



ESCOLA DE DOUTORAMENTO  
INTERNACIONAL DA USC

Juan Miguel  
Olvera Angeles

Tesis doctoral

Técnica de Codificación del Frente de Onda  
para obtención de imágenes de alta calidad  
en presencia de aberraciones dinámicas:  
Aberraciones oculares y turbulencias  
atmosféricas

Santiago de Compostela, 2024

Programa de doctorado en Láser, Fotónica y Visión



ESCOLA DE DOUTORAMENTO  
INTERNACIONAL DA USC

Tesis Doctoral

**TÉCNICA DE CODIFICACIÓN DEL  
FRENTE DE ONDA PARA OBTENCIÓN  
DE IMÁGENES DE ALTA CALIDAD EN  
PRESENCIA DE ABERRACIONES  
DINÁMICAS: ABERRACIONES  
OCULARES Y TURBULENCIAS  
ATMOSFÉRICAS**

Autor

Juan Miguel Olvera Angeles

Directores: Eva Acosta Plaza

Justo Arines Piferrer

Alfonso Padilla Vivanco

Tutor/a: Eva Acosta Plaza

PROGRAMA DE DOCTORADO EN LÁSER, FOTÓNICA Y VISIÓN

SANTIAGO DE COMPOSTELA



## **AGRADECIMIENTO**

Quiero expresar mi agradecimiento en primer lugar a la Dra. Eva Acosta por sus valiosos consejos, debates, correcciones y la ayuda general que facilitaron la culminación de este trabajo. Agradezco al Dr. Justo Arines por sus charlas y su apoyo en el laboratorio, que fueron fundamentales para obtener los resultados presentados. También extendo mi gratitud al Dr. Alfonso Padilla por brindarme esta oportunidad en la Universidad de Santiago de Compostela.

A mis padres, por su constante apoyo y por ofrecerme consejos siempre que los necesitaba.

A Karen, por estar a mi lado en los momentos más difíciles de mi vida, apoyándome incondicionalmente y permitiéndome formar parte de su vida.

Y a mis hermanos, por los momentos felices que me inspiran cada día.

Los trabajos de investigación recogidos en esta memoria han sido realizados en el marco de los proyectos de investigación:

DISEÑO E IMPLEMENTACION DE TECNICAS HIBRIDAS PARA CAPTURA DE IMÁGENES DE RETINA EN ALTA RESOLUCION. RETOS 2016 (2016-PN034) Ref. FIS2016-77319-C2-1-R  
Investigadora Principal: Eva Acosta Plaza.

INGENIERIA DE LA FASE DE LA PUPILA PARA LA MEJORA DEL DIAGNOSTICO OCULAR DE LA CALIDAD VISUAL – RETOS 2020 (2020-PN051) Ref. PID2020-115909RB-100.  
Investigadores Principales: Eva Acosta Plaza y Justo Arines Piferrer

## RESUMEN

Esta tesis demuestra la viabilidad de la técnica de codificado de frentes de onda en aquellos sistemas ópticos afectados por aberraciones dinámicas de distinta índole.

Después de una pequeña introducción a la temática de este trabajo se muestran en el capítulo 1 los conceptos básicos de la Óptica de Fourier necesarios para desarrollar las bases teóricas de la investigación. También presentamos las hipótesis de partida y el objetivo del trabajo, que es la utilización de la técnica de codificado de frente de onda para la mejora de imágenes afectadas por aberraciones dinámicas y sus dos principales aplicaciones: Turbulencias atmosféricas y aberraciones oculares.

En el capítulo 2 mostramos la metodología teórica y experimental que hemos desarrollado para conseguir los objetivos planteados.

En el capítulo 3 mostramos los resultados obtenidos, tanto de las simulaciones numéricas como experimentales y que hemos publicado en la relación de artículos que componen esta Tesis.

Por último, concluimos que la técnica de codificado de frente de onda que use máscaras en forma de polinomios de Jacobi-Fourier es una alternativa robusta, rápida y económica a los sistemas de óptica adaptativa que se utilizan en la actualidad para resolver el problema de aberraciones variables en distintas aplicaciones de la óptica de formación de imagen.

# Índice

<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>3</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>5</b>
<b>INTRODUCCION</b> .....	<b>8</b>
<b>1 HIPÓTESIS Y OBJETIVOS</b> .....	<b>9</b>
1.1 CONCEPTOS BÁSICOS.....	9
1.1.1 <i>Respuesta de impulso del sistema (PSF)</i> .....	9
1.1.2 <i>Función de Transferencia de óptica</i> .....	10
1.2 ABERRACIONES .....	11
1.2.1 <i>Aberración de onda</i> .....	12
1.2.2 <i>Polinomios de Zernike</i> .....	12
1.3 POLINOMIOS DE ZERNIKE .....	14
1.3.1 <i>Tilt/tip</i> .....	14
1.3.2 <i>Desenfoque</i> .....	15
1.3.3 <i>Astigmatismo</i> .....	16
1.3.4 <i>Coma</i> .....	17
1.3.5 <i>Aberración de esférica</i> .....	18
1.3.6 <i>Aberraciones de alto orden</i> .....	19
1.4 ABERRACIONES DINÁMICAS.....	19
1.5 HIPÓTESIS Y OBJETIVOS.....	20
<b>2 METODOLOGÍA: CODIFICADO DEL FRENTE DE ONDA</b> .....	<b>22</b>
2.1 CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA. BASES TEÓRICAS .....	22
2.2 MÁSCARA DE FASE .....	23
2.2.1 <i>Máscara de fase cúbica</i> .....	23
2.2.2 <i>Otras Máscaras</i> .....	24
2.3 CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA. MONTAJE EXPERIMENTAL.....	27
2.4 CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA. DECONVOLUCIÓN .....	28
2.5 SIMULACIÓN DE MAPAS DE FASE PARA TURBULENCIAS ATMOSFÉRICAS .....	29
2.6 SIMULACIÓN DE ABERRACIONES OCULARES .....	30
<b>3 DISCUSIÓN GENERAL</b> .....	<b>32</b>
3.1 LAS MÁSCARAS DE FASE .....	34
3.2 EL PROCESO DE DECONVOLUCIÓN .....	35
3.3 GENERACIÓN DE FASES CON MODULADORES ESPACIALES DE CRISTAL LÍQUIDO .....	36
<b>4 CONCLUSIONES</b> .....	<b>53</b>
<b>5 REFERENCIAS</b> .....	<b>54</b>
<b>6 CONTENIDO PUBLICADO</b> .....	<b>58</b>
6.1 CONTENIDO PUBLICADO EN REVISTAS DE ALTO IMPACTO .....	58
6.2 PROCEEDING .....	61

<b>7 CONTRIBUCIÓN A LOS RESULTADOS PUBLICADOS .....</b>	<b>64</b>
<b>8 REPRODUCCIÓN INTEGRAL DE PUBLICACIONES.....</b>	<b>67</b>
8.1 ARTICULO 1 .....	68
8.2 ARTICULO 2 .....	74
8.3 ARTICULO 3 .....	84
8.4 PROCEEDING 1 .....	89
8.5 PROCEEDING 2 .....	91
8.6 PROCEEDING 3 .....	93

## INTRODUCCION

Las aberraciones ópticas surgen de defectos en los sistemas ópticos, y provocan que la imagen de un punto de luz no sea un punto sino una mancha más o menos extensa. Las aberraciones hacen que la imagen generada por un sistema óptico sea borrosa y/o distorsionada dependiendo del tipo de aberración.

Las aberraciones ópticas pueden clasificarse principalmente en dos categorías: aberraciones monocromáticas y aberraciones cromáticas. Las aberraciones monocromáticas ocurren cuando los rayos de luz que pasan por un sistema óptico no se enfocan en un solo punto. Por otro lado, las aberraciones cromáticas resultan de la dependencia del camino óptico con el índice de refracción y de éste con la longitud de onda. Generalmente, un sistema óptico se ve afectado por la combinación de las aberraciones monocromáticas para las longitudes de onda que iluminan el sistema.

La corrección o compensación de las aberraciones ópticas es crucial en el diseño y fabricación de instrumentos ópticos, como telescopios, microscopios y cámaras, y se puede lograr mediante el uso de lentes asféricas, combinaciones de lentes y tecnologías avanzadas de diseño óptico. La corrección de las aberraciones ópticas es esencial para mejorar la calidad de la imagen y el rendimiento de estos dispositivos en diversas aplicaciones científicas y tecnológicas.

A modo de ejemplo, el defecto inicial del telescopio espacial Hubble demuestra la importancia de las mediciones precisas en el diseño óptico, ya que sirve como clara ilustración de cómo un error técnico en la óptica de un telescopio puede afectar nuestra comprensión del universo. Lanzado en 1990, el telescopio espacial Hubble es uno de los instrumentos más representativos de la astronomía moderna. Su objetivo era crear imágenes detalladas del espacio exterior sin la distorsión causada por la atmósfera terrestre, lo que era crucial para obtener observaciones astronómicas más precisas. Sin embargo, después del lanzamiento del telescopio se descubrió un fallo importante que provocó un mal funcionamiento del espejo primario que dio lugar a imágenes borrosas. El defecto fue causado por la presencia de aberración esférica en el espejo primario.

Como se indicó anteriormente, en algunas situaciones las aberraciones ópticas varían con el tiempo, como las causadas por turbulencias atmosféricas o las alteraciones dinámicas en el ojo humano, y representan un desafío significativo en la óptica astronómica y la oftalmología. A diferencia de las aberraciones estáticas, que son causadas por imperfecciones fijas en los sistemas ópticos, estas aberraciones cambian con el tiempo, afectando la calidad de la imagen en cada instante de forma distinta.

Las aberraciones que varían con el tiempo debido a factores externos al sistema óptico formador de imagen requieren en general de una óptica cara, delicada, no necesariamente compacta y/o procesados de imagen que no siempre proporcionan buenos resultados, o no permiten su aplicación a tiempo real. Por tanto, el uso de ciertas técnicas está restringido a pocos laboratorios o instituciones. La necesidad de una óptica barata, compacta y robusta para la compensación de aberraciones que varían en el tiempo es el **objetivo principal** de este trabajo. Para ello estudiaremos la aplicabilidad la técnica que se conoce como codificado de Frentes de Onda (**WFC** por sus siglas en inglés) y la aplicaremos en dos campos, Astronomía y Óptica de la Visión, en los que soluciones baratas, compactas, robustas e incluso portátiles tendría un gran impacto. La corrección de aberraciones dinámicas debidas a las turbulencias atmosféricas y la corrección de imágenes retinianas degradadas por la óptica ocular son los **objetivos específicos** de este trabajo.

# 1 HIPÓTESIS Y OBJETIVOS

## 1.1 CONCEPTOS BÁSICOS

En este capítulo presentamos los conceptos básicos de la Óptica ondulatoria que necesitaremos a lo largo de este trabajo para desarrollar las bases de la investigación utilizado en la técnica de codificado de frente de onda para la mejora de imágenes afectadas por aberraciones dinámicas y sus dos principales aplicaciones.

### 1.1.1 Respuesta de impulso del sistema (PSF)

La mayor parte de los sistemas ópticos se pueden considerar, desde un punto de vista matemático, como sistemas lineales, con la gran ventaja que representa expresar la respuesta de un sistema en base a ciertas funciones elementales. Así, la respuesta de impulso, *PSF* (Point Spread Function por sus siglas en inglés), es una función que nos indica cómo un sistema óptico se comporta al ser iluminado por una fuente puntual (o impulso). [Goodman05].

En un sistema ideal sin aberraciones la *PSF* sería un punto. Sin embargo, en sistemas reales, la *PSF* suele ser una distribución de intensidad más amplia debido a factores como la difracción por la forma de la apertura y las aberraciones ópticas.

En un sistema óptico ideal sin aberraciones y con una pupila circular, el patrón de difracción correspondiente a la imagen de una fuente puntual (figura 1.1) observado en el plano de la imagen se denomina disco de Airy [Hetch12]. La *PSF* define la calidad de la resolución del sistema óptico. Una *PSF* más estrecha generalmente indica una mayor resolución en la imagen. Cuando el sistema óptico presenta aberraciones, la forma del *PSF* cambia y la energía se distribuye fuera del eje óptico. Esto afecta directamente a la calidad de la imagen producida por el sistema, ya que las aberraciones crean borrosidad y distorsión en las imágenes, lo que resulta en una resolución reducida y una degradación general de la imagen.

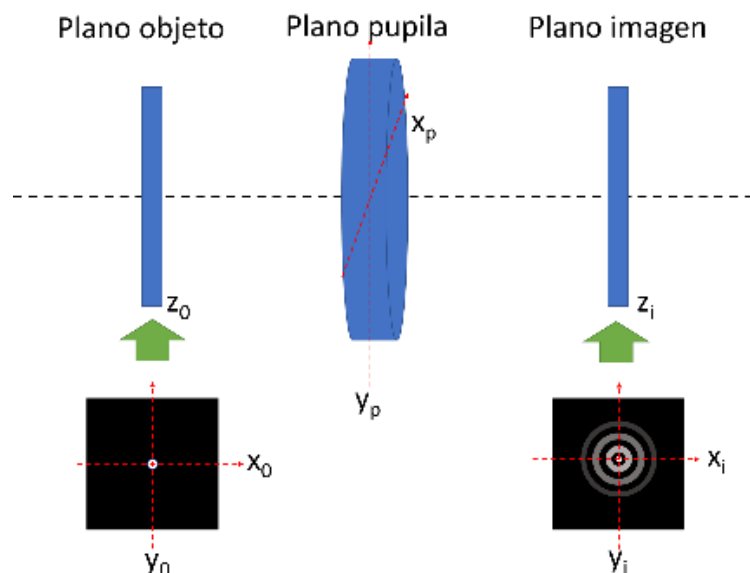


Figura 1.1: Sistema óptico básico[autor].

Matemáticamente, si  $o(x_0, y_0)$  representa la distribución de irradiancia que define el objeto en el plano  $z_0$ , entonces la distribución de irradiancia,  $i(x_i, y_i)$ , en el plano imagen,  $z_i$ , en el caso incoherente, se puede considerar como la convolución del módulo cuadrado de la *PSF* coherente,  $h(x_i, y_i, z_i)$  con  $o(x_0, y_0)$ , [Goodman05].

$$i(x_i, y_i) = \int |h(x_i - x_o, y_i - y_o, z_i)|^2 o(x_o, y_o) dx_o dy_o \quad (1.1a)$$

$$h(x_i, y_i, z_i) \propto \int_{PS} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}W(x_p, y_p, z_i)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z_i}(x_i x_p + y_i y_p)} dx_p dy_p \quad (1.1b)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda, *PS* denota la forma de la pupila de salida y  $W(x_p, y_p, z_i)$  es la función que caracteriza las aberraciones en el sistema y que más adelante describiremos en detalle. En caso de un sistema sin aberraciones  $W(x_p, y_p, z_i) = 0$ .

### 1.1.2 Función de Transferencia de óptica

La función de transferencia óptica, *OTF* (Optical Transfer Function) es la función que describe cómo un sistema óptico responde a las diferentes frecuencias espaciales de un objeto. En esencia, la *OTF* proporciona una descripción completa del rendimiento del sistema óptico en términos de su capacidad para reproducir detalles finos y patrones en una imagen.

Cuando se trabaja con imágenes (distribuciones de irradiancia) obtenidas con iluminación incoherente nos interesa operar con la *OTF* incoherente. Ésta se calcula mediante la transformada de Fourier del módulo cuadrado de la *PSF* coherente (Ec. 1.2). Su módulo, la *MTF* (Modulated Transfer Function), o función de modulación de transferencia incoherente, nos proporciona la atenuación de las frecuencias espaciales que componen la imagen; y su fase la *PTF* (Phase Transfer Function), o función de transferencia de fase, afecta a la componente compleja de la *OTF*, y se relaciona con el desplazamiento relativo entre los armónicos de Fourier del objeto introducido por el sistema óptico. Así, por ejemplo, un cambio de signo en la *PTF* va asociado a una inversión de contraste en el correspondiente rango de frecuencias.

$$OTF(x_i, y_i, z_i) = \mathcal{F}\{|h(x_i, y_i, z_i)|^2\} \quad (1.2)$$

aplicando la transformada de Fourier a la Ec. 1.1.a tendremos

$$I(f_x, f_y) = OTF(f_x, f_y) \cdot O(f_x, f_y) \quad (1.3)$$

donde  $I(f_x, f_y)$  denota la transformada de Fourier de  $i(x_i, y_i)$ ,  $O(f_x, f_y)$  la de  $o(x_i, y_i)$  y  $(f_x, f_y)$  son las coordenadas en el espacio de frecuencias. A partir de la ecuación 1.3 se puede deducir que es posible recuperar la distribución de irradiancia en el plano objeto sin más que calcular la transformada de Fourier del cociente entre  $I(f_x, f_y)$  y  $OTF(f_x, f_y)$  siempre que la  $OTF(f_x, f_y)$  no tenga ceros. A este proceso se le denomina deconvolución.

En la Figura 1.2 se muestra a modo de ejemplo la  $OTF(f_x, f_y)$  incoherente limitada por difracción (línea negra) para una lente de focal  $f$  y diámetro  $D$  para una longitud de onda  $\lambda$ . El resto de las líneas corresponden a la *OTF* con distintos grados de desenfoque. La presencia de ceros implica la ausencia de la frecuencia espacial correspondiente. Además, existe una

frecuencia, denominada frecuencia de corte,  $f_c = \frac{D}{\lambda f}$ , a partir de la cual no se transmite la información de los detalles del objeto a la imagen (en la figura  $f_c$  se ha normalizado a 1). Las frecuencias o detalles de la imagen entre el rango aproximado de 0.2 a 0.7 sufrirán inversión de contraste para un desenfoque de  $1\lambda$  como se aprecia en la Figura 1.3.

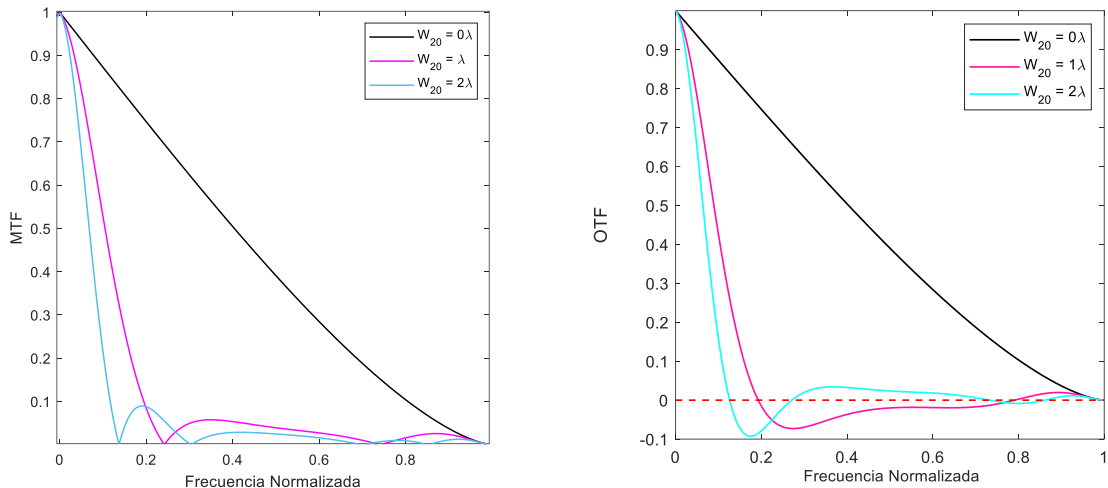


Figura 1.2: Función de trasferencia modulada [autor]

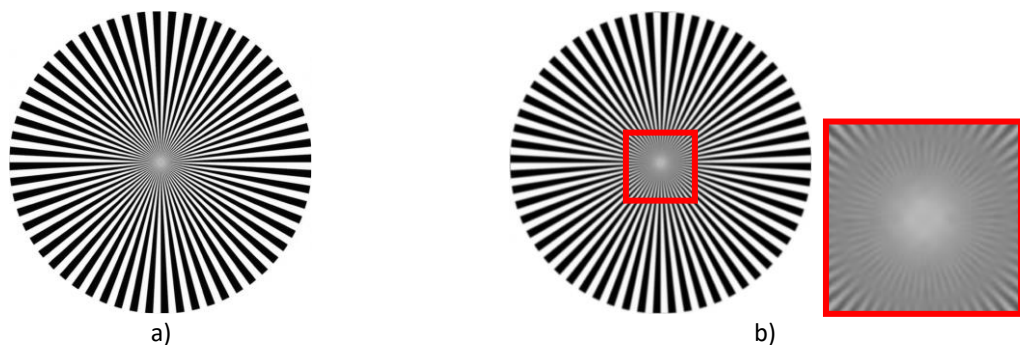


Figura 1.3: a) Imagen limitada por difracción b) Imagen con  $2\lambda$  de desenfoque [autor]

## 1.2 ABERRACIONES

Como ya indicamos en la introducción, las aberraciones son defectos en un sistema óptico que impiden que los rayos de luz se enfoquen en un punto ideal generando distorsiones y reduciendo la calidad de la imagen.

Las aberraciones estáticas son debidas a errores en el diseño y/o construcción de los sistemas ópticos. Las aberraciones dinámicas, sin embargo, suelen ser debidas a factores externos, como por ejemplo fluctuaciones de temperatura, vibraciones o movimiento de objetos, entre otros.

En este apartado nos centraremos en la definición y caracterización matemática de la aberración de onda ya que la técnica de WFC requiere de la óptica ondulatoria para explicar su funcionamiento y desempeño, y realizar el diseño de sistemas ópticos basados en ella.

### 1.2.1 Aberración de onda

La aberración en un plano de coordenadas  $XY$  situado a una distancia  $z$  del origen de coordenadas se define como la diferencia entre un frente de onda ideal (esfera de referencia centrada en el origen) y un frente de onda aberrado [Welford86, Malacara07, Born13].

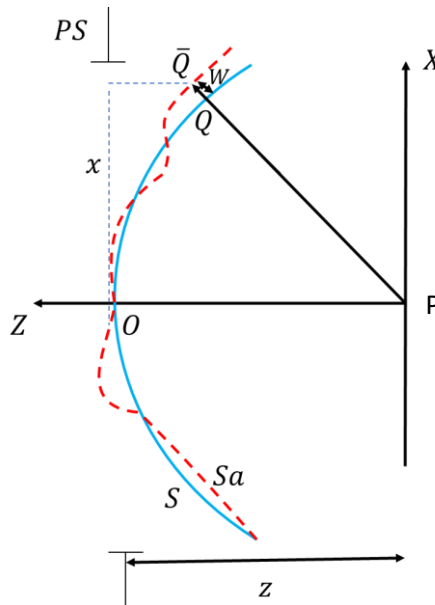


Figura 2.1: Representación gráfica de la aberración de onda [autor]

En la Figura 2.1: Se representa un frente de onda esférico ideal,  $S$ , centrado en el punto  $P$  y  $Sa$  representa el frente de onda con aberraciones. La diferencia de camino óptico  $W(x, y)$  sobre el rayo normal al frente ideal entre los puntos en los que interseca ambos frentes de onda,  $\bar{Q}$  y  $Q$ , define lo que se conocemos como aberración de onda.

$$W(x, y) = \overline{\bar{Q}(x, y)} - \overline{Q(x, y)} \quad (1.5)$$

### 1.2.2 Polinomios de Zernike

Cualquier función suave (es decir, infinitamente diferenciable) se puede expresar como una suma infinita de monomios en la forma  $x^i y^j$ . A esta suma se la conoce como serie de Taylor [Dai09]. Si la serie se trunca a partir de un monomio de un cierto orden  $N$ , la expansión proporciona una aproximación de la función alrededor de un punto específico (generalmente el  $(0,0)$ ) y se dice que la función está aproximada por su polinomio de Taylor. El error de la aproximación dependerá del peso que las derivadas de orden  $N+1$  o superior tienen en la serie [Dai09].

$$f(x, y) = \sum_{i=0, j=0}^{\infty, \infty} a_{ij} x^i y^j \sim \sum_{i=0}^{n, m} a_{ij} x^i y^j \quad (1.6)$$

$a_{ij}$  son los coeficientes del desarrollo relacionados con la derivada  $\frac{\partial^n \partial^m}{\partial x^n \partial y^m} f(x, y)$  alrededor del  $(0,0)$ . Así, suponiendo que la función de aberración

$W(x, y)$  es una función suave podríamos caracterizarla por su desarrollo en serie de Taylor hasta un cierto orden. Sin embargo, en Óptica se utiliza preferentemente la serie de Taylor, y, por ende, los polinomios de Zernike,  $Z_j(x, y)$ , [Von34] que son una secuencia de polinomios cada uno de los cuales se identifica con una desviación determinada de una onda respecto a la esfera de referencia (aberración) y que constituyen la base para el desarrollo en serie de Zernike de la aberración de un frente de onda, o en su aproximación hasta un polinomio de un orden dado para caracterizar frentes de onda más complejos:

$$W(x, y) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j Z_j(x, y) \sim \sum_{j=0}^M a_j Z_j(x, y) \quad (1.7)$$

Los polinomios de Zernike tienen representación en fórmula cerrada en coordenadas cartesianas [Malacara17] y polares [Mahajan91], son ortogonales en el círculo de radio unidad y se relacionan con un buen número de funciones elementales a través de integrales o ecuaciones diferenciales. Excepto el primer término que representa un origen de coordenadas, todos los polinomios de Zernike tienen media cero y varianza mínima. Además, y gracias a la ortogonalidad, la varianza del frente de onda es igual a la suma ponderada de las varianzas de cada polinomio [Mahajan91]. Su expresión en coordenadas polares es la más utilizada en óptica no sólo por la forma de las lentes y monturas, sino también por la información separada angular y radial que proporcionan. Se caracterizan por dos índices,  $n$  y  $m$ , siendo  $n$  el grado del polinomio en la coordenada radial y  $m$  lo que caracteriza la frecuencia azimutal del polinomio y tienen la forma:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} R_n^m(\rho) \cos(m\theta) & \text{para } m \leq 0, \\ R_n^m(\rho) \sin(m\theta) & \text{para } m > 0, \end{cases} \quad (1.8)$$

donde la función radial  $R_n^m(\rho)$  viene dada por:

$$R_n^m(\rho) = N_n^m \sum_{s=0}^{\frac{n-|m|}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[\frac{n+m}{2}-s\right]! \left[\frac{n-m}{2}-s\right]!} \rho^{n-2s}, \quad (1.9)$$

Dependiendo de la aplicación concreta en la que se utilicen los polinomios de Zernike para caracterizar la aberración de onda el orden y la normalización,  $N_n^m$ , de los polinomios puede variar, así en óptica atmosférica se usa la notación de Noll [Noll76, Roddier90] donde  $N_n^m$  se ajusta para que los polinomios sean ortonormales y en diseño óptico los índices Zemax [Wyant92] donde  $N_n^m = 1$ , que será la que utilizaremos a lo largo de este trabajo. Ambas normalizaciones y ordenaciones utilizan los dos índices anteriormente descritos.

En la Tabla 1 se presentan los 8 primeros polinomios de Zernike en notación Zemax que representan las aberraciones más comunes y predominantes en la mayor parte de los sistemas ópticos o en sus aplicaciones

Tabla 1: Los 8 polinomios de Zernike

Polinomios de Zernike $Z_n^m$	Forma polar	Nombre de aberración
$Z_0^0$	1	Pistón
$Z_1^1$	$\rho \text{sen}(\theta)$	(Tilt/Tip) Inclinación, desplazamiento o prisma vertical
$Z_1^{-1}$	$\rho \text{cos}(\theta)$	(Tilt/Tip) Inclinación, desplazamiento o prisma horizontal
$Z_2^0$	$2\rho^2 - 1$	Desenfoque
$Z_2^{-2}$	$\rho^2 \text{sen}(2\theta)$	Astigmatismo primario de 45°
$Z_2^2$	$\rho^2 \text{cos}(2\theta)$	Astigmatismo primario de 90°
$Z_3^{-1}$	$(3\rho^3 - 2\rho)\text{sen}(\theta)$	Coma vertical
$Z_3^1$	$(3\rho^3 - 2\rho)\text{cos}(\theta)$	Coma horizontal
$Z_4^0$	$6\rho^4 - 6\rho^2 - 1$	Aberración esférica

### 1.3 POLINOMIOS DE ZERNIKE

En esta sección describiremos las aberraciones que corresponden a los polinomios de Zernike de la tabla 1, de dónde provienen y su influencia en la calidad de la imagen. Cada polinomio representa una superficie. En ausencia de aberraciones la diferencia entre la esfera de referencia y el frente de onda sería un plano que viene representado por el polinomio  $Z_0^0$  también conocido como pistón.

Las aberraciones se suelen representar como un mapa 2D de tonos de grises o de color, donde el tono de gris o color representa la aberración de onda en la pupila de salida de un sistema óptico expresada en unidades de longitud o en longitudes de onda. También se utilizan líneas de nivel, mapas módulo  $2\pi$  y mediante la simulación de interferogramas, que presentan la ventaja de estimar visualmente no sólo la forma sino la desviación pico valle de la aberración. En esta sección utilizaremos este tipo de representación para ilustrar la aberración correspondiente a cada polinomio.

#### 1.3.1 Tilt/tip

En el campo de la óptica, la aberración de prisma o tilt/tip ocurre cuando un sistema óptico, como una lente, un espejo u otro componente, está inclinado o desalineado. Paraxialmente a diferencia entre la esfera de referencia y un frente de onda esférico con tilt es un plano inclinado respecto al eje óptico [Acosta07, Acosta05]. Esta aberración se traduce en un desplazamiento del plano de la imagen debido al desalineamiento angular del sistema óptico con respecto al objeto que se observa y no tiene efecto en la calidad de imagen.

En términos de polinomios de Zernike el tilt está representado por  $Z_1^1(\rho, \theta)$  y  $Z_1^{-1}(\rho, \theta)$ , también llamados tilt vertical y horizontal respectivamente:

$$Z_1^1(\rho, \theta) = \rho \text{sen}(\theta) \tag{1.10}$$

$$Z_1^{-1}(\rho, \theta) = \rho \text{cos}(\theta) \tag{1.11}$$

En la Figura 1.4 se representa el tilt como el interferograma correspondiente a la superposición de un frente de onda plano en eje (onda de referencia) y un frente de onda plano inclinado.

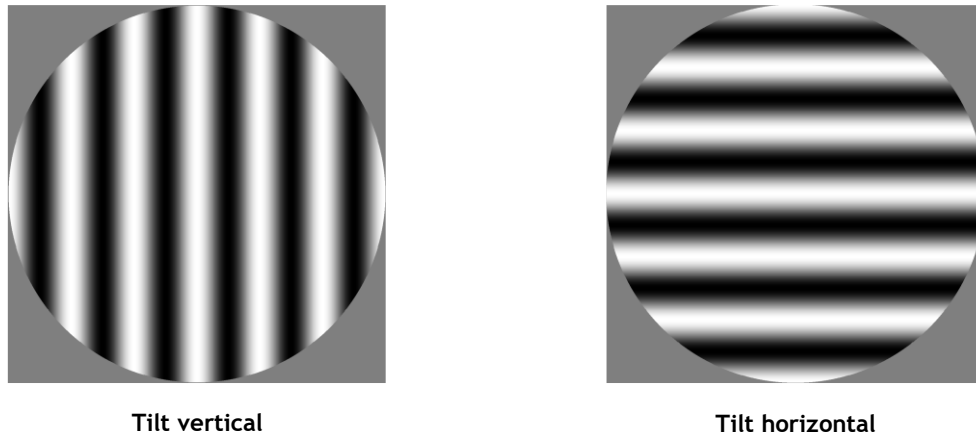


Figura 1.4: Interferogramas para aberración de tilt [autor]

### 1.3.2 Desenfoque

La aberración de desenfoque ocurre cuando el plano imagen está desplazado axialmente respecto al plano imagen gaussiano generando una imagen borrosa (desenfocada).

En términos de polinomios de Zernike el desenfoque está representado por  $Z_2^0(\rho, \theta)$ :

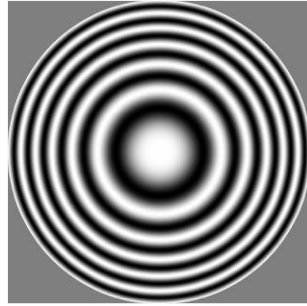
$$Z_2^0(\rho, \theta) = 2\rho^2 - 1 \quad (1.12)$$

La diferencia entre la esfera de referencia y el frente de onda con un pequeño desenfoque es un paraboloides o equivalentemente en óptica paraxial un frente de onda esférico o cuadrático.

Diversos factores pueden provocar la aberración de desenfoque, como la geometría de los elementos ópticos, errores en la alineación de componentes y variaciones en el índice de refracción del medio, entre otros.

Cuando se manifiesta la aberración de desenfoque, los puntos de luz no convergen en el plano imagen, sino que se dispersan en una región más extensa, generando una imagen con falta de nitidez. Esto se traduce en la desaparición de detalles finos y los bordes de los objetos se vuelven poco definidos, afectando negativamente a la calidad y precisión de la imagen.

En la Figura 1.5 representamos el desenfoque como el patrón de interferencia de un frente de onda plano con uno esférico (cuadrático) en la fila superior y en la inferior el efecto que produce en una imagen.



Interferograma de desenfoco



Imagen limitada por difracción



Imagen con aberración de desenfoco

Figura 1.5: Desenfoco: Interferograma (fila superior) y comparación entre una imagen ópticamente perfecta y una imagen con aberración de desenfoco (fila inferior) [autor]

### 1.3.3 Astigmatismo

El astigmatismo resulta de una asimetría en el frente de onda en forma de superficie tórica o paraboloides hiperbólicos. Esta asimetría puede ocurrir en un sistema óptico con simetría rotacional cuando el punto objeto está fuera de eje o para un punto objeto en eje cuando en el sistema óptico alguna de las superficies de las lentes es de forma tórica. En una superficie tórica las curvaturas de los meridianos principales son diferentes.

En un sistema óptico afectado por el astigmatismo, los rayos de luz que atraviesan diferentes meridianos del sistema se enfocan en zonas distintas. En términos sencillos, los rayos de luz convergen en dos líneas separadas en lugar de hacerlo en un solo punto nítido y el cono de luz con vértice en el foco se transforma en lo que se conoce como conoide de Sturm [Riaz22]. Esta diferencia en la convergencia de los rayos de luz resulta en una imagen distorsionada y borrosa.

El astigmatismo está representado por dos polinomios de orden dos que tienen forma de silla de montar con las dos curvaturas principales iguales en módulo, pero de diferente signo. En términos de polinomios de Zernike el astigmatismo está representado por  $Z_2^{-2}(\rho, \theta)$  y  $Z_2^2(\rho, \theta)$ , también llamados astigmatismo a  $45^\circ$  y astigmatismo a  $0^\circ$  respectivamente:

$$Z_2^{-2}(\rho, \theta) = \rho^2 \sin(2\theta) \quad (1.13)$$

$$Z_2^2(\rho, \theta) = \rho^2 \cos(2\theta) \quad (1.14)$$

La Figura 1.6 se muestra la interferencia de un frente de onda plano y uno con astigmatismo a  $0^\circ$  y el otro a  $45^\circ$  (fila superior) y el efecto que produce en la imagen (fila inferior).

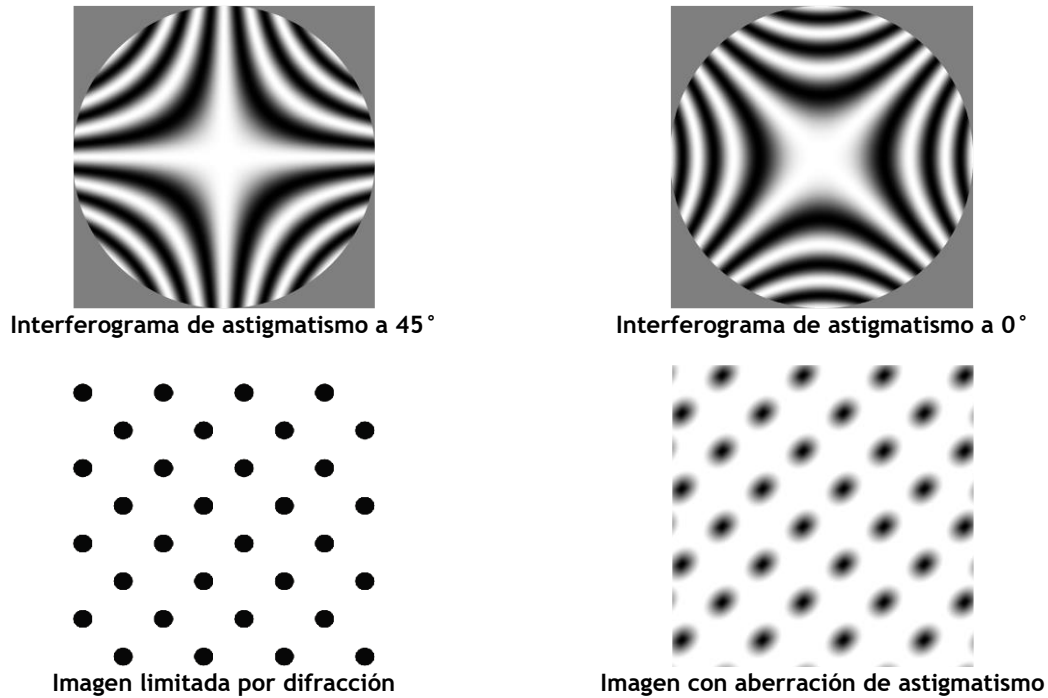


Figura 1.6: Astigmatismo: Interferogramas (fila superior) y comparación entre una imagen ópticamente perfecta y una imagen con aberración de astigmatismo (fila inferior) [autor]

#### 1.3.4 Coma

La aberración de coma representa una distorsión óptica que se caracteriza por la formación de imagen de puntos luminosos en forma de cometa. La forma de cometa se hace más evidente a medida que los puntos se alejan del eje ya que se debe a la dependencia del aumento lateral con la excentricidad del rayo, es decir, los rayos que entran a distinta altura focalizan en puntos distintos del plano imagen.

