N. 4.

C. R.

Geometria practica

segun el estilo

de

Euclides

dispuesta para los conocimien-
tos militares

y

copiada para la instruccion
de D. Jose Valladares subten.
de Zapadores, y Ayudante
del M. C. y General de Ingen.^os
D. Felipe de Paz.

por el mismo

Indice de lo que contiene este Quaderno

Doctrina	Proposic.s	Pag.s
Trigonometria es plana y esferica .... Lib. 1.º ... Cap. 1.º	0	2
Seno recto es la perpend.r q.e desde una extremidad del arco cae sobre su diam.o q.e pasa p.r la otra extremidad	1	2
Seno verso sagita o absciza es la parte comprend.a entre el seno recto y el arco sobre el diam.o	1	2
Tangente es la perpend.r q.e se levanta al diam.o en la extremidad del arco	1	2
Secante es la recta comprendida entre el centro y la tangente	1	3
Coseno es el seno recto del complem.to	1	3
Cotang.te es la tangente del complem.to	1	3
Dado el Radio hallar el seno de 45.º, 30.º y 18.º	2	4
Dado el seno de un arco hallar el seno del complem.to	3	5
El quadrado del radio es igual al quadrado del seno mas el quadrado del coseno	3	6
Conocido el radio y el coseno se tendra el seno verso	id.	id.
Conocido el seno recto y el seno verso se tiene la cuerda comprendida	id.	id.

Propos. Pagin.

Capitulo 3.o
Dela Resolucion de los Triangulos

Libro Segundo

Dela construccion delas figuras Planas

Libro tercero

Dela Inscripcion y circunscripcion delas figuras planas en el Circulo

Prop. Pag.

Libro quarto

Dela proporcion, aumento, disminucion y transformacion delas figuras planas

Capitulo 1.º

Del modo de aumentar y disminuir las figuras planas en qualquiera razon dada

Capitulo 2.º

Tratado 3.º dela Trigonometria y Geometria Practica

Entre todas las partes dela Matematica lo q.e conduce mas ala instruccion Militar es la Geometria Practica, porloque merece especial atencion; y aunq.e es ameno y delicioso Campo se ceñira esta materia al tiempo determinado en el qual sedaran los problemas convenientes para facilitar las practicas asi sobre el papel como sobre el terreno, dividiendolos en 8.º libros que son los siguientes.

En el prim.º se explicará la fabrica del Canon trigonometrico y Logaritmos con la resolucion de los triangulos rectilineos.

En el 2.º la construccion delas figuras planas

En el 3.º la inscripcion y circunscripcion delas fig.s rectilineas en el Circulo.

En el 4.º su proporcion, aumento, diminucion, y transformacion.

En el 5.º el uso delos Instrumentos mas comunes en la Longimetria, y Altimetria.

En el 6.º la Planimetria o dimension de las Superfic.s

En el 7.º la Estereometria o calculo delos solidos, y finalm.te en el 8.º el Nivelamiento.

Libro prim.º Dela Trigonometria Plana

La Trigonometria es ciencia q̃ averigua los lad.s y angulos de qualq.r triang.º y es en dos man.s: plana y esferica. La Plana resuelve los triang.s rectilin.s; y la esferica los q̃ se forman enla superficie de la esfera con 3 arcos de circulos maximos, y conduce ala inteligencia dela Astronomica.

Capit. 1.º Del Fundamento del Canon Trigonometrico

Definicion 1.a) Seno recto de un arco es la perpend.r que dela una extremidad del arco cae sobre el diam.º que pasa por la otra extremidad: y asi la perpend.r AF q̃ desde el extremo A del arco AB. cae sobre el diam.º EB q̃ pasa por el otro extremo B, es seno recto de dho arco: tambien es seno recto del arco AKE suplemento del arco AB al semicirculo

El radio KC seno recto del Quadrante se llama seno total.

Corolario: El seno recto de un arco es la mitad de la cuerda del arco duplo porq.e siendo CB perpend.r sobre la cuerda AH la dividira por medio y tambien al arco: esto es AF es mitad dela cuerda AH del arco duplo ABH.

Definicion 2.a] Seno verso de un arco llamado tambien ~~[illegible]~~, sagita ò abscisa es laparte del diam.º comprendida entre el seno recto y el arco; y asi BF es seno verso del arco AB, y EF seno verso del arco AKE.

Definicion 3.a) Tangente especial de un arco es la perpend.r que se lebanta al diam.o en la extremidad del arco y se termina en otra recta q.e sale del centro y pasa por la otra extremidad: y asi BX es tangente del arco AB p.r q.e es perpend.r al diam.o EB y se termina por la recta CX q.e sale del centro y pasa por el punto A. Tambien BX es tangente del arco AKE

Definicion 4.a) La recta CX comprendida entre el centro y la Tangente se llama Secante del arco AB, y q.e tambien es secante del arco AKE.

Corolario: El arco de 90.o tiene la tangente infinita como tambien la Secante

Escolio: Lo que se dice del arco AB se entiende del angulo ACB aquien mide; y asi AF es seno recto del angulo ACB y del obtuso ACE suplem.o a 180.o: La recta BX es tangente de dhos ang.s y la CX secante.

Definicion 5.a) Seno segundo de un arco ò Coseno es el seno recto del complemento al quadrante; y asi, siendo BAK quadrante o arco de 90.o y AL perpend.r sobre CK, sera el seno recto del complemento AK o bien seno seg.do del arco AB: y asimismo AF es seno segundo del arco AK.

Tangente segunda es la tangente prim.a del comple m.o al quadrante: y asi KX es la Tangente segunda del arco AB, y CX es la secante segunda del arco AB.

Escolios: 1.o Quando se dice Seno, Tangente, o Secante se entienden las primeras, y no las segundas

2.o Como el seno, tangente, o secante de qualquien angulo agudo es el mismo q.e el del angulo obtuso suplemento a 180.o, basta tener los senos, tangentes, y secantes de los angulos agudos, los quales se hallan en las tablas suponiendo el radio dividido en qualq.a num.o de partes iguales como 10,00000; y a este respecto se halla el valor de senos, tang.s y secan.s p.r las proposicion.s siguientes

Proposicion prima Problema

Dado el radio hallar el Seno de 45°, el de 30°, y el de 18°.

Lo primero supuesto q el radio sea = 10,000000
quadrese y se tendra 100,000000,000000
Cuyo duplo es 200,000000,000000
Y su raiz quadrada 14142135
Cuya mitad es el seno de 45° ..... } .... $7071067\frac{1}{2}$

Demostracion: (figura 2ª). Sea el arco AEB de 90°. tirense los radios CA, CB, y la cuerda AB sobre la qual caiga perpend.r el radio CE q la divideza por medio y tambien al arco, siendo AD el seno de 45° en el triangulo isosceles rectang.o ACB se tiene (Corol. 2° propos. 47 lib. 1° Euclid.) $\overline{AB}^2 = 2\overline{AC}^2$: Luego la cuerda $AB = \sqrt{2\overline{AC}^2}$, cuya mitad dará el valor de AD.

Lo segundo: conocido el radio = 10,000000 se tiene FG cuerda de 60°, y su mitad FH = 5000000, que es el seno de 30°.

Lo tercero: sea MN la cuerda de 36° o bien lado del decagono regular inscripto en el circulo, sobre la qual caiga la perpendicular CR q la dividira por medio igualm.te q al arco, y será MS el seno de 18°.

Preparacion: alarguese MN, y, tirados los radios CM, CN, hagase NT = CN, y tirese CT.

Demostracion: En el triangulo isosceles MCN el angulo C se supone de 36°; luego cada uno de los angulos M, N sobre la base sera de 72°, y por consiguiente el angulo CNT sera de 108°; y, siendo por construccion NT = NC, en el triangulo isosceles CNT cada uno de los angulos sobre la base sera de 36°: luego el angulo total MCT es de 72°, y q los triangulos CMN, y CMT son semejantes, y proporcionales MT : MC :: MC : MN. Esto supuesto sea NT = MC = a

y $MN = x$; sera $MT = x + a$, y la proporcion $x + a : a ::$
$:: a : x$: Luego (lema 1.º lib. 5.º) $x^2 + ax = a^2$, y añadiendo a
ambas partes $\frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$ se tendrá (axioma 2.º) $x^2 + ax + \frac{a^2}{4} =$
$= a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$ y sacando la raiz quadrada sera: $x + \frac{a}{2} = \sqrt[2]{\frac{5a^2}{4}}$
Luego $x = \sqrt[2]{\frac{5a^2}{4}} - \frac{a}{2}$

Quiere decir esta expresion q.e se quadre el radio, q.e su quadrado se multiplique por 5, que el producto se parta por 4 q.e del cociente se saque la raiz quadrada, que de esta se reste la mitad del radio, y la diferencia sera el valor de MN cuya mitad MS es el seno de 18.º, como parece en el siguiente calculo.

Sea $A =$ 10,000000
sera $A^2 =$ 100000000000000
$5a^2 =$ 500000000000000
$\frac{5a^2}{4} =$ 125000000000000
Raiz quad.a de $5a^2 =$ 11180339
Restese la mitad de $a = \frac{a}{2} =$ 5.000000
y sera $\sqrt[2]{\frac{5a^2}{4}} - \frac{a}{2} =$ 6.180339
Cuya mitad sera $MS =$ .. 3.090169 $\frac{1}{2}$

Proposicion 2.ª Problema

Dado el seno de un arco hallar el seno del complem.º al quadrante ——————— fig. 3.ª

En el quadrante BL sea conocido AD seno del arco AB: pidese el valor de AF seno seno del complem.º AL.

Resolucion: Del quadrado del radio AC restese el quadrado de AD, y sacando la raiz quadrada del residuo se tendrá el valor de CD, o de su igual AF.

Demostracion: En el triangulo rectangulo ADC se tiene (pp. 47 lib. 1.º) $\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2$, y quitando de ambas partes $\overline{AD}^2$, sera $\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{DC}^2$ y por consiguiente $\sqrt[2]{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2} =$

$= DC = AF$.

Corolarios: 1º: El quadrado del radio es igual al quadrado del seno recto mas al quadrado del seno del complemento de qualqr. arco

2º Conocido el radio BC y el seno segundo CD se tendra el seno verso BD, porque $BC - DC = BD$.

3º Conocido el seno recto AD y el seno verso BD se tiene la Cuerda AB, porque $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2$, y por consiguiente $AB = \sqrt[2]{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2}$

Proposicion 3.ª Problema

Dado el seno (fig. 4.ª) LH del arco LAB hallar LE seno del arco LA mitad del arco LAB.

Resolucion: Por la proposicion antecendente conocido el seno recto LH se tendrá el seno segundo HC; (por el Cor. 2º) resultará BH, y por el 3º se tendrá la Cuerda BL cuya mitad dará el seno LE qe. se pide

Proposicion 4.ª Problema

Dado el seno LE (fig. 4.ª) del arco LA hallar el seno LH del arco LAB duplo de LA.

Resolucion: Lo primero, conocido el seno recto LE se tendrá el seno segundo EC (pp. 2.ª) y tambien conocido LE se tendrá su duplo LB.

Lo segundo: alas tres rectas CB, CE, y BL hallese la quarta proporcional LH.

Demostracion: Los triangulos CBE, BLH son rectang.s en E y H y tienen el angulo B comun: luego son semejantes y proporc.s $CB : CE :: BL : LH$.

Proposicion 5.ª Problema

Dados los senos LD y AE de los arcos LA, AB hallar el seno del agregado de otros arcos. (fig. 5.ª).

Resolucion: Tirada DF paralela a AE y DG paralela a FH se hallaran los senos segundos EC y DC, y alas tres rectas AC, AE, y CD se halla la quarta proporcional DF = GH: tambien alas tres rectas CA, CE, y DL hallese la qta ppl LS que añadida a SH, dará el seno LH q̃ se busca

Demostracion: Por razon delas paralelas AE y DF los triangulos AEC, DFC son semejantes y pps CA: AE :: CD: DF = H = HS. Tambien si delos angulos rectos LDC, SDF se quita el comun SDC quedará el angulo x = z = A, Luego los triang. AEC, LDF rectangulos en E y S son semejantes, y son ppl AC: CE :: DL: LS q̃ añadido a SH dará el seno LH q̃ se pide.

Proposicion 6.ª Problema

Dado el seno (fig. 6.ª) AE del arco AB y el seno LH del arco LAB, hallar LD seno del arco LA diferencia delos arcos LAB, y AB.

Resolucion: Lo primero conocidos los senos LH, y AE se tendran los segundos CH y CE: Lo segundo: alas tres rectas CE, EA, CH hallar la qta ppl HK q̃ restada de LH dara LK; y alas tres rectas AC, CE, y LK hallese la qta ppl LD q̃ es el seno q̃ se pide

Demostracion: Por razon dela paralelas AE, KH, los triang. AEC, KHC son semejantes y pps CE: EA :: CH: HK siendo tambien semejantes los triangulos LDK, KHC q̃ tienen los ang. en K verticalm.te opuestos iguales, y los ang.s en D y H rectos, los triang.s AEC, LDK seran semejantes entre si y ppl AC: EC :: LK: LD.

Proposicion 7.ª Problema

Dados los Senos (fig. 7.ª) AE, DF de los arcos AB, DAB, cuya diferencia no sea mayor de 45' hallar LH seno del arco intermedio LAB.

Resolucion: Restese el seno menor AE del mayor DF y se tendrá la diferencia DS, y reduciendo a minutos el arco AD como tambien AL sera la proporcion: como los minutos del arco AD a los minutos del arco AL asi la diferencia de los senos DS a un quarto pp.l LR. que añadido al seno AE = RH se tendra conocido LH.

Demostracion: Supuesto que el arco AD es tan pequeño q. no pasa de los 45' se puede tomar p.r linea recta, y en los triang.s semejantes ALR, ADS seran pp.s AD : DS :: AL : LR.

Escolio: Por las seis proposiciones antecedentes se hallaran 120 senos q. puestos en orden se exceden uno a otro en 45', y por el problema este se hallaran todos los demas.

Proposicion 8.a Problema

Dado el seno recto (fig. 8.a) AF del arco AB, y FC su seno segundo hallar la tangente Bt, y la secante Ct.

Resolucion: A las tres rectas CF, FA, CB, hallese la quarta pp.l Bt q. será la tangente: tambien a las dos rectas CF, CB hallese la 3.a pp.l Ct y sera esta la secante.

Demostracion: En los triang.s semejantes CFA, CBt son pp.s lo 1.o CF : FA :: CB : Bt y lo segundo CF : CB = CA :: CA : Ct.

Corolarios: 1.o La tangente del arco de 45.o es igual al radio, p.r que si en el triang.o tBC, rectangulo en B el angulo C fuere de 45.o, tambien lo será el angulo t, y (prop. 6. lib. 1.o) CB = Bt; La tangente de un arco mayor de 45.o es mayor q. el radio, y si el arco es menor de 45.o la tangente será menor.

2.º El Radio es medio prop.l entre el seno segundo de un arco y la secante prim.a

Escolio: Por esta proposicion conocidos los senos se hallaran las tangentes y secantes de todos los arcos del Quadrante

Capitulo 2.º

Dela Naturaleza y uso delos Logaritmos

Definicion 6.a

Logaritmos son unos num.s artificiales en progresion Aritmetica q.e corresponden a otros num.s naturales o absolutos en progresion Geometrica: La voz Logaritmos se compone de la diccion logos q.e significa razon o relacion; y aritmos q.e significa num.s, desuerte q.e son unos num.s q.e tienen relacion a otro

Escolio 1.º Fueron introducidos los Logaritmos con el canon trigonometrico el año de 1614 p.r D.n Juan Nepero caballero Escoces para facilitar los calculos, pues como consta de la naturaleza de las progresiones aritmetica y Geom.a las operaciones tienen la correspondecia siguiente

En la Geometria	En la Aritmetica
El multiplicar corresponde al....	Sumar
el partir.......... al	Restar
El Quadrar al ------	doblar
el Cubicar al ------	triplicar

(10) El sacar la raiz quadr.ª al tomar la mitad
y el sacar la raiz cubica al tomar el tercio
De suerte que, habiendo de buscar un quarto
proporcional a tres num.s dados en progresion
geometrica, usando de los Logaritmos, se buscará
el quarto aritm.º q. corresponde al quarto Geomet.

Progresion Geometrica	Logaritmos
1	3
2	5
4	7
8	9
16	11
32	13
64	15
128	17
256	19

Exemplo: A los tres num.s dados 4, 8, 32 de la Progresion Geometrica se pide un quarto ppl.: sumense los Logaritmos correspondientes a 8 y 32 q. son 9 y 13: de la suma 22 restese 7 q. corresponde a 4 y se tendrá 15 q. es el Logaritmo de 64 y se dirá q. son ppp. 4 : 8 :: 32 : 64.

Exemplo 2.º Se pide la raiz quadrada de 64; a su Logaritmo 15 añadase el de la unidad que es 3 y se tendrá 18, cuya mitad 9 corresponde a 8 raiz quadrada de 64: la razon es p.r q. la unidad, la raiz, y el quadrado son tres cantidades geometricam.te ppp. esto es ∺ 1 . 8 . 64, y los Logaritmos 3, 9, 15 son tamb.n aritmet.e ppp.

Escolio 2.º: Qualquiera progresion aritmet.ª puede servir de Logaritmos a otra Geomet.ª pero no todas tienen las utilidades q. la siguiente:

1	0.0000000
10	1.0000000
100	2.0000000
1000	3.0000000
10000	4.0000000
100000	5.0000000
1000000	6.0000000
10000000	7.0000000
100000000	8.0000000
1000000000	9.0000000
10000000000	10.0000000

Lo primero porque la unidad ni multiplicada aumenta ni partida disminuye, luego el Logaritmo de la unidad debe ser o, porq. ni sumada aumenta ni restada disminuye.
Lo 2.o porq. para hallar el producto de los num.s basta sumar sus Logaritmos, pues, siendo ppp.s la unidad al multiplicando, como el multiplicador al producto para hallar el quarto term.o ppl se han de sumar los logaritmos del segundo y 3.o y de la suma restar el Logaritmo del prim.o que es la unidad, luego siendo dicho Logaritmo o, bastará sumar los logaritmos del multiplicando y multiplicador: asimismo pa. sacar la raiz quadrada bastará tomar la mitad del logaritmo p.r q.e siendo Geometricam.te ppp.s la unidad la raiz y el quadrado de la suma delos logaritmos del 1.o y 3.o se hade sacar la mitad q.e será el dela raiz; luego, siendo el logaritmo del 1.o o, bastará sacar la mitad del logaritmo del quadrado

Escoli. 3.o Las tablas ordinarias contienen los logaritmos delos num.s naturales o absolutos desde 1 hasta 10000, pero entre ellos solo los logaritmos de 1, 10, 100, 1000, 10000 son terminos dela progresion anteciente aritmetica, y para hallar los Logaritmos que corresponden alos num.^s intermedios entre 1 y 10 entre 10 y 100 &. se buscaran prim.^o los logaritmos de los num.^s primos 2, 3, 5, 7 & lo que se hizo de este modo: para hallar el logaritmo del num.^o 2.^o que esta entre uno y 10 se añadieron aladcho de uno y otro num.^o igual cantidad de ceros, y se buscaron muchos medio geometricos entre el proximo mayor y menor hasta hallar sensiblem.^te el num.^o 2.^o con igual cantidad de ceros añadidos: asimismo se buscaron otros tantos medios aritmeticos entre el Logaritmo de la unidad y de 10 y se hallo ser proximam.^te 0,3010300 el logaritmo de dos: a este modo se hallaron los Logaritmos de los num.^s primos: sumando el Logaritmo de 2 con el de 3 se encontró el de 6: sumando el de 2 con el de 4 se halló el de 8 &.

Corolario: El Logaritmo de qualquier fraccion es negativo; porque siendo el Logaritmo de 1=0 sera el de qualquier fraccion <0.

Definicion 7.^a La primera nota delaidquie en qualquier Logaritmo separada con un punto, se llama caracteristica q.^e indica la cantidad de notas del num.^o aquien corresponde mas una; de suerte q.^e si la caracteristica es 3 seran 4 las notas, si 5, 6 y si 10, 11.

Exemplo: En el Logaritmo 3,7542759 la caracteristica indica q.^e el num.^o aquien corresponde dho logaritmo del radio q.^e es 10,0000000, correspon de al radio natural 1000,0000000.

Escolio: Despues delas tablas de los Senos se hallan los Logaritmos con los num.^s absolutos naturales aquien corresponden desde uno hasta 10000 en las tablas ordinarias q.^e son suficientes para el uso comun, aunq.^e otros las extienden hasta

100000, y estan dispuestas de tal modo q.e ala izquierda se halla el num.o natural, y ala dra su Logaritmo: el uso dela tabla logaritmica se comprende en los problemas siguientes.

Proposicion 9 Problema

Dado un quebrado $\frac{3}{10}$ hallar su Logaritmo.

Resolucion: Busquese en la tabla el logaritmo de 3 q.e es 0,4771212; busquese tambien el de 10 q.e es 1,0000000, restese este del primero, y la diferencia 0,5228788 es el logaritmo del quebrado $\frac{3}{10}$.

3.....	0,4771212
10.....	1,0000000
$\frac{3}{10}$.....	0,5228788

Demostracion: Siendo el denominador al numerador como la unidad al quebrado esto es 10 : 3 :: 1 : $\frac{3}{10}$, si de la suma de los logaritmos de 3 y de 1 se resta el de 10 se tendrá el de $\frac{3}{10}$

Proposicion 10 Problema

Dado un Logaritmo negativo como 0,5228788, hallar el quebrado que le corresponde

Resolucion: Elijase por denominador qualquiera n.o como 10 cuyo logaritmo es, 1,0000000, este restese con el dado y se tendrá, 0,4771212 cuyo Logaritmo buscado en la tabla corresponde al num.o 3, y el quebrado $\frac{3}{10}$ es el q.e se busca. Esta proposicion es inversa de la antecedente y se funda en q.e son pp.s la unidad ala fraccion como el denominador al numerador

Proposicion 11 Problema

Dado un entero y quebrado como $47\frac{12}{100}$ hallar su logaritmo.

Resolucion: Reducirase el entero ala especie de su quebrado, y se tendrá $\frac{4712}{100}$: busquese en la tabla el logaritmo de 4712; 3,6732053, y tambien el Logaritmo de 100; 2,0000000, restese este del prim.o y la diferencia

1, 6732053 es el logaritmo q̃ se busca: Consta del Problema 9º

Proposicion 12 Problema

Dado un logaritmo 1,6732053 q̃ no esta en la tabla y no excede al mayor de ella hallar el entero y quebrado a quien corresponde.

Resolucion: Busquese en la tabla el logaritmo proximo menor q̃ es 1,6720989 a quien corresponde 47, busquese tambien el proximo mayor q̃ es 1,6812412, notese la diferencia 91433 y asi mismo la diferencia entre el logaritmo proximo menor y el dado q̃ es 11074; eligase pʳ denominador qualq.ª num.º v.g. 100, y a las 3 cantidades 91433, 11074, 100, hallese el 4º ppˡ. 12 q̃ sera el numerador y por consiguiente se tendrá el quebrado $\frac{12}{100}$ q̃ junto con el entero 47 sera $47\frac{12}{100}$.

De otro modo: busquese en las tablas el logaritmo dado como si la caracteristica fuese 3 y se hallará q̃ corresponde al nº 4712 y porq.ᵉ la caracteristica tiene dos unid.ˢ menos, se quitaran las 2 ultimas notas de la dña y se pondran como numerador de una fraccion cuyo denominador es la unidad con tantos ceros como notas se quitaron y se tendrá $47\frac{12}{100}$.

Escolio: Si el logaritmo dado fuese 2,6732053 seria el mismo a quien corresponde $471\frac{2}{10}$; si fuese 0,6732053, seria el num.º q̃ se busca $4\frac{712}{1000}$.

Proposicion 13 Problema

Dado un num.º 9664616 mayor q̃ el ultimo de la tabla hallar su logaritmo

Resolucion: Partase el num.º dado por otro qualquiera como 1000 de suerte q̃ el cociente $9664\frac{616}{1000}$ sea menor q̃ el ultimo de la tabla; busquese el logaritmo de 9664 que es, 3,9851569, escribase el proximo mayor 3,9852018 y la diferencia entre los dos q̃ es 449; formese una regla de tres simple diciendo 1000 : 616 :: 449 : 277 q.e añadido al logaritmo menor 3,9851569 se tendrá 3,9851846, y añadido el logaritmo de 1000 q.e es 3,0000000, la suma 6,9851846 dara el logaritmo del num.o propuesto 9664616.

Escolio: Siendo el n.o dado el producto de dos nros como 9782, y 988 se buscaran sus logaritmos q.e son 3,9904277, y 2,9947569 cuya suma 6,9851846 dara el logaritmo q.e se pide

Proposicion 14 Problema

Dado un logaritmo 6,9851846 mayor q.e el ultimo dela tabla hallar el n.o aquien corresponde

Resolucion: Del logaritmo dado restese el de 1000 q.e es 3,0000000, de suerte q.e la diferencia 3,9851846, sea menor q.e el ultimo dela tabla eligiendo p.r denomin.r 1000 n.o del logaritmo restado y p.r el problema 12 se hallará q.e corresponde á $9664\frac{616}{1000}$, q.e multiplicando el entero p.r el denominador y añadiendo el numerador se tendra 9664616, q.e es el n.o q.e se busca

Escolios: 1.o Quando en las tablas ordinarias se contienen solo los logaritmos se hallaran p.r este problema los senos y tangentes naturales. Los logaritmos de las secantes se omiten p.r q.e sin ellos se resuelven todos los casos de qualq.r triang.o

2.o Las tablas ordinarias suelen contener solo los senos y tangentes de los minutos de cada grado pero no de los segundos y asi p.a hallarlos se hará de este modo.

Exemplo: Pidese el Seno de un arco de 19.o 13' y 8'' hallese el seno de 19.o 13' q.e es de 9,5173824, tomese el seno immediato siguiente q.e es 9,5177447, restese el menor del mayor y se tendrá la diferencia 3623, y hagase la proporcion si 60'' (q.e componen un minuto) dan 3623, q.e daran 8''; hecha la regla se halla 483 cuyo cociente se añade al logaritmo prim.o y se tendra

9,5174307 p.t el logaritmo del seno de un arco de 19.° 13.' y 8".

Si dado un logaritmo como 9,5174307 se quisiere saber los grados, minutos y segundos aq.e corresponde se buscará en la tabla el logaritmo del seno proximo menor q.e es 9,5173824 seno logaritmico de 19.° y 13.', busquese tambien el seno proximo mayor 9,5177447, hallese la diferencia entre el mayor y el menor q.e es 3623 y la diferencia entre el menor y el dado q.e es 483, y hagase la proporcion, como la diferencia entre el mayor y el menor = 3623 a la diferencia entre el menor y el dado 483, asi 60" a un quarto pp.l = 8" q.e añadidos al arco menor se tendrán 19.° 13.' y 8" q.e corresponden al logaritmo dado: Lo mismo se entiende de las tangentes logaritmicas.

Definicion 8.a Complemento logaritmico es la diferencia de qualquier logaritmo al radio; y asi, restando del logaritmo del radio 10,0000000 el logaritmo 3,4708560, la diferencia 6,5291440 será el complemento logaritmico

Quando el logaritmo dado es mayor q.e el radio como sucede en las tangentes de 45.° hasta 90.° se tomará la diferencia al duplo radio, y asi para hallar el complemento logaritmico de 10,5228856 se restará el duplo radio 20,0000000, y la diferencia 9,8771144 es el complemento logaritmico

Escolio: El complemento logaritmico se halla con mucha facilidad sin escribir el radio ni el logaritmo, tomando la diferencia q.e hay de cada nota de este hasta 9 empezando por la caracteristica, y en la ultima nota significativa se toma la diferencia hasta 10.

Exemplo: Se pide el complem.to logarit.mo de 2,9965117: digase de 2 a 9 van 7 de 9 a 9, 0, de 6 a 9, 3; de 5 a 9, 4; de 1 a 9, 8; de 1 a 9, 8; y en la ultima nota de 7 a 10, 3; cuya practica es la misma q.e la antecedente; porq.^e la suma del Logaritmo y su complem.^to compone el radio 10,0000000.

Proposicion 15 Problema

A 3 num.^s dados hallar un 4.º pp.^l y sean 992, 496, 744

Resolucion

992	2,9965117
496	2,6954817
744	2,8715729
Suma	5,5670546
372	2,5705429

Sumense los logaritmos delos terminos 2.º y 3.º y dela suma restese el logaritmo del 1.º y se tendrá 2,5705429 cuyo logaritmo buscado enla tabla corresponde a 372

Escolio: Si en Lugar del logaritmo del primer termino se escribe su complem.^to logaritmico, se sumaran los tres logaritmos, y de la caracteristica de la suma quitando 10 resto se tendrá el logaritmo del termino q.^e se pide

Exemplo

Siempre q.^e se haga la regla de proporcion se usará del complemento logaritmico notandolo con las letras iniciales C. L.

992	C. L.	7,0034883
496		2,6954817
744		2,8715729
372		2,5705429

Proposicion 16 Problema

A 2 num.^s dados 992 y 496 hallar y 3.º pp.^l

Resolucion

496	2,6954817
duplo	5,3909634
992	2,9965117
248	2,3944517

Del duplo logaritmico de 496 se restará el Logaritmo de 992 y se tendrá 2,3944517 q.^e corresponde a 248 p.^r el num.^o q.^e se pide: la razon es p.^r q.^e lo mismo es quadrar 496 q.^e doblar su Logaritmo; y lo mismo es partir el quadrado p.^r 992 q.^e restar su Logaritmo.

Proposicion 17 Problema

Entre dos num.s dados hallar quantos medios geome-tricos se quisieren.

Resolucion

992	2,9965117
124	2,0934217
Diferencia	0,9030900
tercio	0,3010300
248	2,3944517
496	2,6954817

Restese del logaritmo mayor el menor y la diferencia partase por 2 si se pide un medio, por 3 si se piden dos &, añadase el cociente al logaritmo menor y se tendra el logaritmo del primer medio; y añadiendo este mismo cociente a este logaritmo se tendra el 3.o &c.

Exemplo: Si se piden dos medios entre 124 y 992 se restaran sus logaritmos y la diferencia sera 0,9030900, la q.l se partira p.r 3 (por q.e se piden 2 medios) y el cociente se añadira al logaritmo de 124 y se tendra 2,3944517 q.e corresponde a 248 p.r el medio prim.o; añadase el mismo cociente y resultara 2,6954817 q.e corresponde a 496 p.r el medio seg.do y seran cont.e pp.s 124 : 248 :: 496 : 992.

De otro modo:

124	2,0934217	
duplo	4,1868434	
992	2,9905117	
Suma	7,1833551	
tercio	2,3944517	corresponde a 248
992	2,9965117	
duplo	5,9930234	
124	2,0934217	
Suma	8,0864451	
tercio	2,6954817	corresponde a 496.

Al duplo logaritmico del prim.o añadase el logaritmo del ultimo y el tercio de la suma sera el logaritmo del primer medio

Demostracion

Sea 124 = a, 992 = b sera el formulario de los 2 medios a. $\sqrt[3]{a^2 b}$. $\sqrt[3]{ab^2}$. b, y por q.e el quadrado a se ha de multiplicar por b y del producto sacar la raiz cubica p.a tener el primer medio, usan-

do de los logaritmos se sumará el duplo logaritmo de
a con el logaritmo de b y de la suma se sacará el 3º:
Para el 2º medio se hará la operacion del termino co-
rrespondiente del formulario.

Capitulo 3.

Dela Resolucion delos triangulos

Para resolver qualquier triangº rectilineo se
han de dar conocidas tres cosas q.e son dos lados y un angº
dos ang.s y un lado, o bien los tres lados con lo qual se
hallaran los angulos o lados q.e se ignoran formando u-
na regla de proporcion como se verá en los problemas
siguientes.

Proposicion 18 Teorema

En qualquier triangº (fig. 9) rectangº ABC lo primero
si la hipotenusa CA se toma como radio será el lado
AB seno del angº opuesto C y el lado BC su seno se-
gundo o bien seno del angº A.

Lo segundo (fig. 10) si qualquiera lado como CB se to-
ma como radio será el otro lado AB tangente del an-
gulo opuesto y la hipotenusa CA secante

Lo 3º (fig. 11) si el lado AB se toma como radio será
el otro lado BC tangente del angulo A. Consta delas
definiciones delos senos tang.s y secantes

Escolio: En esta proposicion se funda la resolucion
del triangº rectangulo como se verá en los siguientes
casos en los quales siempre q.e la hipotenusa entra en la
proporcion, o como dada o como buscada, la analogia
se hará de seno a seno, pero si no entra la hipotenu-
sa en la proporcion se hará esta de tangente a
tangente

Caso 1.º fig.ª 12. En el triang.º ABC rectang.º en B dada la hipotenusa AC = 3250 y el lado AB = = 1950 hallar el ang.º C.

