



unidade **didáctica** 9

## **ELECCIÓN CON INCERTEZA**

Juan Carlos Reboredo Nogueira  
Departamento de Fundamentos de Análise Económica  
Facultade de Económicas



© Universidade de Santiago de Compostela, 2008

**Deseño**  
Unidixital

**Edita**  
Vicerreitoría de Cultura  
da Universidade de Santiago de Compostela  
Servizo de Publicacións  
da Universidade de Santiago de Compostela

**Imprime**  
Unidixital  
Servizo de Edición Dixital da  
Universidade de Santiago de Compostela

**Dep. Legal:** C 865-2008  
**ISBN** 978-84-9750-931-2

ADVERTENCIA LEGAL: reservados todos os dereitos.  
Queda prohibida a duplicación parcial ou total desta  
obra, en calquera forma ou por calquera medio (elec-  
trónico, mecánico, gravación, fotocopia ou outros) sen  
consentimento expreso por escrito dos editores.

**MATERIA: MICROECONOMÍA I**  
**TITULACIÓN: LICENCIATURA EN ECONOMICAS**  
PROGRAMA XERAL DO CURSO  
Localización da presente unidade didáctica

**UNIDADE I: INTRODUCCIÓN**

**UNIDADE II: A RESTRICIÓN PRESUPOSTARIA DO CONSUMIDOR**

**UNIDADE III: AS PREFERENCIAS DO CONSUMIDOR**

**UNIDADE IV: A FUNCIÓN DE UTILIDADE**

**UNIDADE V: ELECCIÓN ÓPTIMA**

**UNIDADE VI: VARIACIÓNS NA RENDA E ELECCIÓN ÓPTIMA**

**UNIDADE VII: VARIACIÓNS NOS PREZOS E ELECCIÓN ÓPTIMA**

**UNIDADE VIII: ELECCIÓN INTERTEMPORAL**

**UNIDADE IX: ELECCIÓN CON INCERTEZA**

**UNIDADE X: MERCADOS FINANCEIROS**

**UNIDADE XI: ECONOMÍA DA INFORMACIÓN**

**UNIDADE X: MERCADOS FINANCEIROS**

**UNIDADE XI: ECONOMÍA DA INFORMACIÓN**

**UNIDADE XII: TECNOLOXÍA E PRODUCCIÓN**

**UNIDADE XIII: A MINIMIZACIÓN DE CUSTOS E AS CURVAS DE CUSTOS**

**UNIDADE XIV: A OFERTA DA EMPRESA E A OFERTA DA INDUSTRIA EN COMPETENCIA PERFECTA**

**UNIDADE XV: MONOPOLIO**

**UNIDADE XVI: OLIGOPOLIO**

**UNIDADE XVII: MERCADOS COMPETITIVOS E EFICIENCIA DE PARETO. FALLOS DE MERCADO**

## **APLICACIONES DA ELECCIÓN ÓPTIMA CON INCERTEZA**

---

Podemos utilizar a teoría da elección con incerteza para explicar os seguintes fenómenos:

- (1) Control da fraude fiscal
- (2) Regulación da velocidade de circulación
- (3) O aforro precautorio

## **BIBLIOGRAFÍA**

---

### **Bibliografía básica**

- Nicholson, W. (2004): Teoría microeconómica. Principios básicos y aplicaciones. 8ª edición, Thomson/Paraninfo eds.
- Perloff, J. (2004): Microeconomía. 4ª Ed. Pearson Educación. Madrid.
- Varian, H. (2003): Microeconomía intermedia. Un enfoque actual. 5ª edición, Antoni Bosch.

