



FACULTADE DE MATEMÁTICAS

Traballo Fin de Grao

Os números índice

Martín Arnaiz Iglesias

Xullo, 2022 (Curso 2021-2022)

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

GRAO DE MATEMÁTICAS

Traballo Fin de Grao

Os números índice

Martín Arnaiz Iglesias

Xullo, 2022 (Curso 2021-2022)

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Traballo proposto

Área de Coñecemento: Estatística e Investigación Operativa
Título: Os números índice
Breve descripción do contido
Revisión bibliográfica dos números índice ilustrando a súa utilidade práctica en problemas reais coma a análise do prezo dos carburantes ou do mercado enerxético.
Recomendacións
Outras observacións

Índice

Resumo	VIII
Introdución	XI
1. Os números índice	1
2. Números índice simples	7
2.1. Números índice simples en serie	7
2.1.1. Algúns exemplos de números índice simples en serie	9
2.1.2. Algunhas consideracións para números índice simples en serie	11
2.2. Números índice simples en cadea	12
2.3. Relacións entre números índice simples en cadea e en serie	14
2.3.1. Variación porcentual dos números índice simples	15
2.3.2. Taxa media de variación ou taxa media de crecemento acumulativo	17
3. Números índice complexos	19
3.1. Números índice complexos non ponderados	19
3.1.1. Índice de <i>Sauerbeck</i>	20
3.1.2. Media xeométrica de índices simples	21
3.1.3. Media harmónica de índices simples	22
3.1.4. Índice de <i>Bradstreet-Dâtot</i>	23

3.1.5. Índice de <i>Carli</i>	24
3.1.6. Índice de <i>Jevons</i>	25
3.1.7. Índice de <i>Dâtot</i>	25
3.2. Números índice complexos ponderados	26
3.2.1. Índice de <i>Laspeyres</i>	27
3.2.2. Índice de <i>Paasche</i>	29
3.2.3. Índice de <i>Marshall-Edgeworth</i>	30
3.2.4. Índice de <i>Fisher</i>	31
3.2.5. Índice de <i>Bradstreet-Dâtot</i>	32
4. Análise do mercado enerxético en España	33
4.1. Prezos da electricidade	33
4.2. A enerxía de peche	36
4.3. Demanda de certas comunidades	37
5. Conclusións	43
Bibliografía	45

Resumo

O obxectivo deste traballo é facer unha revisión bibliográfica dos números índice. Estudaranse así, en profundidade, os diversos tipos de números índice, tanto os números índice simples coma os complexos. Dentro dos números índice simples, veranse tanto os números índice simples en serie como os números índice simples en cadea, relacionando uns con outros. Da mesma maneira, dentro dos números índice complexos veranse tanto os ponderados como os non ponderados.

A utilidade práctica desta ferramenta estatística clásica será ilustrada a través de varios exemplos reais. Os prezos de carburantes e combustibles rexistrados en España ao longo de 2021 empregaranse como exemplo a medida que se van introducindo na memoria os distintos tipos de números índice. Finalmente, realizaremos unha análise exhaustiva dos prezos da electricidade en España, da enerxía de peche e tamén da demanda enerxética en Galicia e Andalucía.

En resumo, buscamos facer unha revisión bibliográfica, pois queremos mostrar a gran importancia que presentan os números índices, e para isto, xunto coas definicións pertinentes, iremos introducindo exemplos reais interesantes e que presentan certa relevancia na actualidade. Así, se buscará dar unha análise bastante completa e o máis actual posible dos números índices.

Abstract

The aim of this paper is to make a bibliographic revision of the index numbers. Therefore, we will study, in depth, the different types of index numbers: the simple index numbers and the complex ones. In the simple index numbers, we will study the simple index numbers in series as well as the simple index numbers in chain, and, what's more, we will also relate one with another. At the same time we will study the complex index numbers, the weighted ones and the non weighted ones. We will introduce in order to illustrate this different types of index numbers, a bunch of real cases in order to demonstrate the great utility they present nowadays.

The practical utility of this classical statistical tool will be illustrated through several real examples. The prices of fuels registered in Spain throughout 2021 will be used as an example of the different types of index numbers are entered in the memory. Finally, we will carry out an exhaustive analysis of two prices for electricity in Spain, for bulk energy and also for energy demand in Galicia and Andalucía.

Summarising, we will try to make a bibliographic revision, as we want to show the great importance index numbers present, and, to do this, with the pertinent definitions, we will introduce real examples certainly interesting, about present issues. This way, we will try to give a quite complete revision of the index numbers.

Introdución

Os números índice son unha medida estatística clásica utilizada para a comparación de magnitudes en situacións diferentes tomando unha destas como referencia. Dadas as súas características, o seu uso segue a ser frecuente na actualidade en múltiples ámbitos, especialmente no entorno da economía porque son tremendamente útiles á hora de comparar prezos (e outras magnitudes económicas) ao longo do tempo. Así, hoxe en día, seguen xurdindo estudos económicos nos que o uso dos números índice presenta unha certa importancia. Por exemplo, [4] ou [23] úsanos como ferramenta para analizar a variación do valor monetario en distintos lugares e momentos temporais. En [29] preséntase unha aplicación dos números índice para estudar os costes xeralizados do transporte de mercancías de carreteira. Outro exemplo que sería interesante salientarse sería [8], o cal mostra as posibilidades ofrecidas por esta teoría dentro da rama da pedagogía.

A pesar da gran utilidade que presentan na actualidade os números índice, a súa formalización matemática foi un proceso relativamente lento. Foron tres autores os que exerceron como precursores desta teoría. William Fleetwood, bispo de St Asaph, repasa en [16] unha regra propia do século XV que obrigaba a todo membro dunha sociedade en particular, cunha riqueza de máis de $5\mathcal{L}$ ao ano, a deixala. Fleetwood preguntouse cal era o valor (a principios do século XVIII) desta cantidade. Tras estudar os prezos da carne, millo, bebida e pano, chegou á conclusión de que as $5\mathcal{L}$ de mediados do s. XV equivalían a $30\mathcal{L}$ a principios do s. XVIII. Tamén percibiu, tras observar unha serie de casos da época, que as leis que condenaban a morte a aqueles que roubaran obxectos por un certo valor, eran certamente desproporcionadas e estaban obsoletas, pois o castigo estaba posto en función do valor monetario dunha época anterior, na que o valor da moeda era certamente inferior, ocasionando que variasen as intencións reais das mesmas. Así, a súa proposta pasaba por cambiar simplemente a cantidade monetaria para a condena. Ademais, tamén avaliou unha situación similar sobre os electores parlamentarios da época, defendendo a actualización da calificación financeira mínima.

O segundo autor a destacar é Dútot. En [12], interésase pola perda do valor do diñeiro pero a unha maior escala. Especificamente preguntouse que rei, entre Luis XII e Luis XV, tiña un maior poder adquisitivo, sendo coñecedor de que Luis XV tivera unha maior cantidade de cartos.

Para iso, tomando os prezos en datas pertinentes de obxectos coma o coello ou o valor dun día de traballo dun home, e mediante unha serie de operacións, chegou á conclusión de que Luis XII posuía, en realidade, un maior poder adquisitivo. É máis, estimou que a depreciación real aproximouse na época a unha taxa de 22 a 1.

O terceiro e último autor a mencionar é Carli. En [5], discute a depreciación da moeda dende o descubrimento de América, tomando principalmente os prezos do grao, viño e mais aceite, entre 1500 e 1750.

Deste xeito, xerouse a necesidade de establecer medidas formais que permitisen analizar a depreciación do diñeiro e resolver, por exemplo, problemas históricos coma o pagamento (afectado pola inflación) dos soldados da Guerra de Independencia de Estados Unidos.

Unha introdución preliminar á teoría dos números índice foi presentada en [14]. Neste traballo, introdúcese unha comparación de prezos dunha cesta formada por elementos como cervexa, trigo e manteiga dende 1050 ata 1800, dunha maneira bastante completa, e que sentou as bases para o posterior estudo. Isto, xunto co aumento de prezos a causa do comercio e a agricultura máis avanzada, fixeron que a depreciación do diñeiro fose considerada como un problema real e de gran interese para a sociedade. Así, Joseph Lowe en [27] realiza un estudo realmente exhaustivo das fluctuacións do valor monetario motivado pola situación posterior ás Guerras Napoleónicas. O autor destaca as limitacións do seu traballo tendo clara a necesidade futura de introducir ponderacións nos datos. É considerado o pai da teoría dos números índice.

Antes de que a teoría dos números índices fose renovada en [19], é conveniente citar as contribucións de Henry James e G. R. Porter (ver [18] e [31] respectivamente). En [19], formalízase a propia teoría e introdúcense novas técnicas. O principal obxectivo do autor é o estudo do prezo do ouro introducindo a media xeométrica.

En [24], [11] e [30], reformúlanse os números índice. Rexéitanse as medidas que non ponderan a importancia dos elementos considerados. Retómanse as ideas expostas en [27] para propoñer novos números índice que serán estudados nesta memoria. Estas novas aportacións contribuíron a que, pouco a pouco, esta teoría gañase importancia ata que, finalmente no século XX, se consolidou.

Na actualidade, existen intentos por modernizar a teoría e aportar novos puntos de vista á mesma. Por exemplo, en [6], búscase introducir os conceptos dos números índice en situacións onde a imprevisibilidade e as ideas estatísticas presentan un papel importante. Para unha revisión en detalle, ver [10] e [3].

O principal obxectivo deste traballo é realizar unha revisión bibliográfica e introducir formalmente os distintos tipos de números índice. A súa utilidade práctica será ilustrada sobre exemplos reais de interese na actualidade. Os prezos de carburantes e combustibles rexistrados en España

ao longo de 2021 empregaranse como exemplo condutor da memoria. Finalmente, realizaremos unha análise exhaustiva dos prezos da electricidade en España, da enerxía de peche e tamén da demanda enerxética en Galicia e Andalucía.

Os cálculos que permiten ilustrar os números índice sobre os exemplos citados foron realizados empregando o programa R e o paquete *IndexNumber*.

Capítulo 1

Os números índice

Antes de introducir os distintos tipos de números índice, cómpre formalizar o propio concepto de número índice e establecer unha clasificación previa para poder expor, posteriormente, a teoría dunha maneira máis sinxela.

Definición 1. *Un número índice é unha medida estatística usada para comparar magnitudes sinxelas ou complexas ao longo do tempo ou do espazo, tomando unha delas como referencia.*

*Ao elemento que se fixa para facer a comparación denomínase **período base** ou **referencia**, que, idoneamente deberá ser o que máis se axuste aos datos que dispoñamos.*

Cabe mencionar que se define como **magnitude sinxela** calquera característica dos corpos que se pode expresar en cantidades e que non depende doutras, coma por exemplo o prezo dun artigo ou dunha acción dunha empresa que cotiza en bolsa. As **magnitudes complexas** en cambio, dependen de varias magnitudes sinxelas á vez. Por exemplo a produción total dun país ou unha cesta da compra entendida como se contempla no ámbito da economía. Por outro lado, chámase **período actual** ou **corrente** ao que comparamos co período base ou referencia.

Así a notación será a seguinte. Denotaranse ás magnitudes sinxelas como

$$X_i = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_T\} (i \in \{1, 2, \dots, n\}),$$

sendo estes os seus valores en determinados momentos temporais ou espaciais. Débese ter en conta, tamén, que os subíndices empezan dende 0. Polo tanto; cando se toma unha magnitude da mesma forma que anteriormente, estase a considerar que dispón de $T + 1$ elementos. Ademais, denotaremos por x_{ref} ao período base ou referencia, que non é necesariamente fixo, aínda que o t varíe (pode ser $t - 1$, por exemplo, ou pode ser calquer elemento da magnitude). Por isto, en ocasións, en vez de x_{ref} , usaremos x_{t_0} , cando queiramos especificar que a referencia mantense fixa. Ás magnitudes complexas, denotarémolas coma $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, sendo cada elemento

$X_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$, unha magnitude sinxela. Desta maneira, engadiremos o índice $j \in \{1, 2, \dots, T\}$ para designar dentro de cada variable X_i ao elemento no intre j . Polo tanto, para cada variable i , temos os datos $X_i = \{x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{iT}\}$, podendo formar así un cadro ou matriz de observacións de dimensións $i \times j$.