Proporcion | Logaritmos

Como la hipot.ª AC = 325.... C.L.	6,4881166
al radio	10,0000000
Asi el lado AB = 1950	3,2900346
al seno del ang.º C = 36º y 52'	9,7781512

Sumados los tres Logaritmos y restando 10 de la caracteristica por el complem.º Logaritmico del primer termino, se hallara 9,7781512, cuyo Logaritmo buscado en la tabla corresponde proximamente a 36º y 52' valor del ang.º C.

Demostracion: Considerese CR el radio de las tablas, y RS el seno del angulo C, y en los triang.s semejantes CBA, CSR son pp.s CA : CR :: AB : RS.

Caso 2.º fig.ª 13. En el mismo triang.º dada la hipotenusa CA = 3250, y el lado AB = 1950 hallar el lado CB.

Modo 1.º Hallese p.r la proporcion antecedente el angulo C = 36º y 52' y restados de 90º se tendrá el angulo A de 53º y 8' con lo qual se hallará el lado CB diciendo

Proporcion - | Logaritmo

Como el radio .... C.L.	0,0000000
A la hipot.ª AC = 3250	3,5118834
Asi el seno del ang.º A = 53º y 8'	9,9031084
Al lado CB = 2600	3,4149918

La suma de los dos logaritmos es 3,4149918

Modo 2.º Si del quadrado de la hipot.ª CA q.e es 10562500, se resta el quadrado de AB q.e es 3802500 se tendrá 6760000 y sacando la raiz quadrada se hallará 2600 p.r el valor de CB (fundase en la propos.n 47 lib. 1.º)

Modo 3º fig. 14) Sumese la hipotenusa AC con el lado AB y se tendra 5200, restese AB de AC, y sera la diferencia 1300, escribase el logaritmo dela suma y el dela diferencia; sumense los dos logaritmos y sacando la mitad se tendrá 3,4149733, cuyo logaritmo buscado en las tablas corresponde á 2600 valor del lado BC.

Demostracion: Concibase en un circulo cuyo radio es AB alargado el lado CA hasta L, sera CL suma de los lados CA y AB, y CF su diferencia: luego (prop. 36 lib. 3º) $CL \times CF = CB^2$, y por consiguiente sumando el logaritmo dela suma con el dela diferencia se tendrá el logaritmo de BC^2, y sacandola mitad de esta suma se tendra el dela raiz quadrada q. corresponde al valor de BC.

Caso tercero

Dada la Hipotenusa AC = 3250 y el angulo C = 36º y 52' hallar el lado AB. Fig.ª 14

Proporcion	Logaritmos
Como el Radio ...... C.L.	0,0000000
Ala hipotenusa AC = 3250	3,5118834
Asi el seno del ang.º C = 36º y 52'	9,7781186
Al lado AB = 1950	3,2900020

Hecha la Regla sale el formulario 3,2900020 q. corresponden a 1950 valor del lado AB.

Caso quarto

Dado el lado BC = 2600 y el Ang.º A = 53º y 8' hallar la Hipotenusa AC. Fig. 15.

Proporcion	Logaritmos
Como el seno del ang.º A = 53º y 8'... C.L....	0,0968916
Al lado BC = 2600	3,4149733
Asi el Radio	10,0000000
Ala hipotenusa AC = 3250	3,5118649

La suma delos logaritmos es 3,5118649 q. corresponde proximam.te a 3250 valor de AC.

Caso quinto

Dado el lado AB = 1950, y el lado CB = 2600, hallar el angulo C (fig. 16.

Proposicion

	Logaritmos
Como CB = 2600 ... C. L.	6,5851267
Al Radio	10,0000000
Asi AB = 1950	3,2900346
A la tangente del ang.º C = 36º y 52' ...	9,8750613

Esta suma de los logaritmos corresponde proximam.te a la tangente de 36º y 52' valor del angulo C.

Caso 6º

Dado el lado CB = 2600 y el angulo C = 36º y 52' hallar el lado AB (fig. 17,

Proposicion

	Logaritmos
Como el Radio ..... C. L.	0,0000000
Al lado CB = 2600	3,4149733
Asi la tang.e del ang.º C = 36º y 52'	9,8750102
Al lado AB = 1950	3,2899835

Esta suma corresponde proximam.te a 1950 valor de la hipotenusa AC.

Caso 7º

Dado el lado AB = 1950, y BC = 2600, hallar la hipotenusa AC (fig. 18)

Modo 1º Quadrense los dos lados, saquese de la suma la raiz quadrada y se tendrá el valor de AC; porq.e siendo $AC^2 = AB^2 + BC^2$, será $AC = \sqrt[2]{AB^2 + BC^2}$

Modo 2º Conocidos los lados AB, CB busquese p.r el caso 5º el ang.º C y se hallará de 36º y 52' y por consiguiente se tendrá el ang.º A de 53º y 8' y por el caso 4º se hallará la hipoten.a AC = 3250

Proposicion 19 Teorema

En qualquier Triangulo los lados son pp.s con los senos de los angulos opuestos

Explicacion (fig. 19). Sea el triangulo ABC inscripto en el circulo CBFAE, sobre cuyos lados caigan perpend.s los radios DE, DF q.e dividiran p.r medio a las cuerdas en los puntos L, H; como tambien a los arcos en los puntos E, F, (prop. 3ª lib. 3º) y será AH seno del arco AF medida del angulo C, como tambien AL seno del arco AE medida del ang.º B; Digo pues q.e el lado AB al seno del ang.º C tiene la misma razon q.e el lado AC al seno del angulo B; porq.e (prop. 15 lib. 1º)

AB : AC :: AH : AL, y (prop. 16 de id.) AB : AH :: AC : AL.

Escolio: Esta proposicion es universal a qualquier triangulo, ya sea rectang.º, ya obliquangulo, ya rectilineo ya esferico, y por esta se resuelben los casos siguientes.

Caso 1.º

En el triangulo obliquangulo ABC dado el ang.º B = = 101º y 7', el ang.º A = 32º y 20' y el lado CB = 1584 hallar el lado AC. (fig. 20)

Proporcion	Logaritmos
Como el seno del ang.º A = 32º y 20' - C.L.	0, 2717729
al lado BC = 1584	3, 1897709
Asi el seno del ang.º B = 101º y 7'	9, 9917737
Al lado AC = 2840	3, 4533175

Caso 2.º

Dado el lado BC = 1584, y AC 2840 y el angulo A = 32º y 20' hallar el ang.º B. (fig. 21)

Proporcion	Logaritmos
Como el lado BC = 1584 .... C.L.	6, 8102295
Al seno del ang.º A = 32º y 20'	9, 7282271
Asi el lado AC = 2840	3, 4533175
Al seno del ang.º B = 101º, 7'	9, 9917737

Escolio: En este caso debe saberse si el angulo q.e se busca es obtuso o agudo, porq.e el seno 9, 9917737 puede ser del ang.º de 78º, 53', o del suplem.º al semicirculo q.e es 101º, 7'.

Caso 3.º

Dado el lado BC = 1584, AC = 1840 y el ang.º A =

= 32° y 20' hallar el lado AB. Por el caso antecedente se hallará el ang.° B. (fig. 22) de 101°; 7', y p.r consiguiente si la suma de los angulos A, B se resta de 180° se tendrá el ang.° C de 46° y 33' y p.r el caso 1° se hallará el lado AB de 2101.

Proposicion 20 teorema

En el triang.° escaleno son pp.s como la suma de dos lados ala diferencia de los mismos, asi la tangente de la semisuma de los angulos opuestos a la tangente de la semidiferencia de los mismos angulos

Esplicacion: Sea el triangulo ABC (fig 23): digo q.e la suma de los dos lados AB y BC es ala diferencia de los mismos, como la tangente de la semisuma de los angulos opuestos A y C ala tangente de la semidiferencia de los mismos angulos

Preparacion: Alarguese el lado CB y con el intervalo BA describase el semicirculo EAL; tirese la recta LA larga a discrecion, y tirando tambien AE hagase CH paralela a EA y formese el ang.° MCH = S.

Demostracion: En el triangulo BAE el angulo esterno R es igual alos internos y opuestos (prop. 32 lib. 1°); pero el angulo E formado en la circunferencia es mitad del ang.° R formado en el centro (prop. 20 lib. 3) luego el angulo E o su igual el angulo LCH es la semisuma de los ang.s opuestos A y C y tambien lo es del ang.° Z = E: Asimismo por ser paralelas las rectas CH, AE los angulos alternos X, S son iguales (prop. 29 lib. 1°); pero el ang.° S = MCH por construccion; luego, (axioma 1°) el angulo X = MCH; si a estos angulos iguales se añaden los iguales Z, HCL, se tendra el angulo EAB = MCL; luego el angulo MCA es la diferencia delos angulos opuestos A, C, y por consiguiente su mitad el angulo S sera la semidiferencia. Esto supuesto si CH se considera como radio sera LH tangente dela semisuma, y AH tangente dela semidiferencia; tambien, siendo BA = = BL será LE la suma de los lados BC, BA y CE la diferencia de los mismos; y enlos triang. semejantes LAE, LHC son pp.s LC suma de los dos lados BC, BA; : CE diferencia delos mismos :: asi LH tangente de la semisuma delos ang. opuestos A, C, : a AH tangente dela semidiferencia de los mismos angulos.

Corolario: De aqui se sigue q.e si ala semisuma de los angulos opuestos A, C, = 2 se añade la semidiferencia de los mismos se tendrá el angulo mayor A; y q.e si dela semisuma HCB = 2 se resta la semidiferencia S = x se tendrá el angulo menor C

En esta proposicion se funda la resolucion del triang.o quando se dan dos lados conocidos, y el ang.o comprendido.

Caso 1.o: fig. 24.

En el triangulo obliquangulo ABC dado el lado AB = = 2545 y el lado BC = 3254, y el ang.o B de 76.o y 32' hallar los angulos A y C

Resolucion: La suma delos lados es 5799; la diferencia delos mismos 709; restando de 180 los 76 y 32' se tendra 103.o y 28' por el valor delos angulos A y C cuya mitad 51.o y 44 sera la semisuma con la qual se hallará la semidiferencia de este modo

Proporcion.

	Logaritmos
Como la suma delos lados BC + AB = 5799... C.L. ...	6,2366469
A la diferencia de los mismos BC − AB = 709	2,8506462
Asi la tang.e de la semis.a delos ang. A, C = 51.o y 44'	10,1030286
A la tang.e de la semidif.a delos mismos = 8 y 19'	9,1903217

que añadido a su semisuma dará 60.o; 32' p.a el angulo mayor A, y restada dela semisuma dará el ang.o menor C = 42.o y 55'

Caso 2.º fig. 25.

Dado el lado AB = 2545, el lado BC = 3254 y el ang.º B de 76.º y 32.º hallar el lado AC.

Resolucion: Allense p.r el caso antecedente los ang.s A y C y desp.s p.r el caso prim.º se hallará el lado AC = = 3234.

Este caso puede resolverse vajando una perpend.r de qualq.a de los ang.s inconnitos sobre el lado opuesto, y resultaran dos triang.s rectang.s, p.r cuyo medio se hallará el valor del lado AC.

Proposicion 24 teorema

En qualquier triang.º escaleno si desde el mayor ang.º cae una perpend.r sobre la base son pp.s como la base o lado mayor ala suma de los otros dos lados asi la diferencia de estos ala diferencia de los segmentos de la base hechos p.r la perpend.r: esto es, como la base (fig. 26) CB ala suma de los otros dos lados CA + AB = CM; asi la diferencia de estos CL a CH diferencia de los segmentos de la base.

Resolucion: Sea el triang.º CABC: con el intervalo del menor lado AB describase un circulo q.e cortará el lado CB en el punto H, y al lado AC en el punto L, vajese en BC la perpend.r AE q.e cortara p.r medio ala cuerda en el punto E y alarguese CA hasta M; luego CH será la diferencia de los segmentos CE, EB, y CM suma de los lados CA, AB, y CL difa de los mismos: digo q.e son pp.s CB : CM :: CL : CH

Demostracion: por el corolario 1.º de la prop. 36 del lib. 3.º se tiene CB × CH :: CM × CL, luego son reciprocam.te pp.s CB : CM :: CL : CH.

Corolario: De aqui se sigue q.e conocidos los tres lados se hallará el valor de CH, q.e restado de CB el residuo sera el valor de HB y su mitad el valor de EB.

Escolio: En esta proposicion se funda la resolucion del triangulo obliquang.º dados los tres lados; pues p.r medio de la perpend.r AE se reducirá a triang.º rectang.º como se ve en el siguiente caso.

Caso 6.º

Dada la base CB = 200, AB 128, y AC = 180 hallar el angulo B.

Resolucion: Sumense los dos lados CA, AB y se tendrá 308 restese el menor del mayor y se hallará CL = = 52, y se hallará CH p.r la analogia siguiente

Como la base AB = 200 ... C.L 7,6989700
A la suma de los lados CA + AB = 308 2,4885507
Asi la dif.a de los mismos CA − AB = 52 1,7160033
a la dif.a de los segmentos CE − EB = CH = 80 ... 1,9035240

Y restando 80 de 200 será HB = 120 y su mitad 60 valor de EB

En el triang.º rectang.º AEB conocidas las hipotenusas AB = 128, y EB = 60 se hallará el ang.º EAB = 27.º 57' el qual restado de 90.º dará el valor del ang.º B = 62.º y 3.º

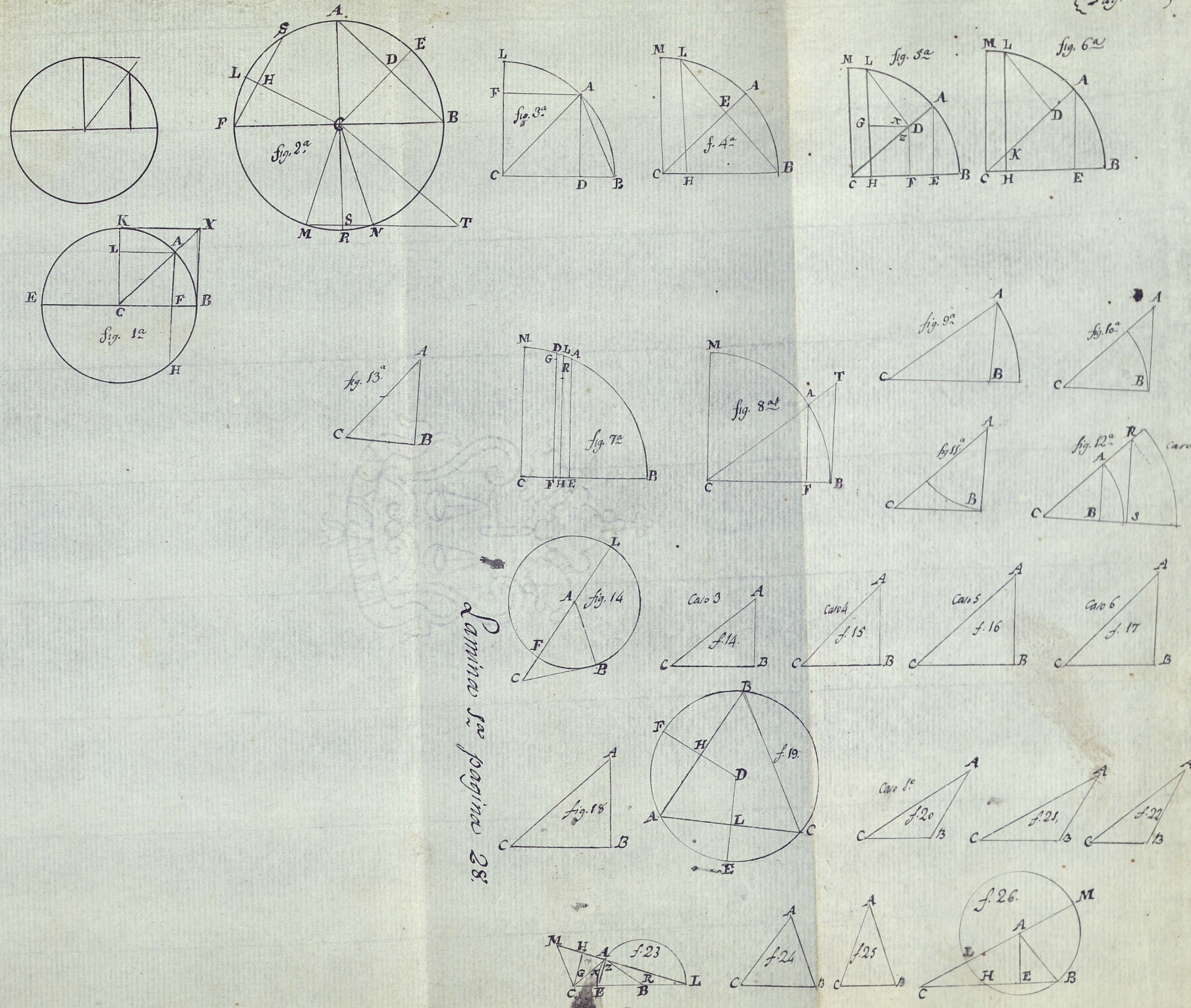
Escolio: Este problema se resuelve mas facilmente por la practica siguiente; sumense los 3 lados y se tendrá 508 cuya mitad es 254; de esta semisuma restese cada uno de los lados q.e comprenden el angulo B q.e se busca; y asi restando AB será la diferencia 126 y restando CB será 54; escribase el complem.º logaritmico del lado AB, y el complem.º logaritm.º del lado CB; escribase tambien el logaritmo de cada diferencia, y sumando los 4 logaritmos se tendrá 19,4245243, cuya mitad 9,7122621 es el seno de 31.º y 2' valor de la mitad del ang.º B, y su duplo 62.º 4' el valor del ang.º B.

Exemplo

Valor de los lados	AB = ... 128
	CB = ... 200
	CA = ... 180
Suma	508
Semisuma	254

Lado AB = 128 .... C.L. 7,8927900
Lado CB = 200 .... C.L. 7,6989700
Difª entre la semisª y AB = 126 2,1003705
Difª entre la semisª y CB = 54 1,7323938
Suma 19,4245243
Semisuma 9,7122621

Esta Practica se funda en la proporcion siguiente: Como el rectangulo hecho de los lados ambos al rectangulo hecho de las dos diferencias; asi el quadrado del Radio al quadrado del Seno de la mitad del angulo comprendido.



Lamina 1a pagina 28.

Lugo 6 de Febrero de 1813.

Libro 2º dela Geometria y dela Construccion delas figuras planas.

Proposicion 1ª Problema

Dada la hipot.ª AC (fig. 1ª) y un lado m n hacer un triangu-
lo rectang.º

Resolucion: Describase sobre la hipotenusa AC un semicir-
culo y con la distancia MN determinense las rectas AB, CB
y se tendrá el triang.º como se pide; pues AB = MN por con-
truccion y el ang.º B en el semicirculo recto. Si MN en el
semicirculo no puede acomodarse es imposible el problema

Proposicion 2ª Problema

Dada la hipot.ª AC y el ang.º agudo x hacer un triang.º rec-
tangulo.

Resolucion fig. 2ª: formese el ang.º ZAC = x y describiendo
sobre AC un semicirculo quedará determinado el punto B, y
tirando la recta BC el triang.º como se pide

Proposicion 3ª Problema

Dadas las rectas AC, MN y el ang.º x hacer un paralelo
gramo.

Resolucion fig. 3ª formese el ang.º ZAC = x: cortese AB =
= MN y desde B con el intervalo AC, y desde C con el inter-
valo AB hagase la interseccion D y tiradas las rectas
BD, DC se tendrá el paralelogramo como se pide

Demostracion: tirada la diagonal BC los triang.º ABC
DBC son totalm.te ig.s (prop. 8ª lib. 1º) luego el ang.º t = s, y
por sus alternos las rectas BD, AC son paralelas. Asimismo lo
son las rectas BA, DC p.r ser el ang.º R = S su alterno: lue-
go AD es un paralelogramo hecho de las rectas dadas con el
ang.º A = x (prop. definicion 35 lib. 1º)

Proposicion 4.ª Problema

Sobre una recta dada AC formar un quadrado con sola una abertura de Compas. fig. 4ª

Resolucion: Desde A con el intervalo AC describase un arco y desde C con el mismo intervalo determinese el punto E y desde E el punto F y desde ambos hagase la interseccion H: por los puntos HA tirese la recta HBA y con el intervalo BA desde los puntos B y C hagase la interseccion D y tirando las rectas BD, CD se tendrá el quadrado

Demostracion: tiradas rectas a todos los puntos se tendran tres triang.^s equilat.^s en quienes cada uno de los ang.^s vale 60°, y dividiendo la recta HA p.^r medio el ang.° A sera el ang.° BAE de 30° y añadiendole el ang.° EAC de 60° se tendrá el ang.° BAC de 90° recto y siendo los 4 lados ig.^s será AD p.^r lo demostrado en la proposicion antecedente un paralelogramo, y p.^r ser el ang.° A recto lo seran tambien los demas; luego es un quadrado (Definic. 29 lib. 1.°)

Corolario: De aqui se sigue el modo de levantar una perpend.^r en la estremidad de una linea

Proposicion 5.ª Problema

Dada una recta AC la altura MN y un ang.° de la base = x formar un triang.° fig. 5ª

Resolucion: Formese el ang.° ZAC = x y en qualq.^a punto de la base AC levantese la perpend.^r AL = MN y tirese p.^r el L la recta LB paralela a la base q.^e determinara el punto B desde el qual tirando BC se tendrá el triang.° como se pide

Proposicion 6.ª Problema

Dada la base AB, el ang.° vertical x y la altu.^a MN formar un triang.° fig. 6ª

Resolucion: Sobre AB describase un Segmento capaz de contener un ang.° = x (~~propos.~~ 33 lib. 3°) En qualquiera punto de la base levantese la perpend.r $EL = MN$, y por el punto L tirese una paral.a a AB q.e cortará la circunferencia en los puntos P, Q, tirese a qualq.a de ellos las rectas AQ, BQ, y el triang.o AQB será como se pide

Corolario: Si la paral.a PQ, tirada p.r el punto L no cortase o tocase la circunf.a el problema es imposible

Proposicion 7.a Problema

Sobre una recta dada MN hacer un triang.o semejante al ACB (fig. 7.a)

Resolucion: Hagase el ang.o $M = A$ y $N = C$ y el triang.o MDN será semejante al dado ABC p.r ser equiang.

Escolio: Si sobre la recta AF se ha de hacer el triangulo semejante, se tirará HF paral.o a CB y el triang.o AFH será semejante al propuesto

Proposicion 8.a Problema

Sobre la recta MN hacer un rectilineo semejante al dado X. (fig. 8.a)

Resolucion: De qualquiera ang.o B tirense a los otros las rectas BE, BD y se tendrá el rectilineo dividido en triang.s; y supuesto q.e MN es lado homologo de AB, formese p.r el problema antecedente MNQ semejante al triang.o BEA, y el triang.o QNP semejante al triang.o BED, y el triang.o NOP semejante al triangulo BDC; y el rectilineo $MNOPQ$ será semejante al dado X, p.r q.e se compone de igual num.o de triang.s semejantes.

De otro modo: Formese el ang.o $M = A$, y a las tres rectas AB, AE, MN hallese la quarta pp.l MQ, formese el ang.o $MQP = E$ y a las tres rectas AE, ED, MQ, hallese la q.ta pp.l QP, formese el ang.o $QPO = D$, y a las tres rectas DE, DC, QP, hallese la q.ta pp.l PO, y tirando la recta NO se tendrá el rectilineo $MNOPQ$ semejante al dado X.

Escolio: fig. 9.) Si un plano ABCDE cuya escala es RS se quiere reducir ala escala menor PQ formese de las dos escalas un triang.º isosceles FHS de suerte q.e la base sea igual a PQ y HF = RS: alargados los dos lados a discrecion, tomese en el plano qualq.a punto M, y con qualquiera intervalo descripto un circulo tirense radios por todos los angulos: con el mismo intervalo desde qualquiera punto M describase otro circulo y en el cortense arcos iguales alos primeros cada uno a sus correspondientes y tirense los radios MS, M2, M3, &: tomese con el compas la distancia MA y con este intervalo haciendo centro en H notense los puntos O y O y la distancia transversal OO se pasa sobre el radio MS; tomese con el compas la distancia MB y con este intervalo desde el punto H señalense los puntos L, L y la distancia transversal LL, se pasara sobre el radio M2; y determinando de este modo los demas puntos se tiraran las rectas ab, bc, cd, de, ea y se tendra el plano reducido sobre la escala PQ.

Demostracion: por la construccion son pp.s MA : ma :: RS : PQ. Tambien MB : mb :: RS : PQ. luego (prop. 55 lib. 5) MA : ma :: MB : mb y (por la 16 de id.) MA : MB :: ma : mb. Tambien el angulo AMB = amb; luego (prop. 6.a lib. 2) los triang.s MAB, mab son semejantes: lo mismo se verifica de los demas triangulos; luego los planos son semejantes, y tienen sus lados homologos en razon de sus escalas, esto es: como RS : PQ

Escolio 2.º Si el plano a, b c d e se ha de reducir aumentando de la escala menor PQ ala mayor RS, en lugar del triang.º isosceles se hara de las dos escalas (fig. 10.a) un paralelogramo FG en qualquiera angulo de suerte que

HF sea = Lº y FL = KS; tirese la diagonal HL alargada á discreccion y describiendo circulos iguales como en el escolio antecedente; sobre los lados HS FL, alargados si fuere necesº, cortese HF en cada lado, HO y FK = ma, y tirando la recta OK tomese la distancia OT hasta la diagonal q̃ se pasará sobre el radio MS, y hallando de este modo los demas puntos, se tendrá el plano reducido o aumentado

Proposicion 9 Problema

Sobre una recta AB formar un exagono regular.
Resolucion fig. 51.ª Con el intervalo AB hagase la interseccion C, y con el mismo intervalo desde C describase un circulo, y en su circunfª. se ajustará 6 veces la recta AB porq̃ el radio es la cuerda de 60º.

Proposicion 10 Problema

Sobre una recta AB formar un octagono regular (fig. 52)
Resolucion: En el punto E mitad de la recta dada AB, levantese una perpendª: tomese EC = EA y CO = CA, y q̃ con el intervalo OA, o su igual OB describase un circulo en cuya circunferª. se ajustará 8 veces la recta AB.

Dem: Tiradas las rectas OA, OB, CA, CB, en el triangº. isosceles OCA, el angulo externo x, es igual á los dos internos y opuestos Z, S, luego es duplo del angº. Z; tambien el angulo AOB es duplo del angº Z, luego el angº. x es igual al angº. AOB; y siendo el triangº. AEC isosceles pr. construccion, y el angulo E recto, sera el angº. x semirecto o de 45º luego el angº. AOB es de 45º y la AB sera la cuerda de 45º, luego se ajustara 8 veces en la Circunfª. porq̃ $8 \times 45 = 360$.

34.

Proposicion 51. Problema

Sobre una recta AB formar un Dodecagono regular. Res: fig. 13. En el punto E mitad de la recta dada AB levantese una perpend.ª: hagase CA=AB, y CD=CA; y con el intervalo AD, o bien su igual DB; describase un circulo, y en su circunf.ª se apuntará 12 veces la AB. Prep: Tirense las rectas DA, CA, CB, DB, de los puntos D, y C. Dem: En el triang.º isosceles ACD, el ang.º externo x es duplo del ang.º Z; tambien el ang.º ADB es duplo del ang.º Z; luego el angulo x es igual al ang.º ADB y siendo el triang.º ACB equilat.º por construccion, será el angulo ACE de 30º; luego ADB es tamb.ⁿ de 30º y p.r consiguiente la cuerda AB de 30º y se apuntará 12 veces.

Lema fa (4) En qualquier triangulo isosceles, cuyos angulos sobre la base, sean duplos del vertical C; si la recta AE divide p.r medio el ang.º A cortará el lado CB en media y extrema razon en el punto E; esto es: serán pp.s BC: CE :: CE: EB.

Dem: Por lo supuesto el ang.º y es mitad del ang.º A y tambien lo es el ang.º C, luego x o su igual z es igual al ang.º C y por consiguiente el triang.º CAE isosceles luego CE = EA; tambien los triangulos ABC, ABE son equiangulos p.r ser el ang.º x = C y el ang.º B comun, luego son semejantes, y las tres rectas CE, EA, AB iguales; y pps BC: BA :: BA: BE, y siendo p.r lo demostrado BA = CE será substituyendo BC: CE :: CE: EB. q.e es lo q.e

Corolario 1.º El triang.º ABE es isosceles y cada uno de los angulos en B y E es duplo del ang.º vertical x.

2.º En qualquiera de los dos triangulos cada ang.º sobre la base es de 72º y el vertical de 36º.

3.º Si el radio CB de un circulo se divide en media y extrema razon en el punto E y en su circunferencia se acomoda el segmento mayor CE o su ig.l

AB, y se tira la recta CA se tendrá un triang.° isosce-
les ACB, en el qual cada angulo sobre la base es duplo
del vertical, y el segmento mayor AB será la cuerda
de 36° q.e se ajustará 10 veces en la circunf.a p.q $10 \times 36 = 360$.

4.° Si el segmento mayor CE o su igual AB se toma
como radio, será el segmento menor EB la cuerda de 36°
y se ajustará 10 veces en la circunf.a

Proposicion 52 Problema

Sobre una recta AB formar un pentagono regular: fig. 55.

Res: En el extremo B de la recta dada AB levantese la perpen-
d.a $Bx = AB$, dividase AB por medio en E, tirese Ex, y ha-
gase $EO = Ex$, desde los puntos A y B con la distancia AO
hagase la interseccion C; tirense las rectas AC y CB,
formese el ang.° $CAm = Z$; y con el intervalo Mc, o su
igual MA describiendo un circulo, pasará este p.r los
puntos A y B y la recta AB se ajustará 5 veces en la cir-
cunf.a

Dem: Siendo (p. prop. 6.a lib. 2.°) $AO \times BO + \overline{BE}^2 = \overline{EO}^2$; y q.e
(Corol. 1.° prop. 46 de id.) $\overline{EO}^2 = \overline{Ex}^2$, será substituyendo
$AO \times BO + \overline{BE}^2 = \overline{Ex}^2$: (prop. 47 lib. citad.) $\overline{Ex}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{Bx}^2$
luego substituyendo será ... $AO \times BO + \overline{BE}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{Bx}^2$
y quitando de ambas partes ... $\overline{EB}^2 = \overline{EB}^2$
quedará (axioma 3.°) ..... $AO \times BO = \overline{Bx}^2$
o bien p.r ser $Bx = AB$ ..... $AO \times BO = \overline{AB}^2$
Luego (seg.a p.te prop. 17 lib. 6.°) $AO : AB :: AB : BO$, y por
consiguiente la recta AO está dividida en media y extre-
ma razon en el punto B, y siendo $AC = AO$, en el tri-
ang.° isosceles ACB cada ang.° sobre la base será duplo
del vertical, luego el ang.° C es de 36°, y siendo su medi-
da la mitad del arco AB será este de 72°: luego AB se
acomodará 5 veces en la circunf.a pues $5 \times 72 = 360$ &

Proposicion 13 Problema

Sobre una recta AB formar el decagono regular
Resol: fig. 16. Levantese sobre AB la perpendicl.^r BH = AB
dividase AB por medio en E y tirese EH, y hagase EF = EH
Con la distancia AF desde los puntos A y B hagase la
interseccion C y con el mismo intervalo describiendo
un circulo se ajustarà 10 veces en su circunf.^a AB.

