

CAPÍTULO 63

¡QUE LAS MATES NOS PILLEN BAILANDO!

GONZALO CASTIÑEIRA VEIGA Y CRISTINA NÚÑEZ GARCÍA
Universidade de Santiago de Compostela

INTRODUCCIÓN

La realidad en la que se encuentra inmersa la sociedad actual hace que las personas vivan rodeadas de grandes cantidades de datos. La aparición de internet dio acceso a multitud de información que antaño sería inalcanzable (Segovia y Rico, 2011). El manejo y la correcta interpretación de ésta se postulan como algo totalmente necesario con el fin de evitar la vulnerabilidad de los ciudadanos (Gil et al., 2006). Este es el motivo por el cual resulta especialmente importante que las personas cuenten con una competencia matemática que les permita interpretar el mundo que las rodea, siendo la estadística y la probabilidad una parte fundamental en la formación de todo individuo.

Pese a ello, son numerosos los estudios que avalan la existencia de una cultura matemática y, por ende, estocástica insuficiente de manera generalizada entre la ciudadanía (Godino et al., 2015). Y, aunque resulta incuestionable la dificultad intrínseca de esta ciencia (Gamboa-Araya, 2016), el tratamiento que se le ha dado tradicionalmente en las escuelas no ha sido el más adecuado. Se sabe que los procesos de instrucción centrados en prácticas totalmente descontextualizadas y basados en la repetición de procedimientos mecánicos obstaculizan el desarrollo de la competencia matemática (Boaler, 2016). Sin embargo, estos se han ido perpetuando en el tiempo y aún hoy siguen instaurados en los centros educativos.

Numerosas investigaciones llevadas a cabo en los últimos 30 años revelan que estas metodologías producen en el alumnado aburrimiento y desinterés hacia las matemáticas, algo que impacta de manera negativa en su dominio afectivo y acaba repercutiendo en su rendimiento académico (Boaler, 2016; Gómez-Chacón, 2000; McLeod, 1992). En relación con la estadística, León (2020) apunta que se produce una influencia negativa en la afectividad de los estudiantes si los conocimientos trabajados carecen de significado y de funcionalidad fuera del aula.

Todo esto evidencia la necesidad de que se produzca una mejora del sistema educativo en matemáticas (Lamana-Selva y De la Peña, 2018). Marbán et al. (2020) indican que “Un elemento clave para mejorar cualquier sistema educativo es la formación inicial de maestros, donde en particular se construye el perfil docente bajo la influencia de factores afectivo-emocionales matemáticos”. Por eso, se antoja

preocupante el hecho de que los/as futuros/as maestros/as no alcanzan las competencias matemáticas suficientes a lo largo de la titulación (Marbán et al., 2013). Esto justifica que sea necesario incluir en los grados de magisterio prácticas que tengan en cuenta la afectividad de los estudiantes hacia las matemáticas, para ayudar así a mejorar su rendimiento. Para ello, hay que incluir procesos de instrucción adecuados que se ajuste a metodologías que permitan alcanzar tal mejora. En el caso concreto de la estadística y la probabilidad, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es una de las mejores opciones (Batanero y Díaz, 2011).

En este capítulo se presenta un proyecto entretenido y ameno para trabajar la probabilidad y la estadística con futuros/as maestros/as de Educación Primaria. El proyecto, de nombre Matevisión, nace de la sinergia entre la necesidad de abordar la estadística y la probabilidad de una manera contextualizada y realista y de los gustos personales del profesorado. Matevisión consiste en una de recreación en el aula del conocido Festival de Eurovisión, lo cual sirve de pretexto para llevar a cabo una recogida de datos, que el mismo alumnado tiene que recolectar para analizar a posteriori.

Descripción del proyecto

El proyecto de Matevisión consistió en una especie de réplica del conocido Festival de Eurovisión. Fue llevado a cabo durante el curso académico 2022-2023 con futuros/as maestros/as de Educación Primaria. Concretamente, se desarrolló en el transcurso de la materia Enseñanza y aprendizaje de la medida, probabilidad y estadística, ubicada en 4º curso de la titulación Grado en maestro/a de Educación Primaria, según el plan de estudios de la Universidad de Santiago de Compostela. En él participaron un total de 167 futuros/as maestros/as, pertenecientes a dos turnos de clase diferentes (el turno de mañana y el turno de tarde).

