ÁGORA —Papeles de Filosofía— (1995), 14/2: 23-30 ISSN 0211-6642

UN ESTUDIO FORMAL DE ASPECTOS RELEVANTES DE ESTRUCTURAS INFORMATIVAS

Ángel Nepomuceno Fernández
Universidad de Sevilla

Resumen

El contenido informativo se obtiene uniendo el contenido lógico y el léxico. Algunos procesos inferenciales se pueden representar en términos clásicos pero «m es un abuelo, por tanto m es un padre» es una deducción que tiene que tener en cuenta el significado de los términos; es decir, «m es un abuelo» no implica «m es un padre» en un sentido clásico. Para estudiar el contenido informativo describiremos un lenguaje formal, su semántica, y luego definiremos los sistemas informativos. Esos sistemas pueden tener características relevantes así que exploraremos cómo B+ —un sistema relevante básico— da cuenta de algunas consecuencias cuyo contenido informativo es bien conocido.

Palabras clave: Contenido lógico, contenido informativo, relevancia, sistema informativo, sistema deductivo, consecuencias informativas.

Abstract

Informative content is obtained by means of joining logical content and lexical. Some inferential process may be represented in classical terms but «m is grandfather, therefore m is father» is a deduction that have to take into account the meaning of terms; that is to say, «m is grandfather» does not entail «m is father» in classical sense. In order to study informative content, we shall describe a formal language, its semantics, then informative systems will be defined. Those systems may have relevant characteristics, so we shall explore as B+ —a basic relevant system— gives account of some consequences from premises whose informative content is well known.

Key words: Logical content, informative content, relevance, informative system, deductive system, informative consequences.

1. Introducción

Los procesos de inferencia que se dan en el lenguaje natural no siempre quedan adecuadamente codificados en la expresión de relaciones de consecuencia entre enunciados de un lenguaje formal. Si, por ejemplo, las fórmulas de un lenguaje formal Fm y Gm representan las formas lógicas de «m es padre» y «m es abuelo», respectivamente, podemos decir que Fm se deduce de Gm, es decir, que $Gm \vdash Fm$; esta inferencia se justifica apelando al significado de dichas sentencias o requiriendo una premisa que no se había

Aceptación: II/1996

hecho explícita $\forall x\ (Gx \rightarrow Fx)$, $Gm \vdash Fm$, entonces una simple aplicación (en deducción natural tipo Gentzen) de *eliminación de cuantificador universal,* tomando m como argumento, y *modus ponens*, nos lleva a la conclusión Fm a partir de ambas premisas. La apelación al significado no es más que el reconocimiento de F' y G', los valores semánticos de F y G, respectivamente, y que $G' \subseteq F'$.

En cualquier proceso inferencial es de interés la estructura de los enunciados que intervienen. Tomada en su conjunto, considerando el uso de lenguajes interpretados, se trata de una cierta cantidad de *información*, la cual no puede ser reducida a las constantes lógicas que contiene distribuidas de cierta manera. Se trata en definitiva de la cantidad de información que resulta relevante desde un punto de vista lógico, teniendo en cuenta que una lógica plena viene dada por un lenguaje, la semántica de éste y el procedimiento que permite establecer los pares <*premisas / conclusión*>, donde el primer miembro es un conjunto de expresiones del lenguaje (eventualmente vacío) y el segundo es un enunciado del mismo. La cantidad de información de cada expresión será su *contenido informativo* resultante de la reunión de contenido *lógico* y *no lógico* o *léxico*.

El tratamiento del contenido puede ser diverso. Por lo que respecta al contenido lógico, los sistemas de lógica clásica han dado buena cuenta de las relaciones que se pueden establecer entre las distintas constantes lógicas. Por otra parte, fijando la noción (semántica) de *consecuencia lógica*, se determina si una lógica plena es correcta y completa: lo es si y sólo si para todo par obtenido (por el procedimiento correspondiente) de <premisas/conclusión>, ésta es consecuencia lógica de aquellas y, recíprocamente, toda consecuencia lógica A de un conjunto de enunciados *A* se obtiene como el par <*A*/A>. Un estudio integral ha de tener en cuenta estos dos aspectos y su trabazón, tomando el contenido como unidad esencial de información y elemento relevante para el análisis de los procesos de inferencia.