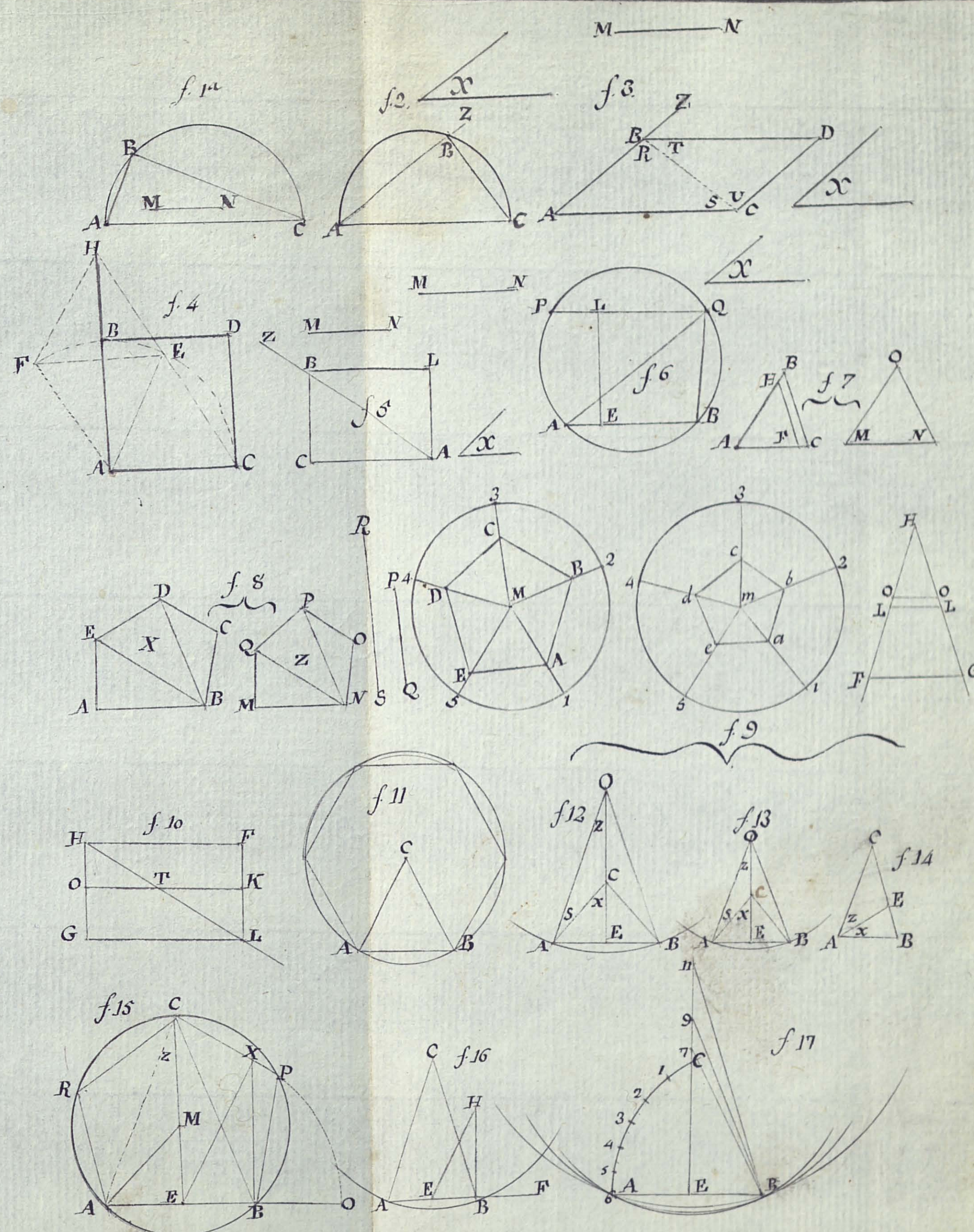
Dem: Por lo dicho en el problema 12 la recta
AF esta dividida en media y extrema razon en el pun-
to, y siendo el radio AC = AF la recta AB sera la
cuerda de 36° (Corol. 3.°) luego &.

Escolio: No hay modo Geometrico para formar
sobre una recta dada el polig.° regular de 7, 9 y 11, lados,
pero la siguiente practica es facil y esta bien admitida

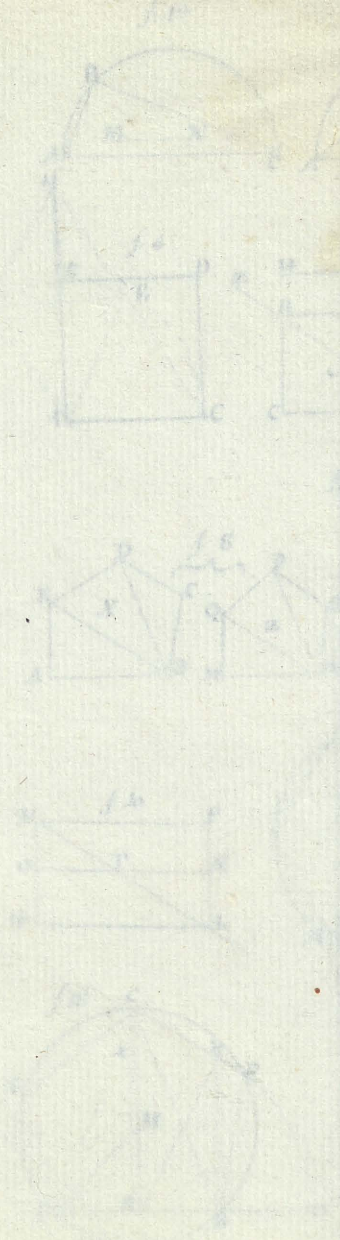
Proposicion 14 Problema

Sobre una recta AB formar el Polig.° de 7, 9, 11, lados
Res: fig. 17. En el punto E mitad de la dada AB le
vantese una perpend.^r y haciendo centro en B con el
intervalo BA describase el arco AC; dividase
este en 6 partes ig.^s en los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6, y ha-
gase C7 = C1, C9 = C3; C11 = C5, y desde el punto
7 con el intervalo 7B describase un circulo y la
recta AB se acomodarà 7 veces en la circunferen-
cia. Si desde el punto 9 y con el interv.° 9B se des-
cribe un circulo, la recta AB se acomodarà 9 veces
en su circunf.^a, y si el circulo se describe desde el punto
11 con el intervalo 11B &c.

Fin del Libro 2.°



Lugo 11 de Febrero de 1813



Libro 3.º

De la inscripcion y circumscripcion de las figuras planas en el Circulo

Definicion 1.ª

Figura inscripta en un circulo es aquella q.e tiene todos sus angulos en la circunf.a, y en este caso el circulo se llama circumscripto ala Fig.a Def. 2.a Fig.a circumscripta a un Circulo es aquella cuyos lados todos son tangentes ala Circunf.a, y en este caso el circulo se dice inscripto en la figura

Proposicion 1.a Problema

En esta Proposicion y en la 2.a y 16.a se trata de inscribir en el circulo un exagono, un dodecagono, y un poligo.o de 24 lados lo q.e se hace dividiendo la circunf.a con el radio en 6 pt.s, en 12, y en 24. En la 3a ~~quinceta~~ se trata de inscribir un triang.o equilat.o lo q.e se hace dividiendo la circunf.a en 6 pts y p.r tres trazar el triang.o de modo q.e sus lados sean cuerdas de 120.º

Proposicion 4.a Problema (fig. 4.a)

Dado un circulo inscribir un triang.o semejante al ∠ÿZ

Res: tirese qualquiera recta P.Q. tangente al circulo en el punto A; hagase el ang.o QAC = ∠, y PAB = Z, y tirando la recta BC se tendra el triang.o inscripto ABC semejante al dado ∠ÿZ

Dem: El ang.o QAC formado de la tangente PQ. y de la secante AC es igual al ang.o B formado en el segmento alterno (prop. 32 lib. 3); pero este ang.o QAC = ∠ por construccion luego (axioma 1.º) el ang.o B = ∠ del mismo modo se prueba q.e el ang.o C = Z; luego el ang.o A = ÿ (cor. 3, prop. 32, lib. 1.º) y por consiguiente los dos triang.s son semejantes

En las proposiciones 5.a y 6.a se trata de inscribir un quadrado y un octagono lo q.e se hace dividiendo la circunf.ª en 4 y en 8 partes

Lema fig. 7ª: El quadrado de la cuerda de 72° es igual al quadrado del Radio mas el quadrado de la cuerda de 36°...

Explicacion. En el circulo C sea la recta AB cuerda de 72°, y la recta AF cuerda de 36°.....
digo que $\overline{AB}^2 = \overline{CB}^2 + \overline{AF}^2$

Prepar: Dividase con el Radio CE p.r medio el arco FA y al punto L cual corta la cuerda AB tirese la recta LF y asimismo tirense las rectas FB, CA.

Dem: Los triang.s ALF, ABF son isosceles y tienen el angulo A sobre la base comun: luego son equiang.s y semejantes; tambien los triangulos ACB, LCB son equiang.s y semejantes porq.e 1°, siendo el ang.° ACB de 72° p.r lo supuesto sera cada uno de los ang.s A y B de de 54° y 2° el ang.° LCB sera tambien de 54°, porq.e si del angulo total C de 72° se quita el ang.° ACE de 18 quedara el ang.° LCB de 54° y el ang.° L de 72° p.r consiguiente luego en los dos prim.s triang.s semejantes ALF, AFB son pp.s AB:AF::AF:AL; y en los dos segundos ACB, LCB. seran AB: CB :: CB : BL: luego en la proporcion primera $AB \times AL = \overline{AF}^2$ y en la segunda $AB \times BL = \overline{CB}^2$ y (p.r el axioma 2°) $AB \times BL + AB \times AL = \overline{CB}^2 + \overline{AF}^2$; pero (prop. 2ª lib. 2°) $AB \times BL + AB \times AL = \overline{AB}^2$: luego (axioma 8°) $\overline{AB}^2 = \overline{CB}^2 + \overline{AF}^2$.

Corolario: Si una recta MT, esta dividida en media y extrema razon en el punto N, y de los segmentos se forma el angulo recto MNR, y el segmento mayor MN se toma como Radio sera el menor NT o su igual NR cuerda de 36°, y la hipotenusa MR sera igual ala cuerda de 72° porq.e $\overline{MR}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{NR}^2$

Proposicion 7 Problema, (fig. 8ª)

Dado un Circulo inscribir un Pentagono regular

Resol: Sobre el diametro AB levantese perpendic.r el radio CD: dividase CB p.r medio en F y hagase $FL = FD$, y la distancia LD se ajustará 5 veces en la circunf.a y p.r consiguiente se tendrá el pentagono regular

Dem: Por la prop. 6.a del lib. 2.o, se tiene $BL \times LC + \overline{CF}^2 = \overline{FL}^2 = \overline{FD}^2$: pero en el triangulo rectang.o DCF.... $\overline{FD}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$, luego, axioma 1.o; $BL \times LC + \overline{CF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$ y quitando de ambas partes $\overline{CF}^2 = \overline{CF}^2$ quedará, axioma 3.o; $BL \times LC = \overline{CD}^2 = \overline{CB}^2$: luego la recta BL esta dividida en media y extrema razon en el punto C y siendo CD o su igual CB radio sera LC la cuerda de 36.o, y por el corolario del Lema DL, la cuerda de 72.o: Luego se ajustará 5 veces en la circunf.a

Proposicion 8.a Problema fig. 9

Dado un circulo inscribir el decagono regular

Res: Hecha la construccion como en el problema antecedente la recta CL se ajustara 10 veces en la circunf.a p.r ser la cuerda de 36.o. Tambien se hace dividiendo la circunf.a en cinco p.tes iguales y luego en 10.

Proposicion 9.a Problema. fa. 10.

Dado un circulo inscribir el poligono de 7, 9, y 11 lados

Res: tirese el diam.o AB con este interv.o hagase la interseccion x: dividase AB en 7 partes ig.s si se pide el eptagono regular, y desde el punto x p.r la division 2 tirese la recta xL y el arco AL sera proximam.te la 7.a parte de la circunferencia

Para el poligono de 9 lados hecha la interseccion x se dividirá AB en 9 partes y p.r el punto 2 se tirará la recta.

Para el poligono de 11 lados se dividirá el diam.o en 11 partes ig.s tirando despues la recta xL p.r el punto 2

Escolio: Aunq.e esta practica carece de rigor geometrico esta bien admitida p.r no haverse hallado hasta ahora el modo de dividir la circunf.a en 7, 9, y 11 p.tes ig.s

Proposicion 5o Problema

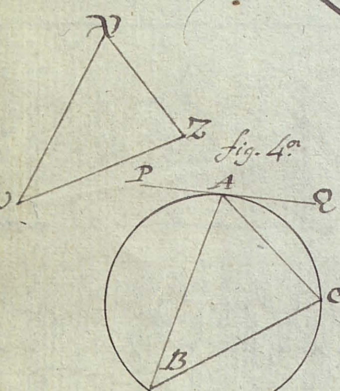
En esta proposicion y las 6 q.e siguen de este libro se trata de inscribir y circumscribir triang.s, quadrados y poligonos en el circulo: cosa facil &.

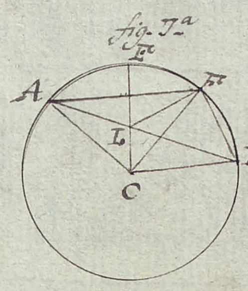
Se inscribe la fig.a regular en el circulo p.r medio de perpend. levantadas en el medio de dos lados q.e daran el centro donde se cruzen: inscriptas estas se prolongan sus ang.s y se circumscriben. Y asi quando se mande circumscribir un triang.o semejante a otro dado se inscribira prim.o como queda explicado

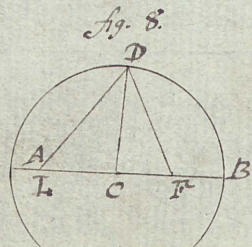
El lado del Quadrado circumscripto al circulo es igual al diametro

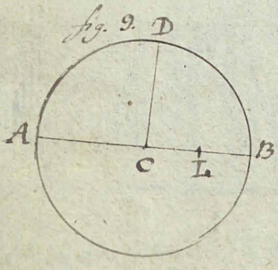
Nota. Se omiten tambien las fig. 1.a, 2.a, 3.a, 5.a, 6.a, 11.a 12.a, 13.a, 14.a 15.a, 16.a y 17.a porq.e son faciles &c.

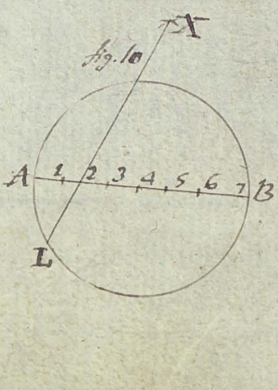
fin del libro tercero

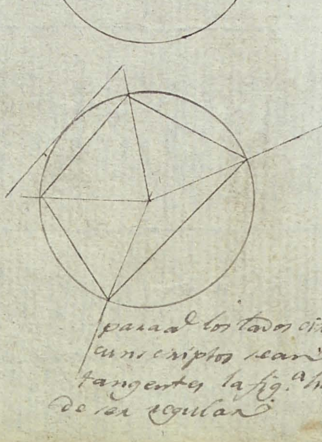












para q.e los lados circunscriptos sean tangentes la fig.a ha de ser regular

Libro quarto

Dela proporcion, aumento, disminucion y transformacion delas figuras planas

Capitulo 1.º

Del modo de aumentar y disminuir las figuras planas en qualquiera razon dada

Proposicion 1.ª Problema fig. 1.ª

Hallar la razon q.e tiene un rectilineo X a su semejante Z. Res: A qualesquiera dos lados homologos AB, CD hallese una terc.a pp.l MN, y el rectilineo X al rectilineo Z tendrá la misma razon q.e la recta AB a la MN.

Dem: Por ser continuas pp.s AB, CD, MN seran $AB^2 : CD^2 :: AB : MN$, pero el rectilineo $X : Z :: AB^2 : CD^2$ luego (prop. 11 lib 5.º) el rectilineo $X : Z :: AB : MN$.

Para hallar la razon del rectilineo Z al X; alas dos rectas CD, AB se buscará una 3.ª pp.l RS y seran pp.s el rectilineo $Z : X :: CD : RS$.

Escolio: Si las rectas AB, CD fueren diam.s de circulos, buscada la 3.ª pp.l MN seria el circulo de AB al circulo de CD como AB a MN, porq.e los circulos son como los quadrados desus diam.s

Proposicion 2.ª Problema fig. 2.ª

Hacer un rectilineo semejante a otro en qualq.a razon dada. Sea dado el rectilineo X; pidese otro semejante a quien tenga el 1.º la razon de AB a BC

Res: Alarguese la base AB hasta cortar BC = ala recta dada BC y describiendo sobre AC un semicirculo entre AB y BC hallese la media pp.l BL y el rectilineo semejante Z hecho sobre dha media ppl BL es el q̃ se pide

Dem: Por ser los rectilineos X Z semejantes seran ppˢ X : Z :: $AB^2 : BL^2$: Tambien pr̃ ser ppˢ AB, BL, BC, será $AB^2 : BL^2$ :: AB : BC; luego (prop. 11. lib. 5) X : Z :: AB : BC

Escolio. Si la recta AB fuere diametro de un circulo la recta BL será diamº del circulo q̃ se pidiere

Proposicion 3ª Problema (fig. 3)

Dados los rectilineos semejantes X, Z hallar otro igual y semejante a entrambos

Res: Disponganse los lados homologos AB, BC en el angulo recto B, y tirando la recta AC, el rectilineo formado semejantemente sobre esta será igual a los dados X, Z.. Consta de la prop. 31 lib. 6º

Escolios 1º: Si se pide un circulo igual a otros dos se formará un angulo recto con sus diamˢ y la hipotenª será el diamº del circulo igual a entrambos

2º Si los rectilineos o circulos fueren muchos se iran hallando successivamᵉ de este modo.

Proposicion 4ª Problema fig. 4ª

Hallar la diferencia entre dos rectilinˢ semejantes pidese la difª entre los dos quadrados X, Z

Res: Sobre el lado mayor AB formese un semicirculo, y acomodando en su circunfª el lado homologo BC tirese la recta AC, y el quadrado hecho sobre esta será la difª entre los dos quadrados X y Z; porq̃ siendo el angulo en el semicirculo recto se tendra (prop. 47 lib. 1º) $AB^2 = BC^2 + AC^2$, y quitando de ambas partes $BC^2 = BC^2$ será, axioma 3º, $AB^2 - BC^2 = AC^2$. Lo mismo se hara con los circulos, tomando sus diamˢ como lados homologos.

Proposicion 5.ª Problema, fig. 5.

Aumentar ó disminuir una fig.ª plana la parte q.e se quiera.
Explic: Pidese aumentar el rectilineo X una 3.ª pte, o bien pidese otra fig.ª semejante un tercio mayor q.e X.

Res: Alarguese AB hasta C de suerte q.e BC sea un tercio de AB; entre AB, y y AC hallese una media ppl AF, y el rectilineo semejante hecho sobre AF sera un tercio mayor q.e el rectilineo dado X.

Dem: Siendo continuas ppl. AB, AF, AC sera el rectilineo X hecho sobre AB al rectilineo hecho sobre AF como AB es a AC; pero AC es un tercio mayor q.e AB luego el rectilineo semejante hecho sobre AF será un tercio mayor q.e X.

Escolios 1.º Si la recta AB fuere diam.º de un circulo seria AF diam.º de un circulo un tercio mayor.

2.º Si la recta AB fuere escala de un plano q.e se quisiera aumentar un tercio seria AF la escala reducida al plano q.e se busca; y asi dividiendola en igual num.º de partes q.e tubiera la escala AB, se haria despues la reduccion del plano conforme se dijo en los escolios 1.º y 2.º de la prop. 8 del lib. 2 de este Tratado.

3.º Si el rectilineo X se quisiere disminuir un tercio se quitará del lado AB la parte BM de un tercio; entre AB, y AM se buscará la media ppl AL, y el rectilineo semejante hecho sobre AL será un tercio menor q.e el dado X.

4.º Si la recta AB fuere diam.º de un circulo sera AL diam.º de otro circulo un tercio menor; y si la recta AB fuere escala de un plano, seria AL escala de otro plano un tercio menor.

Proposicion 6.ª Problema fig. 6.ª

Dividir un triang.º ABC en dos partes q.e tengan la razon de MN, á NO.

Este problema tiene 4 casos; habiendo de hacerse la divis.n por una recta tirada de un punto dado; porq puede darse este en un ang.º, en un lado, dentro o fuera del triang.º. Lo prim.º pidese dividir el triang.º desde qualqa ang.º como B.

Res: dividase el lado opuesto AC en F de suerte q sean AF : FC :: MN : NO, y tirando la recta BF estará dividido el triang.º como se pide. Consta de la prop. 1.ª lib. 6.º

Lo segundo si la division se ha de hacer desde el punto E dado en el lado AB; dividiendo el lado AC en la razon dada de MN : NO, a las tres rectas AE; AB, AF, hallese la qta ppl AL, y tirando la recta EL estará dividido el triang.º como se pide

Dem: Los triang.s EAL, BAF tienen el angulo A comun, y los lados q le comprenden reciprocam.te ppl por construccion: luego (p prop. 15 lib 6.º) son iguales; pero el triang.º ABF al triang.º FBC tiene la razon de MN a NO p.r el caso antecedente; luego tambien el triang.º AEL al rectilineo LEBC tiene la razon de MN, NO.

Escolio: Si la qta ppl AL fuere mayor q AC se dividirá el lado BC en la razon dada; y la qta ppl se ajustará desde el ang.º B sobre el lado BC

El 3.º y 4.º casos no son de utilidad alguna y se omiten

Capitulo Segundo

De la transformacion de las Figuras planas.

Proposicion I Problema fig. 2

Dada la recta AB y el angulo x hacer un triangulo igl al triangulo MNO.

Res: En el punto A de la recta dada AB formese el ang.º BAZ = x; bajese la perpend.r OH q será la altura del triangulo dado. A las 3 rectas AB, MN, HO hallese la qta ppl. AL q se levantará perpend.r en qualquiera punto sobre la recta AB: tirese LC paral.a a la base AB q cortará la AZ en el punto C y tirando BC el triang.º ABC sera igual al dado MON porq.e tienen bases y alturas reciprocas

Escolio: Si se quisiera sobre AB un triang.º isosceles igual al triang.º MON, se dividirá la recta AB por medio en el punto C, y alas 3 rectas AB, MN, HO se hallará la 4.ta pp.l CZ q.e se levantará perpend.a sobre la recta dada AB, y en el punto C, y tiradas las rectas AL, LB se tendrá el isosceles ALB = MON.

Proposicion 8.a Problema Fig. 8.a

Hacer un triang.º equilat.º igual al escaleno VXZ

Res: Tirese por el punto V una recta paral.a ala base XZ y con esta distancia XZ haciendo centro en los puntos XZ hagase la interseccion O, y tirese la recta XOL, cortese XH = XL y tirando LH se tendrá el triang.º equilat.º XLH. Entre las dos rectas XZ, XH hallese la media ppl XR y tirando XS = XR, y tirando SR sera el triang.º equilat.º XSR igual al escaleno VXZ

Dem: Por ser las rectas XH, XR, XZ continuas pp.s será el triang.º XLH : XSR :: XH : XZ. Tambien prop. 1.a lib. 6.º XLH : XVZ :: XH : XZ, luego, prop. 11. lib. 5.º, XLH : XSR :: :: XLH : XVZ; y, prop. 9 ae id., XSR = XVZ: esto es: el triangulo equilat.º igual al escaleno q.e era &c.

Proposicion 9 Problema Fig. 9.

Hacer un triangulo igual a un Quadrilatero. Lo prim.º sea dado el paralelogramo BQ.

Res: Alargada la base BC, hagase CL = BC y tirando la recta AL, el triang.º ABL será = al paralelogramo BQ: la demostracion se viene alos ojos

Lo 2.º Si se da el trapecio BQ (fig. 10) alargando BC, hagase CL = AQ, y tirando AL sera el triang.º ABL = al trapecio

BD: La Demostracion es la misma q̃ la anteced.

Lo 3.º Si se pide un triangulo igual al trapezoide BD (fig. 11) tirese 1.º la recta AC, y desp.s su paral.a DL q̃ cortará ála BC alargada en el punto L, y tirando la recta AL, el triang.o ABL sera igual al trapezoide ABCD.

Dem. Los triang.s DAC, ACL, tienen una misma base y altura, luego son iguales; por lo mismo si a uno y otro se añade el triang.o ABC sera &c

Proposicion 10 Problema. fig. 12

Hacer un triang.o igual al pentagono ABCDE

Resol. Alarguese a una y otra parte el lado AB tirense las rectas DA, DB, y a estas las paralelas EH, CF y tirando las rectas DH, DF, el triang.o HDF sera igual al pentagono dado ABCDE.

Dem. Por razon de las paralelas DB, CF los triang.s CDB DBF son iguales, y tambien p.r lo mismo lo son los triang.s DEA, DAH por las paral.s DA, EH; luego si en lugar del triangulo CDB, se substituye su igual DBF, y en lugar del triang.o DEA su igual DAH se tendrá el triang.o HDF igual al pentagono d.e era &c.a

Escolios: 1.º Del mismo modo se hace un triang.o igual a un exagono, reduciendole 1.º a pentag.o; luego a Quadrilatero y desp.s a triang.o

2.º fig. 13. Si la fig.a tubiere un angulo entrante como DCB, se sacará tirando BD, y su paral.a CL, y despues la LD y se tendrá la fig.a ALDEF igual ála dada ABCDEF, y quitado el ang.o entrante se reducirá la fig.a a triang.o como se ha dicho.

Proposicion 11 Problema fig. 14

Sobre una recta MN hacer un paralelogramo igual al dado AC

Modo 1.º Alas tres rectas MN, AB, AD hallese la 4.ta pp.l MO q̃ se levantará sobre MN haciendo el ang.o

$M=A$, y concluyendo el paralelogramo ML será igual al dado AC respecto a q. tiene los lados reciprocos q. comprenden los ang. iguales A y M.

Modo 2.º Bajese la perpendicular QF, y a las 3 rectas MN, AB, QF, hallese la qta ppl HO q. se levantará perpendicular sobre MN en qualquier punto H, y tirando OL igual y paralela a MN como tambien las rectas OM, LN se tendrá el paralelogramo ML = al AC p.r q. tienen bases y alt.s reciprocas

Escolio fig. 55 Si se quiere un Quadrado igual al paralelogramo AC, entre la base AB, y la altura QF hallese la media pp.l XZ y el quadrado hecho sobre esta será igual al paralelogramo; porq.e siendo continuas pp.s AB, XZ, QF. Sera $AB \times QF = \overline{XZ}^2 = E$, pero el paralelogramo $AC = AB \times QF$, y el quadrado $E = \overline{XZ}^2$, luego &.a

2.º fig. 56. Si se pide un quadrado igual al triang.º ABL entre AC mitad de la base AL y BH alt.a del triang.º hallese la media ppl XZ y esta será lado de un quadrado E = al triangulo dado ABL; porq.e el triang.º es igual a un rectangulo hecho de la mitad de la base y toda la altura, ó de mitad de la altura y toda la base

3.º Si se quiere un Quadrado igual a un Rectilineo se reducirá este prim.º a ~~[illegible]~~ triang.º y luego a Quadrado

Proposicion 52 Teorema, fig. 57

El circulo es igual a un triangulo q. tiene p.r base una recta igual a toda la circunf.a y p.r alt.a el radio.

Explicacion: Sea BF igual a la circunf.a y el radio AB la altura: digo q. el triang.º ABF es igual al Circulo

Dem: Concibase la circunf.a dividida en partes infinitam.e pequeñas como BL, y q. del centro salen radios a todas las divisiones, y resultará una infinidad de triangulos q. cada uno tendrá p.r base el correspond.e pequeño arco, q. se puede tomar p.r linea recta, y por altura el radio: luego si BF es igual a todas las ~~[illegible]~~ bases juntas esto es a toda la circunf.a, y el radio AB es la altura sera el triangulo ABF igual al Circulo.

Corolarios 1.o: El Circulo es igual a un rectangulo hecho del Radio y de la mitad de la circunf.a

2.o El sector es igual a un triang.o hecho del radio y de la mitad del arco

3.o Si entre el radio y la mitad de la circunf.a se halla una media ppl se tendrá el lado de un quadrado igual al circulo

Escolio: La dificultad de transformar el circulo en fig.a rectilinea esta en hallar una linea recta igual ala circunf.a, y consiste en averiguar la razon q.e tiene el diam.o ala circunferencia: Sobre loqual han trabajado mucho los mas excelentes Geometras sin q.e hasta ahora sin q.e hasta ahora se haya descubierto lo q.e tan diligentem.te se ha buscado. No obstante se tiene esta razon tan proxima ala verdad q.e no puede causar en la practica error sensible.

Luis Ceulon es celebrado entre todos los autores p.r haver hallado la razon siguiente:

Diametro.......... $1^{5}0,000000^{4},000000^{3},000000^{2},000000,000000$
Circunf.a mayor......$314^{5},159,265^{4},358,979^{3},323,846^{2},264,338^{1},327,950$
Circunf.a menor......314,159,265,358,979,323,846,264,338,327,949

Para evitar molestia enlas operaciones basta tomar las 3 prim.s notas de la izquierda asi en el diam.o como en la circunf.a

Otros Autores dan otras razones p.o las tres mas admitidas son las siguientes:

	Diam.		Circunf.a
Segun Luis Ceulon	100	a	314
Segun Adriano Mecio	71	a	223
Segun Archimides	7	a	22

Proposicion 13. Prob. fig. 17.

Dado el diam.º del circulo hallar la circunf.ª y al contrario dada la circunf.ª hallar el diam.º

La proporcion p.ª averiguar esto es bien sencilla

Corolarios 1.º Si el radio AB de un circulo se divide en 7 partes ig.s y se levanta la perpend.a BF de 44 de d.has partes el triang.º ABF sera igual al circulo.

2.º El rectangulo hecho del radio AB = 7 partes y de BH igual a 22 sera igual al circulo.

Proposicion 14 Prob. fig. 18.

Hacer un quadrado igual a un circulo dado B.

Res. Tirese una recta larga a discrecion: cortese CB igual al radio del circulo dado B q.e se dividira en 7 partes ig.s; tomense 22 de estas desde B hasta E; entre CB, BE hallese la media pp.l BL y esta sera lado de un quadrado ig.l al circulo: porq.e &

Escolios fig. 19. Si se quiere un circulo igual al quadrado X se tomará qualq.a recta CB de 7 pts ig.s y BE de 22 (fig. 18) entre CB, BE se hallará la media pp.l BL, y a las 3 rectas BL, CB, MN, se hallará la q.ta pp.l RS q.e sera radio de un circulo ig.l al quadrado dado X; porq.e, siendo el quadrado de BL igual a un circulo cuyo radio es CB sera el quadrado de MN igual al circulo cuyo radio es RS p.r ser pp.s las quatro rectas BL, CB, MN, RS.

2.º Varios modos han discurrido los autores p.a quadrar el circulo, valiendose de curbas de diversas especies: Nicostrato, y Nicomedes inventaron p.a este efecto la linea quadratriz cuya construccion es como se sigue.

fig. 20: Describase el quadrante ABC, dividase el arco CA en muchas pts ig.s en los puntos M, N, &, y tambien el lado AB en ig.l num.º de partes en los puntos E, Z, &c; tirense los radios BM. BN, &, y p.r la prim.a division E la recta ER paral.a

a BC hasta encontrar el primer radio en el punto R y asimismo p.r los demas puntos las correspond.s paralelas a BC, hasta encontrar cada una con su respectivo Radio, y pasando una Curba ARTOX por todas las intersecciones se tendrá formada la linea quadratriz en la q.e la recta AB se llama lado y BX base

Esta linea tiene dos defectos el 1.o consiste en no haver medio geometrico p.a tirar la curba del punto A al punto R, y asi de las demas partes interm.s de dhos puntos, y el 2.o en q.e no se puede determinar el ultimo X; pero no obstante tiene muchas utilidades fundadas en dos singulares propiedades, la 1.a de los quales es q.e qualquiera arco AN al quadrante total AC tiene la misma razon q.e la parte AF al lado AB; y la 2.a q.e la base BX, el lado AB, y el arco AC son contin.s pp.s; y en estas propiedades se funda la resolucion de los problemas siguientes.

Proposicion 15 Prob. f.a 20... falta.

Dividir el ang.o ABL en 3 partes ig.s

Res. Con el intervalo BA lado de la quadratriz describase el arco AL, y del punto O en q.e se corta la Quadratriz bajese la perpendicular OH sobre el lado AB; dividase AH en 3 partes ig.s en los puntos EF, y tirense las paralelas ER, FT, a HO, como tambien los radios BRM, BTN q.e dividiran al arco AL, o bien al ang.o ABL en 3 p.tes ig.s

Si el angulo fuere obtuso se dividirá por medio y desp.s la mitad en 3 partes ig.s y los dos tercios de esta mitad sera el tercio del todo.

