



ESCOLA DE DOUTORAMENTO
INTERNACIONAL DA USC

Alejandro
Gorgal Romarís

Tese de doutoramento

Enseñanza y aprendizaje de las
matemáticas en una educación
inclusiva: diseño de un programa
de intervención para alumnado
en riesgo de exclusión social

Santiago de Compostela, 2024



ESCOLA DE DOUTORAMENTO
INTERNACIONAL DA USC

TESE DE DOUTORAMENTO

**ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS EN UNA EDUCACIÓN
INCLUSIVA: DISEÑO DE UN PROGRAMA
DE INTERVENCIÓN PARA ALUMNADO
EN RIESGO DE EXCLUSIÓN SOCIAL**

Alejandro Gorgal Romaris

Directora: Teresa Fernández Blanco

PROGRAMA DE DOUTORAMENTO EN EDUCACIÓN

SANTIAGO DE COMPOSTELA
2024



A Papá e a María Arenas
O voso recordo sempre estará connigo

AGRADECIMIENTOS

A la Facultad de Ciencias de la Educación por todo lo que me ha aportado en estos años, con una mención especial a su actual decana Mar Lorenzo, por confiar siempre en mí y por mostrarme su cariño y apoyo incondicional.

Al GI- RODA, por facilitarme en varias ocasiones diferentes medios para poder llevar a cabo mi formación como investigador.

A mi directora Teresa Fernández Blanco, por brindarme esa primera oportunidad que todo el mundo necesita y por todo el apoyo prestado.

A todos los miembros del Área de Didáctica de la Matemática por quererme y apreciarme como lo hacen, en especial a María Jesús Salinas por ser fuente de sabiduría y de apoyo cuando lo necesitaba.

A todo el alumnado de los centros educativos que forman parte de esta investigación, porque vuestras historias fueron fuente de inspiración para saber que todo el mundo necesita una oportunidad.

A Mariajo y a Nati, por todas esas tardes de café que me animaron a seguir adelante.

A mis amigos Cristina y Cristian, por toda la ayuda prestada para la realización de esta tesis y por el cariño aportado para mi equilibrio emocional en todo el proceso.

A todos mis amigos, especialmente a Silvia, Tamara, Ana, Manuel y Araceli; por siempre estar a mi lado en los momentos importantes de mi vida.

A Eva, esa gran amiga que camina siempre conmigo.

A toda mi familia, en especial a mi madre y a mi abuela por ser las guías de mi vida.

RESUMEN	13
ABSTRACT	15
INTRODUCCIÓN GENERAL	17
CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES	23
1.1. Matemáticas e inclusión	23
1.1.1. Educación Inclusiva y matemáticas.....	23
1.1.2. Las Necesidades Específicas de Apoyo Educativo	27
1.1.2.1. Concepto de NEAE.....	27
1.1.2.2. El alumnado en riesgo de exclusión social	28
1.1.3. Respuesta educativa al alumnado con NEAE	30
1.1.3.1. Organización de la respuesta educativa al alumnado con NEAE....	30
1.1.3.2. La respuesta educativa al alumnado en riesgo de exclusión social	31
1.2. Matemáticas y enfoque STEAM	33
1.2.1. Enfoque STEAM	33
1.2.2. STEAM y matemáticas.....	36
1.2.3. Proyección del enfoque STEAM en el Curriculum	38
1.3. El dominio afectivo en matemáticas	42
1.3.1. Componentes del Dominio Afectivo	44
1.3.2. El papel del dominio afectivo y el currículo oficial	48
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	53
2.1. Modelo ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos	53
2.2. Teoría de la idoneidad didáctica.....	55
2.2.1. Facetas de Idoneidad Didáctica	56
2.2.2. Componentes de Idoneidad Didáctica.....	57
2.2.3. Indicadores de idoneidad didáctica.....	58
2.2.3.1. Indicadores de Idoneidad epistémica.....	58
2.2.3.2. Indicadores de Idoneidad cognitiva	59
2.2.3.3. Indicadores de Idoneidad afectiva	60
2.2.3.4. Indicadores de Idoneidad Interaccional	60

2.2.3.5. Indicadores de Idoneidad mediacional	61
2.2.3.6. Indicadores de Idoneidad ecológica	62
2.3. La técnica de análisis semiótica	62
2.3.1. Análisis epistémico	63
2.3.2. Análisis de la actividad docente	64
2.3.3. Análisis de la actividad del discente.....	64
2.3.4. Análisis mediacional.....	65
2.3.5. Análisis cognitivo	66
2.3.6. Análisis emocional.....	66
CAPÍTULO 3: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y METODOLOGÍA	69
3.1. Preguntas de investigación y objetivos	69
3.1.1. Características de la investigación.....	71
3.3. Metodología	73
3.3.1 Descripción de la población y muestra	73
3.3.2. Diseño de la investigación y procedimientos	74
3.3.3. Técnicas y procedimientos de recogida y análisis de datos	78
3.3.3.1. Procedimiento e instrumentos de recogida.....	78
3.3.3.2. Instrumentos de Análisis de datos	79
3.4. Programa de intervención ‘Anaquiños Matemáticos’	80
CAPITULO 4: RESULTADOS DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL PROGRAMA ‘ANAQUIÑOS MATEMÁTICOS’	89
4.1. Idoneidad epistémica.....	89
4.2. Idoneidad cognitiva.....	111
4.3. Idoneidad interaccional	122
4.4. Idoneidad ecológica	139
4.5. Idoneidad mediacional	147
4.6. Idoneidad afectiva	154
CAPÍTULO 5. RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO.....	169
5.1. Creencias sobre las matemáticas.....	169
5.2. Resultados académicos del alumnado	171
5.2.1 Resultados del curso escolar 2017-2018.....	172
5.2.2 Resultados del curso escolar 2018-2019.....	174
5.2.3 Análisis de los resultados académicos de los cursos 2017-2018 y 2018- 2019.....	176
5.3. Resultados de los cuestionarios de satisfacción	177
5.4. Discusión de resultados.....	181

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES	187
6.1. Respuesta a las preguntas de investigación	187
6.1.1. P1: ¿Qué componentes de la idoneidad didáctica son los más relevantes para realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas con alumnado en riesgo de exclusión social?.....	187
6.1.1.1. Consecución de objetivos asociados a P1	188
6.1.1.2. Respuesta a la pregunta de investigación P1	198
6.1.2. P2: ¿La intervención educativa basada en la estimulación mediante el uso de actividades STEAM tiene una implicación directa sobre el rendimiento académico del alumnado en riesgo de exclusión social?.....	200
6.1.2.1. Consecución de los objetivos asociados a P2	200
6.1.2.2. Respuesta a la pregunta de investigación P2	202
6.2. Limitaciones de la investigación	203
6.3. Perspectivas de intervención futura.....	204
6.4. Reflexiones Finales	205
BIBLIOGRAFÍA.....	209
Anexos	227
Anexo I. Análisis descriptivo de las características del alumnado.....	229
Anexo II. Cuestionario de creencias.....	231
Anexo III: Dimensiones e ítems del cuestionario	233
Anexo IV: Prácticas programa Anaquiños Matemáticos	235
Anexo V. Gráficas de las respuestas de los cuestionarios por factores.....	365
Anexo VI: Rendimiento académico: notas en matemáticas.	373
Anexo VII. Publicaciones derivadas de la investigación.	375
Anexo VIII. Índice de tablas y figuras	379
Tablas.....	379
Figuras.....	380

RESUMEN

La educación, canalizada a través de instituciones educativas, se esfuerza por satisfacer las demandas formativas de una sociedad que experimenta constantes cambios y evoluciones. Los modelos tradicionales de enseñanza y aprendizaje ya no ejercen el mismo impacto que en épocas anteriores y la realidad educativa actual reclama la creación de nuevos escenarios que se adecúen a la diversidad del alumnado bajo los principios de una educación inclusiva. En el caso particular de las matemáticas, su enseñanza ha ido evolucionando históricamente, en correspondencia con las finalidades que socialmente se van estableciendo para dicha disciplina. A pesar de ello, siguen siendo una de las disciplinas con mayor fracaso escolar en el mundo occidental. Este fracaso se agrava especialmente entre los estudiantes en situación en riesgo de exclusión social, un grupo cuyo número ha experimentado un crecimiento continuo en la actualidad.

En esta tesis se presenta el análisis de la idoneidad didáctica de un programa de estímulo matemático basado en actividades STEAM (Science, Technology, Engineer, Arts and Mathematics) y dirigido a alumnado en riesgo de exclusión social. Los cuatro objetivos principales de la tesis son: (1) Diseñar y aplicar un programa de estímulo matemático con actividades STEAM para alumnado en riesgo de exclusión social, (2) Analizar la idoneidad didáctica de un programa de estímulo matemático para alumnado en riesgo de exclusión como medida de intervención, (3) Identificar las principales creencias del alumnado en riesgo de exclusión hacia las matemáticas y (4) Explorar la conexión entre las creencias hacia las matemáticas del alumnado en riesgo de exclusión y su impacto en el rendimiento académico. El marco teórico en el que se sustenta esta investigación es el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS). En particular, dentro de este marco, se hará uso de la Teoría de Idoneidad Didáctica como herramienta analítica del proceso de enseñanza y aprendizaje del programa de estímulo implementado. Este programa, denominado ‘Anaquiños Matemáticos’, está conformado por un conjunto de 14 prácticas, diseñadas con un enfoque centrado en las STEAM, abarcando varias disciplinas de las representadas en el acrónimo, así como contenidos de distintas áreas de las matemáticas. La muestra estuvo formada por 68 alumnos (12-15 años) de dos cursos académicos (2017-2018 y 2018-2019). La metodología de investigación seleccionada abrazó

un enfoque mixto, donde la dimensión cualitativa asume un papel predominante. La información cualitativa fue recogida mediante el uso de herramientas como grabaciones en vídeo de las sesiones del programa y un diario de campo. La recopilación de datos cuantitativos se centró en las creencias de matemáticas y el nivel de satisfacción del alumnado con las actividades aplicando dos cuestionarios: uno de escala Likert y otro de respuesta múltiple. El instrumento de análisis de datos se fundamentó en los indicadores de cada una de las seis idoneidades didácticas: epistémica, cognitiva, interaccional, ecológica, mediacional y afectiva.

Los resultados obtenidos muestran que el programa ‘Anaquiños Matemáticos’ presenta una alta idoneidad didáctica, siendo los indicadores de idoneidad ecológica, idoneidad interaccional, idoneidad afectiva e idoneidad mediacional los que más se manifiestan. La triangulación de los datos realizada confirmó un alto grado de idoneidad mediacional y afectiva al programa de estímulo. Además, los resultados evidencian que el programa incrementa el interés por aprender y promueve una actitud receptiva hacia el estudio de las matemáticas en el alumnado en situación de riesgo de exclusión social. Por otra parte, el análisis de las creencias de este alumnado de las matemáticas, revela que el rendimiento académico en este alumnado está estrechamente vinculado a la autoimagen positiva como estudiante de matemáticas y al disfrute de esta disciplina, así como a un autoconcepto y una capacidad de trabajo elevados. Como conclusión, la idoneidad mediacional y la afectiva son consideradas como las más relevantes para los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas en el contexto de riesgo de exclusión social. Además, en el caso de este alumnado resulta necesario priorizar en un primer momento los aspectos relacionados con sus creencias y la complejidad de su entorno sociocultural antes de profundizar en los aspectos cognitivos del aprendizaje.

ABSTRACT

Education, channeled through educational institutions and their extensive resources, strives to meet the educational demands of a constantly changing and evolving society. Traditional models of teaching and learning no longer have the same impact as in previous times and the current educational reality calls for the creation of new scenarios that adapt to the diversity of students under the principles of inclusive education. In the particular case of mathematics, its teaching has evolved historically, in accordance with the socially established aims of the discipline. Despite this, it is still one of the disciplines with the highest levels of school failure in the western world. This failure is particularly acute among students at risk of social exclusion, a group whose numbers have been growing steadily today.