Exemplo 1. *Introduciranse agora os datos de prezos de carburantes e combustibles mensuais rexistrados en 2021 obtidos a partir dos informes do Ministerio para a Transición Ecolóxica e o Reto Demográfico (<https://energia.gob.es/petroleo/Informes/InformesMensuales/Paginas/InformesMensuales.aspx>) presentados no Cadro 1.1.*

	Gasolina 95	Gasóleo A	GLP	GNC	GNL	Biodiesel	Bioetanol
XAN	121.36	109.69	68.00	84.32	72.32	108.18	145.85
FEB	125.81	114.00	69.57	84.38	72.22	112.23	148.56
MAR	131.05	118.38	71.59	84.45	72.19	116.77	150.33
ABR	132.12	118.18	72.56	85.21	73.21	116.48	150.63
MAI	134.79	120.61	72.85	85.45	73.95	118.63	152.67
XUÑ	137.20	123.55	73.52	85.23	74.13	122.26	158.76
XUL	140.54	126.37	75.63	88.19	79.16	125.36	158.17
AGO	141.71	126.45	77.46	88.41	79.74	125.12	161.08
SET	143.29	128.01	78.69	88.95	80.06	126.24	161.77
OUT	148.28	135.51	81.41	99.93	91.37	134.22	165.47
NOV	151.07	138.13	84.19	107.13	98.80	136.41	168.65
DEC	147.95	134.69	84.89	115.85	106.98	132.46	164.98

Cadro 1.1: Prezos de carburantes e combustibles en España ao longo de 2021 en cts/ Litro para a gasolina 95, gasóleo A (automoción), GLP (gas licuado do petróleo), biodiesel e bioetanol e en cts/Kg no caso do GNC (gas natural comprimido) e GNL (gas natural licuado).

A Figura 1.1 representa os distintos tipos de números índices que aparecen na literatura.

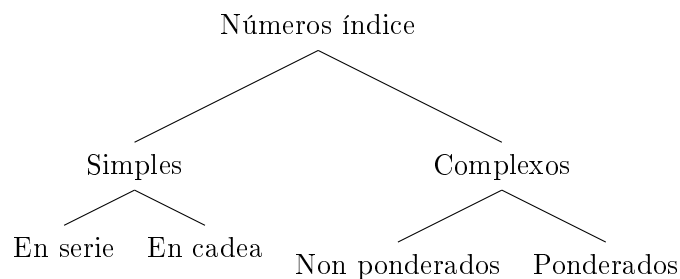


Figura 1.1: Tipos de números índice

- Os **números índices simples** son aqueles que analizan a variación dunha única magnitude en dous momentos espaciais ou temporais distintos. Clasifícanse en:
 - Os **números índices simples en serie**, que son aqueles na que a referencia é un valor constante.
 - Os **números índices simples en cadea** se a referencia é un valor variable.
- Os **números índices complexos**, agregados ou compostos son aqueles que estudan a variación de fenómenos ou magnitudes complexas que engloban unha certa cantidade de variables. Diferéncianse entre:
 - Os **números índices complexos ponderados**, que son aqueles nos que existe a posibilidade de darlle máis importancia aos cambios producidos nalgunhas variables en concreto.
 - Os **números índices complexos non ponderados**, nos que todos os elementos teñen a mesma importancia.

A continuación, presentaremos varias propiedades xerais dos números índice que permitirán familiarizarse con eles e poder entender, de mellor maneira, os conceptos que trataremos posteriormente. Traballaremos as propiedades para os números índices simples, aínda que para os complexos estas son as mesmas e a súa xeneralización é similar.

Ensinaremos primeiro, a fórmula xeral dos números índice simples.

$$IS_{ref}^t = \frac{x_t}{x_{ref}} \cdot 100,$$

sendo x_{ref} a referencia, e sendo $t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$. As propiedades serán entón, as seguintes.

- **Existenza:** O número índice debe ser un valor real e finito distinto de cero. Isto apréciase na definición que demos con anterioridade.
- **Identidade:** Os índices sempre son iguais a 100 para o período de referencia

Sexa cal sexa a referencia, temos:

$$IS_{ref}^{ref} = \frac{x_{ref}}{x_{ref}} \cdot 100 = 1 \cdot 100 = 100.$$

- **Independencia das unidades utilizadas:** Os índices non cambiarán, aínda que se modifique a unidade utilizada para as medicións.

Supóñase que se cambian as unidades, logo $x_t \cdot c \text{ unidade1} = x_t \text{ unidade2}$. Así, podemos escribir o seguinte:

$$IS_{ref}^t = \frac{c \cdot x_t}{c \cdot x_{ref}} \cdot 100 = \frac{x_t}{x_{ref}} \cdot 100.$$

Que, tras simplificar, podemos apreciar que ambas expresións son idénticas.

- **Adimensionalidade:** Os números índice non presentan unidades.

Sexa u unha unidade de medida:

$$IS_{ref}^t = \frac{x_t \text{ u}}{x_{ref} \text{ u}} \cdot 100 = \frac{x_t}{x_{ref}} \cdot 100.$$

Considérase agora o **coeficiente asociado** que definiremos da seguinte maneira:

$$C_{ref}^t = \frac{x_t}{x_{ref}}.$$

Ensinemos as súas propiedades. Calcando o razonamento utilizado anteriormente, chégase á conclusión de que tamén verifica as propiedades anteriores, xa que este coeficiente non é máis que o número índice en tanto por un. Ademais, satisfai as seguintes propiedades:

- **Inversión:** O produto de dous índices nos que se inverte o período de referencia e o de comparación é a unidade

$$C_{ref}^t \cdot C_t^{ref} = \frac{x_t}{x_{ref}} \cdot \frac{x_{ref}}{x_t} = 1.$$

- **Circular:** Xeneraliza a inversión. Supoñamos tres períodos: t, t_1, ref ; Temos:

$$C_{ref}^{t_1} \cdot C_{t_1}^t \cdot C_t^{ref} = \frac{x_{t_1}}{x_{ref}} \cdot \frac{x_t}{x_{t_1}} \cdot \frac{x_{ref}}{x_t} = 1.$$

- **Proporcionalidade:** Se existe na magnitude unha variación, en proporción de $1 + K$, sendo $K \in \mathbb{R}$ o período de comparación fixado, entón o número índice varía da mesma forma proporcionalmente.

Supóñase:

$$(x_t)' = x_t + K \cdot x_t = (1 + K) \cdot x_t,$$

entón

$$\begin{aligned}(C_{ref}^t)' &= \frac{(x_t)'}{x_{ref}} = \frac{(1+K) \cdot x_t}{x_{ref}} = \frac{x_t}{x_{ref}} + K \cdot \frac{x_t}{x_{ref}} \\ &= C_{ref}^t + K \cdot C_{ref}^t.\end{aligned}$$

Agora desenvolveremos os anteriores conceptos de maneira moito máis extensa nos seguintes capítulos, xunto cos exemplos comentados.

Capítulo 2

Números índice simples

Tal e como se comentou, os **números índice simples** son unha medida estatística que indica a variación dunha magnitude en dous momentos temporais ou espaciais diferentes. Distínguense entre números índices simples en serie e en cadea dependendo do elemento escollido para a referencia. Se a referencia é un dato fixado, estase a falar dun **número índice simple en serie**. En cambio, se tomamos como referencia o dato inmediatamente anterior dentro da serie que se está a estudar (referencia variable), fálase de **número índice simple en cadea**.

2.1. Números índice simples en serie

Nesta sección revisaranse os números índices simples en serie. Estes caracterízanse por contar cunha referencia fixa, que xeralmente é o dato inicial. Así, tomando a fórmula anteriormente presentada e modificándoa lixeiramente, obtemos a seguinte definición.

Definición 2. *Sexa $X_i = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_T\}$ unha certa magnitude medida nos instantes $\{0, 1, 2, \dots, T\}$ e sexan os instantes t e t_0 , este último o noso período de referencia, fixo, que é un calquera dos instantes presentados. Sexa entón x_{t_0} a referencia considerada como base. Enténdese como o **número índice simple en serie** dunha magnitude X_i en t con referencia x_{t_0} como:*

$$I_{t_0}^t(X_i) = \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot 100. \quad (2.1)$$

Aínda así, xeralmente tomarase como referencia x_0 . Desta maneira:

$$I_0^t(X_i) = \frac{x_t}{x_0} \cdot 100. \quad (2.2)$$

Para calquera t da serie, indica a porcentaxe de variación da magnitude no instante t de tempo con respecto á referencia base.

A continuación ilustramos o seu uso no Exemplo 2.

Exemplo 2. *Consideramos os prezos da gasolina 95 contidos no Cadro 1.1 e tomamos como dato de referencia o relativo a xaneiro de 2021.*

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
GASOLINA 95	121.36	125.81	131.05	132.12	134.79	137.20	140.54	141.71	143.29	148.28	151.07	147.95
N.I.S.SERIE	100.00	103.67	107.98	108.87	111.07	113.05	115.80	116.77	118.07	122.18	124.48	121.91

Cadro 2.1: Prezo medio mensual da gasolina 95 en 2021 en cts. de euro/ litro xunto co seu número índice simple en serie na parte inferior.

Como se pode comprobar, os prezos con respecto a xaneiro de 2021 incrementáronse progresivamente ata acadar os seus máximos nos últimos meses do ano. A representación gráfica da súa evolución detállase na Figura 2.1:

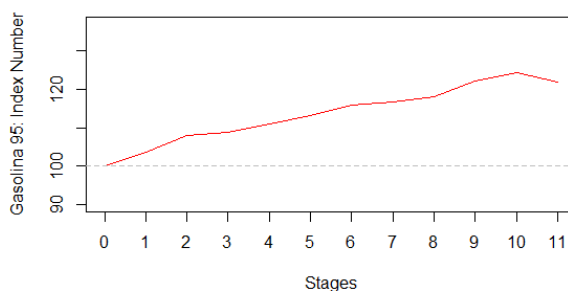


Figura 2.1: Números índice en serie da gasolina 95 en 2021 tomando xaneiro como referencia.

É dicir, dende xaneiro ata decembro o prezo aumenta nun 21.2%, unha cantidade considerable se se está a falar dun ben necesario para gran parte da poboación. É máis, chega a aumentar ata nun 24.5%.

A continuación analízase o caso do bioetanol.

Exemplo 3. *Considérense, os prezos do bioetanol. Os números índices simples en serie coa mesma referencia, xaneiro de 2021, son os recollidos no Cadro 2.2.*

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
BIOETANOL	145.85	148.56	150.33	150.63	152.67	158.76	158.17	161.08	161.77	165.47	168.65	164.98
N.I.S.SERIE	100.00	101.86	103.07	103.27	104.68	108.85	108.45	110.44	110.92	113.45	115.63	113.12

Cadro 2.2: Prezo medio mensual do bioetanol en 2021 en cts./ litro xunto co seu número índice simple en serie.

Nestes prezos, vese tamén unha tendencia moi similar á da gasolina e pódese apreciar que non é tan acusada, pois mentres que a primeira incrementa o seu prezo un 21.2%, o Bioetanol só aumenta un 13.1% con respecto ao prezo de xaneiro de 2021. Nótese que esta diferenza é bastante considerable. A Figura 2.2 recolle a súa representación gráfica.

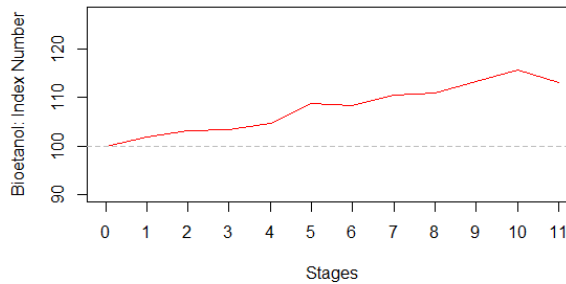


Figura 2.2: Números índice en serie do bioetanol en 2021 tomando xaneiro como referencia.

2.1.1. Algúns exemplos de números índice simples en serie

Aínda que a teoría dos números índices se establece para unha magnitude xenérica, existen múltiples referencias que abordan o estudo da evolución de magnitudes específicas no eido económico. Por exemplo, destacan as enumeradas a continuación:

- Chámase *prezo relativo do produto i* ou *prezo índice simple* a:

$$p_0^t = \frac{p_{it}}{p_{i0}},$$

sendo p_{it} o prezo do produto i no instante t e p_{i0} o prezo do produto no período de referencia. Indica canto se modificou o prezo respecto ao inire inicial. Ilustremos o seu funcionamento co seguinte exemplo.