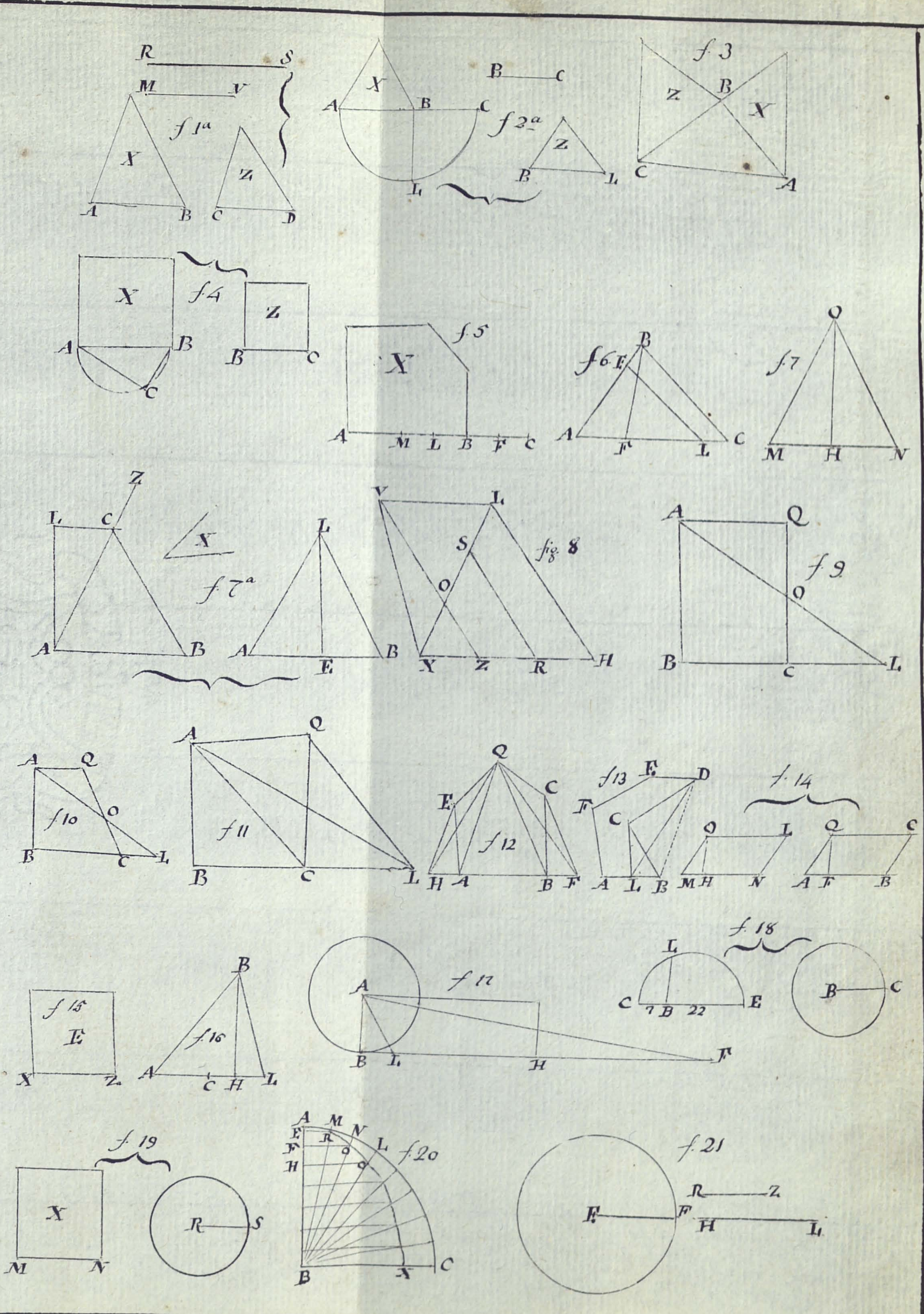
Prop. 16 Prob. fig. 21.

Dado el radio CF de un circulo hallar la circumferencia.

Resol: A las dos rectas BP, AB hallese la 3.ª ppl. HL q.e será q.e será la 4.ª pte de la circunferencia de un circulo cuyo radio es AB; A las 3 rectas AB, HL, EF hallese la 4.ª ppl. RZ q.e será la 4.ª parte de la circunf.ª q.e se busca

Escolio hallada la circunf.ª es facil hacer un quadrado igual al circulo como se ha dicho.

Fin del Libro 4.º



Lugo 15 de Febr.º de 1813

Libro 5.º

Del uso de algunos Instrumentos.

Sirven los instrumentos para facilitar la practica sobre el papel y el terreno, y son casi infinitos los q.e se han inventado p.a el uso de la Geometria, Astronomia, Nautica &, segun el fin p.a q.e se aplican. Los q.e mas conducen ala Geometria practica son la Plancheta, el semicirculo, y la Pantom.a como se verá en los Capitulos siguientes en los quales se declará el principal uso de cadauno: como tambien algunas practicas sobre el terreno con cuerdas y piquetes

Capitulo 1.º

Dela Pantometra

Esta voz Pantometra quiere decir medida universal: llamase tambien Compas de proporcion porq.e todos los problemas se resuelven, hallando una media 3.a, 4.a pp.l, con solo abrir mas omenos el instrumento; pues en qualquiera abertura se hallaran triang.s isosceles semejantes cuyos bases son pp.s con los lados. En la Pantom.a se ponen varias lineas divididas, y las mas comunes son: La de partes iguales: la de los poligonos: la delas cuerdas: la de los Planos; la delos solidos, y la de los Metales.

Dela linea de partes iguales.

Esta linea llamada tambien Aritmetica suele estar dividida en 200 p.tes ig.s q.e se numeran desde el centro del instrumento en donde concurren y p.r ella se resuelven los problemas siguientes.

Prop. 1.a Prob. fig. 1.a

Dividir una recta en las partes ig.s q.e se quiera. V.g. la recta AB en 100 pts ig.s

Res: Abrase la pantom.a de suerte q.e la distancia AB se ajuste entre los puntos 100 y 100, y sin abrir ni cerrar el instrumento se tomará la dist.a entre los puntos 20 y 20 q.e se pasará sobre la recta dada AB desde A hasta L y la distancia AL será de 20 partes de dha linea AB, y pasando de este mod.o todas las distancias transversales quedará dividida AB en 100 pts ig.s

Escolio: Si la recta MN, se quiere dividir en dos partes q.e tengan la razon de 5:3 se tomarán dos num.s en la razon dada como 50 y 30, y porq.e sumados hacen 80. se abrirá la pantom.a de suerte q.e la recta MN se ajuste entre los puntos 80 y 80, y tomando la distancia entre 50 y 50 se pasará desde M hasta O, y se tendrá dividida la linea segun se pide.

Prop. 2.a Prob. fig. 1.a

A las dos rectas AB, EF hallar una 3.a pp.l

Res. Tomese con el compas la distancia AB q.e se pasará sobre la linea de partes ig.s desde el centro C hasta M abrase la pantom.a de suerte q.e la recta EF se ajuste transversalm.te entre los puntos MM, y sin mover el instrumento se pasará la misma recta EF desde el centro C hasta N y la distancia NN será la 3.a pp.l q.e se busca, porq.e en los triang.s semejantes CMM, CNN son pp.s CM:MM::CN:NN esto es AB:EF::EF:NN.

Escolio: Si a las tres rectas A, B, E, se quiere una 4.a ppl.: Tomese la 1.ª A, q.e se pasará desde C hasta F; abrase la pantom.ª de suerte q.e la 2.ª B se ajuste entre los puntos FF, y transfiriendo la tercera E desde C hasta L; la distancia LL será la 4.ª ppl. q.e se pide.

De la Linea de los Poligonos

Sirve esta linea p.ª los polig.s regulares desde 3 hasta 12 lados, y se usa de ella segun los problemas siguient.s

Proposicion 4.ª y 5.ª fig. 2.ª

Sobre una recta AB formar qualquier poligono regular, y sea el de 9 lados

Res: Abrase la pantom.ª de suerte q.e la recta AB se ajuste entre los puntos 9 y 9; y tomando la distancia entre los puntos 6 y 6 será esta el radio de un circulo en cuya circunf.ª se ajustará 9 veces la recta AB. Fundase esta practica en q.e el lado del exagono regular es igual al radio, y p.r esto se toma la dist.ª entre los puntos 6 y 6.

Si un Poligono regular se ha de inscribir en un circulo dado v.g. el de 5 lados; abrase la pantom.ª de suerte q.e el radio XZ del circulo dado se ajuste en los puntos 6 y 6; y p.r q.e se quiera el polig.º reg.r de 5 lados, tomese la distancia entre los puntos 5 y 5, la qual se ajustará 5 veces en la circunf.ª

De la Linea de las Cuerdas

En esta linea llamada cordometrica se contienen las cuerdas de todos los grados del semicirculo, y a ella pertenecen los problemas siguientes.

Proposiciones y problemas f.ª 3.ª

6.ª De un Circulo dado cortar qualquier arco y sea de 70.º Abrase la pantom.ª de suerte q.e el radio XZ se ajuste entre los puntos 60 y 60, y tomando las distancias entre los puntos 70 y 70 se pasará esta ala circunfª desde Z hasta t y el arco tZ será de 70.º

Esta practica y las siguientes se fundan en q.d el radio es la cuerda de 60.º

7ª.... Sobre la recta dada XZ formar un angº. de qualquier numº. de grados, y sea de 70.º Con el intervalo XZ describase un Circulo: y executese lo mismo q.e en esta proposicion antecedente, tirando tX p.a tener el angº. Q

8ª.... Dado un Angº. X hallar el valor de sus grados: Con qualquier intervalo XZ describase el arco Zt; abrase la pantomª. de suerte q.e el radio XZ se ajuste entre los puntos 60 y 60; y tomando la distancia Zt, vease en q.e puntos se ajusta transversalmente; y supuesto q.e se acomoda entre los puntos 70 y 70 se dirá q.e el angº. X es de 70 grados

9ª.... Sobre una recta dada formar qualquier poligº. regular, y sea el octagono. Por q.e el lado del octagono regular es la cuerda de 45º, abrase la pantomª. de suerte q.e la recta AB se ajuste entre los puntos 45 y 45, y tomando la distancia entre 60 y 60 se tendrá el radio de un Circulo en el qual se ajustará AB 8 veces

Escolio: Si dado el Circulo se trate inscribir el octagono, se abrirá la Pantª. de suerte q.e el radio del circulo se ajuste entre los puntos 60 y 60, y tomando la distancia entre 45 y 45 se tendrá el lado del 8.no regular

De la Linea de los Planos

Los princip.s Problemas q.e se resuelven p.r esta linea llamada planometrica, o Geometrica son los siguientes, fig. 4.ª

10ª...... Hallar la razon q.e tiene un rectilineo X a otro semejante Z: Tomese el lado AB, y ajustese transversalm.te a qualesquiera dos puntos de esta linea, y sean los puntos 20 y 20; tomese el lado semejante EF, y supuesto q.e se ajusta entre los puntos 10 y 10 se dirá q.e el rectilineo X es duplo de Z. Fundase esta practica en q.e las figuras semejantes son como los quadrados de sus lados homologos.

Escolio Si las rectas AB, CD fuesen diam.^s de circulos, seria el circulo del 1º duplo del 2º.

11ª..... Hacer una fig.ª semejante a otra en qualq.ª razon dada; como, se pide un rectilineo semejante a X y q.^e sea su mitad. Tomense dos num.^s como 20 y 10 en la razon dada; abrase la pantom.^a de suerte q.^e la recta AB se ajuste entre los puntos tomados 20 y 20 y tomando desp.^s la distancia entre 10 y 10 será esta sobre la q.^e deberá formarse el rectilineo pedido. Lo mismo se practica en los circulos tomando sus diam.^s

Dela Linea de los Solidos

Por medio de esta linea llamada estereometrica se halla la razon entre los solidos semejantes; se hace un solido semejante a otro en qualq.ª razon dada; se saca la raiz cubica de qualquier num.º; se hallan dos medias pp.^s; y el calibre de las balas

12ª..... Hallar la razon entre dos solidos semejantes. Sean las lineas A, y B lados homologos de los solidos semejantes, y q.^e se pide la razon q.^e tienen entre entre si. Tomese la recta A y ajustese transversalm.^te a qualesq.ª dos puntos de esta linea y sea entre 50 y 50, y sin mover el instrum.^to vease a q.^e puntos se ajusta transversalm.^te la recta B y supuesto q.^e se acomoda entre los puntos 20 y 20 se dirá q.^e el solido de la recta A, al solido de la recta B tiene la razon de 5 a 2

Escolio: Las rectas A, B pueden ser lados homologos de paralelipipedos, prismas y piramides semejantes; como tambien diam.^s de las bases de 2 cilindros, o Esferas; porq.^e siendo semejantes son como los cubos de sus lados homologos

13ª.....Hacer un solido semejante a otro en qualq.ª razon dada. Practiquese lo mismo q.^e en la ppos. 11ª

Dela Linea de los Metales.

Sirve la linea metalica p.ª hallar la razon de los solidos semejantes de diversas materias y las divisiones de esta linea se notan con los caracteres delos planetas como sigue

El Sol.... ☉.... el oro
Saturno... ♄.... el Plomo
la Luna... ☾.... Plata
Venus.... ♀.... Cobre
Marte.... ♂.... hierro
Jupiter.... ♃.... Estaño
Mercurio... ☿.... Azogue.

En los metales se hande considerar el peso y la magnitud de suerte q̃ si dos solidos semejantes de metales diversos fuesen de igual peso tendran magnitudes desiguales y si fueren de igual magnitud seran de pesos desiguales; pero sopre las magnitudes estan en razon reciproca de los pesos, y al contrario, estos en razon reciproca delas magnitudes. La proporcion de los diamᵒˢ de igual peso es como sigue

Oro	500
Azogue	559
plomo	592
plata	615
Cobre	643
Alaton	652
Hierro	668
Estaño	684

44ª ----- fig. 6ª Dado el diamᵒ A de un Globo de plata hallar el diamᵒ de un globo de estaño de igual peso: Abrase la Pantomᵃ de suerte q̃ el diamᵒ se ajuste entre los puntos dela Plata, y tomando la distancia entre los puntos del Estaño, se tendrá el diamᵒ de un globo de este metal q̃ pesará tanto como el de la plata.

Capitulo 2º

Del Semicirculo ó Grafometro.

Por medio de este instrumento se forma qualquier ang.º ó figura, se tira una paralela, se mide una distancia ó altura, y se levanta el plano de qualquier recinto. Su fig.ª ya la sabemos.

Prop. 15 fig.ª 7.ª Pidese formar un angulo de 40º en el punto L de la recta LA. Pongase el semicirculo en el punto L de suerte q.ᵉ por el diam.º LA se vea el punto A y poniendo la Alidada al 40º tirese la visual LB, y el ang.º BLA será de 40º.

Escolio 1º. Si se hubiere de levantar una perpend.ʳ se pondrá la alidada al 90º.

2º Si se hubiere de hacer la operacion sobre el papel se pondrá el centro del semicirculo en el punto L y se practicará lo mismo q.ᵉ sobre el terreno, solo q.ᵉ el semicirculo es mas pequeño.

16.ª .... Dado el punto B sobre el terreno tirar p.ʳ el una paral.ª ala recta LA; fig. 8.ª Pongase el semicirculo en qualquier punto L de LA de suerte q.ᵉ p.ʳ el diam.º se vea LA, y por la Alidada el punto B, y notese el ang.º BLA, pongase despues el semicirculo en el punto B, y formese p.ʳ el problema antecedente el ang.º LBK = BLA q.ᵉ siendo alternos las rectas AL, BK seran parał.ˢ

17.ª... Medir la distancia AB acesible solo en el punto B. Pongase el semicirculo en el punto B de suerte q.ᵉ por el diam.º se bea el punto A y p.ʳ la Alidada qualquier punto L en la campaña; y supuesto q.ᵉ el angulo B se halló de 50º se medira la distancia BL q.ᵉ supongo de 457 pies, traladese el semicirculo al punto L dirigiendo por el diam.º la bisual LB y p.ʳ la Alidada la recta LA, y sea el angulo ALB de 70º: luego el ang.º LAB sera de

60°; y en el triangulo ABL conocidos dos ang.s y el lado BL se hallará la distancia AB con la proporcion siguiente.

Como el seno del ang.° A = 50°.... C.L... 0,0624694
Al lado BL = 457 pies............ 2,6599562
asi el seno del ang.° L = 70°.......... 9,9729858
al lado AB = 496 2,6953714

Escolio: En semejantes practicas se han de observar dos cosas; la 1.a q.e los ang.s no sean muy agudos, y la 2.a q.e la recta BL q.e se mide sobre el terreno llamada base tenga proporcion con la distancia q.e se busca esto es: q.e si la distancia AB es de 1000 pies no se tome la base de 10, ó 12 solam.te, pora q.e puede causar un error considerable.

14.a Medir la distancia AB del todo inaccesible, pongase el instrumento en el punto F (fig. 50) de suerte q.e por el diam.° se vea el punto L, y p.r la alidada dirijanse las visuales FB, FA y sea el ang.° BFA de 48° y el ang.° AFL de 32°; midase la base FL y sea de 888 pies, pongase el semicirculo en el punto L de suerte q.e por el diam.° se vea el punto F, y por la alidada dirijanse las visuales LB, LA, y sea el angulo BLF de 30° y el ang.° ALF de 100° con lo qual se se resolveran los triang.s siguientes

Lo 1.° en el triangulo BLF se tiene FL de 888 pies y siendo el angulo total en F de 80° y el angulo BLF de 30°, sera el ang.° LBF de 70° con lo q.e se, hallará el lado BF haciendo la proporcion.

Como el seno del ang.° B = 70°.. C.L.... 0,0270142
Al lado FL = 888 pies 2,9484130
Asi el seno del ang.° L = 30°....... 9,6989700
Al lado BF = 472 pies 2,6743972

Lo segundo: en el triang.° ALF se tiene el angulo total L de 100° y el ang.° AFL de 32°, luego el angulo LAF será de 48°; tambien FL = 888 pies con lo qual se hallará a FA haciendo la proporcion

Como el seno del ang.° LAF = 48°... C.L.... 0,5289265
al lado FL = 888 pies 2,9484530
asi el seno del angulo ALF = 100° 9,9933515
al lado FA = 1177 3,0706950

Lo 3.° En el triang.° AFB se tienen conocidos los lados FA, FB, y el angulo comprendido F de 48°. con lo qual se hallará el angulo FAB, haciendo la proporcion

Como la Suma de los lados FA + FB = 1649. C.L... 6,7827794
ala dif.ª de los mismos FA − FB = 705 2,8481891
asi la tangente de la Semisuma de los angulos opuestos A + B = 66°... } 10,3514169
Ala tang.e de la Semidif.ª de los mismos = 43°,50'.... 9,9823854

Y restando la semidif.ª hallada 43° y 50' de la Semisuma = 66° será el ang.° FAB de 22° y 10' con lo qual se hará la proporcion.

Como el seno del ang.° FAB = 22° y 10'... C.L. 0,4233108
al lado BF = 472 2,6739420
Asi el seno del angulo AFB = 48° 9,8710735
ala distancia AB = 930 pies 2,9683263

Proposicion 19 Problema

Medir la Altura AB accesible en el punto B. fig.ª 1.ª Lam.ª 2.ª) Pongase el Semicirculo en qualquier punto L desuerte q.e el diam.° T8 sea perpend.r sobre la distancia LB; Dirijase pues la alidada hacia A, y B, y notese el ang.° ACB, q.e supongo de 38°, y su complem.° CAD será de 52°: Midase la base BL y q.e sea de 223 p.s = CD, y en el triang.° ACD rectang.° en D se hallará AD haciendo la proporcion.

Como el seno del ang.° CAD = 52°... C.L. 0,1034679
al lado CD = 223 pies 2,3483530
Asi el seno del ang.° ACD = 38° 9,7893420
ala alt.ª AD = 173 p.s .... 2,2391629.

Y añadiendo $CL = DB$ altura del instrumento que supongo de 5 pies se tendra la alt.ª de 578 pies

Proposicion 2.ª Problema fig. 2.ª

Medir la alt.ª AB del todo inaccesible

Puesto el semicirculo en qualquier punto H observese el ang.º AFD, y sea de 75.º y retirandose con el instrumento a otro punto L observese el ang.º ACD, y sea de 42.º Midase la distancia $LH = CF$ y sea de 80 pies. En el triang.º obliquang.º ACF se tendrá conocido el lado CF y todos los ang.s, porque, siendo el ang.º externo AFD de 75.º y el ang.º ACD de 42.º, será el ang.º CAF de 33.º con lo qual se hallará AF haciendo la proporcion.

Como el seno del ang.º $A = 33.º$ ... C.L. 0,2638952
a $CF = 80$ pies ------------------- 1,9030900
Asi el seno del ang.º $C = 42.º$ ------------ 9,8255109
al lado $AF = 98$ p.s ------------------- 1,9924921

Y en el triang.º rectang.º ADF conocida la hipotenusa AF y los ang.s se hallará AD haciendo la proporcion
Como el Radio ------ C.L. ------ 0,0000000
a la hipot.ª $AF = 98$ p.s ------------- 1,9912261
Asi el seno del ang.º $F = 75.º$ ------------ 9,9849438
al lado $AD = 95$ p.s ------------------- 1,9761699

Y añadiendo 5 p.s p.r la alt.ª del instrum.º se tendrá la alt.ª AB de la torre de 100 pies

Escolios 1.º Si la torre esta sobre una alt.ª o monte se hallará 1.º la alt.ª BD del monte (fig. 3.ª), y despues la alt.ª AD del monte y torre, y restando la mayor de la menor se hallará la alt.ª AB de la torre

2.º fig. 4.ª Para medir desde el punto C de la torre CH la alt.ª de la torre AB, se medirá $CH = BL$, y observando el ang.º BCL se hallará la dist.ª CL resolviendo el triang.º BCL rectang.º en L, y teniendo conocido CL, y el ang.º observado ACL se hallará AL resolviendo el triang.º rectang.º CLA, y se tendrá $AB = AL + LB$.

3.º fig. 5.ª Para medir qualq.ª alt.ª en las practicas antecedentes, se supone q.e las estaciones se hacen en un mismo plano orizontal; y quando no se encuentra un terr.o de estas circunstancias, se hará de este modo: Por qualq.a de los problemas 17 y 18 hallese la dist.a CB al pie de la Torre, y la dist.a CA hasta la altura, y puesto el Semicirculo verticalmente se observará el ang.o ACB, con lo qual se hallará AB, resolbiendo el triang.o obliquang.o en donde se dan conocidos dos lados y el ang.o compreendido.

Proposicion 25 Problema fa. 6a

Conocidas 3 distancias AB, BC, AC, y observados los angulos X, Z hallar las distancias MA, MB, MC.

Concibase un Circulo q.e pase por los puntos A, C, M, el qual cortará ala recta MB alargada, si es preciso, en el punto F, y considerando las rectas AF, FC.

Lo 1.o el ang.o S = X, y R = Z (prop. 21 lib. 3.o) Luego en el triang.o AFC, se tienen conocidos los angulos y el lado AC y se hallaran las distancias AF, FC

Lo 2.o En el Triang.o ABC conocidos los tres lados se hallará el ang.o A, del qual, quitando el ang.o R se tendrá conocido el ang.o BAF

Lo 3.o En el triang.o AFB conocidos los lados AB, AF, y el ang.o compreendido BAF se hallará el ang.o ABM.

Lo 4.o En el triang.o MBA, conocidos los ang.s y el lado AB se hallaran los lados MA, MB.

Lo 5.o En el triang.o BMC conocidos los lados MB, BC, y el ang.o Z se conocerá el lado MC.

Escolios. 1.o f.a 7.a) Si resolviendo el triang.o BAC se hallase el ang.o A menor q.e Z el punto B caerá dentro del circulo, y restando el ang.o menor del mayor se tendrá siempre el ang.o BAF

2.o f.a 8.a) Si resolviendo el triang.o ABC resultase el ang.o A = Z en este caso el circulo pasará p.r el pto B, y el problema es indeterminado, pues en qualquier punto del arco AMC, se formaran los mismos ang.s XZ

3.o f.a 9.a) Si los dos ang.s observados X, Z juntos fueren iguales a dos rectos, la estacion M se hallará sobre la recta CA, y resolviendo el triang.o ABC se allará el ang.o A, y en el triang.o ABM conocidos los ang.s y el lado AB se hallaran las distancias AM, MB, y restando AM de AC se tendrá CM.

4.o f.a 10) Si los dos ang.s observados X, Z, juntos fueren mayores q.e dos rectos el punto M caera dentro del triang.o y concibiendo un circulo AMCF, y alargado BM, hasta F, tirense las rectas AF, FC. Lo 1.o conocido el ang.o X se tendrá su suplem.to a dos rectos AMF = ACF: tambien conocido el ang.o Z se tendrá su suplemento CMF = CAF; y en el triang.o ACF conocidos los ang.s y el lado AC se hallará el lado AF.

Lo 2.o En el triang.o ABC conocidos los lados se hallará el ang.o BAC, y añadiendo a este el ang.o CAF se tendrá el total BAF.

Lo 3.o En el triang.o BAF conocidos los lados FA, AB, y el ang.o comprend.o se hallará el ang.o ABF

Lo 4.o En el triang.o AMB conocidos los ang.s, y el lado AB se hallaran las distancias MA, MB.

Lo 5.o En el triang.o BMC conocidos los lados MB, BC y el ang.o Z se hallará el lado MC.

Escolio 5.o f.a 11) Si los tres puntos A, B, C estan en linea recta concibiendo el circulo MAFC, y tirando las rectas MBF, AM, MC, AF, FC. Lo 1.o siendo el ang.o Z = R, y X = S, en el triang.o AFC, conocidos los ang.s y el lado AC se conocerá el lado AF.

Lo 2.o En el triang.o BAF conocidos los lados AB, AF y el ang.o comprendido R, se hallará el ang.o FBA q.e es igual CBM, y por consiguiente se tendrá el angulo ABM q.e es suplem.to a dos rectos.

Lo 3º En el triang.o MBA conocidos los ang.s y el lado AB se hallaran las distancias MA, MB.

Lo 4º En el triang.o MBC conocidos los ang.s y el lado MB, se hallará la distancia MC

Escolio 6º f.a 12.a) Si las distancias AB, AC se ven por un mismo ang.o X de suerte q.e los 3 puntos B, C, M esten en linea recta.

Lo 1º Resolviendo el triang.o ABC se hallará el ang.o B.

Lo 2º En el triang.o MBA conocidos los ang.s y el lado AB, se hallaran las distancias MA, MB, y restando CB de BM se tendrá la dist.a CM.

Puede servir este Problema en el sitio de una plaza para determinar la distancia de una Bateria o qualquiera objeto sin medir base sobre la campaña; o bien quanto dista de tierra un Navio; y particularm.te para determinar qualquier punto sobre la plancheta como se dirá en su lugar

Capitulo 3º

De la Plancheta

Este Instrumento consiste &c.

Proposicion 22 Problema

Lebantar el plano de qualquier terreno. fig.a 2.a

Lo primero formarse una escala de varas proporcionada p.a q.e las visuales tiradas en dos estaciones se contengan dentro de la plancheta, y esta escala se pegara ~~dentro~~ sobre de una regla, como asi mismo el papel sobre la plancheta p.a figurar el plano

Lo 2º pongase la plancheta en qualquier punto P, lo mas orizontal q. se pueda de suerte q. se descubran todos los objetos; eligase qualquier punto E desde el qual por medio del Bloc se dirixiran las visuales EA, EB, EC, ED, señalandolas sobre la plancheta con un lapiz, o en blanco describiendo sobre EA arbol, sobre EB cruz &. y sin mover la plancheta dirijase a qualquier punto Q del terreno la visual EQ.

Lo 3º Midase sobre el terreno la base PQ y supuesto q. se halló de 200 varas se tomaran 200 partes dela escala q. se pasaran desde E hasta F.

Lo 4º Llevese la plancheta al punto Q y dispongase orizontalm.te de suerte q. puesto el Bloc sobre la recta EF se vea el punto P, y sin moverla puesto el Bloc en el punto F dirijase la visual FA q. cortara ala EA en el punto 1, dirijase despues la bisual FB q. cortará ala EB en el punto 2, y a este modo las demas; siendo el punto 1, la situacion del arbol, el punto 2 el dela cruz &.

Dem: Correspondiendo el punto E dela plancheta al punto P dela campaña, y el punto F sobre el punto Q los triang.s APQ, E1F son equiangulos p.r constuccion; luego son semejantes y por consiguiente el punto 1 tendra sobre la plancheta semejante situacion respecto alos puntos E y F q. el punto A sobre la campaña respecto alos puntos P y Q. siendo lo mismo enlos demas objetos, y transfiriendo las rectas E1, E2, E3 & sobre la escala se sabrá el num.º de varas q. contienen las distancias PA, PB &: esto es q. asi como EF expresa las 200 v.s q. contiene la distancia PQ, asi E1 denotara las varas q. contiene PA p.r q. son pp.s EF: PQ :: E1: PA. y asi de las demas. Este modo de averiguar los lados deun triangulo se llama resolucion organica.

Escolios.

1º Quando se levanta un plano se han de señalar sobre el papel todas las cosas q. sean dignas de atencion en la.

campaña, como; caminos, casas, Molinos, Barrancos, bosques, alturas, Rios &c segun el fin p.a q.e se hace.

2.º Quando sobre el plano se hade poner una curba muy irregular como la margen de un rio. Se tira sobre el terreno la recta AB (fig. 3.a) y sobre ella se levantan muchas perpendiculares a1, c2, B3, y pasando la recta sobre el plano se divide en partes semejantes, y levantando sobre ella perpend.s de igual num.º de partes alas q.e se hallaron en el terreno se describira una curba p.r sus extremos y quedará la margen del rio como esta en el terr.º

3.º Si sobre el plano principal se hade poner el de una casa situada en la campaña, se hade determinar sobre la plancheta 2, o 3 puntos extremos de ella, y haciendo el detall particular de la casa se figurará sobre el plano con las medidas de la escala.

4.º Habiendo de Levantar el plano de una gran Plaza muy regular conviene tomar 1.º el recinto de toda la fortificacion y señalar esta con el mayor cuidado, tomando 1.º los angulos flanqueados de los baluartes y desp.s con basesmas pequeñas se determinan los demas angulos entrantes y salientes; porq.e si de un punto se quisieren llevar con la plancheta todos los angulos del recinto hasta concluir es facil ten las muchas operac.s q.e se necesitan cometer algun pequeño error el qual se aumenta insensiblem.te tanto q.e quando se llega a cerrar la plaza no se encuentra el punto 1.º donde se esperaba; y asi conviene tomar 6 u 8 puntos los mas principales, y luego los demas intermedios; levantado el plano de la fortificacion se levantara el delas calles y plazas como tambien el dela Campaña vecina.

5.º Si hubiera dentro dela Plaza 2, o, 3 torres bien distantes entre si desde las quales se descubriesen todos los angulos del recinto, se podran determinar con mas exactitud los puntos princip.s tomandolos desde dhas torres, poniendo spre la plancheta orizontal.

6.º Siendo accesibles los objetos q.e se hande señalar en el plano, conviene medir las distancias sobre el terreno y tomando dela escala igual num.o de partes se formará el Triang.o

IIº Teniendo 3 puntos conocidos a, b, c en la plancheta q.e corresponden a los 3 ABC sobre el terreno se hallará el punto M de la estacion de este modo (fig 4.a)

Sobre un papel aparte observese la distancia AB p.r el angulo X, y la distancia BC p.r el ang.o Z, con esto se formará sobre la plancheta sobre la recta AB el segmento de circulo a, m, b capaz de contener el ang. X, y sobre bc el segmento bmc capaz de recibir el angulo Z, y el punto M en q.e se cortan las circunfa.s sera el dela Estacion M: la razon es p.r q.e el ang.o X solo puede estar en la circunf.a a m, b, y el ang.o Z en la circunf.a b m. c, luego la interseccion de d.hos arcos sera la Estacion M.