This thesis presents the analysis of the didactic suitability of a mathematical stimulus program based on STEAM (Science, Technology, Engineer, Arts and Mathematics) activities and aimed at students at risk of social exclusion. The three main objectives of the thesis are: (1) To design and apply a mathematical stimulation program with STEAM activities for students at risk of social exclusion, (2) To identify which indicators of didactic suitability are manifested in each of the activities of the mathematical stimulus programme and (3) To identify the main beliefs of students at risk of social exclusion towards the mathematics teaching-learning processes. The theoretical framework on which this research is based is the Onto-semiotic (OSA). In particular, within this framework, the Theory of Didactic Suitability will be used as an analytical tool of the teaching and learning process in the stimulus program implemented. This program, called 'Anaquiños Matemáticos', is made up of a set of 14 practices, designed with a focus on STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics), covering several disciplines of those represented in the acronym, as well as content from different areas of mathematics. The sample consisted of 68 students (12-15 years old) from two academic years (2017-2018 and 2018-2019). The selected research methodology embraced a mixed approach, where the qualitative dimension assumes a predominant role. Qualitative information was collected through the use of tools such as video recordings of the program sessions and a field diary. Regarding the collection of quantitative data on mathematical beliefs and the level of satisfaction with the activities, two questionnaires were applied: a Likert scale questionnaire and a multiple response

questionnaire. The data analysis instrument was based on the indicators of each of the six didactic suitabilities: epistemic, cognitive, interactional, ecological, mediational and affective.

The results obtained show that the 'Anaquiños Matemáticos' program presents a high didactic suitability, with the indicators of ecological suitability, interactional suitability, affective suitability and mediational suitability being the most evident. The triangulation of the data showed a high degree of mediational and affective suitability to the stimulus program. Furthermore, the results show that the program increases interest in learning and promotes a receptive attitude towards the study of mathematics in students at risk of social exclusion. On the other hand, the analysis of these students' beliefs towards mathematics reveals that the academic performance of these students is closely linked to a positive self-image as a mathematics student and to their enjoyment of mathematics, as well as to a high self-concept and work capacity. In conclusion, mediational and affective suitability are considered the most relevant for the processes of teaching and learning mathematics in the context of social exclusion risk. Moreover, in the case of students with affective and/or social difficulties, it is necessary to initially prioritise aspects related to their emotions and the complexity of their socio-cultural environment before delving into the cognitive aspects of learning.

INTRODUCCIÓN GENERAL

En los últimos años, investigaciones como las de González (2012), Sánchez y Mendoza (2015) y Paredes et al. (2020) señalan un incremento constante en el número de estudiantes en situación de vulnerabilidad social, en particular, aquellos en riesgo de exclusión social. Este fenómeno se caracteriza, en su mayoría, por una marcada apatía hacia el ámbito educativo, generando como consecuencia un crecimiento notorio en los índices de fracaso escolar. Este fracaso se hace más visible en áreas de conocimiento como son las matemáticas, dado que el alumnado las encuentra difíciles y no genera una actitud positiva hacia el proceso de aprendizaje (Solla, 2013). Normalmente el apoyo que este alumnado recibe se centra en el refuerzo de los contenidos, con adaptaciones curriculares y supervisados por profesores de apoyo especialistas en pedagogía terapéutica, otras veces con apoyo fuera del aula; pero la mayor parte del tiempo en contacto con profesores no especializados en su enseñanza (Fontao y Suárez, 2012). Además, el rendimiento académico suele ser interpretado mayormente como la calificación numérica que los estudiantes obtienen tras la aplicación de ciertos instrumentos de evaluación, dejando de lado otros aspectos como los relacionados con la actitud y la motivación (Lamas, 2015).

Bajo estas circunstancias se desenvuelve la investigación que se presenta en esta tesis, cuyo objetivo final es desarrollar, bajo un enfoque STEAM, un programa socioeducativo de estímulo matemático para alumnado en riesgo de exclusión social. La tesis se divide en 6 capítulos que se describen en los párrafos siguientes.

En el capítulo 1 se hace una presentación de los antecedentes en torno a los fundamentos que suscitaron el problema de investigación. El primero de ellos trata la problemática de la educación inclusiva y, en particular, de la matemática inclusiva. Se presentan las características del alumnado en riesgo de exclusión social como población a la que irá dirigida esta investigación. El segundo fundamento destaca la importancia de adoptar nuevos enfoques educativos para potenciar el aprendizaje de las matemáticas, como el enfoque STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics). Para ello se explora detalladamente este enfoque y el rol que las matemáticas desempeñan en él. El tercer fundamento hace referencia al impacto del dominio afectivo en el ámbito de las matemáticas,

destacando su relevancia crucial en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Estos tres fundamentos también serán analizados desde una perspectiva curricular, proporcionando detalles sobre cómo se aborda la inclusión, cuáles son las respuestas educativas ofrecidas al alumnado en riesgo de exclusión social y cómo se incorpora el aspecto socioafectivo en el proceso de aprendizaje.

El capítulo 2 recoge las nociones teóricas que sustentan el desarrollo de esta investigación. En primer lugar, en el capítulo se abordan algunos de los principales constructos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS). En segundo lugar, se presenta la Teoría de la Idoneidad Didáctica, que forma parte del EOS, y se describen las seis componentes de la idoneidad didáctica: epistémica, cognitiva, interaccional, ecológica, mediacional y afectiva. Estas seis idoneidades conformarán la herramienta fundamental del análisis didáctico.

En el capítulo 3 se abordan las preguntas de investigación y los objetivos del trabajo, así como las características fundamentales de la investigación. En la segunda sección de este capítulo se examina detalladamente el enfoque metodológico utilizado, las características de la muestra y los instrumentos de recogida y de análisis de datos. La tercera sección de este capítulo se dedica a describir el diseño del programa de estímulo matemático, detallando el tipo de actividades STEAM implementadas, el contenido matemático implicado en cada una de ellas y el proceso de intervención.

El capítulo 4 recoge los resultados obtenidos del análisis didáctico a la luz del marco teórico establecido como referencia para la investigación, expuesto en el capítulo 2, y en consonancia con las opciones metodológicas explicitadas en el capítulo 3. De esta manera, los resultados se presentan a partir de cada una de las seis idoneidades didácticas y en función de los indicadores registrados para cada una ellas en las prácticas implementadas.

El capítulo 5 describe los resultados obtenidos del análisis cuantitativo de los datos recogidos a través del cuestionario de creencias, de los cuestionarios de satisfacción y del rendimiento académico en las aulas ordinarias aportado por los profesores. Se concluye este capítulo con la discusión de resultados y su aportación complementaria al análisis didáctico del capítulo anterior.

Por último, en el capítulo 6, se exponen las conclusiones derivadas de la investigación, basadas en el análisis y la discusión de los resultados obtenidos en los capítulos 4 y 5. Se ofrece una respuesta detallada a las dos preguntas de investigación, en consonancia con los objetivos asociados a cada una de ellas. Además, el capítulo se enriquece abordando las

limitaciones identificadas, proponiendo posibles extensiones del estudio y delineando perspectivas para futuras investigaciones. Finaliza este capítulo con unas reflexiones finales sobre la investigación.

CAPÍTULO 1:

Antecedentes

CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES

En este capítulo se presentan los tres ejes fundamentales que sentaron las bases para construir el problema central de esta investigación: la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para el alumnado en riesgo de exclusión social. El primero de ellos aborda la problemática de la matemática inclusiva, y en particular, la del alumnado en riesgo de exclusión social. También recoge la respuesta educativa que se da al alumnado en riesgo de exclusión. El segundo de ellos ilustra el panorama actual del enfoque STEAM, como una perspectiva efectiva para estimular el aprendizaje, poniendo especial atención en el papel que juegan las matemáticas dentro de este enfoque. Finalmente, el tercero pone de relieve la necesidad de contemplar el dominio afectivo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente con el alumnado en riesgo de exclusión social.

1.1. MATEMÁTICAS E INCLUSIÓN

La educación actual tiene entre sus retos ofertar una atención educativa adaptada a todas las personas que constituyen una sociedad. Desarrollar modelos y escenarios educativos verdaderamente equitativos e inclusivos es uno de los objetivos más ambiciosos y de más importancia que hay que atender. Aunque una buena parte de la responsabilidad para la equidad de los modelos y escenarios educativos la tienen los gobiernos y administraciones, todos los agentes educadores deben tener este objetivo en sus hojas de ruta.

1.1.1. Educación Inclusiva y matemáticas

La educación inclusiva supone un modelo de educación que pretende atender a las necesidades de todos los niños, jóvenes y adultos considerando especialmente aquellos casos en los que puede existir un riesgo de exclusión social (Dussan, 2010). Es un proceso mediante el cual se garantiza que todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades, necesidades o características, tengan acceso a una educación de calidad y relevante en un ambiente de aprendizaje seguro y respetuoso (García-Navarro et al., 2022 y

Martínez, 2021). La premisa de atender a todo el alumnado parte de dos principios específicos:

- Principio de restauración de la unidad humana: según el cual todo niño tiene un derecho incuestionable a la educación y la crianza, a pesar de sus necesidades.
- Principio de confianza: todo el alumnado tiene derecho a que se tenga su situación en su proceso educativo.

La educación inclusiva se centra en cómo apoyar las cualidades y las necesidades de cada uno y de todos los estudiantes en la comunidad escolar, para que alcancen el éxito. Esto requiere pensar en la heterogeneidad del alumnado como una situación normal del grupo/clase y poner en marcha una planificación educativa. Esta debe permitir a los docentes contar con recursos intrapersonales e interpersonales que beneficien a todos los alumnos (Moya, 2019). Esta perspectiva defiende el paso de la educación segregada a un sistema inclusivo caracterizado por un aprendizaje significativo centrado en el niño. Sería la transformación de una sociedad y un mundo intolerante y temeroso que acoja y celebre la diversidad como algo natural. Por tanto, reivindica una acción educativa que responda de la manera más eficaz a la diversidad de todos los alumnos (Martínez, 2021)

En la sociedad actual, las matemáticas constituyen una parte fundamental de la formación básica que toda persona debería poseer (Becerra et al., 2018). Su funcionalidad para resolver problemas de la vida cotidiana y para atender a las necesidades de la sociedad compleja en la que estamos inmersos, hace que la competencia matemática sea imprescindible para que los ciudadanos puedan desarrollarse dentro del mundo que los rodea. Con el fin de garantizar la igualdad de oportunidades para todos, los sistemas educativos de todos los países apuestan por incluir la formación matemática en su currículo (Núñez et al., 2005). Sin embargo, a pesar de su importancia, una gran parte del alumnado y de la población en general presenta serias dificultades en el manejo y en la utilización de los conocimientos matemáticos (Godino et al., 2017), lo cual puede llegar a limitar su día a día. Las matemáticas se han posicionado en los últimos años como una de las ciencias más complejas de entender para los estudiantes, a causa de su enseñanza tradicional y de estar alejada de las diferentes características de los alumnos presentes en el aula (Rincón y Falk, 2020). Tomando en cuenta tales hechos se plantea un cambio en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas adoptando un modelo de educación inclusiva. Este hecho ha generado el interés de identificar aquellas estrategias de enseñanza inclusiva útiles para favorecer la atención a la diversidad estudiantil y la comprensión de la disciplina para todo

el alumnado. Lo cual permita enriquecer los procesos pedagógicos de las matemáticas y posibiliten un mejor desempeño escolar, resultados académicos y el desarrollo de competencias matemáticas para la vida del alumnado (Facchin y Rubiano, 2018 y Muntaner, et al., 2016). De todo esto nace el concepto presentado por Moya (2019) como matemática inclusiva. Este hace referencia a aquellas matemáticas que deben respetar los ritmos de aprendizaje y capacidades potenciando que se posibilite el éxito. Para ello parte del desarrollo de una serie de estrategias de educación matemática inclusiva. Estas son definidas como o aquellas acciones que ejecutan los profesores en el aula durante el proceso de enseñanza y aprendizaje fundamentadas en los estilos y ritmos de aprendizaje, habilidades e intereses de los educandos y las cuales se dirigen a garantizar el éxito escolar de todos los alumnos (Castañeda y Márquez, 2021). Atendiendo a diferentes autores (Bottge, et al., 2015, Escarbajal, et al., 2017; Panthi, et al., 2018, Gelber, et al., 2019) se crean una serie de estrategias que son necesarias para aplicar en el aula para atender a la diversidad atendiendo a un modelo de educación inclusiva. A continuación, describiremos las estrategias más relevantes para los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas:

- *Creación de espacios de interacción entre estudiantes:* se trata de crear espacios que permitan que el estudiantado trabaje de manera colaborativa. De manera que los alumnos se organicen en pequeños grupos heterogéneos, desarrollen las actividades conjuntamente, compartan ideas, solucionen problemas, se apoyen mutuamente y pongan en práctica valores de aceptación a la diversidad. Dicha estrategia favorece los aprendizajes académicos del alumnado, así como las habilidades sociales.
- *Fomento de la participación de los estudiantes:* esta estrategia de enseñanza inclusiva busca que los alumnos sean los principales actores de su propio aprendizaje, ya que deben ser los que construyan sus conocimientos con apoyo de los profesores.
- *Utilización de diversos materiales:* Como mecanismo de respuesta a los distintos estilos de aprendizaje del alumnado, se abarcan las diferentes formas en las que los alumnos reciben y asimilan de mejor manera la información. Por lo tanto, se debe de hacer uso de escritos, presentaciones, vídeos, imágenes y audios para la explicación de los temas. Se deben introducir materiales estructurados y no estructurados que apoyen las explicaciones, así como las tecnologías de la información y la comunicación.

