AGORA — Papeles de Filosofía— (2001), 20/1: 49-56 *ISSN 0211-6642*

LENGUAS NATURALES Y LENGUAJES FORMALES:
Comentario a "La adecuación del análisis modelista de consecuencia lógica" de García-Carpintero

Josep Macià
Universitat de Barcelona

El concepto intuitivo de argumento lógicamente válido es el de argumento que preserva necesariamente la verdad en virtud de su forma lógica. Un análisis satisfactorio de la noción de *validez lógica* ha de explicar apropiadamente la noción de "forma lógica", y ha dar cuenta de la noción modal de "preservar la verdad *necesariamente*", y del término claramente falto de elucidación "en virtud de". "La adecuación del análisis modelista de consecuencia lógica" (a partir de aquí *AAM*) de García-Carpintero atribuye a Etchemendy(1991) el mérito de haber llamado la atención sobre la necesidad de dar cuenta del aspecto modal de la noción de validez. El objetivo principal de AAM es, no obstante, el de mostrar que el análisis modelista incorpora satisfactoriamente tanto el elemento formal presente en la noción intuitiva como también, en contra de lo que mantiene Etchemendy, el elemento modal. Para alcanzar este objetivo García-Carpintero introduce un buen número de ideas originales que se entretejen en un elaborado y sumamente interesante argumento sostenido. Entre ellas destacan la clarificación de la noción semántica de forma, y, especialmente, la introducción de la noción de "contenido lógico" de una expresión, la cual constituye una sugestiva ampliación del marco semántico bi-dimensionalista.

En este breve trabajo nos centraremos en 2 puntos específicos: (1) la relación entre lenguaje natural y lenguajes formales, (2) la justificación que AAM ofrece del principio (AI_1) (sobre la modalidad).

 Aceptación: Diciembre 2001

1. Lenguas naturales, lenguajes regimentados, lenguajes formales

Los lenguajes formales (de la lógica proposicional, de la LPO, o de lógicas de nivel superior) que se definen y interpretan de la forma modelista estándar son radicalmente distintos de las lenguas naturales. Su sintaxis es distinta. También su 'significado'. Un lenguaje formal interpretado mediante las usuales definiciones de satisfacción y verdad en un modelo no tiene propiamente significado. Interpretando 'semánticamente' la fórmula *Pa* en un modelo mediante las definiciones usuales no es posible dotar a *Pa*, por ejemplo, del significado 'el dos es un número par'. (Para la justificación de esta afirmación véase Macià(2000)).

Es posible ofrecer una interpretación de un lenguaje con la sintaxis de los lenguajes formales usuales de forma que sus fórmulas sí tengan el mismo tipo de significado que los enunciados de las lenguas naturales. Ello se consigue no a través de las definiciones modelistas usuales, sino, típicamente, ofreciendo un procedimiento de traducción a una lengua natural (parte de la especificación del procedimiento sería, p.ej.: "*a*" se traduce como "dos", "P" como "es par" y una expresión $\alpha\beta$ se traduce como la concatenación de la traducción de β con la traducción de α). Este procedimiento de traducción se puede especificar explícitamente o asumir implícitamente. Llamaremos "lenguaje regimentado" a un lenguaje con la sintaxis de un lenguaje formal pero dotado de este tipo de interpretación.

Algunos de los autores que han discutido sobre la adecuación del análisis modelista estándar de la noción de validez lógica (como Etchemendy(1990) o Sher(1991)) parecen asumir (sin formularlo explícitamente) que la cuestión afectaba sólo a la relación entre los lenguajes formales interpretados como lenguajes regimentados y los lenguajes formales interpretados modelísticamente. Es uno de los méritos del artículo de García-Carpintero dejar claro que si nos preocupamos por la adecuación del análisis modelista de la noción *intuitiva* de validez hemos de considerar la relación entre, por un lado, los lenguajes formales para los que se formula la definición modelista usual de satisfacción y, por otro, las lenguas naturales.

El abismo que debe cruzar el proceso de formalización (y por tanto la diferencia existente entre, por un lado, las lenguas naturales y, por otro, tanto los lenguajes regimentados como los lenguajes formales) se hace patente, por ejemplo, en cuanto consideramos cualquier texto al azar en una lengua natural e intentamos ofrecer versiones formalizadas de las oraciones que ahí aparecen. Más allá de los discutidos ejemplos del tipo de (1) y (2), considérense (3)-(7)

(1) Todas las personas son mortales

(2) El rey de Francia es alto

(3) Juan sólo ama a María

(4) Hay algunos críticos que sólo se admiran el uno al otro

(5) Por cada gota de agua que caiga, una flor crecerá

(6) En Reus, había algunos terroristas cada uno de los cuales había mandado un mensaje-e codificado a al menos uno de los otros.