El coma puede ocurrir en un sistema con simetría rotacional cuando el punto objeto está fuera de eje, o en un punto objeto en eje cuando en el sistema óptico alguna de las lentes está descentrada, tiene una forma prismática o está inclinada [Hecht12]. En términos de polinomios de Zernike el coma está representada por una combinación lineal de  $Z_3^{-1}(\rho, \theta)$  y  $Z_3^1(\rho, \theta)$  también llamados coma vertical y horizontal, respectivamente.

$$Z_3^{-1}(\rho, \theta) = (3\rho^3 - 2\rho)\text{sen}(\theta) \quad (1.15)$$

$$Z_3^1(\rho, \theta) = (3\rho^3 - 2\rho)\text{cos}(\theta) \quad (1.16)$$

La coma es una superficie cúbica. La interferencia entre un frente de onda plano y uno con coma se presenta en la Figura 1.7 en la fila superior y en la inferior el efecto de la coma en una imagen astronómica.

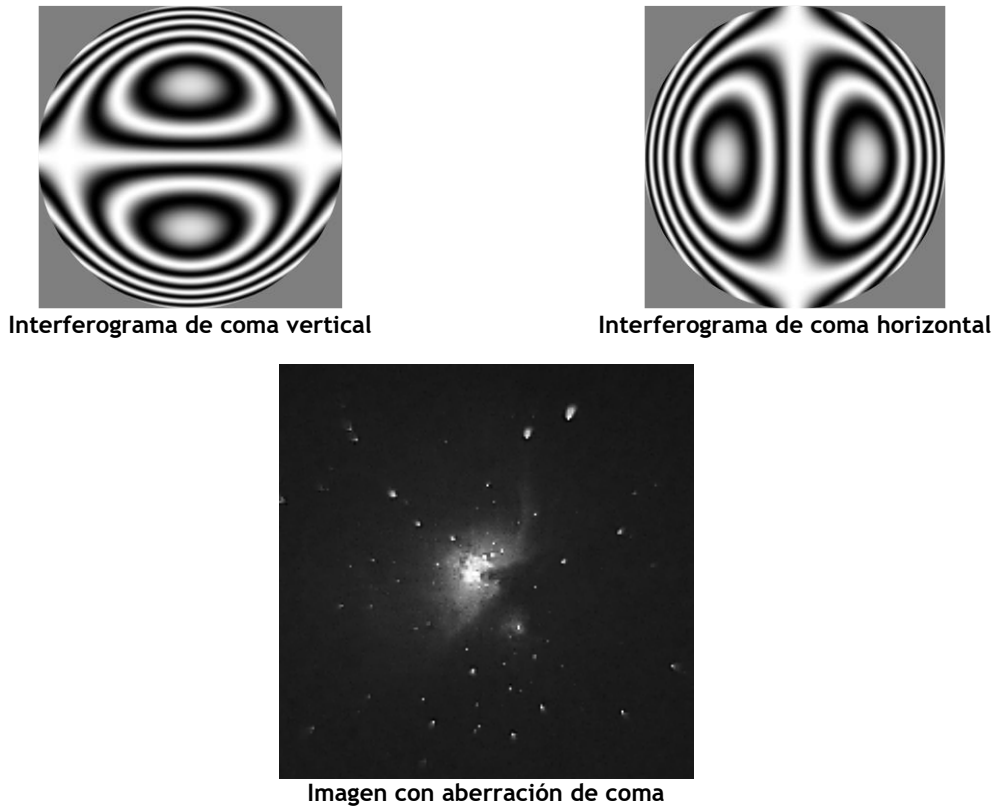


Figura 1.7: Coma vertical y horizontal: Interferogramas (fila superior) e imagen con aberración de coma (fila inferior) Interferogramas e imagen con aberración de coma [autor]

### 1.3.5 Aberración de esférica

La aberración esférica constituye una de las distorsiones ópticas más frecuentes en sistemas ópticos, como lentes y espejos, debido a la configuración esférica de estos elementos. Esta anomalía induce una variación en la divergencia de los rayos de luz después de atravesar el sistema óptico, resultando en una imagen borrosa.

En un sistema óptico afectado por aberración esférica, los rayos de luz que atraviesan diferentes puntos de la lente no convergen en un único punto focal después de pasar por el sistema. La configuración esférica de las lentes o espejos provoca que los rayos de luz que llegan al borde se desvíen más que aquellos que pasan por el centro. La aberración óptica ya no viene representada por un paraboloide sino por un polinomio de orden 4. En la figura 1.8 mostramos un interferograma de aberración esférica en la totalidad de la pupila y uno en pequeñas zonas (con desenfoque).

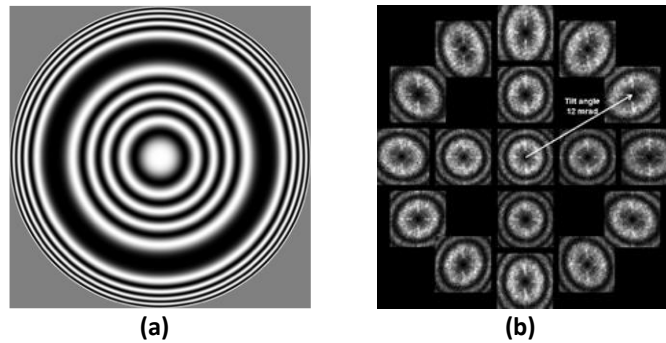


Figura 1. 8: Intererogramas de aberración esférica en la pupila (a) y en zonas (b). [Obtenida de una base de datos pública JEOL, <https://www.jeol.com/words/emterms/20121023.020959.php#gsc.tab=0> con acceso el 10 Febrero de 2022].

### 1.3.6 Aberraciones de alto orden

Las aberraciones de orden superior en óptica se refieren a aquellas que vienen caracterizadas por polinomios con orden superior a dos. Así, a la aberración esférica y el coma se consideran de alto orden. Otras aberraciones de orden superior incluyen el coma de orden superior ( $Z_5^1, Z_5^{-1}$ ) y el astigmatismo de orden superior ( $Z_4^2, Z_4^{-2}$ ). Los comas de orden superior producen halos complejos alrededor de puntos de luz, produciendo patrones de distorsión más complejos que los asociados con los comas de primer orden que se manifiestan como cometas. Esta distorsión hace que los objetos de la imagen parezcan alargados y deformados en formas complejas. Los grados más altos de astigmatismo afectan la imagen en varias direcciones, lo que resulta en distorsiones de la imagen que son difíciles de corregir con métodos básicos.

Estas desviaciones pueden deberse a errores en el diseño o fabricación del sistema óptico, como lentes asféricas mal calibradas o configuraciones ópticas complejas que introducen aberraciones adicionales. Así como las aberraciones de bajo orden pueden ser relativamente bien corregidas o compensadas con elementos ópticos sencillos y/o con ajustes en desplazamientos, descentramientos y alineamientos de los elementos ópticos del sistema, para la corrección de las aberraciones de alto orden se necesita tecnología avanzada para compensarlas. En diseño óptico avanzado se utilizan lentes asféricas y otros elementos diseñados para reducir aberraciones complejas. Las imágenes digitales utilizan algoritmos de corrección y deconvolución para ajustar la imagen y compensar los efectos de las aberraciones.

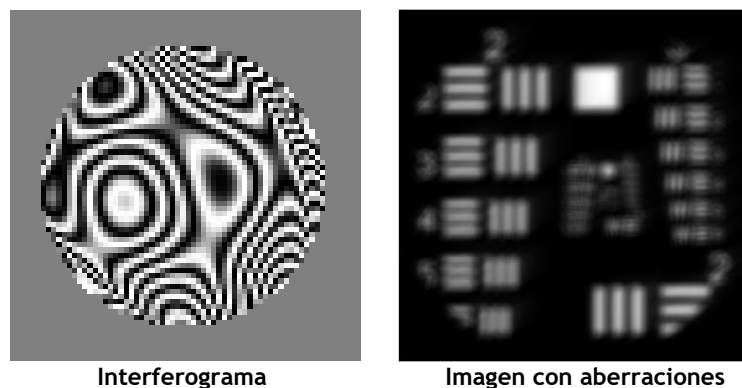


Figura 1. 9: Aberración de un ojo [autor]

Las aberraciones que presenta un sistema óptico debido a la forma, materiales, monturas y posición de los elementos ópticos que lo componen se denominan intrínsecas o estáticas. En ciertas aplicaciones, y debido a factores externos al sistema, como por ejemplo cambios en la temperatura, vibraciones mecánicas o fluctuaciones en el entorno se añaden al sistema aberraciones de bajo y alto orden que varían aleatoriamente con el tiempo y que dificultan la tarea de compensación del conjunto de aberraciones para obtener imágenes con resoluciones aceptables. Como ejemplo de aberraciones dinámicas podemos citar las debidas a turbulencias atmosféricas [Huang13] de gran importancia en el campo de la astronomía y las aberraciones de la óptica ocular [Marcos05, Berrio10], para la obtención de imágenes de retina de alta resolución [Williams88].

Los dos métodos más usados para la corrección de las aberraciones dinámicas son la deconvolución ciega [Edmund00] (ya que dado el carácter temporal de las aberraciones no se puede conocer la OTF del sistema) la cual necesita de algoritmos de estimación de PSFs temporales del sistema para poder obtener la imagen restaurada mediante la deconvolución con la OTF estimada. Este proceso es costoso para la utilización a tiempo real y tiene el inconveniente de que si la OTF tiene ceros no es posible restaurar la imagen con buena resolución ya que se pierde información y además los métodos numéricos fallan.

Por otra parte, está la óptica adaptativa que requiere de un sistema de caracterización de aberraciones (sensor de frente de onda [Platt01]), un espejo deformable para tomar la forma opuesta de las aberraciones del sistema y un sistema de control. La óptica adaptativa es efectiva, pero es cara y dependiendo de la aplicación no es necesariamente compacta y/o portátil.

## 1.5 HIPÓTESIS Y OBJETIVOS

En vista a los problemas que presentan las técnicas de deconvolución y el precio y delicadeza de la óptica adaptativa, la hipótesis de partida de esta tesis doctoral es que es posible diseñar y emplear un elemento óptico pasivo codificador de fase que permita emplear la técnica de codificado de frente de onda para la obtención de imágenes de alta resolución en presencia de aberraciones variables con el tiempo como las introducidas por la atmósfera o el ojo humano. El elemento óptico pasivo introduce una cantidad controlada de aberraciones al sistema que da lugar a una *OTF* invariante ante las aberraciones dinámicas del sistema y que no presente ceros. De esta forma, una única *OTF* se utilizaría para deconvolucionar de forma efectiva las imágenes degradadas por las aberraciones dinámicas del sistema. El elemento óptico es una lámina de fase tallada de una forma concreta que se sitúa en la pupila de salida del sistema y una vez caracterizada la *OTF*, el proceso de deconvolución es muy rápido, permitiendo la obtención de imágenes de alta resolución en tiempo cuasi-real.

**El objetivo general** de esta tesis es por tanto diseñar e implementar la técnica híbrida óptico-computacional de codificado de frente de onda, que proporcione imágenes de alta resolución espacial que resuelvan los dos problemas asociados a la deconvolución ciega y la óptica adaptativa, citados anteriormente.

Como objetivos específicos se plantea la selección y diseño de este elemento para un sistema con una apertura determinada [contribuciones 1 y 2] y su implementación en un sistema óptico sencillo que permita la corrección de las aberraciones producidas por turbulencias atmosféricas [contribuciones 3 y 4] y las que ocurren en el ojo [contribuciones 5 y 6]. Las contribuciones que a continuación enumeramos demuestran que hemos conseguido los objetivos propuestos.

**Así respecto a la elección y propiedades de las máscaras de fase:**

- 1.- González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi–Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. *Japanese Journal of Applied Physics*, 59(SO), S00D04.
- 2.- Gonzalez-Amador, E., Olvera-Angeles, M., Arines, J., & Acosta, E. (2019, November). Influence of the  $f/\#$  in wavefront coding with Jacobi Fourier phase masks. In 2019 24th Microoptics Conference (MOC) (pp. 230-231). IEEE.

**Respecto a su utilización en sistemas ópticos afectados por turbulencias atmosféricas:**

- 3.- Olvera-Angeles, M., Gonzalez-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2019). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront coded optical systems for random or varying aberrations alleviation. In MOC 2019 - 24th Microoptics Conference (pp. 94-95). Article 8982760 (MOC 2019 - 24th Microoptics Conference).
- 4.- Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi–Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. *Japanese Journal of Applied Physics*, 59(SO), S00D07.

**Y respecto a su utilización en sistemas formadores de imágenes de fondo de ojo:**

- 5.- Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging. *Applied Optics*, 59(22), G234-G238.
- 6.- Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J. (2021). Wavefront Coding with Jacobi-Fourier Phase Masks to Alleviate Random Aberrations. In: Singh, K., Gupta, A.K., Khare, S., Dixit, N., Pant, K. (eds) ICOL-2019. Springer Proceedings in Physics, vol 258. Springer, Singapore.

En el capítulo 3 se describe en detalle los resultados obtenidos.

## 2 METODOLOGÍA: CODIFICADO DEL FRENTE DE ONDA

Como se indicó en el capítulo anterior la mejora de las imágenes afectada por aberraciones que varían en el tiempo en el campo de la astronomía y de la visión son de vital importancia para entender el universo y detectar patologías retinianas. La compensación o corrección de estas aberraciones para mejorar la resolución de las imágenes plantea un desafío multidisciplinar que fusiona principios ópticos, algoritmos de procesamiento de imágenes y enfoques computacionales.

En esta Tesis proponemos la utilización de la técnica de codificado de frente de onda (WFC) para resolver estos problemas. A continuación, se expondrán los principios y fundamentos teóricos, experimentales y computacionales. Dentro del apartado teórico se explicarán las distintas máscaras de fase utilizadas en diversos experimentos que constan en la literatura, para finalmente justificar la elección de las que utilizaremos en este trabajo. Finalmente, indicaremos los métodos que utilizamos en las simulaciones teóricas y experimentales para generar turbulencias atmosféricas y aberraciones oculares.

### 2.1 CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA. BASES TEÓRICAS

La codificación del frente de onda es una técnica óptico-digital ampliamente (e inicialmente) utilizada para la ampliación de la profundidad de campo de un sistema óptico. Esta técnica desarrollada por Edward R. Dowski, Jr. y W. Thomas Cathey [Dowski95, Cathey98] se basa en el principio de introducir en el sistema una aberración conocida mediante un elemento o máscara de fase. Esta fase añadida al sistema hace que la *OTF* no sólo sea invariante a los desenfoques, sino que también tiene la ventaja de no presentar ceros en el rango de frecuencias espaciales deseado. Posteriormente, a través de un proceso digital de deconvolución, se logra obtener una imagen con más profundidad de campo. Esta ampliación de la profundidad de campo es significativamente superior en comparación con la generada mediante una reducción de apertura sin perder luminosidad y resolución.

La condición de invarianza para la *OTF*, así como la ausencia de ceros hace que no todas las aberraciones sean aplicables. Dowski y Cathey demostraron que la aberración de orden tres de la forma  $x^3 + y^3$  [Dowski95] proporciona los dos requisitos deseados. El proceso completo, que implica la convolución óptica (formación de imagen) seguida de la deconvolución digital, se denomina técnica de codificación del frente de onda. Este proceso se puede observar de manera gráfica en la Figura 2.2

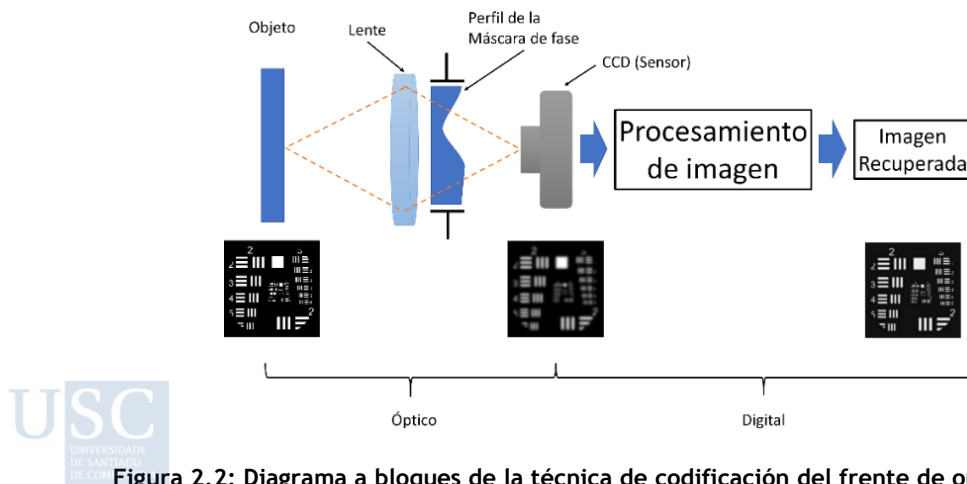


Figura 2.2: Diagrama a bloques de la técnica de codificación del frente de onda [autor]

En su esfuerzo por ampliar la profundidad de campo y maximizar la resolución del plano de imagen, Dowski y Cathey proponen y emplean un elemento esférico específico conocido como máscara de fase cúbica que es una lámina transparente tallada de la forma  $\alpha(x^3 + y^3)$  donde  $\alpha$  representa la fuerza de la lámina, o cantidad de aberración de orden tres.

## 2.2 MÁSCARA DE FASE

La máscara de fase es el componente óptico crucial en la técnica de WFC. La alteración de la fase se puede llevar a cabo mediante diversas formas y tecnologías, como dispositivos de cristales líquidos para modular la fase de la luz [Carles10], o placas de fase espaciales que utilizan estructuras nanométricas [Pottmann08] para lograr cambios de fase precisos. Independientemente de su diseño específico, la fase generada resulta fundamental para la técnica de WFC, aunque la mayor parte de las veces nos refiramos a la fase introducida en el sistema como lámina de fase, sin importar la tecnología utilizada para conseguirlo.

### 2.2.1 Máscara de fase cúbica

Como ya indicamos la máscara de fase cúbica propuesta por Dowski y Cathey [Dowski95] tiene la forma:

$$MC(x, y) = \alpha(x^3 + y^3), \quad (2.1)$$

Es el elemento esférico originalmente propuesto y en el que se ha demostrado en 1D que su *OTF* es invariante frente a desenfoques y por tanto puede generar una gran profundidad de campo manteniendo la apertura del sistema [Brenner 83]. En la Figura 2.3 mostramos la forma de la superficie mediante su interferograma y las *PSF*'s correspondientes para distintos grados de desenfoque. Se puede observar la invarianza de la forma de la *PSF* con el desenfoque.

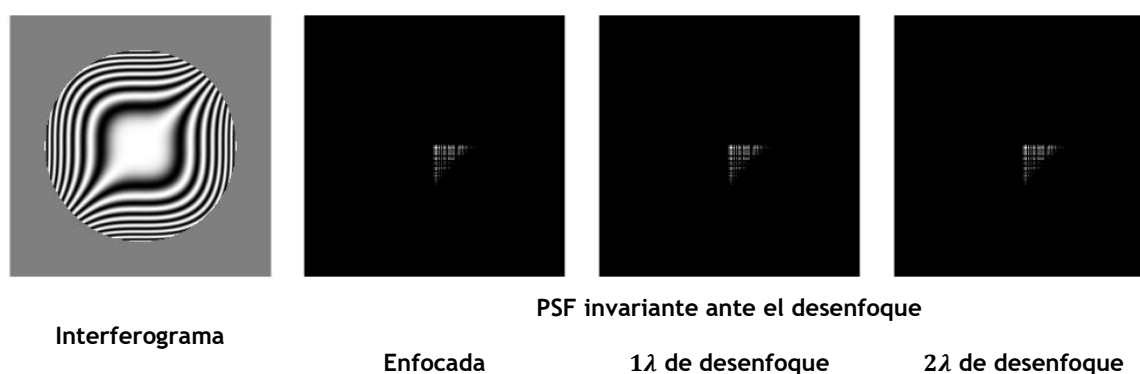


Figura 2.3: Interferograma de la máscara cúbica y *PSF*'s para distintos valores de desenfoque [autor]

En la Figura 2.4 mostramos las *MTF*'s para distintos desenfoques donde se ve no sólo la invarianza (ya que todas las líneas están superpuestas) sino también la ausencia de ceros o zonas de inversión de contraste.

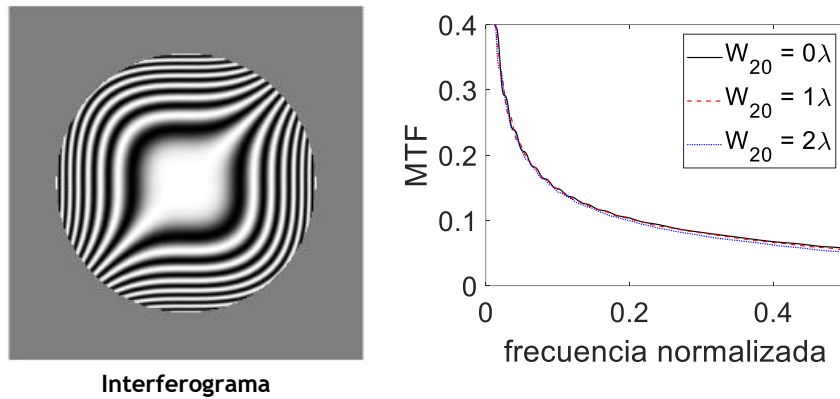


Figura 2.4 Interferograma de la máscara cúbica y *MTF*'s para distintos valores de desenfoque [autor]

### 2.2.2 Otras Máscaras

Partiendo de la máscara cúbica, se crearon algunas variantes, como se detalla en [Zhou16] que son ligeras modificaciones de la máscara de fase cúbica que introducen ciertas mejoras y control en la calidad final de la imagen y el rango de desenfoque ya que contienen un parámetro adicional en su fórmula, pero todas ellas tienen en común el tener separada la dependencia en las coordenadas  $x, y$  y una *PSF* muy parecida a la de la máscara cúbica.

A continuación, nombramos las más representativas y en la Figura 2.5 mostramos su fase, la *PSF*, una imagen desenfocada y una imagen obtenida con esta técnica.

Fase Exponencial [Chen14],

$$ME(x, y) = \alpha x \exp(bx^2) + \alpha y \exp(by^2), \quad (2.2)$$

Tangencial [Chen14],

$$MTG(x, y) = \alpha x^2 \operatorname{tg}(bx) + \alpha y^2 \operatorname{tg}(by) \quad (2.3)$$

Logarítmica [Zhao10]

$$ML(x, y) = \operatorname{sgn}(x)\alpha x^2 \log(|x| + b) + \operatorname{sgn}(y)\alpha y^2 \log(|y| + b) \quad (2.4)$$

Sinusoidal [Zhao10],

$$MS(x, y) = \alpha x^2 \sin(bx) + \alpha y^2 \sin(by) \quad (2.5)$$

Al igual que en el caso cúbico las *MTF*'s correspondientes a un rango de desenfoques no varían. La *MTF* de las máscaras logarítmica y sinusoidal es más elevada, generando una mejor resolución en la imagen final. Sin embargo, persisten los artefactos de  $45^\circ$  en todas las variantes de la máscara de fase.

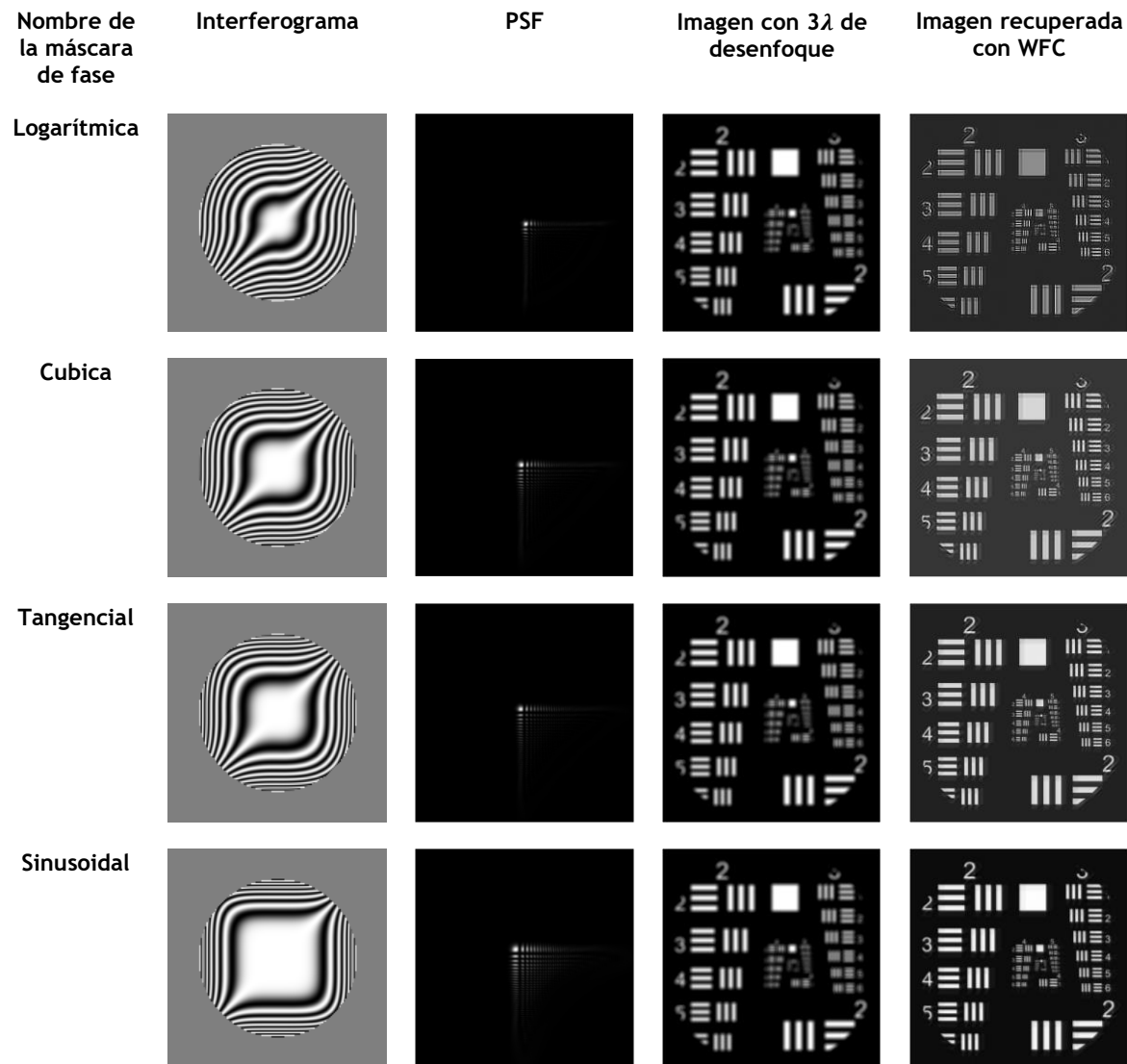


Figura 2.5: Se presentan las máscaras de fase variantes de la máscara cúbica [autor]

Las máscaras basadas en la fase cúbica presentan artefactos a  $45^\circ$  junto con réplicas tenues en los bordes de los objetos y es un problema ligado a la forma de la pupila y a la *PTF* del sistema respectivamente [Demenikov10]. Se necesita por tanto un nuevo tipo de máscara que minimice estos problemas y que no reduzca la profundidad de campo. Los artefactos a  $45^\circ$  desaparecen con pupilas circulares, o con un sistema de dos máscaras tipo cúbico [Demenikov10] pero esto complica el sistema óptico que es lo que se quiere evitar: Muyo [Muyo09] propone un polinomio de alto orden, que una vez optimizado para la minimización de artefactos sigue siendo un polinomio de orden 3 en la forma:

$$MT(x, y) = (y^3 - 3x^2y). \tag{2.6}$$

esta fase es exactamente el polinomio de Zernike  $Z_3^{-3}$  conocido como Trébol ( $Z_3^3$  o una combinación de ambos serían igualmente válidos ya que tendrían la misma forma, pero girada). En coordenadas polares tiene la forma

$$MT(\rho, \theta) = (\rho^3 \cos(3\theta)). \tag{2.7}$$

donde  $\rho$  es la coordenada radial y  $\theta$  la angular. La máscara propuesta elimina los artefactos en  $45^\circ$ , presentados por la máscara cúbica en cualquier pupila, y minimiza las réplicas. En la Figura 2.6 presentamos el interferograma correspondiente a esta máscara, su PSF y las imágenes restauradas para distintos desenfoques

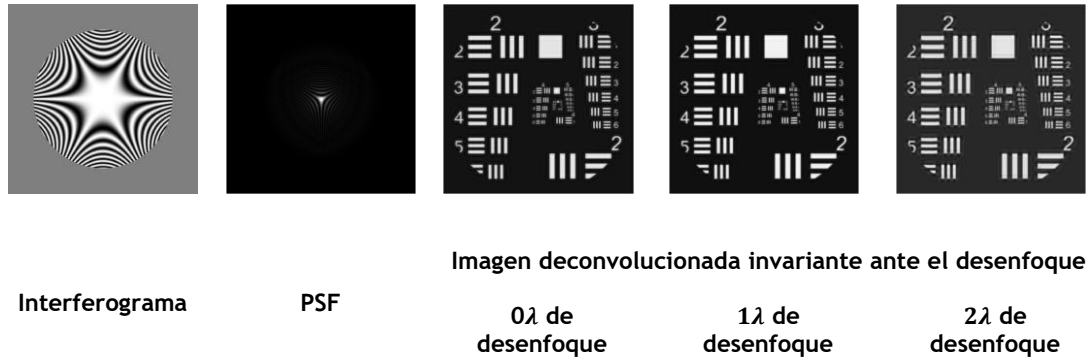


Figura 2.6: Máscara de fase trébol [autor]

En un intento de generar un conjunto de máscaras con la misma dependencia angular que el trébol, que como hemos dicho elimina los artefactos a  $45^\circ$ , González et al [González17] proponen y estudian un conjunto de máscaras que proporcionen flexibilidad en el diseño de un sistema con WFC y que puedan optimizar las imágenes en términos de profundidad de foco, artefactos tipo réplicas y nivel de ruido. Esta familia la constituyen los polinomios de Jacobi,  $J_n(p, q, r)$ , que son una clase de polinomios ortogonales clásicos definidos en el intervalo  $[0,1]$  [González17], donde  $n \geq 0$  indexa el conjunto de polinomios ortogonales correspondientes a valores particulares de  $p$  y  $q$ , mientras que la variable independiente  $r$  representa la coordenada radial normalizada al radio de la pupila.

Estos polinomios de Jacobi son seleccionados como la función radial para las máscaras de fase que utilizaremos en este trabajo, las denominadas Máscaras de Fase de Jacobi-Fourier (JFPM, por sus siglas en inglés), definidas por la expresión:

$$MJF(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \cos(3\theta) \tag{2.8}$$

Es relevante destacar que no todas las combinaciones de  $n$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  producen máscaras que proporcionen resultados óptimos. González et al. [González20] han demostrado que ciertas combinaciones, como  $p = q$  y  $n = 0$ , proporcionan características deseables para aplicaciones prácticas, como deben ser una fase suave en el centro de la pupila y una rápida variación en el borde, lo que garantiza  $MTF$  estables. En este trabajo, nos limitaremos a esos valores de  $p$  y  $q$  para nuestras simulaciones y demostraciones experimentales.

En la Figura 2.7 se muestran los 5 JFPM que se utilizaran en este trabajo. En la Figura 2.7 se muestra la fase y la correspondiente  $PSF$ .  $J(r, p, p)$  se ha normalizado a 1 para que la fórmula de la máscara proporcione el valor pico-valle (P-V) de la misma ya que no nos interesa la ortonormalidad de los polinomios de Jacobi.

Cabe destacar que a medida que  $p$  aumenta, la  $PSF$  se hace más pequeña (para el mismo valor de fuerza de la lámina, o lo que es equivalente el mismo valor P-V).

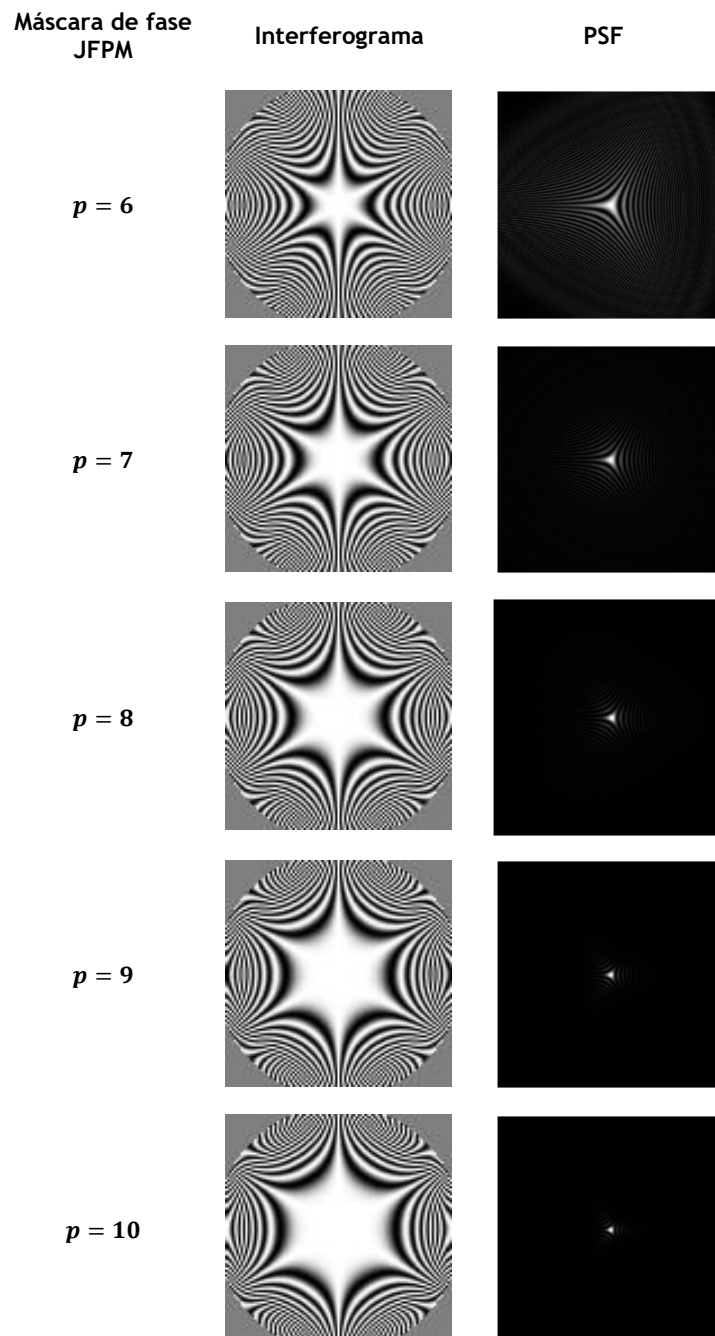


Figura 2.7: Máscaras de fase Jacobi-Fourier [autor]

### 2.3 CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA. MONTAJE EXPERIMENTAL

El montaje utilizado en los experimentos realizados en esta tesis se muestra en la Figura 2.8 y es válido tanto para los experimentos de simulación de turbulencias atmosféricas como para la simulación de aberraciones oculares.

Utilizamos un test de resolución 1951 USAF iluminado con un LED ( $\lambda=632$  nm). El test sitúa en el plano focal del objeto de una lente de 25,4 mm (L1). De esta forma generamos el objeto en el infinito para el caso de aplicación de turbulencias atmosféricas o bien el propio test

actúa como retina en un ojo artificial cuya óptica sería la propia lente L1. Como pupila del sistema utilizamos un diafragma (As), colocado junto a L1 y se conjuga ópticamente, a través de L2 y L3 (de 50 mm de distancia focal) con un modulador espacial de luz, SLM (LCOS PLUTO Holoeye Photonics) que será el que genere conjuntamente las aberraciones y la lámina codificadora de fase. De igual manera, el SLM se conjuga con la lente L6 a través de L4 y L5 (50 mm de distancia focal). L6 forma la imagen del test en una cámara CCD (Hamamatsu ORCA R2 con píxeles cuadrados de tamaño de 6,45  $\mu\text{m}$ ). Después de L1, se utiliza un polarizador lineal, P1, para el control de la polarización del SLM, y otro polarizador antes de L6, P2, para minimizar la luz parásita generada por órdenes de difracción no deseados que genere el SLM. BS1 es utilizado para incorporar la aberración y la lámina al sistema óptico a través de la SLM, de igual manera BS2 se empleó para observar la PSF del sistema óptico.

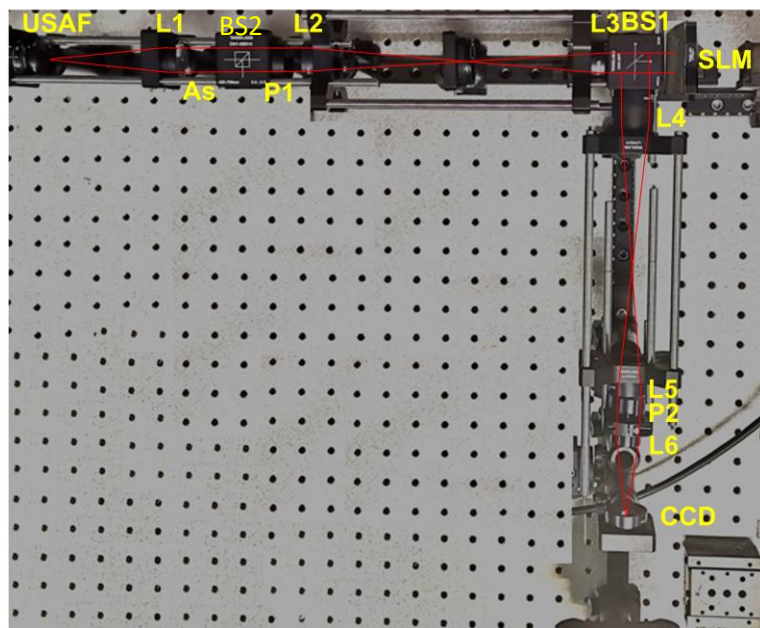


Figura 2.8: Montaje experimental [autor]

El SLM se modula inicialmente con un desenfoque para suprimir la luz de los órdenes de difracción no deseados, de modo que no se mezcle con la imagen intermedia. De esta manera, se puede considerar que L6 tiene una longitud focal equivalente de 50 mm. Se toman las imágenes intermedias en este plano.