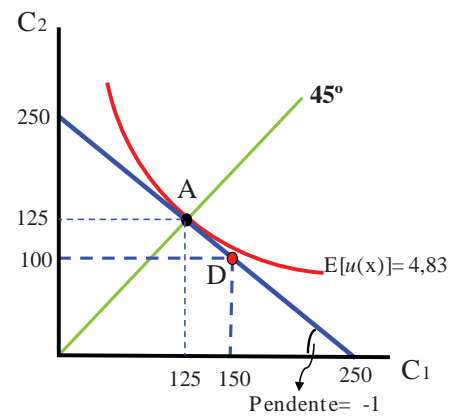
### **Bibliografía complementaria**

- Bergstrom, T. e H. Varian (1999): Ejercicios de Microeconomía Intermedia. 5ª edición, Antoni Bosch.
- Carrasco, A., C. De La Iglesia, E. Gracia, E. Huergo, L. Moreno (2003): Microeconomía Intermedia. Problemas y cuestiones
- Congregado, E., A. A. Golpe e T. Leal, (2002): Microeconomía. Cuestiones y problemas resueltos. Prentice Hall.
- Estrin, S. y Laidler, D. (1995): Microeconomía. 4ª Ed. . Prentice Hall, Madrid.
- Frank, R. H. (2001): Microeconomía y conducta. 4ª edición, McGraw—Hill.
- Gracia, E. e R. Pérez (2004): Cuestiones Tipo Test de Microeconomía Intermedia. Prentice Hall.
- Hirshleifer, J. e A. Glazer (1994): Microeconomía, Teoría y Aplicaciones. 5ª Edición. Prentice Hall Hispanoamericana.
- Pyndick, R. S. e D. L. Rubinfeld (2003): Microeconomía. 5ª edición, Prentice Hall.

De onde se obteñen a condición de optimalidade

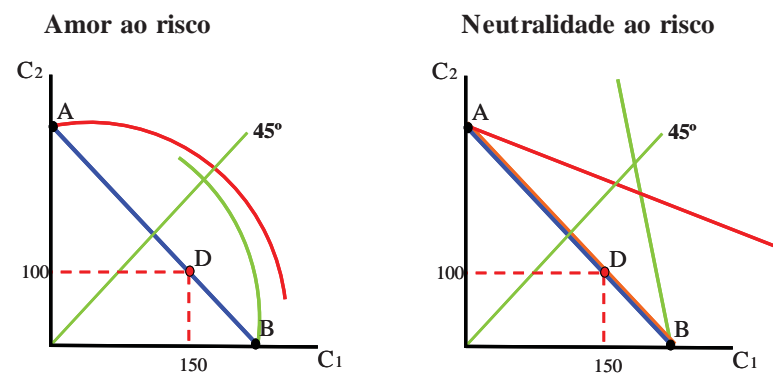
$$\frac{pu'(C_1)}{(1-p)u'(C_2)} = \frac{p}{(1-p)}$$

que implica que:  $C_1=C_2$ . Graficamente, para o exemplo comentado máis arriba, se a función de utilidade é logarítmica, a resolución do problema sería:



Que ocorre se o seguro é actuarialmente inxusto? O cambio do prezo do seguro afecta unicamente á restrición presupostaria pero non ás preferencias. Se o individuo é adverso ao risco e o seguro é desequilibrado, o individuo só está disposto a asegurarse parcialmente (compra un seguro con franquicia).

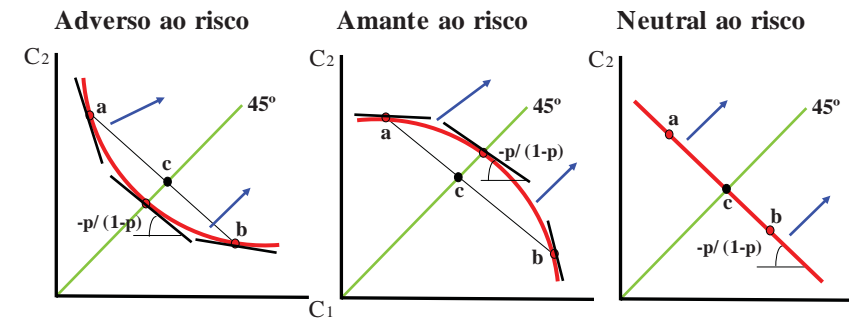
## 2. Elección óptima con neutralidade e amor ao risco



## ÍNDICE

Introdución.....	7
Palabras clave.....	8
Enfoque metodolóxico.....	8
Consumo e incerteza .....	8
A restrición presupostaria.....	9
1. As empresas de seguros .....	9
2. Características da restrición.....	10
3. Cambios na restrición .....	11
Preferencias e incerteza .....	11
1. A función de utilidade esperada .....	11
2. Propiedades da función de utilidade esperada: aversión, neutralidade e amor ao risco .....	12
3. Medida da aversión ao risco e prima de seguro .....	14
4. Función de utilidade esperada e curvas de indiferenza.....	14
5. Curvas de indiferenza, aversión ao risco, probabilidade e renda .....	15
Elección óptima con incerteza.....	15
1. Elección óptima con aversión ao risco, seguro xusto e inxusto .....	15
2. Elección óptima con neutralidade e amor ao risco .....	16
Aplicacións da elección óptima con incerteza .....	17
Bibliografía.....	17