(7) Vi a un turista japonés

(8) Cada vez que veo a un turista japonés corro a pedirle que me saque una foto

Aunque no sea aparente a partir de la estructura sintáctica de (3), la formalización de (3) involucra cualificación universal; (4), (5) y (6) sólo pueden ser formalizados en el lenguaje de la lógica de segundo orden[1]; nótese el contraste entre "un turista japonés" en (7), donde se formaliza usando un cuantificador existencial, y en (8) donde es preciso formalizarlo usando cuantificación universal, a pesar de su similitud con (7).

Incluso las oraciones más simples, como, por ejemplo, "Juan canta" que a menudo se pretende formalizar 'plenamente' como Cj, puede sostenerse (véase, por ejemplo, Parsons(1990)) que tienen una estructura lógica del tipo: $\exists$e(Cantar(e) $\wedge$ Objeto(e,j) $\wedge$ Darse(e,ahora)).

O considérese el ejemplo: "Juan es idéntico a sí mismo" que, de acuerdo con lo que se sostiene en AAM, es apropiadamente formalizado como: $j{=}j$. Obsérvese, no obstante, que la propiedad de ser idéntico a si mismo, no es la misma que la propiedad de ser idéntico a Juan. Pedro tiene la primera propiedad, pero no la segunda. La oración debería formalizarse apelando la notación-λ como: $\lambda x(x{=}x)\ (j)$[2]. Nótese también que una oración como "Rita ama a su madre, y Lola también" es ambigua. Se puede entender como afirmando que Lola ama a la madre de Rita, o como afirmando que Lola ama a su propia madre. Esta ambigüedad se puede explicar apelando a que "su" tiene dos posibles interpretaciones: como un elemento referencial que, en este caso, denota a Rita, o como un elemento ligado a la posición del sujeto. (8) y (9) especifican estas dos posibles interpretaciones. Nótese que al copiar el predicado de la primera oración en la segunda (es la función de "también" indicar que debe hacerse esta copia) se obtienen las dos distintas lecturas:

(8) Rita λx (Ama(x, madre de Rita)) $\wedge$ Lola λx(Ama(x, madre de Rita))

(9) Rita λx(Ama(x, madre de x)) $\wedge$ Lola λx(Ama(x, madre de x))

Acabamos esta primera sección con dos observaciones: La primera es que la definición modelista de validez no constituye por si misma un análisis de la

[1] Véase Boolos (1984) para la descripción de la ingeniosa idea de Kaplan sobre como demostrar que estos enunciados no son formalizables en LPO.

[2] Para una discusión de la significación de introducir en el lenguaje de la lógica de primer orden la posibilidad de formar predicados complejos, véase Stalnaker (1977).

noción intuitiva de validez. El análisis modelista de la noción intuitiva de validez viene dado por esa definición *junto con* una caracterización de la relación de formalización, y *junto con* el principio que postula que: un argumento (en una lengua natural) es válido-1 syss hay una formalización suya que es válida-m. Una segunda observación es que, al justificar la adecuación del análisis modelista, el artículo de García-Carpintero introduce un paso intermedio: ofrece primero un análisis inicial de la noción intuitiva usando el marco bidimensionalista, y usa luego este análisis para establecer la adecuación del análisis modelista. Podemos formular este análisis inicial como:

(*) A es válido-1 syss la clase de mundos posibles del contenido lógico de las premisas de A está incluida en la clase de mundos posibles del contenido lógico de la conclusión de A.

2. Modalidad

Un análisis satisfactorio de la noción intuitiva de validez lógica ha de dar cuenta del elemento modal presente en la noción intuitiva. El principio (AI_1) pretende captar este requerimiento. García-Carpintero ofrece la siguiente justificación de que el análisis modelista implica que si un argumento A es válido-m entonces: necesariamente si las premisas de A son verdaderas su conclusión también lo es:

> "Si [...] un argumento es válido-m, una formalización apropiada suya preserva la verdad en todos los modelos; se sigue entonces de CL que el argumento preserva la verdad necesariamente, entendiendo la necesidad en el sentido elucidado [...] en el marco bidimensionalista".

Pasemos a analizar este argumento. Para ello consideraremos una formulación más explícita del mismo. Como paso previo para ello, hagamos primero un par de observaciones sobre notación y sobre la noción de contenido lógico:

Usaremos <Form(f,e)> como abreviación de <la fórmula f es una formalización del enunciado e>.