## 2.4 CODIFICADO DE FREENTE DE ONDA. DECONVOLUCIÓN

Para decodificar las imágenes intermedias experimentales, en primer lugar, se calcula teóricamente la *PSF* del sistema en el plano imagen para la lámina deseada. Para cada lámina de Jacobi-Fourier se evalúa la función de transferencia óptica (*OTF<sub>J</sub>*) mediante la Transformada Discreta de Fourier, TDF, y también se calcula el espectro de las imágenes intermedias o codificadas, *I<sub>cod</sub>*. Mediante un filtro de Wiener [Gonzales17] obtenemos la imagen decodificada en el dominio de la frecuencia (*I<sub>dec</sub>*), es decir,



$$I_{dec} = \frac{OTF_J^*}{|OTF_J|^2 + k} I_{cod} \quad (2.9)$$

Siendo  $k$  el parámetro de regularización, que se ajusta para garantizar un buen equilibrio entre la fidelidad de la imagen y la suavidad del resultado de la deconvolución. Para obtener las imágenes finales decodificadas,  $I_{dec}$ , utilizamos la Transformada Inversa Discreta de Fourier (IDTF) de  $I_{dec}$ . Las TDF e IDTF se calculan con funciones incorporadas de Matlab. El número óptimo de píxeles en el plano de la pupila y en el plano imagen que optimizan los cálculos numéricos está descrito en detalle en [Acosta2021].

## 2.5 SIMULACIÓN DE MAPAS DE FASE PARA TURBULENCIAS ATMOSFÉRICAS

El frente de onda de un objeto astronómico puede considerarse como una onda plana. A medida que se propaga y llega a la atmósfera, la onda es distorsionada por la mezcla mecánica de capas de aire con diferentes temperaturas y, por lo tanto, densidades. Dado que el índice de refracción del aire cambia con la densidad, las capas, en continuo movimiento crean lo que se conoce como turbulencias atmosféricas. Las variaciones acumulativas del índice de refracción retrasan una parte de la onda con respecto a otras. El efecto neto es que el frente de onda acumula aberraciones hasta su llegada al telescopio. Las turbulencias atmosféricas siguen la estadística de Kolmogorov [Kolmogorov85].

$$P(u) = 0.027r_0^{-5/3}u^{-11/3} \quad (2.10)$$

donde  $r_0$  es el parámetro de Fried que caracteriza el nivel de turbulencia y  $u$  representa la frecuencia espacial, donde un valor aleatorio entre 0, y  $P(u)$  es el espectro de potencias de la fase turbulenta generado a partir de valores aleatorios de  $u$ . En este trabajo nosotros utilizaremos para la generación de mapas de fase el método basado en la suma de polinomios de Zernike [Roggemann96].

Simularemos turbulencias con dos valores distintos de  $r_0$  de  $400 \mu\text{m}$  y  $900 \mu\text{m}$ , medidos a una longitud de onda de  $632 \text{ nm}$  (o equivalente, aproximadamente  $225\text{-}605 \mu\text{m}$  medidos a una longitud de onda de  $500 \text{ nm}$ ) para simular telescopios reales, y escalado para un tamaño de haz de prueba de  $5 \text{ mm}$  debido a las limitaciones de nuestra configuración experimental. La figura 2.9 muestra mapas de aberraciones de turbulencias tipo Kolmogorov en un área extensa para los dos radios de Fried. Simulamos la secuencia temporal de turbulencias atmosféricas eligiendo áreas diferentes en los mapas. El diámetro del círculo corresponde al diámetro de la pupila.

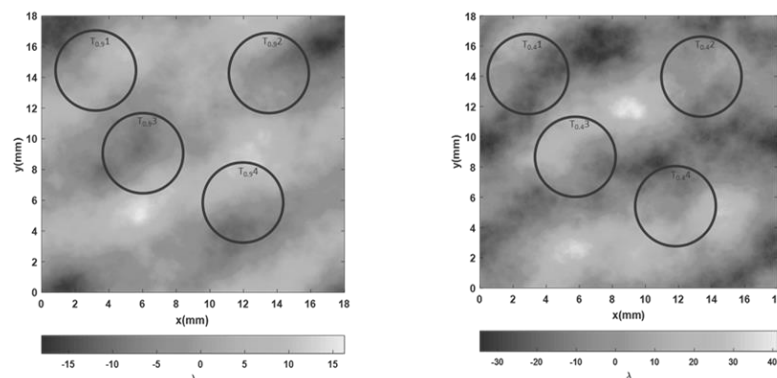


Figura 2.9: Mapas de aberraciones de turbulencias tipo Kolmogorov en un área extensa para los dos radios de Fried diferentes:  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$  (izquierda) y  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  (derecha) [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D07.]

En la Figura 2.9, se presentan los mapas de fase utilizados en el experimento.

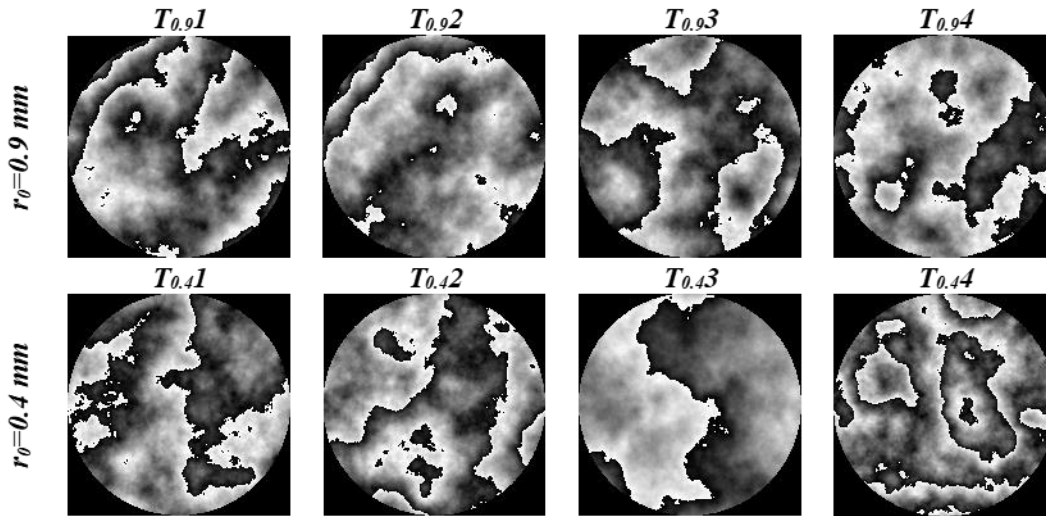


Figura 2.10: Mapas de aberraciones utilizados [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D07.]

## 2.6 SIMULACIÓN DE ABERRACIONES OCULARES

En el caso de las aberraciones oculares utilizamos una base de datos de aberraciones oculares proporcionados por J. Arines que contiene los coeficientes de Zernike correspondiente a 60 ojos simulados empleando la estadística de aberraciones oculares propuesta por Thibos et al. [Thibos02] y una secuencia temporal de un ojo tomada en el laboratorio de Óptica Visual de la Universidad de Santiago de Compostela en un lapso de 2 minutos en intervalos de 2 segundos.

Las fases se construyen como la suma de los polinomios de Zernike cuyos coeficientes son los proporcionados por el sensor, se digitaliza el mapa módulo de  $2\pi$  junto con la máscara de fase para incorporar al SLM.

En la Figura 2.11 mostramos la aberración ocular de 3 sujetos y en la Figura 2.12 una pequeña secuencia temporal.

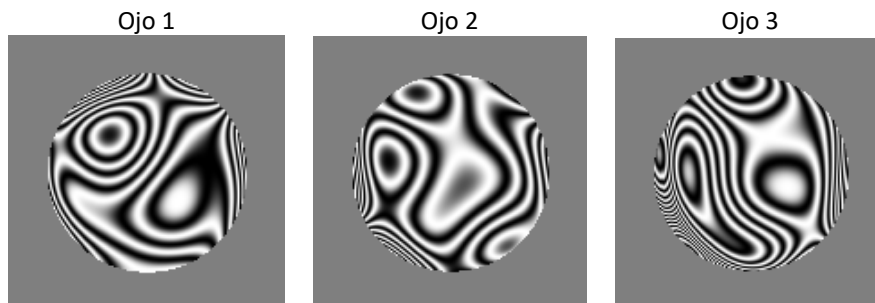


Figura 2.11: aberraciones de 3 ojos [autor]



Figura 2.12: aberración dinámica de un ojo en diferentes tiempos [autor]

### 3 DISCUSIÓN GENERAL

Como ya hemos indicado en los capítulos anteriores, el objetivo principal de este trabajo es comprobar el desempeño de sistemas ópticos basados en codificado de frente de onda para su aplicación en instrumentos afectados por aberraciones variables. Las aplicaciones inmediatas en las que hemos conseguido buenos resultados son:

- Para la observación astronómica en la que las turbulencias atmosféricas provocan aberraciones que varían con el tiempo.
- Para aquellos instrumentos donde las aberraciones oculares no permitan tomar imágenes de fondo de ojo de alta resolución.

También indicamos que el elemento óptico clave en un sistema basado en codificado de frente de onda es la lámina de fase. La primera lámina propuesta por Dowski et al. [Dowski95] tiene la siguiente forma,  $(x^3 + y^3)$ , y se conoce como lámina o fase cúbica. La dependencia en variables separadas en las coordenadas  $XY$  permitió a Dowski demostrar de forma analítica la invarianza de la PSF ante desenfoques en pupilas cuadradas. En base a esta lámina se han ido diseñado en el tiempo otras [Chen14, Zhao10], que no son más que un refinamiento de la cúbica, con el fin de mejorar la calidad de las imágenes decodificadas, pero todas ellas con la particularidad común de que la forma se presenta en variables cartesianas separadas y tienen  $PSF$  en forma de L. Uno de los principales inconvenientes de todas estas láminas es que para sistemas ópticos con pupilas circulares aparecen artefactos en forma de franjas paralelas orientadas de forma normal a la bisectriz de la  $PSF$  como se muestra en la figura 3.1 [Demenikov10, Scrymgeour15].

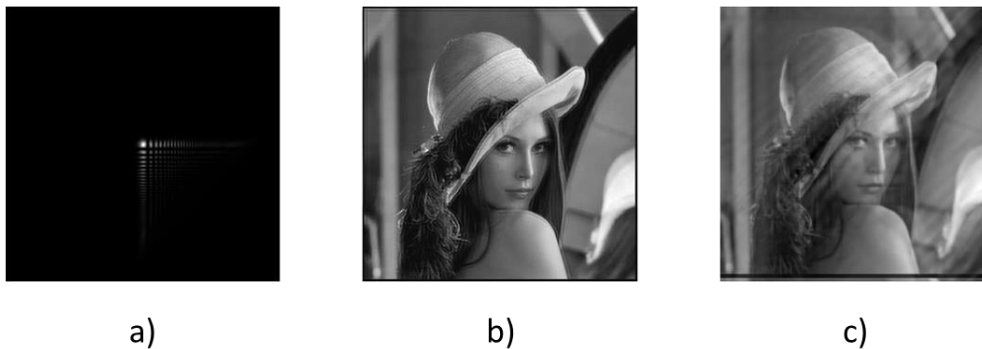


Figura 3.1: (a) PSF de fase cúbica, (b) Imagen decodificada con pupila cuadrada y (c) imagen decodificada con pupila circular. [autor]

La frecuencia y contraste de las franjas depende de la fuerza de la lámina. La propuesta de Prasad et al. [Prasad04] que busca y obtiene una solución cúbica con términos cruzados, que se corresponde con el polinomio de Zernike  $Z_3^3 = r^3 \cos(3\theta)$ , (o rotado), soluciona el problema de los artefactos y abre camino a otro tipo de láminas con la misma dependencia angular. Así, nuestro laboratorio en Santiago de Compostela junto con la Universidad de Tulancingo propone las láminas de Jacobi-Fourier [González17], que mantienen la dependencia angular, pero modifican la radial como se indicó en el capítulo 2. No todos los polinomios de Jacobi producen resultados adecuados para WFC y hemos demostrado que aquellos cuya dependencia radial es una potencia en  $r$  en incrementos de semienteros son los que producen los mejores resultados.

Alguna de las láminas que acabamos de indicar han demostrado su eficacia para desenfoques [Dowski95] y astigmatismo [Hua06] y también para coma y aberración esférica [Shi17]. Para aberraciones de alto orden Acosta et al. [Arines14] demostraron la eficacia del trébol para aberraciones oculares. En este trabajo estamos interesados en comprobar que con **una sola lámina** se pueden corregir aberraciones de bajo y alto orden que varían en tiempo e incluso dependiendo de condiciones del sistema formador de imagen como puede ser la óptica ocular distinta de los distintos sujetos. Para ello proponemos el uso de las máscaras de JF para tal fin, y la elección de la potencia del polinomio

dependerá de las propiedades de focalización del sistema, de las aberraciones, de la profundidad de foco que queramos conseguir, de los artefactos aceptables y del ruido de las imágenes intermedias. Dado el #F del sistema óptico, la elección de la fuerza de la fase,  $\alpha$ , y la potencia del polinomio,  $p$ , se deberá encontrar el mejor equilibrio entre estos factores para optimizar la imagen final de la aplicación concreta.

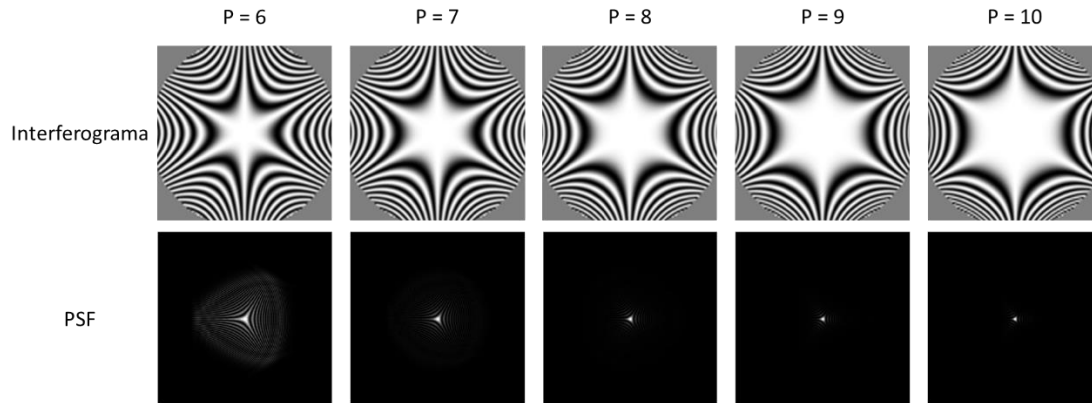


Figura 3.2: Fase producida por máscaras en forma de polinomios de Jacobi-Fourier (fila superior) y *PSF*'s correspondientes (fila inferior) [autor].

Las láminas de JF, JFPM, generan una fase que se añade al sistema en la pupila de salida, y que tiene la forma:

$$MJF(\alpha, p, r, \theta) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta) \quad (3.1)$$

donde  $p$  es un número entero. Para  $p = 7$  la fase coincide con la aberración de trébol,  $Z_3^{\pm 3}$ , exceptuando el factor de normalización. Dada la dependencia angular, la *PSF* tendrá forma de estrella de tres puntas y a medida que  $p$  aumenta la zona central de la lámina se hace más plana y la *PSF* más pequeña, a expensas de reducir la profundidad de foco, pero con más tolerancia al ruido.

Estos polinomios son los que usaremos en el objetivo de corregir aberraciones variables de sistemas ópticos. En la figura 2.7 mostramos una relación de aquellos que utilizaremos en este trabajo, las fases que producen y las respectivas *PSF*'s para un mismo valor de la fuerza. En la figura se puede observar que las fases con una zona central plana más extensa proporcionan *PSF*'s más estrechas. En general, valores de  $p$  menores que 7 producen muchos artefactos en el sistema y para valores mayores de 10 la invarianza de la *MTF* ante desenfoques se reduce considerablemente, aunque son más tolerantes ante ruido [González17].

En lo que sigue describiremos los resultados obtenidos que se recogen en las 3 publicaciones y los 3 proceedings derivados de nuestros resultados y que componen esta Tesis doctoral. Como ya indicamos en el capítulo 1, los tres artículos han sido publicados en revistas científicas indexadas en JCR, todas ellas dentro del segundo cuartil. Los tres proceedings han sido revisados por pares y están indexados en SCOPUS. Cada artículo lleva asociado un proceeding, que bien representa resultados preliminares o bien resultados complementarios, por eso los comentaremos en conjunto. Todas estas publicaciones se adjuntan al final de este capítulo. El orden de las publicaciones se corresponde prácticamente con el orden cronológico del desarrollo de la investigación de este trabajo.

Todos los trabajos son de carácter experimental y se han realizado con el mismo montaje descrito detalladamente en el capítulo 2 y cuya fotografía se muestra en la figura 2.7. En este capítulo mostramos un esquema del montaje para facilitar su lectura.

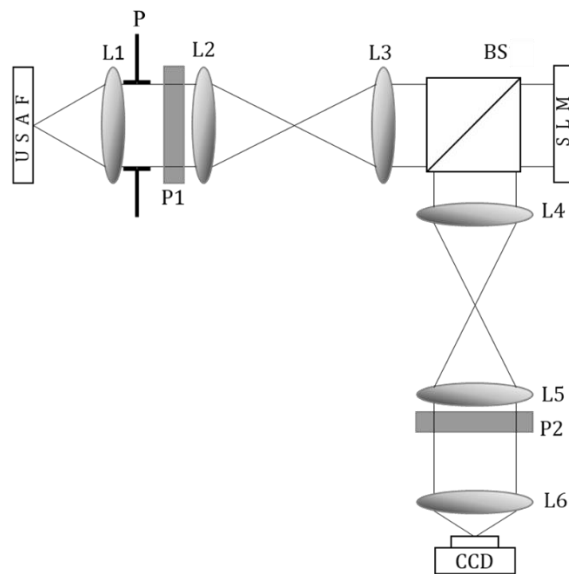


Figura 3.2: Esquema del montaje experimental [autor]

A continuación, describiremos todas las partes comunes a los tres trabajos.

### 3.1 LAS MÁSCARAS DE FASE

Como ya indicamos, utilizaremos las máscaras de Jacobi-Fourier, JFPM, listadas en la figura 2.7. En la figura 3.2 mostramos la fase que generan y las *PSF*'s correspondientes.

Se puede observar que cuanto más extensa es la zona central de la fase la *PSF* se hace más pequeña. Nhu et al. [Nhu15] demostraron, para máscaras denominadas “raíz cuadrada” que producen *PSF*'s en forma de L, que su buen desempeño, en comparación con la fase cúbica y otras derivadas de ésta, es la forma suave y aplanada que presentan en la zona central. Por tanto, la ventaja de utilizar los JFP es la posibilidad de tener un parámetro adicional en la forma de la fase que nos permita controlar la planitud y extensión de la zona central.

En la figura 3.4 mostramos las *MTF*'s en 3D correspondientes a una lámina cúbica y una tipo trébol así como la de JFPM obtenida con  $p=9$ . Se observa que la *MTF* de las láminas con dependencia angular  $\cos(3\theta)$  son más simétricas, en el sentido rotacional, que la de la fase cúbica. Es esta simetría la que reduce los artefactos en forma de franjas periódicas en las imágenes restauradas, independientemente de la forma de la pupila, y esto es aplicable a todos los valores de  $p$ .

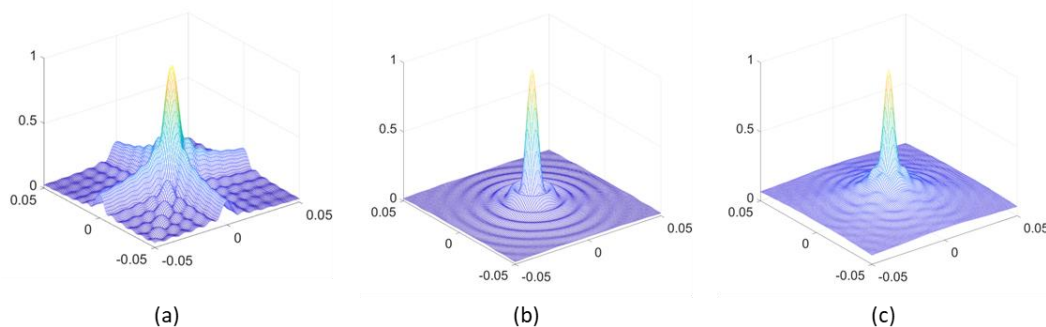
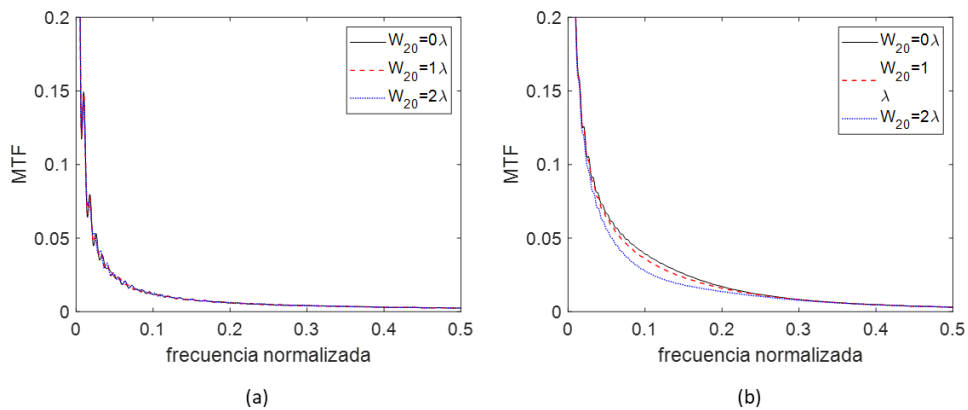


Figura 3.4: 3D MTF para (a) la fase cúbica, (b) Trébol,  $p = 7$  y (c)  $p = 9$  [autor]

La invarianza ante el desenfoque que se puede conseguir con estas láminas se muestra en la figura 3.5.

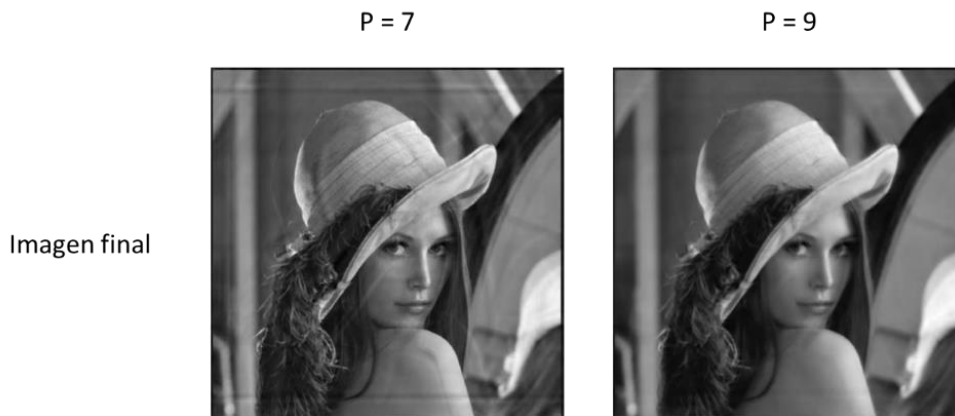


**Figura 3.5:** *MTF*'s de las fases Jacobi-Fourier para distintos valores de desenfoque (a)  $p = 7$  y (b)  $p = 9$  [autor]

Podemos deducir que para valores pequeños de  $p$  las *MTF*'s muestran más invarianza ante el desenfoque, lo que permitirá extender más la profundidad de foco. Sin embargo, su forma no es tan suave como para valores altos de  $p$ , ya que presentan pequeñas ondulaciones a lo largo de todo el rango de frecuencias. Esto se traduce en la presencia de otro tipo de artefactos en las imágenes decodificadas. Además, las *MTF*'s toman valores más grandes a medida que  $p$  aumenta lo que hace que estas fases sean más robustas a la hora de la decodificación ante la presencia de ruido en las imágenes intermedias [González17].

Los artefactos que generan estas máscaras (y también ocurre en las cúbicas o similares) son múltiples réplicas ligeramente desplazadas del objeto, más visibles en bordes con alto contraste. Como ya indicamos, esto está relacionado con las ondulaciones que presenta la *MTF*, que a su vez son debidas a oscilaciones bruscas de las *PTF*'s que hace que, en el proceso de codificación de imagen, aunque las *MTF* sean prácticamente invariantes, las distintas frecuencias espaciales no están totalmente en fase y esto se traduce en réplicas del objeto desplazadas del mismo, aunque con menos contraste. La demostración teórica en una dimensión para la fase cúbica se puede encontrar en la siguiente referencia [Demenikov10b].

La figura 3.6 muestra cómo los artefactos se minimizan para valores de  $p$  altos, aunque la ligera falta de invarianza de las *MTF*'s hace que la imagen se vea más suavizada.



**Figura 3.6:** Artefactos en imágenes desenfocadas restauradas con WFC con JFPM [autor]

### 3.2 EL PROCESO DE DECONVOLUCIÓN



El procesado de las imágenes intermedias requiere de un proceso de deconvolución tal como se indicó en el capítulo 2. La deconvolución se realiza con las *OTF*'s en foco generadas a partir de los

datos de la lámina y las propiedades focalizadoras del sistema (focal y apertura). En este trabajo emplearemos el filtro de Wiener para la deconvolución de la imagen.

$$I_{dec} = \frac{OTF_{J(\alpha,p)}^*}{|OTF_{J(\alpha,p)}|^2 + k} I_{cod} \quad (3.2)$$

donde  $I_{cod}$  es la transformada de Fourier de la imagen intermedia,  $I_{dec}$  es la transformada de Fourier de la imagen restaurada y  $OTF_{J(\alpha,p)}$  es la  $OTF$  en foco del sistema óptico para la máscara elegida. El parámetro de regularización,  $k$ , se escoge teniendo en cuenta la relación señal ruido de las imágenes intermedias. El procesamiento de imagen se realizó con el programa de cálculo Matlab utilizando las rutinas de Fast Fourier Transform,  $FFT$  [Voelz11].

Es importante destacar que la utilización de algoritmos de  $FFT$  tanto para la creación de la  $OTF$  como para el decodificado de la imagen requieren una selección adecuada del muestreo de la  $PSF$  y de relleno con ceros o “padding” de la imagen intermedia para evitar que artefactos tipo “aliasing” se sumen a los que pueda generar la lámina, así como para la optimización del tiempo de computación, que en caso de procesamiento a tiempo real es de vital importancia. Nosotros hemos utilizado los criterios de muestreo propuestos en Acosta et al. [Acosta21] que nos ha resultado efectiva en todas nuestras investigaciones relacionadas con WFC.

### 3.3 GENERACIÓN DE FASES CON MODULADORES ESPACIALES DE CRISTAL LÍQUIDO

Por último, dentro de esta introducción a las bases, tareas y problemática común al método utilizado en esta tesis cabe destacar los problemas que genera el modulador de cristal líquido a la hora de generar las fases JFPM en nuestros experimentos.

Los moduladores espaciales de cristal líquido (SLM por sus siglas en inglés, Spatial Light Modulator) controlan la fase de la luz en una matriz de píxeles, y se puede ajustar la fase (módulo  $2\pi$ ) en cada uno de ellos creando el patrón de la fase que queremos generar en un plano. Con el SLM nosotros generamos conjuntamente la aberración que deseamos corregir junto con la fase de WFC para producir la imagen intermedia. Debido a la naturaleza pixelada del SLM, éste actúa como una red de difracción y el orden cero u orden no difractado se corresponde con la propagación del frente sin verse afectado por la fase introducida en el modulador. De esta forma en el plano imagen posterior al SLM se formará tanto la imagen sin degradar como la imagen degradada por las fases introducidas. Para solucionar el problema de la superposición de las dos imágenes, nosotros hemos optado por añadir una fase cuadrática al modulador lo que hará que la focal efectiva de nuestro sistema pase de  $100\text{ mm}$  a  $50\text{ mm}$ . Y ambas imágenes estén separadas; de esta forma solo decodificaremos la imagen intermedia. Este proceder soluciona parcialmente el problema, pero proporciona una pequeña reducción de contraste debido al solapamiento de la imagen desenfocada del orden cero con la imagen degradada por las aberraciones.

En cualquier aplicación de la técnica de WFC el objetivo principal es obtener las mejores imágenes, con alta resolución y sin artefactos observables. El conocimiento *a priori* de las características del sistema óptico en el que queremos incorporar la lámina definen los parámetros del postprocesado. Una vez establecida la calidad de imagen esperada, se pueden realizar simulaciones numéricas que nos permitirán encontrar la triada  $(\alpha, p, k)$  que optimiza los resultados. Para ello, debemos establecer las tolerancias respecto a la profundidad de foco y/o rango de aberraciones que puede proporcionar el WFC, a la presencia de artefactos y al nivel de detalle deseado en la imagen. En nuestras simulaciones experimentales tenemos una restricción importante y es el valor pico valle de la JFPM que podemos introducir en nuestro sistema ya que, al generar conjuntamente la máscara, el desenfoque y/o las aberraciones con el SLM tenemos que limitarnos a valores bajos de  $\alpha$  dado el rango dinámico del modulador. Con valores más altos obtendríamos mejores resultados; por tanto, las contribuciones presentadas suponen una prueba de concepto y no los resultados óptimos que se pueden conseguir con esta técnica tanto para el caso de turbulencias atmosféricas como para aberraciones oculares.

Para el diseño de las láminas se puede usar como función de mérito una suma pesada de las dos métricas siguientes, que se pueden utilizar para establecer la calidad de imagen y escoger los parámetros de la lámina que proporcionen el balance deseado entre la similitud de las imágenes (artefactos incluidos) y el ruido para nuestros sistemas ópticos:

- la diferencia RMS entre la imagen decodificada ( $I_{n,m}^{WFC}$ ) y la imagen en foco  $I_{n,m}$

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{n,m} (I_{n,m}^{WFC} - I_{n,m})^2}{N^2}} \quad (3.3)$$

$n, m$  denotan el píxel y  $N$  el número total de píxeles

- la desviación estándar,  $\sigma$ , del valor medio de gris de algún detalle de la imagen decodificada cuando en la simulación se añade ruido.

A continuación, describiremos y discutiremos los resultados obtenidos en las publicaciones relacionadas con esta tesis.

#### **Artículo 1 + Proceeding 1:**

- González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). *Choice of Jacobi–Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number*. Japanese Journal of Applied Physics, 59(SO), SOOD04.
- Gonzalez-Amador, E., Olvera-Angeles, M., Arines, J., & Acosta, E. (2019, November). Influence of the f/# in wavefront coding with Jacobi Fourier phase masks. In 2019 24th Microoptics Conference (MOC) (pp. 230-231). IEEE.

Una vez establecido el punto de partida, que es desarrollar sistemas ópticos basados en WFC con láminas de Jacobi-Fourier, lo primero que hicimos fue analizar la dependencia en la elección del polinomio de Jacobi con el número F del sistema ( $f/\#$ ), para poder extender la profundidad de foco más allá de la proporcionada por la apertura del sistema óptico.

En el proceeding 1, mostramos la eficiencia del método WFC con JFPM mediante simulaciones numéricas para  $f/\#$ 's relativamente altos: entre  $f/2$  y  $f/4$  y para  $p = 7$  y  $p = 9$  ya que la idea fundamental de este trabajo es demostrar que valores de  $p > 7$  pueden mejorar el desempeño global de algunos sistemas en comparación con la lámina trébol,  $p = 7$ , y demostrar así la ventaja que supone incorporar un grado más de libertad en el diseño de la lámina. También demostramos que una misma lámina con  $\alpha = 50\lambda$  puede proporcionar buenos resultados para el rango de  $f/\#$  escogido. En el artículo 1 presentaremos los resultados experimentales en laboratorio.

Las simulaciones se realizaron para valores de  $f/\#$  de 2, 2.8 y 4 y un desenfoque de  $158 \mu m$ , para el que ninguno de los tres casos proporciona imágenes de calidad, tal como se observa en la figura 3.7

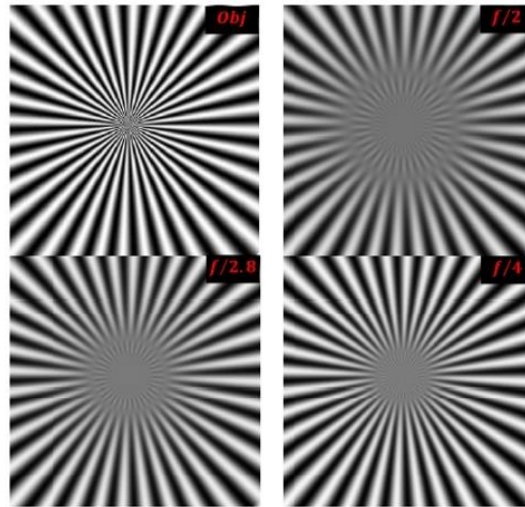


Figura 3.7: Imágenes desenfocadas para distintos  $f/\#$ . En la parte superior izquierda muestra el objeto - [González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D04].

El efecto del desenfoco es mayor a medida que  $f/\#$  disminuye, como era de esperar, e incluso se observa para los dos valores más bajos se produce la inversión de contraste para ciertas frecuencias espaciales. Las imágenes intermedias con el desenfoco fueron deconvolucionadas construyendo el filtro de restauración con la *OTF* del sistema en foco (incluyendo la lámina JFPM). Los resultados se muestran en la siguiente figura:

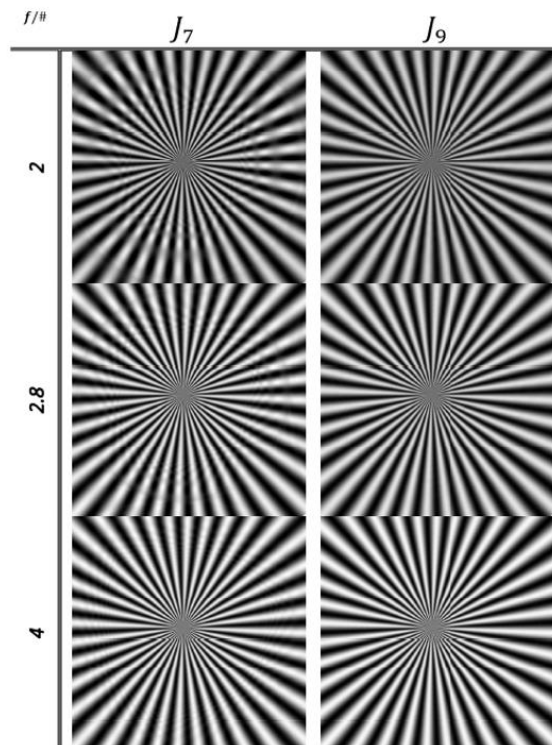


Figura 3.8: Imágenes restauradas para los distintos  $f/\#$ . [González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D04].

Se observa que la fase construida con  $p = 7$  proporciona un poco más de detalle para  $f/2$  pero hay más presencia de artefactos y en conjunto la imagen es peor. El caso  $p = 9$  proporciona imágenes con resolución aceptable en los tres casos. Aunque no se incluyeron en el proceeding también realizamos las simulaciones para  $p = 8$  y  $p = 10$ . Para el caso de  $p = 8$  se sigue encontrando artefactos para  $f/2$  y  $p = 10$  proporciona menos detalles en las imágenes.

Se concluye que, para una fuerza determinada, a medida que  $p$  crece los artefactos disminuyen e incluso desaparecen, pero la resolución decrece. El equilibrio depende de las exigencias que impongamos a la calidad de la imagen. En el caso estudiado en el trabajo,  $p = 9$ , vemos que proporciona una calidad de imagen aceptable en el rango de desenfoques entre  $[-158,158]$   $\mu\text{m}$  para los  $f/\#$  seleccionados, incrementando en todos ellos la profundidad de foco al rango escogido. Cabe mencionar que a medida que  $p$  aumenta la profundidad de foco se reduce.

En esta misma línea en el artículo 1 mostramos los resultados experimentales sobre la influencia del  $f/\#$  en la elección de la máscara. Para ello comparamos dos sistemas ópticos con la misma focal, 25 mm, uno con  $f/4$  y otro con  $f/8$ . Establecemos un mismo valor axial de desenfoque, 340  $\mu\text{m}$ , que evidentemente es mucho más fuerte para  $f/4$ . En la figura 3.9 mostramos las imágenes en foco y desenfocada para los dos  $f/\#$ .

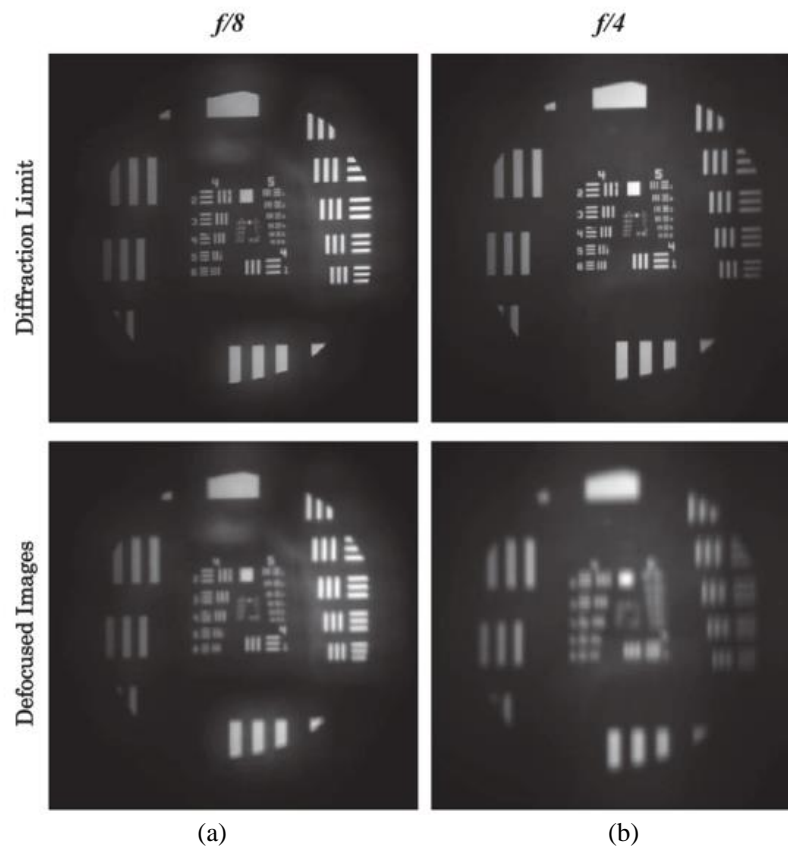


Figura 3.9: Imágenes en foco y desenfocadas para (a)  $f/8$  y (b)  $f/4$  [González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D04].

Se puede apreciar en todas ellas una imagen fantasma en la zona central de las imágenes. Corresponde a la imagen desenfocada del orden cero de difracción que genera el SLM que es más importante para  $f/8$  y que influirá en la imagen decodificada como explicaremos en lo que sigue.