Graficamente:



A taxa á que o individuo está disposto a substituír ou intercambiar consumo entre o estado 1 e o 2 mantendo constante a súa utilidade esperada denomínase relación marxinal de substitución (RMS):

$$RMS = - \frac{dC_2}{dC_1} = \frac{pu'(C_1)}{(1-p)u'(C_2)}$$

## 5. Curvas de indiferenza, aversión ao risco, probabilidade e renda

- Cando aumenta a probabilidade de estar nun estado da natureza as curvas de indiferenza cambian de pendente: cambia a utilidade esperada.
- A aversión ao risco cambia co nivel de riqueza, o que se reflicte nas curvas de indiferenza.

## ELECCIÓN ÓPTIMA CON INCERTEZA

### 1. Elección óptima con aversión ao risco, seguro xusto e inxusto

O problema que ten que resolver o individuo consiste en atopar a distribución óptima do consumo entre os dous estados da natureza. Para iso ten que determinar a cantidade de seguro que comprar tendo en conta que o seu criterio de elección é o de maximizar a utilidade esperada. Este problema podémolo formular analítica e graficamente do seguinte xeito:

$$\max_{C_1, C_2} pu(C_1) + (1-p)u(C_2)$$

tal que:

$$pC_1 + (1-p)C_2 = pD_1 + (1-p)D_2$$

Podemos resumir os trazos característicos das diferentes actitudes cara ao risco no seguinte cadro:

	Adverso	Neutral	Amante
Función utilidade	cóncava	lineal	convexa
Utilidade marxinal	$u'' < 0$	$u'' = 0$	$u'' > 0$
Equivalente de certeza	$\tilde{C} < E(C)$	$\tilde{C} = E(C)$	$\tilde{C} > E(C)$
Seguro xusto	compra	indiferente	vende
Seguro inxusto	compra (límites)	Non compra	vende
Seguro $E(B^*) < 0$	compra	compra	vende (límites)

### 3. Medida da aversión ao risco e prima de seguro

Unha forma de medir a aversión ao risco dun individuo é utilizar a información que nos achega a segunda derivada da función de utilidade. Dado que esta derivada non é invariante a transformacións lineais positivas, Arrow-Pratt propoñen como medida útil da actitude cara ao risco a seguinte relación:

$$AP(C) = -\frac{u''(C)}{u'(C)}$$

Esta medida denomínase coeficiente de Arrow-Pratt da aversión absoluta ao risco. Se  $AP(C)$  toma un valor positivo, negativo ou nulo, o individuo é adverso, amante ou neutral ao risco, respectivamente.

A contía da prima de seguro que un individuo está disposto a pagar para evitar unha situación de incerteza depende de: (1) a actitude do individuo cara ao risco; (2) a cantidade de risco (medido pola varianza). Esta dependencia queda expresada por medio da seguinte relación:

$$Pr \cong -\frac{1}{2} \frac{u''(\bar{C})}{u'(\bar{C})} \sigma_r^2 = \frac{1}{2} AP(\bar{C}) \sigma_r^2$$

### 4. Función de utilidade esperada e curvas de indiferenza

Podemos representar as preferencias que caracterizamos por medio da función de utilidade esperada mediante o mapa de curvas de indiferenza. Para iso só temos que buscar diferentes distribucións de riqueza, A, B, C, D para as cales  $E[u(A)] = E[u(B)] = E[u(C)] = E[u(D)]$ , polo que estarán sobre a mesma curva de indiferenza. A forma da curva de indiferenza, así como a súa pendente, dependerá da actitude cara ao risco do individuo.

## INTRODUCCIÓN

Esta unidade didáctica forma parte do curso de Microeconomía Intermedia. A impartición desta unidade ten lugar unha vez que os alumnos teñen comprendido as ferramentas básicas da teoría da elección.

