 \hline
 800 + 240 + 32 \\
 \hline
 1072
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 268 \quad 268 \quad 268 \\
 \times 4 = \times 2 + \times 2 = 536 + 536 = 1072 \\
 \hline
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 268 \quad \quad \quad 268 \\
 \times 12 = \quad \times 10 + 2 = 268 \times 10 + \\
 \hline
 \end{array}$$

$268 \times 2 = 3216$.

d)

	200 + 60 + 8		
10	200x10	60x10	8x10
+			
2	200x2	60x2	8x2
	2400 + 720 + 96		
	3216		

e)

$$\begin{array}{r}
 268 \quad | \quad 12 \\
 134 \quad | \quad 24 \\
 67 \quad | \quad 48 \\
 33(1) \quad | \quad 96 \\
 16(1) \quad | \quad 192 \\
 8 \quad | \quad 384 \\
 4 \quad | \quad 768 \\
 2 \quad | \quad 1536 \\
 1 \quad | \quad 3072+48+96=3216
 \end{array}$$