Los sistemas de lógica de la relevancia son particularmente interesantes en este contexto. No obstante, la codificación mediante el uso de lenguajes formales de algunas deducciones, desde el punto de vista del contenido de las fórmulas en cuestión, necesita a veces contar con algunos valores semánticos, razón por la cual es de interés la adopción de criterios relevantistas, tomando como objeto de estudio lenguajes formales interpretados o teniendo en cuenta las características de su posible interpretación. Por otra parte, en la práctica científica, cualquiera que sea el modelo de explicación, se puede concebir que una investigación es representable como una estructura que satisface determinado conjunto de axiomas; las consecuencias de éstos, según ciertos patrones de deducción, juegan un papel en la construcción teórica iniciada en la investigación misma[1] —se puede decir que «teoremas» que

[1] Más concretamente, se puede elaborar un método científico tomando como base la noción de consecuencia relevante, resultando el trabajo científico caracterizado formalmente como una función con rango en {verdadero-falso}. Cfr. Osherson-Weinstein (1993), p. 441.

son tautologías, o «premisas» que son antilogías, son de carácter irrelevante—. Así pues, definiremos un lenguaje formal de predicados de primer orden, una semántica, una noción de contenido y un sistema formal que permita establecer las *consecuencias informativas* de premisas dadas. En resumen, haremos, en la medida de lo posible, un estudio clásico de temas que también pueden ser abordados desde una perspectiva no clásica.

2. Lenguaje Formal

L es un lenguaje formal de predicados de primer orden que contiene *variables*, *parámetros*, *signos predicativos*, *signos auxiliares* y las usuales *constantes lógicas*. El conjunto de las fórmulas se define recursivamente como sigue:

1) Si $b_1, b_2, ..., b_n$ son $n \geq 1$ ocurrencias de variables o parámetros y R es un signo predicativo n-ádico, entonces $Rb_1, b_2, ...,b_n$ es una fórmula;

2) Si α, β son fórmulas, $\neg\alpha$, $\neg\beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$ y $\alpha \rightarrow \beta$ son fórmulas;

3) Si x es una variable y α una fórmula, $\exists x\ \alpha$ y $\forall x\ \alpha$ son fórmulas.

Las nociones de variable libre, ligada, sentencia, etc., son las usuales. Dos términos a y b son del mismo tipo si ambos son individuales (variables o parámetros) o, en otro caso, signos predicativos de la misma aridad. Asimismo tomamos la noción de sustitución con las restricciones habituales, extendiéndola a los signos predicativos. β (b/a) representa la fórmula resultante de sustituir en β cada ocurrencia (no sometida a cuantificación) de a por b, siendo b un término del mismo tipo que a.

Definimos la semántica de L de la manera siguiente: un *modelo M* de L es el par $<D, \Im>$, tal que $D \neq \varnothing$, mientras que $\Im$ es la función interpretación, definida con dominio en los parámetros y signos predicativos de L y rango en D y en miembros de P (D^k), para $k \geq 1$, de acuerdo con las estipulaciones:

1) Si b es un parámetro de L, $\Im$ (b) $\in$ D;

2) Si Q es un signo predicativo n-ádico, $n \geq 1$, $\Im$ (Q) $\in$ P (D^n).