- *Implementación de situaciones y ejemplos contextualizados al alumnado*: los profesores durante las explicaciones de los temas deben de integrar situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes a manera de ejemplos para que ellos relacionen los contenidos matemáticos con su entorno. La finalidad es llamar la atención de los alumnos y demostrar que las matemáticas están presentes en la vida cotidiana y su aprendizaje es útil.
- *Trabajo colaborativo entre docentes*: los docentes del área de matemáticas deben de reunirse de manera constante para intercambiar ideas y planificar las clases, abordando en sus sesiones temas como: qué dificultades presentaban sus estudiantes, que estrategias favorecían o desfavorecían el aprendizaje de los alumnos, la elaboración de materiales didácticos intercambiables y el reconocimiento de los avances o retrocesos de los educandos.
- *Establecimiento de tutoría a los estudiantes*: se deben de establecer procesos de tutoría con los alumnos de manera grupal e individual.
- *Aumento de la confianza y motivación del estudiantado*: establecer ambientes relajados y de confianza en las aulas, en donde los errores puedan ser vistos como oportunidades de aprendizaje. Los docentes se encargarán de reforzar el autoconcepto de los educandos de manera positiva teniendo en cuenta los sentimientos, intereses y gustos de los alumnos para integrarlos al aula.
- *Definición y utilización de términos matemáticos*: durante sus discursos los docentes hacen uso de términos matemáticos; explicando y definiendo desde un inicio a los estudiantes, utilizando distintas técnicas de asociación, con la finalidad de comprendan lo que hacen.
- *Desarrollo de trabajos por proyectos*: el diseño de proyectos donde los alumnos realicen diversas actividades (organización y búsqueda de información, elaboración de materiales y documentos, resolución de problemas, etc.) en las que pongan en práctica sus conocimientos y habilidades de manera conjunta con otros compañeros.
- *Implementación de juegos y actividades didácticas*: las actividades lúdicas son relevantes para que los aprendizajes de las matemáticas sean más significativos, por lo que hay que desarrollar actividades interesantes para los alumnos que les hagan experimentar situaciones y emociones diferentes para que desarrollen su

creatividad; tales como juegos de rol, dibujos, adivinanzas, representaciones, implementación de las TIC, y demás.

- *Demostración y aceptación de diversas estrategias de resolución:* Emplear diversas formas o procedimientos con los estudiantes para resolver un mismo ejercicio; del mismo modo, que se permita que el alumnado desarrolle el de su preferencia o que ellos compartieran nuevas metodologías de resolución.
- *Diseño universal para el aprendizaje:* El DUA se plantea como un modelo inclusivo en donde todas las actividades que se realizan para desarrollar una temática concreta son adaptadas en función de las necesidades de los integrantes del aula.

1.1.2. Las Necesidades Específicas de Apoyo Educativo

1.1.2.1. Concepto de NEAE

De conformidad con el artículo 6 del Decreto 229/2011, de 7 de diciembre, *por el que se regula la atención a la diversidad del alumnado de los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Galicia en los que se imparten las enseñanzas establecidas en la Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación;* se entiende por alumnado con necesidad específica de apoyo educativo (NEAE) las alumnas y los alumnos que requieren una atención educativa diferente a la común, por presentar necesidades educativas especiales, por retraso madurativo, por trastornos del desarrollo del lenguaje y de la comunicación, por trastornos de atención o de aprendizaje, por desconocimiento grave de la lengua de aprendizaje, por encontrarse en situación de vulnerabilidad socioeducativa, por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo o por condiciones personales o de historia escolar.

Para atender a este alumnado, las administraciones educativas aseguran los recursos necesarios para que el alumnado que requiera por tener una atención educativa diferente a la ordinaria. Para ello se establecerán los procedimientos y recursos precisos para identificar tempranamente las necesidades educativas, iniciando la atención integral al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo desde el mismo momento en que dicha necesidad sea identificada teniendo en cuenta los principios de normalización e inclusión (Parra y Rojas, 2015). Para atender a este alumnado se dispondrá del profesorado de las especialidades correspondientes y de profesionales cualificados, así como de los medios y

materiales precisos para la adecuada atención a este alumnado. Todo docente debe buscar que sus alumnos consigan desarrollar al máximo sus potencialidades. Si esto es fundamental con todos los alumnos, lo es aún más con aquellos que muestran necesidades especiales. Por ello, es importante conocer las NEAE de un estudiante para poder proporcionarle el apoyo más adecuado y asegurar de ese modo que tenga las mismas oportunidades de aprendizaje que sus compañeros (Cárceles, 2023).

La atención a la diversidad puede considerarse como el conjunto de medidas y acciones que tienen como finalidad adecuar la respuesta educativa a las diferentes características y necesidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones, intereses y situaciones social y culturales de todo el alumnado (Torrelló et al., 2017). Para ello, los centros educativos deben adoptar desde su proyecto educativo las medidas de atención a la diversidad, que les permitan una atención personalizada al alumnado en función de sus necesidades educativas. La respuesta educativa para atender a la diversidad del alumnado se compone de medidas y recursos, generales y específicos. Las medidas y recursos generales tienen como finalidad la promoción del aprendizaje y el éxito escolar de todo el alumnado, mientras que las específicas están dirigidas a dar respuesta a las necesidades educativas del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo (Ruiz Andrés, 2020).

1.1.2.2. El alumnado en riesgo de exclusión social

Como se puede observar, dentro de las NEAE nos encontramos con el alumnado en situación de vulnerabilidad socioeducativa. Este término hace referencia a aquel que presenta desigualdades derivadas de factores sociales, familiares, derivados de violencia de género, económicos, culturales, geográficos, étnicos o de otra índole sin que incluya ningún tipo de necesidad educativa especial. Es entonces con la llegada de la LOMLOE cuando hasta el alumnado reconocido como alumnado en riesgo de exclusión social se reconoce específicamente dentro de esta categoría de alumnado con vulnerabilidad social.

Entonces, ¿qué se entiende por alumnado en riesgo de exclusión social? Aún hoy en día no existe una definición específica sobre el concepto riesgo de exclusión. Por un lado, nos encontramos con el concepto de riesgo, que es definido por Jolonch (2002) de forma muy general como una categoría de contornos borrosos que refuerza la segregación de colectivos tipificados de la población y que sirve para poner en marcha procedimientos de vigilancia y tratamiento. En un contexto legal, como en el que nos encontramos, la palabra riesgo se define “*como la existencia de un perjuicio para el niño que no alcanza la gravedad*

suficiente para justificar su separación del ámbito familiar. Sin embargo, sí constituye un perjuicio para su desarrollo personal o social". (Melendro, 2014, p. 17). Esta noción de riesgo acoge a niños con conductas asociales, niños con predisposición a presentar problemas conductuales, niños con déficits para cubrir sus necesidades básicas y niños con probabilidad elevada de requerir atención de servicios sociales concretos.

Por otra parte, el concepto de exclusión tal como define Subirtas et al. (2004) hace referencia a una situación de desventaja, dificultad o imposibilidad en el acceso a los mecanismos de desarrollo personal, de inserción sociocomunitaria, y a los sistemas de protección social, así como a una privación de la propia idea de ciudadanía, de los derechos y libertades básicas de las personas. La exclusión social no hace referencia únicamente a una insuficiencia de los recursos financieros, ni de desempleo, sino que tiene que ver también con el acceso a la vivienda, la educación, la salud o los servicios. Con el objetivo de diferenciar este concepto del de pobreza, Jiménez (2008) describe la exclusión como:

“un proceso multidimensional, que tiende a menudo a acumular, combinar y separar, tanto a individuos como a colectivos, de una serie de derechos sociales como el trabajo, la educación, la salud, la cultura, la economía y la política, a los que otros sí tienen acceso y posibilidad de disfrute y que terminan por anular el concepto de ciudadanía” (p. 178).

Con esta definición entendemos que un niño está excluido cuando corre el riesgo de no beneficiarse de un entorno que no lo proteja de la violencia, de los malos tratos o de la explotación, o cuando no tenga posibilidades de acceder a servicios y bienes esenciales y esto amenace de alguna manera su capacidad para participar plenamente algún día en la sociedad.

El incremento de alumnado en riesgo de exclusión social en las aulas es una realidad. Las condiciones relativas al contexto que rodea a este alumnado no son, en general, propicias para favorecer el aprendizaje. Estos estudiantes suelen caracterizarse por rechazar todo lo relacionado con el entorno educativo. Los sentimientos de frustración, desmotivación y falta de gusto por el académico suelen ser factores comunes a todos los integrantes de este colectivo. Estas sensaciones son más preocupantes si nos centramos en las matemáticas, donde los aspectos afectivo-emocionales suelen ser muy negativos (Mónico et al., 2017).

El informe publicado por Save the Children en noviembre de 2021 revela que la crisis de la Covid-19 incrementó la pobreza infantil y la exclusión social en Europa. Mientras que antes de la explosión de la pandemia de coronavirus había un total de 18 millones de niños y niñas (aproximadamente un 25% de la población infantil) que crecían en riesgo de pobreza

o de exclusión social en la Unión Europea, en la actualidad esta cifra aumentó hasta los 20 millones (Save the Children, 2021). En España, a pesar de que los índices de pobreza infantil evolucionaron positivamente en los últimos 100 años, la desigualdad continúa siendo una realidad. Hoy en día, el 28.3% de la población infantil de nuestro país vive en riesgo de pobreza o exclusión social, lo que supone un total de 2.2 millones de niños y niñas (Del Moral, 2019). El informe de esta organización apunta que, en el caso de no tomar medidas urgentes, este dato puede ir en aumento.

En las investigaciones que surgieron en las últimas tres décadas en torno a aprendizaje de las matemáticas, también se tuvo en cuenta el contexto sociocultural por ser considerado otro de los factores clave que influye en el aprendizaje de esta ciencia (Gómez-Chacón, 2000). Hay niños/as que incluso dentro del sistema educativo sufren algún tipo de discriminación en las aulas, bajo la responsabilidad de profesores que no tienen la capacidad, o la voluntad, de responder a la diversidad de sus necesidades.

1.1.3. Respuesta educativa al alumnado con NEAE

1.1.3.1. Organización de la respuesta educativa al alumnado con NEAE

Tal y como se recoge en la legislación vigente, la respuesta educativa derivada de cualquier alumnado que presente NEAE debe estar sustentada en los principios de equidad, normalización e inclusión, y debe planificarse en tres niveles: centro, aula e individual, contando con los recursos personales, materiales y organizativos necesarios. En primero lugar para determinar la situación de un alumno resulta crucial realizar una evaluación inicial en profundidad, en la cual se debe considerar la detección de necesidades educativas. En caso de que se crea que pueden existir, se lleva a cabo una evaluación psicopedagógica, que en la comunidad autónoma de Galicia está regulada por la *Orden del 8 de septiembre del 2021, por la que se desarrolla el Decreto 229/2011, del 7 de diciembre, por el que se regula la atención a la diversidad del alumnado de los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Galicia*. Esta evaluación será necesaria para: determinar las necesidades educativas especiales que presenta el alumno, tomar decisiones relativas a su escolarización, elaborar las adaptaciones curriculares necesarias y determinar los apoyos y recursos específicos que va a precisar. Sus conclusiones serán recogidas en un informe psicopedagógico.