Si los arcos (fig. 5a) no se encontrasen respecto de pasar un mismo arco p.r los tres puntos a, b, c, no se puede señalar el punto M; del mismo modo se obrasia en la situacion dela fig.a 5.a

Si las rectas BC, AC (fig. 6) se ven por un mismo ang.o q.e se formará sobre AB el segmento de circulo a M b capaz de recibirle, y alargando AC hasta la circunf.a se tendrá el punto M: Esta practica es la misma q.e se resolbio p.r trigonom.a y es muy convent.e en el uso dela Plancheta por 3 causas. La 1.a porq.e teniendo 3 puntos se puede continuar el plano. La 2.a porq.e alg.s veces no se podran medir bases competentes sobre el terr.o La 3.a porq.e habiendo de levantar un plano grande se necesitan muchos dias, y si los puntos delas bases sobre el terr.o se pierden, p.r el metodo d.ho se orienta, o rectifica la plancheta en qualq.a parte y se puede continuar el plano

Para evitar la molestia de hacer Geometricam.te el segm.o de circulo capaz de contener el ang.o dado se corta de papel el triang.o a b c (fig. 7.a) y ajustando sus ang.s de suerte q.e toquen las 3 visuales se tendran 2 distancias

Ma, Mc con las quales se hará sobre la plancheta la inter-
seccion M, y se tendrá el punto q.e se busca; cuyo metodo
aunq.e mecanico es mas breve y facil y se conserva el plano
limpio de circulos

8.o Antes de tirar qualq.a linea sobre la plancheta se ha
de mirar con todo cuidado si esta bien orientada con la base
dela campaña

9.o Debe elegirse la base de longitud competente ala distancia
del objeto, esto es q.e si la distancia es muy grande no sea la base
muy pequeña, porq.e vista la base desde el objeto formaria un ang.o muy
agudo, y es muy dificil en este caso hacer la operacion exacta

10.. El plano original q.e se levanta hade ser en escala grande p.a
que qualquier error se haga sensible y desp.s se reducirá a otra escala
menor quando se hagan limpio

11.. En el plano de qualquier territorio o plaza se hade poner
una escala de varas, y si el plano fuese de alguna Provincia o Reino
se pondrá una escala de leguas Maritimas o comunes delas quales
20 hacen un grado de circulo maximo de la tierra, y otra de leguas
españolas delas quales 17½ hacen un grado de circulo maximo
dela tierra; y asi 40 leguas maritimas hacen 35 españolas; La
legua maritima tiene 6657 v.s castellanas, y la legua Española
tiene 7608 v.s castellanas

12 Concluido el plano se hade poner en el la Meridiana con los 8
vientos princip.s; lo q.e puede hacerse de este modo: Puesta una
aguja perpendicular en qualquier punto de la Plancheta estando
orientada esta con alguna base, notese la sombra q.e hará en
el punto del mediodia y esta será la meridiana del plano q.e se
dividirá en quatro rectos y cada uno de estos por medio, con lo qual
se tendran los 8 vientos princip.s, y la parte q.e señale el norte
se notará con un castillo ó flor de lis. Tambien se puede poner
la meridiana con una Brujula lo q.e basta p.a el intento de
orientar el plano. Igualm.te se pone sobre un lado la explicacion
de todas sus partes

13. Para medir las bases se tiene un cordel o mejor una
cadena de 20 á 40 v.s con lo q.l se miden mas brevem.te y sin tanto error.

(114)

14. Conviene tambien escribir en un papel aparte todas las operaciones dela plancheta, notando los nombres delos objetos y sus distancias: tambien seran utiles las operaciones con dos Reglas o Bloes, poniendo el uno en el alineam.to dela base, y el otro p.a dirigir las visuales alos objetos, y con esto se escusara muchas veces haber de mover el Bloc principal y el exponerse a q.e la plancheta mude o pierda su devida situacion

Proposicion 23 Problema

Medir la distancia AB accesible solam.te enel punto B, fig. 8a

Siendo la distancia accesible enel punto B se pondrá la plancheta en dho punto; tirese desp.s la visual BRA, y a qualquier punto L la visual BCL, midase la base BL y supuesto q.e sea de 70 v.s, tomense 70 p.ts dela Escala q.e seran bL, pongase la plancheta en L desuerte q.e por la LB se vea el punto B, y tirando la visual LA, se tendra cortada la parte ba q.e sobre la escala dará el num.o de v.s q.e contiene la distancia AB sobre el terr.o

Escolio f.a 9) Si la distancia AB fuere del todo inaccesible pongase la plancheta en el punto K y señalese sobre ella un punto E, correspond.te al punto K, tirense las visuales ESA, ERB, y a qualquier otro objeto L la visual EL, midase sobre el terr.o KL, y si fuere de 50 v.s, tomando 50 p.ts de la escala se determinará el punto F; pongase la plancheta en L, de suerte q.e puesto el Bloc sobre EF se vea el punto K, tirese la visual FB q.e cortará ala ER en b y asimismo la visual FA q.e cortará ala ES enel punto a y la recta ab puesta sobre la escala dará el num.o de varas q.e contiene la distancia AB

Proposicion 24 Problema

Medir la altura AB accesible en el punto B fig 10)

Tirese una recta XZ paralela al lado dela plancheta, y elijase en ella qualquier punto F, y puesta la plancheta vertical en K de suerte q.e XZ sea paralela al orizonte, tirese la visual FRA; midase la distancia KB y sea de 30 v.s y tomando 30 p.ts de la escala se determinará FE, y se le vantará la perpend.r EL q.e transferida sobre la escala dara el num.o de v.s dela altura AD ala qual añadiendo BD altura del instrum.º se tendrá la alt.ª total AB.

Escolio: Si la alt.ª es del todo inacesible, puesta la plancheta verticalm.te en M. (fig. 55) tirese la visual EKA, y puesta la plancheta en N, y supuesto q.e MN sobre el terreno se halló de 30 V.s se determinará EF de 30 p.tes de la escala y tirando la visual FA cortará esta ala EK en el punto t y bajando la perpendicular tS sobre XZ se pondrá sobre la escala y dará el num.º de v.s de la alt.ª AD ala qual añadiendo DB se tendrá la alt.ª total AB.

Dem: Los triang.s FDA, FSt son semejantes y sus lados pp.s FS: St :: FD: DA. Tambien en los triang.s semejantes ESt, EDA son pp.s St: ES :: AD: ED; luego (prop. 22. lib. 5) FS: ES :: FD: ED; y (prop. 17 de id) FS−ES: ES :: FD−ED: ED y alternando FS−ES: FD−ED :: ES: ED; y (prop. 4 lib. 6) ES: ED :: St: DA; luego (prop. 11 lib. 5) FS−ES: FD−ED :: St: DA. esto es: la diferencia entre los segmentos de la plancheta q.e corresponde ala dif.ª de las estaciones, ala dif.ª de las estaciones, como la perpend.r de la plancheta ala alt.ª AD. El ser St en la plancheta de igual num.º de v.s q.e AD, es por ser EF en la plancheta de igual num.º de v.s q.e NM en el terr.º; respecto a q.e son pp.s EF: NM :: St: DA.

Capitulo 4.º

Algunas practicas sobre el terreno con cuerdas y piquetes

Proposicion 25 Problema (fig. 12)

Dado un angulo x sobre el papel hacer otro igual en el punto A de la recta AB sobre el terreno

De una linea dividida en partes tomese qualq.ª como 10 y con este intervalo describase el arco OBS y supuesto q.e la cuerda BS transferida sobre la escala se halló de 6 partes ig.s se tomará sobre el terr.º la distancia AC de 10 v.s y puesto un piquete en A y otro en C, atese en A una cuerda de 10 v.s y en C otra de 6, extendiendolas hasta q.e sus extremos se junten en D se tendrá el ang.º A = x.

Escolios.

1.º Si se pidiere levantar una perpend.r en el punto A tomese qualq.a distancia AC y sea de 10 v.s; fijese en A una cuerda de 10 v.s y otra igual en C q.e se juntaran en L, alarguese CL hasta D de suerte q.e CL sea igual a LD y tirando la recta DA, será el ang.o DAC recto p.r q.e siendo las rectas LC, LA, LD ig.s, con el intervalo LC se describe un circulo q.e pasará p.r los punto CAD, y el ang.o DAC en el semicirculo es recto.

2.º Si se pide tirar una paralela ala recta AB por el punto C, tirese p.r este qualq.a recta CL, y supuesto sea de 10 v.s la distancia LA, y AC de 6 v.s fijese en C una cuerda igual AL y otra en L de 6 v.s q.e se juntaran en N, y la recta CN será paral.a a AB porq.e los triang.s CLA, CLN son totalm.te ig.s, luego el ang.o X = Z, y siendo alternos las rectas CN, AB son paral.s

Proposicion 26 Problema

Medir la distancia AB accesible en el punto B (fig.a 13) Pongase un piquete en qualquier punto H, y sobre la recta BH otro en F, haciendo FH = HB, formese en el punto F el ang.o HFM = ABH por la prop. anteced.e, y busquese el punto M de suerte q.e por el punto H se vea el punto A y midiendo la distancia FM se tendra AB, porq.e los triang.s HBA, FHM son totalm.te iguales

Prop. 27 f.a 14) Medir la distancia AB del todo inaccesible

Res: Pongase un piquete en qualquier punto H, y sobre la recta BH otro en L, y sobre la recta o direccion AH, otro en F: dividase HL p.r medio en K, y HF por medio en E pongase sobre la recta o direccion LA un piquete en C, y sobre la direccion FB otro en I; dividase HC por medio en M, y HI p.r medio en N; tirese la recta KM hasta encontrar la FA en D, como tambien EN hasta encontrar la LB en Q, Midase la distancia DQ q.e sera la mitad de AB y su duplo dará toda la dist.a AB.

Dem. Siendo HK mitad de HL, y HM mitad de HC las rectas LA, KD, seran paral.s; y en los triang.s semejantes HMD, HCA, siendo HM mitad de HC sera HD mitad de HA: del mismo modo se prueba q. HQ es mitad de HB: luego (propo. 2 lib. 6º) las rectas DQ, AB son paralelas; y en los triangs. semejantes HDQ, HAB son pps. HD:HA:: DQ:AB; luego DQ es la mitad de AB &c.

Corolario: De aqui se sigue el modo de tirar una parala. a una linea del todo inaccesible; porq. DQ es paral.a a la linea AB del todo inaccesible.

Proposicion 28. Problema fo. 15

Medir la alt.a AB accesible en B.

Res: Tomense dos piquetes o reglas desiguales como D, L, pongase el mayor L en qualquier punto N perpend.r sobre el plano orizontal, y apartandose alg.a distancia pongase el menor F en el punto M perpendicularm.e tambien de suerte q. por los extremos F L de ambos piquetes se vea el punto A: Midase la distancia MB = FD y sea de 164 p.s midase asimismo la distancia MN entre los piquetes y sea de 12 p.s y supuesto q. el piquete menor es de 4 p.s y el mayor de 7 sera la dif.a RL de 3 pies con lo qual se hará la siguiente proporcion 12:3::164:x y se hallará 44 pies por el valor de AD, y añadiendo BD &ca.

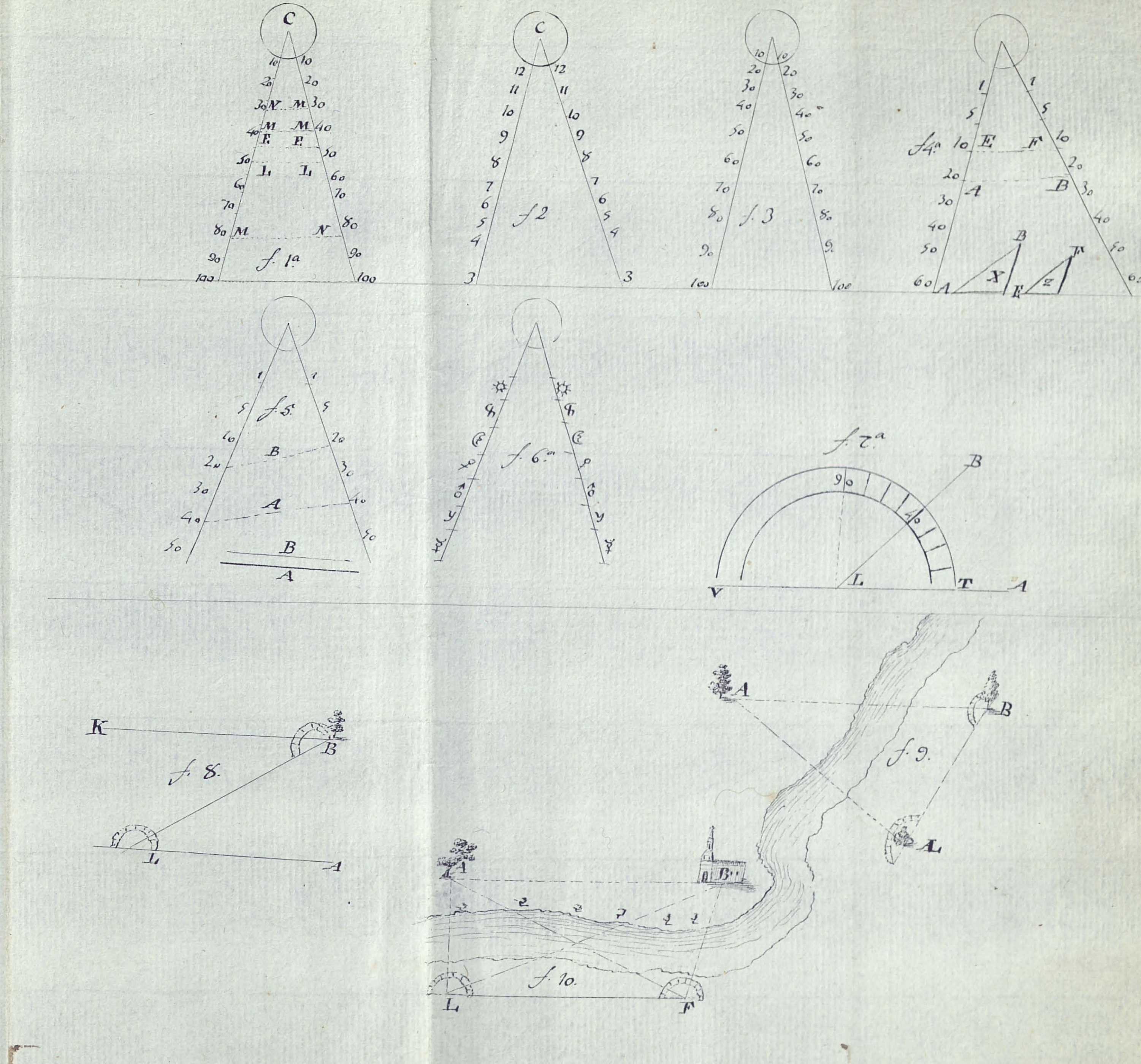
Proposicion 29. Problema f.a 16.

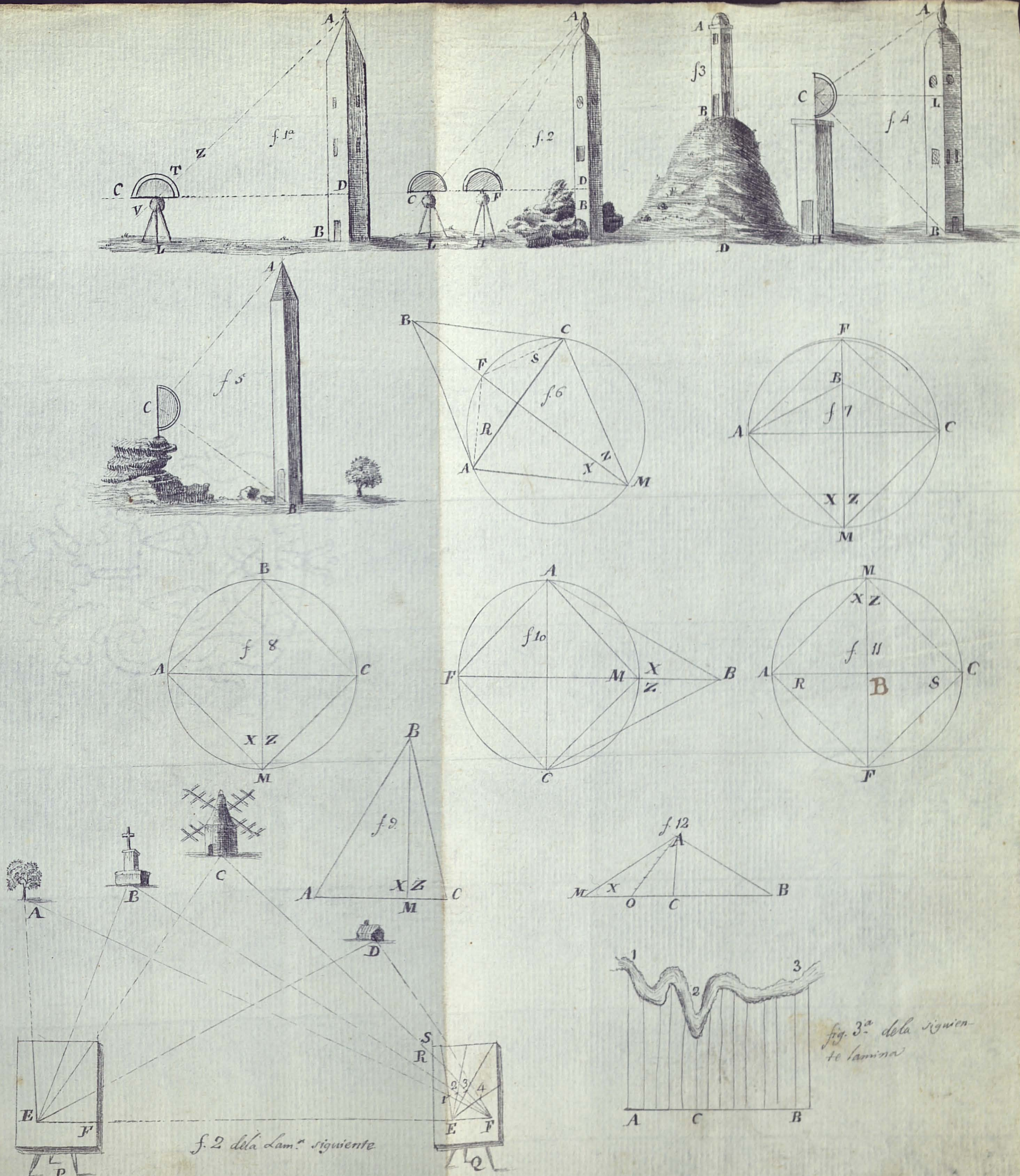
Medir la alt.a AB del todo inaccesible

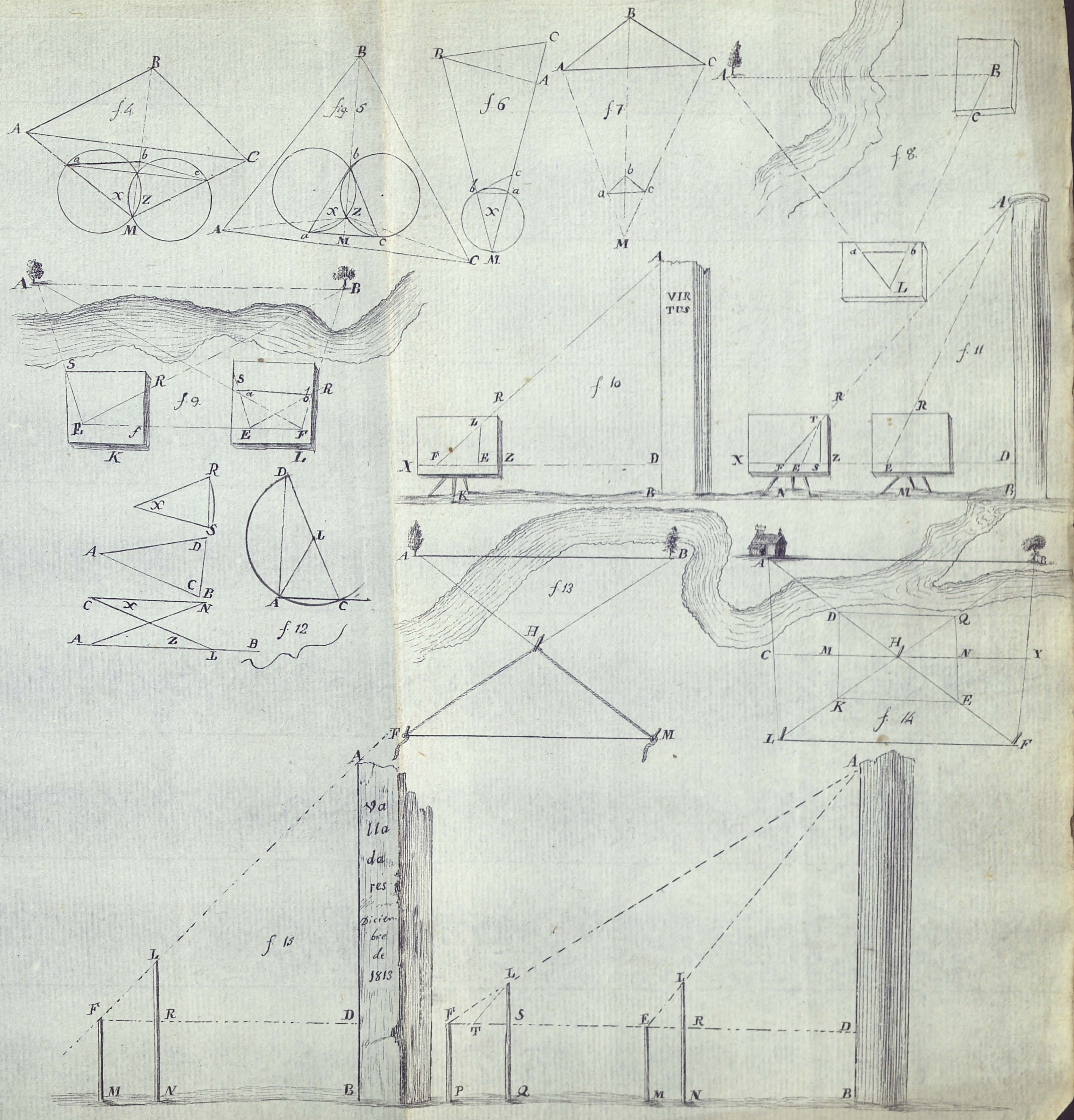
Res: Pongase el Piquete mayor en qualquier punto N; y el menor en M de suerte q. p.r sus extremos EL se vea el punto A. Midase la distancia MN, y sea de 2 pies: Pongase el piquete mayor en Q y el menor en P de suerte q. p.r los extremos FL se vea el punto A, notese la distancia PQ entre los piquetes y sea de 14 p.s, Midase la distancia PM y sea de 240 p.s restese MN de PQ = FS, y se tendra la dif.a Ft de 12 p.s con lo q. se hara la proporcion 12:3::240:x y se hallaran 60 p.s p.r el valor de AD, y añadiendo DB = 4 p.s sera AB = = 64 pies.. La demostracion se funda en q. los triangs. obliquiangulos FLt, FAE son semejantes respecto de ser Lt, y EA paralelas por la total igualdad de los triangulos LtS, y LER: luego los lados seran proporcionales

como las alturas (corol. 4º prop. 19 lib. 6º) esta es:
FT : EF :: SL : DA

Fin del libro Quinto


f. 1ª
f. 2
f. 3
f. 4ª
f. 5ª
f. 6ª
f. 7ª
f. 8.
f. 9.
f. 10.


f. 1ª
f. 2
f. 3
f. 4
f. 5
f. 6
f. 7
f. 8
f. 9
f. 10
f. 11
f. 12
f. 2 dela Lamᵃ. siguiente
fig. 3ª dela siguiente lamina


f. 4
fig. 5
f 6
f 7
f. 8
f. 9
f. 10
f. 11
f 12
f 13
f. 14
f 15
VIR
TUS
Va
lla
da
res
Diciem
bre
de
1813

Libro sexto

De la Planimetria o Dimension de las Superficies

Capitulo 1º

De la Multiplicacion de los num.s denominados.

La medida q.e al presente se estila en las obras de fortificacion es la vara de Burgos, la qual se ha de considerar de 3 modos, corriente quadrada, y cubica, esto es: lineal, superficial, y solida

La 1ª sirve pª medir lin.s o longitudes, la segunda pª medir superficies, y la 3ª para medir solidos

La vara corriente consta de 3 pies, el pie de 12 pulg.s, la pulgada de 12 lineas, y la linea de 12 puntos

La vara quadrada es el producto de una vara corriente p.r si misma; y como la vara corriente consta de 3 pies tendra la quadrada 9 pies quadrados; cada pie quadrado 144 pulgadas quad.s cada pulgada quad.a 144 lineas quad.s y cada linea quad.a 144 puntos quad.s: de suerte q.e la vara es igual a 9 pies quad.s ó á 1296 pulg.s quad.s, o á 186624 lin.s quad.s, ó á 26873856 puntos quad.s

El Rectangulo AF (fig. 1ª) comprendido de la vara AB y del pie BF es la 3ª parte de la vara quadrada AC, y se llama un pie de la vara quadrada. El Rectang.º AM comprendido de la vara AB y de la pulgada BM se llama una pulgada de la vara quad.a, y es el doceavo o decima parte del rectang.º AF; de man.a q.e hablando de los productos planos, o rectangulos por cada pie se entiende el tercio de una vara quadrada; por cada pulga-

da el 12avo de un pie de la vara quadrada
Con esta noticia se comprenderá bien la multiplicacion de los num.s denominados en los exemplos siguientes en los quales se contienen los casos q.e pueden ocurrir consi-derando siempre la vara como entero y los p.s, pulg. bin.s como fracciones de la vara

Exemplo 1.o

Haviendo de multiplicar 4 v.s 2 p.s y 5 pl.s por una vara sera el producto 4 v.s quad.s 2 p.s y 5 pl.s de la vara quad.a:

v.s	p.s	pl.s
4	2	5
1	0	0
4	2	5

Como en el Rectangulo AD (fig. 2.a) supuesto q.e AB = 4 varas, BC = 2 p.s y CF = 5 pl.s; si estas partes de la recta AF se multiplican por AE = 1 vara se tendrá el rectang.o CD q.e es el producto de 5 pl.s p.r una vara, y vale 5 pl.s de la vara quad.a; el rectang.o BC q.e es producto de 2 p.s por una vara y vale 2 pies de la v.a quad.a y por ultimo el rectang.o AH q.e es producto de 4 v.s p.r 1 v.a y vale 4 v.s quad.s 2 p.s y 5 pl.s de la vara quad.a

Exemplo 2.o

Para multiplicar 12 v.s 2 p.s y 7 pl.s por 8 v.s, se empezará la ope-racion por la d.ra, y multiplicando 7 pl.s por 8 v.s se tendra un rectang.o de 56 pl.s de la v.a quad.a y escribiendo 8 debaxo de los pl.s se llevaran 4 pies: multiplicando los 2 p.s p.r 8 v.s se tendrá el producto 16 p.s q.e con los 4 q.e se reservaron componen 20 p.s de la v.a quad.a q.e hacen 6 v.s quad.s y 2 pies de la v.a quad.a, y escribiendo el 2 debaxo de los pies se llevaran las 6 v.s: final-mente multiplicando 8 v.s por 12 v.s se tendran 96 v.s quad.s a las quales añadiendo las 6 q.e se llevaron de esta especie se tendra 102 v.s quad.s 2 p.s y 8 pl.s de la v.a quad.a

v.s	p.s	pl.s
12	2	7
8	0	0
102	2	8

La demostracion de este calculo se manifiesta en el rec-tang.o AF (fig. 3.a) suponiendo AB = 12 v.s, BC = 2 p.s y CD = = 7 pl.s y la recta AC = 8 v.s: Tiradas las paralelas y perfec-cionado el rectang.o AF, sera el rectang.o CF de 56 pl.s de la v.ª quad.ª esto es 4 p.s y 8 pl.s; y el rectang.º BC = 16 p.s; esto es 5 v.s y 1 pie y el rectang.º AH = 96 v.s; y por consiguiente la Suma de todo sera 502 v.s quadradas 2 p.s y 8 pl.s dela vara quad.ª

Habiendo de multiplicar 120 v.s 1 pie y 9 pl.s p.r 56 v.s, para no fatigar la mem.ª se empezara la operacion p.r la izqua, multiplicando v.s por v.s, esto es 120 p.r 56 y se tendran los productos 720 y 600

Ejemplo 3.º

v.s	p.s	pl.s		
120	1	9		
56	0	0		
Partes aliquotas			720	
			600	pies
Pie	1		18	2
Pl.s	6		9	1
	3		4	2
			6752	2

Para multiplicar un pie por 56 varas, porq.e 1 pie es el tercio dela vara se sacara el tercio de 56 y se hallaran 18 v.s y 2 ptes. Conocido el valor de un pie se hallará el de 9 pulgadas, sabiendo q.e 9 pulg.s es la mitad y un quarto de un pie, y asi sacando la mitad de 18 v.s y 2 pies valor de un pie, se tendran 9 v.s y 1 p.e, y p.a sacar el 4.º tomese la mitad de 9 v.s y 1 p.e q.e son 4 v.s y 2 p.s; y sumados los productos parciales se tendrá el total de 6752 varas quadradas y 2 p.s dela vara quad.ª

Dem: f.ª 4) Sea AB = 120 v.s, BC = 1 pie, y CD = 9 pl.s y la alt.ª AF = 56 v.s; sera AH = 6720 v.s quad.s, y suponiendo BR de una vara sera el rectangulo RH de 56 v.s quad.s, luego el rectang.º BE sera igual a su terc.ª pte, o bien a 18 v.s y 2 pies; porq.e los rectang.s RH, BE de igual alt.ª son como sus bases; y por consiguiente siendo BC un tercio de RB, sera el rectang.º BE = 18 v.s y 2 p.s: por la misma razon el rectang.º CF es los $\frac{3}{4}$ de BE y de resultas sera igual a 14 v.s quad.s luego todo el rectang.º AF = 6752 v.s quad.s y 2 p.s dela v.ª quad.ª

Escolio: Siempre q.e el num.º de varas del Multiplicador fuere pequeño se empezará la operacion p.r la dra como en los ejemplos 1.º y 2.º p.r ser mas breve; p.o siempre q.e el num.º de las varas fuere grande se empezará p.r la izquierda como en el ejemplo 3.º

Exemplo 4.o

Habiendo de multiplicar 58 varas, 2 p.s y 9 pl.s por 13 v.s 2 p.s y 8 pl.s, se multiplicara toda la cantidad superior por 13 v.s segun se ha enseñado en el exemplo antecedente; y despues se multiplicara dha cantidad superior por 2 p.s y 8 pl.s de este modo: por q.e 2 p.s no es parte aliquota de una vara, se dividiran en uno y uno; y p.r q.e un p.e es el tercio de la vara se sacara el 3.o de toda la cantidad superior, y se tendran 19 v.s un pie y 11 pl.s q.e se repetira p.r q.e tener el valor de otro p.e; y por q.e 8 pl.s no es parte aliquota de un pie se dividiran en 6 y 2; y siendo 6 pl.s la mitad de un pie se tomará la mitad del ultimo producto y se tendran 9 v.s 2 p.s y 5 pl.s y 6 lin.s; sabiendo el valor de 6 pl.s se sabra el de dos sacando el 3.o del ultimo producto q.e es 3 v.s, 9 pl.s y 10 lin.s; y sumando los productos parciales se hallará ser el total 818 v.s quad, 10 pl.s y 4 lin.s de la v.a quad.a

	Va.s	p.s	pl.s	lin	Puntos
	58	2	9	0	0
	13	2	8	0	0
	174 } partes aliquotas				
	58				
p.s { 1	4	1	0	0	0
1	4	1	0	0	0
pl.s { 6	2	0	6	0	0
3	1	0	3	0	0
p.s { 1	19	1	11	0	0
1	19	1	11	0	0
pl.s { 6	9	2	5	6	0
2	3	0	9	10	0
Prod.o total	818	0	10	4	"

Exemplo 5.o

Queriendo multiplicar 24 v.s 5 pl.s y 6 lin.s por 20 v.s y 3 lin.s: lo 1.o se multiplicara toda la cantidad superior por 20 v.s y para esto se multiplicaran varas p.r v.s; para multiplicar las 5 pl.s p.r 20 v.s se buscará 1.o el valor de 1 pie, y asi sacando el tercio de 20 v.s se tendran 6 v.s y 2 p.s lo q.e se borrara p.r ser una suposicion falsa; sabiendo el valor de un pie se sabrá el

	v.s	p.s	pl.s	lin	Puntos	
	24	0	5	6	0	
	20	0	0	3	0	
	480					
Pie	~~8~~	~~6~~	~~2~~			
pl.s { 4	2	0	8			
1	0	1	8			
lin.s 6. p.te aliq.a	0	0	10			
Pie	8	8	0	8	10	
Pl.a 8. p.te aliq.a	0	2	0	8	10	
lin.s 3	0	0	6	0	5	6
Prod.o total	483	0	8	0	5	6

de 5 plg.s y 6 lineas, conforme se ha enseñado y se tendrá multiplicada toda la cantidad superior p.r 2 v.s. Para multiplicar d.ha cantidad superior p.r 3 lin.s, se hará 1.o la suposicion falsa de un pie, y asi sacando el tercio de toda la cantidad superior se tendrán 8 v.s, 1 plg.a y 10 lin.s, y haciendo desp.s otra suposicion falsa de 1 plg.a se hallará su valor sacando el doceabo del ultimo producto q.e serán 2 p.s 1 lin.a y 10 puntos, y se borrarán las dos suposiciones falsas: sabiendo el valor de una pulg.a se sabrá el de 3 lineas, sacando el 4.o del ultimo producto q.e será 6 plg.s 5 puntos y 6 segundos de la v.a quad.a

Exemplo 6.o

Para multiplicar 13 v.s 1 pie y 7 plg.s p.r 2 pies y 8 plg.s se dividirán los 2 pies y 8 plg.s en partes aliquotas, conforme queda enseñado, y se hallará ser el producto q.e se busca 12 v.s quadradas, 10 lin.s y 8 puntos de la v.a quadrada

	V.s	p.s	Pl.s	lin.s	Puntos
	13	1	7	0	0
	0	2	8	0	0
p.s	1 … 4	1	6	4	0
	1 … 4	1	6	4	0
pl.s	4 … 1	1	6	1	4
	4 … 1	1	6	1	4
Prod. tot.	12	0	0	10	8

Exemplo 7.o

Si se huvieren de multiplicar 19 v.s por 7 pulg.s: lo prim.o se hará la suposicion falsa de un pie con lo qual se hallará el valor de 7 pulgadas q.e es 3 v.s quad.s 2 p.s y 1 plg.a de la v.a quad.a

	V.s	p.s	Pl.s
	19	0	0
	0	0	7
Pie pt.e aliq.a 1	6	1	0
pl.s 6	3	0	6
1	0	1	7
Prod.o tot.	3	2	1

Exemplo 8.o

Habiendo de multiplicar 2 p.s y 5 plg.s por 1 pie y 11 plg.s se ocupará el lug.r de las varas con un cero; porq.e como se ha dicho en estos casos se considera la vara como entero, y los p.s y pl.s como fracciones de la v.a, y asi p.a multiplicar p.r un pie se sacará el tercio de la cantidad superior

	V.s	p.s	Pl.s	lin.s	Puntos
	0	2	5		
	0	1	11		
Pie 1	0	0	9	8	0
pl.s 6	0	0	4	10	0
3	0	0	2	5	0
1	0	0	0	9	8
1	0	0	0	9	8
Prod. total	0	1	6	6	4

y hecha la division de las 11 plˢ. en pᵗˢ. aliquotas de un pie como 6, 3, 1, 1, formense los correspondientes productos y se hallará ser el total q̃ se busca 5 pie, 6 plˢ. y 6 linˢ. con 4 puntos de la 4.ª quadª.