O obxectivo da unidade é introducir os elementos básicos da teoría que explica a toma de decisións de consumo e seguro en condicións de incerteza. Esta tarefa é ardua e complexa posto que a comprensión dos instrumentos de análise require dunha certa capacidade de abstracción e dunha certa soltura no manexo de técnicas matemáticas. É por iso moi importante que o estudante se sinta moi motivado polo feito económico obxecto de estudo. Quizais, a mellor motivación sexa poñelo en contacto cos feitos reais para ensinarlle deste xeito a reflexionar sobre os mesmos e a extraer conclusións acerca das causas que explican o seu funcionamento.

No contexto da teoría da elección, a incerteza emerxe como consecuencia dun feito incerto denominado variable aleatoria. A natureza desta variable aleatoria pode ser moi diversa:

- Os bens teñen unha serie de características/calidades que poden ser descoñecidas para o individuo (por exemplo, coche de segunda man, estudos que se van realizar, película de cine).
- As condicións esóxenas nas que se consume un ben son descoñecidas (por exemplo, lentes de sol, paraugas).
- Os bens poden ter características similares a loterías (por exemplo, acción, quiniela).
- Poden existir externalidades no consumo (por exemplo, a utilidade dun coche depende de se outros o utilizan).
- Os prezos dalgúns bens poden determinarse no futuro (por exemplo, compra a prazo, hipoteca a tipo variable).

A caracterización dunha variable aleatoria, utilizando os diferentes resultados ou estados da natureza que pode xerar e a distribución de probabilidades para eses resultados, constitúe o punto de partida da teoría da elección con incerteza. Partindo desta descrición, que nos permite determinar o grao de risco e o resultado esperado dunha situación incerta, e considerando tanto a actitude do individuo fronte ao risco como o funcionamento das empresas do seguro, podemos redefinir os elementos básicos da teoría da elección: (a) o conxunto de alternativas de elección; (b) unha ordenación de preferencias sobre as alternativas de elección que poida representarse por medio dunha función de utilidade; e, finalmente, (c) establecer un criterio de elección que nos permita formular o problema de elección do individuo como un problema de optimización.

O estudo da elección baixo incerteza vains permitir dar resposta a cuestións relativas ao funcionamento de mercados nos que a incerteza ten un papel relevante, como no mercado de seguros ou no mercado de accións, e a cuestións concretas tales como:

- Por que os individuos están dispostos a pagar por evitar riscos?
- Como afecta a incerteza á demanda dos individuos?

- Como afecta a incerteza ás decisións de investimento empresarial?
- Por que os bancos esixen garantías para conceder un préstamo?

### PALABRAS CLAVE

Variable aleatoria, estados da natureza, distribución de probabilidades, valor esperado, risco, consumo contingente, restrición presupuestaria con incerteza, prima de seguro, seguro xusto e inxusto, utilidade esperada, aversión, neutralidade e amor ao risco, curva de indiferenza e utilidade esperada, consumo certo e seguro.

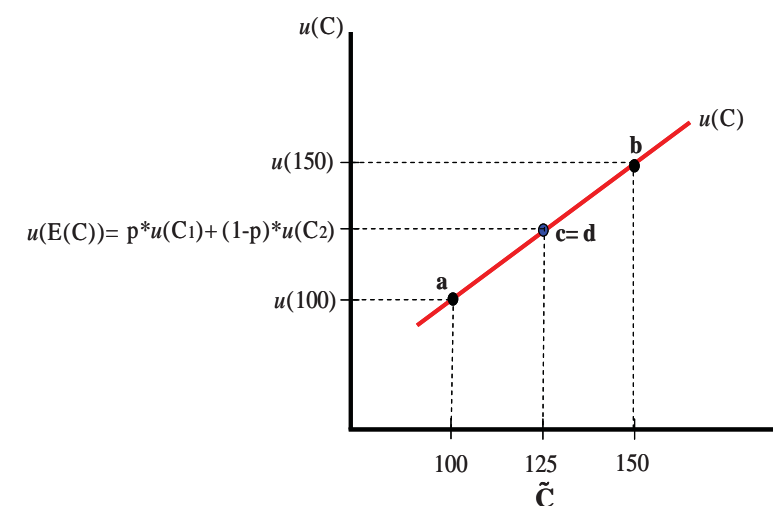
### ENFOQUE METODOLÓXICO

- A impartición do curso sempre adoptará como punto de partida as intuicións económicas, que se tomarán como base, e a enmarcación destas intuicións no contexto do problema de elección con incerteza.
- Utilizarase primeiramente a linguaxe gráfica, máis intuitiva e máis fácil de assimilar, pasando posteriormente á formulación dos problemas considerados en termos matemáticos.
- Ilustrarase o problema tratado con exemplos que estean próximos ao contorno económico do alumno coa finalidade de que o alumno saiba aplicar os instrumentos de análise a situacións económicas que se lles poidan suscitar.
- Propoñerase unha serie de exercicios prácticos que ilustren a aplicabilidade e utilidade dos coñecementos adquiridos.
- Fomentarase a participación do alumno, tanto no desenvolvemento dos contidos teóricos como na resolución dos casos prácticos.