Exemplo 4. *Para este exemplo usarase o seguinte cadro de prezos do xoguete A. Como se pode ver, selecciónase un exemplo distinto pois búscanse magnitudes específicas.*

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
Prezo	5.4	5.4	5.5	5.4	5.6	5.7	5.7	5.9	5.8	6	6	6.2

Cadro 2.3: Prezo medio mensual do xoguete A en 2021 en euros.

Compútese agora o prezo índice simple do xoguete A no Cadro 2.4, sendo o prezo de xaneiro o prezo do produto no período de referencia.

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
P. I. Simple	1	1	1.02	1	1.04	1.06	1.06	1.09	1.07	1.11	1.11	1.15

Cadro 2.4: Prezo índice simple do xoguete A en 2021.

- Chámase *cantidade relativa do productu i* a:

$$q_0^t = \frac{q_{it}}{q_{i0}},$$

sendo q_{it} a cantidade vendida ou producida do produto i no instante t e q_{i0} a cantidade no período de referencia, e indica canto se modificou o stock dun produto con respecto ao intre inicial. Vexamos un exemplo para entender mellor isto.

Exemplo 5. Neste caso usarase o Cadro 2.5 de cantidade vendida do xoguete A.

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
Ventas	160	174	156	166	180	156	168	180	140	138	152	210

Cadro 2.5: Cantidade vendida do xoguete A en 2021 en unidades.

Calcúlese agora a cantidade relativa do xoguete A no Cadro 2.6, sendo a cantidade de xaneiro a cantidade do produto no período de referencia.

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
C. R. Produto	1	1.09	0.98	1.04	1.13	0.98	1.05	1.13	0.88	0.86	0.95	1.31

Cadro 2.6: Cantidade relativa do xoguete A en 2021.

- Pódese definir o *valor relativo do produto i* como:

$$v_0^t = \frac{v_{it}}{v_{i0}} = \frac{p_{it} \cdot q_{it}}{p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot 100 = p_0^t \cdot q_0^t \cdot 100,$$

sendo v_{it} o valor do ben i no instante t e v_{i0} o valor do ben i no período de referencia. Indica canto se modifica o valor dun ben con respecto ao intre inicial. Véxase, a continuación, o seguinte exemplo.

Exemplo 6. Búscase calcular o valor relativo do xoguete A sendo o Cadro 2.3 o seu cadro de prezos e o Cadro 2.5 o seu cadro de cantidade vendida. Se se calcula isto, chégase entón ao Cadro 2.7

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
V. R. Produto	1	1.09	1	1.04	1.18	1.04	1.11	1.23	0.94	0.95	1.05	1.51

Cadro 2.7: Valor relativo do xoguete A en 2021.

Como se aprecia, hai un aumento no valor relativo do xoguete, especialmente en decembro.

Por outro lado, é interesante aclarar que isto é útil para aqueles bens que son un conxunto de elementos do mesmo tipo. Se fosen elementos distintos, xa se estaría a falar de índices complexos (ver Tema 3)

2.1.2. Algunhas consideracións para números índice simples en serie

En ocasións, cómpre actualizar o periodo de referencia á hora de estudar a evolución dunha magnitude usando números índice simples en serie, xa que, este pode quedar desactualizado. Cando isto sucede, é posible recalcular o número índice con respecto ao novo periodo de referencia sen necesidade de computar todo outra vez.

Sexa desta maneira t_0 o noso periodo de referencia, e sexa t_1 o novo período de referencia. Temos, para todo t , $I_{t_0}^t$ e como se quere cambiar de base, búscase atopar, para todo t , $I_{t_1}^t$. Así, sábese que:

$$I_{t_0}^t = \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot 100,$$

e

$$I_{t_1}^t = \frac{x_t}{x_{t_1}} \cdot 100.$$

Logo, para a realización dun cambio de base, fixado un certo instante t , con $t > 0$, basta con multiplicar polo cociente da base da que se parte, entre a base que se quere usar que non é máis que $C_{t_1}^{t_0}$:

$$I_{t_0}^t \cdot C_{t_1}^{t_0} = \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot 100 \cdot \frac{x_{t_0}}{x_{t_1}} = \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot \frac{x_{t_0}}{x_{t_1}} \cdot 100 = \frac{x_t}{x_{t_1}} \cdot 100 = I_{t_1}^t.$$

Outra consideración a tratar é o da concatenación de números índices simples en serie. Supóñase que se dispón só dos datos dos números índices simples en serie, en dúas bases distintas, non necesariamente de mesmos momentos temporais. Basta dispoñer dun dato de cada base para un mesmo momento temporal, para poñer todos os datos baixo unha mesma base. Sexa t un instante temporal para o cal se ten definido os dous números índice. Isto é:

$$I_{t_0}^t = \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot 100,$$

e

$$I_{t_1}^t = \frac{x_t}{x_{t_1}} \cdot 100.$$

Se se define como c , o cociente entre estes dous índices:

$$c = \frac{I_{t_0}^t}{I_{t_1}^t} = \frac{\frac{x_t}{x_{t_0}}}{\frac{x_t}{x_{t_1}}} = \frac{x_{t_1}}{x_{t_0}}$$

Desta maneira, este c será o factor. Considérase, polo tanto, o caso no que para o intre t' , non se ten o seu índice en serie en base t_0 , pero sí en t_1 . Entón, o paso de $I_{t_1}^{t'}$ a $I_{t_0}^{t'}$ vén dado por:

$$I_{t_1}^{t'} \cdot c = \frac{x_{t'}}{x_{t_1}} \cdot 100 \cdot \frac{x_{t_1}}{x_{t_0}} = \frac{x_{t'}}{x_{t_1}} \cdot \frac{x_{t_1}}{x_{t_0}} \cdot 100 = \frac{x_{t'}}{x_{t_0}} \cdot 100 = I_{t_0}^{t'}$$

En consecuencia, se o obxectivo é poñer todos os índices baixo a mesma base, só se ten que dividir os índices do t que se ten en común poñendo no numerador o da base que se desexa obter, e multiplicar cada número índice da base contraria por isto. Vexamos un exemplo.

Exemplo 7. *Supoñamos que temos $I_0^2 = 102, I_1^2 = 103, I_1^3 = 105$ e queremos calcular I_0^3 . Primeiro temos que calcular o factor c . Este será:*

$$c = \frac{I_0^2}{I_1^2} = \frac{102}{103} = 0.99$$

Entón, $I_0^3 = I_1^3 \cdot c = 105 \cdot 0.99$ e $I_0^3 = 103.95$.

2.2. Números índice simples en cadea

Tras introducir os números simples en serie, darase entón unha explicación máis formal do que son os números simples en cadea.

Definición 3. *Sexa $X_i = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_T\}$ unha magnitude sinxela. Sexa $t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$. Entendemos como o **número índice simple en cadea** dunha magnitude X en t á seguinte expresión:*

$$IC^t(X_i) = \frac{x_t}{x_{t-1}} \cdot 100, \quad (2.3)$$

sendo x_t o valor da magnitude X no intre t e x_{t-1} o valor da magnitude no intre inmediatamente anterior.

Se se observa ben, as diferenzas entre ambos números índices está clara. Mentres os índices en cadea observan a variación porcentual dun intre respecto ao anterior, os números índice simples en serie observan a variación porcentual total con respecto a unha referencia constante (un único valor), que xeralmente é o inicial. Desta maneira, dependendo do que se queira estudar, quedará xustificoado o uso dun tipo de número índice simple con respecto a outro, pois cada un ten as súas vantaxes e desvantaxes.

Exemplo 8. *Tómense oa datos do Cadro 1.1 e traballarase con eles da mesma maneira que se fixo no apartado anterior. Neste caso, trataranse outra vez os datos da gasolina 95. Os números índice simples en cadea desta ao longo de 2021 son os mostrados no Cadro 2.8.*

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
GASOLINA 95	121.36	125.81	131.05	132.12	134.79	137.20	140.54	141.71	143.29	148.28	151.07	147.95
N.I.S.CADEA	100.00	103.67	104.17	100.82	102.02	101.79	102.43	100.83	101.11	103.48	101.88	97.93

Cadro 2.8: Prezo mensual medio da gasolina 95 en 2021 en cts. de euro/ litro xunto co seu número índice simple en cadea.

A simple vista, nos datos da gasolina, pódense ver incrementos en todos os meses (que chegan a ser de ata o 4.2 % como se ven no mes de marzo) agás decembro, no que hai unha baixada de, aproximadamente, un 2.1 %. Graficamente, a Figura 2.3 detalla a evolución.

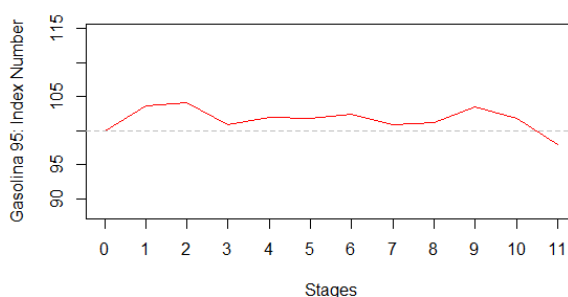


Figura 2.3: Números índice en cadea da gasolina ao longo dos meses de 2021.

De maneira análoga, estúdase a evolución do bioetanol.

Exemplo 9. *Traballarase de novo cos números índices simples en cadea pero aplicados sobre o bioetanol.*

	XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
BIOETANOL	145.85	148.56	150.33	150.63	152.67	158.76	158.17	161.08	161.77	165.47	168.65	164.98
N.I.S.CADEA	100.00	101.86	101.19	100.20	101.35	103.99	99.63	101.84	100.43	102.29	101.92	97.82

Cadro 2.9: Prezo mensual medio do bioetanol en 2021 en cts. de euro/ litro xunto co seu número índice simple en cadea.

Como se pode ver, hai un crecemento relativamente constante con subidas puntuais de ata un 4 % en xuño, e dúas baixadas, a primeira dun 0.4 % en xullo, e dun 2.2 % en decembro, igual que no caso da gasolina 95.

A Figura 2.4 detalla graficamente como oscila este prezo.

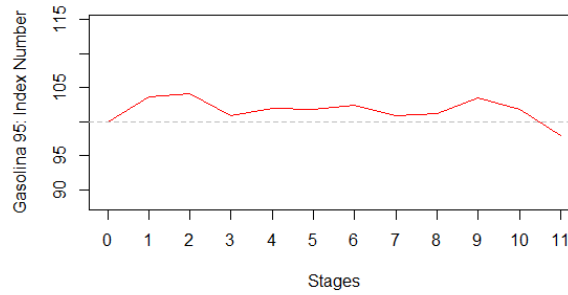


Figura 2.4: Números índice en cadea do bioetanol ao longo dos meses de 2021.

2.3. Relacións entre números índice simples en cadea e en serie

Tras analizar tanto os números simples en cadea como os en serie, está claro que as ideas nas que se basean ambas formulacións son moi similares. Desta maneira, son esas mesmas ideas as que permiten relacionar ambas as dúas clases de índices, como se verá a continuación:

- En primeiro lugar, para pasar dun número índice simple en cadea a un número índice simple en serie considéranse os intres $t, t_0 \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$. Entón, cúmprese que:

$$\begin{aligned} I_{t_0}^t(X_i) &= \frac{x_t}{x_{t_0}} \cdot 100 = \frac{x_t}{x_{t-1}} \frac{x_{t-1}}{x_{t-2}} \dots \frac{x_{t_0+2}}{x_{t_0+1}} \frac{x_{t_0+1}}{x_{t_0}} \cdot 100 \\ &= \frac{IC^t(X_i)}{100} \dots \frac{IC^{t_0+2}(X_i)}{100} \frac{IC^{t_0+1}(X_i)}{100} \cdot 100. \end{aligned}$$

En particular, se se escolle como referencia x_0 tense que:

$$\begin{aligned} I_0^t(X_i) &= \frac{x_t}{x_0} \cdot 100 = \frac{x_t}{x_{t-1}} \frac{x_{t-1}}{x_{t-2}} \dots \frac{x_2}{x_1} \frac{x_1}{x_0} \cdot 100 \\ &= \frac{IC^t(X_i)}{100} \frac{IC^{t-1}(X_i)}{100} \dots \frac{IC^2(X_i)}{100} \frac{IC^1(X_i)}{100} \cdot 100. \end{aligned}$$

é dicir, búscase formar números simples en cadea a partir da introdución dos termos intermedios.