Escolios. 1.º La eleccion de las partes aliquotas es arbitraria pᵒ. siempre conviene tom.ʳ aquellas q̃ ofrecen mas facilidad para hallar las otras

2.º La multiplicacion de dos numˢ. denominados: 1.º es multiplicar entero y quebrado pʳ. entᵒ. como en los 3 exemplos primeros; el 2.º es multiplicar entero y quebrado por entero y quebrado, como en los exemplos 4.º y 5.º; el 3.º es multiplicar entero y quebrado por quebrado como en el exemplo 6.º: el 4.º es multiplicar entᵒ. pʳ. quebrado como en el exemplo 7.º: el 5.º es multiplicar quebrado por quebrado como en el exemplo 8.º

Toda la cantidad superior se multiplica por cada parte de la cantidad inferior; porq̃ lo mismo es multiplicar el todo por el todo q̃ multiplicar el todo pʳ. las partes q̃ componen el otro todo; y lo mismo será multiplicar cada parte de la cantidad superior pʳ. toda la inferior

3.º Los productos parciales son entre si como las partes aliquotas a quienes corresponden; pʳ. q̃ son rectangˢ. de igl. altª. y tienen la misma razon de sus bases q̃ son las partes aliquotas

4.º Aunq̃ la prueba del multiplicar es el partir se pueden examinar estas operaciones doblando la cantidad superior, y tomando la mitad de la inferior, o al contrario y si el producto q̃ resulte de la multiplicacion de otras cantidades fuere el mismo la operacion estará buena.

5.º Tambien se halla el producto de los numˢ. denomˢ. reduciendolos a la menor especie de este modo: Supuesto q̃ se han de multiplicar como en el exemplo 4.º 58 vˢ. 2 pˢ. y 9 plˢ. por 13 vˢ. 2 pˢ. y 8 plˢ. se reducirá todo a plˢ. y se tendran 2121 plˢ. por la cantidad superª. y 500 pʳ. la menor, y multiplicando una cantidad pʳ. otra se tendran 1060500, para manifestar q̃ este producto es el mismo q̃ el del exemp.lo 4.º; respecto q.e una v.ª quadrada contiene 1296 pl.s quad.s se partiran 1060500, p.r 1296, y se tendran 818 v.s quad.s y sobran 372 pl.s quad.s q.e se multiplicaran p.r 3 p.a hallar los pies, y porq.e el producto 1116 no se puede partir p.r 1296 se pondrá 0 en lug.r de los pies: multipliquese 1116 por 12 p.a hallar las pulg.s, y se tendrá 13392 cuya cantidad partida por 1296 dará 10 pl.s y sobran 432 q.e se multiplicaran p.r 12 y se tendran 4 lin.s, viniendo a ser todo el producto 818 v.s quad.s 10 pl.s y 4 lin.s de la v.ª quad.ª

6.º En las otras R.s se hace el asiento poniendo precio a la vara quadrada o cubica, y sabiendo el precio de una q.e supongo vale 4 lib.s 13 sueldos, y 6 din.s se quiere saver el importe de 12 v.s 1 p.e y 9 pl.s

		v.s	p.s	p.l
		12	1	9
		4 l.	13 s.	6 din.s
		48		
Sueld.	10	6		
	2	1	4	
	1	0	12	
din.s	6	0	6	
Pie	1	1	11	2
pl.s	6	0	15	7
	3	0	7	9½
Prod. tot.		58	16	6½

Lo 1.º se multiplican las 12 v.s p.r libras; para multiplicar despu.s p.r 13 sueldos se dividirá este num.º en partes aliquotas de la libra como 10, 2, 1, y p.r q.e 10 sueldos es la mitad de la libra se tomará la mitad de 12 v.s q.e es 6, y porq.e 2 sueldos es el quinto de 10 se sacará el 5.º del ultimo producto q.e es 1 libra y 4 sueldos; cuya mitad 12 sueldos da el valor del otro sueldo; teniendo el valor de un sueldo se tiene el de 6 din.s q.e es la mitad y corresponde a 6 sueldos. Hasta aqui se tiene el valor de las 12 v.s por todo el precio: para hallar el de 1 pie se sacará el 3.º de este precio q.e es 1 libra 11 sueldos y 2 dineros; y para hallar el de 9 pl.s dividiendo estas en las p.tes aliquotas 6 y 3 se tomará 1.º la mitad del ultimo producto q.e es 15 sueldos y 7 din.s y luego la mitad de este q.e es 7 sueldos y 9 din.s y m.º; y sumando todos los productos se hallará q.e las 12 v.s 1 p.e y 9 pl.s valen 58 lib.s 16 sueldos y 6 din.s y m.º

Esta practica se distingue de la antecedente en q.e prim.º

Se toman las partes aliquotas de la cantidad inferior y desp.s de la superior a fin de hallar 1.º el importe de las 12 v.s y desp.s el de 5 pie y 9 pl.s; Si el precio se escribiera sobre las varas p.s y pl.s se obraria como en los exemplos antecedentes, advirtiendo q.e todos los productos parciales han de ser libras, sueldos y din.s y teniendo p.r esto presente q.e una lib.a vale 20 sueldos y el sueldo 12 din.s De este modo se hallaria el valor de cargas, arrobas, lib.s, onzas, y asi de otras especies.

7.º Algunas veces no se considera la vara como num.o entero, sino el pie como sucede de ordinario ala madera q.e se ajusta p.r el pie cubico. Y asi quiere saberse quantas lib.s sueldos y din.s importan 140 p.s cubicos, 5 pl.s y 4 lin.s a razon de 18 sueldos y 9 din.s. Se escribira cero en lug.r de las libras, y dividiendo los 18 sueldos en p.tes aliquotas de la libra y los 9 din.s en p.tes aliquotas del sueldo como parece en el exemplo se dividiran desp.s las 5 pl.s y 4 lin.s en partes aliquotas del pie, y se hallará q.e los 140 pies 5 pl.s y 4 lin.s valen 131 lib.s, 13 sueldos, y 4 din.s

		Pies	Pl.s	Lin.s
		140	5	4
		0 lib.	18 s.	9 din.
Sueld.	10	70	0	0
	5	35	0	0
	1	7	0	0
	1	7	0	0
	1	7	0	0
din.s	6	3	10	0
	3	1	15	0
pl.s	4	0	6	3
	1	0	1	6 3/4
lin.s	4	0	0	6 1/4
total		131	13	4

Si el mismo num.o se quiere multiplicar por el mismo precio en Reales y dineros, se hallaran 1316 reales y 16 dineros q.e es lo propio q.e 131 lib.s 13 sueldos y 4 dineros

		Pies	Pl.s	Lin.s
		140	5	4
		9 r.s	9 din.s	
		1260		
din.s	6	35		
	3	17		12
pl.s	4	3		3
	1	0		18 3/4
lin.s	4	0		6 1/4
total		1316		16

Capitulo 2º

De la dimension de las Superficies planas

Proposicion 1ª Problema

Hallar la Superficie del Rectang.º AC
Suposicion: Sea AB = 3 v.s y 1 pie y BC = 5 v.s y 2 pies.
Resol. (fig.ª 5ª) Multipliquese la base por la altura y se tendran 18 v.s quadradas 2 p.s y 8 pl.s de la v.ª quadrada por la superficie q.e se pide

Escolio: Si la Superficie fuere un quadrado se multiplicará el lado por si mismo; y si fuere un paralelogramo obliquangulo se multiplicara la base p.r la perpendicular o altura

Prop. 2ª fig. 6ª Hallar la superficie del trapecio AC suponiendo AB = 4 v.s y 1 pie CD = 3 v.s y 2 p.s, y la altura DE = 2 v.s y 1 pie. Sumense los dos lados paralelos, y la semisuma multiplicada p.r la altura dará 9 v.s y un pie p.r la Superficie q.e se pide. La razon es porque el trapecio es igual a un rectangulo formado de la semisuma de los lados paralelos y la altura

Proposicion 3ª fig. 7ª) Hallar la superficie del triangulo ABC suponiendo la base AC = 121 v.s y 1 pie, y la altura BD de 64 v.s. Multipliquese la base por la mitad de la altura o al contrario y se tendrá 3882º, y 2 pies por la Superficie q.e se busca.

Escolios: 1º Quando no se puede baxar del punto B la perpendicular BD se tira BL paral.ª a la base y se baxa la perpend.r LC q.e sera la altura

2º Si hubiere imposibilidad de tirar las rectas BL, LC se hallará la altura de este modo: reducido el lado mayor AC a p.s se tendran 364 p.s, midanse AB y BC, y sea AB de 240 y BC de 296, sumense d.hos lados AB, BC, y q.e se tendran 532 pies, restese, y sera la difª 52, y hagase la proporcion, como la base AC ala suma de los otros dos lados AB+BC, asi la difº de estos BC−AB = CS a FC difª de los segmentos de la base hechos por la perpendicular: esto es: 364 : 532 :: 52 : x = 76 pies q͏ᵉ restados de 364 daran AF = 288 pᵗˢ; luego su mitad 144 sera el segmento AD cuyo quadrado 20736 restado del quadrado de BA = 57600, dara la diferencia 36864 por el quadrado de la perpendicular BD cuya raiz quadrada 192 dara la altª BD qᵉ se busca Consta de la prop. 25 del lib. 5º de este Tratado

De otro modo: Quadrese la base o lado mayor AC, y tambien BC, sumense estos quadrados, y restese de la suma el quadrado de AB, y la difª sera igual a dos rectangˢ hechos de AC, en DC, tomese su mitad y se tendra un rectangulo hecho de AC en DC, partase por AC y el quociente dara el valor de DC, cuyo quadrado restado del quadrado de BC dará el quadrado BD, y su raiz quadrada la perpendicular BD. Consta esta practica de la prop. 13 lib 2º de Euclides; y siempre qᵉ se use de ella, se tomara el lado mayor por base, afin deqᵉ la perpendª caiga dentro del triangulo.

Proposicion 4 Problema fig. 8º

Hallar la superficie del trapezoide ABCD.

Res: tirese la recta AC y quedará dividida la figura en dos triangulos: baxense en ellos las perpendˢ DH, BF, sobre la base comun AC; hallese la superficie del triangulo ABC, y de ADC, las qᵉ sumadas daran la del trapezoide

Lo mismo se hallará multiplicando la mitad de la base AC por la suma de las dos Alturas DH+BF

Escolios: 1º Si por algun impedimº no se puede tirar la recta AC, o las perpendˢ DH, BF, levantese BM perpendicª sobre AB, y pᵗ el punto C tirese la recta LCM perpendʳ sobre BM, y alargada AD hasta L se tendrá el trapecio ABCL cuya superficie se hallará multiplicando la semisuma de las paralelas AB, LC por la altura BM; hallese despues la superficie del triang.º DLC, y restando esta de la 1.ª quedara la q.e se busca del trapezoide ABCD

2.º Si la fig.ª tuviere muchos lados, se subdividira en triang.s tirando rectas desde un angulo a los demas, y q.e bajando perpend.s se hallara la superficie de cada uno de los triangulos, y la suma de todos sera la superficie del poligono q.e se busca.

Si dentro de la fig.ª no se pueden tirar las bases, y q.e perpend.s de los triang.s, se alargara (fig. 9) un lado AB y se bajará sobre el la perpend.r EM, y alargando DC se bajaran las perpend.s EO, BN, y considerandola recta EB se hallará la superficie del triang.º rectangulo EMB, de la qual restando la del triangulo R quedará la superficie del triangulo EAB, hallando desp.s la superficie del trapecio EONB, y restando de ella la de los triang.s S, T, quedará la superficie del quadrilatero BCDE, a la qual añadiendo el triangulo EAB se tendra la q.e se busca

3.º Quando el terreno es muy irregular y no se termina por lineas rectas como en la fig. X (fig. 10) se tira p.r medio la recta AB y sobre ella muchas perpend.s como M, N, O, terminandolas de una y otra parte en la curba q.e forma el terreno irregular, midase la recta AB, y q.e sea de 50 v.s midanse igualm.te todas las perpend.s y sea la suma 280 v.s, y ~~partase~~ esta suma por el num.º de las perpend.s q.e supongo seran 20, y se tendrá por cociente 28 q.e multiplicado p.r 50, el producto 1400 sera proximam.te la superficie q.e se pide

4.º La superficie de los Poligonos regulares se halla multiplicando todo el perim.º p.r la mitad de la perpend.r q.e desde el centro cae sobre la base, y el perim.º se halla multiplicando el valor de un lado p.r el num.º de los q.e componen la figura; porq.^e las fig.^s regulares se componen de tantos triang.^s ig.^s como lados tienen.

Proposicion 5.^a Teorema

El quadrado del Diametro ala Superficie del circulo tiene proximam.^te la razon de 14 a 11.

Dem: Sea el radio igual a 7a sera la semicircunf.^a igual a 22a; y porq.^e el circulo es igual a un rectangulo hecho del radio y la mitad de la circunf.^a sera la superficie del circulo $154a^2$; tambien siendo el radio 7a sera el diam.^o 14a, y su quadrado $196a^2$; pero $196a^2 : 154a^2 :: 14 : 11$, luego el quadrado del diam.^o ala superficie del circulo es como 14 a 11.

Escolio: Segun Adriano Mecio el quadrado del diametro ala superficie del circulo como 452 a 355, y segun Luis Ceulon como 200 a 157, o como 1000 a 785.

Proposicion 6.^a fig. 11) Dado el diam.^o de un circulo hallar su superficie. Quadrese el diam.^o y hagase una regla de tres en q.^e 14 : 11 como el quadrado del diam.^o a un 4.^o propor.^l q.^e sera la superficie del circulo.

Exemplo: Sea el diam.^o DF = 28 v.^s sera su quadrado 784 hagase la proporcion $14 : 11 :: 784 : x = 616$ valor de la superficie del circulo.

Escolio: Si dada la superficie del circulo se pide el diametro se imbertirá la proporcion diciendo $11 : 14 :: 616 : x = 784$ y sacando la raiz quad.^a se hallara 28 p.^r el valor del diam.^o

Prop. 7 fig. 11) Hallar la superficie del Sector CADB. Multipliquese el radio CA por la mitad del arco ADB y el producto sera la superficie del sector: la razon es porq.^e el sector es igual a un rectang.^o hecho del radio y la mitad del arco como queda dicho en el caso primero y segundo prop. 12 lib. 4 de este tratado.

Escolio. Si no se puede medir el arco ADB hallese el valor del ang.^o ACB y supuesto de 72°, y el diam.^o FD de 28 pies, sera toda la circunf.^a del circulo del arco ADB como 360° a 72. Tambien siendo el radio dado de 14 sera el diam.^o de 28, y la circunf.^a 88 prop. 13 lib. 4.^o de este trat. con lo q.^e se hara la proporcion 360°: 72° :: 88: 17 y $\frac{3}{5}$ q.e sera el num.o de pies q.e contiene dicho arco ADB, y si este constare de grados y minutos se reducirá á minutos.

Proposicion 8.a fig. 11) Hallar la superficie del segmento ADB. Res: Busquese la superficie del sector CADB y la del triang.o ACB por el problema antecedente, y restando esta de aquella la dif.a sera la superficie q.e se pide

Escolios 1.o Si se pide la superficie del segmento mayor AFB se hallará la del segmento menor ADB, y la del circulo; restando aquella de esta se tendra la q.e se pide.

2.o Si se quiere la superficie de la zona o faja ABEL, se hallará 1.o la del segmento ADB, desp.s la del segm.o LDE restando la 1.a de la 2.a se tendrá la de la zona

3.o Si por algun impedimento no se puede medir el radio se hallará de este modo: Midase la cuerda AB, y se tendra su mitad AS levantese la perpend.r SD hasta encontrar el arco mayor, se sabra el valor de esta sagita, y partase el quadrado de AS p.r SD y dará por cociente la parte SF del diam.o alaqual añadiendo la sagita SD se tendrá todo el diam.o FD y por consiguiente su mitad q.e es el radio CD. Fundase esta practica en q.e AS es media pp.l entre FS y SD (cor. prop. 13 lib. 6. Euc.)

Proposicion 9. fig. 12) Hallar la superficie de la corona o anillo X, Hallese la superficie de los circulos y restando uno de otro se tendra la corona: la razon es p.r q.e la corona no es otra cosa q.e la dif.a entre dos circulos concentricos.

Escolio. Si sobre CD se levanta la perpend.r DL esta sera el radio de un circulo igual ala corona, porq.e siendo los circulos como los quadrados de los radios y $DL^2 = LC^2 - DC^2$ sera DL radio de un circulo igual ala diferencia de los dos esto es igual ala corona X

Proposicion 10 problema fig. 13. Hallar la superficie de la parabola ABC. Res: Multipliquese la mayor ordenada AE por los dos tercios del exe BF, y el producto dara la superficie de la parabola, pues esta es igual á un rectangulo hecho de la ordenada en los dos tercios del exe (Con. 1.º prop. 9 dela parab.)

Proposicion 11 fig. 14 Hallar la superficie dela elipse ACBD. Resol: Hallese la superficie del circulo cuyo diametro es AB, y la del circulo cuyo diam.º es DC, y buscando una media ppl. entre las dos superficies se tendra la elipse. Consta del cor. prop. 6.ª de la Elipse)

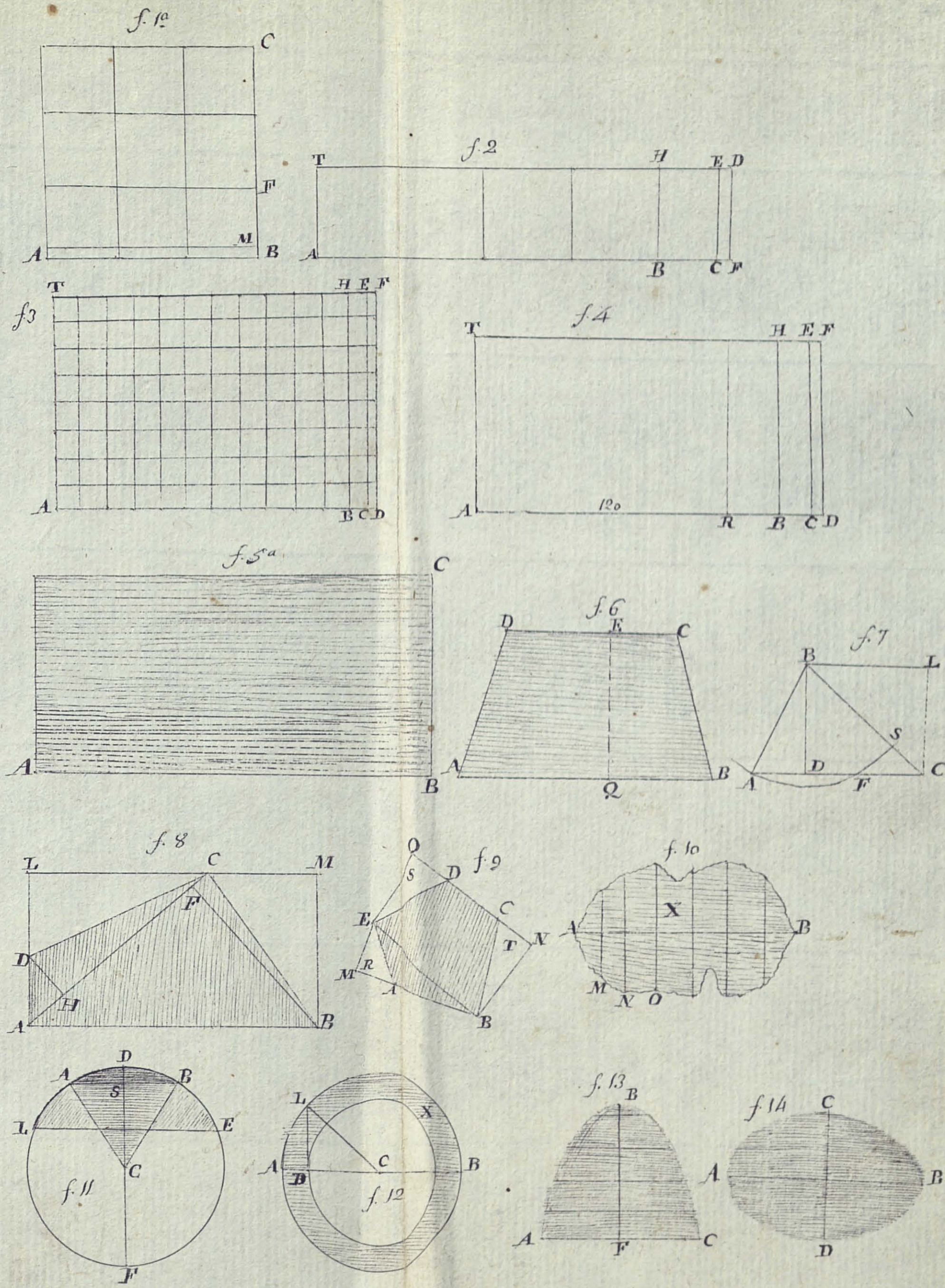
Escolio: Para sacar la raiz quad.ª de una superficie compuesta de varas, pies &c se multiplicará toda la cantidad p.r 1296 q.e son las pulg.s quad.s de q.e consta la vara quad.ª y sacando la raiz de ese producto, se tendran pulg.s en longitud q.e se reduciran a varas de la misma especie partiendo p.r 36. Para hallar los pies y pulgadas se partira el residuo p.r 12 y se tendra lo q.e se pide

Exemplo.

		v.s	pies	pl.s	lin.s	puntos
Sacar la raiz quad.ª de		77 ...	1 ...	7 ...	4 ...	4.
Multipliquese p.r	1296					
	462					
	693					
	154					
	77					
Pie. 1	432					
pl.s {6	216					
{1	36					
lin.s {3	9					
{1	3					
Punt.s 4	1					
	100489 pulg.s quadradas.					

Verificada la operacion se tendran 100489 pl.s quadrad.s; cuya raiz quadrada q.e son 317 pl.s lin.s q.e partidas p.r 36 dan 8 varas y sobran 29 pl.s q.e partidas por 12 se tendran 2 pies y quedan 5 pulgadas. Si sobra algo enla extraccion dela raiz se tendrá una fraccion de pulgadas, cuyo valor se hallara como el de un quebrado dado el de su entero. Lo mismo se executará p.ª la raiz cubica, multiplicando las v.s pies y pulgadas p.r las pl.s cubicas de q.e consta la v.ª cubica q.e son 46,656, y sacando desp.s del producto la raiz cubica

Fin del Libro 6.º



f. 1º
f. 2
f3
f. 4
f. 5ª
f. 6
f. 7
f. 8
f. 9
f. 10
f. 11
f. 12
f. 13
f. 14

a

com

es

cue

con

xa

pr

la

pa

fun

qu

9 f

el

te

po

me

Fr

Re

pa

S

D

ti

y

Libro 7º
De la Estereometria o Dimension de los Solidos

La medida de qualquier solido es un Cubo o exaedro como una vara cubica; asicomo la medida de una superficie es un Quadrado como una vara quadrada. En quanto a los calculos se observará lo mismo q.e en los exemplos antecedentes con esta distincion q.e las dimensiones q.e alli se multiplicaron eran linea p.r lin.a esto es longitud por longitud con lo qual se produxo la superficie: en estos se multiplica la superficie p.r la altura p.a hallar la solidez; pues q.e qualquier solido se produce de las 3 dimensiones longitud, latitud y altura o profundidad, como la vara cubica q.e es el producto de una vara quadrada p.r otra de altura; y como la vara quad.a consta de 9 pies quad.s se sigue q.e la cubica tiene 27 pies cubicos q.e es el producto de 9 por 3: pero siempre por un pie se entiende la tercera parte de la vara; por una pulg.a el 12avo de un pie por una linea el dozavo de una pulg.a &. Con esta noticia se mediran los solidos segun los poemas siguientes.

Proposicion 1.a Problema fig. 1.a

Hallar la solidez del paralelipipedo AD.

Res: Multipliquese la Longitud AB por la latitud BC, y el producto por la alt.a CD.

Suposicion: Sea AB = 7 v.s 2 p.s y 7 pl.s, BC = 4 v.s 1 p.e y 3 pl.s y CD = 5 v.s 2 p.s. Multiplicando la longitud AB p.r la latitud BC se tendra la superficie AC = 34 v.s 2 p.s 1 pl.a y 11 lin.s de la vara quad.a cuya superficie multiplicada por la altura CD= = 5 v. 2 p.s dara la soldez del paralelipipedo AD= 196 v.s cubicas 2 p.s 2 pl.s y 10 lin.s con 4 puntos dela v.a cubica

Escolio

Si el paralelipipedo fuere obliquang.o se hallara la superficie de la vase seg.n se ha dicho en el libro antecedente y se multiplicará p.r la perpend.r q.e de qualq.r punto del plano superior caiga sobre la base prolongada esta si fuere menester.

		varas	p.s	pl.s	lin.s	Puntos
AB=		7	2	7		
BC=		4	1	3		
		28				
Pies	1	1	1			
	1	1	1			
Plas	6	0	2			
	1	0	0	4		
Pies	1	2	1	10	4	
Pulg.	3	0	1	11	7	
Superficie AC=		34	2	1	11	
Alt.a CD=		5	2			
		170				
Pies	1	1	2			
	1	1	2			
Pulg.	1	0	0	5		
Lineas	6	0	0	2	6	
	3	0	0	1	3	
	1	0	0	0	5	
	1	0	0	0	5	
Pies	1	11	1	8	7	8
	1	11	1	8	7	8
Soledez AD=		196	2	2	10	4

Proposicion 2.a Problema

Hallar la soldez de los prismas y Cilindros

Multipliquese la vase por la altura y el producto dara la solidez. Exemplo (f.a 2a) Sea el prisma triang.l AD cuya base es el triang.o EFD y la alt.a DC; y supuesto q.e la longitud EF de la base es de 10 v.s su perpend.r ~~DH~~ DH=8 y la alt.a DC=24, sera la superficie del triang.o EFD= =40, y la soldez del prisma AD=960. la razon es por q.e el prisma triang.r se compone de tantos triang.s como EFD quantos puede expresar la alt.a DC

Escolios: Si el prisma fuere poligono se multiplicara tambien la base por la altura; por q.e qualquier prisma poligono se compone de prismas triang.s

2.o Puede tambien mediarse el prisma triang.r p.r la base paralelogramo, y en este caso se multiplica el paralelogramo p.r la mitad dela perpend.r q.e caiga sobre dicha base, la razon es porq.^d el prisma triang.^r es la mitad del paralelipipedo de igual base y alt.^a

3.º Para hallar la solidez del Cilindro AD (fig. 3.^a) se multiplicará la base p.^r la altura y el producto será la solidez. Sea el diam.^o AC del circulo dela base = 28, y la alt.^a DH = 30 será la superficie de dho circulo 616 q.^e multiplicada por la alt.^a 30 dará 18480 por la solidez. La razon es porq.^d el Cilindro es un prisma infinitangulo; luego se produce de la multiplicacion de la base por la alt.^a

4.º La superficie curba cilindrica se halla multiplicando la Circunf.^a ABC de la base p.^r la alt.^a DH; y asi supuesto q.^e el diam.^o AC = 28 será la circunf.^a 88 q.^e multiplicada por la alt.^a DH = 30 dará 2640 por la superficie del cilindro sin las bases. La razon es porq.^d esta superficie se produce p.^r el movimiento paralelo del lado CD p.^r las circunf.^s delos circulos paralelos, y por consiguiente esta superficie curba será igual a una plana q.^e tendrá p.^r base una recta igual ala Circunf.^a y DH p.^r la altura.

Proposicion 3.^a Problema fig. 4.

Hallar la solidez de qualquier piramide ACL

Hallese la superficie de la base AC la qual multiplicada por el tercio dela altura LF dará la solidez q.^e se pide. Lo mismo se hallará multiplicando la base AC p.^r la altura LF. y del producto sacando el tercio: la razon es porq.^d la piramide es la 3.^a parte del prisma de igual base y altura.

Escolios: Si se pide la solidez de la piramide conica ACDL se hallará la superficie del circulo ACD, y multiplicandola p.^r el tercio dela alt.^a LF se tendrá la solidez. La razon es porq.^d la piramide conica es la 3.^a parte del cilindro de igual base y alt.^a

2.º Si la piramide conica es recta: esto es si la perpendicular LF cae en el centro F de la base, y se quisiere saber la superficie conica convexa, se hallará la circunf.^a del circulo ACD, y su mitad se multiplicará p.^r el lado AL. La razon es porq.^e esta superficie se produce p.^r el movim.^o de la recta LA teniendo el punto L fijo y moviendose la extremidad A por la circunf.^a del circulo ACD, cuyo movim.^o si se hiciere sobre un plano, describiendo el punto A el arco AX = ala circunf.^a dela base, producirá un sector cuya superficie se halla multiplicando la mitad de la base AX por el radio

LA: luego se hallará la superficie convexa dela piramide conica recta multiplicando la mitad dela circunfª. dela base por el lado LA.

Proposicion 4ª. teorema

La piramide truncada triangular se compone de 3 piramides triangs. continuas ppˡˢ.

Explicacion: Sea la piramide truncada AE (fig. 6ª) y la seccion DEF paralela ala base ABC, considerese un plano q̃ pase por los puntos DBC, y otro q̃ pase pʳ. los puntos EDC y quedará dividido el solido en tres piramides ABDC, DEBC, CDEF triangs. continuas ppˡˢ. en la razon de AB:DE.

Dem: Los triangs. ABD, DEB por estar entre unos mismos planos paralelos son como sus bases AB, DE,; pero las piramides ABDC, DEBC, q̃ tienen el vertice comun C son como sus bases: esto es: como los los triangs. ABD, DEB, luego dichas dos piramides tienen la misma razon q̃ las rectas AB, DE: tambien los triangs. BCE, CEF, por estar entre unas mismas paralelas son como sus bases BC, EF, o bien como AB::DE por ser los triangs. ACB, DEF semejantes; pero las piramides DEBC, DFEC, q̃ tienen el vertice comun D son tambien como sus bases, esto es, como los triangs. EBC, CEF: luego estas dos piramides tienen la misma razon q̃ las rectas AB, DE, y por consiguiente las 3 piramides ABDC, DEBC, CDEF triangs. son contins. ppˡˢ. en la razon de AB:DE q̃ era &c.

Escolio. Lo q̃ se ha dicho de la piramide truncada triangular se entiende de otra qualqª. porq̃ esta se divide en triangulares.

Proposicion 5 Problema fª. 6ª.