Para la realización del proyecto, ambos turnos trabajaron de manera separada y, en cada uno de ellos, el alumnado se distribuyó, con total libertad, en grupos de trabajo de 4 o 5 personas. Una vez formados los grupos, comenzó la puesta en práctica del proyecto, que fue llevado a cabo en tres fases diferentes: fase inicial, fase intermedia y fase final.

a) Fase inicial: asignación del país

La fase inicial del proyecto consistió en la asignación del país al que representaría cada uno de los grupos en el festival. Para eso se preparó una urna con un total de 40 papeletas, cada una de ellas con el nombre de uno de los países participantes en la edición del festival de Eurovisión inmediatamente anterior a la celebración del proyecto. Cada grupo extrajo de la urna una papeleta. El nombre del país que en ella figurase sería el país representado por ese grupo. Las extracciones se realizaron sin

reemplazamiento y el alumnado era conocedor de los países que habían salido antes de su extracción. La finalidad de la vinculación grupo-país fue únicamente la de identificarlo en una fase posterior de votaciones.

Una vez hecha esta asignación, cada grupo eligió libremente una canción. Tras ello, todos los integrantes del grupo prepararon y grabaron un videoclip para esa canción, con duración de entre 2 y 3 minutos. Todo el alumnado envió sus vídeos al personal docente de la materia, quien se encargó de juntarlos y de darles un formato eurovisivo. Fruto de ello salieron dos productos finales: el video de Matevisión del turno de mañana (compuesto por las actuaciones del alumnado de dicho turno) y el análogo para el turno de tarde.

b) Fase intermedia: celebración del festival de Matevisión

Esta fase se celebró en una sesión de clase presencial de una hora y media de duración. La sesión se inició con la proyección del correspondiente vídeo de Matevisión, en la pantalla del salón de actos de la facultad. Antes de proyectar el vídeo se entregó a cada grupo de trabajo un documento (ver Figura 1) en el que podían ir haciendo sus anotaciones a medida que se reproducían las actuaciones, con el objetivo de facilitar la emisión de las votaciones una vez actuaran todos los países. El sistema de puntuaciones siguió el mismo formato que el de Eurovisión, pudiéndose otorgar 12, 10, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 o 1 puntos. La única diferencia fue que, en este festival, cada país tuvo que votar 4 categorías: voz/playback, puesta en escena/coreografía, vestuario y montaje/edición. Una vez recogidos los datos de las votaciones, se proclamó un país ganador para cada una de las categorías y, finalmente, el país ganador del Festival de Matevisión (ver ejemplo Figura 2). Para finalizar la sesión, se abrió un debate acerca de los resultados obtenidos por cada país en el festival.

Figura 1. Plantilla de anotaciones y puntuaciones

Turno de mañana 11 Oct 2022		MATEVISION			
País	Artistas	Voz/playback	Puesta en escena/coreografía	Vestuario	Montaje/edición
1 🇨🇮 Chipre					
2 🇸🇲 San Marino					
3 🇫🇮 Finlandia					
4 🇪🇸 España					
5 🇨🇪 Chequia					
6 🇮🇸 Islandia					
7 🇲🇩 Moldavia					
8 🇪🇻 Eslovenia					
9 🇧🇪 Bélgica					
10 🇺🇦 Ucrania					
11 🇸🇮 Suiza					
12 🇬🇷 Grecia					
13 🇲🇪 Montenegro					
14 🇩🇪 Dinamarca					
15 🇦🇱 Albania					
16 🇱🇹 Lituania					

Para cada categoría repartire los puntos:

1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Figura 2. Resultados finales (turno de mañana)



c) Fase final: análisis de resultados

Una vez realizadas las tareas anteriores, se llevó a cabo la fase final del proyecto. Esta consistió en la elaboración, por parte de cada grupo de trabajo, de un informe (ver Figura 3) incluyendo el análisis de los resultados recibidos por su país en las votaciones. Con ello se pretendía que el alumnado fuese capaz de interpretar el significado de las medidas de una distribución estadística y la información que éstas aportan y responder cuestiones relacionadas con el suceso aleatorio de la extracción de la urna de la papeleta con el nombre del país asignado.

Figura 3. Preguntas del informe

EAMPE. Análisis de datos de Matevisión.
Curso 2022-2023.

Una vez recibidos los datos de las puntuaciones recibidas en cada categoría y globalmente (¿dejar, cambiando los datos das cuatro categorías), pídeles con ello!