Las medidas de atención a la diversidad son definidas en la citado Decreto 229/2011 del 7 de diciembre, como un conjunto de actuaciones, estrategias programas destinadas a

proporcionar una respuesta ajustada a las necesidades educativas del alumnado. Estas medidas se clasifican en ordinarias y extraordinarias. Se consideran medidas comunes de atención a la diversidad todas las que faciliten la adecuación del currículo prescriptivo, sin alteración significativa de sus objetivos, de los contenidos ni de los criterios de evaluación. Entre este tipo de medidas nos encontramos: adecuación de las estructuras organizativas, adaptación de las programaciones didácticas, el empleo de metodologías innovadoras, el refuerzo de contenidos curriculares por profesores de apoyo o las adaptaciones de la temporalización entre otras. Por la contra, las medidas extraordinarias de atención a la diversidad son todas las dirigidas a dar respuesta a las necesidades educativas del alumnado con necesidad específica de apoyo educativo que pueden requerir modificaciones significativas del currículo común y/o suponer cambios esenciales en el ámbito organizativo, así como, de ser el caso, en los elementos de acceso al currículo o en la modalidad de escolarización. Entre ellas se encuentran: las adaptaciones curriculares, las repeticiones o las flexibilizaciones de la etapa educativa, el refuerzo curricular por especialistas de pedagogía terapéutica o los programas de diversificación curricular entre otros.

Normalmente el apoyo que recibe el alumnado en riesgo de exclusión se centra en el refuerzo de los contenidos curriculares cuando reciben medidas ordinarias, y en adaptaciones curriculares o en un refuerzo del especialista en pedagogía terapéutica (PT) como medidas extraordinarias. Por tanto, la atención se centra en un refuerzo sin especialización y que en la mayoría de las ocasiones no se realiza por profesores especializados en matemáticas (Fontao y Suárez, 2012). Sin embargo, en muchos casos este tipo de actuaciones no producen el resultado deseado. Es necesario por tanto ensayar nuevas formas de dar respuesta a las necesidades presentadas por este tipo de alumnado. De esta necesidad surgen propuestas, como la que presentamos en esta tesis doctoral, que tienen en cuenta el incentivo del estímulo a través de actividades motivadoras, con la intención última de mejorar la motivación hacia la disciplina, las matemáticas en este caso, y que esto implique una mejorara en el rendimiento académico (Miñano y Castejón, 2011).

1.1.3.2. La respuesta educativa al alumnado en riesgo de exclusión social

Los diferentes textos legales publicados en España en los últimos años, la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006, la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) del 2013 y la Ley Orgánica por la que se Modifica la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) del 2020; recogen que la inclusión educativa y la equidad son dos de los principios generales del sistema educativo y por tanto de las prácticas educativas que se lleven a cabo. La equidad hace referencia al acceso de todo el alumnado a una educación de

calidad a través de la inclusión, entendida esta como un proceso de ayuda para superar los obstáculos que limitan la presencia, la participación y los logros de los estudiantes. Este término se comienza a desarrollar en los currículos europeos desde la publicación de Index for Inclusión (Booth y Ainscow, 2002), un informe en donde se da un paso más allá en la educación especial hablando de un modelo integrador en que solo se propone compartir el mismo ambiente y la misma organización para toda el aula a uno dónde el alumnado realiza las mismas actividades que los demás, pero adaptadas a sus necesidades de enseñanza y aprendizaje.

La educación inclusiva es el modelo que busca atender las necesidades de aprendizaje de todos los niños, jóvenes y adultos con especial énfasis en aquellos que son vulnerables. En este sentido en los Objetivos de Desarrollo Sostenible (Gil, 2018) recogen específicamente en el número cuatro que se garantizará una educación inclusiva, equitativa y de calidad que permita promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos. Teniendo esto en cuenta, una educación inclusiva tiene que diseñar actividades en las que las diferencias actúen como elemento enriquecedor. Para ello autores como Ainscow (2017) realizan propuestas en las que determinan qué principios delimitarán si una práctica es inclusiva o no. Ello no significa que todos los alumnos deban participar de la misma manera, sino que debe ofrecerse un abanico suficientemente amplio de posibilidades, que permita esta participación a todos y cada uno de los alumnos respetando sus capacidades y potencialidades. La última condición hace referencia al progreso en el aprendizaje, ya que en cualquier proceso educativo se requiere necesariamente que todos los alumnos en todas las experiencias, actividades y situaciones planteadas alcancen un aprendizaje óptimo, aunque no sea necesariamente el mismo para todos y cada uno de los alumnos.

En relación con el alumnado en riesgo de exclusión social, este muestra dificultades en el ámbito escolar debido a causas totalmente externas. Según Guasch y Ponce (2005) las situaciones de riesgo tienen un componente contextual (familia y entorno) y otro componente personal, que han de ser contemplados en cualquier intervención profesional. Con respecto al componente contextual, el riesgo de exclusión social del niño o adolescente está estrechamente ligado a aspectos sociales, como el entorno social en el que vive, pero también resulta determinante el ámbito familia (Álvarez y Berástegui, 2006). Las situaciones de desatención o violencia familiar en estas edades, junto a la exposición a riesgos relacionados con su incremento de autonomía, estilos de vida y situaciones sociales, son factores que contribuyen al riesgo de exclusión y favorecen de esta manera el fracaso académico (Vermunt y Donche, 2017). Con respecto al fracaso escolar de este tipo de alumnado, Melendro et al. (2014) señalan 4 aspectos relevantes que se producen en su

proceso educativo y que marcan esta tendencia: el abandono, la repetición de curso, el cambio de centro y la baja autoestima en cuanto a la capacidad para el estudio.

Atendiendo a lo anterior, la respuesta educativa que se ofrezca desde la escuela debe estar adaptada a este tipo de situación que vive el alumnado en riesgo de exclusión social. En consecuencia, ninguna circunstancia personal o social puede ser motivo de discriminación alguna a la hora de organizar la atención educativa del alumnado, por lo que los centros educativos deberán ofrecer una respuesta que compense las diferencias individuales de todo el alumnado, en el marco de los principios de normalización e inclusión (González y Pino, 2016).

Como se puede observar, la respuesta educativa que recibe este tipo de alumnado es igual que la dirigida a otro alumno con cualquier otra NEAE. Por lo tanto, es necesario dar otro tipo de respuestas educativas que ayuden a este alumnado a motivarse y evitar su fracaso escolar. Una posible respuesta educativa que integre los principios inclusivos citados la encontramos en el enfoque denominado Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), desarrollado por el Center for Applied Special Technology (CAST, 2011). El Diseño Universal de Aprendizaje promueve la inclusión de características de accesibilidad en entornos, productos y servicios desde el momento inicial de su concepción, siguiendo una estrategia proactiva y con el objetivo de mejorar el acceso en igualdad de oportunidades para todos los ciudadanos (Pastor, 2018). El DUA es un modelo de enseñanza que tiene en cuenta la diversidad del alumnado y cuyo objetivo es lograr una inclusión efectiva, minimizando así las barreras físicas, sensoriales, cognitivas y culturales que puedan existir en un aula para favorecer la igualdad de oportunidades (Pastor et al., 2014). Pone el foco de atención en el diseño del currículo escolar para explicar por qué hay alumnos que no llegan a alcanzar los aprendizajes previstos, dotándolo de una mayor flexibilidad al currículo, a los medios y a los materiales, de modo que todo el alumnado pueda acceder al aprendizaje.

1.2. MATEMÁTICAS Y ENFOQUE STEAM

1.2.1. Enfoque STEAM


Como consecuencia de las recomendaciones europeas, los currículos actuales resaltan la importancia de la adquisición y desarrollo del aprendizaje por competencias en todas las áreas de conocimiento, entre las que se encuentra las matemáticas (Consejo de la Unión Europea, 2018). El desarrollo de este modelo competencial de enseñanza y aprendizaje ha

fomentado el uso de metodologías activas para garantizar una formación permanente de la ciudadanía (López-Pastor, 2011; Paños-Castro, 2017). Una de las metodologías más utilizadas para trabajar las matemáticas en la actualidad es el aprendizaje basado en proyectos STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, y Matemáticas por sus siglas en inglés). El concepto surgió como respuesta a una creciente demanda formativa ante un futuro de constantes cambios tecnológicos. En concreto se promueve, prácticamente a nivel mundial, una formación competencial del alumnado en las disciplinas STEM que permita hacer frente a las necesidades actuales y futuras de la sociedad (Niss et al., 2017). En el último decenio se ha substituido la palabra STEM por STEAM, porque se ha considerado conveniente agregar “A” de “Arte” en dichos proyectos. La incorporación del arte facilita el diseño, crea productos y ofrece soluciones innovadoras que impulsan la sociedad (Segarra et al, 2018). Así el término STEAM, es una construcción relativamente nueva en el campo de la educación. En los últimos años se ha abogado por incorporar la A de Artes, para facilitar contextos reales más amplios en los que sustentar la resolución de problemas y en los que se incorporen las artes plásticas, las ciencias sociales y las humanidades (Diego-Mantecón et al., 2021a). Con este enfoque se busca potenciar la creatividad, la ética, la estética, la innovación y el conocimiento intercultural (Chu et al., 2019). Diversos investigadores (Segarra et al, 2018, McDonald y Wise, 2018) se refieren a STEAM como un movimiento, lo que refleja el aumento del interés en enfoques pedagógicos que pueden traer promesas de innovación y bienestar social a través de la renovación de la educación. A día de hoy no existe un consenso sobre si una práctica STEAM o STEM debe combinar dos (o más) disciplinas (Carmona et al., 2019) de forma integrada. Ciertamente, esto depende de los objetivos propios de la actividad, del contexto educativo y curricular en la que se va a implementar, así como de la formación académica de los docentes y las características de los estudiantes que la van a desarrollar. Esta metodología permite integrar contenidos de las materias para formar a ciudadanos competentes capaces de afrontar los retos de la sociedad (Acar et al., 2018; Maass et al., 2019), reduciendo la brecha entre las competencias adquiridas bajo un enfoque tradicional y las que demanda el contexto profesional actual (Jang, 2016; Ward et al., 2014). La educación STEAM promueve la integración y el desarrollo de las materias científico-técnicas en un único marco interdisciplinar. Plantea un enfoque didáctico que tiene como objetivo garantizar la transversalidad del proceso de enseñanza y aprendizaje a través de disciplinas que se consideran imprescindibles para el desarrollo integral de los individuos en el contexto local y global actual. El objetivo de la educación STEAM es preparar a los estudiantes para un futuro en el que estas disciplinas sean cada vez más importantes. El planteamiento pedagógico de la educación STEAM fomenta el pensamiento crítico, la creatividad y la innovación, así como la colaboración y el

trabajo en equipo. Se favorece así el desarrollo de un perfil flexible, resolutivo y motivado que permita que el estudiante transfiera sus aprendizajes a nuevas situaciones y contextos relevantes.

El aprendizaje basado en proyectos STEAM se ha centrado fundamentalmente en fomentar el desarrollo de la competencia científico-matemática. Las iniciativas o proyectos educativos que responden a esta denominación pretenden aprovechar los puntos en común de estas cuatro materias para desarrollar un enfoque interdisciplinario del proceso de enseñanza y aprendizaje, incorporando contextos y situaciones de la vida cotidiana, y utilizando herramientas tecnológicas. Con ello, el enfoque STEAM propone acercar el conocimiento de este ámbito a la realidad del alumnado con un triple objetivo encadenado: (1) vencer la desmotivación creándole interés por el mundo en el que vive, (2) repercutir directamente en su rendimiento académico y (3) fomentar las vocaciones científicas (Manassero y Vázquez, 2020; Stohlmann et al., 2012). La iniciativa STEAM se está desarrollando en distintos países de diversas formas y en España, comienza a hacerse presente a través del desarrollo de las investigaciones y de la aparición de diferentes prácticas educativas (Manassero y Vázquez, 2020). El planteamiento de metodologías activas desarrolla en el estudiante las habilidades necesarias para posibilitar la implementación de las herramientas y el conocimiento aprendido en clase en su vida, y buscan contribuir con la reflexión acerca de lo aprendido mediante este proceso interactivo y multidireccional.