Exemplo 10. Como ilustración do anterior, calcularase para a gasolina 95 o número índice simple en serie para o mes de maio ($t = 4$):

$$I_0^4(X_1) = \frac{102.02}{100} \cdot \frac{100.82}{100} \cdot \frac{104.17}{100} \cdot \frac{103.67}{100} \cdot 100 = 111.07,$$

que coincide perfectamente co valor do número índice simple en cadea para este intre.

- Por último, para pasar dun número índice simple en serie a un número simple en cadea, considéranse os intres $t, t_0 \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$. Entón, cúmprese que:

$$\begin{aligned} IC^t(X_i) &= \frac{x_t}{x_{t-1}} \cdot 100 = \frac{\frac{x_t}{x_{t_0}}}{\frac{x_{t-1}}{x_{t_0}}} \cdot 100 \\ &= \frac{I_{t_0}^t(X_i)}{I_{t_0}^{t-1}(X_i)} \cdot 100. \end{aligned}$$

en particular se se toma como referencia x_0 , tense que:

$$\begin{aligned} IC^t(X_i) &= \frac{x_t}{x_{t-1}} \cdot 100 = \frac{\frac{x_t}{x_0}}{\frac{x_{t-1}}{x_0}} \cdot 100 \\ &= \frac{I_0^t(X_i)}{I_0^{t-1}(X_i)} \cdot 100. \end{aligned}$$

Exemplo 11. Compróbase igual que antes se se cumpre a relación. Tomemos outra vez o prezo da gasolina 95 do Cadro 1.1, e calcúlese o índice simple en cadea para o mes de maio ($t = 4$) sendo xaneiro o mes de referencia ($t = 0$)

$$IC^4(X_1) = \frac{I_0^4(X_1)}{I_0^3(X_1)} \cdot 100 = \frac{111.07}{108.87} \cdot 100 = 102.02.$$

Que, en efecto, coincide cos datos dos que se dispoñen.

2.3.1. Variación porcentual dos números índice simples

Ao longo do tema relacionáronse os números índice simples coa variación porcentual das magnitudes, mais non se ensinou a orixe desta correspondencia. Neste apartado, dedicarase a expor esta conexión.

Definición 4. Sexa $X_i = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_T\}$ unha magnitude sinxela. Sexa $t_1, t_2 \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$, t_2 maior que t_1 . Defínese como **taxa de variación de X en t_2 con respecto a t_1** a:

$$Taxa_{t_1}^{t_2}(X_i) = \frac{x_{t_2} - x_{t_1}}{x_{t_1}} \cdot 100, \quad (2.4)$$

sendo igual a:

$$\begin{aligned} Taxa_{t_1}^{t_2}(X_i) &= \frac{x_{t_2} - x_{t_1}}{x_{t_1}} \cdot 100 = \left(\frac{x_{t_2}}{x_{t_1}} - \frac{x_{t_1}}{x_{t_1}} \right) \cdot 100 \\ &= \left(\frac{x_{t_2}}{x_{t_1}} - 1 \right) \cdot 100 = I_{t_1}^{t_2}(X_i) - 100. \end{aligned}$$

Usando o exposto na sección 2.3, tense que:

$$I_{t_1}^{t_2}(X_i) = IC^{t_2}(X_i) \cdot IC^{t_2-1}(X_i) \cdot \dots \cdot IC^{t_1+1}(X_i).$$

- Se se seleccionan t_2 e t_1 como observacións inmediatamente consecutivas (t e $t-1$) chégase a un caso especial, que se denota e se calcula da seguinte maneira:

$$Taxa^t(X_i) = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} \cdot 100 = IC^t(X_i) - 100.$$

- Por outro lado, se $t_1 = 0$ é a referencia chégase a:

$$\begin{aligned} Taxa_0^t &= \left(\frac{x_t - x_0}{x_0} \right) \cdot 100 = \left(\frac{x_t}{x_0} - 1 \right) \\ &= \frac{x_t}{x_0} \cdot 100 - 100 = I_0^t - I_0^0, \end{aligned}$$

que non é máis que a porcentaxe de variación entre calquera período e o período de referencia.

Así mesmo, a taxa de variación denomínase como taxa de variación interanual, intertrimestral ou intermensual se as observacións corresponden a anos, trimestres ou meses consecutivos, respectivamente.

Exemplo 12. *Calcularase agora as taxas mensuais para a gasolina 95 e o bioetanol a partir do Cadro 1.1. Como se pode ver, ao ser taxas de variación mensuais obtéñense de maneira moi sinxela a partir do cadro dos números índices simples en cadea, grazas á fórmula presentada neste mesmo apartado. Así, o único que hai que facer neste caso é dividir entre 100 os datos obtidos no cadro de números índices simples en cadea:*

	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
GASOLINA 95	125.81	131.05	132.12	134.79	137.20	140.54	141.71	143.29	148.28	151.07	147.95
TAXA	3.67	4.17	0.82	2.02	1.79	2.43	0.83	1.11	3.48	1.88	-2.18

Cadro 2.10: Prezo mensual medio da gasolina 95 en 2021 en cts. de euro/ litro xunto coa súa taxa de variación.

	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
BIOETANOL	148.56	150.33	150.63	152.67	158.76	158.17	161.08	161.77	165.47	168.65	164.98
TAXA	1.86	1.19	0.20	1.35	3.99	-0.37	1.84	0.43	2.29	1.92	-2.18

Cadro 2.11: Prezo mensual medio do bioetanol en 2021 en cts. de euro/ litro xunto coa súa taxa de variación.

2.3.2. Taxa media de variación ou taxa media de crecemento acumulativo

Sen embargo, hai outras ocasións nas que se desexa obter o promedio de variación entre o intre t e o intre $t + k$. Para estas ocasións, defínese o seguinte concepto.

Definición 5. *Sexa $t \in \{0, 1, \dots, T - k\}$. Sexa un $k > 0$. Coñécese como **taxa media de variación** ou **taxa media de crecemento acumulativo** da magnitude X_i entre os intres t e $t + k$ ($[t, t + k]$) á taxa constante que permite obter a observación x_{t+k} no intre $t + k$ a partir da observación x_t no intre t . Denótase por T_k .*

É dicir, búscase que para os instantes $t + 1$, $t + 2$, e así, ata $t + k$, se teña que,

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= x_t + \frac{T_k}{100} \cdot x_t = \left(1 + \frac{T_k}{100}\right) \cdot x_t = \left(\frac{100 + T_k}{100}\right) \cdot x_t, \\ x_{t+2} &= x_{t+1} + \frac{T_k}{100} \cdot x_{t+1} = \left(1 + \frac{T_k}{100}\right) \cdot x_{t+1} \\ &= \left(\frac{100 + T_k}{100}\right) \cdot x_{t+1} = \left(\frac{100 + T_k}{100}\right)^2 \cdot x_t \\ &\quad \dots \\ x_{t+k} &= x_{t+k-1} + \frac{T_k}{100} \cdot x_{t+k-1} = \left(1 + \frac{T_k}{100}\right) \cdot x_{t+k-1} \\ &= \left(\frac{100 + T_k}{100}\right) \cdot x_{t+k-1} = \left(\frac{100 + T_k}{100}\right)^k \cdot x_t. \end{aligned}$$

Logo, para o instante $t + k$, tense que,

$$x_{t+k} = \left(\frac{100 + T_k}{100}\right)^k \cdot x_t,$$

e despexando,

$$\frac{x_{t+k}}{x_t} = \left(\frac{100 + T_k}{100}\right)^k \implies \sqrt[k]{\frac{x_{t+k}}{x_t}} = \left(1 + \frac{T_k}{100}\right).$$

Polo tanto,

$$T_k = \left(\sqrt[k]{\frac{x_{t+k}}{x_t}} - 1\right) \cdot 100.$$

Finalmente ilustrarase o seu uso sobre o exemplo do combustible.

Exemplo 13. *Ensinarase agora un exemplo cos datos obtidos. Usando o Cadro 1.1, calcularase tanto para a gasolina 95 como para o Bioetanol a taxa media de variación dende xaneiro ($t = 0$) ata decembro ($t = 11$).*

Primeiro para a gasolina, onde:

$$T_{11} = \left(\sqrt[11]{\frac{121.36}{147.95}} - 1 \right) \cdot 100 = 1.78,$$

e para o Bioetanol:

$$T_{11} = \left(\sqrt[11]{\frac{145.85}{164.98}} - 1 \right) \cdot 100 = 1.11.$$

Como se pode apreciar, estes datos veñen demostrar que o crecemento medio da gasolina 95 é maior que o que presenta o bioetanol.

Capítulo 3

Números índice complexos

En ocasións, máis que estudar variables concretas, estúdanse fenómenos ou conxuntos de variables que pertencen a un grupo en concreto. Búscase así, unha única medida que indique cal é a variación desta colección de fenómenos ou variables. Son estes casos os que utilizan os **números índices complexos**, tamén coñecidos como números índices compostos ou agregados.

Dentro deles distínguense dous tipos. Os números índices complexos non ponderados, nos que todas as variables presentan a mesma importancia, xa sexa por buscar a sinxeleza, ou por motivo de que a ponderación non teña sentido como tal; e, por outro lado, están os números índices complexos ponderados, cando se quere recalcar a importancia que presentan unhas variables sobre outras, e, ademais, xeralmente búscase un resultado máis exacto.

Así, coma exemplo de número índice complexo está o **IPC** (*Índice de Prezos de Consumo*), o cal mide a variación do custo de vida en España. Para medir isto, mira a variación, en conxunto, dos prezos de bens e servizos extraídos do que formalmente se coñece coma *cesta básica alimentaria (CBA)*, determinada a partir da enquisa básica de presupostos familiares, que reflicten unha cantidade de bens e servizos adquiridos de maneira regular pola poboación española. Así, o IPC, é un perfecto indicador da inflación, e do custo de vida en España.

3.1. Números índice complexos non ponderados

Os números índices complexos non ponderados caracterízanse polo uso de magnitudes complexas (conxunto doutras magnitudes simples) que son avaliadas ao longo do tempo para ver a súa variación. Xunto con isto, tense que ter en conta que, neste tipo de números índice en particular, non se dá máis importancia a algunhas variables sobre outras, ao supoñer que todas son determinantes.

A continuación preséntanse algún dos máis coñecidos:

3.1.1. Índice de *Sauerbeck*

Sexan n magnitudes para o índice complexo. Se queremos medir a variación no intre $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, e as variables X , débense obter primeiro os números índices simples en serie en t , para cada magnitude i . O **índice de *Sauerbeck*** non é máis que a media aritmética non ponderada dos mesmos. A súa expresión, para cada $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ é a que segue.

$$S_t(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot 100 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_0^t(X_i). \quad (3.1)$$

A continuación, ilústrase o seu funcionamento.

Exemplo 14. Para o exemplo computarase o **índice de *Sauerbeck*** para o Cadro 1.1, e así calcular a evolución dos prezos dos carburantes en España ao longo de 2021. É dicir:

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.21	104.60	105.22	106.58	108.46	111.52	112.45	113.47	121.12	125.66	127.20

Cadro 3.1: Índice da Sauerbeck para os carburantes ao longo de 2021.

Como se pode apreciar, existe un crecemento continuo dos prezos en xeral dende xaneiro ata decembro, sendo a subida total, a final do ano, dun 27.2%. Graficamente, a evolución conxunta vén detallada na Figura 3.1:

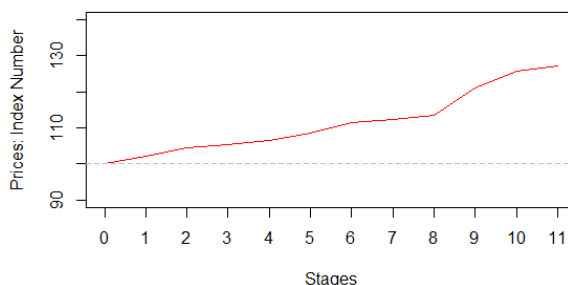


Figura 3.1: Números de Sauerbeck para os carburantes ao longo de 2021.

3.1.2. Media xeométrica de índices simples

Sexan n magnitudes á hora de determinar un índice complexo. Para obter o **índice media xeométrica de índices simples** para o intre $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, e a variable X , e, tras obter os números índices simples en serie en t , para cada magnitude, basta repetir o procedemento anterior, pero nesta ocasión, coa media xeométrica. É dicir,

$$G_t(X) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}}} \cdot 100 = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot 100^n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n I_0^t(X_i)} \quad (3.2)$$

para cada $t \in \{0, 1, \dots, T\}$.