- Táboas de frecuencias (absolutas, relativas e acumuladas correspondentes) coas puntuacións obtidas, primeiro por categoría e logo globalmente. Responder ás seguintes preguntas tendo de referencia as táboas dos datos globais.
 - ¿Cuanto 12 puntos adquiries o voso país? ¿Cuanto sere paises?
 - ¿Cuanto 3 ou menos puntos vos ficos categorizados?
 - ¿Que proporción de puntos ficos 10 ou máis? ¿5 o menos?
- Calcular as medidas de centralización (media, moda e mediana), por categoría e globalmente. En cal das categorías obtivo o teu país mellores resultados? En cal menos? Xustifica a resposta.
- Calcular as medidas de dispersión (rango, variación e desviación típica), por categoría e globalmente. Observado o obtido, pídeles observar se houbo unha opinión común entre os demais países da túa proposta ou fita máis ben variable? Xustifica a resposta.
- Obter unha gráfica de barras dos resultados e outro de sectores, por categoría e globalmente. Obter unha diagrama de circos e siguras co resultado global. ¿Que información podemos extraer de cada gráfica? Xustifica a resposta.
- Buscar os datos sobre a posición do teu país nos seus dez últimas participacións en eurovisión e fita un gráfico temporal. Pídeles observar algún tipo de tendencia?

No momento da escolla de países por grupo había no inicio un total de 40 países. A orde da extracción por grupos foi a seguinte:

1. Chipre	2. Chipre	3. Irlanda	4. Montenegro	5. Grecia
6. Eslovenia	7. Finlandia	8. Noruega	9. Países Baixos	10. Francia
11. Acerbaixán	12. Suecia	13. Australia	14. Armenia	15. Reino Unido
16. Macedonia do Norte	17. Croacia	18. Estonia	19. Malta	20. Portugal
21. Suiza	22. Lituania	23. Bélxica	24. Ucrania	25. Albania
26. España	27. San Marino	28. Moldavia	29. Dinamarca	30. Xeorxia
31. Italia	32. Serbia	33. Bulgaria	34. Austria	

quando aínda 6 países sen escoller. No famoso concurso son fularse dos seguintes concursos de países:

- Mediterráneo—([Espana, Italia, Chipre, Malta, Croacia, Grecia, San Marino])
- Balción—([Estonia, Lituania, Letonia])
- Países do Norte—([Finlandia, Suecia, Noruega, Islandia, Irlanda, Reino Unido, Dinamarca])
- Balción—([Croacia, Serbia, Montenegro, Albania, Grecia, Eslovenia, Bulgaria, Macedonia do Norte])
- Países do Este—([Ucrania, Rumania, Polonia, Acerbaixán, Armenia, Israel, Moldavia, Xeorxia])
- Países do Centro—([Países Baixos, Alemaña, Bélxica, Francia, Suiza, Chequia])
- Big Five—([Espana, Italia, Reino Unido, Alemaña, Francia])
- Países do Oeste—([Espana, Portugal])
- Australia—([Australia])

- Describe o espazo muestral do voso grupo no momento da escolla (e cal deberedes de ter en conta nos extraccións que seguen). ¿Cuanto sucesos simples tes o voso grupo?
- Obter as seguintes probabilidades xustificando a resposta:
 - ¿Cando escollistes o teu país, cal era a probabilidade de que este che tocara?
 - Cal era a probabilidade de que saíse un País do Norte ou un do Big Five?
 - Cal era a probabilidade de que saíse un Balción ou un Balción?
- Describe un suceso seguro e outro imposible no momento da escolla.
- Se fuxades dúas extraccións cal sería a probabilidade de entrar o teu país ou un País do Este nalgunha das extraccións? Se despois da primeira extracción devolves o teu país á bolsa, cal sería a probabilidade neste caso? En cal dos dous casos podes atopar exemplos de sucesos dependentes? Dar un exemplo e xustificar todas as respostas.
- Describe dous sucesos da extracción (que inclúa o voso país) que sexan excluíntes e outros dous que non os sexan, xustificando cada caso. Debuxar os diagramas de Venn correspondentes.
- Debuxar unha diagrama de Venn os sucesos de entrar un país Mediterráneo, Países do Centro, Países do Oeste, Australia e o voso país. Describe o suceso complementario á unión dos sucesos anteriores, representar dito suceso no diagrama de Venn e calcular a súa probabilidade.

Se algún país non ten datos globais recibiu máis do 85% das puntuacións de votos, proporcionárolle datos ficticios para poder facer o cálculo.

Objetivos

Los objetivos que se pretendían alcanzar tras la realización de este proyecto fueron los siguientes:

- 1) Evidenciar la utilidad de la estadística y la probabilidad en un contexto realista a través de un proyecto atractivo para el alumnado.
- 2) Potenciar la afectividad de los/as futuros/as maestros/as de Educación Primaria hacia la estadística y la probabilidad.
- 3) Fomentar el aprendizaje significativo de conceptos básicos de la probabilidad y la estadística.