### CONSUMO E INCERTEZA

Nun contexto de certeza, os consumidores coñecen con exactitude tanto o gasto como a utilidade do consumo de bens. Con todo, na maioría das situacións da vida real os individuos teñen que tomar decisións nun contexto no que son incapaces de determinar cales serán os seus resultados, posto que estes dependen dunha serie de factores que son aleatorios ou incertos no momento de tomar a decisión. Por exemplo, a compra dunha acción en bolsa, dun billete de lotería ou dun paraguas, ten un efecto sobre a utilidade dun individuo que varía dependendo de variables como poden ser a evolución do mercado bolsista, o resultado dun sorteo ou de se chove ou non, feitos que obviamente non son coñecidos polo individuo no momento de tomar a

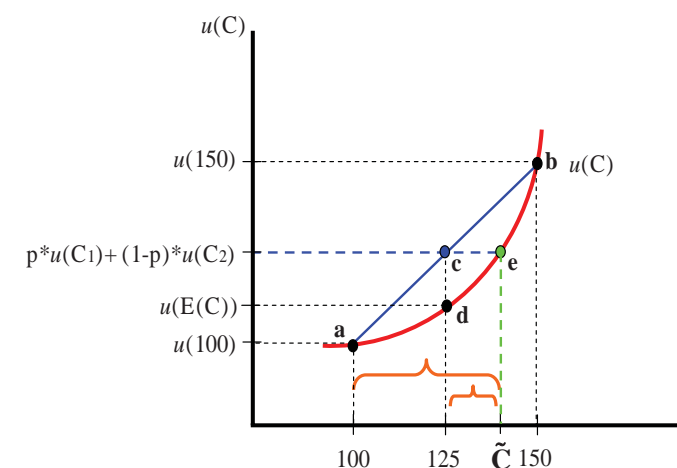
$$E[u(C)] = pu(C_1) + (1-p)u(C_2) = u[E(C)]$$



Neste caso non existen ganancias de utilidade derivadas de comprar un seguro completo e actuarialmente xusto: o individuo é indiferente entre estar nunha situación de certeza ou nunha de incerteza.

(3) Amante ao risco: prefire unha situación de incerteza a unha de certeza: está disposto a pagar unha cantidade monetaria (vender un seguro) para enfrontarse a unha situación de incerteza.

$$E[u(C)] = pu(C_1) + (1-p)u(C_2) > u[E(C)]$$



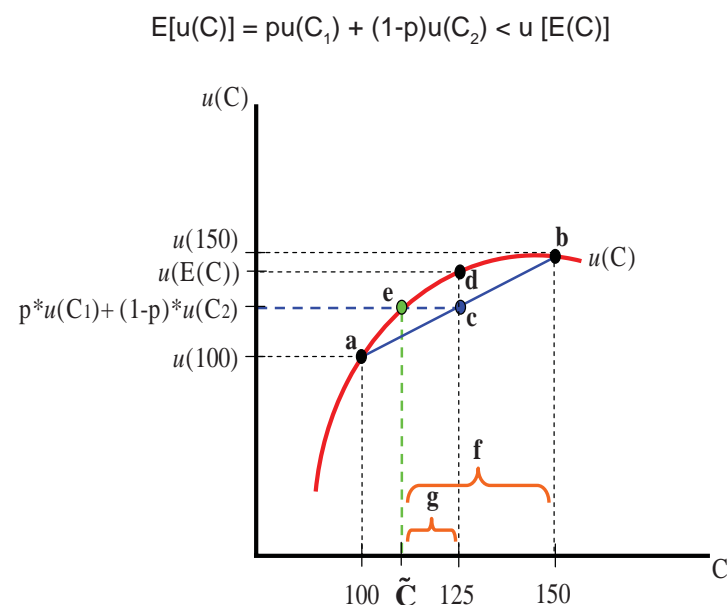
A distancia entre c e d mide a ganancia de utilidade derivada deste intercambio dado pola venda un seguro (completo e actuarialmente xusto).