Hallar la solidez dela piramide truncada AE

Res: Hallese la superficie superior DEF y la inferior ABC, y á estas otra media ppˡ. y la suma delas tres superficies multiplicada por el tercio dela altª. HB dará la solidez

Lo mismo se practicará si se pide la solidez dela piramide truncada quadrangular AE (fig. 7ª) esto es se hallará la superficie superior DE, la inferior AC, una media pp.l entre estas dos y la suma de las 3 multiplicada por el tercio de la alt.a CH dará la solidez

Exemplo: Sea la superficie inferior AC = 36, la super.r DE = 25, y la alt.a CH = 12. Multiplicando 36 por 25 se tendrá 900, cuya raiz quad.a 30 da la superficie media: sumense las 3 superficies 36, 30, 25, y se tendrá 91 q.e multiplicado por $\frac{CH}{3}$ = 4 dará 364 por la solidez de la piramide truncada AE

La razon es porq.e teniendo la piramide mayor 144 q.e es el producto de 36 por 4, y la menor 100 q.e es el producto de 25 p.r 4 será la piramide media 120 q.e es el producto de 30 p.r 4, y siendo las 3, 144, 120, 100 contin.e pp.s darán la solidez de la piramide truncada AE = 364: como consta del teorema antecedente

Escolios: 1.o tambien se mide la piramide truncada considerandola entera (f.a 77.a) como ABCGM, y hallando la solidez de esta y de la piramide DFEKM, y restando la menor de la mayor se tendrá la solidez de la truncada AE

2.o Si la piramide truncada fuere conica se hallará su solidez, encontrando la superficie del circulo superior, la del circulo inferior, entre estas una media pp.l y la suma de los 3 multiplicada por el tercio de la alt.a dará el solido: la razon es porq.e la piramide conica es infinitangula, y asi es comun a todas esta practica

Proposicion 6.a Problema (f.a 85.a)

Hallar la solidez de un Muro HL q.e tiene talud ó escarpa RES: supuesto q.e los planos HF, AC, son paralelos, y el superior menor q.e el inferior, y los planos laterales BF, AS, iguales, paralelos y perpend.s al plano inferior AC: este solido será un prisma q.e tiene por base el trapecio BF y p.r altura la recta AB: luego p.a hallar su solidez se buscará la superficie BF q.e multiplicada p.r AB dará la solidez del muro

Este solido esta compuesto del paralelipipedo LG y del prisma triangular ELBASH, y por consiguiente buscando la solidez de estos cuerpos, la suma de ambos será la solidez del Muro q.e se busca

Proposicion 7.ª Prob.º (f.ª 9.ª)

Hallar la solidez de un Muro AE con escarpe y q.e forme el ang.º saliente B

Resol: Considerese q.e por la recta FK pasa el plano FKDM paralelo a EC, y tambien FKHN paralelo a AG quedara dividido el muro en 3 solidos q.e son los de los dos prismas trapezios DE, HG, y la piramide truncada quadrangular HDBF. Luego la solidez de los dos prismas se hallará por el problema antecedente, y la de la piramide truncada quadrangular p.r la prop. 5.ª y la suma de estos 3 solidos dara la solidez del muro AE

Prop. 8.ª Prob. fig. 10.

Hallar la solidez del Escarpe de un muro con un angulo entrante cuya base es el plano ABH, y la alt.a la del muro HL. Res: Considerese q.e por el punto B pasa el plano BMR paralelo al triang.º rectangulo AHL, y otro plano BCNS paral.º al triang.º rectang.º CED y p.r la recta BF y el punto K el plano del triang.º BKF rectangulo en K, y se tendrá el escarpe dividido en 4 solidos q.e seran los dos prismas triang.s AR, SC, y dos piramides q.e tienen el vertice en el punto B, siendo la base de la una el paralelogramo MF, y de la otra el paralelogramo FN con lo q.e se hallará p.r el problema 2.º la solidez de los dos prismas; y p.r el 3.º la de las dos piramides, y la suma de las 4 dara la total del escarpe

Prop. 9 prob. f.ª 11

Hallar la solidez del Sector del cilindro, del cono truncado, y de la corona cilindrica

Lo 1.º para hallar la solidez del sector cilindrico ABCDEF formado p.r los planos BF, BD se buscara la superficie del sector del circulo ABC y se multiplicara p.r la alt.a AF del cilindro. La razon es porq.e este solido es un prisma q.e tiene p.r base la superficie de el sector ABC, y p.r alt.a la misma del cilindro

Lo 2.º para hallar la solidez del sector del cono truncado MNOPQR, se buscará la superficie del sector superior NOP, y la del inferior MRQ y entre las dos una media pp.l, y la suma de las 3 multiplicada por el tercio dela altura dara la solidez; por q.e este cuerpo es una piramide truncada q.e tiene p.r bases dos sectores de circulos... (f.a 12)

Lo 3.o (fig.a 13) Para hallar la solidez dela Corona Cilindrica GDEH se hallará la superficie dela Corona BKFC y se multiplicara p.r la alt.a del Cilindro AB. Tambien se halla esta solidez buscando la del Cilindro mayor AC y la del inferior EG, y restada esta de aquella dara la dif.a q.e sera la Corona

Lo 4.o (fig. 14) Si el Cono truncado MN se tiene dentro de un Cilindro, y ambos estan cortados p.r los planos BA, ND, y se quiere saber el valor del fragmento solido ABCD-EFHL se hallará la solidez del sector AFR del cono truncado, y la del sector del Cilindro, y restando esta de aquella dara la solidez q.e se pide.

Proposicion 50 Teorema

La semiesfera ASB es los dos tercios del Cilindro circunscripto ADCB, (f.a 15)

Dem: Estê sobre el mismo plano CS el cono recto CQ de igual base y altura q.e el cilindro DB; si a estos solidos los cortase un plano HZ paralelo al dela base DQ la seccion formaria entre la semiesfera y el cilindro la corona HORL y en el cono el circulo VZ = ala Corona por q.e en el triang.o rectangulo MNO siendo $\overline{MN}^2 = \overline{MO}^2 - \overline{ON}^2$ y tambien MO = NH radio del circulo HL, y NO radio del circulo OR sera MN radio de un circulo igual ala diferencia entre los dos, esto es igual ala Corona, y por q.e MN, PX, y XV son iguales sera la corona igual al circulo VZ. Lo mismo se verifica de qualq.a otra corona hecha por un plano secante pues tambien sera igual al correspond.e circulo en el Cono; pero el infinito num.o delas Coronas es igual al delos circulos respecto de expresarse p.r una altura comun PS. Luego el espacio comprendido entre la semiesfera, y el Silindro es igual al Cono y siendo este la 3.a parte del Cilindro sera la semiesfera los dos tercios q.e era &c.

Corolarios: Siendo la Semiesf.ª ASB los $\frac{2}{3}$ del cilindro circumscripto AC q.e tiene p.r base el circulo maximo AB, y p.r alt.ª AD = al radio AM para hallar su solidez se multiplica la superficie del circulo maximo AB por los $\frac{2}{3}$ del radio; y por consiguiente para hallar la solidez de toda la esfera se multiplicará el circulo maximo p.r los dos tercios del diam.º

Proposicion 5.ª Teorema

La Superficie de la Semiesf.ª ASB es igual ala superficie convexa del cilindro circumscripto AC.

Dem: Considerese q.e si del cilindro AC se quita la piramide conica DMC q.e es su tercio, quedará la dif.ª solida ADMCB q.e es los dos tercios; y siendo tambien la Semiesfera inscripta los $\frac{2}{3}$ del cilindro, será esta igual ala dif.ª solida. Concibase dicha dif.ª compuesta de infinidad de pequeñas piramides q.e teniendo sus bases en la superficie convexa del cilindro y el vertice en M, será la altura comun de todas el radio MB; y asimismo la Semiesfera compuesta de infinidad de pequeñas piramides cuyas vases esten en la Superficie Esferica en igual num.º y con el mismo vertice y alturas q.e las antecedentes, y siendo todas estas piramides iguales atodas las de la Semiesfera, seran todas las bases de las unas ig.s atodas las bases de las otras p.r tener una misma alt.ª Pero todas las vases de las unas componen la Superficie dela dif.ª solida o del cilindro, y todas las vases de las otras la Superficie dela Semiesfera; luego esta es igual ala superficie convexa del cilindro circumscripto q.e era &c.

Corolarios 1.º De aqui se sigue q.e asi como la superficie convexa del cilindro AC se halla multiplicando la circunf.ª dela base AB p.r la alt.ª BC, se tendrá tambien la Superficie dela Semiesf.ª ASB, multiplicando la circunf.ª del circulo maximo AB por el radio MB = BC, y por consiguiente la Superficie de toda la Esfera será el producto dela circunf.ª del circulo maximo por el diametro AB.

2º Siendo la superficie esferica el producto de la circunf.ª del circulo maximo por el diam.º, y la superficie del circulo maximo el producto del radio p.r la mitad de la circunf.ª, sera la superficie esferica quadrupla de la del circulo maximo

3º El circulo descripto con el diam.º de la esfera como radio es igual a la superficie esferica

4º Las superficies de las esferas son como los quadrados de sus diametros

Proposicion 12 Teorema

La solidez de una zona ADRB es los dos tercios del cilindro AHLB del circulo maximo AB mas un tercio del cilindro OFER del circulo menor OR.

Dem: Como el valor de todas las coronas, q.e hay entre la zona y el cilindro se halle multiplicando la corona mayor HO p.r el tercio de la recta HA se sigue q.e el producto es igual al tercio del espacio HF entre los dos cilindros AL, FR, y por consiguiente q.e la parte solida ADF de la zona es los dos tercios. Quitando tambien del cilindro FR la piramide conica MR q.e es ~~su~~ tercio quedara la dif.ª solida FOMRE ig.l a los dos tercios del mismo cilindro, luego la parte de la zona AO es los $\frac{2}{3}$ del cilindro AL y añadiendo la piramide conica OMR q.e es el tercio del cilindro menor FR se tendra la solidez MRB de la zona igual a los $\frac{2}{3}$ del cilindro AL mas un tercio del cilindro FR.

Proposicion 13 prob.ª

Si una semiesfera AHB inscripta en un cilindro AC se corta por un plano HL paralelo a la base AB sera la superficie convexa de la zona ADRB igual a la superficie convexa del cilindro correspond.te AL

Dem: Siendo el solido de AHMLB una igual a dos tercios del cilindro HB, y siendo tambien los dos tercios del mismo cilindro = a la parte ADMRB de la zona ADRB (prop. 12) se sigue q.e el solido AHML es igual alaparte dela Zona AOMRB: si el prim.º se considera compuesto de infinidad de pequeñas piramides q̃ tienen las bases enla superficie del cilindro AL el vertice en M, y por altura comun el radio AM, y lo mismo se considera enla zona, se sigue q̃ todas las piramides prim.as seran iguales atodas las segundas y todas las vases de aquellas iguales atodas las de estas esto es la superficie del cilindro AL = ala dela zona AORB

Corol.º 1.º Siendo la superficie dela semiesfera AB igual ala del cilindro AC, y la dela Zona AORB = ala del cilindro AL sera la superficie del segmento OSR = ala del cilindro HC

2.º Si una Esfera inscripta en un cilindro se corta p.r un plano paralelo ala base las partes dela superficie dela Esfera son iguales alas partes respectivas dela superficie del cilindro

3.º Siendo la superficie del cilindro AL el producto dela circunf.a del circulo maximo p.r la altura MN, y la superficie del cilindro HC el producto dela circunf.a del circulo maximo p.r la alt.a NS sera la superficie del cilindro AL ala superficie del cilindro HC como MN : NS, y enla misma razon estará la superficie dela zona AORB ala del segmento OSR

Estos Teoremas y Corolarios sirven p.a facilitar los problemas siguientes.

Proposicion 14 Prob.a

Hallar la superficie dela Esfera de sus segmentos y Zonas. (f.a 16.)

Res: Lo prim.º para hallar la superficie dela Esf.a C se multiplicará el diam.º de su circulo maximo p.r la circunf.a y se tendra la superficie q̃ se pide

Lo 2.º para hallar la superficie del segmento esferico OZH se multiplicara la dif.a del circulo maximo por la sagita o perpend.r SH, y el producto dará la superficie convexa del Segmento q.e se pide

Lo 3.o para hallar la superficie de la zona ADFB se multiplicará la circunf.a del circulo maximo p.r la alt.a o perpend.r CS y el producto sera la superficie q.e se pide

Escolio: Tambien se halla la superficie de la Esfera si el quadrado del diam.o se multiplica p.r 22, y el producto se parte por 7, la razon es p.r q.t, segun Archimides, el quadrado del diam.o a la superficie de la Esfera es como 7 a 22, segun Ceulon como 100 a 314, y segun Mecio como 113:355

Proposicion 15 prob.o

Hallar la solidez de la Esfera, de sus sectores, segmentos y zonas

Res: lo 1.o para hallar la solidez de la Esfera C se multiplicará el circulo maximo p.r los $\frac{2}{3}$ del diam.o y se tendrá la solidez q.e se pide

Lo 2.o p.a hallar la solidez del sector CDFH se multiplicará la superficie DHF p.r la 3.a parte del radio CD y se tendrá su solidez

Lo 3.o para hallar la solidez del Segmento DFH, se hallará prim.o la del sector, luego la del cono CFD, y restando esta de la 1.a se tendrá la del segm.o

Lo 4.o Si se quiere la solidez de la zona ADFB se buscará 1.o la solidez de la semiesf.a y desp.s la de su segmento DFH, y restando de esta la del segm.o DFH se tendrá la de la zona

Escolio. Supuesta la razon del diam.o a la circunf.a de 7:22 se tendrá el cubo del diam.o a la solidez de la Esfera como 21:11

Dem: Sea el diam.o $=D$ sera el circulo maximo $\frac{11D^2}{14}$ q.e multiplicad.o p.r los $\frac{2}{3}$ del diam.o D por $\frac{2D}{3}$ sera la solidez de la Esfera $\frac{22D^3}{42}$ o bien $\frac{11D^3}{21}$ tambien siendo el diam.o D, su cubo D^3, y siendo q.e $D^3 : \frac{11D^3}{21}$ como $21:11$

(Lº 1º lib. 5º) Sera el cubo del diamº ala solidez dela Esfera como 21 : 11. De q.e se sigue q.e si el cubo del diamº se multiplica p.r 11, y el producto se parte p.r 21 se tendrá lasolidez dela Esf.a

Prop. 16. probl.a f.a 17

Hallar la solidez de un Paraboloide. Paraboloide es un solido q.e se produce de la revolucion de una semiparabola ACBF al rededor de un Exe BF y porconsiguiente se compone de una infinidad de circulos cuyos radios son las infinitas ordenadas FA, XH & ala parabola: luego para hallar la solidez se haze multiplicar el circulo de la base AC p.r la mitad del exe BF, y asi supuesto q.e la ordenada o diamº AC de la base sea de 28 sera la superficie del circulo 616 y supuesto el exe BF = 20 se multiplicará 616 p.r 10, esto es el circulo p.r la mitad del exe y se tendrá p.r la solidez del paraboloide 6160.

Dem: Considerese el Exe BF compuesto de una infinidad de abcisas BM, BK & en progresion aritmetica, luego los quadrados de las semiordenadas MN, KL & formaran otra progresion aritmetica p.r tener estos la misma razon q.e las abcisas (prop. 2.a de la Parab.a) Y siendo los circulos como los quadrados de los radios q.e son las semiordenadas seran tambien los circulos como las abcisas, y por consiguiente todos los q.e componen el paraboloide forman una progresion aritmetica, cuyo primer termino es cero; luego su valor se hallará multiplicando el circulo de la base como es el termino mayor p.r la mitad del exe q.e expresa el numº de los circulos o terminos de la progresion (prop. 2.a Lib. 6. Aritm)

Proposicion 17 prob. f.a 18.

Hallar la solidez de un Esferoide ACBD. Esferoide es un solido q.e se produce dela revolucion ~~entera~~ de una semielipse CAD, al rededor de su exe mayor CD, o bien de una semielipse NMO al rededor del exe menor MO (fig.a 20) Si la revolucion se hace sobre el exe mayor se llama esferoyde longa como X (fig. 19), y si se hace sobre el exe menor esferoyde lata como Z. Para hallar la solidez dela Esfera longa X se multiplicará la superficie del circulo del exe menor por los dos tercios del exe mayor; y para hallar la solidez de la Esferoyde lata Z se multiplicara la superficie del circulo del exe mayor NR p.r los $\frac{2}{3}$ del exe menor MO

Dem: Siendo los quadrados de las semiordenadas EQ, FK &c en la elipse como los quadrados de las semiordenadas HE, &c F en el circulo, y como los quadrados de estas semiordenadas son las superficies de estos circulos, seran todos los circulos de las semiordenadas de la elipse q.e componen el Esferoide como todos los circulos q.e componen la esfera; pero el valor de los q.e componen la Esfera se halla multiplicando el circulo de la mayor ordenada TS p.r los dos tercios del exe CD; luego multiplicando el circulo de la mayor ordenada AB por los dos tercios del exe CD se tendra la solidez del Esferoide longa X. lo mismo se demuestra de la Esferoide lata Z.

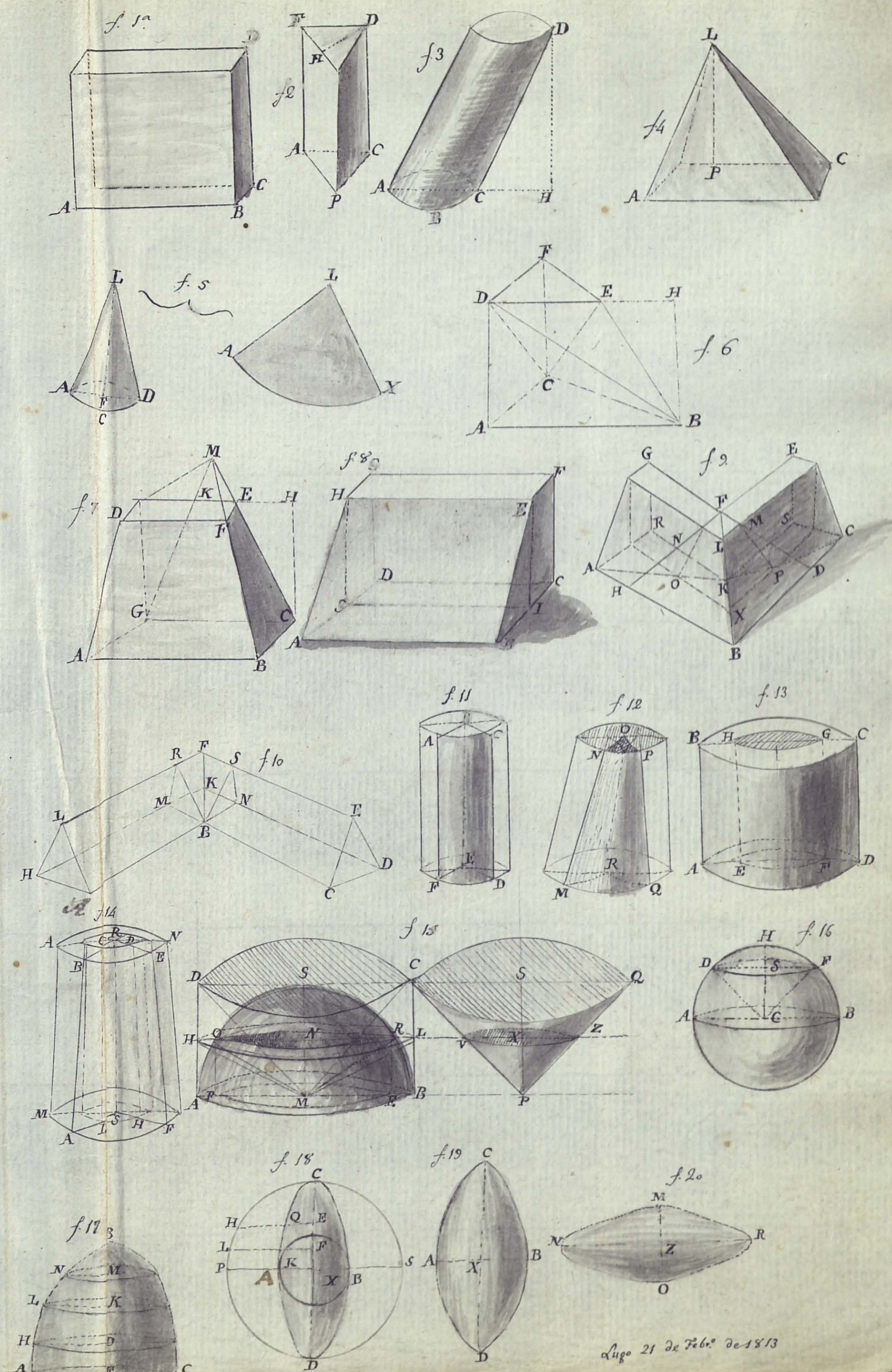
Escolio

1.º Los solidos q.e son irregulares se reducen a regulares q.to sea posible considerando atentam.te los excesos o defectos de cada uno

2.º Puede mediarse un cuerpo irregular poniendole dentro de una caxa de fig.a regular, como un prisma, cilindro &c y llenando de agua u arena todas las cabidades de las superficies superiores. De este modo se mide la solidez de el prisma, y restando la del agua o arena q.e ha entrado quedará la del cuerpo irregular. El prisma debe medirse por lo interior: igualm.te se hará con una medida pipa tenaido &c quando se quiera saber quanto llevan

3.º La aplicacion de la Estereometria a los Edificios Militares Civiles, Escabaciones, Minas &c se diran en su propio Lugar

Fin del libro 7.º



Lugo 21 de Febr.o de 1813

E
po
M
de
y
ag
S.
ta
es
Co
re
cen
Q
tan
sen
cu
m
C
ag
de

Libro 8

Del Nivelamiento

El Nivelamiento es una delas p.tes princip.s dela Geom.a practica por cuyo medio se aseguran y hermosean los edificios Militares y Civiles; se examinan las alt.s y profundidad.s dela campaña, y se hace el perfil de qualquier terreno y sirve a muchos otros fines principalm.te p.a conducir las aguas de un lug.r a otro.

Definiciones f.a 5a

1.a Dos puntos GE se dicen estar de nivel quando distan igualm.te del Centro dela tierra o de los Grabes: entonces: si CG = CE, los puntos GE estan en un mismo nivel

Corol.o De aqui se sigue q.e todos los puntos de una linea recta no pueden estar de nivel porq.e unos distan del centro de la tierra mas q.e otros

2.a La linea de Nivel verdad.a es aquella cuyos puntos estan todos en un mismo nivel, y p.r consiguiente no puede ser linea recta sino curba como el arco AH del circulo maximo dela tierra, o bien otra circunf.a mayor o menor cuyo centro sea el mismo dela tierra.

Corol.o los cuerpos fluidos q.e estan en reposo, como las aguas dorm.s de un vaso estanque &. tienen todos los puntos de su superficie en verdad.o Nivel

3.a Linea de Nivel aparente es qualq.a recta orizontal

AE ó paralela al orizonte, tangente al circulo dela tierra y p.r consiguiente perpend.r al diam.o AD. llamase asi porq.e siendo muy pequeña como AF parece linea de nivel verdad.o; ~~esto~~ es el arco muy pequeño no se distingue sensiblemente de su tangente

Corolarios: 1.o la linea GE de nivel aparente qualq.a dos puntos G, E, equidistantes del contacto A estan de verdad.o nivel porq.e en los triang.s rectang.s CAG, CAE, se tiene CG=CE: luego los puntos G, E, distan igualm.te del centro dela tierra C

2.o Como el Nivelam.to se hace por visuales q.e son lin.s rectas paralelas al orizonte se sigue q.e estas practicas siempre se executan p.r linea de nivel aparente

Defin. 4.a Si dos puntos AE estan de nivel aparente y otros dos AH de nivel verdad.o, la recta EH q.e alargada pasa por el centro se llama dif.a entre el verdad.o nivel y el aparente

Escolio Quando la linea del nivel aparente como AF es tan corta q.e no excede de 200 ó 250 v.s se desprecia la dif.a por insensible; pero si es larga como AE de 300 a 350 v.s es neces.o atender ala dif.a EH y restarla del nivel aparente p.a tener el verd.o como se vera adelante.

Def. 5.a Sirve la Nivelacion para averiguar entre dos puntos quanto el uno esta mas elevado q.e el otro, y el punto donde empieza la nivelacion se llama termino prim.o y adonde se dirige term.o 2.o

Capitulo 1.o

Delos Niveles mas comunes.

Varios son los instrumentos q.e sirven p.a estas practicas y se reducen a 3 especies q.e son Nivel de peso, de aire, y de agua

Nivel de peso (es fig. 2.a) el de Albañil &c.

Hay otro Nivel de peso con un anteojo de 2 pies de largo guarnecido con dos brazos ó planchas de metal en forma de Cruz, suspendido p.r la p.te superior con un Gancho, y aplicando en la inferior un peso para q.e el anteojo, p.r donde se han de dirigir las visuales, quede orizontal. Es instrumento q.e exige mucho cuidado, y poco util

Nivel de aire es un cilindro &c.... la base del tal cilindro y la de la caja q.e le encierra deben estar perfectisimam.te paralelas. Suele tener sus pinulas p.a dirigir visuales &c......

Nivel 4.o de Agua. Este es el q.e mas sirve y consiste en un cañon (fig. 4.a) AB de 4 a 5 pies de largo y pulgada y m.a de diam.o torcido en sus extremos AE, BC, en donde se aplican dos vasos cilindricos OP, de vidrio claro y trasparente bien unidos al cañon con betun y pez de suerte q.e por la junta o union no se salga el agua: en medio del cañon tiene otro cañon H q.e sirve de encaje a un palo HL de 4½ pies de largo donde se fija el qual se clava en tierra de suerte q.e ~~por la junta o union no se salga el agua~~ sobre el pueda moverse libremente el nivel hacia qualq.a parte. Para servirse de este instrumento despues de haberle colocado en lug.r conveniente, se llena el cañon de agua hasta una pulgada de los Extremos OP, y esperando algun tiempo p.a q.e el agua quede sin movimiento se buelve a mover el nivel a fin de q.e salga algun viento q.e pudo introducirse en el cañon al t.po de llenar este de agua, y no se tira nivelada alguna hasta q.e el agua quede en reposo; el termino adonde se dirige la visual debe tener una vara larga MQ perpend.r al orizonte quanto sea posible, y en ella se aplica una tablilla blanca de un pie o pie y m.o con una señal negra en m.o de suerte q.e la tabla se mueva librem.te p.r todo lo largo de la vara

Con estas prevenciones se tira p.r la superficie superior de uno y otro baso la visual XZQ, y el q.e tiene la vara levantará o baxará la tablilla hasta q.e la parte superior dela señal negra se ajuste en el punto Q y la recta XZQ sea linea de nivel aparente

Quando el nivel se pone en uno delos terminos dela Nivelacion, se llama la visual nivelada simple, pero quando se coloca entre los dos terminos y por consiguiente de un mismo lug.r se tiran visuales a dos objetos se dice nivelada doble

Si la Nivelacion de dos puntos se hace con sola una Estacion se llama nivelam.to simple, pero si las estaciones fuesen dos o mas se llama nivelamiento compuesto

Estas practicas sobre el terreno se hacen en dias claros y serenos afin de q.e el viento no cause errores

Capitulo 2.º

Nivel de Agua

Propos. 1.a probl. f.a 5

Hallar quanto el punto L esta mas elevado q.e el punto S supuesto q.e la distancia SL no excede de 280 v.s se pondrá el nivel en S y la vara en L y llenando de agua el nivel tirese por las superficies della la visual XZQ, y acomodando la tablilla de suerte q.e la parte superior dela señal negra se ajuste en el punto Q se medirá la alt.a LQ q.e supongo de 2 pies y 7 pl.s: Midase tambien la alt.a SK del instrum.to y sea de 4 p.s y 6 pl.s, y restando la menor dela mayor se tendrá un pie y 11 pl.s q.e es lo q.e el termino L esta mas elevado q.e el termino S

Escolio: Si la distancia TL fuere poco mas o menos de 520 v.s se hallará la dif.a delas alturas por una nivelada doble de este modo: Pongase el nivel en S. mitad de la distancia TL, y en el termino T la recta T& con la tablilla y dirigiendo la visual Z&V, midase la altura T& q.e supon-

90 de 3 pies y 4 pl.s notandola en un papel, y puesta la vara en L dirijase la visual XZQ, mídase la altura LQ, y sea de 3 p.s y 10 pl.s y restando la altura menor de la mayor se tendran 5 p.s y 6 pl.s q.e es lo q.e el punto L esta mas elevado esta mas elevado q.e el punto T: Este modo de nivelar es el mas justo, pero q.e ademas de evitar muchas estaciones, los puntos VQ. estan de verdad.o nivel por ser equidistantes del instrumento; y lo mismo seria aunq.e la distancia fuese mayor (cor. 1.o def. 3.a) ni las refracciones de las visuales en distancias largas pueden causar error, porq.e serian iguales respecto de ser los terminos LT equidistantes del punto S del instrumento

Proposicion 2.a Tab. fig. 6.

Nivelar los terminos A,O, supuesto q.e disten poco mas o menos 1500 v.s

Res: Siendo la distancia 1500 v.s sera el nivelamiento compuesto respecto de no poderse efectuar con una sola Estacion y asi se haran 6 niveladas simples ó 3 dobles, q.e es lo mejor, Dividase p.r la distancia A,O en 3 partes poco mas o menos iguales en los puntos SR: pongase una vara en A, y otra en S, y el nivel en medio en el punto M, y las alturas q.e se hallaren de los terminos prim.s se escribiran en una columna, y en otra las de los terminos segundos: y supuesto q.e A* se halló de 9 p.s y 6 pl.s se escrivirá esta alt.a en la 1.a columna, y St q.e supongo de 3 p.s y 8 pl.s en la 2.a; para la segunda operacion teniendo la vara fija en S se pondra otra en R, y en medio C el nivel; y supuesto q.e el term.o 1.o Sd se halló de 7 p.s y 2 pl.s se escribirá en la 1.a columna; y el term.o RN q.e supongo de dos pies y 5 pl.s se escribirá en la 2.a Para la tercera operacion teniendo la vara fija en R se pondra otra en

O y el nivel en medio H: y supuesto q.e el termino 1.o RQ es de 6 p.s y 8 pl.s se escribirá en la 1.a columna y si el termino OP se hallare de 4 p.s y 8 pl.s se escribirá en la 2.a. Finalm.te sumense las alturas de los term.s prim.s, y se tendran 23 p.s y 5 pl.s, sumense tambien los de la 2.a q.e componen 10 pies y 8 pl.s, y restando esta suma de la otra se hallarán 13 p.s q.e es quanto el punto O esta mas elevado q.e A: la razon es porq.e si de AG se resta SF se tendrá quanto el punto S esta mas elevado q.e el punto A; y si de SL se resta NK se tendra quanto el punto el punto R esta mas elevado q.e el punto S, y finalm.te si de RQ se resta OP se tendra la alt.a del punto O sobre el punto R; luego si de AG + SL + RQ se resta SF + RN + OP se tendra la altura del punto O sobre A; lo propio se hallaria empezando la operacion en el punto O y descendiendo con las operaciones al punto A. Si no se quisieren formar las dos columnas bastará notar las alturas AG, SL, NQ, y de la suma restar OP.

Proposicion 3 Prob. fi. 7.a

Nivelar el punto AB quando el terreno solo permite niveladas simples

Supuesto q.e la distancia AB es de 1160 v.s y q.e no se puede tirar Nivelada doble alguna se podran hacer 4 niveladas simples, y asi se eligiran los puntos C, D, E de suerte q.e la nivelada simple de 280 v.s, y poniendo la vara en A y el nivel en C se tirara la visual GF, y se notara AG, y poniendo el nivel en D y la vara en C se tirara la visual HL y se notara CL; pongase el nivel en E y la vara en D y tirando la visual MN se notara DN, pongase el nivel en B y la vara en E, y tirando la visual OP se notara EP; y supuesto q.e se halló AG = 7 p.s 8 pl.s, CL = 6 p.s 8 pl.s, DN = 8 p. 8 pl.s, y EP = 8 p.s, sera la suma 30 p.s y 3 pl.s, y restando las 4 alturas de nivel q.e compondran 18 p.s, quedará de

12 p.s y 3 pl.s la alt.a del punto B sobre el punto A.
Lo mismo se hallaria descendiendo desde B hasta A. La razon de esta practica es la misma q.e la del problema antecedente.

Proposicion 4 Prob.a Fig. 8.

Nivelar los dos puntos AB con niveladas simple y dobles. Entre los terminos A y B elijanse los puntos D, E, G, H, K de suerte q.e se hagan quantas niveladas doble se puedan, y supuesto q.e el terreno solo permite las de esta especie en las distancias AD, EG, KB, se empezará poniendo el nivel en C y la vara en los puntos A y D y tirando la visual corresponde.te se notara la altura AL; y poniendo el nivel en E y la vara en D se notaran las alturas DM, EO, y continuando las operaciones como en los problemas anteriores se tendra la altura del punto B sobre el punto A. Lo mismo se hallará empezando en B &c. ---

Prop. 5.a Prob. F. 9.