METODOLOGÍA

Principios metodológicos

Este proyecto se ajusta a diferentes metodologías, todas ellas de corte constructivista. Ha sido diseñado para que los estudiantes fuesen sujetos activos, participando en su propio aprendizaje. En primer lugar, se buscó un aprendizaje cooperativo, tanto en las sesiones en gran grupo como en pequeño grupo. Para ello, en las sesiones de trabajo en gran grupo se favoreció la interacción entre iguales. El personal docente condujo el diálogo entre ellos, formulando interrogantes que dieron lugar a diferentes debates. Estas sesiones se combinaron con otras de trabajo en pequeño grupo, lo cual propició la participación de todo el alumnado.

Además, este proyecto planteó un aprendizaje totalmente competencial ya que, como se dijo, se partió de un contexto realista y no se limitó a la realización de tareas meramente calculistas de los diferentes parámetros estadísticos. Al contrario, se buscó que el alumnado fuese capaz de interpretar la información que aportan todos estos datos. También, se puede enmarcar el proyecto como interdisciplinar, pues en él, aunque no se incidió especialmente en ello, aparecen contenidos relacionados con la Música, Educación Física...

Recursos empleados y temporalización

En cuanto a los materiales que se emplearon en este proyecto, en la sesión inicial se hizo uso del salón de actos de la facultad y del proyector disponible en este espacio. El resto de las sesiones se desarrollaron en un aula ordinaria, usando diferentes recursos disponibles en ella. En cuanto a la temporalización, el proyecto se desarrolló a lo largo de 5 semanas. En la primera se realizó la asignación de los países. Tras esto se dejaron dos semanas para que cada grupo preparase y enviase los vídeos. En la tercera semana tuvo lugar el Festival de Matevisión. Después de su emisión, se abrió un debate que permitió conocer el punto de partida de los estudiantes. Las dos últimas semanas se dedicaron a la realización del informe. Aunque este informe lo tuvieron

que entregar en grupos de 4 o 5 personas, también se generaron diálogos en gran grupo dentro de la clase.

Evaluación

Para analizar el grado de consecución de los objetivos y valorar, en general, todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, fue necesario realizar una evaluación del proceso. Con tal finalidad, dimos respuesta a las preguntas: ¿Qué evaluar?, ¿Cuándo evaluar?, ¿Cómo evaluar?

¿Qué evaluar? Criterios de evaluación

Tras finalizar el proyecto, el alumnado:

1. Domina los conocimientos básicos de la estadística y la probabilidad.
2. Sabe interpretar la información que aportan las diferentes medidas descriptivas de una distribución estadística.
3. Valora la importancia de introducir contextos realistas que permitan trabajar las matemáticas de una forma competencial.
4. Presenta una actitud positiva hacia las matemáticas, comprendiendo la repercusión que ello tiene en el ejercicio de su futura profesión docente.

¿Cómo y cuándo evaluar?

El proceso de evaluación que se ha empleado ha sido continuo y se ha llevado a cabo a lo largo del desarrollo de todo el proyecto. Para ello, siguiendo a Alsina et al. (2002), distinguimos tres tipos de evaluación:

Evaluación inicial: La puesta en común hecha en la clase inmediatamente posterior a la emisión de Matevisión sirvió para tomar nota sobre si era necesaria alguna pequeña variación en el desarrollo de las actividades programadas.

Evaluación procesual o formativa: Se realizó un seguimiento personalizado del alumnado mediante preguntas directas durante las sesiones en el aula. Gracias al diálogo y a la observación de los estudiantes en las sesiones de trabajo en pequeño grupo se pudo valorar el grado de adquisición de los objetivos. Además, se fue revisando lo que los grupos iban plasmando en el informe. Todo ello se fue anotando en un block de notas, lo que facilitó la evaluación formativa.

Evaluación final o sumativa: Esta evaluación se llevó a cabo teniendo en cuenta los datos de la evaluación formativa y de un examen final. El proceso se calificó con una nota entre un 0 y un 10, dando un peso de un 60% a la evaluación formativa y de 40% al examen final. Dentro de la evaluación formativa, se dio un peso del 70% a los contenidos de tipo conceptual y procedimental y del 30% a los contenidos actitudinales.

RESULTADOS

Errores comunes o notables detectados

En todo proceso de evaluación, es importante analizar los diferentes errores y dificultades que el alumnado ha encontrado o ha mostrado a la hora de enfrentarse a la solución de un problema. Los obstáculos no se presentan de forma aleatoria, sino que se deben a concepciones incorrectas adquiridas por el alumnado y que utilizan para resolver diferentes problemas al no contar con otra opción que les parezca más adecuada (Batanero, 2001).