Las orientaciones internacionales contemporáneas sobre educación matemática aseguran que es necesario trabajar las matemáticas de forma conectada e interdisciplinar, por lo que la educación STEAM se convierte en un escenario idóneo para dar respuesta a este planteamiento en el que las conexiones matemáticas adquieren especial relevancia. El enfoque integrado de las disciplinas STEAM nace como consecuencia de cambios significativos en la sociedad. En las últimas dos décadas, se han dado numerosos cambios, tanto en España como a nivel mundial, que están teniendo un impacto notorio en nuestra forma de relacionarnos, de trabajar, y por lo tanto de aprender (Consejo de la Unión Europea, 2018). La metodología STEAM incluye dos o más disciplinas conjuntamente para fomentar las competencias, mejorando la actitud del alumnado hacia los contenidos y resultando más motivadoras y receptivas puesto que les resultan contenidos atractivos e interesantes. En la coordinación, las materias se organizan simultáneamente para que durante el aprendizaje surjan conexiones espontáneas entre los contenidos (McDonald y Wise, 2018).

 Este modelo de educación provee una aproximación interdisciplinar integrada conectada con el mundo real. El vínculo entre arte y matemáticas permite el diseño de

conexiones curriculares hasta el momento consideradas incompatibles, estableciendo un conjunto de nuevas relaciones entre competencias y temas del currículum. Así, las matemáticas pueden trabajarse en conexión con las ciencias, la tecnología, la ingeniería, el arte, etc., dando lugar a la educación STEAM. Se asume, de acuerdo con Couso (2017), que la educación STEAM debe focalizarse también en promover la alfabetización de todos los estudiantes como un valor personal en sí mismo, con el propósito de proporcionarles herramientas que les permitan identificar y aplicar, tanto los conocimientos clave como las formas de hacer, pensar, hablar y sentir.

La inserción de las metodologías activas como la STEAM, son de gran importancia en la actual era, ya que ayuda al desarrollo del pensamiento de los estudiantes promoviendo entornos de prácticas educativas inclusivas. Las competencias STEAM son un eje conductor que permite precisamente integrar diferentes áreas del conocimiento, desarrollando el pensamiento crítico y creativo. Pues, ha sido adoptada con éxito en diferentes países del mundo, gracias a su flexibilidad y a la posibilidad de utilizarla valiéndose de las herramientas que hay en cada contexto y que en su mayoría están al alcance de todos. También es una metodología basada en el que aprende, el educando, que le ayudará en la indagación, la experimentación y a describir fenómenos y situaciones (Colucci- Grey et al., 2019 y Acar et al., 2018). En educación primaria existen varios estudios que integran el desarrollo de varias competencias a través de metodologías activas (Martín y García, 2018). Sin embargo, en la etapa de educación secundaria son escasos los proyectos que abordan conjuntamente tres o más competencias. Es decir, en esta etapa educativa no se ha hecho un intento por acometer un desarrollo integral de las competencias.

1.2.2. STEAM y matemáticas

El aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en muchas ocasiones en algo difícil para los estudiantes considerándola una de las asignaturas más complicadas. El aprendizaje de matemáticas es importante porque aporta una comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible (LOMLOE, 2020). Para eso hay que mostrar al alumnado nuevos enfoques y métodos que ayuden a mejorar su interés y les aporten valores como el trabajo colaborativo e integrado. La metodología STEAM ofrece al alumnado la posibilidad, por eso son cada vez más los proyectos que surgen entorno a este enfoque. En los últimos años son diversas las investigaciones realizadas sobre la influencia del enfoque STEAM sobre los procesos de aprendizaje de las

matemáticas. En España uno de los proyectos más relevantes llevados a cabo en sentido son los proyectos STEAM con formato KIKS coordinados por el grupo Open STEAM (Diego-Mantecón et al., 2021). Este grupo desenvuelve proyectos con el enfoque STEAM que se desarrollan en eventos educativos como ferias de la ciencia o conferencias (Istúriz et al., 2017; Ortiz-Laso, 2020) después de realizar diferentes actividades coordinadas en los centros educativos. Las ideas llevadas a cabo en este tipo de proyectos surgen de los propios participantes, de una necesidad del centro educativo o de la región en la que viven, así como de un problema de actualidad que está teniendo lugar en alguna parte del mundo y necesita respuesta. Así se realiza una solución a través de un proyecto interdisciplinar en donde la disciplina dominante son las matemáticas, haciendo los conceptos y procedimientos matemáticos sean el punto de partida sobre el que se desarrolla el proceso de resolución. Los proyectos varían en complejidad y tiempo de ejecución, de acuerdo con la disponibilidad de los participantes. Como resultado de la participación en varios proyectos internacionales y nacionales que promueven la educación STEAM (p. ej., KIKS, STEMforYouth, Mathematics EduLarp, STEAMTeach, EAMARE-STEAM o AuthOMath), el Open STEAM ha realizado varios estudios con el objetivo de evaluar el aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque integrado del contenido (Diego-Mantecon et al., 2022). La mayoría de estos estudios se han llevado a cabo en las aulas de educación secundaria, aunque también se realizaron implementaciones en primaria e infantil. La muestra ha sido variada integrando a estudiantes de rendimiento académico alto, medio y bajo, participando también sujetos con dificultades de aprendizaje, con problemas de conducta, y en riesgo de abandono escolar. Los resultados obtenidos de estos proyectos interdisciplinarios potencian más el aprendizaje de las matemáticas facilitando un mejor proceso de adquisición de los contenidos trabajados. Además, tienden a potenciar principalmente la investigación y el diseño, y potencian el desarrollo del pensamiento matemático como recoge la LOMLOE.

El estudio realizado por Diego Mantecon et al., (2021) muestra que, hasta el momento de publicación de la investigación, en los últimos años se llevaron a cabo 25 proyectos con énfasis en matemáticas (de 41 intentos), y sólo 22 de estos proyectos resultaron promover algún tipo de demanda cognitiva y la mejora de la identidad matemática de los estudiantes. Aún así los proyectos STEAM, parecen ser una opción para que los profesores introduzcan las matemáticas escolares dentro de un aprendizaje integrado. Los estudios revelan que a nivel escolar los estudiantes el trabajo con este tipo de metodologías ayudan a consolidar las bases matemáticas necesarias para el aprendizaje de disciplinas relacionadas y, en consecuencia, para el acceso a carreras o profesiones STEM. Por lo tanto, se sugiere que la enseñanza tradicional con enfoques integrados de contenidos (interdisciplinarios o

transdisciplinarios) ayudan a producir una mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Chaaban, 2021). Los estudiantes deben poder aplicar las matemáticas en contexto, pero también deben conocer las reglas y procedimientos matemáticos necesarios para cumplir con este primer requisito. Incorporar en el plan escolar una materia STEAM, impartida por al menos dos profesores, puede ser un punto de partida (Diego-Mantecon et al., 2022).

Resulta importante destacar que en la aplicación de proyectos STEAM pone el foco de atención directamente en el profesorado. Los estudios muestran que los objetivos de aprendizaje se pueden lograr cuando los docentes reciben capacitación personalizada y asistencia sostenida en sus experiencias de proyecto. El profesorado debe conocer y manejar una serie de competencias como las matemáticas internas, las representaciones, el trabajo colaborativo, la identidad positiva y el modelado para poder llevar a cabo una experiencia de aprendizaje basada en el enfoque STEAM (Diego-Mantecón, 2021a).

1.2.3. Proyección del enfoque STEAM en el Curriculum

La renovación de las legislaciones educativas culminó con la incorporación del actual aprendizaje por competencias, en el que las matemáticas alcanzaron un mayor peso a nivel curricular, y que pretenden potenciar entre el alumnado las destrezas y habilidades necesarias para resolver problemas en la vida diaria (Nimo et al., 2019). De hecho, la matemática llegó a constituir una competencia básica necesaria a alcanzar durante la etapa de la Educación Primaria con la Ley Orgánica Educativa (LOE) de 2006. Mientras que la competencia matemática y la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico eran dos de las competencias básicas de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), a partir de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) se integran las competencias matemáticas y científicas en una sola recibiendo el nombre de competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. En la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE) se añade el término ingeniería, al pasar a denominarse competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (competencia STEM) que entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible. En concreto, dentro de esta competencia se recoge que al finalizar la enseñanza básica el alumnado debe ser capaz de desarrollar proyectos diseñando, fabricando y

evaluando, trabajando en grupo resolviendo todo tipo de dificultades (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022).

Con la publicación de la LOMLOE, el desarrollo curricular del área de Matemáticas se orienta a la consecución de la finalidad de la educación y presta una especial atención al desarrollo y la adquisición de las competencias clave conceptualizadas en el perfil de salida que el alumnado debe conseguir al finalizar cada una de las etapas educativas. El desarrollo curricular parte de la idea de que las matemáticas desempeñan un papel indispensable en nuestra sociedad, forman parte de nuestro patrimonio cultural y están presentes en cualquier actividad humana. Su carácter instrumental las vincula con la mayoría de las áreas de conocimiento: las ciencias de la naturaleza, la ingeniería, la tecnología, las ciencias sociales o el arte (música, arquitectura, cine...). Además, las matemáticas poseen un valor propio, constituyen un conjunto de ideas y formas de actuar que permiten conocer y estructurar la realidad, analizarla y obtener información nueva con conclusiones que inicialmente no estaban explícitas. Las matemáticas que se recogen en los contenidos de las distintas etapas recogen características como el dominio del espacio, el tiempo, la proporción, la optimización de recursos, el análisis de la incertidumbre o el manejo de la tecnología digital; promueven el razonamiento, la argumentación, la comunicación, la perseverancia, la toma de decisiones o la creatividad. Además, en las directrices curriculares de la LOMLOE (2020) se recoge específicamente que en la era de la información y de la comunicación cobran especial interés las habilidades en el manejo y gestión de datos y de la información, así como el pensamiento computacional; siendo las matemáticas las que contribuyen al desarrollo de ambos. Juegan un papel esencial ante los actuales desafíos sociales y ambientales a los que el alumnado tendrá que enfrentarse en su futuro, como instrumento para analizar y comprender mejor el entorno próximo y global, los problemas sociales, económicos, científicos y ambientales.

Consecuentemente con todo lo anterior, la propuesta curricular del área de matemáticas de las distintas etapas educativas establece unas enseñanzas con las que se persigue alcanzar, por una parte, el desarrollo máximo de las potencialidades en todo el alumnado desde una perspectiva inclusiva, al tiempo que fomenta el interés por las matemáticas.

Uno de los cambios más relevantes que propone a nivel curricular la LOMLOE en el área de matemáticas es su organización en 5 procesos matemáticos: destrezas socioemocionales, resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, y comunicación y representación. La resolución de problemas y las destrezas

socioemocionales constituyen los ejes fundamentales del aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto, ha de ser prioritario su enseñanza frente a otros aspectos en cuanto al tiempo y la atención que requerirá su abordaje en el aula. Las destrezas socioemocionales contribuyen de forma fundamental a la finalidad de la educación al trabajar todos los aspectos relacionados con la convivencia y el bienestar emocional del alumnado, al mismo tiempo que ayudan a mejorar el rendimiento y a potenciar la igualdad.

Los contenidos curriculares que se recogen en la LOMLOE se estructuran en seis sentidos alrededor del concepto de sentido matemático e integran un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes diseñados de acuerdo con el desarrollo evolutivo del alumnado:

- El sentido numérico se caracteriza por el desarrollo de habilidades y modos de pensar basados en la comprensión, la representación y el uso flexible de números y operaciones.
- El sentido de la medida se caracteriza por comprender y comparar atributos de los objetos del mundo natural, entender y elegir las unidades adecuadas para estimar, medir y comparar; usar instrumentos adecuados para realizar mediciones y comprender las relaciones entre magnitudes utilizando la experimentación.
- El sentido espacial es fundamental para comprender y apreciar los aspectos geométricos del mundo, identificar, representar y clasificar figuras, descubrir sus propiedades y relaciones, describir sus movimientos y razonar con ellas.
- El sentido algebraico y pensamiento computacional proporciona el lenguaje en la que se comunican las matemáticas, así como la necesaria y progresiva traducción del lenguaje oral o escritura al lenguaje matemático. Reconocer patrones y relaciones entre variables, expresar regularidades o modelizar situaciones con expresiones simbólicas son sus características fundamentales. El pensamiento computacional permite secuenciar en pasos sencillos una situación compleja.
- El sentido estocástico se orienta hacia el razonamiento y la interpretación de datos, la valoración crítica y la toma de decisiones a partir de información estadística, además de la comprensión y comunicación de fenómenos aleatorios en situaciones de la vida cotidiana.