En ausencia de ruido, valores de  $p$  bajos proporcionan más resolución a expensas de introducir artefactos y también más profundidad de foco. Valores de  $p$  altos suavizan los artefactos y la resolución de la imagen y proporcionan profundidades de foco más pequeñas. En nuestro experimento las imágenes

muestran el ruido de lectura de la cámara siendo cuatro veces más fuerte para  $f/8$ . Generamos dos valores de fuerza de fase con el modulador,  $7\lambda$  y  $15\lambda$ , siendo este último el valor máximo que podemos generar dado el rango dinámico del SLM. Las imágenes restauradas se muestran en las figuras 3.10 y figura 3.11 respectivamente

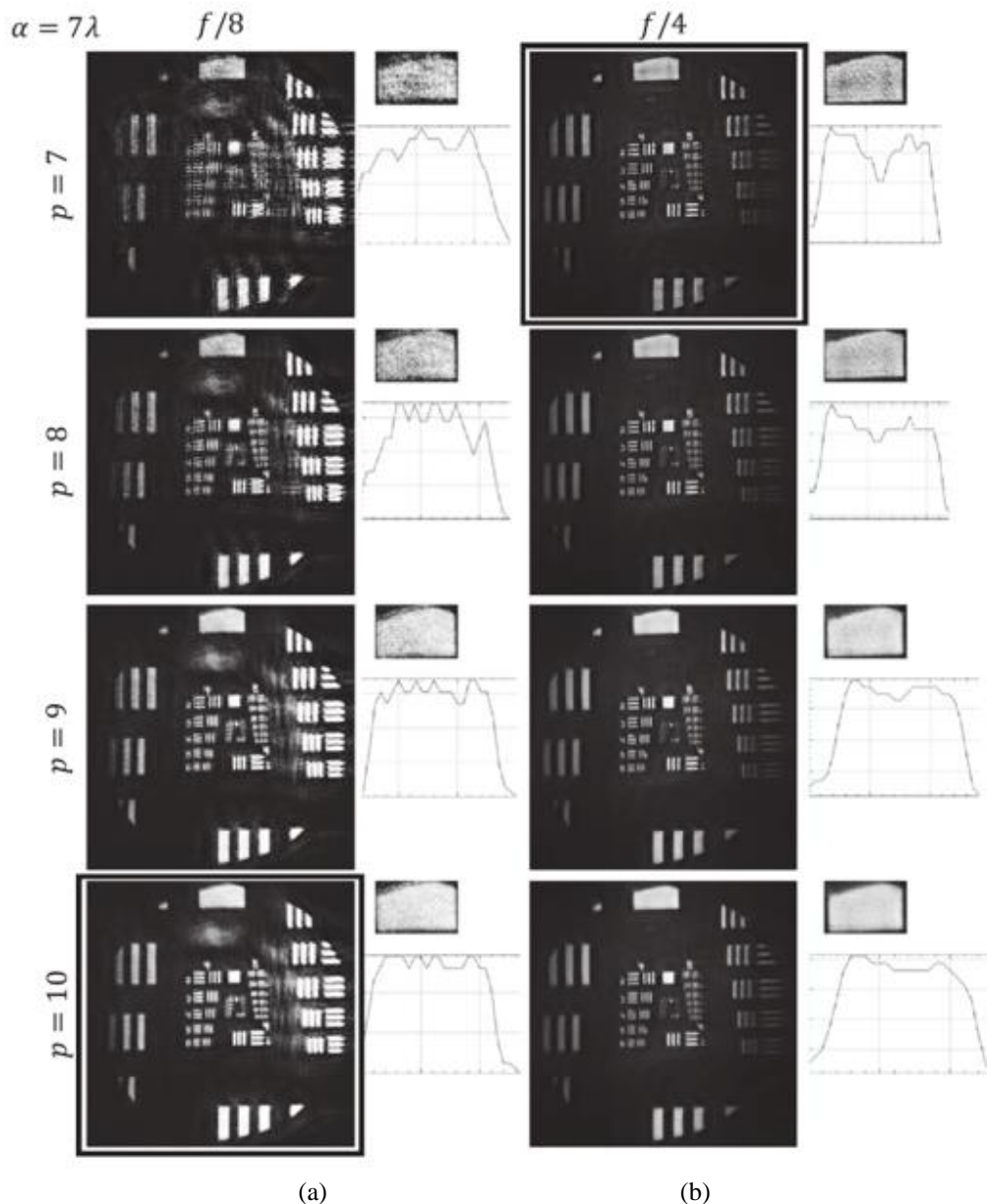
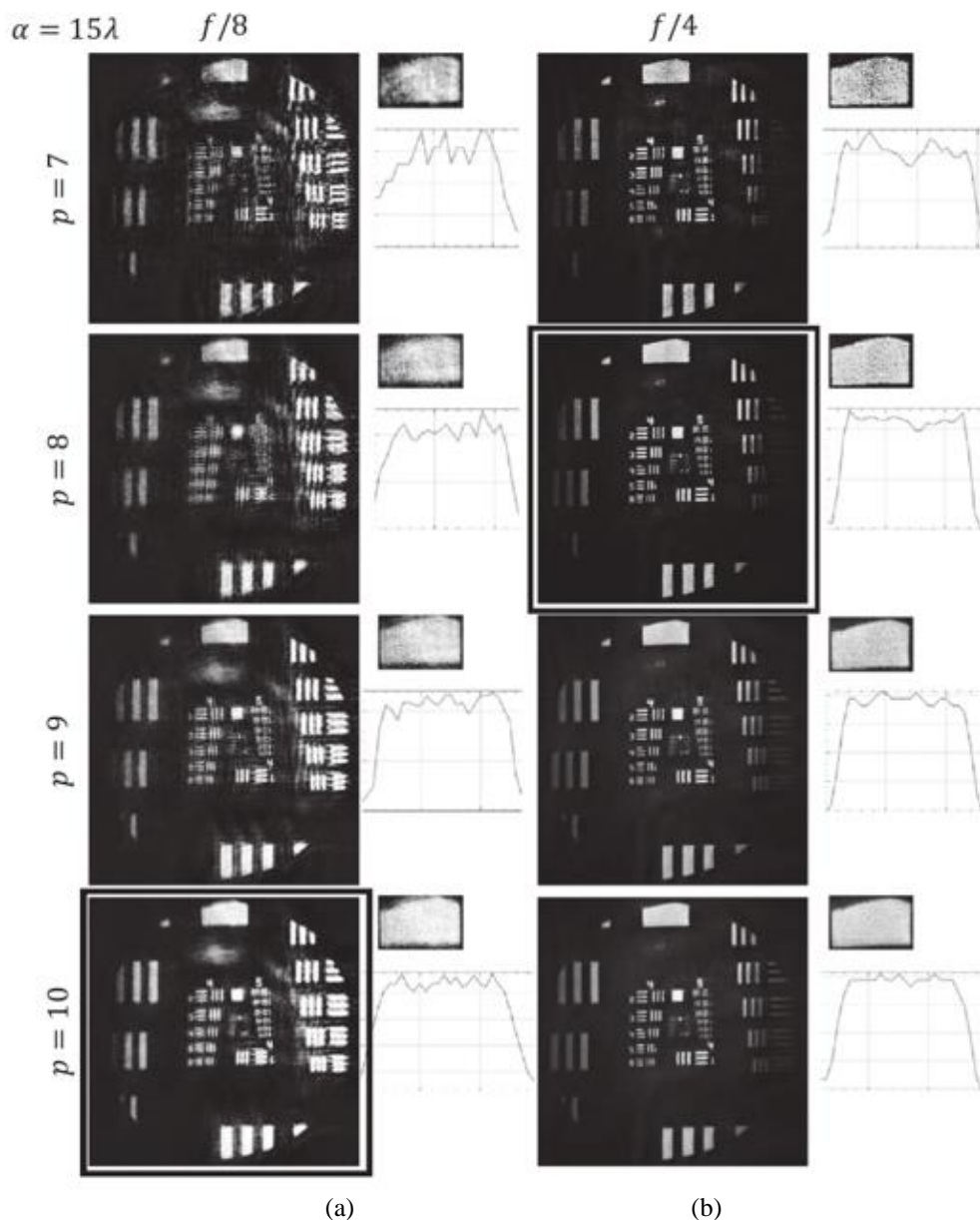


Figura 3.10: Imágenes decodificadas con una fuerza de  $7\lambda$  para las distintas JFPM. Para (a)  $f/8$  y (b)  $f/4$  [González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D04].



**Fig. 3.11:** Imágenes decodificadas con una fuerza de  $15\lambda$  para las distintas JFPM. Para (a)  $f/8$  y (b)  $f/4$  [González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Arines, J., Olvera-Angeles, M., & Acosta, E. (2020). Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D04].

Podemos observar en Fig. 3.11 y 3.12 como para  $f/8$  se amplifica mucho más el ruido que genera la imagen fantasma del orden cero del modulador para todo valor de  $p$  aunque disminuye a medida que  $p$  crece. Los valores grandes de  $p$  minimizan esta imagen fantasma y artefactos y suavizan mucho el ruido de las imágenes (mostrado a la derecha de estas y evaluado sobre una línea en el cuadrado superior del USAF), pero a su vez suavizan también los bordes, perdiendo por tanto resolución lateral.

Para  $f/8$  la fuerza  $\alpha = 7\lambda$  proporciona mejores resultados para todo valor de  $p$  siendo el caso  $p = 10$  el que visualmente proporciona la mejor imagen a nivel de detalle y ruido. Por otra parte, para  $f/4$   $\alpha = 7\lambda$  está al límite de la profundidad que proporciona para todo  $p$  y  $p = 7$  y  $p = 8$  presentan muchos artefactos mientras que  $p = 9$  y  $p = 10$  suavizan demasiado los bordes. En general  $\alpha = 15\lambda$  proporciona mejores resultados y dentro de este parámetro,  $p = 8$  proporciona el mejor balance, o la imagen que visualmente establecemos como mejor.



En general valores de fuerza y  $f/\#$  van con tendencias opuestas. Dentro de un  $f/\#$  dado el valor adecuado de  $p$  depende del ruido presente en la imagen intermedia y el equilibrio resolución-ruido en la imagen decodificada dependerá de las necesidades del uso del sistema. Valores de  $p$  altos siempre suavizan los detalles, pero son más inmunes al ruido.

**Artículo 2 + Proceeding 2:**

Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi–Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. *Japanese Journal of Applied Physics*, 59(SO), S00D07.

Olvera-Angeles, M., Gonzalez-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2019). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront coded optical systems for random or varying aberrations alleviation. In *MOC 2019 - 24th Microoptics Conference* (pp. 94-95). Article 8982760 (MOC 2019 - 24th Microoptics Conference).

Estos dos trabajos demuestran la capacidad de la técnica WFC para producir imágenes en sistemas ópticos cuyas aberraciones varían con el tiempo o también llamados sistemas dinámicos. Los más representativos se encuentran en la óptica astronómica [VanDam04] y en óptica oftálmica [Roorda02]. En el proceeding 2 desarrollamos simulaciones numéricas y con los resultados optimistas que nos proporcionaron procedimos a la comprobación experimental, recogiendo los resultados en el artículo 2.

Como ya indicamos en el capítulo 2, para mejorar la calidad de imagen degradada de un sistema óptico debido a aberraciones que varían en el tiempo se puede utilizar óptica adaptativa que compensa las aberraciones en tiempo real [VanDam04, Roorda02], o también se pueden utilizar técnicas de posprocesado como la deconvolución o deconvolución ciega [Arines11, Kundur96]. Para compensar las aberraciones mediante óptica adaptativa o mediante deconvolución se requiere información sobre dicha aberración. Para ello los sensores de frente de onda tipo Shack-Hartmann [Platt01] o de curvatura [Rodier88] miden respectivamente las pendientes o las curvaturas locales del frente de onda. A partir de estas medidas se puede estimar, para un intervalo de tiempo en el que la aberración no varíe apreciablemente, la aberración del frente de onda. Para compensar mediante deconvolución ciega se necesita conocimiento a priori de las estadísticas de la variación de las aberraciones [Kundur96] y algoritmos matemáticos precisos, de convergencia rápida que proporcionen en tiempo la mejor imagen.

El método que nosotros proponemos no necesita sensores de frente de onda para medir la aberración ni espejos deformables para compensarla ópticamente. El uso de WFC sólo requiere de una lámina de fase y un postprocesado con una *OTF* única, independiente del tiempo lo que agiliza mucho el proceso y da lugar a sistemas ópticos más robustos.

Las turbulencias atmosféricas son variaciones no homogéneas de la densidad del aire debidas a fluctuaciones de la temperatura y la presión dentro de la atmósfera terrestre. Dado que estas fluctuaciones afectan el índice de refracción del aire, los rayos de luz que atraviesan la atmósfera y llegan al telescopio no han recorrido el mismo camino óptico y por tanto las imágenes proporcionadas por los telescopios están degradadas debido a las aberraciones que induce la atmósfera [Tyson15].

Para simular la fase producida por turbulencias atmosféricas usamos el método basado en polinomios de Zernike [Roggemann96] que genera un espectro de potencias de las perturbaciones de fase corresponde aproximadamente a la ley de Kolmogórov [Kolmogorov85]:

$$P(v) = 0.27r_0^{-5/3}u^{-11/3} \tag{3.4}$$

Donde  $u$  representa la frecuencia espacial y  $r_0$  el radio de Fried [Fried65] que describe la calidad óptica de la atmósfera. Específicamente,  $r_0$  es una medida del tamaño de la región dentro de la cual las perturbaciones atmosféricas afectan de manera aproximadamente uniforme a un frente de onda.  $r_0$  varía



según las condiciones atmosféricas y la longitud de onda de la luz. Cuanto más pequeño es  $r_0$  peor es el "seeing".

La fase se genera mediante una suma de polinomios de Zernike donde los coeficientes,  $a_i$ , se calculan aleatoriamente una vez establecido el diámetro del telescopio,  $D$ , y el parámetro de Fried teniendo en cuenta que tienen media cero y desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\langle a_i \rangle^2} = \sqrt{N_i} * \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/6} \tag{3.5}$$

Así

$$W(x, y) = \sum a_i Z_i(x, y) \tag{3.6}$$

$N_i$  denota los coeficientes de Noll [Noll76] y los polinomios de Zernike están definidos en la Ec. 3.5. La figura 3.12 muestra el valor de los coeficientes de Noll en función de los coeficientes radiales y azimutales.

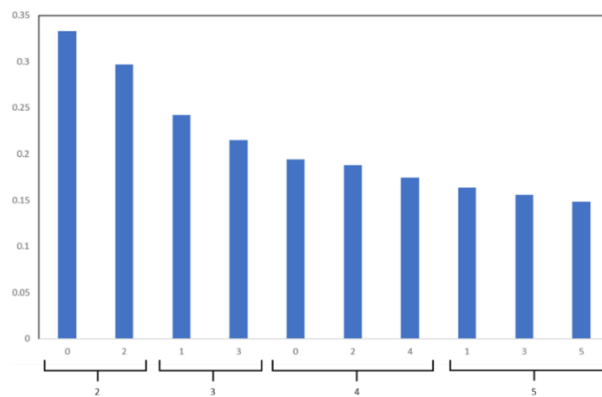


Figura 3.12: Coeficientes de Noll en radianes. Numeración inferior: Coeficiente radial. Numeración superior: Coeficiente azimutal [autor].

Para la simulación de la dinámica de las turbulencias extendimos la coordenada radial de los polinomios de Zernike para generar un mapa de aberraciones en los que podamos seleccionar 4 zonas que equivalen a una secuencia temporal de 4 tomas. Los mapas de fase para dos radios de Fried distintos,  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  y  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$  se muestran en la figura 3.13.

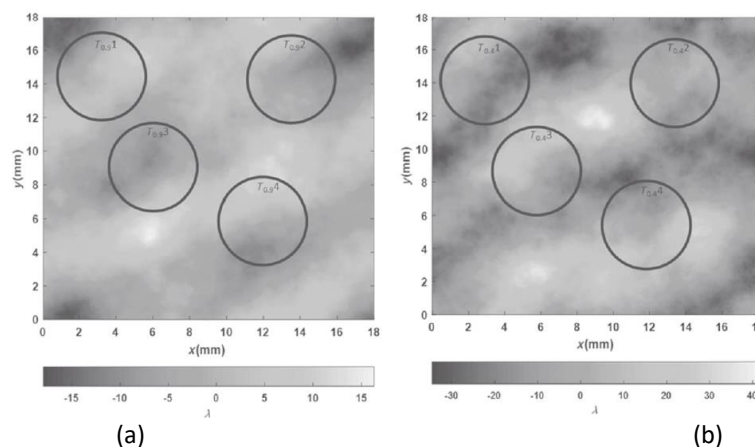


Figura 3.13: Mapas de fase para dos niveles de turbulencia (a)  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$  y (b)  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  y. Los círculos representan el radio del telescopio y la secuencia temporal. [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D07.].

Las unidades están en  $mm$  ya que en los experimentos utilizamos un diámetro de “telescopio” de  $5\text{ mm}$  y una longitud de onda de  $632\text{ nm}$ . Esta simulación a escala equivale a radio de Fried de  $225\text{ }\mu\text{m}$  y  $605\text{ }\mu\text{m}$  respectivamente y una longitud de onda de  $500\text{ nm}$  y para simular telescopios de diámetros entre  $8\text{ m}$  y  $10\text{ m}$ . La fuerza de las JFPM generadas por el simulador es de  $7\lambda$ . Los resultados experimentales de las imágenes con aberraciones para  $r_0 = 0.9\text{ mm}$  y  $r_0 = 0.4\text{ mm}$  se muestran en la figura 3.14.

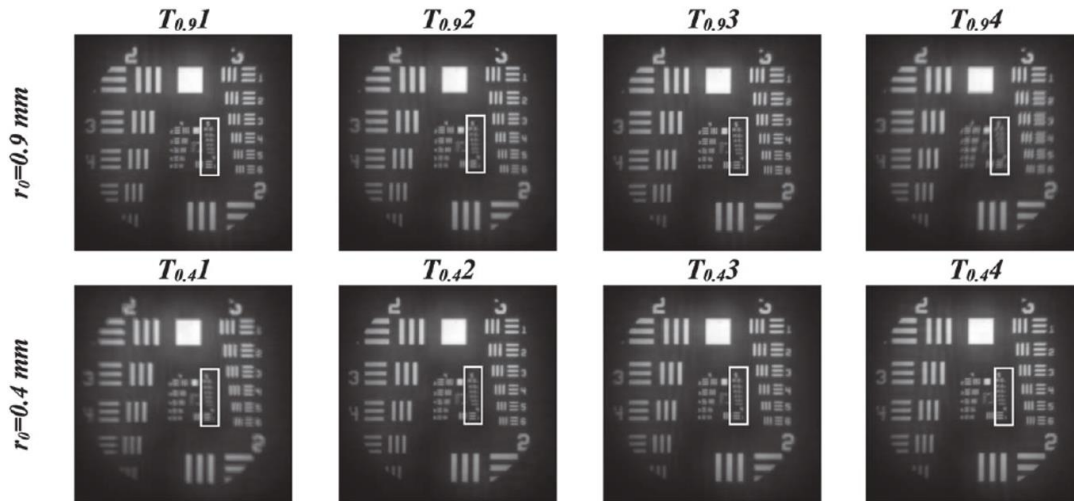


Figura 3.14: Secuencia temporal de imágenes distorsionadas por turbulencias atmosféricas para  $r_0 = 0.9\text{ mm}$  y  $r_0 = 0.4\text{ mm}$ . [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(SO), S00D07.].

En todas ellas se aprecia la degradación que supone la turbulencia. En el rectángulo dentro de las imágenes enmarcamos los detalles más pequeños que analizaremos más adelante. En las siguientes figuras (figura 3.15 y figura 3.16) mostramos las imágenes decodificadas para  $r_0 = 0.9\text{ mm}$  y  $r_0 = 0.4\text{ mm}$  respectivamente.

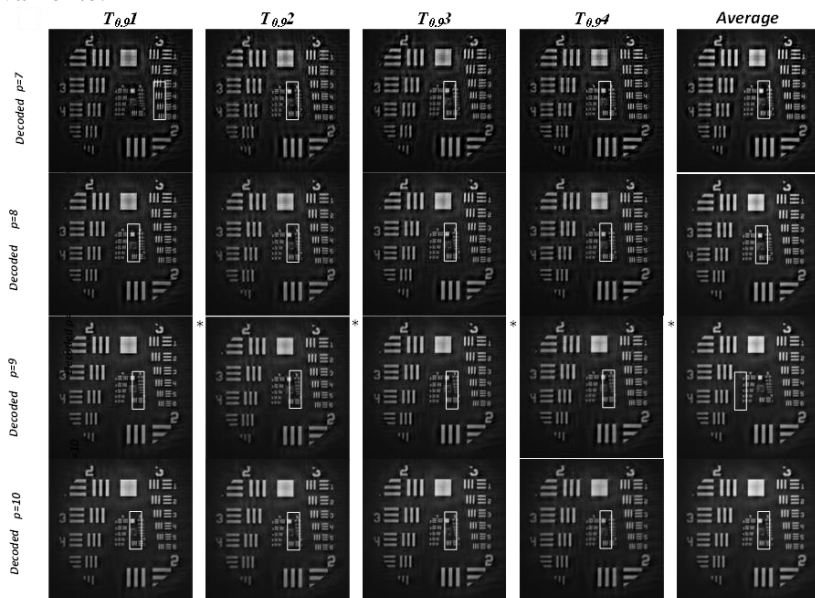
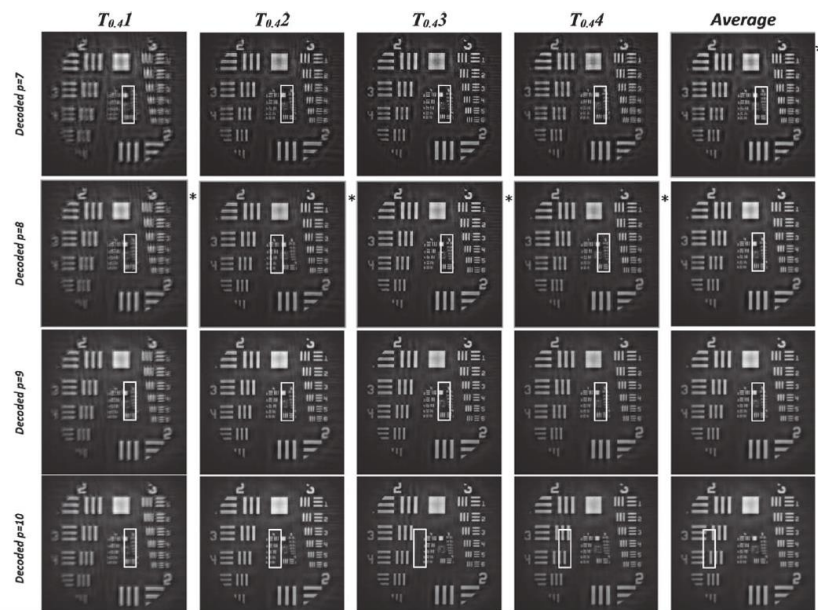


Figura 3.15: Secuencia temporal de imágenes decodificadas por los distintos JFPM para  $r_0 = 0.9\text{ mm}$  [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(SO), S00D07.].



**Figura 3.16: Secuencia temporal de imágenes decodificadas por los distintos JFPM para  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. Japanese Journal of Applied Physics, 59(S0), S00D07.]**

Se puede ver que, aunque todas las máscaras proporcionan muy buenos resultados para los dos niveles de turbulencias, algunas dan resultados ligeramente mejores (marcadas con un asterisco). En la figura 3.18 mostramos la recuperación de los detalles más pequeños del USAF, también con asterisco aquellas imágenes mejor recuperadas. Dada la rapidez del método, sería posible realizar medias temporales de imágenes en tiempo cuasi-real.

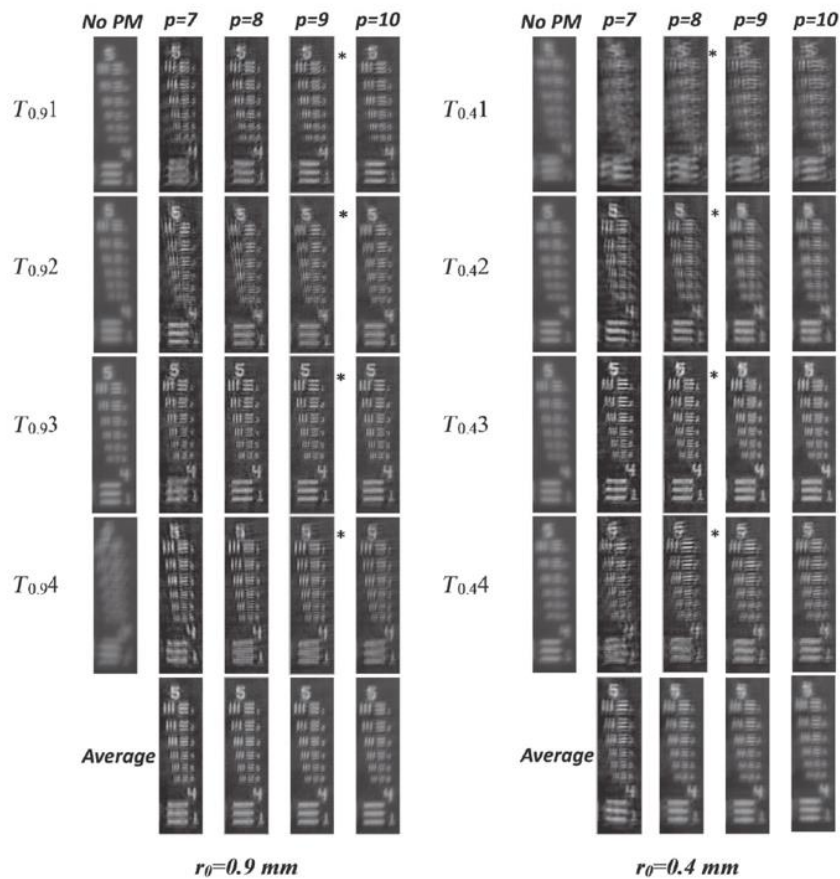


Figura 3.17: Detalles de las figuras 3.15 y 3.16 [Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Acosta, E. (2020). Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. *Japanese Journal of Applied Physics*, 59(S0), S00D07.].

De las figuras 3.15 a 3.17 podríamos decir que para  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$ , los valores de  $p = [8,9,10]$  recuperan en la mayor parte de la secuencia los detalles de las imágenes. En el caso en el que busquemos la imagen promedio de toda la secuencia, podríamos incluir también  $p = 7$ . Para  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$ , los JFPM construidos con  $p = 7$ ,  $p = 8$  y  $p = 9$  sería nuestra opción. Dado el valor bajo de la fuerza es difícil discriminar, pero en vista de las muchas simulaciones que hemos realizado dentro de los mapas de fase podríamos decir que  $p = 9$  para  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$  y  $p = 8$  para  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  sería nuestra elección. Claramente se podrían obtener mejores resultados si el modulador nos pudiese ofrecer un rango dinámico más grande y la imagen fantasma generada por el orden cero hubiera podido ser eliminada en su totalidad.

### Artículo 3 + Proceeding 3:

Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging. *Applied Optics*, 59(22), G234-G238.

Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Arines, J. (2021). Wavefront Coding with Jacobi-Fourier Phase Masks to Alleviate Random Aberrations. In: Singh, K., Gupta, A.K., Khare, S., Dixit, N., Pant, K. (eds) ICOL-2019. Springer Proceedings in Physics, vol 258. Springer, Singapore.

Las aberraciones oculares son debidas a imperfecciones de la óptica ocular (sin considerar opacidades) que afectan la forma en que la luz se enfoca en la retina, lo que provoca en general visión borrosa, distorsionada o la percepción de halos y destellos alrededor de luces. La forma irregular de la córnea o el cristalino, la desalineación de las superficies oculares, los cambios en el cristalino asociados a la edad, patologías diversas como queratoconos entre otros, contribuyen a la generación de aberraciones de bajo y alto orden que tienen impacto no sólo en la calidad de visión sino también en la capacidad de los aparatos de imagen de fondo de ojo de conseguir imágenes de retina de resolución adecuada a los detalles que se pretenden observar.

Las aberraciones de bajo orden, u orden 2, son las más comunes (miopía, hipermetropía y astigmatismo) y se corresponden con los defectos visuales que se corrigen fácilmente con gafas, lentes de contacto o cirugía refractiva. En aparatos de fondo de ojo se corrigen con óptica de enfoque y en algunos casos con correctores de astigmatismo.

Las aberraciones de alto orden  $n > 2$  en general no afectan dramáticamente a la calidad de visión salvo casos patológicos graves, como por ejemplo la presencia de queratoconos en la cornea induce valores altos de coma, entre otras aberraciones.

Son aberraciones más complejas que no pueden corregirse con métodos convencionales como gafas o lentes de contacto estándar. Cada individuo tiene su propio mapa de aberraciones que es como una huella digital y en el caso de querer observar detalles de retina esto supone un problema ya que la variación de un individuo a otro es totalmente aleatoria. La medida de las aberraciones oculares individuales puede realizarse con sensores de frente de onda [Berrio10, Marcos05] y una vez conocida la aberración compensarla con láminas de fase [Navarro00], deconvolución [Arines11] o con espejos deformables [Liang97]. La primera opción es lenta ya que supone un proceso de fabricación de láminas de fase ad hoc para cada individuo, la deconvolución puede proporcionar problemas en caso de que la *MTF* presente ceros y la óptica adaptativa es cara y delicada.

Para la observación de detalles muy pequeños de retina (coriocupulares, fotorreceptores) entran en juego lo que se conoce como aberraciones dinámicas del ojo, que son debidas a la acomodación del cristalino, cambios en el tamaño de la pupila, fluctuaciones en la película lagrimal, micromovimientos oculares que los ojos realizan de manera involuntaria (conocidos como microsacádicos), principalmente. Al igual que en la atmósfera, y para cada individuo, las aberraciones varían en el tiempo y las imágenes de alta resolución de retina son imposibles de realizar con la óptica convencional. Al igual que en astronomía y con una evolución paralela, la óptica adaptativa [Liang97] fue un buen candidato para resolver este problema, pero el coste de retinógrafos con óptica adaptativa son caros y no todos los laboratorios o centros médicos pueden permitírselo.

Es aquí donde nosotros proponemos la técnica de WFC para tomar imágenes de retina de alta resolución con la incorporación de una única lámina de fase que proporcione imágenes de calidad independiente del sujeto e independiente de la dinámica temporal de las aberraciones. Los resultados experimentales se obtuvieron generando las aberraciones oculares + JFPM con el SLM. Las aberraciones corresponden a las aberraciones de distintos sujetos medidas con un sensor Shack-Hartmann en el laboratorio de Óptica Visual de la Universidad de Santiago de Compostela.

Lo primero que quisimos demostrar vía simulaciones numéricas fue la capacidad del método para la observación de detalles de fondo de ojo de distintos sujetos con una sola lámina (resultados recogidos parcialmente en el proceeding 3). En la figura 3.18 se muestran las aberraciones de tres ojos distintos y la simulación de las imágenes retinianas que producirían, así como la pérdida de detalles que conllevan.

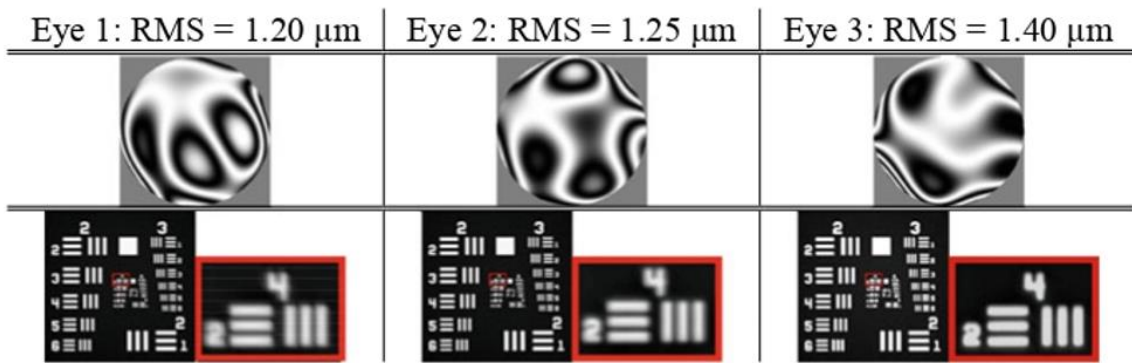


Figura 3.18: Aberraciones oculares (fila superior) y sus imágenes retinianas correspondientes (fila inferior) [Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks for retinal imaging. Applied Optics, 59(22), G234-G238.].

Simulamos y restauramos las imágenes degradadas para tres JFPM construidos con  $p = 7, 8$  y  $9$ , todas ellas con una fuerza de  $30\lambda$ . Para la ilustración de la invarianza ante aberraciones oculares de las  $PSF$ 's de los JFPM mostramos en la figura 3.19 las  $PSF$ 's correspondientes a cada ojo y las  $PSF$ 's correspondientes a las aberraciones junto con el JFPM con  $p=8$ .

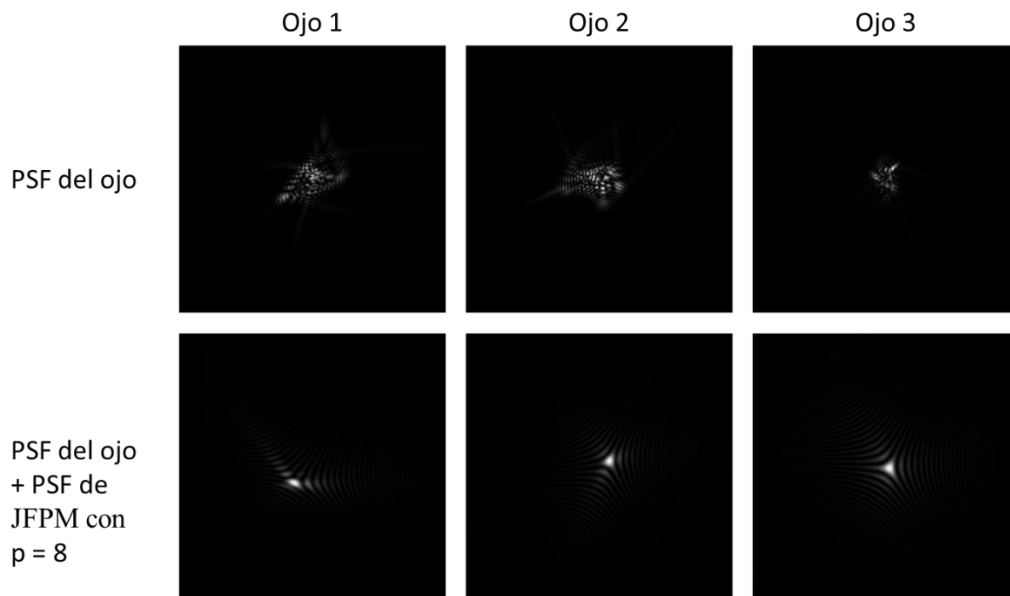


Figura 3.19:  $PSF$ 's de ojos con aberraciones (fila superior).  $PSF$ 's con fase J8 añadida [autor].

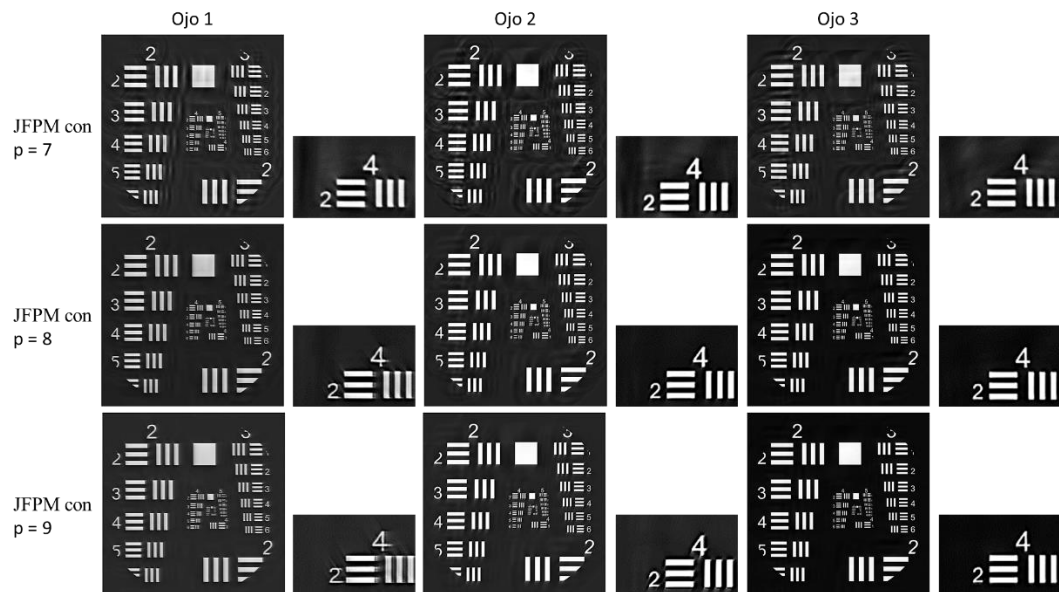


Figura 3.20: Imágenes restauradas para distintos JFPM [autor].

Las imágenes restauradas se muestran en la figura 3.20. La mejora en la calidad de imagen es apreciable para todas las máscaras, aunque la J8 es la que proporciona mejor equilibrio entre artefactos y resolución.

Superada la fase de simulación numérica se procedió a la evaluación experimental en laboratorio, no sólo para distintos ojos sino también para la evolución en tiempo de las aberraciones de un ojo. Los resultados de este estudio se presentaron en el artículo 3. El diámetro de la pupila que utilizamos en los experimentos fue de 5 mm. Debemos hacer constar que para todas las restauraciones utilizamos el mismo valor del parámetro de regularización, lo que es importante para futuras implementaciones del sistema a tiempo real.

De nuestra base de datos escogimos tres ojos diferentes a los utilizados en el proceeding para así reafirmar la validez del método. Las aberraciones se muestran en la figura 3.21 y las correspondientes imágenes retinianas en la figura 3.22.

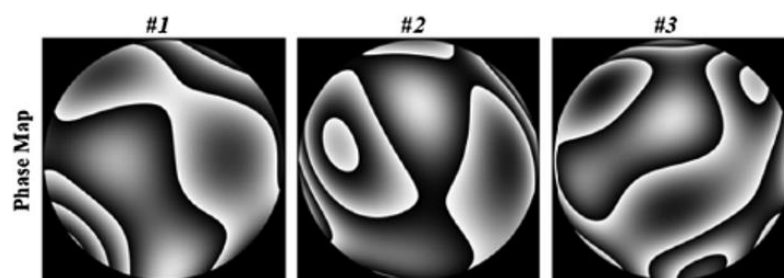


Figura 3.21: Mapa de aberraciones para 3 ojos distintos [autor].