Dado un modelo $M = <D, \Im>$, definimos el valor de una sentencia α en el modelo bajo su función interpretación con rango en {0, 1}, y lo representamos como $\alpha_\Im$, por inducción sobre la longitud de α:

1) Si α es atómica: $Qb_1 ... b_n$, $n \geq 1$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow <\Im (b_1), ..., \Im (b_n)> \in \Im (Q)$,

2) Si α es $\neg\beta$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta_\Im = 0$,

3) Si α es $\beta \vee \gamma$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta_\Im = 1$ o $\gamma_\Im = 1$,

4) Si α es $\beta \wedge \gamma$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta_\Im = 1$ y $\gamma_\Im = 1$,

5) Si α es $\beta \rightarrow \gamma$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta_\Im = 0$ o $\gamma_\Im = 1$,

6) Si α es $\exists x\beta$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta\ (b/x)_{\Im^*} = 1$, para alguna función interpretación $\Im^*$ del modelo que difiere de $\Im$ a lo sumo respecto del valor asignado a b —en lo sucesivo, para abreviar $\Im^* = {}_b\Im$—, un parámetro que no ocurría en β,

7) Si α es $\forall x\ \beta$, $\alpha_\Im = 1 \Leftrightarrow \beta\ (b/x)_{\Im^*} = 1$ para toda $\Im^* = {}_b\Im$.

Diremos que un modelo *M* satisface una sentencia α bajo la función $\Im$, en símbolos $M \models \alpha$, si y sólo si $\alpha_{\Im} = 1$. Dado un conjunto de sentencias $\Delta \subset L$, diremos que un modelo M satisface (o es modelo de) Δ si y sólo si para toda $\delta \in \Delta$, $M \models \delta$. Si cada modelo que satisface Δ, satisface δ —es decir, si δ es consecuencia lógica de Δ—, escribiremos $\Delta \models \delta$.

3. Sistemas informativos

Estudiamos ahora algunas construcciones obtenidas a partir de las nociones establecidas. Sea un modelo $M = \langle D, \Im \rangle$. Para cada sentencia $\varphi \in L$, $T(\varphi)$ representa el conjunto de los signos predicativos que ocurren en φ, entonces definimos C_φ, el contenido de la sentencia φ:

$C_\varphi = \langle T(\varphi), \varphi_{\Im} \rangle$.

Dado $K = \{C_\alpha : \alpha \in L\}$, definimos las operaciones $\neg$(monádica) y las diádicas $\vee$ y $\wedge$:

$\neg C_\alpha = C_{\neg\alpha}$

$C_\alpha \wedge C_\beta = C_{\alpha \wedge \beta}$

$C_\alpha \vee C_\beta = C_{\alpha \vee \beta}$

para $C_\alpha, C_\beta \in K$. Fácilmente se prueba que $\langle K, \neg, \wedge, \vee, 0^K, 1^K \rangle$ es un álgebra de Boole, siempre que $0^K = C_\alpha \wedge \neg C_\alpha$, y $1^K = C_\alpha \vee \neg C_\alpha$. Dados $C_\alpha, C_\beta \in K$, $C_\alpha \leq C_\beta$ si y sólo si se verifican 1) y 2) siguientes:

1) (a) $T(\alpha) \cap T(\beta) = S \neq \emptyset$ y para todo $Q \in T(\beta)$, $P \notin S$, se verifica que $T(\alpha) \cap T(\beta\ (P/Q)) \neq S$; o bien (b) existen $R \in T(\alpha)$, $Q \in T(\beta)$, de aridad m y n, respectivamente, tales que $\Im\ (R) \neq \emptyset$; si $m = n$ entonces $\Im\ (R) \subseteq \Im\ (Q)$, y si $m > n$ entonces $\Im\ (R) = \Im\ (Q) \times W$, $W \in P(D^k)$ y $m = n+k$.

2) $\alpha_{\Im} \leq \beta_{\Im}$.

Definimos $\Delta \subset K$, un conjunto no vacío de contenidos que verifica lo siguiente:

1) $C_\alpha, C_\beta \in \Delta \Leftrightarrow C_\alpha \wedge C_\beta \in \Delta$,

2) $C_\alpha \in \Delta\ \&\ C_\alpha \leq C_\beta \Leftrightarrow C_\beta \in \Delta$,

3) $C_\alpha \in \Delta \Leftrightarrow \neg C_\alpha \notin \Delta$.