De novo, ilústrase o seu funcionamento sobre o exemplo dos combustibles.

Exemplo 15. *Calcularase neste exemplo os valores do índice media xeométrica de índices simples, sobre os datos do Cadro 1.1. Así:*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.19	104.54	105.18	106.52	108.36	111.44	112.38	113.39	121.05	125.53	126.77

Cadro 3.2: Índice da media xeométrica para os carburantes ao longo de 2021.

Os valores que se obteñen da media xeométrica son moi similares aos do índice de Sauerbeck. Isto é debido a que, esencialmente, ambos calculan unha media. Graficamente, os resultados son os seguintes:

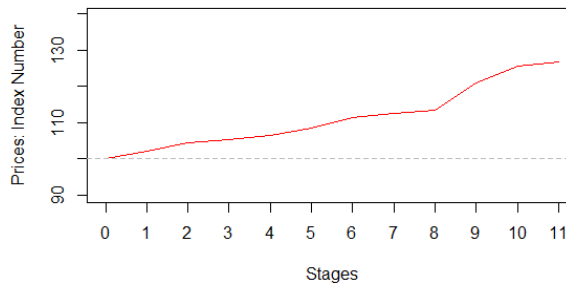


Figura 3.2: Índices media xeométrica de índices simples para os carburantes ao longo de 2021.

3.1.3. Media harmónica de índices simples

Repetimos o plantexamento pero esta vez coa media harmónica. Sexan n magnitudes para o índice complexo. Para obter o **índice media harmónica de índices simples** ($H_t(X)$) para o intre $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, e a variable X , basta con obter os números índices simples en serie en t , para cada magnitude, e así:

$$H_t(X) = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}}} \cdot 100, \quad (3.3)$$

para cada $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. Equivalentemente,

$$H_t(X) = \frac{n}{\sum_{i=1}^n C_{i0}^{it}} \cdot 100.$$

O Exemplo 16 ilustra o seu funcionamento.

Exemplo 16. *Usaranse para o exemplo novamente os datos do Cadro 1.1 e calcularase así o índice media harmónica de índices simples dos carburantes. Queda así:*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.18	104.49	105.13	106.46	108.26	111.37	112.31	113.31	120.98	125.40	126.35

Cadro 3.3: Índice da media harmónica para os carburantes ao longo de 2021.

Visualmente, como veremos na Figura 3.3, seguen a mesma tendencia que os resultados anteriores polo xa comentado.

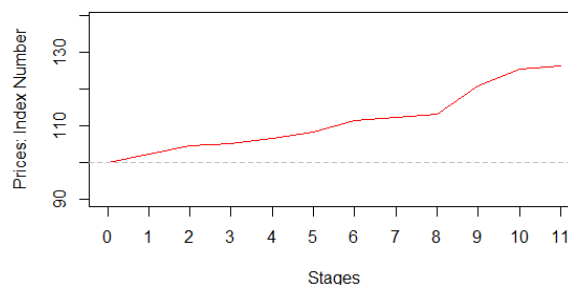


Figura 3.3: Índices media harmónica de índices simples para os carburantes ao longo de 2021.

3.1.4. Índice de *Bradstreet-Dûtot*

O concepto de media agregativa é empregado unicamente xunto cos números índice. Entendemos por **media agregativa**, como a razón entre a media aritmética simple das n variables no intre t de comparación, e a media aritmética simple no período 0. Así, sexan n magnitudes para o índice complexo. Para obter o **índice de *Bradstreet-Dûtot*** (BD_t) para o intre $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, e a variable X , basta con obter os números índices simples en serie en t , para cada magnitude, e usando a media agregativa obtemos:

$$BD_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0}} \cdot 100, \quad (3.4)$$

para cada $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. A continuación ilústrase o seu uso.

Exemplo 17. *Para este exemplo, usaranse novamente os datos do Cadro 1.1. Calcularanse, desta maneira os índices de *Bradstreet-Dûtot* dos carburantes ao longo do ano 2021. Son os mostrados no Cadro 3.4.*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.40	104.94	105.44	106.94	109.15	111.79	112.72	113.71	120.64	124.61	125.09

Cadro 3.4: Índice da media agregativa para os carburantes ao longo de 2021.

Como se ve no Cadro 3.4 os resultados son moi similares aos anteriores, e graficamente detállanse na Figura 3.4.

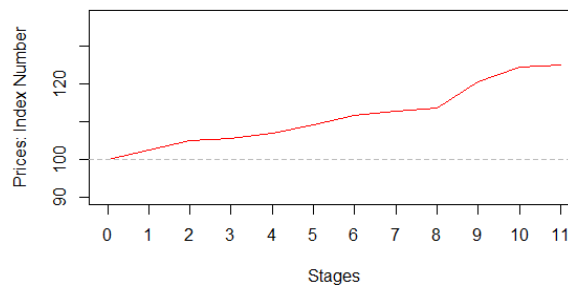


Figura 3.4: Índice de Bradstreet-Dûtot para os carburantes ao longo de 2021.

3.1.5. Índice de *Carli*

Aínda así, estes non son os únicos números índices complexos non ponderados que existen. Se se toma como referencia o dato inmediatamente anterior ao seleccionado da mesma maneira que facíamos cos números simples en cadea, obtéñense novos índices complexos non ponderados. Sexan así n magnitudes para o índice complexo X . Sexa $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. Calcúlanse os números simples en cadea para todo t . Se usamos a media aritmética obtemos o **índice de *Carli***:

$$C_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{it-1}} \cdot 100 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n IC^t(X_i). \quad (3.5)$$

para todo $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. Vexamos o seu uso a continuación:

Exemplo 18. *Apliquemos entón no Cadro 1.1 esta fórmula para calcular o índice de *Carli* dos carburantes durante o ano 2021 e poder ver as diferenzas:*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.21	102.31	100.61	101.28	101.74	102.86	100.85	100.90	106.84	103.73	101.09

Cadro 3.5: Índice de *Carli* para os carburantes ao longo de 2021.

Como vemos no Cadro 3.5 os valores varían bastante con respecto aos cadros anteriores (Cadro 3.4, Cadro 3.3, Cadro 3.2 e Cadro 3.1). Isto débese ao xa comentado, que basicamente este índice complexo non é máis que un índice complexo en cadea, é dicir, que fundamentalmente mide a variación dun periodo respecto ao anterior. Pódese ver, desta maneira, que en todos os meses existe un crecemento constante que chega a ser de ata un 6.8% en novembro. Vexamos agora estes datos na Figura 3.5.

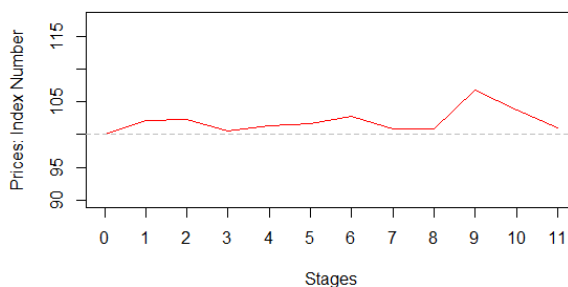


Figura 3.5: Índice de *Carli* para os carburantes ao longo de 2021.

3.1.6. Índice de *Jevons*

Por último, se consideramos a media xeométrica tomando como referencia o periodo anterior, chégase ao coñecido coma **Índice de *Jevons***:

$$J_t(X) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{it-1}}} \cdot 100 = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{it-1}}} \cdot 100^n = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n IC^t(X_i)}. \quad (3.6)$$

para todo $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. Co Exemplo 19 ilustremos o seu funcionamento.

Exemplo 19. Usando os datos do Cadro 1.1, buscamos calcular o **Índice de *Jevons*** para os carburantes ao longo de 2021. Unha vez realizadas as operacións:

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.19	102.30	100.61	101.28	101.73	102.84	100.85	100.90	106.76	103.70	100.98

Cadro 3.6: Índice de Jevons para os carburantes ao longo de 2021.

Graficamente a súa evolución queda reflectida na Figura 3.6.

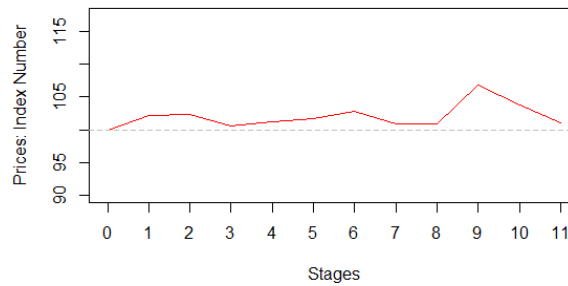


Figura 3.6: Índice de Jevons para os carburantes ao longo de 2021.

Sucedede, entón, o mesmo que nos casos anteriores, un crecemento constante ao longo do ano.

3.1.7. Índice de *Dâtot*

Repitamos agora o razonamento efectuado nos apartados anteriores pero esta vez coa media agregativa. Conseguimos así o chamado **Índice de *Dâtot***:

$$D_p = \frac{\sum_{i=1}^n x_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{it-1}} \cdot 100. \quad (3.7)$$

para todo $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. De novo, ilustremos o seu funcionamento sobre o exemplo dos combustibles.

Exemplo 20. *Calculemos o Índice de Dûtot para os valores dos carburantes e combustibles do Cadro 1.1 en 2021.*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	102.40	104.94	105.45	106.94	109.15	111.79	112.72	113.71	120.64	124.61	125.09

Cadro 3.7: Índice de Dûtot para os carburantes ao longo de 2021.

Completemos os datos dunha maneira gráfica, mediante a Figura 3.7

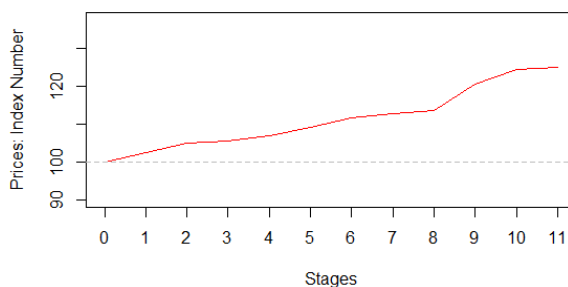


Figura 3.7: Índice de dûtot para os carburantes ao longo de 2021.

3.2. Números índice complexos ponderados

Como xa se comentou con anterioridade, esta clase de números índices complexos caracterízase pola presenza dunha ponderación, a cal se engade para facer máis preciso o índice, dándolle máis importancia ás magnitudes que realmente o necesitan, xa sexa porque son as máis consumidas, as máis demandadas, etc... Para facer isto, xeralmente utilízase unha nova variable Z da cal se usan os valores no período de referencia ou no actual.

No caso que estamos a usar como exemplo, o X representa os combustibles e carburantes do Cadro 1.1 sen as columnas de GNC e GNL, pois esta vez non incluiremos no conxunto os produtos relativos ao gas natural. O Z , será a cantidade consumida dos mesmos en Toneladas.

	Gasolina 95	Gasoleo A	GLP	Biodiesel	Bioetanol
XAN	269.560	1.420.152	224.372	1.558	0
FEB	275.205	1.529.528	166.036	1.621	0
MAR	375.247	1.877.918	174.188	2.442	0
ABR	348.738	1.693.741	123.449	1.377	0
MAI	400.339	1.838.946	107.642	632	1
XUÑ	448.359	1.963.458	121.899	1.574	0
XUL	502.049	2.040.926	119.018	533	16
AGO	502.951	1.891.496	112.248	356	0
SET	456.173	1.914.259	120.009	560	0
OUT	451.072	1.903.538	131.933	543	0
NOV	420.056	1.920.026	182.191	244	0
DEC	420.362	1.818.859	218.127	14.597	0

Cadro 3.8: (Z) consumo de carburantes ao longo de 2021 en Toneladas.

De todas formas, é conveniente mencionar que en moitos casos, x_{it} denota prezos p_{it} , z_{it} , q_{it} , que son as notacións xeralmente usadas cando se fala de prezos e cantidades.