## 2. Propiedades da función de utilidade esperada: aversión, neutralidade e amor ao risco

- Calquera transformación lineal positiva da función de utilidade esperada é unha función de utilidade que representa as mesmas preferencias
- A función de utilidade esperada é aditiva, o que implica que as decisións dun individuo nun estado son independentes das do outro estado. A esta propiedade denomínaselle suposto da independencia.
- A función de utilidade esperada permite clasificar as actitudes do individuo fronte ao risco e a prima de seguro que está disposto a pagar para evitar un risco.

Partindo da especificación da función de utilidade podemos distinguir tres tipos de actitudes cara ao risco en función da disposición do individuo a pagar para evitar unha situación de incerteza:

(1) Adverso ao risco: prefire unha situación de certeza a unha de incerteza: está disposto a pagar ou renunciar a unha cantidade monetaria (comprar un seguro) para evitar unha situación de incerteza. Gráficamente:



A distancia entre os puntos d e c mide as ganancias de utilidade derivadas de comprar un seguro completo e xusto. O intervalo f acouta a prima de seguro que o individuo estaría disposto a pagar e o intervalo g acouta os posibles valores que podería tomar o prezo do seguro desde o punto de vista do individuo e da empresa aseguradora.

(2) Neutral ao risco: é indiferente entre unha situación de certeza e unha de incerteza: non está disposto a pagar unha cantidade monetaria (comprar un seguro) para evitar unha situación de incerteza.

decisión de compra dado que son aleatorios. Nestas circunstancias, dicimos que o individuo adopta decisións nun contexto de incerteza.

A incerteza emerxe como consecuencia dun feito ou unha variable aleatoria que pode dar lugar a varios resultados, non sendo ningún deles seguro. Este proceso aleatorio pode ter unha natureza moi diversa.

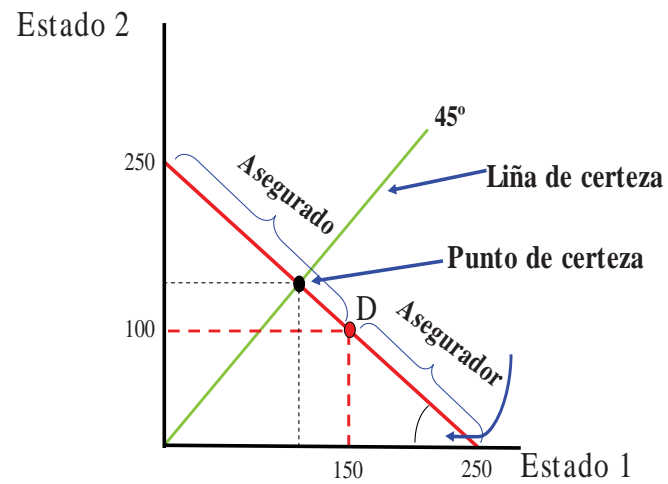
Para describir a incerteza (un feito aleatorio) é necesario: (a) definir cada un dos posibles resultados dunha situación incerta, denominados estados da natureza; (b) describir as posibilidades de que ocorra cada un dos estados da natureza por medio dunha probabilidade. A asignación dunha probabilidade a cada estado da natureza denomínase distribución de probabilidade, a partir da cal podemos describir a incerteza utilizando o valor esperado e a varianza ou risco desa variable aleatoria.

## A RESTRICIÓN PRESUPOSTARIA

### 1. As empresas de seguros

Nunha situación de incerteza os individuos teñen unha distribución inicial da súa riqueza ou consumo entre os diferentes estados da natureza e unha distribución de probabilidades. Pero, é posible alterar a distribución inicial de riqueza? Si, se utilizamos un seguro. Supoñamos que temos unicamente dous estados da natureza, nun dos cales o individuo experimenta unha perda de renda. As empresas de seguro ofrecen pólizas de seguro que son contratos en virtude dos cales a empresa comprométese a pagar unha determinada cantidade de diñeiro ao individuo, denominada indemnización ou cobertura (I), no caso de que este experimente unha perda, e non pagar en caso contrario. A cambio da adquisición deste dereito, o individuo paga unha cantidade de diñeiro á empresa, denominada prima de seguro (Pr), con independencia de cal sexa o estado da natureza. Esta transacción permite ao individuo transferir renda dun estado da natureza a outro.