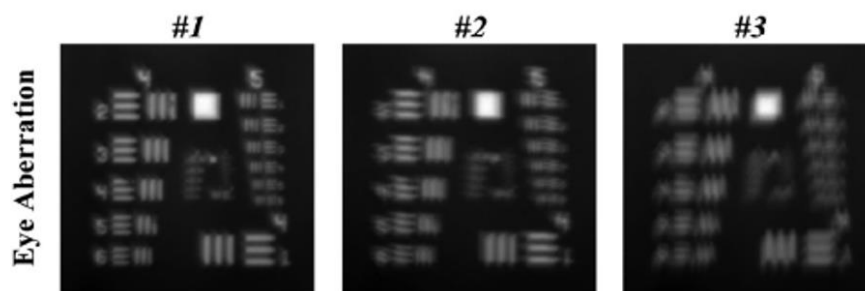


Figura 3.22: Imágenes retinianas [autor].

Observamos cómo los 3 ojos degradan la imagen, siendo el ojo #3 el que proporciona la peor calidad. En la figura 3.23 mostramos las imágenes restauradas. Todas las JFPM mejoran las imágenes considerablemente, permitiendo visualizar detalles que las aberraciones oculares degradaban. A la hora de la elección de la máscara nos inclinamos por J8 y J9 ya que J10 suaviza detalles y J7 induce artefactos que podrían confundir diagnósticos.

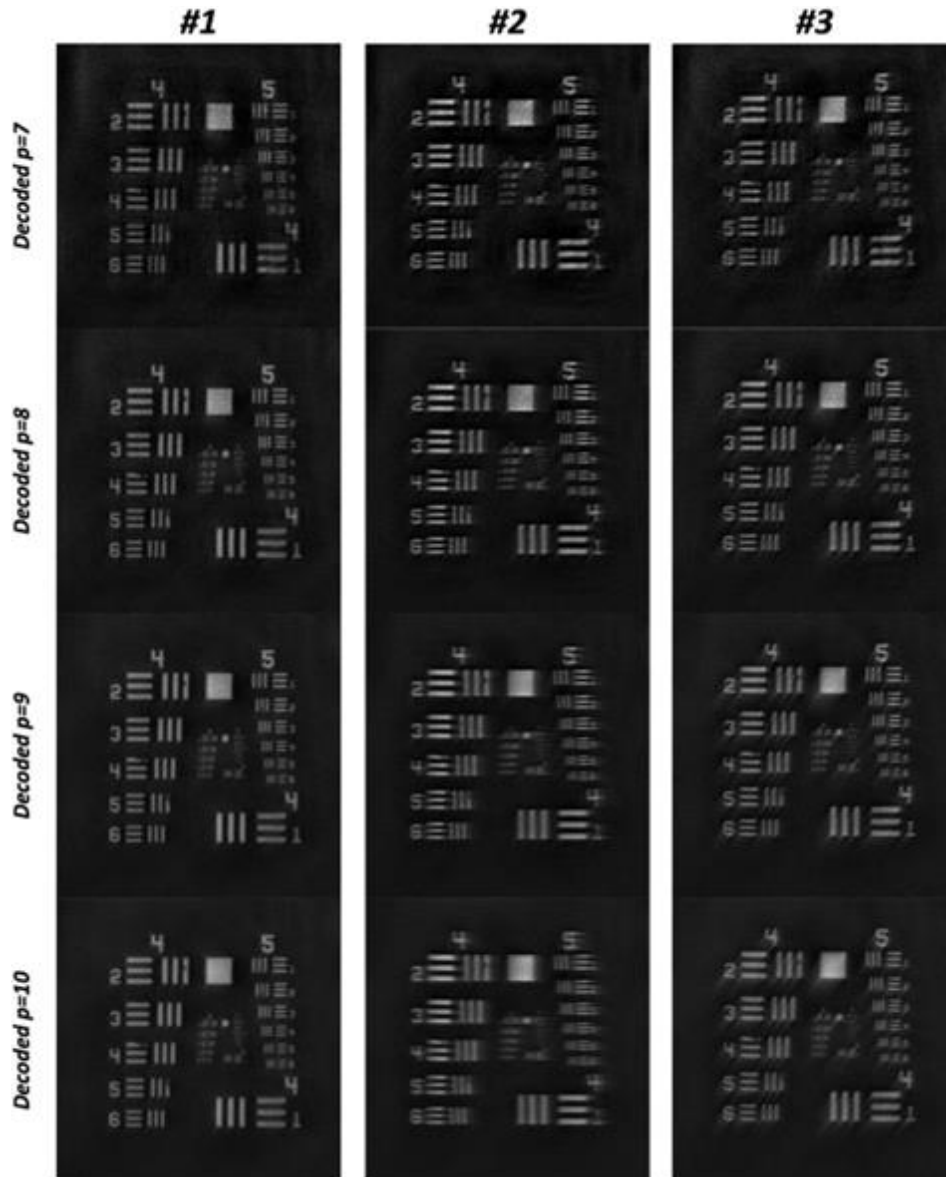


Figura 3.23: Imágenes decodificadas para aberraciones de 3 ojos con JPPM [Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks for retinal imaging. *Applied Optics*, 59(22), G234-G238.].

Este método permite utilizar una misma máscara para distintos ojos, el utilizar la máscara para la variación temporal de las aberraciones de un ojo. En la figura 3.24 mostramos la evolución temporal de la aberración de un ojo en intervalos de 25s y las imágenes retinianas correspondientes.

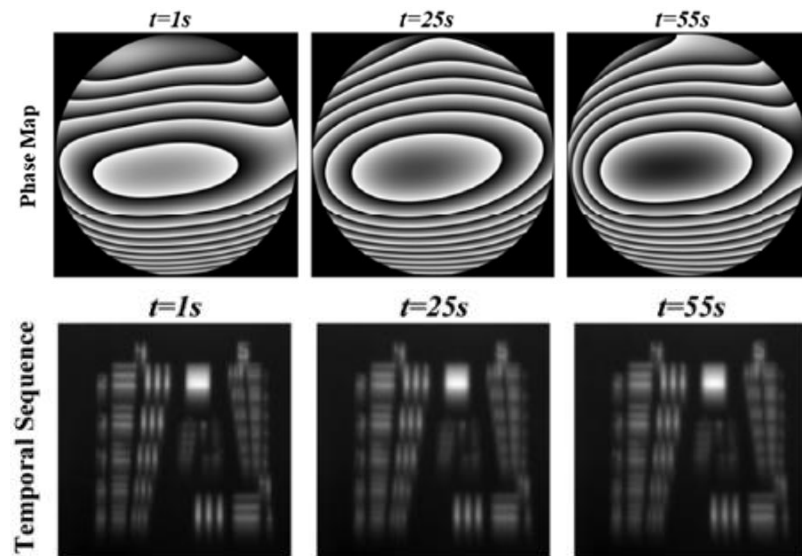


Figura 3.24: Secuencia de aberraciones oculares (fila superior) y correspondientes imágenes retinianas [Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks for retinal imaging. *Applied Optics*, 59(22), G234-G238.].

La recuperación de imágenes se muestra en la figura 3.25.

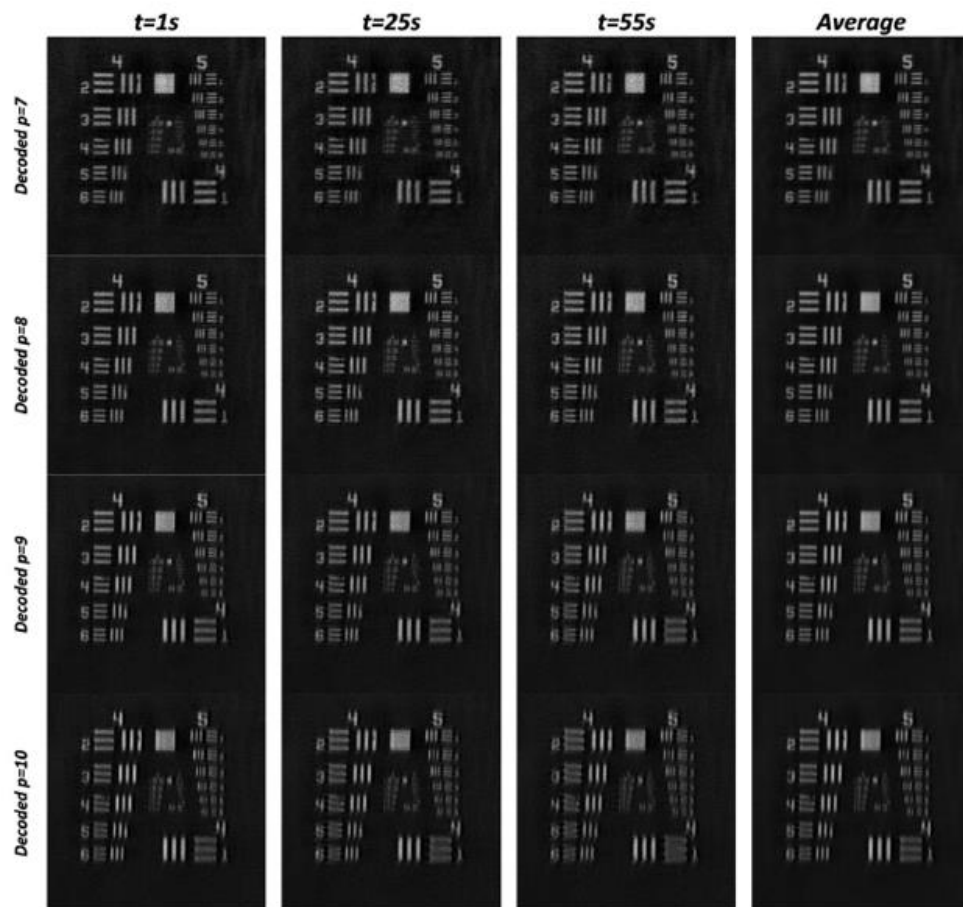


Figura 3.25: Imágenes restauradas con los JFPMs para la secuencia temporal de aberraciones oculares. [Acosta, E., Olvera-Angeles, M., González-Amador, E., Sasian, J., Schwiegerling, J., & Arines, J. (2020). Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks for retinal imaging. *Applied Optics*, 59(22), G234-G238.].



Al igual que para ojos individuales la mejor restauración se consigue con  $p = 8$  y  $p = 9$ . La calidad de las imágenes decodificadas aumenta ligeramente la calidad en todos los casos. Queremos hacer constar aquí que en este caso particular de aberración ocular dominan aberraciones de desenfoque y astigmatismo. Esto indica que el método puede compensar también a la vez aberraciones de orden bajo y alto. El desenfoque es fácilmente corregible en los aparatos de fondo de ojo, pero prácticamente ninguno de ellos incluye correctores de astigmatismo.

## 4 CONCLUSIONES

1.- La técnica de codificado de frentes de onda o wavefront coding permite restaurar imágenes degradadas por aberraciones de bajo y alto orden.

2.- Las máscaras de Jacobi-Fourier son una alternativa a las máscaras tipo cúbica, ya que evitan artefactos periódicos de las primeras y son menos sensibles al ruido.

3.- La elección de las máscaras de Jacobi-Fourier requiere de 3 parámetros de diseño, dos de ellos físicos, su forma y su fuerza, y uno de ellos computacional, el parámetro de regularización. Estos tres parámetros dependen de las características focalizadoras del sistema, las aberraciones y del nivel de ruido de las imágenes.

4.- Hemos demostrado que una misma máscara se puede utilizar para restaurar imágenes degradadas por aberraciones variables y su eficiencia mediante simulaciones teóricas y de banco óptico en la restauración de imágenes degradadas por la atmósfera y degradadas por aberraciones oculares.

5.- En el caso de turbulencias atmosféricas podremos buscar la máscara que optimiza los resultados entre los polinomios  $J_8$  y  $J_9$  de Jacobi Fourier, ajustando el valor de la fuerza y el parámetro de regularización al nivel de turbulencia, diámetro y  $f/\#$  del telescopio.

6.- En el caso de aberraciones oculares podremos buscar la máscara que optimiza los resultados entre los polinomios  $J_8$  y  $J_9$ , ajustando el valor de la fuerza y el parámetro de regularización al aumento y apertura de la cámara de fondo de ojo.

7.- En suma, los resultados de esta tesis son una prueba de concepto que confirma que un sistema de codificado de frente de ondas es un buen competidor de la óptica adaptativa más robusto, rápido y económico.

## 5 REFERENCIAS

- [Acosta05] Acosta, E., & Blendowske, R. (2005). Paraxial propagation of astigmatic wavefronts in optical systems by an augmented stepalong method for vergences. *Optometry and vision science*, 82(10), 923-932.
- [Acosta07] Acosta, E., & Blendowske, R. (2007). Paraxial optics of astigmatic systems: relations between the wavefront and the ray picture approaches. *Optometry and Vision Science*, 84(1), E72-E78.
- [Acosta21] Acosta, E., González-Amador, E., y Arines, J. (2021). Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding. *Asian J Phys*, 30, 1235-1241.
- [Arines11] Arines, J. (2011). Partially compensated deconvolution from wavefront sensing images of the eye fundus. *Optics Communications*, 284(6), 1548-1552.
- [Arines14] Arines, J., Hernandez, R. O., Sinzinger, S., Grewe, A., & Acosta, E. (2014). Wavefront-coding technique for inexpensive and robust retinal imaging. *Optics letters*, 39(13), 3986-3988.
- [Berrio10] Berrio, E., Taberero, J., & Artal, P. (2010). Optical aberrations and alignment of the eye with age. *Journal of vision*, 10(14), 34-34.
- [Bradburn97] Bradburn, S., Cathey, W. T., & Dowski, E. R. (1997). Realizations of focus invariance in optical–digital systems with wave-front coding. *Applied optics*, 36(35), 9157-9166.
- [Cathey98] Cathey W.T., Dowski E.R. (1998) Extended Depth of field optical systems, US7436595B2.
- [Carles10] Carles, G., Muyo, G., Bosch, S., & Jacoy, A. R. (2010). Use of a spatial light modulator as an adaptable phase mask for wavefront coding. *Journal of Modern Optics*, 57(10), 893-900
- [Chen14] Chen, S., & Fan, Z. (2014). Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems. *Optics letters*, 39(7), 2171-2174.
- [DaiGM09] Dai, G. M., Campbell, C. E., Chen, L., Zhao, H., & Chernyak, D. (2009). Wavefront propagation from one plane to another with the use of Zernike polynomials and Taylor monomials. *Applied optics*, 48(3), 477-488.
- [Demenikov10] Demenikov, M., Muyo, G., & Harvey, A. R. (2010). Experimental demonstration of continuously variable optical encoding in a hybrid imaging system. *Optics letters*, 35(12), 2100-2102.
- [Demenikov10b] Demenikov M. and Harvey A.R., (2010). Image artifacts in hybrid imaging systems with a cubic phase mask. *Opt. Express* 18, 8207-8212
- [Dowsky95] Dowski, E. R., & Cathey, W. T. (1995). Extended depth of field through wave-front coding. *Applied optics*, 34(11), 1859-1866.
- [Edmund00] Edmund Y. Lam and Joseph W. Goodman (2000). Iterative statistical approach to blind image deconvolution. *J. Opt. Soc. Am. A* 17, 1177-1184.

- [Fan15] Fan, Z., Minh, N. P., & Chen, S. (2015). Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems. *Optical Engineering*, 54(3), 035103.
- [Flatte93] Flatté, S. M., Wang, G. Y., & Martin, J. (1993). Irradiance variance of optical waves through atmospheric turbulence by numerical simulation and comparison with experiment. *JOSA A*, 10(11), 2363-2370.
- [Fried65] Fried, D. L. (1965). Statistics of a geometric representation of wavefront distortion. *JoSA*, 55(11), 1427-1435.
- [Gierlak13] Gierlak, M., Albrecht, S., Kauer, J., Leverenz, E., & Beckers, I. E. (2013, May). Wavefront coding using a spatial light modulator for extended depth of field microscopy. In *European Conference on Biomedical Optics* (p. 879803). Optical Society of America.
- [Goodman05] Goodman, J. W. (2005). *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company publishers.
- [González17] González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., & Zermeño-Loreto, O. (2017, August). Optimization of wavefront coding imaging system using heuristic algorithms. In *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XVIII* (Vol. 10375, pp. 204-210). SPIE.
- [Guthal94] Ma, S., Guthals, D., Hu, P., & Campbell, B. (1994). Atmospheric-turbulence compensation with self-referenced binary holographic interferometry. *JOSA A*, 11(1), 428-433.
- [Harding99] Harding, C. M., Johnston, R. A., & Lane, R. G. (1999). Fast simulation of a Kolmogorov phase screen. *Applied optics*, 38(11), 2161-2170.
- [Hecht12] Hecht, E. (2012). *Optics*. Pearson Education India. ISBN 9789332528468
- [Hua06] Hua Lei, Huajun Feng, Xiaoping Tao, and Zhihai Xu, (2006). Imaging characteristics of a wavefront coding system with off-axis aberrations, *Appl. Opt.* 45, 7255-7263
- [Huang13] Huang, Y., & Zhang, B. (2013). Turbulence distance for laser beams propagating through non-Kolmogorov turbulence. *JOSA A*, 30(11), 2339-2346.
- [Kolmogorov85] Kolmogorov, A. N. (1985). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* (Vol. 30, pp. 301-305).
- [Kundur96] Kundur, D., & Hatzinakos, D. (1996). Blind image deconvolution. *IEEE signal processing magazine*, 13(3), 43-64.
- [LeeJ17] Lee, J. H., Shin, S., Park, G. N., Rhee, H. G., & Yang, H. S. (2017). Atmospheric turbulence simulator for adaptive optics evaluation on an optical test bench. *Current Optics and Photonics*, 1(2), 107-112.
- [Lian97] Liang, J., Williams, D. R., & Miller, D. T. (1997). Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics. *JOSA A*, 14(11), 2884-2892.
- [Mahajan91] Mahajan, V. N. (1991). *Aberration theory made simple* (Vol. 6). SPIE Press.
- [Malacara17] Malacara, D. (2017). Wave optics. In *Handbook of Visual Optics, Volume One* (pp. 51-86). CRC Press.

- [Marcos05] Marcos, S., Barbero, S., & Jiménez-Alfaro, I. (2005). Optical quality and depth-of-field of eyes implanted with spherical and aspheric intraocular lenses. *Journal of Refractive Surgery*, 21(3), 223-235.
- [Muyo09] Muyo, G., Singh, A., Andersson, M., Huckridge, D., Wood, A., & Harvey, A. R. (2009). Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens. *Optics express*, 17(23), 21118-21123.
- [Navarro00] Navarro, R., Moreno-Barriuso, E., Bará, S., & Mancebo, T. (2000). Phase plates for wave-aberration compensation in the human eye. *Optics letters*, 25(4), 236-238.
- [Noll76] Noll, R. J. (1976). Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *JOSA*, 66(3), 207-211.
- [Pan08] Pan, C., Chen, J., Zhang, R., & Zhuang, S. (2008). Extension ratio of depth of field by wavefront coding method. *Optics express*, 16(17), 13364-13371.
- [Platt01] Platt, B. C., & Shack, R. (2001). History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing. *Journal of refractive surgery*, 17(5), S573-S577. Thomas, S. (2004, October). A simple turbulence simulator for adaptive optics. In *Advancements in Adaptive Optics* (Vol. 5490, pp. 766-773). SPIE.
- [Pottmann08] Pottmann, H., Schiftner, A., Bo, P., Schmiedhofer, H., Wang, W., Baldassini, N., & Wallner, J. (2008). Freeform surfaces from single curved panels. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 27(3), 1-10.
- [Prasad04] Prasad, S., Torgersen, T. C., Pauca, V. P., Plemmons, R. J., & van der Gracht, J. (2004). High-resolution imaging using integrated optical systems. *International journal of imaging systems and technology*, 14(2), 67-74.
- [RCGonzalez08] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing* (Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008) 3rd ed.
- [Riaz22] Riaz, K. M. (2022). Spherocylindrical Lenses. In *Optics for the New Millennium: An Absolute Review Textbook* (pp. 119-152). Cham: Springer International Publishing.
- [Rodier88] Rodier, F. (1988). Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics. *Applied Optics*, 27(7), 1223-1225.
- [Rodier90] Rodier, N. A. (1990). Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials. *Optical Engineering*, 29(10), 1174-1181.
- [Roggemann96] Roggemann, M.C., & Welsh, B.M. (1996). *Imaging Through Turbulence* (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9780203751282>
- [Roorda02] Roorda, A., Romero-Borja, F., Donnelly III, W. J., Queener, H., Hebert, T. J., & Campbell, M. C. (2002). Adaptive optics scanning laser ophthalmoscopy. *Optics express*, 10(9), 405-412.
- [Samokhin09] Samokhin, A. B., Simonov, A. N., & Rombach, M. C. (2009). Optical system invariant to second-order aberrations. *JOSA A*, 26(4), 977-984.
- [Scrymgeour15] Scrymgeour, D., Boye, R., & Adelsberger, K. (2015). *Advanced Imaging Optics Utilizing Wavefront Coding* (No. SAND2015-4431). Sandia National Lab.(SNL-NM), Albuquerque, NM (United States)

- [Shi17] Shi, Y., Chen, S., Fan, Z., & Zhang, W. (2017). Performance analysis of wavefront coding system with spherical aberration by using ray aberration approach. *Optik*, 130, 1266-1271.
- [Takahashi08] Takahashi, Y., & Komatsu, S. (2008). Optimized free-form phase mask for extension of depth of field in wavefront-coded imaging. *Optics letters*, 33(13), 1515-1517.
- [Thibos02] Thibos, L. N., Hong, X., Bradley, A. and Cheng, X. (2002) Statistical variation of aberration structure and image quality in a normal population of healthy eyes. *J. Opt. Soc. Am. A* 19, 2329–2348.
- [Tsukasaki16] Tsukasaki, T., & Komatsu, S. (2016). Improved extension of depth-of-field performance by apodized wavefront coding. *Japanese Journal of Applied Physics*, 55(8S3), 08RD03.
- [Tyson15] Tyson, R.K. (2015). *Principles of Adaptive Optics* (4th ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b19712>
- [VanD04] Van Dam, M. A., Le Mignant, D., & Macintosh, B. A. (2004). Performance of the Keck Observatory adaptive-optics system. *Applied Optics*, 43(29), 5458-5467.
- [Voelz11] Voelz, D. G. (2011). *Computational fourier optics: a MATLAB tutorial*. (No Title), 51.
- [VonF34] von F, Z. (1934). Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode. *physica*, 1(7-12), 689-704.
- [Wach98] Wach, H. B., Dowski, E. R., & Cathey, W. T. (1998). Control of chromatic focal shift through wave-front coding. *Applied Optics*, 37(23), 5359-5367.
- [Williams88] Williams, D. R. (1988). Topography of the foveal cone mosaic in the living human eye. *Vision Research*, 28(3), 433-454.
- [Wyant92] Wyant, J. C., & Creath, K. (1992). Basic wavefront aberration theory for optical metrology. *Applied optics and optical engineering*, 11(part 2), 28-39.
- [Zhao10] Zhao, H., & Li, Y. (2010). Optimized logarithmic phase masks used to generate defocus invariant modulation transfer function for wavefront coding system. *Optics letters*, 35(15), 2630-2632.
- [Zhao13] Zhao, T., Mauger, T., & Li, G. (2013). Optimization of wavefront-coded infinity-corrected microscope systems with extended depth of field. *Biomedical optics express*, 4(8), 1464-1471. WFC
- [Zhou16] Zhou, L., Liu, Z., She, W., & Shan, Q. (2016). Inverse sinusoidal phase mask to extend the depth of field of incoherent imaging systems. *Optik*, 127(20), 9105-9110.

## 6 CONTENIDO PUBLICADO

Se detallan los artículos que conforman el trabajo de tesis

### 6.1 CONTENIDO PUBLICADO EN REVISTAS DE ALTO IMPACTO

---

#### ARTICULO 1:

---

**Título de la publicación:** Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad politécnica de Tulancingo
Padilla Vivanco Alfonso	Universidad politécnica de Tulancingo
Arines Justo	Universidad de Santiago de Compostela

**Nombre de la revista:** Japanese Journal of Applied Physics

**Volumen:** 59

**Numero de artículo:** 105880

**Año:** 2020

**Editorial:** Board

**ISSN:** 00214922

**DOI:** [10.35848/1347-4065/ab9652](https://doi.org/10.35848/1347-4065/ab9652)

---

#### INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):

---

**SCImago Journal Rank (2020):** 1.1

**CiteScore (2020):** 3.0

**Posición de la revista (2020):** 108/243

**Cuartil:** Q2

**Numero de citas:** 0 (según SCOPUS)

#### Autorización de la revista

La revista Japanese Journal of Applied Physics, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://publishingsupport.iopscience.iop.org/accepted-manuscripts/>



---

**ARTICULO 2:**


---

**Título de la publicación:** Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Sasian Jose M	University of Arizona
Schwiegerling James T	University of Arizona

**Nombre de la revista:** Japanese Journal of Applied Physics

**Volumen:** 59

**Numero de articulo:** 105879

**Año:** 2020

**Editorial:** Board

**ISSN:** 00214922

**DOI:** [10.35848/1347-4065/ab9997](https://doi.org/10.35848/1347-4065/ab9997)

---

**INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):**


---

**SCImago Journal Rank (2020):** 1.1

**CiteScore (2020):** 3.0

**Posición de la revista (2020):** 108/243

**Cuartil:** Q2

**Numero de citas:** 1 (según SCOPUS)

**Autorizacion de la revista**

La revista Japanese Journal of Applied Physics, permite la reutilización del articulo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://publishingsupport.iopscience.iop.org/accepted-manuscripts/>

---

## ARTICULO 3:

---

**Título de la publicación:** Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Sasian Jose M	University of Arizona
Schwiegerling James T	University of Arizona

**Nombre de la revista:** Applied Optics

**Volumen:** 59

**Numero de artículo:** G234-G238

**Año:** 2020

**ISSN:** 1559128X

**DOI:** [10.1364/AO.391941](https://doi.org/10.1364/AO.391941)

---

## INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):

---

**SCImago Journal Rank (2020):** 0.66

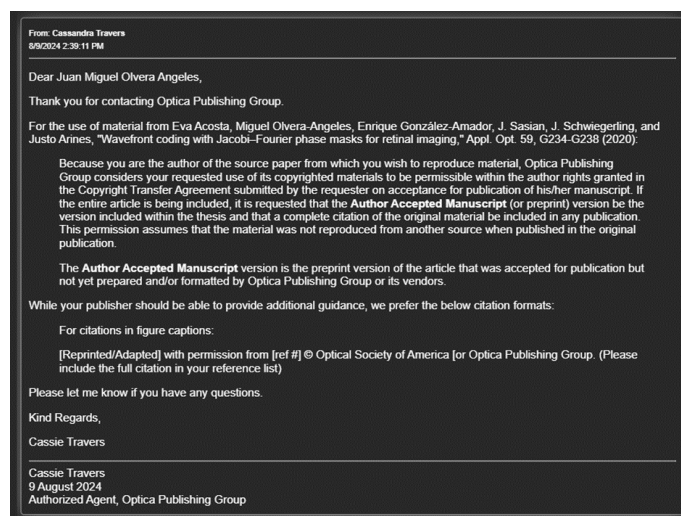
**CiteScore (2020):** 3.7

**Posición de la revista (2020):** 70/204

**Cuartil:** Q2

**Numero de citas:** 3 (según SCOPUS)

**Autorizacion de la revista**



## 6.2 PROCEEDING

---

**Proceeding 1**


---

**Título de la publicación:** Influence of the  $f/$  in wavefront coding with Jacobi Fourier phase masks

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Arines Justo	Universidad de Santiago de Compostela

**Nombre de la revista:** 24th Microoptics Conference

**Volumen:** 59

**Numero de artículo:** SOOD07

**Año:** 2020

**Editorial:** Board

**ISBN:** 978-486348712-3

**DOI:** [10.23919/MOC46630.2019.8982880](https://doi.org/10.23919/MOC46630.2019.8982880)

---

**INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):**


---

**Numero de citas:** 1 (según SCOPUS)

**Research Impact Score:** 0.30

**Autorizacion de la revista**

Microoptics Conference, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://publishingsupport.iopscience.iop.org/accepted-manuscripts/>

---

## Proceeding 2

---

**Título de la publicación:** Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront coded optical systems for random or varying aberrations alleviation

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Sasian Jose M	University of Arizona
Schwiegerling James T	University of Arizona
Arines Justo	Universidad de Santiago de Compostela

**Nombre de la revista:** 24th Microoptics Conference

**Volumen:** 59

**Numero de artículo:** SOOD07

**Año:** 2020

**Editorial:** Board

**ISBN:** 978-486348712-3

**DOI:** [10.23919/MOC46630.2019.8982760](https://doi.org/10.23919/MOC46630.2019.8982760)

---

### INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):

---

**Numero de citas:** 1 (según SCOPUS)

**Research Impact Score:** 0.30

**Autorizacion de la revista**

Microoptics Conference, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://publishingsupport.iopscience.iop.org/accepted-manuscripts/>

---

## Proceeding 3

---

**Título de la publicación:** Wavefront Coding with Jacobi-Fourier Phase Masks to Alleviate Random Aberrations

**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
Olvera Angeles Juan Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
Gonzales Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Arines Justo	Universidad de Santiago de Compostela

**Nombre de la revista:** Springer Proceedings in Physics

**Volumen:** 258

**Numero de artículo:** 256039

**Año:** 2019

**ISSN:** 09308989

**DOI:** [https://doi.org/10.1007/978-981-15-9259-1\\_5](https://doi.org/10.1007/978-981-15-9259-1_5)

**INDICES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS):**

---

**Numero de citas:** 1 (según SCOPUS)

**Autorizacion de la revista**

La revista ICOL 2019, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://www.springernature.com/gp/policies/book-publishing-policies>

## 7 CONTRIBUCIÓN A LOS RESULTADOS PUBLICADOS

---

### ARTICULO 1:

---

**Título de la publicación:** Choice of Jacobi-Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number

Participé activamente en diversas etapas del estudio. Contribuí a la **conceptualización del proyecto**, colaborando en la definición del enfoque general, los objetivos y las preguntas de investigación. Me encargué del **diseño metodológico** y desarrollé por completo el **software** utilizado para el análisis de datos.

También participé en la **validación de los resultados**, asegurando su precisión y consistencia. Llevé a cabo tareas relacionadas con la **recolección de datos**, y trabajé en la **redacción del borrador inicial del artículo**, incluyendo la elaboración de **figuras, esquemas y gráficos** para facilitar la visualización de los resultados obtenidos.

---

### ARTICULO 2:

---

**Título de la publicación:** Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation

Fui responsable de varias fases clave del desarrollo del estudio. Desde el inicio, colaboré en la **formulación conceptual**, aportando a la definición del marco general, los objetivos del trabajo y las preguntas de investigación. Diseñé la **metodología empleada** y me encargué de crear el **software necesario** para implementar y aplicar dicha metodología.

Participé en la **validación de los resultados**, asegurándome de su solidez y coherencia. Además, realicé actividades de **recolección de datos** y contribuí en la **elaboración del manuscrito**, especialmente en la creación de **visualizaciones** como figuras y gráficos que respaldan y clarifican los hallazgos del estudio.

---

### ARTICULO 3:

---

**Título de la publicación:** Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging

Tuve una participación activa en varias etapas fundamentales del desarrollo de este estudio. Contribuí en la **conceptualización del proyecto**, ayudando a definir el enfoque general, así como los objetivos y las preguntas de investigación que guiaron el trabajo.

Me encargué del **diseño metodológico**, seleccionando las técnicas más adecuadas para abordar el problema planteado. Además, desarrollé por completo el **software** necesario para llevar a cabo los análisis, adaptándolo a las necesidades específicas del estudio.

Fui responsable también de la **validación de los resultados**, asegurándome de que fueran consistentes, precisos y confiables. Participé en la **recolección de datos**, lo cual implicó un trabajo riguroso para garantizar la calidad y relevancia de la información utilizada.

En cuanto a la **redacción del artículo**, trabajé desde los primeros borradores, contribuyendo en la revisión y edición del texto, con especial énfasis en la parte visual: elaboré las **figuras, esquemas y gráficos** que facilitaron la interpretación de los resultados y mejoraron la presentación general del manuscrito.

---

## Proceeding 1

---

**Título de la publicación:** Influence of the f/ in wavefront coding with Jacobi Fourier phase masks

Asumí responsabilidades importantes en la elaboración de esta publicación. Contribuí a **estrategia metodológica**, definiendo el enfoque analítico y seleccionando las herramientas técnicas más adecuadas. Además, fui responsable en parte del **desarrollo del software** utilizado para llevar a cabo los análisis, adaptándolo a las necesidades específicas del proyecto.

Durante la fase de implementación, participé activamente en la **verificación y validación de los resultados**, así como en la **adquisición de datos** necesaria para el estudio. También tuve un rol importante en la **preparación del manuscrito**, contribuyendo tanto a la redacción como a la creación de los **elementos visuales** (gráficos, esquemas y figuras) que complementan y fortalecen la presentación de los hallazgos.

---

## Proceeding 2

---

**Título de la publicación:** Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront coded optical systems for random or varying aberrations alleviation

Participé activamente en las etapas fundamentales de este trabajo. Desde un inicio, colaboré en la **definición conceptual del estudio**, aportando en la clarificación del problema y en la formulación de los objetivos de investigación.

Fui responsable de diseñar la **metodología**, estableciendo el enfoque analítico y seleccionando las herramientas técnicas necesarias para el desarrollo del proyecto. Además, desarrollé el **software** que se utilizó para ejecutar los análisis requeridos, adaptándolo a las particularidades del estudio.

Durante la ejecución, estuve involucrado en la **revisión y validación de los resultados**, asegurando su precisión y confiabilidad. También participé en la **recolección de datos** y desempeñé un papel importante en la **elaboración del manuscrito**, tanto en la redacción como en la creación de los **materiales visuales** como gráficos y figuras que facilitan la comprensión de los resultados.

---

## Proceeding 3

---

**Título de la publicación:** Wavefront Coding with Jacobi-Fourier Phase Masks to Alleviate Random Aberrations

Participé activamente en las etapas fundamentales de este trabajo. Desde un inicio, colaboré en la **definición conceptual del estudio**, aportando en la clarificación del problema y en la formulación de los objetivos de investigación.

Fui responsable de diseñar la **metodología**, estableciendo el enfoque analítico y seleccionando las herramientas técnicas necesarias para el desarrollo del proyecto. Además, desarrollé el **software** que se utilizó para ejecutar los análisis requeridos, adaptándolo a las particularidades del estudio.

También participé en el **diseño y desarrollo del experimento**, asegurando que fuera adecuado para responder a las preguntas planteadas y que los procedimientos se llevaran a cabo de manera rigurosa y controlada.

Durante la ejecución, estuve involucrado en la **revisión y validación de los resultados**, asegurando su precisión y confiabilidad. También participé en la **recolección de datos** y desempeñé un papel importante en la **elaboración del manuscrito**, tanto en la redacción como en la creación de los **materiales visuales** como gráficos y figuras, que facilitan la comprensión de los resultados.

## **8 REPRODUCCIÓN INTEGRAL DE PUBLICACIONES**

## 8.1 ARTICULO 1

Japanese Journal of Applied Physics 59, S00D04 (2020)  
<https://doi.org/10.35848/1347-4065/ab9652>

REGULAR PAPER



## Choice of Jacobi–Fourier phase masks for wavefront coding under different $f$ -number

Enrique González-Amador<sup>1\*</sup>, Alfonso Padilla-Vivanco<sup>1</sup>, Justo Arines<sup>2</sup>, Miguel Olvera-Angeles<sup>3</sup>, and Eva Acosta<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>Universidad Politécnica de Tulancingo, Ingenierías No. 100, 43629, Hidalgo, Mexico

<sup>2</sup>Dept. of Applied Physics, Faculty of Optics and Optometry, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

<sup>3</sup>Dept. of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

\*E-mail: [enrique.amador@upt.edu.mx](mailto:enrique.amador@upt.edu.mx); [eva.acosta@usc.es](mailto:eva.acosta@usc.es)

Received January 28, 2020; revised May 13, 2020; accepted May 25, 2020; published online June 15, 2020

Wavefront coding (WFC) is an optical-digital technique that consists in introducing a suitable phase mask (PM) in the aperture plane able to extend, after image processing, the depth of field of an optical system. The key to WFC lies in the shape of the PMs to achieve the invariant imaging properties over the range of defocus. Cubic PM was the first proposed. Next, trefoil mask avoided periodic artifacts in the images keeping the goal of depth extension. The performance of the masks, resolution and noise of the coded images, depends on their strength, required range of defocus and  $f$ -number of the optical system. Here, we will provide the experiments that will support that a member of the Jacobi–Fourier phase masks can be chosen depending on the  $f$ -number of the optical system to get the best balance between resolution, noise level and artifact presences while keeping depth of focus. © 2020 The Japan Society of Applied Physics

### 1. Introduction

Optical imaging with a large depth of focus (DoF) is a longstanding goal with important applications in many fields. The traditional way to extend the DoF is to stop down the aperture until the desired focal depth has been reached. Three problems, however, quickly arise from stopping down exit pupils. The first problem is the obvious reduction in the amount of light power allowed through the system. Reducing  $x$  times the exit pupil diameter of any system will require that  $x^2$  times more power or exposure time be used in the system before an image of equal exposure is produced.<sup>1)</sup> The second problem is that stopping down the aperture reduces the resolution of the system. The third one is that stopping down the aperture will also increase the risk of object motion during an increased exposure time, resulting in a blurred image.<sup>2,3)</sup> To overcome these limitations, wavefront coding (WFC) can deliver systems that operate with large apertures but offer the DoF of a reduced aperture system.