Sea L_Π el conjunto de las sentencias implicativas de L, es decir, el conjunto de las sentencias de la forma $\alpha \rightarrow \beta$. Definimos entonces el siguiente conjunto:

$\Delta_\Pi = \{C_{\alpha \rightarrow \beta} : C_\alpha, C_\beta \in \Delta\ \&\ C_\alpha \leq C_\beta\}$,

tal que verifique también las condiciones 1), 2) y 3) que cumple Δ. Una estructura $\Sigma = \langle M, \Delta_\Pi \rangle$ recibe el nombre de *sistema informativo* o *estructura informativa*. Dado un sistema Σ se define una valoración v de los contenidos de las sentencias $\alpha \in L$ según las cláusulas relacionadas a continuación:

1) α es $Rb_1 \ldots b_n$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow C_\alpha \in \Delta_\Pi$;

2) α es $\neg\beta$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\Sigma, C_\beta) = 0$;

3) α es $\beta \vee \gamma$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\Sigma, C_\beta) = 1$ o $v(\Sigma, C_\gamma) = 1$;

4) α es $\beta \wedge \gamma$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\Sigma, C_\beta) = 1$ y $v(\Sigma, C_\gamma) = 1$;

5) α es $\beta \rightarrow \gamma$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow (v(\Sigma, C_\beta) = 1 \Rightarrow v(\Sigma, C_\gamma) = 1)$;

6) α es $\exists x\beta$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow (\Sigma^*, C_{\beta\,(b/x)}) = 1$ para alguna $\Sigma^* = {}_b\Sigma$ —que difiere de la primera en cuanto que $\Im^* = {}_b\Im$—;

7) α es $\forall x\, \beta$, $v(\Sigma, C_\alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\Sigma^*, C_{\beta\,(b/x)}) = 1$ para toda $\Sigma^* = {}_b\Sigma$.

Una semántica simplificada para una lógica relevante puede establecerse de la siguiente manera[2]: $I = <i, I, \Re, V>$ es una interpretación de L, donde I es un conjunto de índices, $i \in I$ —se trata de un elemento destacado—, $\Re$ es una relación triádica de elementos de I, mientras que V es una función, en cuyo dominio están pares miembros de I y sentencias de L —esquemas sin cuantificadores—, dando valores en {0, 1}, es decir, si $\alpha \in L$ y $k \in I$, $V(k, \alpha) \in \{0, 1\}$. En cuanto a la valoración de los signos lógicos (excluyendo cuantificadores):

1) $V(k, \neg\alpha) = 1 \Leftrightarrow V(k, \alpha) = 0$;

2) $V(k, \alpha \vee \beta) = 1 \Leftrightarrow V(k, \alpha) = 1$ o $V(k, \beta) = 1$;

3) $V(k, \alpha \wedge \beta) = 1 \Leftrightarrow V(k, \alpha) = 1$ y $V(k, \beta) = 1$;

4) (a) Si $k = i$, $V(k, \alpha \rightarrow \beta) = 1 \Leftrightarrow$ para todo $j \in I$, $V(j, \alpha) = 1 \Rightarrow V(j, \beta) = 1$;
(b) si $k \neq i$, $V(k, \alpha \rightarrow \beta) = 1 \Leftrightarrow$ para todo $j, l \in I$, $<k, j, l> \in \Re$ & $V(j, \alpha) = 1 \Rightarrow V(l, \beta) = 1$.

Una posible interpretación consiste en tomar un conjunto de estructuras Σ_j para $j \in I$, tal que en cada $\Sigma_j = <M_j, \Delta_{\Pi j}>$, para toda sentencia 0-implicativa (en las cuales no ocurre $\rightarrow$) α, $C_\alpha \in \Delta_{\Pi j}$ si y sólo si $\alpha_\Im = 1$ —evaluando los signos lógicos como es usual—, una estructura destacada para $i \in I$, una relación entre elementos de tal conjunto y una valoración $V{:}(\Sigma, \Delta) \mapsto \{0, 1\}$ para cada sentencia δ. En tal caso una lógica plena de los contenidos de esquemas sentenciales (sin cuantificación) no es más que un sistema básico de lógica de la relevancia. Una interpretación tomando tales estructuras viene a ser una reducción en el sentido siguiente:

Sea $I = <\Sigma_i, \{\Sigma_j : j \in I\}, \Re, V>$, entonces, para cada sentencia 0-implicativa, $V(\Sigma_j, \alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\Sigma_j, \alpha) = 1 \Leftrightarrow C_\alpha \in \Delta_{\Pi j} \Leftrightarrow \alpha_\Im = 1$; en cuanto a la evaluación de los signos lógicos, se requerirá que $\Re$ esté definida de manera que verifique *identidad*, *conmutatividad*, *asociatividad*, *idempotencia* y *monotonía*[3] —para que una implicación sea valorada en I como 1 será necesario que bajo $\Im$ valga 1 (en sentido clásico), pero no suficiente.

4. Sistema deductivo básico

El sistema básico B^+ de lógica relevante, con ligeras modificaciones por cuanto tratará de contenidos, es adecuado para captar la deducción de sentencias según sus contenidos. Mediante $\gamma \vdash_{B+} G$ indicamos que «la sentencia cuyo contenido es G se deduce informativamente de las sentencias cuyos contenidos pertenecen a γ». Para referirnos a contenidos informativos se usarán A, B, C, ... con subíndices cuando sea necesario. Si $\Gamma = \{A_1, A_2, ..., A_k\}$,

[2] Formulada con otra terminología en Priest-Sylvan (1992), p. 219.

[3] Anderson-Belnap (1992), pp. 162 y ss.

escribiremos $A_1, A_2, ..., A_k \vdash_{B+} G$. Por otra parte, G es un *teorema* en este sistema deductivo (que se prueba a partir de γ); cuando un teorema G se obtiene desde $\Gamma = \varnothing$ se dice que G es un axioma. El sistema (al cual denominaremos también B+) consta de un conjunto enumerable de axiomas, instancias de alguno de los esquemas expresados a continuación (donde A, B, C, G representan contenidos de sentencias, que no son tautologías ni antilogías), y tres reglas de inferencia:

1) $A \rightarrow A$,
2) $A \rightarrow A \vee B$,
3) $A \wedge B \rightarrow A$,
4) $A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee C$,
5) $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C)$,
6) $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C)$;
R1) $A, A \rightarrow B \vdash_{B+} B$,
R2) $A, B \vdash_{B+} A \wedge B$,
R3) $A \rightarrow B, C \rightarrow G \vdash_{B+} (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow G)$.

Estudiamos algunas propiedades de este sistema básico.

Teorema 1: Si $A_1, A_2,..., A_n \vdash_{B+} B$, entonces para todo modelo *M*, para cada $n \geq 1$, $A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n \leq B$.

La demostración se realiza haciendo un recorrido por los axiomas (demostrables con 0 premisas), considerando que la conjunción de las premisas es el antecedente de algún axioma y la conclusión B su consecuente; finalmente se investiga cómo las reglas se aplican de tal modo que la conclusión está en la relación $\leq$ con las premisas. Para mayor facilidad, abreviamos $A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n$ como A; asimismo, dado un modelo *M,* mediante α_A nos referimos a la sentencia α cuyo contenido informativo es A:

1) $T(\alpha_A) \cap T(\alpha_A) = T(\alpha_A)$, por lo que para cualquier predicado Q que no ocurre en α_A de la misma aridad que P —el cual ocurre en la fórmula[4]—, $T(\alpha_A(Q/P)) \neq T(\alpha_A)$; como $(\alpha_A)_\mathfrak{I} = (\alpha_A)_\mathfrak{I}$, entonces $A \leq A$;

2) $T(\alpha_A) \cap T(\alpha_A \vee \beta_B) = T(\alpha_A)$; para Q y P adecuados, $T(\alpha_A) \cap T((\alpha_A) \vee \beta_B)(Q/P)) = T(\alpha_A) \cap T(\alpha_A(Q/P) \vee \beta_B(Q/P)) \neq T(\alpha_A)$; por otra parte, $(\alpha_A)\ \mathfrak{I} \leq (\alpha_A \vee \beta_B)_\mathfrak{I}$, y, por definición de $\leq$, $A \leq A \vee B$;