- El sentido socioemocional integra conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para entender las emociones y los valores de respeto, igualdad y resolución pacífica de conflictos, así como el de la perseverancia o la asunción del error como parte del aprendizaje. Manejar correctamente estas habilidades mejora el rendimiento del alumnado en matemáticas, fomenta actitudes positivas hacia ellas, contribuye a erradicar ideas preconcebidas relacionadas con el género o el mito del talento innato indispensable y promueve un aprendizaje activo y vivo. En este sentido la convivencia y el trabajo en equipos heterogéneos, mixtos y diversos serán claves para adquirir un conjunto de habilidades y destrezas que fomenten los valores de respeto y resolución pacífica de conflictos, principios básicos para formar una ciudadanía tolerante y respetuosa con las diferencias que convive en igualdad.

También en las directrices curriculares propuestas por la LOMLOE se recoge que serán necesarias metodologías (pequeños proyectos, aprendizaje basado en problemas, método de casos, planes de trabajo, tareas complejas...) que favorezcan la integración de áreas, la visión global de los sucesos, la investigación, el manejo de diversos recursos y fuentes, el intercambio respetuoso de ideas, la comparación de estrategias, la convivencia, la cooperación y la autorregulación del aprendizaje.

La educación matemática, recogida en el currículo oficial a través de la explicitación de la competencia STEM, subraya una serie de subcompetencias, todas ellas básicas para un aprendizaje eficaz de la matemática. Entre otras, las siguientes: competencia de resolución de problemas, competencia en el conocimiento y manejo de elementos matemáticos básicos, competencia crítica, competencias informativas, argumentativas y comunicativas y las competencias afectivas o emocionales y actitudinales (Beltrán Pellicer y Alsina, 2022). Para ello el área de matemáticas se debe constituir un contexto de aprendizaje presentando retos al alumnado que los resolverá manipulando, simulando, hipotetizando, contrastando, compartiendo, imaginando, observando o creando. (Rojas - Gomez et al., 2021).

En el ámbito de la educación matemática se ha producido una transformación de los currículos desde una visión tradicional orientada a la adquisición de contenidos hacia un enfoque renovado cuya finalidad es el desarrollo progresivo de la competencia matemática. Este cambio de orientación responde a la necesidad de alfabetizar a los estudiantes para que, más allá de saber resolver adecuadamente ejercicios que plantean los libros de texto, tengan habilidades para usar de manera comprensiva las matemáticas cuando las precisen. En otras palabras, se pretende que junto con el éxito académico, los estudiantes adquieran herramientas que les permitan desenvolverse de manera eficaz en todas las situaciones de la

vida cotidiana en las que las matemáticas sean necesarias. Hacer matemáticas debe ir más allá de memorizar contenidos y repetir algoritmos hasta mecanizarlos. Es necesario transmitir también una manera de hacer, unos procesos que estructuren el pensamiento y la actividad matemática y que, en definitiva, den sentido a los contenidos. Por ello, la didáctica de las matemáticas ha evolucionado hacia una concepción competencial, donde el ambiente de resolución de problemas invite a los alumnos a investigar, conectar ideas, conjeturar, argumentar y discutir para encontrar soluciones.

1.3. EL DOMINIO AFECTIVO EN MATEMÁTICAS

Las actuales leyes educativas y las recientes investigaciones en educación matemática nos muestran la relevancia de conocer la influencia que tiene el dominio afectivo sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con la publicación de la LOMLOE se recoge específicamente en el artículo 12 punto 6 la relación del dominio afectivo y las matemáticas: *“los métodos de trabajo se basarán en las experiencias de aprendizaje emocionalmente positivas, las actividades y el juego y se aplicarán en un ambiente de afecto y confianza, para potenciar su autoestima e integración social y el establecimiento de un apego seguro”*. Bajo esta premisa todo maestro debe conocer cuáles son los elementos clave que puedan estimular a su alumnado para que tenga un interés real por el aprendizaje de las matemáticas, teniendo en cuenta estas cuestiones tanto a la hora de diseñar una situación didáctica como en el momento de implementarla. Las creencias, las actitudes y las emociones de las personas implicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, esto es, tanto el docente como el alumnado, y la avalada repercusión que esta afectividad tiene en los resultados del proceso educativo (Gómez-Chacón, 2000; Marbán et al., 2020). Existen numerosas publicaciones que hacen hincapié en la necesidad de prestar atención a las estrategias didácticas de esta disciplina puesto que comprometerán en gran medida el éxito o fracaso de ese proceso instruccional (Boaler, 2016; Gil et al., 2006; Godino, 2013; Gómez-Chacón, 2000 y Núñez et al., 2005).

La influencia del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una línea de investigación consolidada en educación matemática. Sin embargo, como advierten Grootenboer y Marshman (2016) o Grootenboer y Attard, (2012) ha habido una falta de claridad sobre la naturaleza del afecto, así como sobre los términos utilizados para explicarlo desde los diferentes marcos teóricos. De todos modos, existe cierto consenso sobre la partición básica del dominio afectivo en emociones, actitudes y creencias (McLeod, 1992), tres facetas interrelacionadas cuya principal diferencia es la intensidad y la

estabilidad, así como su relación con la cognición. Otros autores añaden otras facetas con el fin de proporcionar modelos más adecuados a los objetivos de su investigación. Por ejemplo, DeBellis y Goldin (2006) consideran que los valores se refieren a compromisos profundos acariciados por individuos que ayudan a establecer prioridades y opciones a corto plazo y que también pueden estar altamente estructurados.

De todos modos, la mayoría de los investigadores aceptan las emociones, actitudes, creencias y valores como componentes clave del dominio afectivo en la educación matemática y los utilizan para estudiar las interacciones entre la cognición, el afecto matemático, los procesos de enseñanza y aprendizaje, la resolución de problemas, el logro y el comportamiento (Grootenboer y Marshman, 2016; Pepin y Roesken-Winter, 2015). Una de estas interacciones es la mediación de las creencias en el aprendizaje mismo, ya que estas pueden considerarse también como una forma de conocimiento subjetivo y, por tanto, pueden interpretarse como un nexo entre los dominios cognitivo y afectivo. Además, también existen complejas interacciones entre las creencias de profesores y estudiantes, particularmente en los enfoques de resolución de problemas y la mediación de las TIC (Depaepe et al., 2015; Gómez-Chacón, 2011).

El dominio afectivo está fuertemente relacionado con el dominio cognitivo, formando un sistema difícil de separar, y su impacto en él es determinante en el proceso de aprendizaje (Beltrán-Pellicer y Godino, 2020; DeBellis y Goldin 2006; Gómez-Chacón, 2000; Solla, 2013; Villar-Aldonza y Gambau-Suelves, 2020). Investigaciones sobre rendimiento en matemáticas señalan que muchos de los problemas relacionados con el fracaso en esta materia se deben a la falta de ánimo y motivación de los estudiantes, quienes no perciben las tareas matemáticas como agradables o estimulantes (Cueli et al., 2014; Gómez-Chacón, 2000; Lamana-Selva y De-La-Peña, 2018; Lomibao et al., 2016).

Los malos resultados del rendimiento académico en matemáticas son una de las cuestiones actuales más analizada por muchos investigadores a nivel mundial. (Boaler, 2016; Gamboa-Araya, 2016; Núñez et al., 2005). Si bien es cierto que la materia en sí presenta una dificultad intrínseca por su carácter abstracto, los estereotipos que se han creado en torno a ella no ayudan a promover una visión positiva y atractiva que favorezca los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los prejuicios que se han ido adquiriendo a lo largo de los años respecto a esta ciencia están tan arraigados en el entorno familiar y escolar que es inevitable que influyan de forma negativa en los estudiantes (Gamboa-Araya, 2016).

Autores como Gil et al. (2016) señalan que los comentarios negativos sobre las matemáticas, las malas experiencias y los sentimientos de fracaso en el entorno estudiantil (tanto docente como no docente) crean un clima poco propicio para el aprendizaje de la materia. Todo esto no ha pasado desapercibido para muchos investigadores en educación matemática, habiéndose incrementado los estudios centrados en aspectos afectivos en los últimos treinta años (Gómez-Chacón y Marbán, 2019). La investigación de McLeod (1989) se encuentra entre las pioneras en abordar lo que se conoce como dominio afectivo. Hasta ese momento, los trabajos existentes se habían centrado en las actitudes hacia las matemáticas, en lugar de describir y analizar los componentes del dominio afectivo (McLeod, 1992).

Esto puede ser debido a que, históricamente, el aprendizaje de las matemáticas fue visto como una tarea esencialmente cognitiva. Esta disciplina fue considerada como puramente racional, donde las emociones no tenían cabida (McLeod, 1992). Por este motivo, existen numerosas investigaciones en el campo de las matemáticas en las que se abordan aspectos cognitivos, dejando relegados a uno segundo plano los estudios relacionados con factores afectivos o las interacciones cognitivo-afectivas (DeBellis y Goldin, 2006). Sin embargo, hoy en día el dominio afectivo es considerado un factor de especial relevancia que influye en la calidad del aprendizaje de las matemáticas. Pese a esto, los logros académicos de los aspectos cognitivos de los estudiantes suelen emplearse para medir el aprendizaje (Gómez-Chacón, 2000).

1.3.1. Componentes del Dominio Afectivo

En el campo de la investigación en educación matemática no existe un consenso ni una definición clara de qué es el afecto o dominio afectivo. Este trabajo utiliza el propuesto por McLeod (1992) y Gómez-Chacón (2000), quienes consideran el dominio afectivo como una amplia gama de creencias, actitudes y emociones (Figura 1), que generalmente van más allá del dominio de la cognición. Por tanto, para estos autores las creencias, actitudes y emociones constituyen los subconjuntos descriptivos del dominio afectivo, ya que describen una amplia gama de respuestas afectivas hacia las matemáticas (McLeod, 1992).

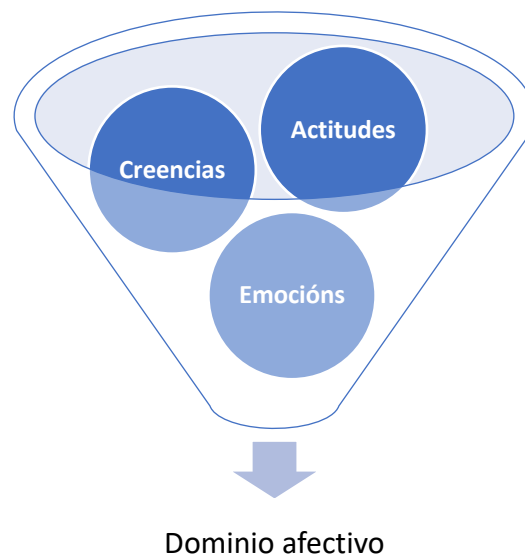


Figura 1. Descriptores básicos do dominio afectivo. Elaboración propia.

Las *creencias matemáticas* forman parte del conocimiento subjetivo del individuo, basado en su propia experiencia, sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Gil et al., 2005; Gómez-Chacón, 2000). Las creencias se definen por las experiencias y conocimientos subjetivos tanto del alumno como del profesor. Según Marbán et al. (2020), las creencias se componen de elementos afectivos, evaluativos y sociales dotados de gran estabilidad. McLeod (1992) establece cuatro categorías de creencias en función de su objeto (Figura 2).