Dowski and Cathey developed a technique called WFC which involves a combination of a cubic phase mask (PM) at the aperture stop of the system and digital signal processing techniques to extend the DoF of an incoherent optical system without sacrificing resolution or illumination.<sup>4–6)</sup> WFC can increase the DoF of an optical system by a factor of ten or more compared to traditional imaging systems, for a given aperture size or equivalently a given  $f$ -number,  $f/\#$ .<sup>6–8)</sup>

WFC can be found in many different applications such as infrared imaging,<sup>9)</sup> ophthalmic optics,<sup>10)</sup> iris recognition,<sup>11,12)</sup> microscopy,<sup>13)</sup> among others as well as to reduce complexity of optical systems.<sup>14)</sup>

WFC involves a cubic phase or other special PM at the exit pupil plane of a system. The PM modifies the imaging system in such a way that the resulting point-spread function (PSF) and optical transfer function (OTF) of the optical systems are insensitive to defocus, yielding a blurred image nearly invariant to defocus. Digital signal processing techniques removes the blur to create a clear image.<sup>14–17)</sup>

When designing PM for WFC systems, two properties have to be taken into account. The PSF of the system should be invariant within the defocus interval and the

corresponding modulation transfer function (MTF) should not exhibit zeros for the needed frequency range. The absence of zeros in the MTF is what enables a high-fidelity image to be recovered by the digital inversion.<sup>4–9)</sup> Moreover, the optical and digital components have to be jointly designed to an end, while traditional imaging systems, the design of the optics and the processing of the recorded images are two separate steps.<sup>14,15,18)</sup>

The shape of the mask plays a key role of a good performance within the desired DoF. Many shapes deriving from the original cubic PM solution have been proposed for WFC showing slight improvements. The most representative of these are: root square,<sup>19)</sup> sinusoidal,<sup>20)</sup> free form,<sup>21)</sup> exponential,<sup>22)</sup> tangential,<sup>23)</sup> among many other. Trefoil PM was proposed to avoid diagonal banding<sup>24)</sup> in the decoded images induced by the above-mentioned masks, but yet edge artifacts remain.<sup>25)</sup>

Best choice of the PM is one of the key tasks in the design of WFC based systems. Recently we have proposed a family of Jacobi–Fourier phase masks (JFPM),<sup>26)</sup> showing that some of them may provide a quality improvement in what resolution, artifact reduction and sensitivity to noise refers.<sup>26–28)</sup> A thorough description of the optical properties of these special phase plates can be found in Refs. 26–28. The theoretical results in Ref. 26 are supported by the experiments of this work, confirming that JFPM are a good alternative to trefoil PM in some WFC systems. More specifically, we will show that the choice depends on the  $f/\#$  of the optical system and strength of the mask for same extension of the DoF and exposure time. This paper is organized as follows. A brief description of the masks and the algorithms for the image processing are shown in Sect. 2. In Sect. 3, the experimental set up as well as the experimental results and the discussion of them are provided. Conclusions are given in the last section.

### 2. Image processing

JFPM have been recently proposed in order to reduce oscillations of the defocused MTF and the phase transfer function<sup>26)</sup> what can be associated with the edge artifacts<sup>19,25)</sup> of decoded images and the noise gain.<sup>29)</sup> These masks can be

expressed as

$$J(r, \theta, p) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta). \quad (1)$$

$r$  and  $\theta$  being respectively the radial and the angular coordinates of the PM. Radial coordinate is normalized to unity. The PM parameters, strength of the mask,  $\alpha$ , and radial dependence,  $p$ , control the phase deviation from the pupil plane and hence the quality of the decoding process. We must point out here that  $p=7$  provides the well-known and used trefoil PM. Both parameters must be chosen to suit the needs of the system in what quality of image refers.

As we explained in the introduction the goal of any PM for WFC is to make the PSF of the system invariant while keeping the MTF as high as possible in order to transfer the most possible information from the object to the image and minimize noise amplification in the decoding process.<sup>29)</sup> In what follows, we will explain the process to decode experimental images. We want to stress the fact that it is not our aim to find the optimum parameters for the PM but to show how the  $p$  parameter, what defines the JFPM, provides an additional degree of freedom in the design of the masks to alleviate artifacts and noise propagation depending on the  $f\#$  of the system. We will show the dependence of the choice of the JFPM for two different  $f\#$ ,  $f/4$  and  $f/8$ .

In order to decode the experimental intermediate images, a  $1024 \times 1024$  PSF image for zero defocus is computed and hence the OTF is evaluated for each JFPM,  $OTF_j$ . Discrete Fourier transform, DFT, is used to compute the spectrum of the coded images,  $I_{cod}$ . These spectra are zero padded,  $I_{codZ}$ , to match arrays size with that of  $OTF_j$ . Next, we use a parametric Wiener filter<sup>30)</sup> in order to obtain the decoded image in the frequency domain ( $I_{decZ}$ ), i.e.

$$I_{decZ} = \frac{OTF_j^*}{|OTF_j|^2 + k} I_{codZ}, \quad (2)$$

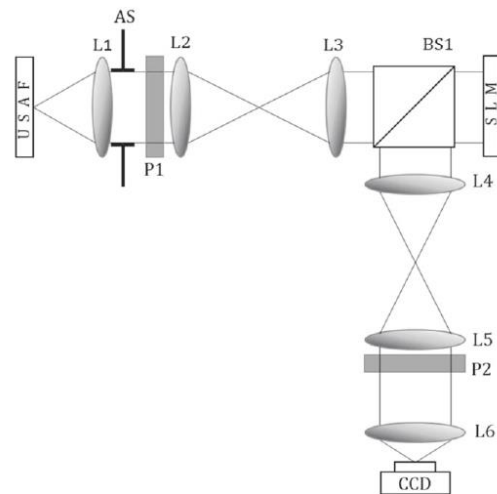
being  $k$  the regularization parameter, which is adjusted to guarantee a good balance between image fidelity and smoothness of the deconvolution result. To obtain the decode images, the Inverse DTF, IDFT of  $I_{decZ}$  is downsampled to  $512 \times 512$  in order maintain the  $6.45 \mu\text{m}$  pixel size of the recording device used to get the experimental results. DFT, and IDFT are computed with Matlab built-in functions.<sup>31)</sup>

Here, we must stress the fact that no other filtering or make up of images used to explain JFPM performances have been made. Only bright and contrast have been adjusted to enhance the relevant flaws that can show up in the decoded images when different JFPM are used and that is what we want to emphasize in this work.

### 3. Experimental results

#### 3.1. Experimental set up

The setup used in the experimental evaluation is show in Fig. 1. We use a 1951 USAF test target as an object in infinite. The test is back illuminated with a LED ( $\lambda_o = 632 \text{ nm}$ ) and placed at the object focal plane of a 25.4 mm lens (L1). An aperture stop, AS, is placed at L1 and it is optically conjugated with the spatial light modulator, SLM. (LCOS PLUTO Holoeye Photonics) through L2 and L3 (50 mm focal length). Likewise, the SLM is optically conjugated with L6 through L4 and L5 (50 mm focal length).



**Fig. 1.** Experimental path diagram of the WFC optical system: USAF, resolution target; L1, collimating lens; AS, aperture stop; P1, linear polarizer; L2 and L3, 4f lens system; BS, beam splitter; SLM, spatial light modulator; L4 and L5, 4f lens system; P2, linear polarizer; L6 converging lens and CCD, recording device.

The image of the target is recorded by a CCD camera (Hamamatsu ORCA R2 with square pixels of  $6.45 \mu\text{m}$  size). After L1, a linear polarized, P1, is used for polarization control of the SLM, and another polarizer, P2 to minimize depolarized light reflected in the SLM.

The SLM is used to generate strength parameters  $\alpha = 7\lambda$ , and  $15\lambda$  for the different JFPM as well as to set the plane where the defocused images will be observed. ( $340 \mu\text{m}$ ). The AS will be set to 6 mm and 3 mm to decrease the  $f\#$  of the system from 4 to 8. The SLM is initially modulated (offset defocus) to in order to suppress the light from the unwanted diffraction orders<sup>32)</sup> so that it does not mix with the intermediate image. In this way, L6 can be considered to have an equivalent focal length of 25 mm.

The recorded images (intermediate images) are decoded by using the Wiener filter for simulating images as described in Sect. 2. We have used  $k = 10^{-4}$  for all images since it provided the best visual results for all of them. Exposure time is the same for all images (0.2 s) and therefore readout noise is four times stronger<sup>33)</sup> for  $f/8$ .

#### 3.2. Image analysis

In Fig. 2 we show diffraction limited images for both  $f\#$  used in this work as well as the defocused ones ( $@340 \mu\text{m}$ ) to be compared with those obtained after WFC with the different JFPM. We want to point out here that these images as well as the intermediate images show a highly defocused ghost image (white stains around the upper and right edges of the central USAF bars) which will pop up in the decoded images and it should not be confused with artifacts due to the PM.<sup>25)</sup> As expected, this ghost image and hence its corresponding decoded image is more visible for  $f/8$ . This ghost image is produced by the unwanted diffraction orders of the SLM.

In Figs. 3 and 4 we show for both  $f\#$  the decoded images for  $\alpha = 7\lambda$  and  $\alpha = 15\lambda$  respectively with different JFPM (recalling here that  $p=7$  provides the trefoil PM). The

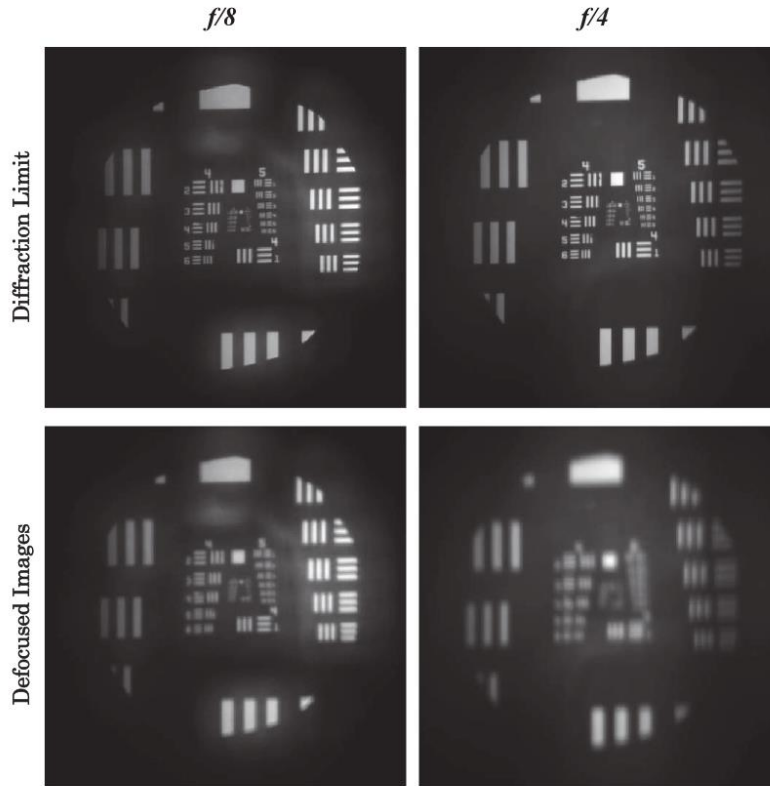


Fig. 2. Upper row, diffraction limited images at focal plane. Lower row, defocused images ( $\Delta z = 340 \mu\text{m}$ ).

uppermost square of the USAF decoded images together with the corresponding intensity level along a vertical line are also shown to show the presence of artifacts. Artifacts for  $f/8$  images are so soft that noise hides them.

Noise softens as  $p$  increases. On the other hand,  $f/8$  images are noisier because the aperture is smaller since readout noise is 4 times stronger.<sup>33)</sup> Ghost images due to unwanted diffraction orders of the SLM are visible around the upper and left corner of the central bars of the USAF target. As expected, for  $f/8$  they are more visible because the WFC effect of the masks brings them in focus and they make the images more difficult to interpret. In next section we will discuss which  $p$  values provide the best decoded images depending on the  $f/\#$  and strength of the PM.

**3.3. Discussion**

In a previous work, Ref. 26, we showed that in absence of noise, MTF's are more invariant for a wider DoF for the smaller  $p$  values and hence resolution decrease as  $p$  increases. Nevertheless, small  $p$  values propagate more noise and show more artifacts and resolution tendency is biased by noise and artifacts. Therefore, to choose the proper mask, noise and artifacts have to be taken into account. In order to quantitatively provide a criterium to find the best mask for a given strength value, we evaluate the RMS error of the difference between a decoded simulated image at the experimental

defocus distance ( $\Delta z = 340 \mu\text{m}$ ) and the simulated diffraction limited one

$$\text{RMSE}(\alpha, f/\#, p) = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N |I_{\text{dec}}(\alpha, f/\#, p) - I_{\text{diff. limit}}(f/\#, p)|^2}{N}}, \quad (3)$$

where  $N$  represent the number of pixels of the simulated decoded images ( $512 \times 512$  pixels). Results are shown in Table I.

We recall here that images are obtained at same distance from focus, therefore defocus is comparatively larger for  $f/4$ . From Table I we can observe that for  $f/8$  the error decreases as  $p$  increases since noise amplification due to decoding is bigger for small  $p$  values while resolution does not changes appreciably and artifacts are very soft and vanish as  $p$  increases.

On the other hand, for  $f/4$  the opposite behavior is observed. In this case artifacts are more contrasted and fade up with increasing  $p$  but resolution decreases faster as  $p$  increases.

In general, the best quality image is a trade-off between noise, artifacts and resolution. Table I provides the balance artifacts-resolution. Thus, for  $f/8$   $p = 9$  and  $p = 10$  would provide the best images. For  $f/4$ ,  $p = 7$  and  $p = 8$ .

In order to establish the best choice when images are affected by noise, we evaluated the mean value of the grey levels and the corresponding standard deviation over one of

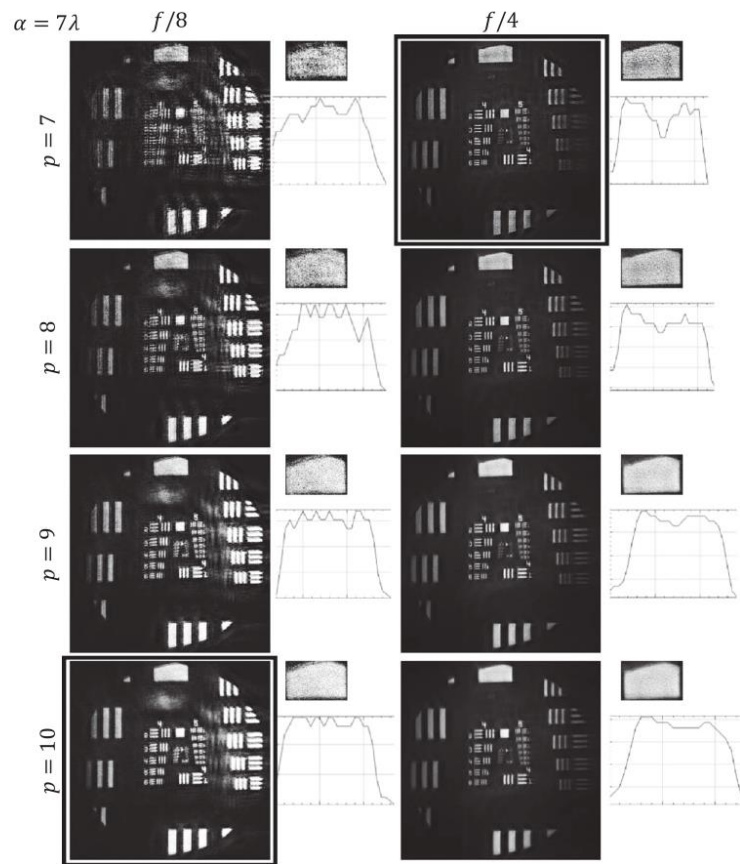


Fig. 3. Decoded images for different JFPM with strength  $\alpha = 7\lambda$  for  $f/8$  (left column), and  $f/4$  (right column).

the Group 2, Element 3 of the USAF bars in decoded simulated images. The ratios standard deviation mean value are shown in Table II.

From Table II we can observe that noise decrease as  $p$  increases and therefore, we could state that  $p = 10$  provides the best images for  $f/8$ . For  $f/4$  and  $\alpha = 7\lambda$  the effect of noise is quite similar for both  $p$  values and therefore we could choose  $p = 7$  as the one providing the best image since resolution is slightly better. For  $\alpha = 15\lambda$  the effect of noise is 5 times smaller for  $p = 8$  while resolution does not change appreciably. The images corresponding to these  $p$  values are framed in Figs. 3 and 4.

#### 4. Conclusions

Imaging systems with WFC can be highly customized for special applications for much less cost than a custom-designed lens system. For some applications, WFC might be the only way to meet all of the resolution, size (reduced), cost and robustness requirements. Here we provide the experimental proof that for a given  $f/\#$ , DoF can be

effectively extended with less artifacts in the restored images as well as noise amplification by using an appropriate member of the family of JFPM.

In general, high values of  $p$  minimize noise propagation and generate less artifacts at expenses of reducing the DoF. Moreover, for a desired DoF, large values of  $p$  require large values of  $\alpha$ .

In theory, large values of  $\alpha$  increase DoF but noise limits the minimum acceptable value of MTF what will determine the resolution of the system. This will affect to the results presented in this work since the  $f/8$  optical experimental system is affected 4 more times by noise than the  $f/4$  one.

From this work we can deduce that the larger the  $f/\#$ , the bigger the  $p$  value of the JFPM has to be chosen. As a final conclusion, it can be said that these masks provide an additional degree of freedom (power of the radial dependence) which together with the strength of the mask can tune the balance DoF-noise-artifacts to obtain the meet resolution needs in an optical system.

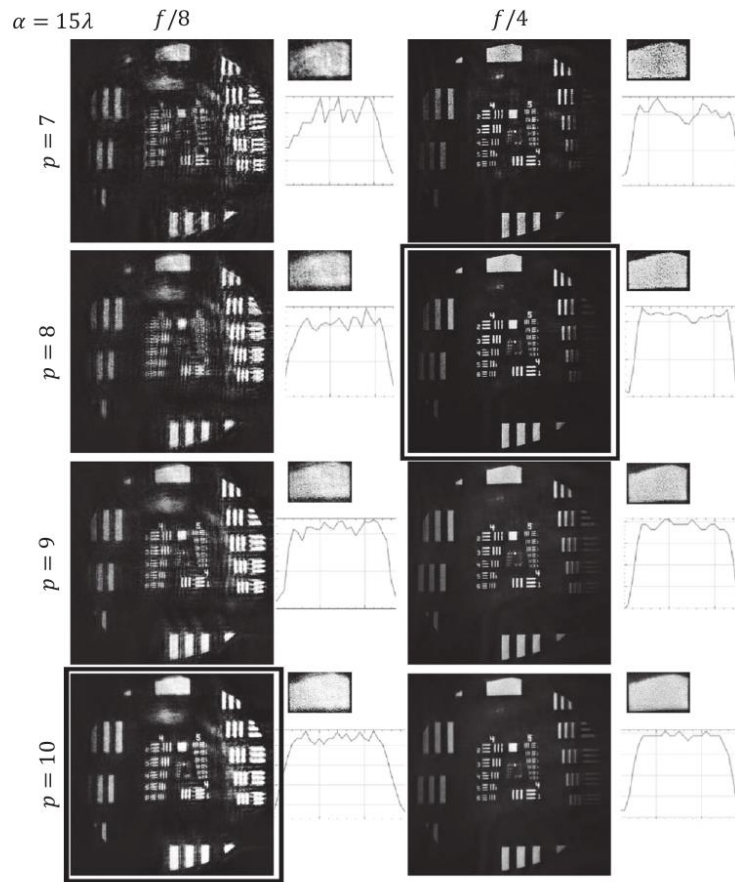


Fig. 4. Decoded images for different JFPM with strength  $\alpha = 15\lambda$  for  $f/8$  (left column) and  $f/4$  (right column) for the different JFPM.

Table I. RMSE values of the differences between simulated decoded images and simulated diffraction limited one.

$\alpha = 7\lambda$	$f/8$	$f/4$	$\alpha = 15\lambda$	$f/8$	$f/4$
$p = 7$	0.0563	0.2304	$p = 7$	0.0514	0.1052
$p = 8$	0.0369	0.2418	$p = 8$	0.0332	0.1709
$p = 9$	0.0242	0.2551	$p = 9$	0.0182	0.2030
$p = 10$	0.0159	0.2773	$p = 10$	0.0168	0.2191

Table II. Noise levels of the experimental images.

$\alpha = 7\lambda$	$f/8$	$f/4$	$\alpha = 15\lambda$	$f/8$	$f/4$
$p = 7$	0.3252	0.1058	$p = 7$	0.35	0.4152
$p = 8$	0.218	0.0867	$p = 8$	0.2158	0.0879
$p = 9$	0.229	0.0389	$p = 9$	0.1667	0.06
$p = 10$	0.0994	0.0523	$p = 10$	0.1104	0.0495

**Acknowledgments**

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431E 2018/08 and

ED431B 2017/64. E. González Amador and M. Olvera-Angeles thanks to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT); with CVU no. 714742 and CVU no. 714741.

- 1) S. Bradburn, W. T. Cathey, and E. R. Dowski, *Appl. Opt.* **36**, 9157 (1997).
- 2) C. Ferran, S. Bosch, and A. Carnicer, *IEEE Trans. Educ.* **55**, 271 (2012).
- 3) S. Bagheri, P. E. Silveira, and D. P. de Farias, *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 1051 (2008).
- 4) E. R. Dowski and W. T. Cathey, *Appl. Opt.* **34**, 1859 (1995).
- 5) W. T. Cathey and E. R. Dowski, *Appl. Opt.* **41**, 6080 (2002).
- 6) E. R. Dowski and G. E. Johnson, *Proc. SPIE* **3779**, 137 (1999).
- 7) H. Bin, L. Jingzhen, W. Qingyang, and W. Desheng, *IEEE Int. Conf. on Integration Tech.*, 2007, p. 711.
- 8) O. Cossairt, C. Zhou, and S. Nayar, *ACM Trans. Gr. (TOG)* **29**, 31 (2010).
- 9) G. Muyo, A. Singh, M. Andersson, D. Huckridge, A. Wood, and A. R. Harvey, *Opt. Express* **17**, 21118 (2009).
- 10) K. Kakarenko, I. Ducin, K. Grabowiecki, Z. Jaroszewicz, A. Kolodziejczyk, A. Mira-Agudelo, K. Petelczyc, A. Składowska, and M. Sypek, *Biomed. Opt. Express* **6**, 1738 (2015).
- 11) R. Narayanswamy, G. E. Johnson, P. E. Silveira, and H. B. Wach, *Appl. Opt.* **44**, 701 (2005).
- 12) D. S. Barwick, *Appl. Opt.* **47**, 4684 (2008).
- 13) M. R. Amison, C. J. Cogswell, C. J. Sheppard, and P. Török, *Opt. Imag. Micr.: Technol. Adv. Syst.* **87**, 143 (2007).
- 14) K. Kubala, E. Dowski, and W. T. Cathey, *Opt. Express* **11**, 2102 (2003).

- 15) G. Carles, *Opt. Laser Eng.* **50**, 1377 (2012).
- 16) J. Arines, R. O. Hernandez, S. Sinzinger, A. Grewe, and E. Acosta, *Opt. Lett.* **39**, 3986 (2014).
- 17) C. Dorronoro, J. A. Guerrero-Colon, C. Marta, J. M. Infante, and J. Portilla, *Proc. SPIE* **6737**, 67370E (2007).
- 18) D. A. Strymeour, K. Adelsberger, and R. Boye, "Advanced imaging optics utilizing wavefront coding," Technical Report SAND2015-4431 590526 Sandia National Lab (SNL-NM), (2015).
- 19) V. Nhu, Z. Fan, N. P. Minh, and S. Chen, *Opt. Eng.* **54**, 035103 (2015).
- 20) H. Zhao and Y. Li, *Opt. Lett.* **35**, 2630 (2010).
- 21) Y. Takahashi and S. Komatsu, *Opt. Lett.* **33**, 1515 (2008).
- 22) Q. Yang, L. Liu, and J. Sun, *Opt. Commun.* **272**, 56 (2007).
- 23) S. Chen and Z. Fan, *Opt. Lett.* **39**, 2171 (2014).
- 24) S. Prasad, T. C. Torgersen, V. P. Pauca, R. J. Plemmons, and J. van der Gracht, *Proc. SPIE* **5108**, 346 (2003).
- 25) M. Demenikov and A. R. Harvey, *Opt. Express* **18**, 8207 (2010).
- 26) E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, J. Arines, and E. Acosta, *Opt. Laser Eng.* **126**, 105880 (2020).
- 27) E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, M. Olvera-Angeles, J. Arines, and E. Acosta, *Proc. SPIE* **11104**, 1110405 (2019).
- 28) E. González-Amador, M. Olvera-Angeles, J. Arines, and E. Acosta, *Proc. 24th Microoptics Conf. (MOC2019)*, 2019, p. 230.
- 29) K. Adelsberger, R. Boye, and J. Zavislan, *Proc. Int. Opt. Design Conf. OS*, 2014, p. IW1A-5.
- 30) R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2002) 2nd ed., p. 262.
- 31) D. Voelz, *Computational Fourier Optics: A MATLAB Tutorial* (SPIE Press, Bellingham, WA, 2011), p. 63.
- 32) S. Y. Wu, J. Liang, and M. F. Becker, *Proc. SPIE* **8254**, 82540C (2012).
- 33) M. Riedl, *Optical Design Fundamentals for Infrared Systems* (SPIE Press, Bellingham, WA, 2001) 2nd ed., p. 2.

## 8.2 ARTICULO 2



## Jacobi–Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation

Miguel Olvera-Angeles<sup>1\*</sup>, Enrique González-Amador<sup>1</sup>, Justo Arines<sup>2</sup>, J. Sasian<sup>3</sup>, J. Schwiegerling<sup>3</sup>, and Eva Acosta<sup>1\*</sup><sup>1</sup>Dept. of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain<sup>2</sup>Dept. of Applied Physics, Faculty of Optics and Optometry, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain<sup>3</sup>College of Optical Sciences, The University of Arizona, 1630 E. University Blvd., Tucson, Arizona 85721, United States of America\*E-mail: [juanmiguel.olvera@rai.usc.es](mailto:juanmiguel.olvera@rai.usc.es); [eva.acosta@usc.es](mailto:eva.acosta@usc.es)

Received January 29, 2020; revised May 17, 2020; accepted June 3, 2020; published online June 26, 2020

Wavefront coding is a hybrid optical–digital technique proposed to increase the effective depth of focus of optical systems. The key to wavefront coding lies in the design of a suitable phase mask placed at the system's aperture to achieve invariant imaging properties over a range of defocus. In systems limited by temporally or spatially varying aberrations the use of wavefront coding has not yet been demonstrated. Here, we propose the use of Jacobi–Fourier shaped phase masks to produce sharp and clear images for optical systems affected by random and varying aberrations. When choosing the mask, noise levels must be taken into account too. In order to illustrate the potential use of the masks we will show by experimental simulations that a Jacobi–Fourier mask can be designed to alleviate temporally varying aberrations due to atmospheric turbulences being robust to noise while keeping acceptable resolution and reducing image artifacts. © 2020 The Japan Society of Applied Physics

### 1. Introduction

Aberrations make optical systems perform worse than the ideal case. They can arise for a number of reasons having to do with the limitations of optical components such as lenses, mirrors and misalignments. However, even if the optical system has been optimally designed, in some applications aberrations are out of the control of the designers. Thus, in microscopy, spatially varying aberrations do not allow one to obtain images with high resolution over a wide field of view<sup>1)</sup> or the spatial distribution of refractive indices in a specimen gives rise to aberrations that affect the resolution, signal level and contrast of high-resolution images.<sup>2)</sup> In astronomy, time-varying aberrations for imaging through atmospheric turbulences degrade star images<sup>3)</sup> and in ophthalmic optics time-varying aberrations of the eye affect the quality of retinal images.<sup>4)</sup> In the first example, the effect of the linear scaling relationship between the influence of aberrations and the imaging field of view is well-known<sup>5)</sup> and it can be used successfully to obtain high-resolution images. In the other examples, aberrations are unpredictable and must be measured and corrected to obtain quality images. In order to do this, many methods are used to estimate the phase deviations or the frequency response of the optical system. Some procedures utilize interferometric techniques or non-interferometric methods such as Shack–Hartmann wavefront sensors.<sup>6)</sup> For any of them, despite offering high accuracy, measuring aberrations often requires considerable modification to an existing optical setup and aberrations are corrected by for instance deformable mirrors or spatial light modulators to compensate aberrations<sup>6)</sup> that increase dramatically the size, weight and price of the device.

On the other hand, wavefront coding (WFC) is a hybrid technique proposed in 1995 by Dowski and Cathey that allows the depth of focus (DoF) of incoherent optical systems to be extended.<sup>7–9)</sup> The WFC technique involves a cubic phase mask (PM) in the shape of  $x^3 + y^3$  with the exit pupil plane of the system yielding a blurred image nearly invariant to defocus. This optical element modifies the imaging system in such a way that the resulting point-spread function (PSF) and optical transfer function (OTF) are insensitive to defocus,

which results in images with a well-defined and predictable amount of blur, which must be digitally filtered in order to remove the coding; finally, an image with diffraction-limited quality may be obtained.<sup>10–13)</sup>

With WFC, not only defocus but also chromatic aberration, Petzval curvature, astigmatism and spherical aberration<sup>9,10,12,14)</sup> can be controlled.

From the original cubic masks many other shapes have been proposed: root square,<sup>15)</sup> sinusoidal,<sup>16)</sup> free-form,<sup>17)</sup> exponential,<sup>18)</sup> tangential.<sup>19)</sup> Although resolution is slightly increased, not one of these masks prevents diagonal banding in the decoded images due to the angular dependence of the PM. In order to avoid this, a trefoil mask was proposed,  $r^3 \cos(3\theta)$ ,<sup>20)</sup> it is a third-order polynomial but the different angular dependence reduces considerably those kinds of artifacts, although border artifacts remain.<sup>21)</sup> Recently, we have proposed the use of Jacobi–Fourier PMs (JFPMs) and shown that these PMs provide a quality improvement for DoF purposes.<sup>22,23)</sup> In this work, we will show that WFC with these masks can also be used to alleviate random or varying aberrations in optical systems and allow users to predict the achievable resolution of the images.<sup>24)</sup> The results will be illustrated by a laboratory simulation of atmospheric turbulences. Since the trefoil mask is one member of the family of JFPMs and its performance in extending the DoF of optical systems has already been demonstrated,<sup>20)</sup> here we will show how the different JFPMs perform for an optical system with time-varying aberrations mimicking phase fluctuations due to Kolmogorov turbulence.<sup>25)</sup>

This paper is organized as follows. A brief description of the procedure to model atmospheric turbulences is shown in Sect. 2. In Sect. 3, the WFC masks' shape and optical properties are explained. In Sect. 4, the experimental setup is explained and the decoded images are shown in Sect. 5. Sect. 6 is devoted to a discussion. Conclusions are given in the last Sect..

### 2. Phase map generation of atmospheric turbulences

The wavefront from an astronomical object can be considered a flat plane wave at the top of the atmosphere. As it propagates it is distorted by the mechanical mixing of layers

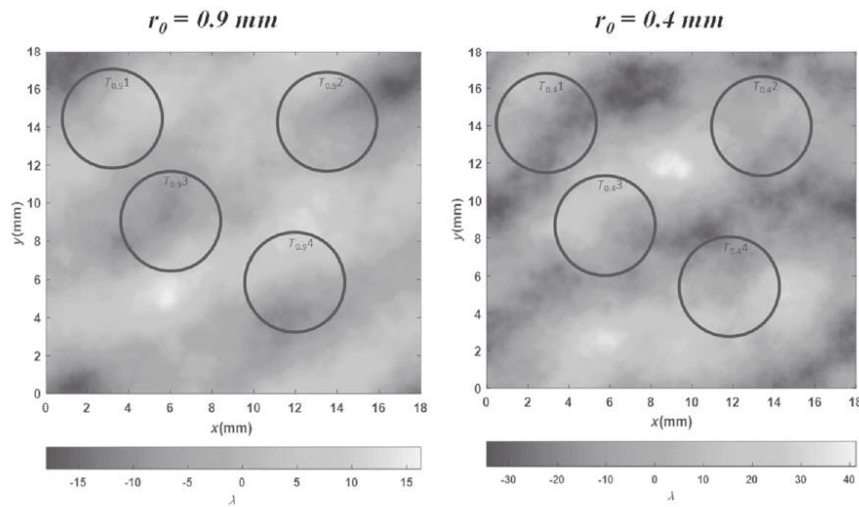


Fig. 1. Phase maps for two different levels of atmospheric turbulences. Red circles represent phase distortions inside the pupil of the optical system. The numbering indicates the temporal sequence. Color scale in wavelengths.

of air with different temperatures and hence densities. As the refractive index of air changes with density, this turbulence creates a continuous screen of spatially and temporally varying refractive indices. The cumulative refractive index variations delay parts of the oncoming wavefront with respect to others. The net effect is that the wavefront becomes aberrated. Atmospheric turbulence obeys Kolmogorov statistics and the Fried parameter,  $r_0$ , is defined to characterize the level of turbulence.<sup>25)</sup> Modeling the atmosphere using this knowledge of the scenario allows phase maps to be produced to represent the atmospheric random process and tests techniques to obtain good astronomic images. Following the steps of Ref. 26 we made a computer program which creates random arrays of phase values on a grid of sample points which

have the same statistics as the turbulence. We will simulate turbulences with values of  $r_0$  of  $400 \mu\text{m}$  and  $900 \mu\text{m}$ , measured at a wavelength of  $632 \text{ nm}$  (or equivalently, about  $225\text{--}605 \mu\text{m}$  measured at a wavelength of  $500 \text{ nm}$ ) in order to simulate large class telescopes using a test beam size of  $5 \text{ mm}$  due to the constraints of our experimental setup. Figure 1 shows aberration maps of Kolmogorov-like turbulences on a large area for the two different Fried radii. A temporal sequence of atmospheric turbulences is simulated by choosing different areas on the map for both Fried parameters ( $T_{0.4i}$ ,  $T_{0.9i}$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ). The circle diameter corresponds to the pupil diameter.

In Fig. 2 we show the corresponding wrapped phase maps (radians:  $-\pi$  to  $\pi$ ) we will use for the experimental simulations after tip-tilt removal.

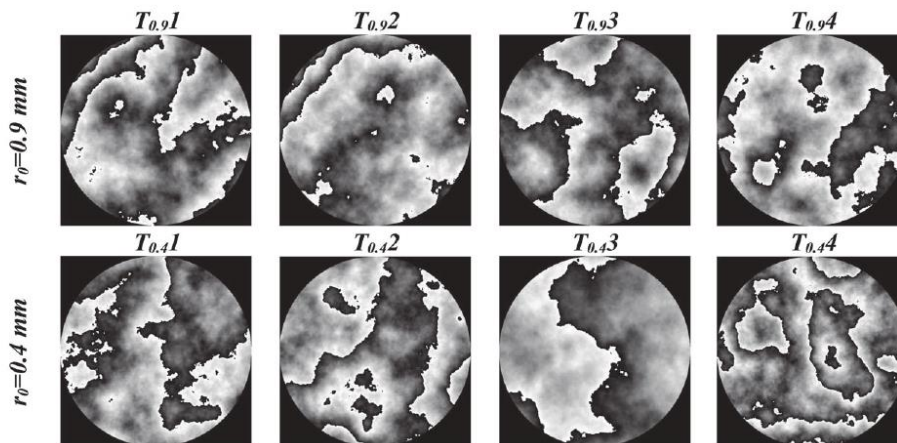
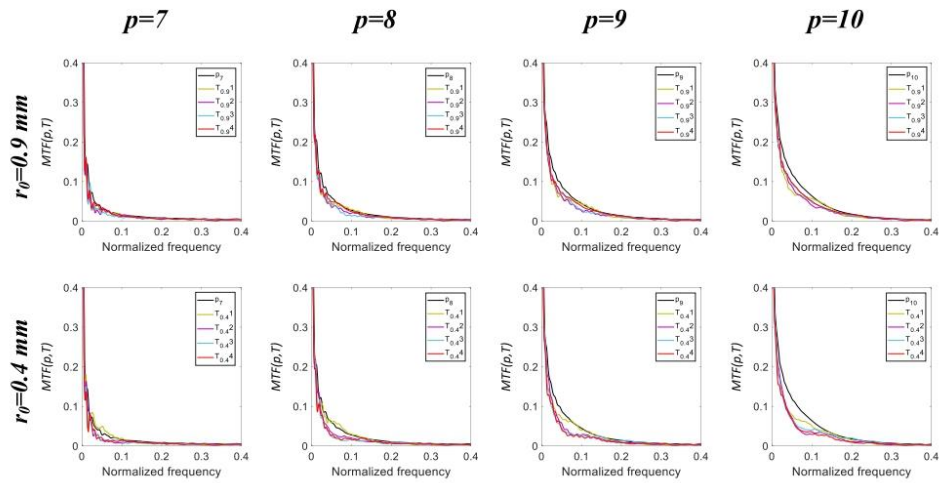
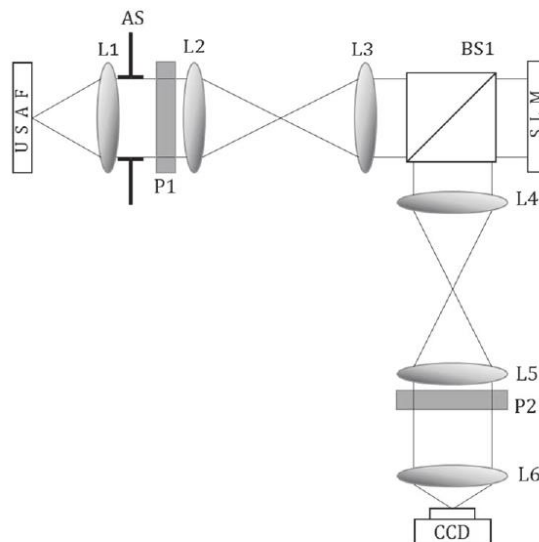


Fig. 2. Phase maps of a temporal sequence of atmospheric turbulences inside the pupil of the experimental system. Upper row  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$ , lower row  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$ .



**Fig. 3.** (Color online) Optical *MTF* plots for the optical system for two levels of turbulence,  $r_0 = 0.9$  mm and  $r_0 = 0.4$  mm. Black lines represent the *MTF* without aberrations due to turbulences.



**Fig. 4.** Experimental path diagram of the WFC optical system: USAF, resolution target; L1, collimating lens; AS, aperture stop; P1, linear polarizer; L2 and L3, 4f lens system; BS, beam splitter; SLM, spatial light modulator; L4 and L5, 4f lens system; P2, linear polarizer; L6, converging lens; and CCD, recording device.