Tras isto, presentaranse os distintos números índices complexos ponderados. Xeralmente son da forma:

$$\begin{aligned}
 IC_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \cdot 100 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot 100 \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n I_0^t(X_i) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i},
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

sendo os w_i as ponderacións elixidas, que permiten distinguir os índices entre sí. É máis, se son considerados todos os pesos iguais, de tal maneira que para todo i , $w_i = 1$ chégase a :

$$\begin{aligned}
 IC_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n I_0^t(X_i) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n I_0^t(X_i) \cdot 1}{\sum_{i=1}^n 1} \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_0^t(X_i),
 \end{aligned}$$

que non é máis que o **índice de Sauerbeck** (Expresión 3.1.1). Tamén existe a posibilidade de chegar ao **índice de Carli** (Expresión 3.1.5), se en vez de escoller o número índice simple en serie, se tomase o número simple en cadea. Presentemos agora os distintos números índices complexos ponderados.

3.2.1. Índice de Laspeyres

Para analizar a variación da magnitude X , úsase como ponderación a magnitude Z descrita e a media aritmética. Ademais, utilízase como coeficiente de ponderación o seguinte: $w_i = x_{i0} \cdot z_{i0}$,

para todo i . Así, para todo $t, t \in \{0, 1, \dots, T\}$ o **Índice de Laspeyres** é:

$$\begin{aligned} L_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \cdot 100 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot x_{i0} \cdot z_{i0}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{i0}} \cdot 100 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{it} \cdot z_{i0}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{i0}} \cdot 100. \end{aligned} \quad (3.9)$$

O principal inconveniente que presenta este índice, é que asume que os valores da magnitude Z non varían ao longo do tempo.

Exemplo 21. Apliquemos agora o **Índice de Laspeyres** aos datos do Cadro 1.1 sen os produtos relativos ao gas natural, usando como ponderación os datos do Cadro 3.8 :

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	103.77	107.73	107.84	109.92	112.36	115.00	115.42	116.85	123.04	125.54	122.80

Cadro 3.9: Índice de Laspeyres para os carburantes ao longo de 2021.

Como se pode ver, os prezos crecen continuamente, agás no mes de decembro no que existe un descenso, ao contrario do que sucedía no Cadro 3.1. Apréciase desta maneira, como sí xeran unha variación as ponderacións nos resultados dos índices. Como se verá nos seguintes tipos de índices complexos ponderados, sucede algo similar. A Figura 3.8 ilustra graficamente a evolución destas magnitudes.

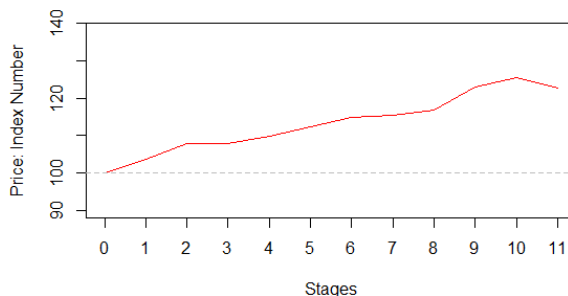


Figura 3.8: Números de Laspeyres para os carburantes ao longo de 2021.

3.2.2. Índice de Paasche

A diferenza do índice de *Laspeyres*, neste caso, sí que se ten en conta o instante temporal, dando certamente máis precisión ao índice. Así, como coeficientes de ponderación teremos $w_i = x_{i0} \cdot z_{it}$. Desta maneira, o **índice de Paasche** é:

$$\begin{aligned}
 P_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \cdot 100 \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot x_{i0} \cdot z_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{it}} \cdot 100 \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{it} \cdot z_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{it}} \cdot 100.
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Por contrapartida, o cálculo do índice resulta máis tedioso e só pode compararse co do ano base. Isto fai que o seu uso sexa bastante menor. O Exemplo 22 completa a súa ilustración.

Exemplo 22. *O índice de Paasche aplicarase sobre os valores do Cadro 1.1 sen os produtos do gas natural; usando os valores do Cadro 3.8 como ponderación. Así, este será:*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	103.80	107.81	107.90	110.08	112.58	115.22	115.57	116.95	123.14	125.56	122.73

Cadro 3.10: Índice de Paasche para os carburantes ao longo de 2021.

Neste caso, os datos non distan moito dos anteriores dada a súa natureza. Así, seguen un crecemento constante, agás no mes de decembro. Gráficamente, a Figura 3.9 completa a análise.

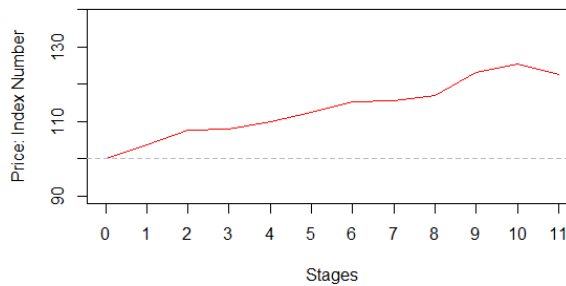


Figura 3.9: Índice de Paasche para os carburantes ao longo de 2021.

3.2.3. Índice de *Marshall-Edgeworth*

Este índice caracterízase pola utilización do seguinte coeficiente de ponderación, $w_i = x_{i0} \cdot z_{i0} + x_{i0} \cdot z_{it}$. Así, o **índice de *Marshall-Edgeworth*** é:

$$\begin{aligned} E_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \cdot 100 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot x_{i0} \cdot (z_{i0} + z_{it})}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot (z_{i0} + z_{it})} \cdot 100 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{it} \cdot (z_{i0} + z_{it})}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot (z_{i0} + z_{it})} \cdot 100. \end{aligned} \quad (3.11)$$

O problema que presenta este número índice é especialmente, como podemos ver, o seu cálculo. De todas maneiras, xeralmente, para facilitar isto, desenvólvese a paréntese da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} E_t(X, Z) &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{it} \cdot z_{i0} + x_{it} \cdot z_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{i0} + x_{i0} \cdot z_{it}} \cdot 100 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{it} \cdot z_{i0} + \sum_{i=1}^n x_{it} \cdot z_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{i0} + \sum_{i=1}^n x_{i0} \cdot z_{it}} \cdot 100. \end{aligned}$$

Exemplo 23. *Calcularanse agora para todos os meses de 2021 os índices de *Marshall-Edgeworth*, para o prezo dos carburantes sen os produtos relativos ao gas natural do Cadro 1.1, usando como ponderación os datos do Cadro 3.8. O resultado é:*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	103.78	107.78	107.88	110.01	112.49	115.13	115.51	116.91	123.10	125.55	122.76

Cadro 3.11: Índice de Marshall-Edgeworth para os carburantes ao longo de 2021.

Graficamente, a Figura 3.10 completa a análise.

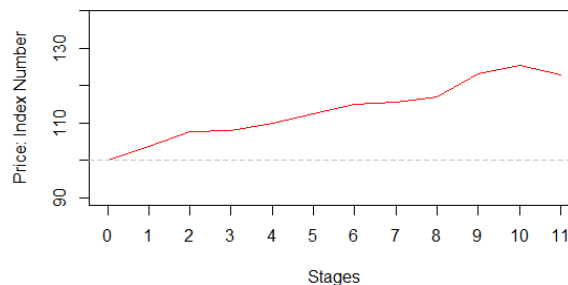


Figura 3.10: Índice de Marshall-Edgeworth para os carburantes ao longo de 2021.

A representación resultante é similar aos índices anteriores pola natureza do mesmo.

3.2.4. Índice de Fisher

O índice de *Fisher* vén dado, para cada $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ por,

$$F_t(X, Z) = \sqrt{L_t(X, Y) \cdot P_t(X, Y)}. \quad (3.12)$$

Como se pode apreciar, este non usa a fórmula específica. Aínda así, tamén busca relacionar os índices de *Laspeyres* e *Paasche*, igual que o de *Marshall-Edgeworth*, mais neste caso, opta por facer unha media xeométrica entre ambos.

Exemplo 24. No caso dos datos cos que se está a traballar, é dicir, o Cadro 1.1 sen os produtos do gas natural, e os do Cadro 3.8 como ponderación, o **índice de Fisher** virá dado no Cadro 3.12.

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	103.78	107.77	107.87	110.00	112.47	115.11	115.49	116.90	123.09	125.55	122.77

Cadro 3.12: Índice de Fisher para os carburantes ao longo de 2021.

Agora, dunha maneira gráfica complétase o estudo da serie. Continuará, ademais, cunha tendencia similar aos índices anteriores:

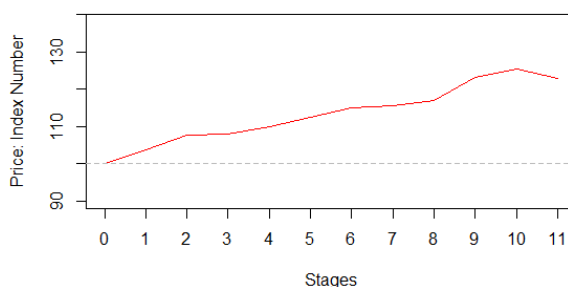


Figura 3.11: Índice de Fisher para os carburantes ao longo de 2021.

3.2.5. Índice de *Bradstreet-Dûtot*

Xunto con estes índices, existe a posibilidade de presentar outro índice complexo ponderado. Este non é máis que un índice de cantidades do **índice de *Bradstreet-Dûtot***. Para isto, temos que coller a visión das variables como se comentou ao principio do tema, relativa a prezos e cantidades. Sexa p a matriz de prezos, q a matriz de cantidades, e sexa v o valor. Así, defínese coma:

$$IV_0^t(p, q) = \frac{V_t(p, q)}{V_0(p, q)} \cdot 100 = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0}q_{i0}} \cdot 100, \quad (3.13)$$

cumprindo o seguinte:

$$IV_0^t(p, q) = L_t(p_0, q) \cdot P_t(p_0, q) = L_t(p, q_0) \cdot P_t(p, q_0) = F_t(p_0, q) \cdot F_t(p, q_0).$$

Exemplo 25. *Aplicarase agora aos datos do Cadro 1.1 sen produtos relativos ao gas natural, usando os do Cadro 3.8 coma ponderación. O Cadro 3.13 recolle os seus valores.*

XAN	FEB	MAR	ABR	MAI	XUÑ	XUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEC
100.00	108.24	139.39	125.23	139.11	153.62	165.53	156.53	156.89	164.60	168.72	160.67

Cadro 3.13: Índice IV_0^t para os carburantes ao longo de 2021.

Como pódese ver, dada a definición de índice de cantidades, os datos deste Cadro 3.13 distan moito dos cadros do resto dos números índice complexo ponderados (Cadro 3.12, Cadro 3.11, Cadro 3.10 e Cadro 3.9). Graficamente, a Figura 3.12 completa a análise.

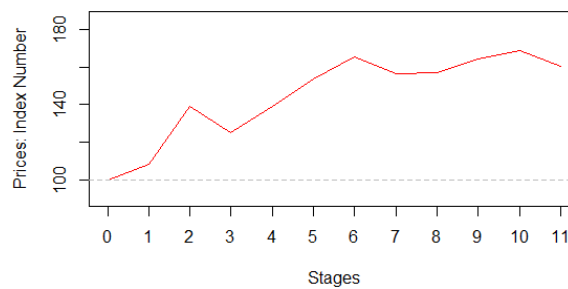


Figura 3.12: Índice de cantidades de Bradstreet-Dûtot para os carburantes ao longo de 2021.

Capítulo 4

Análise do mercado enerxético en España

Tras traballar ao longo da revisión bibliográfica, principalmente, co caso do prezo dos carburantes en España durante 2021 (xunto co exemplo dos xoguetes), examínase agora outro tema que presenta certa importancia neste país: a enerxía. A razón do tratamento deste tema está motivada polo feito de que a enerxía é un elemento moi presente no noso día a día, pois a enerxía forma parte de practicamente todo o que nos rodea. Por isto é que se escolle este tema sobre outros. Ademais, ten a vantaxe de contar cunha gran cantidade de datos, algo indispensable para facer un estudo exhaustivo.

A súa vez, trátase de introducir os comandos utilizados ao longo do traballo, extraídos de librería de R «IndexNumber»([32])(pode consultarse máis sobre esta librería no link <https://cran.r-project.org/web/packages/IndexNumber/index.html>).

Os datos que se van utilizar foron tomados directamente da páxina web oficial da Rede Eléctrica de España (<https://www.ree.es/es>). Nesta páxina pódese obter multitude de información acerca da enerxía en España, xa sexa da súa xeración, da súa demanda ou dos seus intercambios con distintos países.