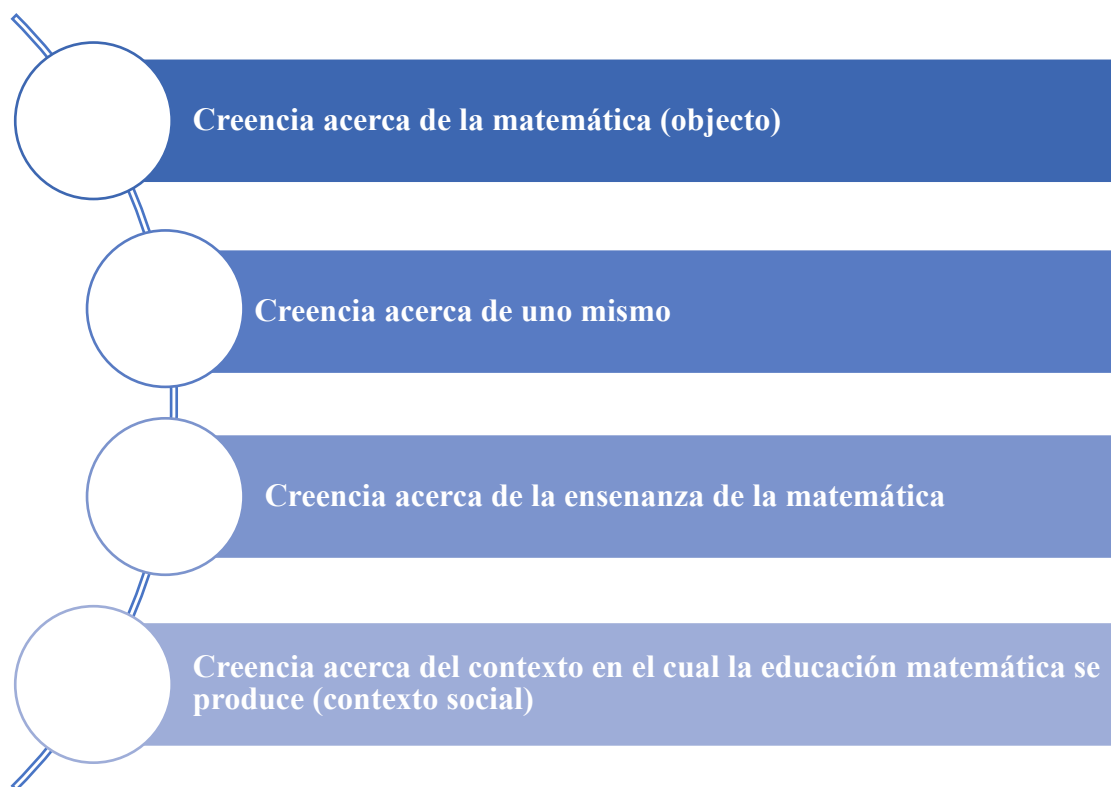


Figura 2. Categorías de las creencias en educación matemática segundo McLeod (1992).
Elaboración propia

Las categorías que influyen más directamente en los procesos de aprendizaje de las matemáticas son las dos primeras. Aunque la creencia sobre las matemáticas implica un pequeño componente afectivo, constituye una parte importante del contexto en el que se desarrolla el afecto (McLeod, 1989). La confianza en uno mismo (del alumno o del profesor) tiene un mayor componente afectivo. Esta última categoría incluye creencias relacionadas con la confianza, el autoconcepto y la atribución causal del éxito y fracaso escolar (Gil et al., 2005; Gómez-Chacón, 2000).

La actitud es la predisposición positiva o negativa que define las intenciones personales e influye en el comportamiento (Gómez-Chacón, 2000; Marbán et al., 2020). Ejemplos de actitudes hacia las matemáticas pueden ser el gusto por la geometría, la curiosidad por la topología o el aburrimiento del álgebra (McLeod, 1992). Según Gil et al. (2005) y Gómez-Chacón (2000), si el objeto es la matemática se pueden distinguir dos categorías (Figura 3).

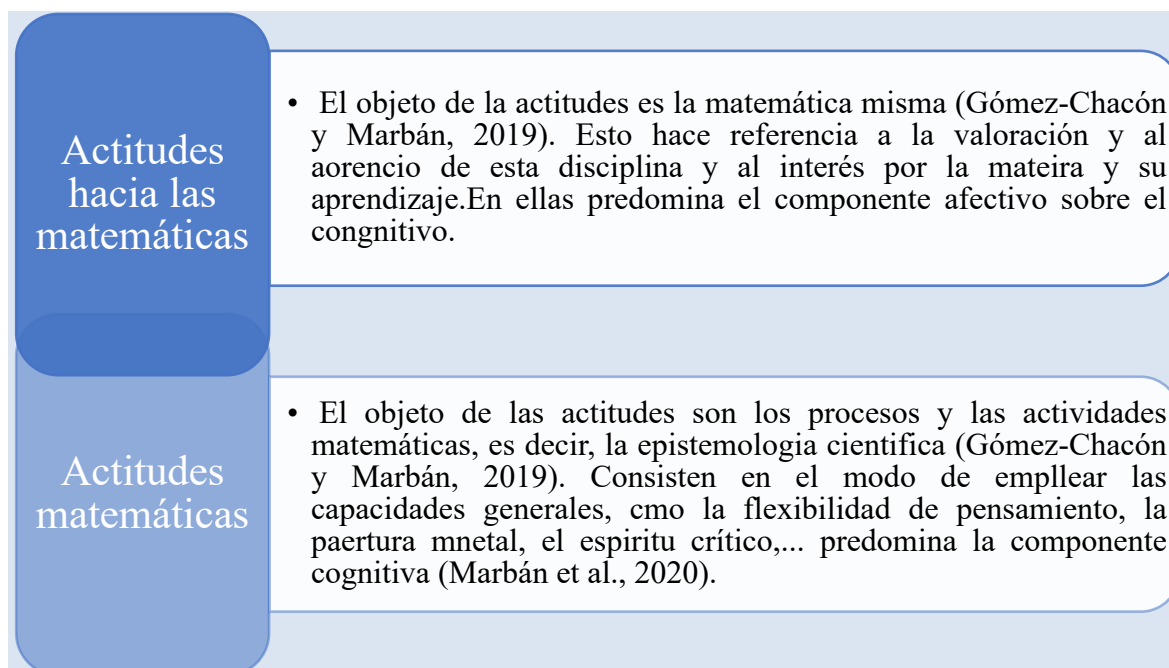


Figura 3. Categorías de las actitudes. Elaboración propia.

Muchos estudiantes que tienen actitudes positivas hacia las matemáticas muestran su preocupación por brindar experiencias de calidad en la enseñanza de esta ciencia (Young-Loveridge, 2010). Además, este autor afirma que algunos estudiantes, a pesar de presentar actitudes negativas hacia las matemáticas, muestran cierto entusiasmo por aprender.

Las *emociones* son cambios rápidos en los sentimientos que surgen como respuesta a un evento que tiene un significado positivo o negativo para los individuos (Gómez-Chacón, 2000; Marbán et al., 2020). Son respuestas organizadas más allá de la barrera de los sistemas psicológicos, incluidos los sistemas fisiológico, cognitivo, motivacional y experimental (Gil et al., 2005). Según Gómez-Chacón (2000), las emociones tienen una alta carga afectiva y son resultado de tres factores: aprendizaje, influencia social e interpretación. Diversos autores (Gil et al., 2005; Gómez-Chacón, 2000; McLeod, 1992) señalan la escasa existencia de estudios relacionados con el campo de las emociones. La falta de atención a este componente del dominio afectivo puede deberse a diferentes causas, entre las que se encuentra no disponer de instrumentos adecuados para su diagnóstico y que faciliten su medición. Según McLeod (1992), la investigación afectiva se ha centrado en otros factores actitudinales más estables, que pueden medirse mediante cuestionarios.

El dominio afectivo de los estudiantes es un aspecto de vital importancia para comprender su comportamiento hacia las matemáticas (Gil et al., 2005). Como afirman estos autores, la relación entre afectos (creencias, actitudes y emociones) es cíclica, ya que las

experiencias vividas durante el aprendizaje de las matemáticas provocan diferentes emociones en los estudiantes e influyen en la formación de creencias (Gil et al., 2005; Gómez-Chacón, 2000). A su vez, estas creencias tienen un impacto en el comportamiento de los estudiantes hacia el aprendizaje y en su capacidad para aprender. El papel de las creencias es central en el desarrollo de respuestas actitudinales y emocionales hacia las matemáticas (McLeod, 1992).

Por tanto, queda claro que las creencias, actitudes y emociones juegan un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, y también es innegable su importancia en los procesos instruccionales (Gil et al., 2005; McLeod, 1992). El dominio afectivo de los docentes tiene un impacto directo en sus alumnos, ya sea en sentido positivo o negativo (Bailey, 2014). Además, la forma de afrontar la práctica docente está condicionada en gran medida por las emociones de los docentes que la realizan, lo que repercute en los resultados del aprendizaje. A su vez, el apoyo emocional que los docentes brindan a sus estudiantes contribuye al desarrollo matemático de estos últimos (Sakiz et al., 2012).

1.3.2. El papel del dominio afectivo y el currículo oficial

Pese a que la importancia del dominio afectivo haya quedado refrendada, no ha sido hasta la aparición de la legislación educativa actual cuando se ha reconocido su relevancia. La LOMLOE, ya incluye el sentido socioemocional como un bloque de contenidos a tratar en la materia de matemáticas. Y así, respondiendo a la misma, el *Decreto 155/2022, del 15 de septiembre, por el que se establecen la ordenación y el currículum de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Galicia*, incluye entre sus líneas alusiones claras e inequívocas a la importancia de dichas habilidades socioemocionales entre el alumnado.

Por su parte, los contenidos del área de matemáticas se estructuran en seis sentidos, siendo el que nos ocupa y se mencionó anteriormente, el propio sentido socioemocional, que, según el propio texto del Decreto, integra conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para entender las emociones, los valores y los valores de respeto, igualdad y resolución pacífica de conflictos, así como el de la perseverancia o la asunción del error como parte del aprendizaje. De la misma forma, la propia legislación reconoce que, en este sentido, la convivencia y el trabajo en equipos heterogéneos, mixtos y diversos son claves para poder adquirir un conjunto de habilidades y destrezas que fomenten lo antes comentado.

En este sentido es inevitable vincular el dominio afectivo con metodologías de trabajo interdisciplinares, como puede ser el enfoque STEAM. En cuanto a la concepción de la

educación vista desde el enfoque STEAM, observamos que se considera como “*un elemento transformador de la educación al promover nuevos roles entre participantes*” a lo que añaden que supone un mayor acceso a recursos y la ampliación de espacios de interacción y colaboración para construir el conocimiento” (Saborío-Taylos y García-Borbón, 2021, p.2). Y es que, en definitiva, el enfoque metodológico STEAM persigue que el estudiante indague, se apropie, transmita y emplee concepciones y procesos propios de las áreas que la integran dentro de entornos que fomenten la colaboración y la inclusión.

Entre las principales ventajas que tiene la aplicación de la metodología STEAM, destacaríamos las aportaciones que hacen Cilleruelo y Zubiaga (2014), quienes destacan que integran las disciplinas frente a otras metodologías que las fragmentan, o las que hacen Saborío-Taylos y García-Borbón (2021), quienes consideran que esta metodología contribuye a empoderar al alumnado en las áreas científica y tecnológica. Por su parte, Van der Linde (2007), destaca el hecho de que se haga uso de manera integrada de la información, trabajando destrezas innovadoras y críticas. Además, Ortega et al. (2019) quienes consideran probada una mejora en la autoeficacia del alumnado y consideran con ello que contribuye a un aprendizaje más significativo.

En cuanto a la vinculación de este tipo de estrategias interdisciplinares con el dominio afectivo, se pueden observar resultados de investigaciones como las presentadas por Bogdan y Retana (2021) que reafirman que lo interdisciplinar tiene el potencial de mejorar el afecto hacia lo que se enseña. También destacan aportaciones como la de Mateos-Núñez et al. (2019) quienes resaltan la importancia de este tipo de didácticas activas en el aula por su gran afectividad entre el alumnado o la reflexión sobre la importancia del papel motivacional.