Nivelar los puntos A y B entre los quales se halla la altura S y la profundidad D.
Res: Como esta operacion necesita de subir y baxar con el nivel se han de notar en una parte las alt.s halladas subiendo, y en otra las q.e se hallen baxando, y restando la suma de unas de la suma de las otras se tendrá la dif.a q.e se pide, y asi eligiendo las distancias para niveladas dobles o simples segun permita el terreno, se empieza la operacion poniendo el nivel en I, y tirando la nivelada doble FG notese la altura AF: puesto el nivel en L y tirada LK se notara la alt.a IK, y a este modo se notaran las alturas ML, No las quales se notaran en la columna subiendo. Puesto el nivel en 6 y tirada la visual se notará la alt.a y se notará en la columna baxando, y puesto el nivel en T y tirada la visual St se notara la alt.a RS.

en la Columna baxando &c. finalmte se escribirá tambn
en la Columna baxando la altra del instrumto y supues-
to q el valor de las alturas sea.

Altas subiendo			Altas Baxando		
	Pies	Ps		Ps	Ps
AF =	7	4	XQ =	6	3
GH =	3	2	RS =	3	4
YK =	4	5	Ystrum. =	4	6
LM =	3	7			
NO =	5	1			
TV =	2	5			
XZ =	3	8			

Suma de las altas subiendo	29	8
Ydem baxando	14	1
Difa	15	7

Esta diferencia es el valor de la altura del punto B sobre el punto A.

Proposicion 6. Tab. fs 50, y 51a

Hallar la difa entre el nivel aparente y verdadro en qualquiera distancia.

En los problemas antecedentes no se ha hecho distincion entre la difa del nivel aparente y el verdadro, y por suponerse q con el nivel de agua se tiran visuales cortas q se consideran ps lineas del nivel verdadro respecto de ser insensible la difa, pero habiendo de tirar niveladas largas como de 1000, ó de 1500 vs usando del nivel de anteojo es preciso reducir el nivel aparante al verdadro notando la difa q sera mayor o menor segun fuere la nivelada.

f. 11 Res: Supuesto q la recta BD es la linea de nivel aparente, la DF del nivel verdadro, BF la difa, quadrando BD, y DC, y de la suma de sus quadrados sacando la raiz quadrada se tendra el valor de la hipotena CB de la qual sacando el radio CF se tendrá el valor de FB

Exemplo. El diam.º de la tierra se tiene conocido p.r varias observaciones y es de 15,250582 varas castellanas o bien de 45,751,746 pies, luego el radio CD sera de 7625291 varas cast.s o bien de 22875873 p.s y suponiendo q.e la distancia BD es de 2000 v.s se reducira a pulgadas y se tendra 72000, y su quadrado 5184000000: el semidiam.º de la tierra reducido a pul.s es 274510476, y su quadrado es de 75,356,001,433,746,576; y sacando la raiz sera 274510502 pulgadas y casi $\frac{4}{5}$ de pulgada valor de CB del qual restando el semidiam.º CF se hallara el valor de BF = 26 pul.s y 9 lineas q.e es lo q.e se hade restar en una nivelada de 2000 v.s; y ya q.e AD (fig. 10) se hallo de 12 pies y 8 pul.s restando la altura del instrum.to q.e suponemos de 4 p.s y 6 pul.s quedara AL de 8 pies y 2 pul.s y quitando FL de 2 p.s 2 pul.s y 9 lin.s q.e corresponde a la distancia de 2000 v.s se tendra AF de 5 pies 11 pul.s y 3 lin.s q.e es la verdad.a alt.a del punto B sobre el punto A

Escolios: Tambien se puede hallar la dif.a reduciendo a pulg.s asi la distancia dada como el diam.º, y quadrando la distancia se partira por el diam.º y el cociente dara el valor en pul.s, y es la razon porq.e $BD^2 = BH \times BF$, y como el diam.º de la tierra FH no se distingue sensiblem.te de HB se puede tomar FH en lugar de BH y asi $DB^2 = FH \times BF$, luego $BF = \frac{DB^2}{HF}$

2.º Si el quadrado de qualquiera distancia se multiplica por 26 y el producto se parte por 4000000 el cociente sera el valor de la dif.a en pul.s Exemplo: Sea la linea de nivel aparente de 4000 su quadrado sera 16000000 q.e multiplicado p.r 26 es 416000000 y partiendo por 4000000 se tendra 104 pul.s. Esto basta p.a hallar la diferencia en qualq.a distancia, pues en 1392392o solo puede hav.r el error de una pulgada

La razon de esta practica consiste en q.e los quadrados de las distancias DB, DO tienen sensiblem.te la razon de la dif.a BF, NO, porq.e segun lo dicho en el escolio ante

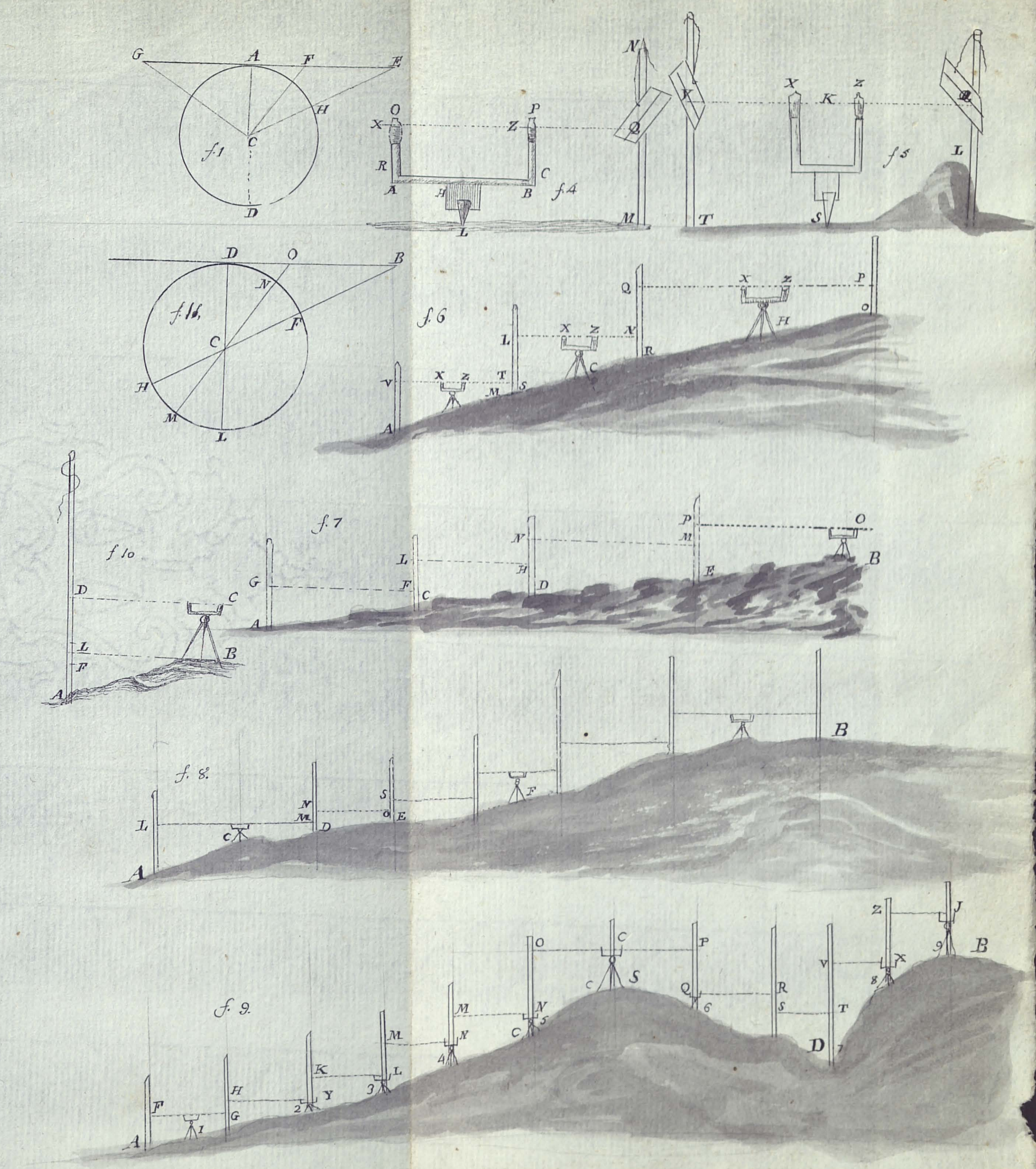
cedente $DB^2 = FH \times FB$, y $DO^2 = MN \times NO$ luego
$DB^2 : DO^2 :: FH \times FB : MN \times NO$, y siendo $HF^2 = MN$
luego (prop. 11, lib. 5.º) $FH \times FB : MN \times NO :: FB : NO$
y por consiguiente $DB^2 : DO^2 :: FB : NO$, y asi sabien-
do q.e al quadrado de 200. v.s le corresponde 26 p.s
por dif.a sera facil p.r la regla de tres hallar las q.e
corresponden al quadrado de las varas de qualquier dis-
tancia

3.º Por medio de las practicas antecedentes se hace
el perfil de qualquier terreno por irregular q.e sea
cuyo perfil no es otra cosa q.e la Seccion vertical o
perpend.r al orizonte, por medio del qual se manifies-
tan las desigualdades q.e comprende la seccion, como
igualm.te si en ella se hallan algunos edificios; de-
clara su altura y division de sus particularidades; y los
q.e ocurren en los Sondeos de puertos y rios son pro-
pios de la clase del dibujo.

Fin de todo este Tratado

Lugo 20
de Febrero ~~Diciembre~~ de 1813

Jose Valladares

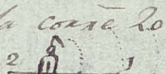


f.1
f.4
f.5
f.6
f.11
f.7
f.10
f.8
f.9

Curiosidades

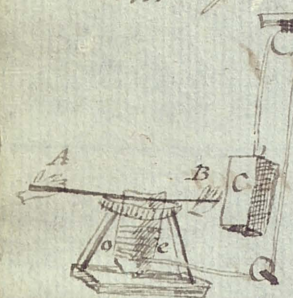
que pueden interesar para los conocimientos militares

Fisico-matematicas

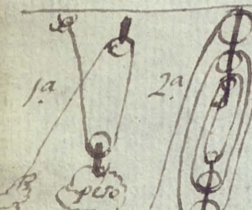
Multiplicada la velocidad p.r el peso resulta el movimiento
v.g. una bola corre 20.o y pesa 2 libras, su movimiento
es como 40 

Asi ~~dos~~ libras puestas en el punto
2, y otra en el punto uno tendran la romana en equilibrio porq.e
las 2 x 1 de velocidad = 2, y la 1 x 2 de velocidad = 2 de movimiento
Los Arcos semejantes son como sus circulos, estos como sus dia
metros, y estos tienen entre si la misma proporcion q.e los radios
luego los arcos semejantes son como sus radios; pero las dis
tancias de los circulos son los radios ~~[illegible]~~ de los arcos q.e describen
al moverse; luego los espacios q.e corren los pesos al moverse
tienen la misma proporcion q.e las distancias en q.e estan
puestos las quales son los radios del circulo q.e describen
Por medio de sola la ~~[illegible]~~ Romana se pueden hacer las 4 reglas
de la Aritmetica, y aun otras mas
Esta misma doctrina se verifica en la palanca. Creo p.r
lo dicho q.e el peso a la potencia es la misma razon q.e el
brazo mayor de la Rom.a o Palanca, al menor (desde el hipo
mocleo)
La fuerza de la Cuña esta en la razon de su longitud
a su ancho de modo q.e teniendo 3 ~~pul~~ dedos de ancho, y un
palmo de largo tiene q.e introducirse 12 dedos p.a mover
los 3 q.e tiene en lo mas ancho.

Regla gen.l: Siempre q.e el espacio por donde se mue-
ve la potencia, o el instrum.o movido p.r ella es mayor
q.e el espacio p.r donde se mueve el peso se aumen-
tan las fuerzas de la potencia &c. En la razon en q.e de
estos espacios &a.



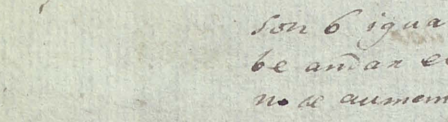
Supongamos AB = 10 palmos, oe = 1
la pontencia andará 30 palmos p.r
la circunf.a del diam.o AB, mientras
el peso C anda solo 3 p.r la circunf.a
del cilindro oe. Asi las distancias o
espacios estan en la razon de 10 a 1, ó
de 30 a 3 en la qual estará el peso
C con la potencia o manos q.e mue-
ven la palanca al rededor AB



En la primera los espacios de la poten-
cia y el peso, o la velocidad estan en
la razon de 2 a 1; y en la segunda
en la razon de 36 a 6, ó de 6 a 1 p.r
q.e las bueltas de la cuerda en las roldanas
son 6 igual cada una al espacio q.e de-
be andar el peso. Con una sola rodana
no se aumenta la potencia p.r q.e las velo-
cidades son iguales.

Como queda dicho: el peso y la potencia estan en la mis-
ma razon q.e sus velocidades; y asi una potencia infe-
rior a un peso p.a igualarse con el debe tener mas ve-
locidad: esto es andar mas espacio. Todo lo q.e queda
probado

La cantidad del movim.o se distingue de la fuerza del
movimiento, o de los efectos causados p.r el mismo movim.o
Estos se pueden calcular multiplicando el quadrado de
la velocidad por el peso del cuerpo



El movimiento es simple
y compuesto. La bola a
impelida con la mano sobre
la mesa lleva un movim.o simple o solo; p.o al caer se lle-
va compuesto de su propia gravedad, y del impulso, y

asi va describiendo una curba lo mismo q. la Bomba arrojada del Mortero, ó una piedra arrojada desde lo alto de un navio q.e cae a su pie aunq. el navio corra mucho p.r q. su movim.to es compuesto del orizontal q.e lleva el navio y del peso de ella misma

Quanto mayor es la velocidad mayor es la resistencia

El ang.o de reflexion sp.re es igual al de incidencia qualquiera q. sea el plano donde caiga el c.o elastico

Quando un cuerpo no puede descender sin levantar otro, debe descontarse en aquel el peso de este. Asi un cuerpo metido en un liquido pierde tanto peso quanto es el volumen del liquido q. tiene q. levantar p.a introducirse

Dioptrica

trata de los rayos de luz refractados.

Prop. 1.a Toda lente convexa si recibe los rayos paralelos los quiebra y reune en un punto llamado foco de los paralelos el qual sp.re es fijo. Y si de este foco saliesen los rayos p.a la lente los quebrará haciendolos paralelos p.r la razon opuesta.

2.a Si la lente convexa recibe los rayos ~~para~~ convergentes los quiebra reuniendolos en un foco mas distante q. el de los paralelos, y si de dho. foco saliesen los rayos quebraran p.a salir con la misma convergencia.

3.a Si la lente convexa recibe los rayos divergentes, los reune en un foco mucho mas distante q. el de los paralelos siendo mas ó menos distante segun sea mas ó menos la divergencia ó angulo de los rayos; observandose lo contrario quando los rayos salgan del foco, y pudiendo tambien ser tanta la divergencia q. los rayos no alcancen á unirse nunca

4.ª Quanto mas llegado este un objeto a una lente tanto mas divergentes son los rayos q. saliendo de qualq.ª de sus puntos van a caer sobre la lente; porq. en este caso recibe esta mas rayos q. estando apartado

5.ª Quanto mas se llega el objeto ala lente mas se separa de esta el foco, y al reves mas se acerca este quando el objeto se separa.

6.ª Las lentes concabas si reciben los rayos paralelos los refracten esparciendolos: si los reciben convergentes los unen en un foco distante:, y puede ser tanta la concabidad, y tan poca la convergencia q. de convergentes los hagan paralelos, o aun divergentes

7.ª Quanto mas el foco se aparta de la lente mayor es la imagen representada, porq. los rayos pordonde se determina la grandeza otamaño del objeto son los rayos q. salen de las extremidades del objeto comparados entre si, los quales se cruzan y se van separando de manera q. tendra mayor separacion quando el foco q. es donde debe pintarse el objeto, este mas apartado

Nota: los rayos q. salen delas extremid.s se llaman rayos extremos; los q. salen de cada uno de los otros puntos del objeto se llaman divergentes; y el punto de donde salen punto radiante

Los Miopes son los q. ven las cosas a lo cerca y no alo lejos p.r q. su cristalino es muy convexo y tiene el foco antes de la retina, mas llegando alos ojos o ala lente mucho el objeto se aparta mas el foco y da enla retina segun consta de las proposic.s anteced.s

Los presbitos son al contrario p.r q. tienen el cristalino menos convexo, y tiene el foco mas lejos de la retina, mas apartando el objeto se aproxima el foco y da en la retina.

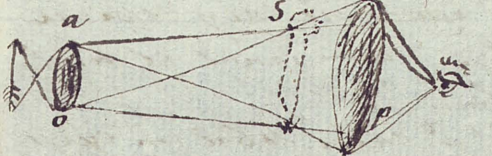
Por lo mismo los Miopes usan de antes los concabos q. hacen los rayos mas divergentes y entonces al entrar p.r el cristalino van a formar el foco mas lejos y en la retina; Mas los presbitos y viejos les usan convexos p.r q.e estos hacen q.e los rayos sean menos divergentes, y q.e entonces desp.s de pasar p.r el cristalino formen el foco mas cerca y en la retina

Por lo dho el q.e tenga buena vista se le variará con los anteojos p.r q.e o le apartaran demasiado el foco, o se lo aproximaran al cristalino sacandolo de la retina q.e era su verdadero lugar.

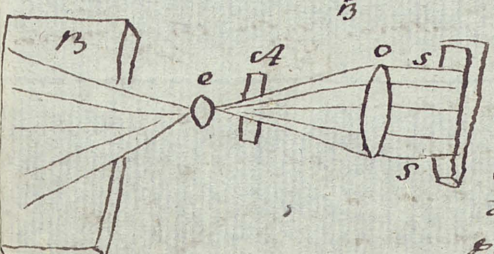
Microscopios y Telescopios Dioptricos

El tamaño dela imagen representada pende del tamaño del angulo q.e hacen los rayos extremos al cruzarse en la pupila o niña del ojo

a. Microscopio simple. n. Niña del ojo donde se cruzan los rayos extremos eb, pc rayos extremos q.e pintarian el objeto en pe sino huviese lente rs, ao, rayos extremos quebrados p.r el lente y q.e forman mayor ang.o al cruzarse dedonde se sigue mayor pint.a os



a lente objetiva muy convexa q.e va a pintar la saeta en s. B lente ocular q.e no solo aumenta la imagen s sino q.e recibe mas rayos como op y hace el objeto mas grande y claro: el ojo ve el objeto ala distancia s.



ss. Rayo del Sol q.e entra orizontalm.te p.r la bentana o espejo y pasa p.r el lente o, cruzandose en el otro lente e

A. caja de vidrio donde se pone el licor o insecto q.e se quiere observar y la q.e debe estar cerca del foco del lente e. B plano o parez donde se pinta el objeto muy grande. La casa debe estar obscura

Hay dos especies de telescopios o Anteojos de Larga vista: unos Catoptricos o de Reflexion, y otros Dioptricos o de refraccion; estos ultimos quando son Astronomicos constan solo de dos lentes siendo la obgetiba muy poco convexa, al reves de los Microscopios, p.ª q.e tenga el foco mas distante y la pintura sea mayor la qual será al rebes

Los anteojos comunes tienen 4 lentes convexas las q.e son precisas p.ª q.e el objeto se vea al derecho como en esta figura A.

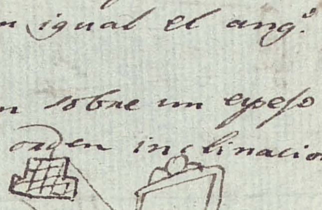
Los anteojos de teatro tienen dos y por ellos se ven las cosas al dro pero para eso la lente ocular es concaba p.r la parte del ojo de cuyo modo se esparcen los rayos antes de llegar a su foco y no se cambian. S. el objeto donde los rayos esparcidos parece que la representan

Captoptica

Trata de los rayos reflexos

Proposicion 1.ª Los rayos de luz y color al caer sobre un cuerpo liso hacen igual el ang.º de reflexion al de incidencia

2.ª — Los rayos de luz q.e caen sobre un espejo plano retroceden en el mismo orden inclinacion y divergencia con q.e iban para delante sino hubiese espejo pora el triang.º abc = obc



3.ª Siguese q.e los espejos estos no hacen mudanza en los rayos, sino q.e representan delante lo q.e iba a suceder detras; pareciendo la imagen por lo mismo tan distante alla detras del espejo como lo esta realmente delante

3.a En los espejos concabos el foco de los paral.s esta casi en la mitad de la distancia q. hay entre el centro de la esfera de q.e es parte el espejo, y el espejo

4.a Como el radio es perpend.r a su circumf.a por eso puesto el objeto en el centro de la esf.a del espejo concabo, los rayos divergentes q. salen del objeto buelven y se juntan en el mismo lug.r del objeto

5.a Mas puesto el objeto en el foco de los paralelos la luz reflexara en rayos paralelos sin q. ya se encuentren mas.

En los espejos convexos sucede lo contrario de los concavos. Hay muchas especies de antiojos espejos ya de refraccion, ya de reflexion ya de uno y otro q.e estriban todos en los principios asentados ——— pero los de reflexion son mejores q. los otros ya p.r q. pueden ser mas cortos y manejables ya p.r q. representan con mas claridad en virtud de q. los rayos de luz qualquiera color q. tengan reflejan igualmente, ~~pero~~ ~~xx~~ ~~xx~~ estos con un mismo ang.o el azul q. el amarillo &, pero no refractan asi, pues unos quiebran mas q. otros de lo qual resulta q. no se reunen en un mismo foco, y q.e la imagen se confunde un poco

Notas

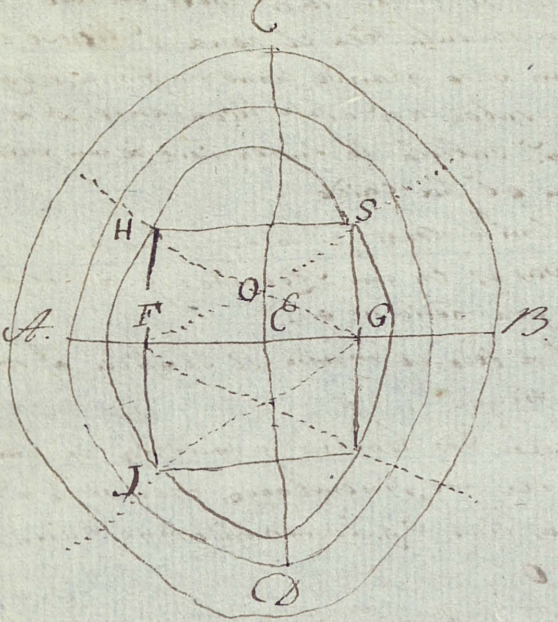
1.ª Siempre q.e un cuerpo se mueva en circulo al rededor de otro necesariam.te deve haver estas dos fuerzas: una centripeta q.e haga encurbar el cuerpo al rededor del otro; (sino seguiria la recta) y otra centrifuga con la qual el cuerpo intenta seguir la recta y apartarse del centro; asi faltando una de estas seguirá el cuerpo la direccion de la otra; y quando haviendo las dos circula deben ambas precisamente estar en equilibrio, o ser iguales

2.ª Por esto los planetas mas vecinos al sol, o al centro sobre q.e giran se mueven mas de priesa; porq.e la fuerza centripeta es mayor, y en la misma igualdad lo sera la centrifuga p.a q.e el planeta gire al rededor. La atraccion, o gravedad, el olfato el sonido &. son virtudes q.e forman como una atmosfera en torno del cuerpo q.e las produce; por lo qual a proporcion q.e se estienden diminuye su virtud en la razon de los quadrados de las distancias al centro, porq.e en esa misma razon de los quadrados de los rayos crecen las esferas. Asi la gravedad diminuye a proporcion q.e crecen los quadrados de la distancia al cuerpo atrahente

3.ª Todo cuerpo q.e gira en torno de otro q.e le atrahe o para el qual pesa, precisam.te ha de correr superficies iguales en tiempos iguales: mas como el movimiento de los planetas no es sino una elipse mas o menos grande se sigue q.e algunas veces han de caminar mas q.e otras p.a cumplir d.ta ley; por esto la tierra tarda 9 dias mas en los signos q.e estan sobre la linea q.e en los q.e estan debajo.

3.ª Para saver quanta agua lleva un rio en todo el año se mide una porcioncita de rio como un solido donde tenga una corriente regular; luego se save su velocidad v.g. en un minuto, echando en la superficie del agua un cuerpo ligero, y viendo lo q.e corre en el mi-

nuto; y saviendo asi el solido de agua q^e corre en un mi-
nuto facilm.^te se sabra la q^e corre en todo el año
Tambien se calcula toda el agua q^e llueve en un pais
poniendo un vaso grande como un paralelogramo p.^a q^e llue-
va en el, y saber a q^e alt.^a llega antes q^e se evapore nin-
guna: desp.^s sabida la superficie de un pais se sabe la
agua q^e en el ha caido
4.^a el sonido corre p.^r lo regular en una atmosf.^a quie-
ta 324 varas en un segundo: y asi se pueden saber
distancias por medio de el
5.^a ..... En todo el mundo se verifica q^e son todas las ho-
ras a un tiempo
6.^a Nacen dos hombres y mueren en un mismo dia
y puede ser uno, sinembargo, mas viejo q^e el otro: esto es
tener mas dias v.g. caminando uno hacia el E. y otro
acia el O
7.^a Puedo un hombre caminar muchisimas leguas sin
salir de una hora v.g. teniendo siempre las 12, con tal q^e ande
15 grados long. en el espacio de una hora, lo q^e podra hacer
debajo de los polos donde los grados de longitud valen muy
poco



Formacion del ovalo = Desde G se describe el arco J H; al lado opuesto lo mismo. Desde O donde se cortan las diagonˢ. se describe el arco H S y al lado opuesto lo mismo. Segun la extension de la linea A B se puede aumentar o disminuir el ovalo como se quiera; y es facil conocer el modo de hacer una sola parte o segmento. Los 4 cuadrados forma dos sobre A B y su perpendᵃ. C D han de ser iguales enteramᵗᵉ. y cuadrilateros completos

Tintas de Tonio

negra

A una azumbre de vino ó agua (es me jor esta) se echan 6 onzas de agallas finas q. sean en si bien pesadas, de color de plomo y sin agugeritos. Quebrantadas se echan con el agua en una Olla vidria da sin estrenar ó donde se hubiese he cho tinta con mas las cascaras de una granada agria ó de 4 nueces verdes; tres onzas de vitriolo romano ó de capar rosa bien molida; dos de goma arabiga y una de azucar piedra. Menease todo con un palo de higuera por espacio de diez ó doce dias y tres ó 4 veces en ca da uno y al cabo de ellos y cuando este bien reposada se colocara sin removerla, no solo primero p.r un tamiz, sino p.r un pedacito de lienzo de esp.a p.a q.e quede bien limpia. Luego se embotellará y conservará en parage fresco y resguardado del aire. Para hacer otra tanta porcion y tan buena basta hechar sobre las heces q.e hayan quedado la mitad de ingred.s con igual cantidad de agua y seguir el orden explicado. Se debe evitar q.e caiga polvo en la tinta y tintero. Los mej.s algodones son los de seda floja o medias viejas de seda deshechas. En verano se echaran menor en el tint.o q.e en invierno

Encarnada

Se tomara una onza de bermellon de la china y poniendo como la 4.a pte de ella en un vaso o taza se echara un poco de agua de goma y se estregara con la yema del dedo sobre la orilla del vaso o taza hasta q.e esté bien trabada y unida. Luego se hechara otra parte de bermellon con otra poca de agua de goma encima y haciendo lo q. con la primera, se pasara a hacer lo mismo con la 3.ª y 4.ª parte q. resta. Desp.s se cubrira de agua de goma y agua clara, añadiendo de la primera si trabase poco y de la 2.ª si estubiese espesa y como glutinosa. Desde este tiempo en adelante se revolvera siempre con un pincel gordito y de pelo fuerte q. servira tambien para poner la tinta en la pluma cuando se ofrezca escribir, teniendo siempre la precaucion de revolverla antes y de taparla desp.s q. se acabe de escribir. No debe dejarse secar y es mejor cuanto mas añeja

Otros Colores

Se hacen lo mismo. El mas hermoso es el azul ultramar—

Agua de goma

Se pone onza y media en un frasco con medio cuartillo de agua y se revuelve de cuando en cuando. Al cabo de 3 dias se prueba humedeciendo los dos prim.s dedos de la mano y se conocera q. esta en su punto si al separarlos hacen alguna resistencia y parece q.e estan pegados añadiendo goma si fuese preciso. Esta agua se conservara bien tapada p.r mucho t.po

Letras de Oro

Para ellas se sirve de las conchas o papelillos que venden los Alemanes. Los hay ordinarios y finos. Los de oro ordinario se gastan poniendo una porcion en una salserilla o platillo con solo el agua de goma q.e baste p.a humedecerlo y trabarlo. desp.s q.e se ha unido bien a fuerza de batirlo en la orilla con la yema del dedo se hecha mas agua de goma y se bate de nuevo hasta que se vaya todo al fondo sin quedar nada en las orillas. Dejase reposar y despues de verter el agua con tiento, se le vuelve á hechar otra q.e no sea de goma y esté bien clara y a menear de nuevo, vertiendola segunda vez y volviendola a echar y verter 3.a y 4.a si es necesario hasta q.e quede bien limpio y lavado. Luego se vuelve a echar un poco de agua de goma y con un pincel de la punta y tamaño q.e convenga se va tomando poco á poco y batiendolo ácia la orilla siempre q.e se vaya y venga para gastarlo. Lo q.e queda de un dia para otro, o se ha de dejar cubierto de agua o sin nada absolutam.te p.q.e si se seca con ella, se renegrece. Por eso conviene hacer poco. El oro fino no hay dificul-

tad en gastarlo; p.r q.e con solo echarlo en la sal
sencilla y batirlo con el mismo pincel sale ex-
celente. Hay poco fino y es caro. Asi uno co-
mo otro se puede bruñir

Si se quiera q.e la letra sea de relieve a mo
do de chapitas de oro, se hace una sisa q.e es la
siguiente. En corta cantidad de agua de goma
echese un poco de azucar piedra y de zumo de
ajo y para darla color y cuerpo algun tanto de
gutigamba o bol bien molido: revuelvase todo jun
to y tomando de esta sisa con un pincel se escri-
biran las letras q.e se quieran (dibujandolas antes con
lapiz si fuese necesario) cubriendolas todas muy
bien con pedacitos de pan de oro (q.e desp.s de cor
tarlos con un cuchillo sobre una almoadilla de
Cuero se toman con un poquito de algodon o una
correita) y bruñendolas cuando esten bien
secas. Si al tiempo de poner el oro se ha se
cado la sisa, se humedece con el aliento.

Pero el escrito mas delicado y hermoso
se hace con el polvo de oro; y seguramente
no gastaria ninguno otra cosa sino costara
tanto travajo el hacerlo. Consiguese de este

modo. Untese con un poquito de miel la piedra de moler colores y ponganse encima la mitad de los panes de un libro pequeño de oro: muelanse a fuerza de brazo por el discurso de tres ó cuatro horas, revolviendolo y juntandolo a cada paso de bajo de la muletilla como se hace con los colores; y estando perfectamente molidos y maridados se pondran con la punta de un cuchillo en un vaso de vidrio de a cuartillo. Acabando de este modo con la mitad del libro, se seguira con los panes de la otra mitad de él por el mismo estilo, y acabada esta segunda mitad con otro tanto hasta completar dos libros de los q. venden los batidores. Echese despues en el vaso un poco de agua fuerte y tengase y tengase cubierto con ella por espacio de 4 horas el oro molido y aguar-tillado. Despues de este tiempo se le llenará hasta menos de un dedo de agua limpia y clara q. se vertera con muchisimo tiento al cabo de dos horas de reposado. Esta operacion de lle-nar de agua clara el vaso y verterla de tiempo en tpo, se repetira tantas veces cuantas se necesiten hta. q. queden solas en el fondo las particulas ó minutisimas partes del oro sin mancha ni suciedad alguna. En este estado se deja secar y luego se envuelve con mucho cuidado en un papel blanco bruñido y delgado q.e para ello se tendrá prevenido. Desp.s se gasta con agua de goma del mismo modo q.e se dijo arriba; y si se quiere q.e brille mas el escrito se bruñirá con la piedra ó colmillo

45

10