4.1. Prezos da electricidade

Deste modo, primeiro falarase dos prezos da electricidade da rede eléctrica española dende xaneiro de 2014 ata abril de 2022, de maneira mensual. Debido ao gran volume de información dispoñible, esta non será mostrada aínda que si é consultable no link da páxina web oficial da rede eléctrica de España, xa mencionado anteriormente. Traballarase con gráficas que resuman

a información de xeito conciso. Así, presentaranse inicialmente os prezos que tivo a electricidade dende 2014 ata abril de 2022. Como se pode observar, os prezos comezan en 2014 en torno aos $50\text{€}/MWh$, e, continúan esta tendencia ata aproximadamente mediados de 2021, onde os prezos da electricidade se disparan ata superar os $250\text{€}/MWh$. Xa en abril do 2022 semella que empeza unha pequena baixada de prezos tras a inmensa subida. Saberase isto a medida que pase o tempo. Vemos isto na Figura 4.1.

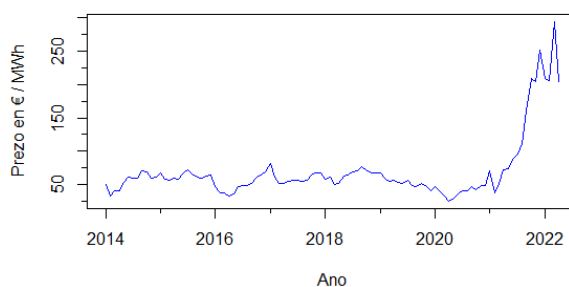


Figura 4.1: Prezos da electricidade en España dende 2014 ata abril de 2022.

Así, observaranse os números índice en serie relativos a este conxunto de datos, tomando como base o prezo de xaneiro de 2014. Obviamente, a Figura 4.2, será moi similar á dos números índices, pois nela pódense apreciar as subidas e baixadas que se verán na seguinte gráfica. Desta maneira, a gráfica dos números índice en serie dos prezos da electricidade é:

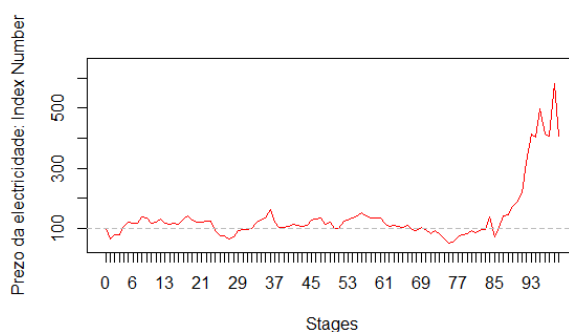


Figura 4.2: Números índice simples en serie do prezo da electricidade en España dende 2014 ata abril de 2022.

Como se comentou antes, pódese observar aquí mellor cal é a variación porcentual sufrida nos prezos. Se un se fixa na gráfica, vese que chega a medrar máis dun 400% dende 2014,

concretamente, chega a ser un 482.72% superior á inicial en marzo de 2022. Ademais, a suba é moi súbita, pois aproximadamente a principios de 2021, os prezos son similares aos de 2014, e é no propio ano 2021, no que se produce este crecemento de ata un 400%. Para a obtención da gráfica dos números índices simples en serie úsase o comando da librería IndexNumber:

```
index.number.serie( )
```

Tratarase agora, polo tanto, para ver mellor estas variacións puntuais, coa gráfica dos números índices en cadea. Esta permitirá ter un maior coñecemento inmediato do que sucede co prezo de electricidade ao longo dos anos do estudo. A gráfica está na Figura 4.3.

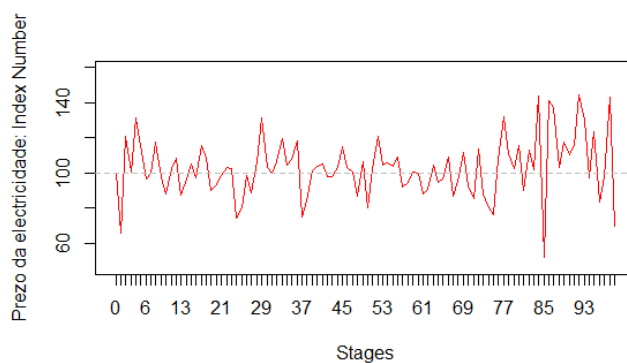


Figura 4.3: Números índice simples en cadea do prezo da electricidade en España dende 2014 ata abril de 2022.

Vese así o xa exposto. Cómo hai un maior crecemento nos últimos anos. Así, pódese ver que chega a haber ata un 40% de crecemento no prezo dun mes a outro no 2021. A pesar disto, é certo que hai baixadas puntuais grandes, como a de febreiro de 2020 (intre 85 aproximadamente) cercana a un 50% ou a de abril de 2022, superior a un 30%. Para obter a figura dos números simples en cadea, aplícase o comando:

```
index.number.chain( )
```

4.2. A enerxía de peche

Analizarase agora a enerxía de peche en MWh no período 2014-2022 . Entendemos como enerxía de peche a enerxía total utilizada durante un período de tempo. A evolución desta mesma vese na Figura 4.4.

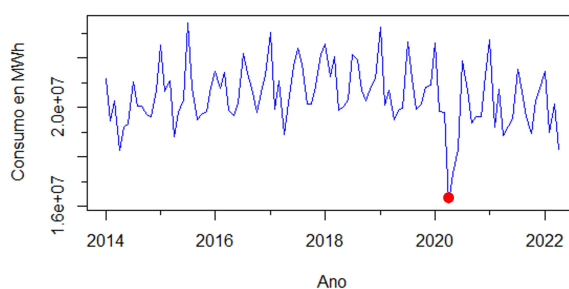


Figura 4.4: Enerxía de peche en España dende 2014 ata abril de 2022.

Apréciase máis ou menos unha tendencia crecente constante, aínda que é certo que nas últimas etapas existe un lixeiro decrecemento. Nótese, tamén, a variación que produce a aparición da COVID-19 e a correspondente corentena, marcada na gráfica cun punto vermello, pois reduce en gran cantidade a enerxía de peche. Isto pódese apreciar mellor nos números índice simples en cadea. En cambio, se se atende aos números índices simples en serie, temos a Gráfica 4.4.

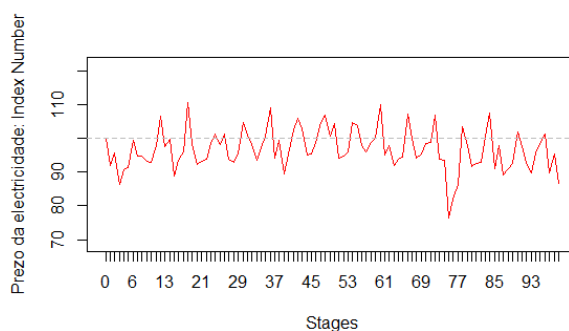


Figura 4.5: Números índice en serie da enerxía de peche en España dende 2014 ata abril de 2022.

Como vemos, nos períodos máis recentes, a enerxía de peche é menor, é máis, no intre máis recente estamos falando que é algo máis que un 10 % menor do que era en xaneiro de 2014.

Tratarase agora a gráfica dos números índice simples en cadea na Figura 4.6.

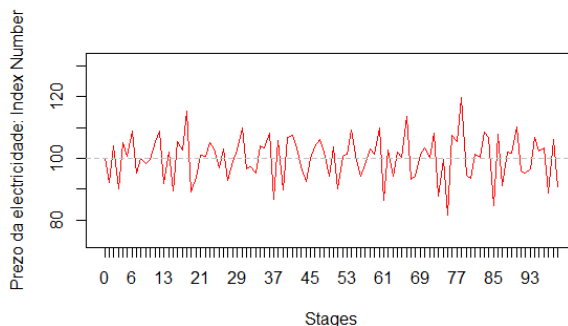


Figura 4.6: Números índice en cadea da enerxía de peche en España dende 2014 ata abril de 2022.

Cabe mencionar que se pode ver de maneira perfecta a baixada producida pola COVID-19 coma se comentaba antes. Pódese apreciar, de feito, que esta é dun 15 %, a máis notable de todas as do gráfico.

4.3. Demanda de certas comunidades

Tras estudar o prezo da electricidade e a enerxía de peche, é conveniente estudar a demanda, máis concretamente a demanda b.c. que deduce os consumos en bombeo e as exportacións. Escolleranse as comunidades autónomas de Galicia e de Andalucía, e traballarase con elas como conxunto, de maneira que así se poida introducir no noso estudo os números índice complexos. A Figura 4.7 recolle a demanda enerxética de Galicia e a Figura 4.8 a correspondente de Andalucía.

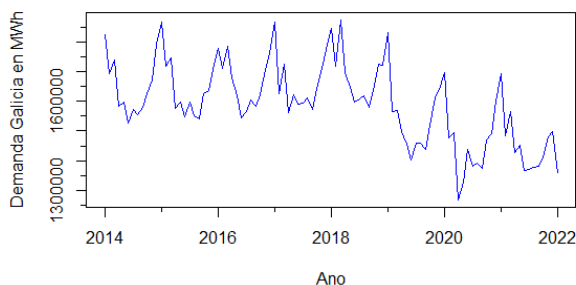


Figura 4.7: Demanda enerxética de Galicia dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

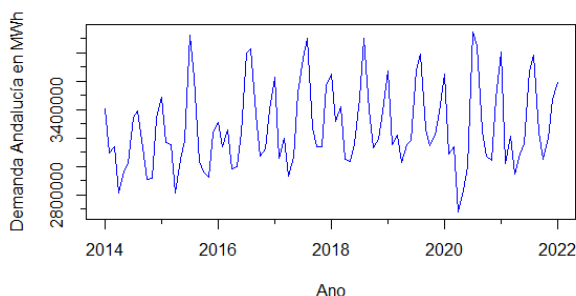


Figura 4.8: Demanda enerxética de Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Se se atende á información, mentres os datos de Galicia mantéñense relativamente constantes ata a chegada da COVID-19, onde se pode ver unha gran baixada seguida dunha tímida recuperación, os de Andalucía teñen unha lixeira tendencia alcista, sen contar a baixada, producida de novo, pola COVID-19.

Estudaranse agora os datos no seu conxunto. Para isto, usaranse os números índices complexos, empezando polos números índices complexos non ponderados. O índice de Sauerbeck (Expresión 3.1.1) para os nosos datos, será o da Figura 4.9, e conseguirase grazas ao comando:

aggregated.index.number(base="serie", type="arithmetic")

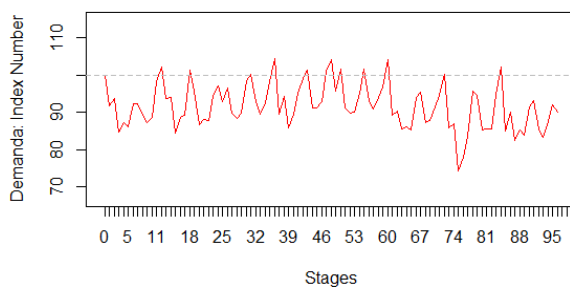


Figura 4.9: Índice de Sauerbeck de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Se se presta atención, o conxunto en xeral, remata cunha tendencia descendente en canto á

demanda. Nótese, tamén aquí, o efecto da pandemia. Calcularase agora o índice de Jevons, co comando:

```
aggregated.index.number(base="chain", type="Jevons")
```

Estudarse a evolución inmediata do conxunto. A Figura 4.10 detalla a serie correspondente.

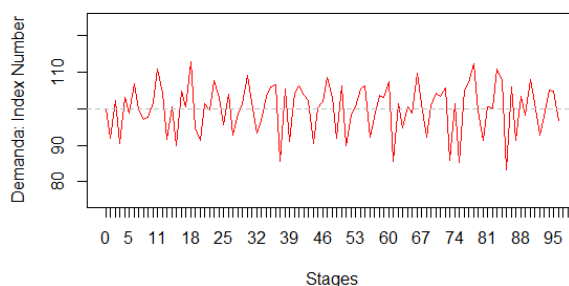


Figura 4.10: Índice de Jevons de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Pódese tamén, apreciar mellor aquí o efecto da pandemia que, como xa se viu, produciu un descenso superior a un 10%. En canto ao maior crecemento, prodúcese ao final do 2020, froito desta contracción pola pandemia.

Adentrémonos agora cos números índices complexos ponderados. Para a ponderación úsase a xeración total de enerxía en MWh por autonomía. Por comunidades, a Figura 4.11 detalla a xeración enerxética de Galicia, e a Figura 4.12 a de Andalucía.