En particular, una vez revisados los informes entregados por cada grupo analizando sus datos de Matevisión, se han detectado errores que muestran una comprensión errónea de algunos de los conceptos trabajados de la probabilidad y la estadística. A continuación, enumeramos algunos de los más reiterados o destacables y señalamos aquellos que, en efecto, se han destacado previamente en la literatura.

- Errores en las medidas de posición central.

Con respecto a estas medidas, en el análisis de resultados, se le pedía al alumnado que identificasen en qué categorías consideraban que habían tenido mejores y peores resultados. Para ello, debían justificar sus respuestas, lo que podían hacer observando las medidas de posición central obtenidas en cada caso.

Al obtener el valor de la moda de una distribución de datos, se detectaron errores relacionados con el procedimiento (elemento actuativo) (Batanero, 2000). Como primer ejemplo (ver Figura 4) un grupo eligió como valor de la moda el valor de la frecuencia absoluta que más se repetía (la moda de las frecuencias absolutas).

Figura 4. Ejemplo de obtención incorrecta de la moda

Vest.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	$Mo = 1$
f_i	1	1	1	1	4	1	1	1	2	1	1	
f_a	1	3	3	4	8	9	10	11	13	14	15	
f_r	1/15	1/15	1/15	1/15	4/15	1/15	1/15	1/15	2/15	1/15	1/15	
f_{ra}	1/15	3/15	3/15	4/15	8/15	9/15	10/15	11/15	13/15	14/15	15/15	$Mo = 1$
Edit.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	
f_i	7	1	3	1	0	1	0	1	1	0	0	
f_a	7	8	11	12	12	13	13	14	15	15	15	
f_r	7/15	1/15	3/15	1/15	0/15	1/15	0/15	1/15	0/15	0/15	0/15	
f_{ra}	7/15	8/15	11/15	12/15	12/15	13/15	13/15	14/15	15/15	15/15	15/15	$Mo = 3$
Xeral (N=60)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	
f_i	15	2	9	7	8	3	3	6	4	2	1	
f_a	15	17	26	33	41	44	47	53	57	59	60	
f_r	15/60	2/60	9/60	7/60	8/60	3/60	3/60	6/60	4/60	2/60	1/60	
f_{ra}	15/60	17/60	26/60	33/60	41/60	44/60	47/60	53/60	57/60	59/60	60/60	

En el segundo ejemplo, podemos observar en la Figura 5, como un grupo detectó el valor más repetido de su distribución de datos, pero indicó como la moda el valor de la frecuencia absoluta.

Figura 5. Ejemplo de obtención incorrecta de la moda

VESTIMENTA													
X_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	Σ	
F_i	12	0	1	0	0	2	0	2	0	0	0	17	Moda: 12
F_a	12	12	13	13	13	15	15	17	17	17	17		
F_r	12/17	0/17	1/17	0/17	0/17	2/17	0/17	2/17	0/17	0/17	0/17	1	
F_{ra}	12/17	12/17	13/17	13/17	13/17	15/17	15/17	17/17	17/17	17/17	17/17		

Una medida de centralización con dificultades en su procedimiento es la mediana, debido a que su cálculo depende de si el número de datos es par o impar (Batanero, 2000). En efecto, fueron varios grupos los que cometieron este error en su análisis de datos. En particular, podemos ver en la Figura 6 como a pesar de tener un número de datos impar (17 datos), se obtiene la mediana como la media de los datos que ocupan la posición 8 y 9.

Figura 6. Ejemplo del error en la obtención de la mediana cuando los datos son impares

POSTA EN ESCENA E COREOGRAFÍA													
X_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	Σ	
F_i	7	1	2	3	0	2	1	1	0	0	0	17	Mediana: 1.5
F_a	7	8	10	13	13	15	16	17	17	17	17		
F_r	7/17	1/17	2/17	3/17	0/17	2/17	1/17	1/17	0/17	0/17	0/17	1	
F_{ra}	7/17	8/17	10/17	13/17	13/17	15/17	16/17	17/17	17/17	17/17	17/17		

También se detectaron grupos que, teniendo un número de datos par, identificaron la mediana como el dato que ocupa la posición que se obtiene al dividir el número de datos entre dos (véase la Figura 7).

Figura 7. Error en la obtención de la mediana cuando el número de datos es par

\bar{x}_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
\bar{n}_i	15	5	3	3	6	2	6	8	7	6	7
\bar{n}_i	15	20	23	26	32	34	40	48	55	61	68

MEDIANA GLOBAL: 5.