Sobre la noción de "contenido lógico": fijémonos que este término denota una función binaria, no monádica. Incorporaremos esta idea en la siguiente convención notacional: usaremos <$cl_f(e)$> para denotar la clase de mundos posibles del contenido lógico del enunciado e respecto de la estructura lógica de e que la fórmula f hace explícita. Nótese que cuál es el contenido lógico de un enunciado e depende no sólo del enunciado e sino también de cuál es el grado de detalle en la especificación de la forma lógica de e que mantenemos fijo (al evaluar en distintos mundos, considerados como el mundo real, el valor de e). Consideremos, por ejemplo, el enunciado (10), y las fórmulas (11) y (12):

(10) Si Ana canta, entonces alguien canta

(11) $p \rightarrow q$

(12) $Ca \rightarrow \exists xCx$

Si w es un mundo posible centrado (es decir un mundo posible más una especificación de un contexto que determinará la interpretación de las expresiones del lenguaje), entonces: $w \in cl_{p \rightarrow q}$ (*Si Ana canta, alguien canta*) syss la interpretación en w de las expresiones de (10) es tal que "Si.... entonces" tiene cierto sentido (que García-Carpintero identificaría con ciertas impresiones primitivas de validez) que determina la tabla del condicional, "Ana canta" determina un valor de verdad y "alguien canta" determina también un valor de verdad, y, además, no ocurre que el valor de verdad determinado por "Ana canta" sea V y el determinado por "alguien canta" sea F.

Por otro lado: $w \in cl_{Ca \rightarrow \exists xCx}$ (*Si Ana canta, alguien canta*) syss la interpretación en w de las expresiones de (10) es tal que "Si.... entonces" y "alguien" tienen ciertos sentidos que determinan como referente, respectivamente, la tabla del condicional, y (quizás) la clase de clases no vacías; "Ana" denota a un individuo del dominio y "canta" denota un conjunto de individuos[3].

Consideremos ahora una formulación más explícita de la justificación de (AI_1) a partir de (CL):

1. Supongamos que un argumento (en lenguaje natural) A es válido-m.
2. Existe secuencia de fórmulas X tal que: Form(X, A) y X es válido-m[4] (por definición de "validez-m" aplicada a enunciados del lenguaje natural)
3. Para todo modelo M (del lenguaje de X): M satisface prem(X)→conc(X) (es decir el condicional que tiene como antecedente las premisas de X y como consecuente la conclusión de X).
   (por definición de "validez-m" aplicada a fórmulas de un lenguaje formal, y por la relación entre preservación de verdad en un modelo y validez del correspondiente condicional)[5]

[3] Esta especificación de qué se mantiene fijo de un mundo a otro es imcompleta. Deberíamos especificar también el sentido vinculado a la estructura de combinación de los elementos léxicos. Necesitaríamos incluir cláusulas como, por ejemplo: "la estructura sujeto-predicado $\alpha\beta$ denota el valor V syss o la denotación de α pertenece a la denotación de β o la denotación de β pertenece a la denotación de α".

[4] Recordemos que AAM usa "válido-m" en dos sentidos relacionados pero distintos: por un lado se aplica a a fórmulas de un lenguaje formal (una fórmula F del lenguaje formal L es válida-m syss es satisfecha por todo modelo de L); por otro lado se aplica a enunciados de una lengua natural (el enunciado E és válido-m si existe una fórmula que formaliza E que es válida-m en el sentido anterior)).

[5] Nada esencial en la reconstrucción del argumento depende de considerar la validez del condicional correspondiente al argumento; es simplemente un recurso útil para analizar después el uso que el argumento hace del principio (CL).

4. Para todo mundo posible W: W$\in$ cl $_{\text{prem(X)}\rightarrow\text{conc(X)}}$ *(Si prem(A), entonces conc(A))*
   (discutimos debajo la justificación de este paso)
5. *Si prem(A), entonces conc(A)* es necesariamente$_e$ verdadero
   (por la caracterización de "necesariamente$_e$")
6. A preserva la verdad necesariamente
   (por la relación entre preservación de verdad y necesidad del correspondiente condicional)

¿Qué justifica el paso 4? Según la justificación de (AI$_1$) proporcionada en AAM, el principio (CL). La forma más natural de hacer explícito (CL) parecería ser:

(CL)' Si E es un enunciado y Y es tal que Form(Y,E) entonces
(i) Si M es un modelo que satisface Y, entonces existe un mundo W tal que: M representa W y W$\in$ cl$_Y$ (E).
(ii) Si W es un mundo que pertenece a cl$_Y$ (E), entonces existe un modelo M que representa W y que satisface Y

No obstante (CL)' no es suficiente para garantizar el paso de 3 a 4 en la demostración anterior. (CL)' dejaría abierta la posibilidad de que algún mundo posible no perteneciese a cl$_{\text{prem(X)}\rightarrow\text{conc(X)}}$ *(Si prem(A), entonces conc(A))* a pesar de que todo modelo M satisficiera prem(X)$\rightarrow$conc(X).