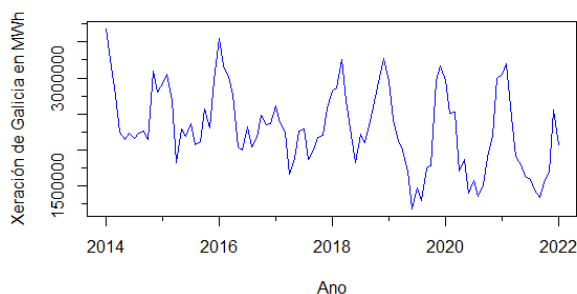


Figura 4.11: Xeración enerxética de Galicia dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

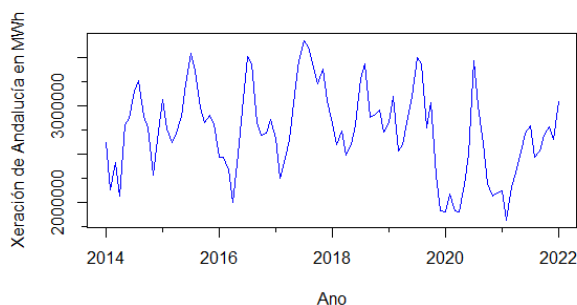


Figura 4.12: Xeración enerxética de Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Como se pode apreciar, a xeración de Galicia presenta unha tendencia descendente, mentras tanto, a de Andalucía, todo o contrario, pois, aínda a pesar da pandemia, presenta un repunte nos últimos datos.

Tras presentar os datos das ponderacións, traballaranse entón os números índices complexos ponderados. A Figura 4.13 representa graficamente a evolución de acordo co índice de Laspeyres:

laspeyres.index.number()

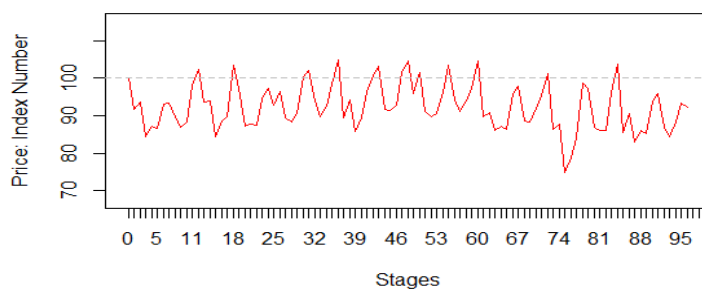


Figura 4.13: Índice de Laspeyres da demanda enerxética de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Que, como se pode apreciar, non hai unha gran diferenza cos índices complexos non ponderados expostos anteriormente. Estudemos agora o índice de Paasche mediante a Figura 4.14, co comando:

```
paasche.index.number( )
```

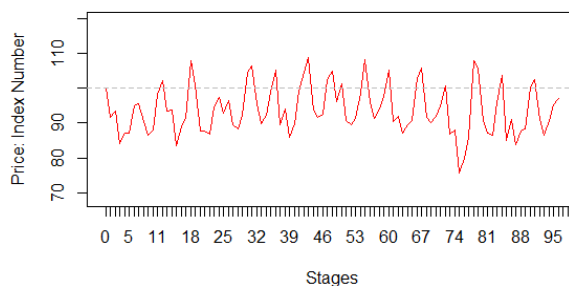


Figura 4.14: Índice de Paasche da demanda enerxética de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Que, como vemos, varía un pouco con respecto aos anteriores. Especialmente observamos esta diferenza nos meses finais seleccionados para o estudo.

Por último, sería interesante observar que sucede co índice de Marshall-Edgewort, co comando:

```
edgeworth.index.number( )
```

e tamén o índice de Fisher, que se obtén co comando:

```
fisher.index.number( )
```

Os resultados destas funcións ao ser usadas sobre o conxunto dos nosos datos resultan nas Figuras 4.15 e 4.16.

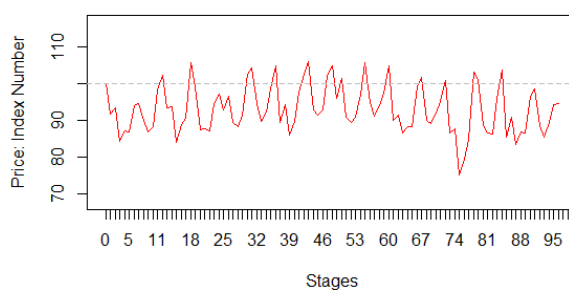


Figura 4.15: Índice de Marshall-Edgeworth da demanda enerxética de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

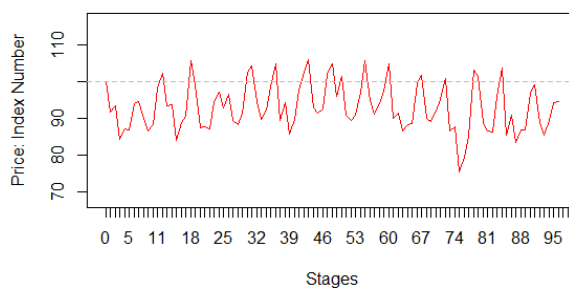


Figura 4.16: Índice de Fisher da demanda enerxética de Galicia e Andalucía dende xaneiro de 2014 ata xaneiro de 2022.

Podemos ver que ambos son moi parecidos pois vemos como, en xeral, seguen unha tendencia lixeramente á baixa. Isto é debido a que ambos buscan relacionar o índice de Paasche e o índice de Laspeyres.

Capítulo 5

Conclusións

Os números índice son medidas estatísticas para medir a evolución de magnitudes e que foron estudadas dende un punto de vista teórica dende hai varios séculos. Neste traballo facemos unha pequena revisión bibliográfica da que podemos extraer as seguintes conclusións. Nun apartado teórico, que os números índice divídense en simples en serie ou en cadea e en complexos ponderados ou non ponderados, tendo estes dous últimos, unha maior cantidade de subtipos. Os simples á súa vez, tratan con magnitudes sinxelas, mentres que os complexos, tratan con magnitudes complexas (conxunto de magnitudes sinxelas). En cambio, nun apartado máis práctico, e tras o estudo do prezo dos carburantes e dos combustibles ao longo de 2021, chegamos á conclusión da existencia dun gran crecemento no prezo dos mesmos, especialmente nos últimos meses do ano. Da mesma maneira, no exhaustivo estudo do mercado enerxético en España, obtivemos que existe un aumento no prezo da electricidade dende mediados de 2021 ata a actualidade, unha tendencia medrante na enerxía de peche (cun lixeiro decrecemento nas últimas etapas, sen contar coa variación puntual que produce a pandemia) e unha demanda de Galicia e Andalucía en conxunto, máis ou menos constante cunha tendencia descendente ao final.

Finalmente, e aínda que a revisión é certamente exhaustiva, poderíase plantexar unha posible extensión do traballo engadindo máis tipos de números índice. Pois, como se viu por exemplo, para a contrución dun números índice complexo, basta con tomar, xeralmente, un tipo de media e unha referencia. Desta maneira, hai combinacións que non se estudaron porque a súa interese é moi baixa dada a similitude que presenta cos outros tipos de números índice, máis o seu uso é perfectamente válido.

Bibliografía

- [1] Alonso, J. C. (2004). *Números índices*, cuarta edición, Departamento de Economía - Universidad ICESI.
- [2] Anderson, D. R., Sweeney, D. J., e Williams, T. A. (2008). *Estadística para administración y economía*, Cengage Learning Editores.
- [3] Ayza, J. (1963). *Números índice*, ILPES.
- [4] Blondell, C. A. e González, C. (2008). *Los números índices como herramientas de medición de la inflación en Venezuela*, Universidad de Oriente (Venezuela).
- [5] Carli, G. R. (1804). *Del valore e della proporzione dei metalli monetati*, Scrittori Classici Italiani Di Economia Politica, **13**, 297-366.
- [6] Clements, K. W., Izan, I. H. Y., e Selvanathan, E. A. (2006). *Stochastic Index Numbers: A Review*, International Statistical Review, **74(2)**, 235-270.
- [7] Cogheshall, F. (1886). *The arithmetic, geometric, and harmonic means*, The Quarterly Journal of Economics, **1(1)**, 83-86.
- [8] Crespo Hurtado, E. e Crespo Borges, T. (2006). *Los números índices en la evaluación de la calidad de la educación*, Revista Varela, **6(15)**, 1-14.
- [9] De la Fuente Fernández, S. (2013). *Estadística Descriptiva: Números Índices*, Universidad Autónoma de Madrid, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Departamento de Economía Aplicada.
- [10] Diewert, W. (2007). *Index Numbers*, Economics working papers, Vancouver School of Economics.
- [11] Drobisch, M. (1871). *Ueber Mittelgrößen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steigens und Sinkens des Geldwerths*, Berichte der mathematisch-physicalischen Classe der königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, **1**, 25-48.

-
- [12] Dútot, C. (1754). *Reflexions politiques sur les finances, et le commerce*, volume 2, les freres Vaillant [and] N. Prevost.
- [13] Edgeworth, F. Y. (1887). *Measurement of change in value of money i*, First Memorandum presented to the British Association for the Advancement of Science, Reprinted in his Papers Relating to Political Economy, **1**, 198–259.
- [14] Evelyn, S. G. (1798). *An account of some endeavours to ascertain a standar of weight and measure*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, **88**, 133-182.
- [15] Fisher, I. (1922). *The making of index numbers: a study of their varieties, tests, and reliability*, Houghton Mifflin Company.
- [16] Fleetwood, W. (1707). *Chronicon Preciosum: Or, an Account of English Money: The price of Corn and Other Commodities, for the last 600 years. In a letter to a Student in the University of Oxford*, Charles Harper.
- [17] Forsyth, F. e Fowler, R. F. (1981). *The theory and practice of chain price index numbers*, Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General), **144(2)**, 224–246.
- [18] James, H. (1835). *The State of Nation*, Saunders and Otley, Conduit street.
- [19] Jevons, W. S. (1863). *A Serious Fall in the Value of Gold Ascertained: And Its Social Effects Set Forth*, E. Stanford.
- [20] Jevons, W. S. (1865). *On the variation of prices and the value of the currency since 1782*, Journal of the Statistical Society of London, **28(2)**, 294–320.
- [21] Kendall, M. (1969). *Studies in the history of probability and statistics, XXI, The early history of index numbers*, Revue de l'Institut International de Statistique, **37(1)**, 1-12.
- [22] Kendall, M. (1977). *The early history of index number, volume II*, Studies in the History of Statistics and Probability, Griffin, London.
- [23] Lanata Briones, C. T. (2019). *Una nueva estimación del índice del costo de vida, Argentina 1912-1932*, Boletín Del Instituto De Historia Argentina Y Americana Dr. Emilio Ravignani, **53**, 64-93.
- [24] Laspeyres, E. (1864). *Hamburger Waarenpreise 1851-1863 und die californisch-australischen Goldentdeckungen seit 1848*, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, **3(1)**, 81-118.
- [25] Laspeyres, K. (1871). *Ix. Die Berechnung einer mittleren Waarenpreissteigerung*, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, **16(1)**, 296–318.

-
- [26] Levin, R. I. e Rubin, D. S. (2004). *Estadística para administración y economía*, séptima edición, Pearson Educación, México.
- [27] Lowe, J. (1882). *The Present State of England in Regard to Agriculture, Trade & Finance*.
- [28] Marshall, A. (1887). *Remedies for fluctuations of general prices*, The Contemporary review, 1866-1900, **51**, 355-375.
- [29] Maroto, A. e Zofio, J. L. (2015). *Nueva metodología para la descomposición de los costes generalizados del transporte de mercancías por carretera usando la teoría económica de los números índice*, Investigaciones Regionales, **33**, 123-134.
- [30] Paasche, H. (1874). *Ueber die Preisentwicklung der letzten Jahre nach den Hamburger Börsennotirungen*, Jahrbucher für Nationalökonomie und Statistik, **23**, 168-179.
- [31] Porter, G. R. (1847). *The Progress of the Nation*, London: John Murray, Albemarle Street.
- [32] Saavedra-Nieves, A. e Saavedra-Nieves, P. (2021). *IndexNumber: An R Package for Measuring the Evolution of Magnitudes*, The R Journal, **13(1)**, 253-275.
- [33] Sauerbeck, A. (1895). *Index Numbers of Prices*, The Economic Journal, **5(18)**, 161-174.
- [34] Seffino, M. e Etcheverría, S. (2020). *Números Índice*, Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- [35] Walsh, C. M. (1901). *The measurement of general exchange-value*, New York, The Macmillan Company; London, Macmillan & Co., ltd.