En general, no hubo muchas dificultades en la obtención de la media, al tratarse de un concepto que suele ser más conocido por los estudiantes. Sin embargo, si se

detectaron casos donde, obteniendo un valor de la media erróneo, no razonan sobre el valor obtenido a pesar de llegar a un valor de la media fuera del rango de los valores posibles. En el ejemplo de la Figura 7, el grupo obtiene un valor de la media de 20,35 puntos, lo cual implica que no comprende las propiedades intrínsecas de la media. En efecto, Batanero (2000) identifica este tipo de errores como los relacionados con los elementos intensivos del concepto de media.

- Errores en las medidas de dispersión.

En el análisis de datos que debían realizar, se les pedía la obtención de las medidas de dispersión de rango, varianza y desviación típica. Para tratar de averiguar si entendían la información que aportaban estas medidas, se les hacían cuestiones en relación al consenso o no de los demás grupos sobre su candidatura en Matevisión.

Con relación al dato de dispersión que aporta el rango, no se detectaron muchas dificultades en los grupos. Solo en una ocasión se detectó un error relacionado con el procedimiento en su obtención (elemento actuativo). En ese caso, obtenían el rango a partir de la diferencia del máximo y el mínimo de los valores posibles que podían obtener, en lugar de los realmente obtenidos (véase ejemplo Figura 8).

Figura 8. Ejemplo de un error en la obtención del rango

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
f_i	7	0	0	2	2	0	3	3	0	0	0

RANGO: 12-0=12

Además, también se detectaron errores al interpretar los datos obtenidos. En algunos casos, se justificaba la dispersión de los datos observando únicamente el valor de la varianza. Si tenemos en cuenta el ejemplo de la Figura 9, la media es de 1,97 puntos y la desviación típica de 2,74 puntos. Por tanto, esto indica que sí hubo cierta opinión consensuada de los demás países sobre esa candidatura, lo que se puede apreciar también observando los datos. Sin embargo, al fijarse únicamente en el valor de la varianza de 7,5 puntos², esto puede llevar al engaño de que no hubo una opinión común. Esto indica la existencia de errores en la interpretación del concepto, también identificado por Batanero (2000), como un elemento validativo.

Figura 9. Ejemplo datos

X_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	Σ
F_i	31	5	4	5	4	4	4	0	1	1	1	60

- Errores en las medidas de posición.

Con respecto a estas medidas, se requería una representación de caja y bigotes para analizar la distribución de los datos obtenidos. Por tanto, los grupos necesitaban identificar sus valores máximo, mínimo y los cuartiles correspondientes.

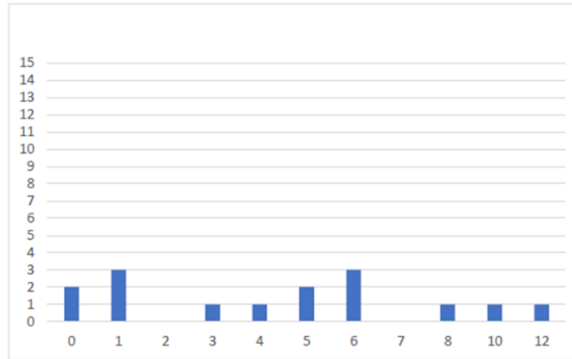
Muchos grupos mostraron dificultades a la hora de interpretar la información que aportaba el gráfico, aun habiendo discutido en las preguntas anteriores cuestiones relacionadas con sus datos. En particular, relacionado con la representación, hubo grupos que, a pesar de haber obtenido bien los datos para representar el diagrama, hacían una representación de una caja simétrica y centrada, sin proporción en el eje sobre el cual se representaba la caja. Esto demostraba que no habían entendido el procedimiento de cómo se representa ésta ni su utilidad.

- Errores en los gráficos estadísticos.

En el estudio de sus datos, cada grupo debía hacer diferentes representaciones para comentar qué información podían obtener de ellos. Además del diagrama de caja y bigotes, también debían obtener gráficos de barras, gráficos de sectores y un gráfico temporal. La correcta interpretación de los gráficos es una componente esencial dentro de las destrezas necesarias de cualquier ciudadano en su día a día. Esto se debe a la gran presencia que estos tienen en nuestro entorno debido en gran parte al avance tecnológico, ya que permite su uso en los medios de comunicación, redes sociales, etc. (Batanero, 2001). En particular, siguiendo la clasificación sugerida por Wainer (1992), en este análisis de datos cada grupo debía interpretar información en un nivel básico y en un nivel intermedio, pues por un lado debían obtener información directa de los gráficos (diagrama de caja y bigotes, gráficos de barras y de sectores) y por otro debían analizar la existencia o no de algún tipo de tendencia de uno de ellos (gráfico temporal).