Por exemplo, supoñamos que un individuo percibe un salario que depende de se está doente ou non: Se non está doente recibe unha retribución fixa de 100 € máis unha paga por incentivos de 50 €, mentres que se está doente só cobra a parte fixa da súa retribución (perde 50 €). Consideremos unha póliza de seguro (de enfermidade) que ten un prezo de Pr=1 a cambio dunha indemnización ou cobertura (I) de 2 € en caso de enfermidade. Se o individuo compra ou vende esta póliza de seguro, a súa restrición presupostaria podémola representar gráficamente:

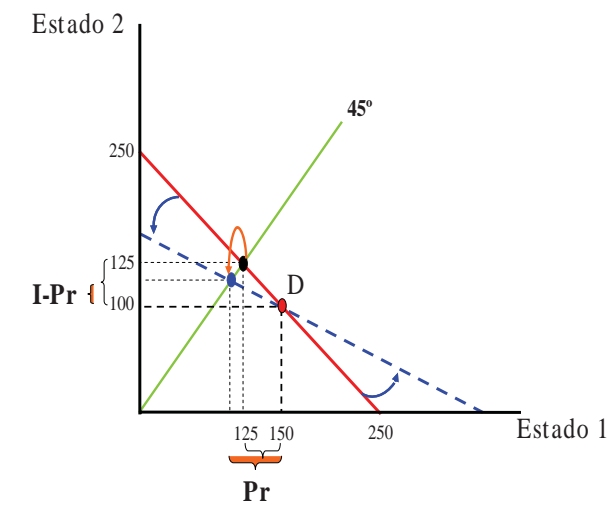


## 2. Características da restrición

- En cada punto desta restrición, o individuo é un demandante (asegurado) ou un oferente (asegurador) de seguro.
- O nivel de risco varía en cada punto da restrición: a distribución de probabilidade é a mesma pero cambian os resultados.
- A liña de 45° recolle o mesmo nivel de consumo en cada estado da natureza, polo que se denomina liña de certeza. O punto de certeza indica o nivel de consumo certo ou seguro do que pode gozar un individuo comprando unha determinada cantidade de seguro. En función de cal sexa a relación entre o valor de  $I$  e a perda que experimenta un individuo, o seguro pode ser de dous tipos: completo ( $I$  igual á perda) ou incompleto.
- A pendente da restrición mide a relación á que o individuo pode transferir consumo ou renda dun estado da natureza a outro estado da natureza. Esta relación ou prezo denomínaselle actuarialmente xusto ou equilibrado no caso en que xera un beneficio esperado nulo para a empresa de seguros. En caso contrario o seguro denomínase actuarialmente inxusto ou desequilibrado, xerando un beneficio positivo para a aseguradora.

## 3. Cambios na restrición

A restrición cambia se: (a) se producen variacións na distribución da renda que afectan ao valor esperado e ao risco, (b) se producen variacións na distribución de probabilidade (cambia a pendente da recta aínda que o punto D permanece invariante). Finalmente, se a compañía de seguros establece un prezo para o cal o beneficio esperado é maior que cero, entón o seguro é actuarialmente inxusto ou desequilibrado e a restrición desprázase do seguinte modo:



## PREFERENCIAS E INCERTEZA

### 1. A función de utilidade esperada

Parece razoable que a forma na que un individuo valora en consumo nun estado da natureza con respecto a outro dependerá non só dos niveis de consumo senón tamén da probabilidade de que ocorra cada estado. Von Neumann-Morgenstern propoñen que, baixo determinados supostos, podemos describir as preferencias dun individuo en situacións de incerteza utilizando a función de utilidade esperada.

Dada unha función de utilidade  $u(C)$  que nos indica cal é o nivel de satisfacción que obtén o individuo para un consumo  $C$ . Se consideramos dous estados da natureza con consumos  $C_1$  e  $C_2$  en cada un, e unhas probabilidades  $p$  e  $1-p$ , a función de utilidade esperada podemos escribila como:

$$E[u(C)] = pu(C_1) + (1-p)u(C_2).$$