Por otro lado hay una segunda dificultad relacionada con (CL)' (y con (CL)): el principio contiene la noción "el modelo M representa el mundo m" que no ha sido en absoluto clarificada en AAM. Una forma natural de entender esta noción sería:

(+) El modelo M representa el mundo W syss Para toda fórmula F del lenguaje de M, y todo enunciado E tal que Form(F,E): M satisface F syss W$\in$ cl$_F$(E)

Asumiendo la definición (+), podemos dar una nueva caracterización de (CL):

(CL)* Si E es un enunciado y Y una fórmula del lenguaje formal L tal que Form(Y,E) entonces
(i) Si M es un modelo para el lenguaje L, entonces existe un mundo W tal que M representa W
(ii) Si W es un mundo posible, entonces existe un modelo M que representa W

Usando (CL)* es posible, ahora sí, justificar el paso de 3 a 4.

Concluyamos con algunas observaciones sobre la relación entre (AI$_1$) y las lógicas de primer y segundo orden:

De acuerdo con AAM podemos dar una justificación de (CL)* cuando restringimos el lenguaje L al lenguaje de la lógica proposicional, pero no en el caso de la LPO y LSO. Para el caso de la lógica de primer orden AAM señala que tenemos una forma alternativa de establecer (AI_1) sin apelar a (CL) usando una variación de un argumento de Kreisel (1967). Creo que no es obvio, no obstante, que esta línea de justificación, que apela a cierto resultado técnico, nos proporcione una explicación apropiada para justificar la adecuación *intensional* del análisis, y no simplemente una justificación de la adecuación *extensional* del mismo (Kreisel (1967) pretende establecer simplemente la adecuación extensional). El argumento establece que del hecho que un argumento (formal) sea válido-m, se sigue que hay una derivación de las premisas a la conclusión del correspondiente argumento en lengua natural que preserva la verdad. No es obvio que el argumento explique o clarifique, no obstante, *porqué* hay una tal derivación, tal como parecería requerir el criterio de adecuación intensional.

Por lo que respecta a la LSO y a las dificultades que Etchemendy ha presentado para el análisis modelista de la validez apelando a este tipo de lenguajes, AAM sugiere que son evitables ya sea (i) admitiendo con Quine que la llamada LSO no es más que teoría de conjuntos, o (ii) adhiriéndose a la propuesta de Boolos (1984) de interpretar la cuantificación en segundo orden en términos de plurales en lenguaje natural.

Por lo que respecta a (i) parecería claramente insatisfactoria, pues dejaría fuera del campo de la lógica la explicación de la validez de argumentos que involucren enunciados como (4), (5), o (6) que, como hemos indicado en la sección 1, no son formalizables en LPO.

Por lo que respecta a la respuesta (ii) cabe tener en cuenta Boolos mismo señala[6] una limitación de su propuesta: no es claro que asumiendo esta propuesta sea posible definir, dice, la relación de consecuencia lógica. Afortunadamente, recientemente se ha mostrado cómo subsanar esta dificultad[7]. Las propuestas que se han ofrecido involucran, no obstante, una ampliación o modificación de la noción de "modelo".

Referencias

BOOLOS, George (1981), "For every A there is a B", *Linguistic Inquiry* 12, 465-66.

BOOLOS, George (1984): "To Be is to Be a Value of a Variable (Or to be Some Values of Some Variables)", *Journal of Philosophy* LXXXI, 430-49. (También en Boolos (1998), 54-73)

[6] Boolos (1985), p. 343.

[7] Para dos propuestas alternativas, véase Macià (1996) y Rayo & Uzquiano (1999).

BOOLOS, George (1985), "Nominalistic Platonism", *Philosophical Review* 94, 327-344 (También en Boolos (1998), 73-88)

BOOLOS, George (1998), *Logic, logic and logic*. Cambridge, Mass.: Harvard U.P..

ETCHEMENDY, John (1990): *The Concept of Logical Consequence*, Cambridge, Mass.: Harvard U.P..

KREISEL, Georg (1967): "Informal Rigour and Completeness Proofs", een Lakatos (ed.), *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Amsterdam: North-Holland, 138-71.

MACIÀ, Josep (2000): "On the Interpretation of Formal Languages and the Analysis of Logical Properties", *Theoria* (España) 15, 235-258.

MACIÀ, Josep (1996). "Plural Quantification and Second-Order Quantification,". Manuscrito no publicado, MIT.

PARSONS, Terence (1990). *Events in the Semantics of English*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

RAYO, Agustín; UZQUIANO, Gabriel. (1999). "Toward a Theory of Second-Order Consequence". *The Notre Dame Journal of Formal Logic,* 40 (3), 315-325.

SHER, Gila (1991): *The Bounds of Logic. A Generalized Viewpoint*, Cambridge, Mass.: MIT Press.

STALNAKER, Robert. "Complex Predicates." (1977). *The Monist*, 60, 327-339.