3) $T(\alpha_A \wedge \beta_B) \cap T(\alpha_A) = T(\alpha_A)$; con los signos predicativos Q y P adecuados, se verifica que $T(\alpha_A \wedge \beta_B) \cap T(\alpha_A(Q/P)) \neq T(\alpha_A)$, por otra parte, $(\alpha_A \wedge \beta_B)_\mathfrak{I} \leq (\alpha_A)_\mathfrak{I}$, y, por definición de $\leq$, $A \wedge B \leq A$;

4) Sea $T((\alpha_A \wedge (\beta_B \vee \gamma_G)) \cap T((\alpha_A \wedge \beta_B) \vee \gamma_G)) = \Gamma$; tomando Q y P adecuados, $T(\alpha_A \wedge (\beta_B \vee \gamma_G)) \cap T((\alpha_A \wedge \beta_B) \vee \gamma_G)\ (Q/P)) \neq \Gamma$, por otro lado, $(\alpha_A \wedge (\beta_B \vee \gamma_G))_\mathfrak{I} \leq ((\alpha_A \wedge \beta_B) \vee \gamma_G)_\mathfrak{I}$, y, en consecuencia, $(A \wedge (B \vee G)) \leq ((A \wedge B) \vee G)$;

5) En cuanto al axioma 5), sean A, B, G, contenidos informativos (de las

[4] En lo sucesivo, para abreviar, diremos «Q y P adecuados».

sentencias α, β, γ, respectivamente); según la hipótesis, $A \leq B$ y $A \leq G$, por lo que mediante simples operaciones booleanas, $A \leq B \wedge G$;

6) Como en la caso anterior, si $A \leq G$ y $B \leq G$, entonces $A \vee B \leq G$;

R1) $A \leq B$ por hipótesis y, de acuerdo con lo probado en el apartado 1) precedente, $B \leq B$;

R2) Sea H el contenido informativo que comprende $T(\alpha_A) \cup T(\beta_B)$; de un lado $T(\alpha_A) \cup T(\beta_B) = T(\alpha_A \wedge \beta_B)$; por otra parte si $(\alpha_A)_{\mathfrak{Z}} = (\beta_B)_{\mathfrak{Z}} = 1$, entonces $(\alpha_A \wedge \beta_B)_{\mathfrak{Z}} = 1$; por definición de $\leq$, $H \leq A \wedge B$;

R3) Por hipótesis $A \leq B$ y $C \leq G$; mediante operaciones booleanas, si $B \leq C$, entonces $A \leq G$.

> **Corolario**: Si dos sentencias α, β son tales que —cualquiera que sea el sistema informativo— $C_\alpha \vdash_{B+} C_\beta$, entonces $\{\alpha\} \models \beta$.

En efecto, si $C_\alpha \vdash_{B+} C_\beta$, de acuerdo con el teorema 1, $C_\alpha \leq C_\beta$ en cada modelo *M*; por definición, $\alpha_{\mathfrak{Z}} \leq \beta_{\mathfrak{Z}}$, por lo que si $\alpha_{\mathfrak{Z}} = 1$ entonces $\beta_{\mathfrak{Z}} = 1$, es decir, si $M \models \alpha$ entonces $M \models \beta$.

> **Teorema 2**: Si $C_\alpha \vdash_{B+} C_\beta$, entonces $v(\Sigma, \alpha \rightarrow \beta) = 1$, para toda estructura que se defina en cada modelo *M*.

Supuesto que $C_\alpha \vdash_{B+} C_\beta$, sea Σ una estructura informativa obtenida a partir de un modelo *M* tal que $v(\Sigma, \alpha) = 1$; entonces $C_\alpha \in \Delta_\Pi$; de acuerdo con el teorema 1, $C_\alpha \leq C_\beta$, por lo que $C_\beta \in \Delta_\Pi$, es decir $v(\Sigma, \beta) = 1$, todo lo cual equivale a que $v(\Sigma, \alpha \rightarrow \beta) = 1$.