**3. JFPM optical properties for random aberrations**

JFPMs have been recently proposed in order to reduce oscillations of the defocused modulated transfer function, *MTF*, and the phase transfer function (*PTF*)<sup>22)</sup> which can be associated with edge artifacts<sup>15,21)</sup> of decoded images and noise gain.<sup>27)</sup> These masks can be expressed as

$$J(r, \theta, p) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta) \tag{1}$$

where the strength of the mask,  $\alpha$ , and the radial power characterized by a Jacobi polynomial,  $p$ , control the phase deviation from the pupil plane and hence the quality of the decoding process. We must point out here that  $p = 7$  provides the well-known and used trefoil PM. The *PSF* and *OTF* in the presence of turbulences are given by

$$PSF(p, T) = \mathcal{F}\{e^{i\frac{2\pi}{\lambda} J+iT}\} \tag{2a}$$

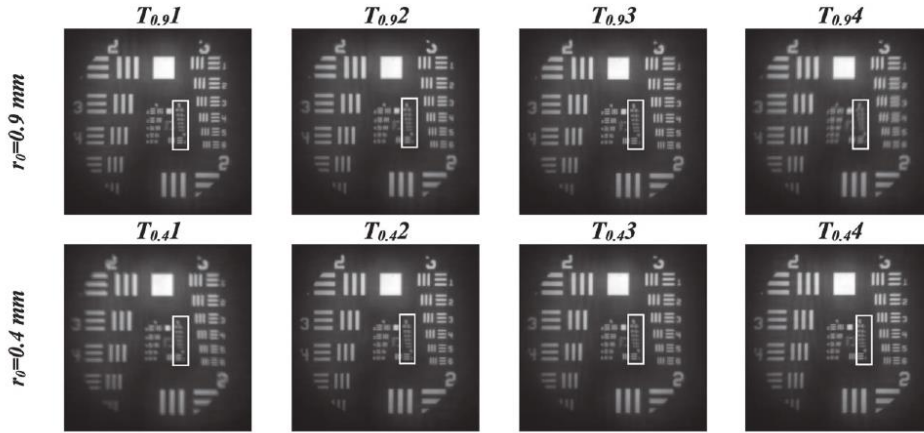


Fig. 5. Temporal sequence of images distorted by turbulences. Upper row  $r_0 = 0.9$  mm, lower row  $r_0 = 0.4$  mm. Group 5 of the USAF image is framed for further analysis.

$$OTF(p, T) = \mathcal{F}\{PSF(p, T)\} \quad (2b)$$

where,  $\mathcal{F}$  denotes the Fourier transform,  $J$  is given by Eq. (1) and  $T$  is provided by the phase maps in Fig. 2, and hence  $MTF(p, T)$  is the modulus of Eq. (2b) and  $PTF(p, T)$  the corresponding argument.

In this work we are not concerned with the invariance properties of the  $OTF$  with respect to defocus but with the invariance properties with respect to aberrations (low- and high-order aberrations). In Fig. 3 we show the one-dimensional  $MTF(p, T)$  plots, all of them with  $\alpha = 7\lambda$  (this value cannot be increased due to the experimental restrictions of our setup; smaller values for  $\alpha$  provide worse-quality images).

The  $MTF(p, T)$  plots show the overall behavior of the different JFPMs with two levels of turbulence,  $r_0 = 0.9$  mm and  $r_0 = 0.4$  mm. The horizontal axis represents the frequency normalized to the cut-off frequency of the corresponding diffraction-limited optical system. The black solid line represents the case with the corresponding PM and without turbulence,  $MTF(p)$ .  $MTF(p, T)$  invariance is lost as  $p$  increases for both levels of turbulences [ $MTF(p, T)$  separates from  $MTF(p)$ ]. As expected, the stronger the turbulence ( $r_0 = 0.4$  mm) the less invariant the  $MTF(p, T)$ . On the other hand, for small  $p$  values high-frequency ripples appear in the  $MTF(p, T)$  plots which will result in the presence of artifacts in the decoded images.<sup>21,22</sup> Moreover, for small values of  $p$ ,  $MTF(p, T)$  plots drop very fast and noise will have strong negative effects in the decoded images. In view of Fig. 3 we can foresee which JFPM is going to provide the best results: We could say by inspection of the plots, that the best balance invariance–height–smoothness for  $MTF(p, T)$  is provided by  $p = 9$  for  $r_0 = 0.9$  mm for the noisy images, whereas  $p = 8$  will minimize the ripple effect when averaging images, smoothing noise and ripples at the same time. For  $r_0 = 0.4$  mm the best balance of invariance–height–smoothness of  $MTF(p, T)$  is provided by  $p = 8$ , whereas  $p = 7$  will minimize the ripple effect when averaging images. In Sect. 5

we will explain in more detail these choices by analyzing the  $MTF$  of the whole system,  $MTF_{dec}(p, T)$ , which includes the decoding process, and it will provide the details of the quality of the decoded images. It is given by

$$MTF_{dec}(p, T) = \frac{MTF(p, T)}{MTF(p)}. \quad (3)$$

#### 4. Experimental setup

The setup used in the experimental evaluation is shown in Fig. 4. We use a 1951 USAF test target as an object at infinity. The test target is back-illuminated with a LED ( $\lambda_0 = 632$  nm) and placed at the object focal plane of a 25.4 mm lens (L1). An aperture stop, AS, is placed at L1 and it is optically conjugated with a spatial light modulator, SLM (LCOS PLUTO Holoeye Photonics), through L2 and L3 (50 mm focal length). Likewise, the SLM is optically conjugated with L6 through L4 and L5 (50 mm focal length). An image of the target is recorded by a CCD camera (Hamamatsu ORCA R2 with square pixels of  $6.45 \mu\text{m}$  size). After L1, a linear polarizer, P1, is used for polarization control of the SLM, and another polarizer, P2, is used to minimize depolarized light reflected in the SLM.

The SLM is used to generate at the same time different JFPMs with a strength of  $\alpha = 7\lambda$  and add the aberrations corresponding to the maps in Fig. 2. The AS will be set to 5 mm. The SLM is initially modulated with a defocus offset in order to suppress light from unwanted diffraction orders<sup>28</sup> so that it does not mix with the intermediate image. In this way, L6 can be considered to have an equivalent focal length of 50 mm. Intermediate images are taken at this plane. Acquisition time is the same for all images (0.25 s).

In order to decode the experimental intermediate images, a  $1024 \times 1024$   $PSF$  image of the JFPM at the equivalent focal plane is computed, and hence the  $OTF$  is evaluated for each JFPM,  $OTF(p)$ . The discrete Fourier transform,  $DFT$ , is used

to compute the spectrum of the coded images,  $I_{\text{cod}}$ . These spectra are zero-padded,  $I_{\text{codZ}}$ , to match the array size with that of  $OTF(p)$ . Next, we use a parametric Wiener filter<sup>29)</sup> in order to obtain the decoded image in the frequency domain ( $I_{\text{decZ}}$ ), i.e.

$$I_{\text{decZ}} = \frac{OTF(p)^* I_{\text{codZ}}}{|OTF(p)|^2 + k} \quad (4)$$

with  $k$  being the regularization parameter, which is adjusted to guarantee a good balance between image fidelity and smoothness of the deconvolution result. To obtain the final decoded images, the inverse  $DFT$ ,  $IDFT$ , of  $I_{\text{decZ}}$  is downsampled to  $512 \times 512$  in order to maintain the  $6.45 \mu\text{m}$  pixel size of the recording device used to get the experimental results.  $DFT$ , and  $IDFT$  are computed with Matlab's built-in functions.<sup>30)</sup>

**5. Experimental results**

In Fig. 5 we show the temporal sequence of images distorted by both levels of atmospheric turbulences, i.e., the SLM only generates the phase maps of Fig. 2. Clearly  $r_0 = 0.4 \text{ mm}$  generates worse-quality images.

For the experimental WFC simulation, we load the turbulence phase maps plus the  $7\lambda$  JFPM in the SLM to obtain the wavefront-coded, or intermediate, images to be

decoded as explained above. Figures 6 and 7 illustrate the results. The first four columns show the temporal sequence of the restored images. Intermediate images are displaced from the original centering of the system due to global tips and tilts generated by the turbulences. We recenter all of them for comparison purposes. The last column shows the decoded image obtained after averaging the recentered four intermediate images. This has a twofold purpose. First, by averaging the intermediate images, noise is reduced and, second, for random aberrations the average of  $MTF(p, T)$  gets closer to that of the PM,  $MTF(p)$ , and therefore more invariance is produced, leading to better restored images (we must point out here that the temporal sequence here presented exhibits strong variability from one location to another, which is not the usual case and therefore the averaged restored images can be even better). This averaging process is computational time consuming (recentering to subpixel size all needed images) and therefore not usable in all applications.

Figure 8 shows zoomed-in images of Group 5 of the USAF target in Figs. 6 and 7. Figure 9 shows  $MTF_{\text{dec}}(p, T)$  defined in Eq. (3) which represents the  $MTF$  of the optical system including the decoding process and explains the quality of each restored image.

We must stress the fact that no other filtering or makeup of the images used to explain JFPM performance has been



**Fig. 6.** Temporal sequence of restored images for  $r_0 = 0.9 \text{ mm}$  with the different JFPMs. The last column shows the restored image from the average intermediate images. White asterisks point out the best JFPM ( $p$  value) needed for decoding. Group 5 of the USAF image is framed for further analysis.

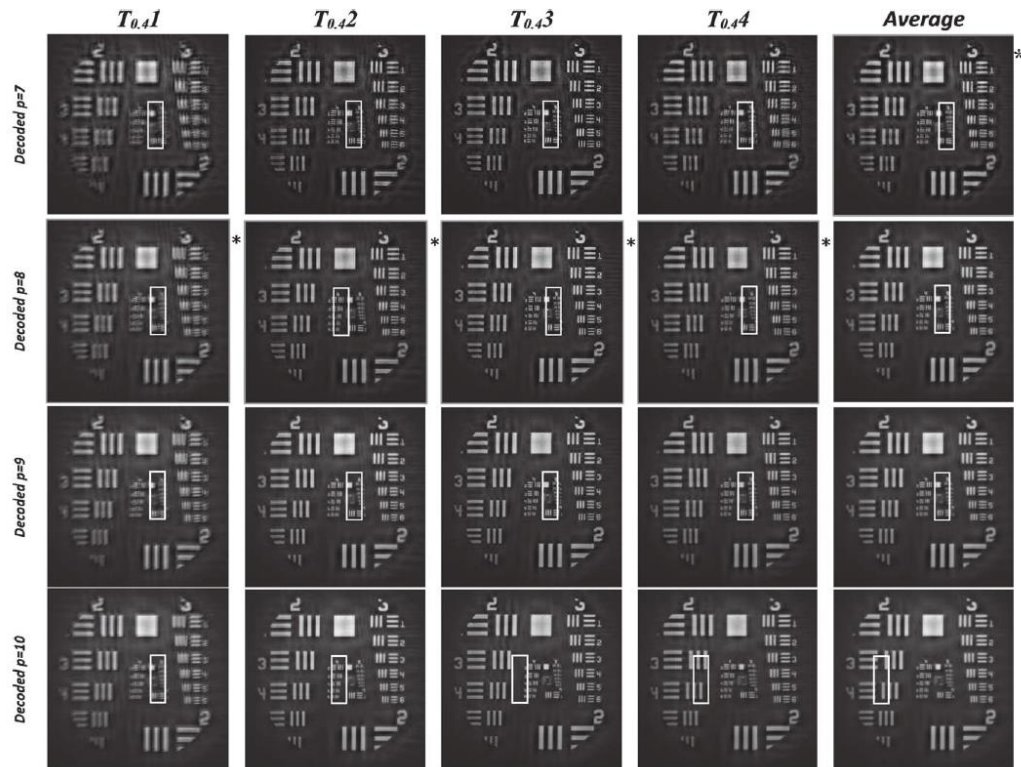


Fig. 7. Temporal sequence of restored images for  $r_0 = 0.4$  mm with the different JFPMs. The last column shows the restored image from the average intermediate images. White asterisks point out the best JFPM ( $p$  value) needed for decoding. Group 5 of the USAF image is framed in a red square for further analysis.

made. Only brightness and contrast have been adjusted to enhance the relevant flaws that can show up in the decoded images when different JFPMs are used and that is what we want to emphasize in this work.

From the images in Fig. 8 we can observe that WFC with any of the JFPMs provides a noticeable improvement of the images compared with those affected by aberrations (at both turbulence levels). As expected from the  $MTF(p, T)$  analysis in Fig. 3, the lower the level of turbulences, the better the restored images because the  $MTF$  are closer to  $MTF(p)$ , the  $MTF$  of the JFPM. Artifacts (replicas) are quite visible for  $p = 7$ . This is due to the number and depth of ripples of  $MTF_{dec}(p, T)$  as can be seen clearly in Fig. 9. As  $p$  increases, artifacts vanish, in agreement with the fact that  $MTF_{dec}(p, T)$  shows ripples less deep,<sup>22)</sup> however,  $MTF_{dec}(p, T)$  is worse and restored images fade out for  $p = 10$ . In general, ripples of  $MTF_{dec}(p, T)$  for  $r_0 = 0.9$  mm (low level of turbulence) are less deep than those for  $r_0 = 0.4$  mm (high level of turbulence) and this results in fewer replicas. Therefore, the best images are obtained when  $p = 9$  for  $r_0 = 0.9$  mm and when  $p = 8$  for  $r_0 = 0.4$  mm.

The four turbulence maps we have randomly chosen from Fig. 1 lead to slightly different resolutions and therefore

different visual qualities of the images among themselves. Thus, for  $r_0 = 0.9$  mm we could state that the best decoded image corresponds to T3 (blue line) and it can be seen that  $MTF_{dec}(p, T)$  is closer to the diffraction-limited one (in black) and ripples are less deep. The quality of restored images decreases for T4 and T2, and for T1 we get the worst restoration. For  $r_0 = 0.4$  mm the order in terms of decreasing quality would be T3, T2, T4 and T1.

By averaging intermediate images, we can obtain a restored image with higher quality than that of the individual ones in practically all the cases. This is mainly due to the fact that averaging reduces noise as well as softens ripples which have a pertinent reflection on the quality of the restored images. Therefore, the best images are obtained when  $p = 8$  for  $r_0 = 0.9$  mm and when  $p = 7$  for  $r_0 = 0.4$  mm.

### 6. Discussion

In view of the analysis of images we have made in the previous Sect., we can state that JFPMs with small  $p$  values will generate artifacts in the restored images but those with high  $p$  values will reduce image resolution because the invariance required in WFC-based optical systems is lost. The choice of  $p$  value depends also on the amount of

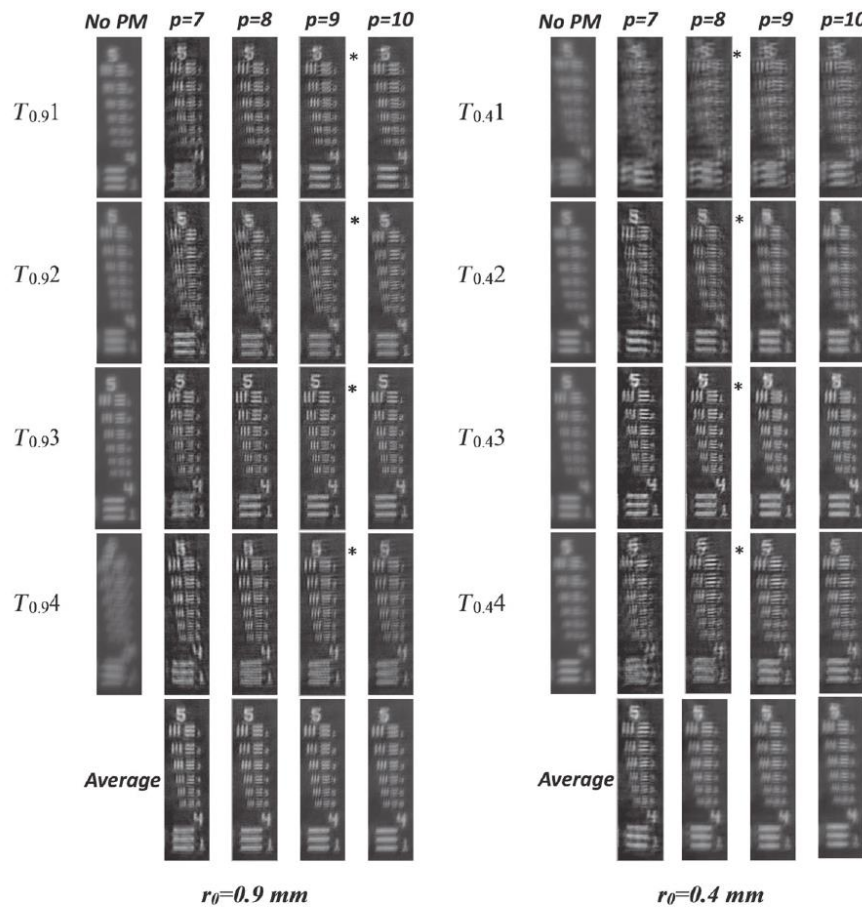


Fig. 8. Zoomed-in images of Group 5 of USAF target from Figs. 6 ( $r_0 = 0.9$  mm) and 7 ( $r_0 = 0.4$  mm). White asterisks point out the best JFPM ( $p$  value) needed for decoding.

aberration; thus we can observe that for the temporal sequence for a Fried radius of  $r_0 = 0.9$  mm,  $p = 9$  provides better results whereas  $p = 8$  performs better for  $r_0 = 0.4$  mm. Averaging images reduces noise which determines the minimum acceptable value of  $MTF$  and therefore  $p = 8$  for  $r_0 = 0.9$  mm and  $p = 7$  for  $r_0 = 0.4$  mm provide the best results. The best restored images are framed in green squares in all figures.

We do not optimize the strength value for the different masks but what we describe in this work with respect to noise, artifacts and resolution can be stated as general behavior. Of course, the pair  $(\alpha, p)$  has to be jointly found to optimize the results.

**7. Conclusions**

JFPMs can be used to effectively alleviate random aberrations in imaging optical systems. The choice of mask and

strength must take into account not only the required imaging characteristics but also the nature of random or varying aberrations and noise. We have shown by experimental simulation of two levels of atmospheric turbulence that the proper choice of JFPM results in a remarkable improvement of degraded images. It can be said that these masks provide an additional degree of freedom (power of radial dependence,  $p$ ) which together with the strength of the mask,  $\alpha$ , can tune the balance of aberrations–noise–artifacts to meet the resolution required for an optical system.

Although the results that have been illustrated are for air turbulences, other applications in the field of biometry, and the automobile industry among others can benefit from the WFC technique with JFPMs, which produce a reduction in physical components, complexity, weight, and costs.

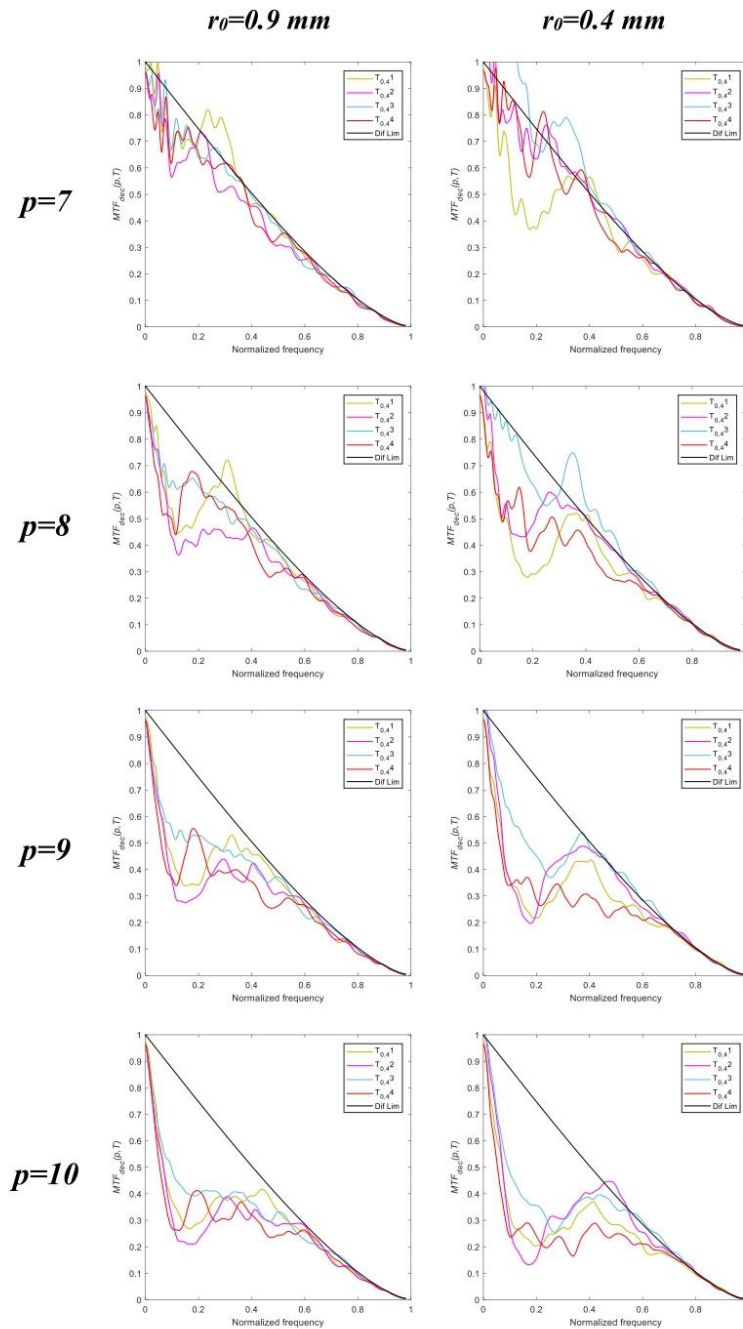


Fig. 9. (Color online) *MTF* for the system including the decoding process for the different JFPMs.

**Acknowledgments**

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and

FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431E 2018/08 and ED431B 2017/64. E. González Amador and M. Olvera-Angeles thank Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología for CVU no. 714742 and CVU no. 714741.

- 1) G. Zheng, X. Ou, R. Horstmeyer, and C. Yang, *Opt. Express* **21**, 15131 (2013).
- 2) R. D. Simmonds and M. J. Booth, *J. Opt.* **15**, 094010 (2013).
- 3) J. C. Dainty, *Laser Guide Star Adaptive Optics for Astronomy* (Springer, Dordrecht, 2000) Series C: Mathematical and Physical Sciences, Vol. 551, p. 1.
- 4) J. Liang and D. R. Williams, *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 2873 (1997).
- 5) A. W. Lohmann, *Appl. Opt.* **28**, 4996 (1989).
- 6) R. K. Tyson, *Principles of Adaptive Optics* (CRC Press, Boston, MA, 1991).
- 7) E. R. Dowski and W. T. Cathey, *Appl. Opt.* **34**, 1859 (1995).
- 8) W. T. Cathey and E. R. Dowski, *Appl. Opt.* **41**, 6080 (2002).
- 9) E. R. Dowski and G. E. Johnson, *Proc. SPIE* **3779**, 137 (1999).
- 10) G. Carles, *Opt. Laser Eng.* **50**, 1377 (2012).
- 11) J. Arines, R. O. Hernandez, S. Sinzinger, A. Grewe, and E. Acosta, *Opt. Lett.* **39**, 3986 (2014).
- 12) K. Kubala, E. Dowski, and W. T. Cathey, *Opt. Express* **11**, 2102 (2003).
- 13) C. Dorransoro, J. A. Guerrero-Colon, C. Marta, J. M. Infante, and J. Portilla, *Proc. SPIE* **6737**, 67370E (2007).
- 14) G. Muyo, A. Singh, M. Andersson, D. Huckridge, A. Wood, and A. R. Harvey, *Opt. Express* **17**, 21118 (2009).
- 15) V. Nhu, Z. Fan, N. P. Minh, and S. Chen, *Opt. Eng.* **54**, 035103 (2015).
- 16) H. Zhao and Y. Li, *Opt. Lett.* **35**, 2630 (2010).
- 17) Y. Takahashi and S. Komatsu, *Opt. Lett.* **33**, 1515 (2008).
- 18) Q. Yang, L. Liu, and J. Sun, *Opt. Commun.* **272**, 56 (2007).
- 19) S. Chen and Z. Fan, *Opt. Lett.* **39**, 2171 (2014).
- 20) S. Prasad, T. C. Torgersen, V. P. Pauca, R. J. Plemmons, and J. van der Gracht, *Proc. SPIE* **5108**, 346 (2003).
- 21) M. Demenikov and A. R. Harvey, *Opt. Express* **18**, 8207 (2010).
- 22) E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, J. Arines, and E. Acosta, *Opt. Laser Eng.* **126**, 105880 (2020).
- 23) E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, M. Olvera-Angeles, J. Arines, and E. Acosta, *Proc. SPIE* **11104**, 1110405 (2019).
- 24) M. Olvera-Angeles, E. González-Amador, J. Arines, J. Sasian, J. Schwiegerling, and E. Acosta, *Proc. 24th Microoptics Conf. (MOC2019)*, 2019, p. 94.
- 25) J. Osborn, *Profiling the Turbulent Atmosphere and Novel Correction Techniques for Imaging and Photometry in Astronomy* (Durham University, Durham, 2010).
- 26) R. Rampy, D. Gavel, D. Dilon, and S. Thomas, *Appl. Opt.* **51**, 8769 (2012).
- 27) K. Adelsberger, R. Boye, and J. Zavislan, *Proc. Int. Optical Design Conf. OS, 2014*, p. IW1A-5.
- 28) S. Y. Wu, J. Liang, and M. F. Becker, *Proc. SPIE* **8254**, 82540C (2012).
- 29) R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2002) 2nd ed., p. 262.
- 30) D. Voelz, *Computational Fourier Optics: A MATLAB Tutorial* (SPIE Press, Bellingham, WA, 2011), p. 63.

## 8.3 ARTICULO 3



G234 Vol. 59, No. 22 / 1 August 2020 / Applied Optics

Research Article

## Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging

EVA ACOSTA,<sup>1,\*</sup> MIGUEL OLVERA-ANGELES,<sup>1</sup> ENRIQUE GONZÁLEZ-AMADOR,<sup>1</sup> J. SASIAN,<sup>2</sup>  
J. SCHWIEGERLING,<sup>2</sup> AND JUSTO ARINES<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

<sup>2</sup>College of Optical Sciences, The University of Arizona, 1630 E. University Blvd., Tucson, Arizona 85721, USA

<sup>3</sup>Department of Applied Physics, Faculty of Optics and Optometry, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

\*Corresponding author: eva.acosta@usc.es

Received 17 March 2020; revised 20 June 2020; accepted 20 June 2020; posted 22 June 2020 (Doc. ID 391941); published 17 July 2020

Wavefront coding is a technique that combines optical phase elements and digital signal processing in order to increase the effective depth of focus of optical systems. The success of wavefront coding lies in the design of a suitable phase mask placed at the system's aperture. This element allows for image formation invariant under the effects of different second-order optical aberrations. In optical systems limited by temporally or spatially varying high-order aberrations, the use of wavefront coding has not been fully demonstrated. Here we propose the choice of Jacobi–Fourier shaped phase masks to produce sharp and clear retinal images of living eyes. To demonstrate the potential use of the technique, we analyze the performance of the Jacobi–Fourier phase masks through experimental simulations to alleviate aberrations for different eye aberrations. We will show that the best mask choice is robust to noise while keeping acceptable resolution and reducing image artefacts. ©2020 Optical Society of America

<https://doi.org/10.1364/AO.391941>

### 1. INTRODUCTION

Optical systems can suffer from optical aberrations due to many factors. Aberrations generate a distorted wavefront that does not converge to a point, resulting in a decrease in image resolution and hence a deterioration in image quality [1]. For instance, in microscopy, spatially varying aberrations do not allow us to obtain images with high resolution over a wide field of view [2], or the spatial distribution of refractive index in a specimen gives rise to aberrations that affect the resolution, signal level, and contrast of high-resolution images [3]. In astronomy, time-varying aberrations for imaging through atmospheric turbulences degrade star images [4], and in ophthalmic optics, aberrations of the eye affect the quality of retinal images [5].

The retina is the only part of the body where the detection of blood flow can be directly and noninvasively observed *in vivo*. The analysis of retinal structure and its vascular function has been fundamental in ophthalmology since the origins of the ophthalmoscope [6]. Retinal circulation issues are related to the pathogenesis of some of the leading causes of blindness, including macular degeneration and diabetic retinopathy [7–9]. Moreover, retinal tissue structure and function makes it one of the most metabolically active locations in the body [10] and other diseases such as multiple sclerosis, diabetes thyroid dysfunction, and even cancer, among others, can be early detected through an analysis of the blood vessels and optics nerve [11].

Eye aberrations limited the possibility of obtaining the desired high-resolution images until adaptive optics (AO) came to help to overcome these problems. AO was proposed and used to correct for the total wave aberration of the eye and is a technique well suited to cope with the large variation in the pattern of aberrations from eye to eye and in the variation of one eye aberration with time [12]. This technology compensates for optical aberrations, allowing any ophthalmoscope modality, including flood-illuminated fundus cameras, scanning laser ophthalmoscopes, and optical coherence tomography (OCT), to produce sharper images [13].

Eye fundus imaging with AO is based in a sophisticated optical system including a wavefront sensor to evaluate aberrations and a deformable mirror to compensate for them in a loop. It is a complex and expensive technique. Here we propose an inexpensive method based on the wavefront coding (WFC) technique to obtain sharp images of retinal tissues. We do not claim it is a substitute of AO, but for some ophthalmoscope modalities it can provide remarkable results with inexpensive and robust devices.

WFC is a hybrid technique proposed in 1995 by Dowski and Cathey that enables us to extend the depth of focus (DOF) of incoherent optical systems [14–16]. WFC involves a cubic phase mask (PM) in the shape of  $x^3 + y^3$ , the exit pupil plane of system yielding a blurred image nearly invariant to defocus. This optical element modifies the imaging system in such a

1559-128X/20/22G234-05 Journal ©2020 Optical Society of America

way that the resulting point-spread function (PSF) and optical transfer function (OTF) are insensitive to defocus, which results in images with a well-defined and predictable amount of blur, which then must be digitally decoded to obtain an image with close to diffraction-limited quality [17–20].

From the original cubic masks many other shapes have been proposed such as root square [21], sinusoidal [22], exponential [23], and tangential masks [24]. Although resolution was slightly increased, none of these masks avoided the diagonal banding in the decoded images due to the angular dependence of the PM and border artefacts. In order to avoid diagonal banding, trefoil masks were proposed [ $r^3 \cos(3\theta)$ ] [25], but border artefacts still remain [26]. Recently, we have proposed the use of Jacobi–Fourier PM (JFPM) and shown that these PMs suppose a quality improvement for DoF purposes and reduce border artefacts [27,28]. In this work, we will show that WFC with these masks can be also used to alleviate eye aberrations for ophthalmologic devices. The results will be illustrated by laboratory simulation. Thus, we will experimentally simulate eight eyes (at 5 mm pupil) of a normal population generated following the statistical model for ocular aberrations proposed by Thibos *et al.* in Ref. [29]. Moreover, we will also use a temporal sequence of Zernike coefficients for a living eye that were evaluated with a Shack–Hartmann wavefront sensor in our laboratory [30].

This paper is organized as follows. A brief description of the eye aberrations is shown in Section 2. In Section 3, we discuss the WFC mask shape and optical properties. In Section 4, the experimental setup is explained and decoded images shown. Results are discussed in Section 5. Conclusions are given in the Section 6.

## 2. EYE ABERRATIONS

In our experimental setup we will mimic the eye aberrations of eight eyes (at 5 mm pupil) of a normal population generated following the statistical model for ocular aberrations proposed by Thibos *et al.* in Ref. [29]. Moreover, we will also use a temporal sequence of Zernike coefficients for a living eye that were evaluated with a Shack–Hartmann wavefront sensor in our laboratory [30]. For the temporal sequence, the subject was not corrected for astigmatism. These experimental simulations allow us to illustrate the feasibility and potential use of the JFPM for implementing WFC in eye fundus cameras.

In what follows we will show results for only three eyes we considered to have small (#1), medium (#2), and large (#3) amount of aberration as well as three of the 12 frames of the temporal sequence. Corresponding phase maps are shown in Figs. 1 and 2, respectively.

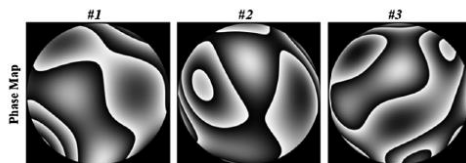


Fig. 1. Aberration maps for three different eyes.

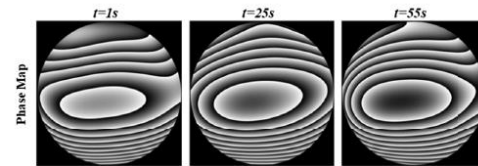


Fig. 2. Aberration maps for eye aberrations of one eye varying with time.

## 3. JFPM OPTICAL PROPERTIES FOR RANDOM (EYE) ABERRATIONS

JFPM has recently been proposed in order to reduce oscillations of the defocused modulated transfer function (MTF) and phase transfer function (PTF) [27], which can be associated with the edge artefacts [21,26] of decoded images and the noise gain [31]. These masks can be expressed as

$$J(r, \theta, p) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta). \quad (1)$$

The strength of the mask  $\alpha$  and the radial power characterized by the Jacobi polynomial  $p$  take control of the phase deviation from the pupil plane and hence the quality of the decoding process. We must point out here that  $p = 7$  provides the well-known and often used trefoil phase mask.

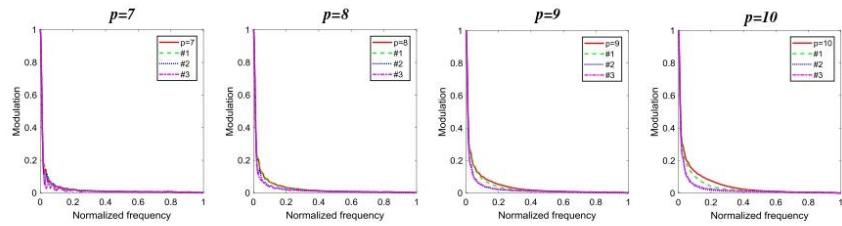
In this work we are not concerned with the invariance properties of the OTF with respect to defocus (as is usually the case for most applications of WFC) but with the invariance properties with respect to random aberrations from eye to eye or even for a single eye the variation with time (low- and high-order aberrations [30]). In Fig. 3 we show the computed one-dimensional MTFs of the optical system (JFPM+eye aberrations).

From the plots we can observe that  $p = 7$  and  $p = 8$  show the most invariant MTFs for all eyes; the MTFs' invariance is lost as  $p$  increases. On the other hand, for small  $p$  values, high-frequency ripples appear in the MTFs, which will result in the presence of artefacts in the decoded images. The best quality image is therefore a trade-off between noise, artefacts, and resolution for the required application of the retinal image.

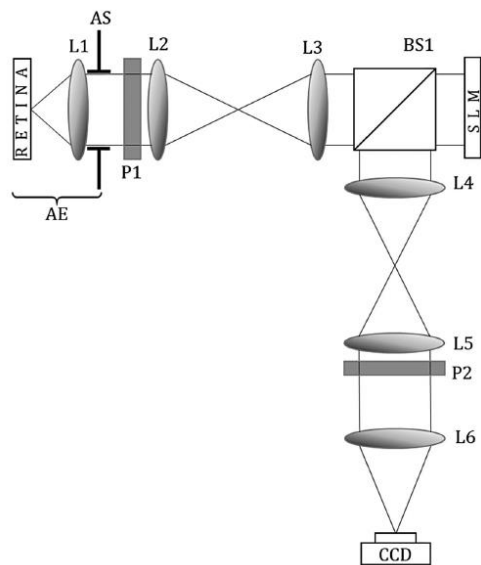
## 4. EXPERIMENTAL SETUP

The setup used in the experimental evaluation is shown in Fig. 4. We use a 1951 USAF test target as the retina. The test is back illuminated with a LED ( $\lambda_0 = 632 \text{ nm}$ ) and placed at the object focal plane of a 25.4 mm lens (L1), and in this way we set up our artificial eye (AE). An aperture stop (AS) is placed at L1 (eye pupil), and it is optically conjugated with the spatial light modulator (SLM, LCOS PLUTO Holoeye Photonics) through L2 and L3 (50 mm focal length). Likewise, the SLM is optically conjugated with L6 through L4 and L5 (50 mm focal length). The image of the target is recorded by a CCD camera (Hamamatsu ORCA R2 with square pixels of  $6.45 \mu\text{m}$  size) at an acquisition time of 0.25s. After L1, a linear polarizer P1 is used for polarization control of the SLM and another polarizer P2 to minimize depolarized light reflected in the SLM.

The AS is set to 5 mm. The SLM is initially modulated with a defocus offset to avoid unwanted diffraction orders. This



**Fig. 3.** MTFs for the optical system. Red continuous line, only JFPM; dashed and dotted lines, JFPM+eye aberrations.



**Fig. 4.** Experimental path diagram of the WFC optical system: USAF, resolution target; L1, collimating lens; AS, aperture stop; P1, linear polarizer; L2 and L3, 4f lens system; BS, beam splitter; SLM, spatial light modulator; L4 and L5, 4f lens system; P2, linear polarizer; L6 converging lens, and CCD, recording device.

is done at the cost of reducing the dynamic range left for the aberrations and the JFPM, limiting the maximum strength of the JFPM that we can use to a value of  $7\lambda$ . Smaller values did not provide invariance enough to the range aberrations that we have used. We do not claim here that  $7\lambda$  is the optimum value of the strength parameter for all the masks. We do claim that a single PM can be used for all subjects.

Under these experimental conditions the intermediate images are recorded. In order to decode them, a  $1024 \times 1024$  PSF image of the JFPM at the equivalent focal plane is computed, and hence the OTF is evaluated for each JFPM ( $OTF_j$ ). The discrete Fourier transform (DFT) is used to compute the spectrum of the coded images  $I_{cod}$ . These spectra are zero padded ( $I_{codZ}$ ) to match arrays size with that of  $OTF_j$ . Next, we use a parametric Wiener filter in

order to obtain the decoded image in the frequency domain ( $I_{decZ}$ ), i.e.,

$$I_{decZ} = \frac{OTF_j^*}{|OTF_j|^2 + k} I_{codZ}, \quad (2)$$

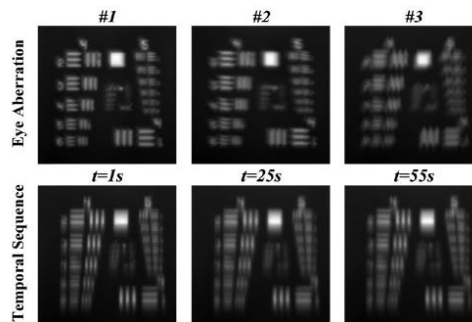
where  $k$  is the regularization parameter, which is adjusted to guarantee a good balance between image fidelity and smoothness of the deconvolution result. In all experimental results here presented we have used  $k = 10^{-4}$ . To obtain the final images, the inverse DTF of  $I_{decZ}$  is downsampled to  $512 \times 512$  in order maintain the  $6.45 \mu\text{m}$  pixel size of the recording device used to get the experimental results. DFT and inverse DFT are computed with Matlab built-in functions.