En general, para el primer grupo de gráficos (exceptuando el diagrama de caja y bigotes comentado anteriormente), no se detectaron errores destacables, sabiendo razonar de una forma bastante correcta que información se deducía ellos. Sin embargo, sí se detectaron algunos errores técnicos relacionados con las escalas del eje vertical elegidas, recogidos también por los estudios realizados por Batanero (2001). En varios grupos, el valor máximo que aparecía en el eje de ordenadas era mucho mayor que el que alcanzaba el dato con la mayor frecuencia absoluta (véase Figura 10). Por tanto, la representación de las barras era en proporción muy pequeña, lo que hacía más compleja la deducción de datos de forma intuitiva de este gráfico en particular.

Figura 10. Ejemplo de gráfico de barras no adecuadamente representado

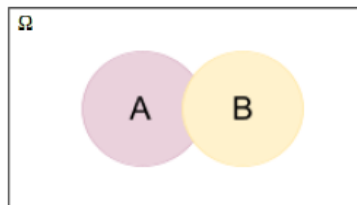


- Errores en probabilidad.

Los ejercicios propuestos relacionados con la probabilidad tenían relación con la extracción de la papeleta de la urna que incluía el nombre del país que iban a representar. De esta forma, cada grupo tendría un espacio muestral diferente que debían tener en cuenta para dar respuesta a las preguntas planteadas. Esto representó un problema importante para numerosos grupos, los cuales en alguna de las cuestiones no identificaban correctamente el espacio muestral e incluían la totalidad de los países participantes.

Otro error común se observó a la hora de dar ejemplo sobre sucesos no excluyentes y su representación en un diagrama de Venn. El obstáculo radicaba en que, dado que se pedía que uno de los sucesos incluyese la extracción de su país, numerosos grupos eligieron como suceso A ="extraer el país X ", siendo " X " su país. El otro suceso seleccionado, B , debía incluir al menos ese suceso, para que pudiesen ser sucesos no excluyentes, lo cual no fue un problema; sin embargo, la dificultad apareció a la hora de representar el diagrama de Venn. Debido a la elección de los sucesos, uno debía estar contenido estrictamente dentro del otro y en su lugar se observaron representaciones como la de la Figura 11.

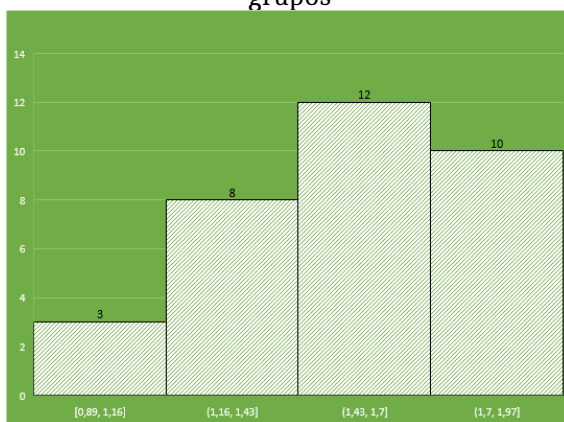
Figura 11. Ejemplo de representación incorrecta de sucesos no excluyentes cuando B contiene a A



Calificaciones obtenidas en los informes

Una vez revisados los informes realizados por cada grupo y evaluados los errores, dificultades y obstáculos observados, se calificaron en un rango de puntuación de entre 0 y 2 puntos. El mínimo exigido para concluir la consecución de los indicadores relacionados con las competencias y conocimientos de la probabilidad y estadística trabajados en este proyecto era de 1 punto. En la Figura 12, podemos observar un histograma de los resultados obtenidos.

Figura 12. Histograma de las puntuaciones obtenidas en los análisis de datos de los grupos



La media de las notas obtenidas fue de 1,55 puntos con una desviación típica de 0,25 puntos (está información también se les fue facilitada al terminar el proyecto).

Analizando los resultados obtenidos podemos observar como gran parte de los grupos logra obtener una puntuación alta en dicha memoria. Además, sólo un grupo no llegó al mínimo exigido para superar el proyecto, quedándose con un 0,89. Esto indica que casi la totalidad de los grupos lograron alcanzar los indicadores deseados, que implican que conocen los elementos básicos de probabilidad y estadística y comprenden su uso para dar respuesta a diferentes cuestiones y problemas contextualizados. Incluso podemos decir, que gran parte de los grupos no solo lograron alcanzar esos mínimos, sino que los dominan y los interpretan de forma muy notable.