> **Teorema 3**: Si no $\vdash_{B+} C_\alpha$, para α tal que ninguna de sus subfórmulas 0-implicativas es tautología ni antilogía, entonces existe un modelo *M* tal que para algún sistema $\Sigma = \langle M, \Delta^*_\Pi \rangle$, se verifica que $\neg C_\alpha \in \Delta^*_\Pi$.

Procedemos por inducción sobre la longitud de α:

1) α es $Rb_1, b_2, \ldots, b_n$, $n \geq 1$; entonces para cualquier modelo *M* podemos definir $\Delta = \{\neg C_\varphi : M \models \varphi\}$, donde φ es atómica; a partir de éste se obtendría Δ^*_Π verificando las condiciones requeridas para hallar un sistema informativo y tal que $\Delta \subseteq \Delta^*_\Pi$ por lo que $\neg C_\alpha \in \Delta^*_\Pi$;

2) α es $\neg\beta$; sea $\Sigma = \langle M, \Delta_\Pi \rangle$

$\Delta^*_\Pi = \{\neg C_{\neg\beta} : C_{\neg\beta} \in \Delta^*_\Pi\}$

permite definir otro sistema distinto tal que $\neg C_\alpha \in \Delta^*_\Pi$;

3) α es $\beta \vee \gamma$; basta tomar Δ_Π tal que $C_\beta, C_\gamma \notin \Delta_\Pi$;

4) α es $\beta \wedge \gamma$; basta tomar Δ_Π tal que $C_\beta \notin \Delta_\Pi$ o $C_\gamma \notin \Delta_\Pi$;

5) α es $\beta \rightarrow \gamma$; basta tomar Δ_Π tal que $C_\beta, C_\gamma \notin \Delta_\Pi$ o C_β no-$\leq$ C_γ;

6) α es $\exists x\, \beta$; se escogería Δ_Π tal que $C_{\beta(a/x)} \notin \Delta_\Pi$ para cada parámetro a;

7) α es $\forall x\, \beta$; se tomaría Δ_Π tal que $C_{\beta(a/x)} \notin \Delta_\Pi$ para algún parámetro a.

> **Corolario:** Si para toda estructura informativa $\Sigma = \langle M, \Delta_\Pi \rangle$, $v(\Sigma, \alpha) = 1$; entonces $\vdash_{B+} C_\alpha$.

Consideremos que $v(\Sigma, \alpha) = 1$ para cada sistema; entonces $v(\Sigma, \neg\alpha) = 0$. Supongamos que no es el caso que $\vdash_{B+} C_\alpha$; de acuerdo con el teorema 2, es posible hallar un sistema $\Sigma = \langle M, \Delta_\Pi \rangle$ tal que $\neg C_\alpha \in \Delta_\Pi$, por lo cual $v(\Sigma, \neg\alpha) = 1$, llegándose así a una contradicción. En consecuencia es de negar este supuesto y afirmar que $\vdash_{B+} C_\alpha$.

5. Bibliografía

Alonso, E., «Tratamiento formal de la noción de contenido», *Actas del VII Congreso de Lenguajes Naturales y Lenguajes Formales*, Barcelona, PPU, 1992, pp. 239-246.

Anderson, A. R., Belnap, P., *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, New York, Princeton University Press, 1975.

— (1992), *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity* II, New York, Princeton University Press.

Dunn, M. J., «Relevance Logic and Entailment», *Handbook of Philosophical Logic,* (Ed. D. Gabbay), Reidel, 1986, pp. 117-114.

Nepomuceno, A., Salguero, F. J., «La relación de consecuencia informativa», *Actas del IX Congreso de Lenguajes Naturales y Lenguajes Formales*, Barcelona PPU, 1993, pp. 363-369.

Osherson, D. N., Weinstein, S., «Relevant Consequence and Empirical Inquiry», *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 22, Nº 4, (1993), 437-448

Priest, G., Sylvan, R., «Simplified Semantics for Basic Relevant Logics», *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 21, Nº 2, (1992), 215-232.