**5. RESULTS**

In Fig. 5 we show the images distorted by the eye aberrations, i.e., the SLM only generates the phase maps of Fig. 1 and the offset defocus. They are equivalent to retinal images in presence of eye aberrations.

For the experimental WFC simulation, we load on the SLM eye aberrations, plus  $7\lambda$  JFPM, plus defocus offset to obtain the intermediate images, which will be preprocessed as explained in the previous section. Final results are shown in Fig. 6.

From the decoded images in Fig. 6 we can observe that for any of the JFPMs, the WFC provides a noticeable improvement of the images compared with those affected by aberrations. As expected, the eye with small amount of aberrations (#4) yields



**Fig. 5.** Simulated retinal images distorted by eye aberrations. Upper row: for three different eyes. Lower row: frames of temporal sequence for an eye.

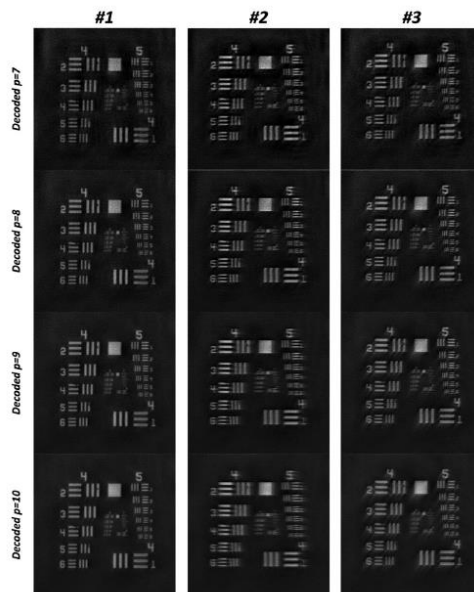


Fig. 6. Restored images for the different JFPMs for every eye.

the better restored images. Artefacts are quite visible for  $p = 7$ . As  $p$  increases, artefacts vanish in agreement with the fact that MTFs show less ripples [27]. The restored images fade out for  $p = 10$  due to the difference between the actual MTFs and the restoring ones. The choice of  $p = 8$  provides the best results for all of them.

As explained above, the SLM restricted the  $\alpha$  value we could use to  $7\lambda$ . We must stress the fact that this value is not the optimized one for the different masks. Nevertheless, the results described in this work with respect to noise, artefacts, and resolution can be stated as general behavior. Of course, the pair  $(\alpha, p)$  must be jointly found to optimize the results, but we want to show that only one PM can be used for all subjects.

For a given eye we can restore the image with slightly better quality if we average several shots. Figure 7 shows three shots of a temporal sequence of restored images. A video made with the twelve aberrated and decoded images for the  $p = 8$  mask is presented in Visualization 1. This video represents the change of aberrations with time and the corresponding restored images. The last column in Fig. 7 shows for each JFPM the decoded image obtained after averaging the 12 intermediate images (recentered because tilts also change with time). This has a twofold purpose: first, averaging the intermediate images, noise is reduced and second, for random aberrations the MTF of the averaged intermediate images gets closer to that of the JFPM and hence results in more invariance, leading to better restored

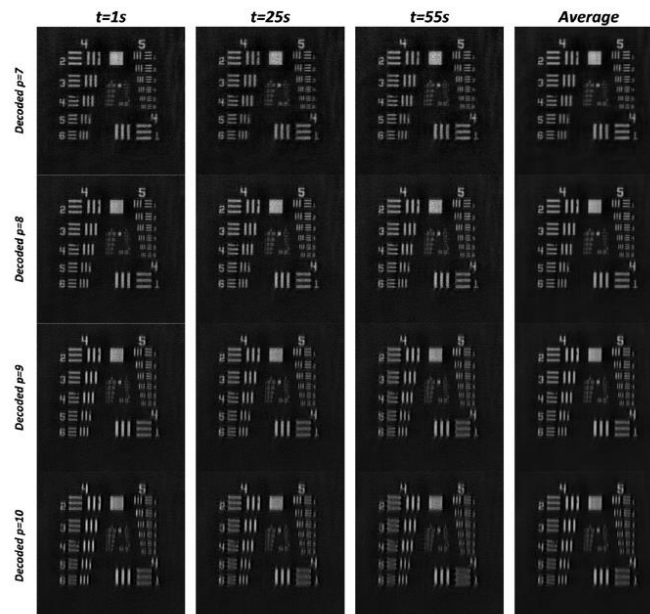


Fig. 7. Temporal sequence of restored images with the different JFPMs (see video in Visualization 1). The last column shows the restored image from the average of 12 intermediate images.

images. This averaging process is computationally time consuming because it requires recentering all images to subpixel size. From Fig. 7 it is clear that averaging images reduces noise and increases the resolution.

## 6. CONCLUSION

Wavefront coding with Jacobi–Fourier masks holds promise as a noninvasive imaging tool to get high-resolution retinal images in an intact living eye. With this technique there is neither need to measure eye aberrations nor to use deformable mirrors or compensating devices, which results in an inexpensive and robust technique that can be incorporated to some modalities of ophthalmoscopes. The mask is used for any normal subject independently of the individual eye aberrations they may have. Moreover, the invariance properties of the intermediate images make the resolution of the final image able to be increased through the average of a temporal sequence for every eye. We want to stress the fact that despite having shown that WFC provides remarkable improvement in the quality of simulated retinal images with robust and inexpensive devices, the invariant under defocus nature of the WFC technique will provide an image of a thin slice of the retina. The thickness can be controlled with the strength parameter of the JFPM, and therefore it could be useful for some applications such as vasculature visualization with a very simple device.

**Funding.** Ministerio de Economía y Competitividad (FIS2016-77319-C2-1-R); European Regional Development Fund; Xunta de Galicia (ED431B2017/64, ED431E2018/08); Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (714741, 714742).

**Acknowledgment.** M. Olvera-Angeles and E. González Amador thank CONACyT.

**Disclosures.** The authors declare that there are no conflicts of interest related to this paper.

## REFERENCES

- N. Ji, "Adaptive optical fluorescence microscopy," *Nat. Methods* **14**, 374–380 (2017).
- G. Zheng, X. Ou, R. Horstmeyer, and C. Yang, "Characterization of spatially varying aberrations for wide field-of-view microscopy," *Opt. Express* **21**, 15131–15143 (2013).
- R. D. Simmonds and M. J. Booth, "Modelling of multi-conjugate adaptive optics for spatially variant aberrations in microscopy," *J. Opt.* **15**, 094010 (2013).
- N. Ageorges and C. Dainty, *Laser Guide Star Adaptive Optics for Astronomy* (Springer, 2013), Vol. 551.
- J. Liang, D. R. Williams, and D. T. Miller, "Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 2884–2892 (1997).
- A. D. Pechauer, D. Huang, and Y. Jia, "Detecting blood flow response to stimulation of the human eye," *BioMed Res. Int.* **2015**, 121973 (2015).
- A. S. Hafez, R. L. G. Bizzarro, and M. R. Lesk, "Evaluation of optic nerve head and peripapillary retinal blood flow in glaucoma patients, ocular hypertensives, and normal subjects," *Am. J. Ophthalmol.* **136**, 1022–1031 (2003).
- E. M. Kohner, V. Patel, and S. M. B. Rassam, "Role of blood flow and impaired autoregulation in the pathogenesis of diabetic retinopathy," *Diabetes* **44**, 603–607 (1995).
- C. J. Pourmaras, E. Rungger-Brändle, C. E. Riva, S. H. Hardarson, and E. Stefansson, "Regulation of retinal blood flow in health and disease," *Prog. Retinal Eye Res.* **27**, 284–330 (2008).
- J. M. Vanderkooi, M. Erecinska, and I. A. Silver, "Oxygen in mammalian tissue: methods of measurement and affinities of various reactions," *Am. J. Physiol. Cell Physiol.* **260**, C1131–C1150 (1991).
- A. Kamboj, M. Lause, and P. Kumar, "Ophthalmic manifestations of endocrine disorders—endocrinology and the eye," *Translational Pediatrics* **6**, 286 (2017).
- J. Liang, D. R. Williams, and D. T. Miller, "Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 2884–2892 (1997).
- A. Roorda and J. L. Duncan, "Adaptive optics ophthalmoscopy," *Annual Rev. Vis. Sci.* **1**, 19–50 (2015).
- E. R. Dowski and W. T. Cathey, "Extended depth of field through wave-front coding," *Appl. Opt.* **34**, 1859–1866 (1995).
- W. T. Cathey and E. R. Dowski, "New paradigm for imaging systems," *Appl. Opt.* **41**, 6080–6092 (2002).
- E. R. Dowski, Jr. and G. E. Johnson, "Wavefront coding: a modern method of achieving high-performance and/or low-cost imaging systems," *Proc. SPIE* **3779**, 137–145 (1999).
- G. Carles, "Analysis of the cubic-phase wavefront-coding function: physical insight and selection of optimal coding strength," *Opt. Laser Eng.* **50**, 1377–1382 (2012).
- J. Arines, R. O. Hernandez, S. Sinzinger, A. Grewe, and E. Acosta, "Wavefront-coding technique for inexpensive and robust retinal imaging," *Opt. Lett.* **39**, 3986–3988 (2014).
- K. Kubala, E. Dowski, and W. T. Cathey, "Reducing complexity in computational imaging systems," *Opt. Express* **11**, 2102–2108 (2003).
- C. Dorransoro, J. A. Guerrero-Colon, M. C. de la Fuente, J. M. Infante, and J. Portilla, "Low-cost wavefront coding using coma and a denoising-based deconvolution," *Proc. SPIE* **6737**, 67370E (2007).
- V. N. Le, Z. Fan, N. P. Minh, and S. Chen, "Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems," *Opt. Eng.* **54**, 035103 (2015).
- H. Zhao and Y. Li, "Analytical and experimental demonstration of depth of field extension for incoherent imaging system with a standard sinusoidal phase mask," *Chin. Opt. Lett.* **10**, 031101 (2012).
- Q. Yang, L. Liu, and J. Sun, "Optimized phase pupil masks for extended depth of field," *Opt. Commun.* **272**, 56–66 (2007).
- S. Chen and Z. Fan, "Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems," *Opt. Lett.* **39**, 2171–2174 (2014).
- S. Prasad, T. C. Torgersen, V. P. Pauca, R. J. Plemmons, and J. van der Gracht, "Engineering the pupil phase to improve image quality," *Proc. SPIE* **5108**, 1–12 (2003).
- M. Demenikov and A. R. Harvey, "Image artifacts in hybrid imaging systems with a cubic phase mask," *Opt. Express* **18**, 8207–8212 (2010).
- E. González-Amadora, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, J. Arines, and E. Acosta, "Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding," *Opt. Laser Eng.* **126**, 105880 (2020).
- E. González-Amadora, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, J. M. Olvera Angeles, J. Arines, and E. Acosta, "Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks," *Proc. SPIE* **11104**, 1110405 (2019).
- L. N. Thibos, X. Hong, A. Bradley, and X. Cheng, "Statistical variation of aberration structure and image quality in a normal population of healthy eyes," *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 2329–2348 (2002).
- H. Hofer, P. Artal, B. Singer, J. L. Aragón, and D. R. Williams, "Dynamics of the eye's wave aberration," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 497–506 (2001).
- K. Adelsberger, *Design Guidelines for Wavefront Coding in Broadband Optical Systems* (University of Rochester, 2014).

8.4 PROCEEDING 1

24th Microoptics Conference (MOC2019), Toyama, Japan, Nov. 17 - 20, 2019

P-67

**Influence of the  $f/\#$  in wavefront coding with Jacobi Fourier phase masks**

Enrique González-Amador\*, Miguel Olvera-Angeles, Justo Arines and Eva Acosta  
 Dept. of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

enrique.gonzalez.amador@rai.usc.es, eva.acosta@usc.es

**Abstract:** Jacoby Fourier polynomial shaped phase masks (JFPM) have been shown to be potentially effective for extending the depth of focus in wavefront coding technique. However, some characteristics have not been reported in detail. Here, we will show performance of JFPM for different  $f/\#$  and compare with the trefoil phase mask.

**1. Introduction**

Wavefront coding (WFC) is a hybrid optical-computational technique that makes use of a phase modulating element in conjunction with a deconvolution algorithm to extend the depth of field or depth of focus of a digital imaging system [1-2]. Dowski and Cathey [1] proposed the use of a cubic phase mask (PM) at the exit pupil of the optical system that generates a controlled amount of aberration. The PM employed results in optical imaging characteristics that are very insensitive to misfocus related aberrations. A sharp and clear image is not directly produced from the optics, however, digital signal processing applied to the sampled image produces a sharp and clear final image that is also insensitive to misfocus related aberrations.

In traditional (without WFC) imaging systems, such an extension of the depth of focus is usually obtained by reducing the aperture stop, consequently reducing the resolution and light gathering capacity of the imaging system. Because WFC elements typically are transparent, they allow the exposure and illumination to be maintained while producing the depth of focus of a slower system. Moreover, inexpensive plastic aspheric optics incorporating WFC into the design can produce image quality equivalent to optics of much greater complexity and expense, and therefore small, compact and robust devices can be obtained at a fraction of the usual cost [3].

Different aspheric optics have been proposed for wavefront coding purposes. The most representative of these are: trefoil, root square, among others [4-6].

Recently we have proposed the use of Jacobi-Fourier Phase Masks (JFPM). We demonstrated that they suppose a quality improvement in the design of phase mask for DoF purposes in what artifact reduction and sensitivity to noise refers. [7, 8]

In this work we will show numerical results of the performance of JFPM in WFC systems for different  $f/\#$ .

**2. F Number**

WFC can increase the DoF of traditional optics systems by a factor of ten or more [2]. This performance is impossible with traditional optics, where the most obvious way to extend the depth of focus is to decrease the diameter of aperture. Nevertheless, this method results in a dramatic loss of optical power and worse resolution

[4,5]. Moreover, the reduction of the capacity of the lens for light-gathering has other implications. The acquired images may suffer from lower contrast and lower signal-to-noise ratio.

Wavefront-coded imaging can deliver systems that operate with large apertures but offer the DoF of a reduced aperture system. For example, the lens can be operated at  $f/2$  but deliver the DoF of a lens operated at  $f/8$ . The shape of the mask plays a key role of a good performance within the desired DoF. In figure 1 we show the defocused images ( $158\mu\text{m}$ ) of a star target for several  $f/\#$ .

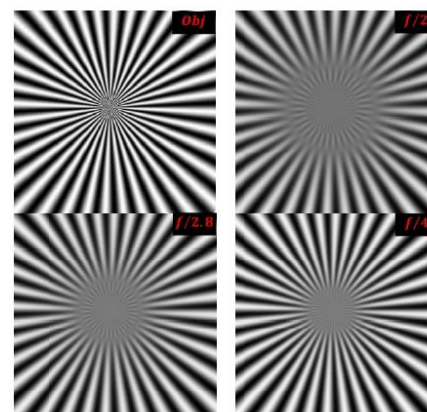


Fig.1 Defocused images for different  $f/\#$  with the same amount of axial defocus. The upper left image represents the in focus image.

**3. Jacobi Fourier phase masks**

The generalized pupil function for the optical system can be expressed as:

$$P(r, \theta) = \begin{cases} \exp[ik\alpha J_p(r, \theta)] & \text{if } r \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

Here,  $\alpha$  represents the strength of the PM, and  $(r, \theta)$  the polar coordinates at the entrance pupil of the system (the radius of which is normalized to 1). JFPM generates a phase [7, 8]

$$J_p(r, \theta) = r^{(p-1)/2} \cos(3\theta), p \geq 7 \quad (2)$$

Although cubic and variations about cubic masks are most used and studied, trefoil PM,  $p = 7$ , is preferred because

it produces images with same resolution and no periodic artifacts. This is due to the  $\cos(3\theta)$  dependence [9]. JFPM with  $p > 7$  have been shown to provide restored images with less or none artifacts and less noise amplification at expenses of losing some DoF and a bit of resolution (Compared with trefoil PM,  $J_7$ ). In what follows we will show the behaviour for different  $f/\#$ .

**4. Simulations**

We have restored the defocused images shown in figure 1 for trefoil,  $J_7$ , and  $J_9$  phase masks. In both cases  $\alpha = 50\lambda$ . In figure 2, we can confirm that  $J_9$  delivers images free of artifacts in all cases. For  $J_7$ , faster lenses produce more artifacts than slower ones. In what concerns to resolution, there is a slight loss of resolution for  $J_9$  when  $f/2$ .

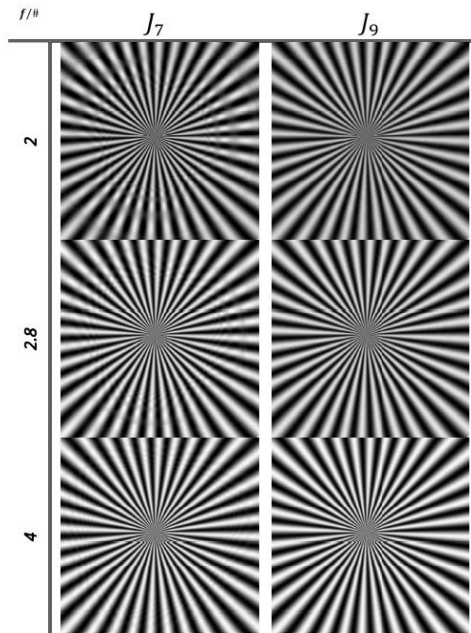


Fig.2 Restored images for Trefoil mask (Left) and  $J_9$  PM

Although not shown here, for  $p = 8$  we obtain intermediate results in what artifacts and resolution concerns whereas for  $p = 10$  there is no artifacts but resolution, although still acceptable, is the worse.

**5. Conclusion**

Imaging systems with wavefront coding can be highly customized for special applications for much less cost than a custom-designed lens system. For a given  $f/\#$ , DoF can be effectively extended with less artifacts in the restored images and comparable resolution of other PM by using JFPM. For some applications, WFC might be the

only way to meet all of the resolution, size (reduced), cost and robustness requirements. This means that compact imaging systems can be designed with JFPM coded wavefront shapes while maintaining their dimensions and f-number and keeping spatial resolution close to the diffraction limit.

**Acknowledgment**

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431B 2017/64 and ED431E 2018/08. E. Gonzalez and M. Olvera thank to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT); with CVU no 714742 and CVU no. 714741.

**References**

- [1] Dowski, Edward R., and W. Thomas Cathey. "Extended depth of field through wave-front coding." *Applied optics* 34.11 (1995): 1859-1866.
- [2] Dowski, Edward R., and Johnson, E. Gregory. "Wavefront coding: A modern method of achieving high performance and/or low cost imaging systems." In *Current Developments in Optical Design and Optical Engineering VIII*. Vol. 3779. International Society for Optics and Photonics, 1999. pp. 137-146.
- [3] Bagheri, S., Silverira, P. E., and Farias, D. P. "Analytical optimal solution of the extension of the depth of field using cubic-phase wavefront coding. Part 1. Reduced-complexity approximate representation of the modulation transfer function" *JOSA A* 25.5 (2008): 1051-1063.
- [4] Prasad, S., Torgersen T, Pauca V. P., and Plemmons R. "Integrated optics systems for image quality control." In *Proceedings of the AMOS Technical Conf. Maui, HI* (2002).
- [5] Fan, Zhigang, Nghia Pham Minh, and Shouqian Chen. "Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems." *Optical Engineering* 54.3 (2015): 035103.
- [6] Tsukasaki, Takafumi, and Shinchi Komatsu. "Improved extension of depth-of-field performance by apodized wavefront coding." *Japanese Journal of Applied Physics* 55.8S3 (2016): 08RD03.
- [7] González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Olvera-Angeles, J. M., Arines, J., and Acosta, E. "Wavefront coding with Jacobi-Fourier polynomials phase mask to extend the depth of focus" in *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering Vol. 11104-4* (invited paper). San Diego, Aug. 2019
- [8] González-Amador, E. Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Arines, J., and Acosta, E. "Jacobi-Fourier polynomials phase mask for wavefront coding." *Optics and Lasers in Engineering*.
- [9] Muyo, Gonzalo, et al. "Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens." *Optics express* 17.23 (2009): 21118-21123.

8.5 PROCEEDING 2

24th Microoptics Conference (MOC2019), Toyama, Japan, Nov. 17 - 20, 2019

E-6

**Jacobi-Fourier phase masks to increase performance of wavefront coded optical systems for random or varying aberrations alleviation**

Miguel Olvera-Angeles<sup>(1)\*</sup>, Enrique González-Amador<sup>(1)</sup>, Justo Arines<sup>(2)</sup>, J. Sasian<sup>(3)</sup>, J. Schwiegerling<sup>(3)</sup>, Eva Acosta<sup>(1)</sup>  
<sup>(1)</sup> Dept of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain  
<sup>(2)</sup> Dept of Applied Physics, Faculty of Optics and Optometry, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de  
<sup>(3)</sup> College of Optical Sciences, The University of Arizona, 1630 E. University Blvd. Tucson, Arizona 85721, USA

juanmiguel.olvera@rai.usc.es, eva.acosta@usc.es

**Abstract:** Wavefront Coding is a technique using generalized aspheric optics and digital signal processing to greatly increase the depth of field of imaging systems. In this work we propose the use of Jacobi-Fourier shaped phase masks to produce sharp and clear images for optical systems affected by random and varying aberrations.

**1. Introduction**

Wavefront-coding (WFC) [1] is a technique in imaging systems that uses signal processing as an integral part of image capture. In addition, wavefront-coded imaging uses phase elements that must be designed specifically for each application. This combination of an application-phase element and image processing can provide performance that is impossible with traditional imaging systems. WFC is usually designed to deliver systems with a large depth of focus (DoF). It has been also proven to alleviate misfocus related aberrations as well as astigmatism [2]. Usually, cubic or trefoil shaped phase masks (PM) or slight variations of the shape of these two PM are used to extend the DoF of optical systems [3,4]. Recently we have proposed the use of Jacoby Fourier PM (JFPM) [5,6] and shown that these PM suppose a quality improvement for DoF purposes. In this work we will show that these masks can be also used to alleviate random or varying aberrations in optical systems without knowledge of aberrations and allow users to predict the achievable resolution. Finally, it is worth to mention that WFC is an alternative to some adaptive optics imaging systems which needs wavefront sensors and deformable mirrors to compensate aberrations and therefore it can be used in small camera modules to miniaturize and/or make portable and robust optical systems to imaging through aberrated media.

**2. Theoretical basis**

For WFC optical systems the most used PM are the cubic

$$f(x, y) = \alpha(x^3 + y^3),$$

and the trefoil

$$f(x, y) = \alpha r^3 \cos(3\theta)$$

Where  $\alpha$  represents the strength of the PM,  $(x, y)$  represents cartesian coordinates and  $(r, \theta)$  polar coordinates at the entrance pupil of the system. Trefoil PM is preferred because it produces images with less artifacts than the cubic mask due to the  $\cos(3\theta)$  dependence [7]. In recent works we have proposed JFPM in the shape [5,6]

$$J_p(r, \theta) = \alpha r^{(p-1)/2} \cos(3\theta), p \geq 7$$

(for  $p = 7$  trefoil PM is obtained). These PM have been shown to provide restored images with less or none artifacts and less noise amplification at expenses of losing some DoF and a bit of resolution. In this work, we will show how they can be also used for random and varying aberrations.

**3. Numerical Simulations**

In order to illustrate the capability of the different PM to produce improved resolution images when unknown aberrations are present in the optical system, we will show decoded images for imaging under turbulence due to atmospheric changes. Figure 1a shows an aberration map of Kolmogorov-like turbulence on a large area. Time varying turbulences are simulated by choosing different areas on the map. The circle diameter corresponds to the pupil diameter [8] Blurry images for aberrations inside circles T1, T2 and T3 are shown in figure 1b.

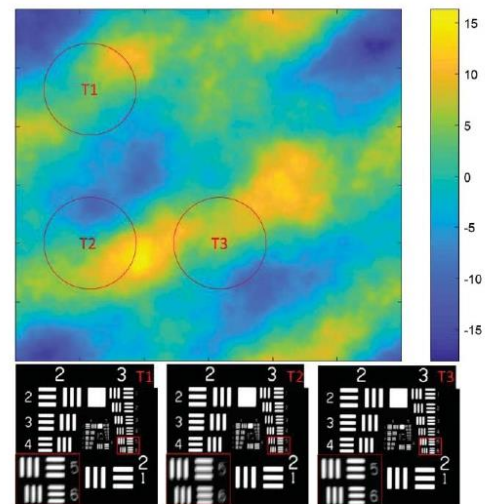


Fig.1 Aberration map for atmospheric turbulences (a). Three locations used to simulate time varying aberrations (b)

Results will be shown here for  $J_7$  (trefoil) and for  $J_9$  for comparison purposes. The strength of both masks has been set to  $\alpha = 75\lambda$ .

Fig 2. shows the recovered images for both PM. It can be observed that trefoil,  $J_7$  PM, shows more artifacts than  $J_9$  PM. As shown in [5,6],  $J_7$  delivers the sharpest images in absence of noise. Nevertheless, due to the noisy nature of the turbulences,  $J_9$  gets the trade-off between resolution and reduction of noise effects. All these effects can be explained through the MTF's of the system shown in Fig 3. For  $J_7$ , ripples imply presence of artifacts and MTF falls to small values at lower frequencies what translate in more sensitivity to noise. For  $J_9$  the slight lost of invariance translate into a certain lost of resolution. We did also simulate results for  $J_8$  and  $J_{10}$ .  $J_8$  PM provides images with artifacts, less than  $J_7$  but more than  $J_9$  and  $J_{10}$  delivers images practically free of artifacts but with lower resolution. Finally, we need to point out that only bright and contrast has been adjusted in the final images. No further make up or filtering have been made.

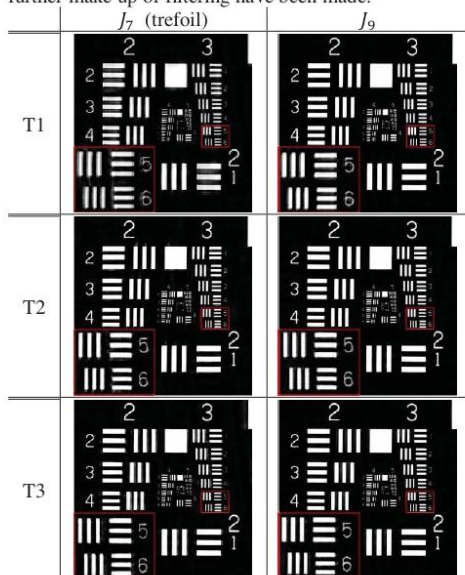


Fig 2. Decoded images for the three different aberrations for  $J_7$  PM (left column) and  $J_9$  PM (right column).

**7. Conclusion**

Wavefront coding supposes a robust solution to alleviate random aberrations in imaging optical systems. The design of the PM shape and strength must take into account not only the required imaging characteristics but also the nature of the random or varying aberrations and noise. Using the technique for random or varying aberrations with the JFPM in the design of imaging systems may result in the reduction in physical

components, reduction in the weight, and large reduction in the costs. In short, compact, robust and cheap devices. We have illustrated its performance by numerical simulations of imaging through air turbulences. But other applications in the fields of biometry, automobile industry among others can benefit from this technique. Experimental results will be shown.

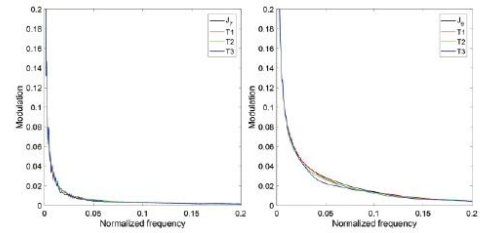


Fig 3. Optical system MTF's for the different aberrations.  $J_7$  PM (left column) and  $J_9$  PM (right column).

**Acknowledgment**

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431B 2017/64 and ED431E 2018/08. M. Olvera and E. Gonzalez thank to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT); with CVU no 714741 and CVU no. 714742.

**References**

- [1] Dowski, Edward R., and W. Thomas Cathey. "Extended depth of field through wave-front coding." *Applied optics* 34.11 (1995): 1859-1866.
- [2] Samokhin, Alexander B., Aleksey N. Simonov, and Michiel C. Rombach. "Optical system invariant to second-order aberrations." *JOSA A* 26.4 (2009): 977-984.
- [3] Chen, Shouqian, and Zhigang Fan. "Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems." *Optics letters* 39.7 (2014): 2171-2174.
- [4] Tsukasaki, Takafumi, and Shinchi Komatsu. "Improved extension of depth-of-field performance by apodized wavefront coding." *Japanese Journal of Applied Physics* 55.8S3 (2016): 08RD03.
- [5] González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Olvera-Angeles, J. M., Arines, J., and Acosta, E. "Wavefront coding with Jacobi-Fourier polynomials phase mask to extend the depth of focus" in *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering* Vol. 11 104-4 (invated paper). San Diego, Aug. 2019
- [6] González-Amador, E. Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Arines, J., and Acosta, E. "Jacobi-Fourier polynomials phase mask for wavefront coding." *Set to Optics and Lasers in Engineering*.
- [7] Muyo, Gonzalo, et al. "Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens." *Optics express* 17.23 (2009): 21118-21123.
- [8] Rampy, Rachel, et al. "Production of phase screens for simulation of atmospheric turbulence." *Applied optics* 51.36 (2012): 8769-87

## 8.6 PROCEEDING 3

## Chapter 5

# Wavefront Coding with Jacobi-Fourier Phase Masks to Alleviate Random Aberrations



Eva Acosta, Miguel Olvera-Angeles, Enrique González-Amador, and Justo Arines

**Abstract** Wavefront-coding is a technique in imaging systems that uses signal processing as an integral part of the image capture. In addition, wavefront-coded imaging uses phase elements that must be designed specifically for each application. This combination of an application-phase element and image processing can provide performance that is impossible with traditional imaging systems. In this work we propose the use of Jacobi-Fourier shaped phase masks to produce sharp and clear images for optical systems afflicted by random aberrations, as in imaging through atmospheric turbulence, or retinal imaging through the optics of the eye, among others.

### 5.1 Introduction

Wavefront-coding (WFC) [1] is a technique usually designed to deliver systems with a large depth of focus (DoF). It has also been proven to alleviate misfocus aberration as well as astigmatism [2]. Cubic or trefoil shaped phase masks (PM) [1, 3] are most used phase mask. Recently, we have proposed the use of Jacobi-Fourier PM (JFPM) [4] and shown that these PM suppose a quality improvement for DoF purposes as well as artefact reduction and sensitivity to noise. In this work, we show that these masks can also be used to alleviate random aberrations in optical systems without

---

E. Acosta (✉) · M. Olvera-Angeles · E. González-Amador · J. Arines  
Department of Applied Physics, Faculty of Physics, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain  
e-mail: [eva.acosta@usc.es](mailto:eva.acosta@usc.es)

M. Olvera-Angeles  
e-mail: [juanmiguel.olvera@rai.usc.es](mailto:juanmiguel.olvera@rai.usc.es)

E. González-Amador  
e-mail: [enrique.gonzalez.amador@rai.usc.es](mailto:enrique.gonzalez.amador@rai.usc.es)

J. Arines  
e-mail: [justo.arines@usc.es](mailto:justo.arines@usc.es)

© The Author(s), under exclusive license to Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2021  
K. Singh et al. (eds.), *ICOL-2019*, Springer Proceedings in Physics 258,  
[https://doi.org/10.1007/978-981-15-9259-1\\_5](https://doi.org/10.1007/978-981-15-9259-1_5)

their a priori knowledge and allow the users to predict the achievable resolution. Finally, it is worth mentioning that WFC is an alternative to some adaptive-optics imaging systems which need wavefront sensors and deformable mirrors to measure and compensate aberrations and, therefore, it can be used to make portable and robust optical systems for imaging through aberrated media. In traditional imaging systems, such an extended depth of focus is usually obtained by reducing the size of aperture stop, consequently reducing the resolution and light gathering capacity of the imaging system. Because WFC elements typically are transparent, they allow the exposure and illumination to be maintained while producing the depth of focus of a slower system. Recently we have proposed the use of Jacobi-Fourier Phase Masks (JFPM).

In what follows we will show that Jacobi-Fourier phase masks (JFPM) can be used as modulating phase element in wavefront coding based optical systems to produce sharp and clear images for optical systems affected by random aberrations.

## 5.2 Theoretical Basis

For WFC optical systems the most used PM are the cubic

$$f(x, y) = \alpha(x^3 + y^3), \tag{5.1}$$

and the trefoil.

$$f(x, y) = \alpha r^3 \cos(3\theta) \tag{5.2}$$

where  $\alpha$  represents the strength of the PM,  $(x, y)$  represent the cartesian coordinates, and  $(r, \theta)$  the polar coordinates of a point at the entrance pupil of the system. Trefoil PM is preferred because it produces images with less artifacts than the cubic mask due to the  $\cos(3\theta)$  dependence [3]. In recent works, we have proposed JFPM in the shape [4]

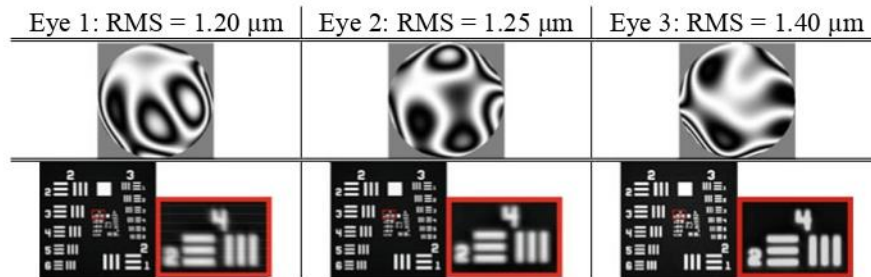
$$J_p(r, \theta) = \alpha r^{(p-1)/2} \cos(3\theta), \quad p \geq 7 \tag{5.3}$$

Trefoil PM is obtained for  $p = 7$ . These PMs have been shown to provide restored images with fewer or no artifacts, and less noise amplification at the expense of losing some DoF and a bit of resolution. In this work, we show how they can also be used to alleviate random aberrations.

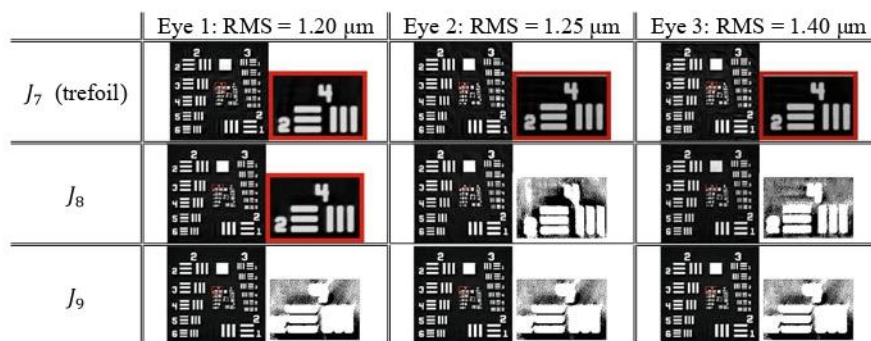
### 5.3 Results

In order to illustrate the capability of the different PMs to produce improved resolution images when unknown aberrations are present in the optical system, we will show decoded retinal images for three different random aberrations, corresponding to aberrations of real eyes of three different subjects. Figure 5.1 shows the interferograms and the simulation of the corresponding retinal images.

Results are shown for  $J_7$  (trefoil), and for  $J_8$  and  $J_9$  for their comparison. The strength of both masks has been set to  $\alpha = 30\lambda$ . Figure 5.2 shows the recovered images for the three PM. It can be observed that trefoil,  $J_7$  PM, yields more artifacts than  $J_8$  and  $J_9$  PMs but better resolution. For  $J_9$  the slight loss of invariance of the PSF's [4] translates into a certain loss of resolution.  $J_8$  PM provides images with artifacts, less than  $J_7$  but more than  $J_9$ , which delivers images practically free of artifacts but with lower resolution. Finally, we point out that only brightness and contrast have been adjusted in the final images. No further adjustment or filtering has been done. Deconvolution has been made by classic Wiener filtering.



**Fig. 5.1** Eye aberration maps and simulated retinal images (with zoomed detail of (4, 2) USAF target group)



**Fig. 5.2** Decoded images for three different aberrations (with zoomed detail of (4, 2) USAF target group)

## 5.4 Conclusions

Wavefront coding assumes a robust solution to alleviate random aberrations in imaging optical systems. The design of the PM shape and strength must consider not only the required imaging characteristics but also the nature of the random aberrations and noise. The final choice of the mask is a tradeoff between presence of artifacts, noise propagation, and resolution. Using the technique for random aberrations with the JFPM in the design of imaging systems may result in significant reduction in physical components, weight, and cost. In short, it leads to compact, robust, and cheap devices. We have illustrated its performance by numerical simulations of imaging through eye aberrations. But other applications in the fields of biometry, automobile industry among others can benefit from this technique.

**Acknowledgements** This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431B 2017/64 and ED431E 2018/08. M. Olvera and E. González thank the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT); with CVU no 714741 and CVU no. 714742 respectively.

## References

1. E.R. Dowski, et al., Extended depth of field through wave-front coding. *Appl. Opt.* **34**(11), 1859–1866 (1995)
2. A.B. Samokhin, et al., Optical system invariant to second-order aberrations. *JOSA A* **26**(4), 977–984 (2009)
3. G. Muyo, et al., Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens. *Opt. Express* **17**(23), 21118–21123 (2009)
4. González-Amador, et al., Wavefront coding with Jacobi-Fourier polynomials phase mask to extend the depth of focus, in *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering*, vol. 11104-4 (invited paper). San Diego, Aug. 2019





Esta tesis demuestra la viabilidad de la utilización de la técnica de codificado de frentes de onda en aquellos sistemas ópticos afectados por aberraciones dinámicas de distinta índole.