Por otra parte, durante toda la realización del proyecto, se pudo evidenciar su potencialidad a la hora de mejorar la afectividad hacia la estadística y probabilidad del alumnado. Muchas de estas evidencias se dieron lugar el día de la visualización de los vídeos, pero también durante la recolección de sus datos con comentarios como “Así da gusto estudiar matemáticas” o “Me gustaría poder llevar actividades así al aula”. Además, también se escucharon comentarios del estilo “¡Anda!, aún obtuvimos

una buena media en vestimenta” o “En esta categoría obtuvimos muchos ceros” e incluso se creó una competitividad sana entre los grupos comparando sus resultados para ver a quien le había ido mejor en el festival. Todo esto nos hace concluir que el alumnado estaba involucrado con sus datos y trataba de entenderlos haciendo uso de las herramientas estadísticas necesarias para ello. Todo lo mencionado anteriormente, parece indicar que, en efecto, el proyecto estaba logrando conectar al alumnado con estas ramas de las matemáticas.

CONCLUSIONES

El trabajo de la estadística y la probabilidad a través de proyectos permite un aprendizaje contextualizado y eficaz. Este proyecto ha demostrado tener resultados positivos para la consecución de competencias matemáticas a través de un proyecto diferente e innovador que, además, ha tenido un efecto en la afectividad del alumnado hacia las matemáticas. Todo ello se evidencia debido a los muy buenos resultados obtenidos en la evaluación de los informes realizados por el alumnado y sus actitudes y comentarios en el propio desarrollo del proyecto. El alumnado fue capaz de entender e interpretar sus datos de forma eficaz, mostrando incluso interés por ellos. Por tanto, podemos concluir que los objetivos iniciales planteados en el proyecto han sido satisfactoriamente concluidos.

También han sido detectados errores comunes o destacados en la evaluación de los informes. Muchos de estos obstáculos, pueden ser corregidos en futuras puestas en práctica del proyecto, haciendo hincapié en dichos conceptos o reformulando alguna cuestión que les cree la necesidad de una mayor reflexión en el concepto estadístico o probabilístico.

También debemos destacar la potencialidad de este proyecto de enmarcarse en uno mucho más ambicioso de una forma interdisciplinar entre diferentes áreas del conocimiento. De esta forma, a través de él podrían trabajarse competencias de Educación Física (coreografía, movimiento, coordinación, ...), de Música (canción, voz, estilos, ...), de Geografía e Historia (estudio del país asignado, características políticas, propia historia del festival...), de Lengua y literatura (letras de las canciones, expresión no verbal, ...), de Inglés u otros idiomas extranjeros (letras de canciones en otros idiomas, expresiones, ...) entre otras.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto PID2021-122326OB-I00.

REFERENCIAS

- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M., Giménez, J., y Torra, M. (2002). *Enseñar matemáticas*. Graó.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, 41-48.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. ReproDigital. Facultad de Ciencias.
- Boaler, J. (2016). *Mentalidades matemáticas. Cómo liberar el potencial de los estudiantes mediante las matemáticas creativas, mensajes inspiradores y una enseñanza innovadora*. Sirio.
- Gamboa-Araya, R. (2016). ¿Es necesario profundizar en la relación entre docente de matemáticas y la formación de las actitudes y creencias hacia la disciplina? *Uniciencia*, 30(1), 57-84.
- Gil, N., Blanco, L., y Gerrero, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 340, 551-569.
- Godino, J.D., Wilhelmi, M.R., Neto, T., Blanco, T.F., Contreras, A., Díaz-Batenero, C., ... Lasa, A. (2015). Evaluación de conocimientos didáctico - matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. *Revista de Educación*, 370, 199-228.
- Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Lamana-Selva, M.T. y De la Peña, C. (2018). Rendimiento académico en matemáticas. Relación con creatividad y estilos de afrontamiento. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(79), 1075-1092.
- León, N. (2020). Alcances de la enseñanza de la Estadística a través de la Investigación en la Educación Media en Venezuela. *Revista Paradigma*, 41, 657-684.
- Marbán, J.M., Martín, M.C., Ortega, T., y De la Torre, E. (2013). Perfil emocional matemático y competencias profesionales. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 16(1), 73-96.
- Marbán, J.M., Palacios, A., y Maroto, A. (2020). Desarrollo del dominio afectivo en la formación inicial de maestros de primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 73-86.
- McLeod (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-598). Macmillan.
- Segovia, I. y Rico, L. (Coords.). (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Pirámide.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21, 14-23.