CAPÍTULO 2:

Marco Teórico

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

A lo largo de este capítulo se expondrán los supuestos y nociones teóricas que sustentan el desarrollo de este trabajo. Comenzaremos describiendo brevemente el Enfoque Ontosemiótico de Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS) como marco teórico del área de la Didáctica de las Matemáticas. En este marco se sitúa la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) que asumirá la fundamentación teórica de análisis a lo largo de la investigación. Se detallarán sus seis componentes junto con sus respectivos indicadores haciendo hincapié en aquellos componentes que tienen una conexión directa con los tres pilares descritos en la sección anterior.

2.1. MODELO ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO E INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS

El Modelo Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos es propuesto y desarrollado desde hace dos décadas por Godino y colaboradores (Godino, 2021; Godino y Batanero, 1998; Godino et al., 2005; Godino et al., 2006; Godino et al., 2007). El EOS tiene como objetivo explicar los fenómenos que ocurren en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas. Las bases propuestas por EOS permiten una comprensión más integral de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que otras perspectivas de investigación didáctica, que entienden que el conocimiento matemático puede resumirse en conceptos y procedimientos entendidos. El EOS es un sistema teórico modular e inclusivo para la educación matemática que viene desarrollando diversas herramientas para abordar los problemas de investigación que plantea la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2007; Godino et al., 2019). En este enfoque se considera pertinente y útil avanzar hacia la construcción de un marco teórico, que permita abordar de manera articulada los problemas epistemológicos, ontológicos, semiótico-cognitivos y educativos implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para el análisis de los procesos instruccionales se han introducido en el EOS dos herramientas específicas: significado y *configuración ontosemiótica de prácticas*, objetos y procesos. En el EOS la noción de práctica matemática es entendida como toda aquella acción que un determinado sujeto realiza para resolver un problema, comunicar y/o generalizar su solución y que por tanto constituye el punto de partida para analizar la actividad matemática. Consecuentemente, el significado de un objeto matemático se refiere a los sistemas de prácticas operativas y discursivas, que realiza una persona (significado personal), o que son compartidas en el seno de una institución (significado institucional), para resolver una situación- problema (Godino et al., 2007). En las prácticas matemáticas intervienen y emergen objetos matemáticos, de distinta naturaleza y función que se relacionan entre sí formando configuraciones ontosemióticas de prácticas, objetos y procesos. Los objetos matemáticos primarios, situaciones-problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, emergen de los sistemas de prácticas mediante los respectivos procesos matemáticos de problematización, comunicación, definición, enunciación, algoritmización y argumentación (Godino et al., 2007). También se pueden considerar otros procesos más generales (megaprocesos), como los de resolución de problemas, modelización, establecimiento de conexiones entre objetos y significados.

El EOS define idoneidad o idoneidad didáctica como el criterio sistémico que evalúa la pertinencia de un proceso de estudio en relación con el proyecto educativo del que forma parte. La concordancia entre los significados personales construidos por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos y/o implementados resulta ser el principal indicador empírico de esta dimensión (Godino et al., 2006).

Con base en los niveles de análisis anteriores, el resultado de este nivel de análisis constituye una síntesis final encaminada a identificar aspectos que revelen prácticas apropiadas, así como situaciones que podrían/deberían ser sujetas a ajustes en nuevas implementaciones de procesos de estudio similares.

Este nivel de análisis se obtiene mediante la introducción de seis criterios parciales, relacionados con las dimensiones que son a la vez características y condicionantes de cualquier proceso de enseñanza/aprendizaje, que permiten juzgar la adecuación didáctica de ese proceso bajo las siguientes dimensiones: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.

2.2. TEORÍA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

El enfoque de la Didáctica de las Matemáticas como ciencia del diseño está orientado al diseño de procesos y recursos para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En esta línea desde el marco del EOS surgió la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) (Godino, 2013; Godino et al., 2016; Godino et al., 2021, Godino et al., 2023). Esta teoría permite avanzar desde una didáctica descriptiva (describir, interpretar y/o explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje) hacia una didáctica normativa (evaluar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje) y fue creada a partir de la noción de idoneidad didáctica. Para el desarrollo de la noción de idoneidad didáctica se han tenido en cuenta las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas, los principios del NCTM (2000) y las aportaciones de diferentes enfoques teóricos en el campo de la educación matemática (Breda et al., 2018; Godino, 2013). El proceso de enseñanza y aprendizaje se considera adecuado cuando se logra un equilibrio entre los diferentes criterios de idoneidad. Este equilibrio implica que los criterios deben ser tomados en consideración de forma conjunta, dándole una ponderación específica a cada uno según el contexto en el que surge el proceso de enseñanza y aprendizaje y su relación con este proceso. Así, la noción de idoneidad atribuye un papel fundamental al contexto y, por tanto, la idoneidad didáctica de un proceso no depende únicamente del consenso previo en la comunidad, sino también, en gran medida, del conflicto que genera el criterio de idoneidad. con el contexto y con los demás criterios (Breda et al., 2018).

La Teoría de la Idoneidad Didáctica trata de explicar y entender la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ciertamente no existen recetas sobre cómo enseñar cada contenido matemático, pero esto no significa que sea imposible identificar ciertos conocimientos que permitan tomar algunas decisiones locales óptimas. En este apartado describimos estos aspectos para la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) (Godino, 2013; Breda et al., 2018), en la cual se incluye una manera específica de entender la calidad educativa. La TID adopta un enfoque global u holístico que trata de abarcar las diferentes dimensiones implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, sus relaciones con otras disciplinas y el contexto ecológico en que tienen lugar. La TID parte del concepto de idoneidad didáctica definido por Godino (2014) como:

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los

significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Dichos significados institucionales son representativos, así mismo, del significado global de referencia (p. 2).

Con este enunciado se describen las condiciones que debe reunir un proceso instruccional para que se le atribuya el valor de la idoneidad, el cual se liga inicialmente a la optimización o adecuación del acoplamiento entre las actividades de enseñanza y aprendizaje y la implementación de unas matemáticas ricas, teniendo en cuenta los múltiples factores que intervienen en dichos procesos. Con esto se pretende conseguir que los estudiantes aprendan las matemáticas que se pretende enseñar, siendo dichas matemáticas representativas del significado global de las mismas y teniendo en cuenta las circunstancias personales, contextuales y temporales. Esta formulación del criterio global de idoneidad en términos de las herramientas teóricas del EOS incorpora valores sociales de la enseñanza de las matemáticas, como son evitar el fracaso escolar y hacer un uso eficiente de los recursos disponibles.

2.2.1. Facetas de Idoneidad Didáctica

En la TID se ha propuesto tener en cuenta las siguientes seis dimensiones o facetas de un proceso instruccional, las cuales definen un Nivel I de análisis:

- *Faceta epistémica:* Significado institucional planificado o implementado para un determinado contenido matemático (problemas, procedimientos, conceptos, propiedades, lenguaje, argumentos) o alguno de sus diferentes significados parciales.
- *Faceta ecológica:* Relaciones del contenido con otros temas y con los entornos sociales, políticos y económicos que apoyan y condicionan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- *Faceta mediacional:* Recursos materiales y tecnológicos disponibles para la enseñanza y posibles formas de utilizarlos, así como el tiempo asignado al estudio.
- *Faceta interaccional:* Organización del discurso en el aula y las interacciones entre el profesor y los alumnos, dirigidas al logro de los objetivos educativos, teniendo en cuenta las dificultades de aprendizaje de los estudiantes y la negociación de significados.

- *Faceta cognitiva*: Niveles de desarrollo, comprensión y competencia matemática de los estudiantes (significados personales), dificultades y errores respecto al contenido pretendido.
- *Faceta afectiva*: Emociones, actitudes, creencias, valores, intereses y necesidades de los estudiantes respecto a los contenidos y al proceso de estudio.

La noción general de idoneidad didáctica requiere la articulación coherente de seis idoneidades parciales relativas a las facetas descritas. Estas pueden ser refinadas a partir de los componentes que proporcionan las diversas herramientas elaboradas en el EOS. La optimización conjunta de las idoneidades es muy diferente en función de los contextos en los que se aplique en base a sus circunstancias específicas, por lo que se deben de tratar primero los criterios de idoneidad de manera conjunta (Breda et al., 2018).

2.2.2. Componentes de Idoneidad Didáctica

Un segundo nivel de análisis vendría determinado por los componentes (en cantidad variable) de cada una de las facetas, siendo algunos aplicables a cualquier disciplina, mientras que otros son específicos de las matemáticas. La idoneidad didáctica de un proceso instruccional se define como el grado en que ese proceso (o parte del mismo) cumple con determinadas características siendo clasificado como apto (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales alcanzados por los estudiantes (aprendizaje) y los objetivos previstos, significados institucionales implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y los recursos disponibles (entorno). Se trata de la articulación consistente y sistemática de las seis facetas enumeradas anteriormente (Godino et al., 2007):

- a) La idoneidad epistémica mide la representatividad y las interconexiones del significado implementado con respecto a un significado de referencia previamente pretendido;
- b) La idoneidad cognitiva es el grado en que el significado implementado se incluye en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes, y si los significados personales logrados se aproximan al significado deseado;
- c) La idoneidad emocional está relacionada con la implicación del estudiante (interés, motivación...) en el proceso de estudio; La idoneidad de los medios

depende de la disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales en el proceso de enseñanza;

- e) La idoneidad interactiva depende de en qué medida las configuraciones didácticas y el discurso de aula sirvieron para identificar y resolver conflictos semióticos que aparecieron a lo largo del proceso instruccional; y
- f) La idoneidad ecológica es la medida en que el proceso de enseñanza se ajusta al proceso educativo de la escuela y la sociedad, y tiene en cuenta otros factores que influyen en el entorno en el que se desarrolla.

En el caso de esta tesis doctoral lo que se realizará será un análisis del nivel II para conocer la idoneidad didáctica de un programa de actividades para una población concreta como es el alumnado en riesgo de exclusión social.

2.2.3. Indicadores de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica se puede aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular. También puede ser útil para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales. El logro de una alta idoneidad didáctica de un proceso de estudio, como también su valoración, es un proceso sumamente complejo puesto que, como hemos visto, involucra diversas dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes. Además, tanto las dimensiones como los componentes no son observables directamente y, por lo tanto, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos. A partir de trabajos previos (Godino, et al., 2007), Godino (2011) describe un conjunto de indicadores empíricos de cada idoneidad recogidos en diversos trabajos como Godino (2013), Breda et al., (2018); Beltran-Pelleicer y Godino (2020) para cada una de las facetas y componentes, y también algunas concordancias entre estos indicadores. A continuación, se describirán cada uno de esos indicadores:

2.2.3.1. Indicadores de Idoneidad epistémica

Un programa formativo, o un proceso de estudio matemático, tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los contenidos implementados (o pretendidos)

representan bien a los contenidos de referencia. En la tabla 1 incluimos los componentes y los indicadores relevantes que permiten hacer operativa dicha no

Tabla 1: Indicadores empíricos de Idoneidad Epistémica.

Componentes	Indicadores
Situaciones-Problema	E1. Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación E2. Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	E3. Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas. E4. Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. E5. Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas	E6. Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. E7. Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. E8. Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	E9. Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. E10. Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar

2.2.3.2. Indicadores de Idoneidad cognitiva

Se define la idoneidad cognitiva como el grado en que los contenidos implementados o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.

Tabla 2: Indicadores empíricos de Idoneidad Cognitiva.

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos	C1. Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). C2. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	C3. Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo C4. Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje	C5. Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia): C6. Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva C7. La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. C8. Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

2.2.3.3. Indicadores de Idoneidad afectiva

La emisión de un juicio sobre la mayor o menor idoneidad afectiva del proceso en cuestión se basa en el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes. Para la idoneidad afectiva se consideran los nuevos componentes planteados por Beltrán-Pellicer y Godino (2020) en los que desarrollan nuevos indicadores para realizar un análisis específico de indicadores que interviene en el dominio afectivo. La tabla 3 incluye estos:

Tabla 3: Indicadores empíricos de Idoneidad Afectiva.

Componentes	Indicadores
Lenguajes	A1. Se presta atención al lenguaje no verbal para fomentar la inmediatez.
Emociones	A2. Se destacan las cualidades de la estética y la precisión de las matemáticas. A3. Se programan momentos específicos a lo largo de las sesiones para que los estudiantes puedan expresar sus emociones ante las situaciones propuestas.
Actitudes	A4. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, la fobia, el miedo a las matemáticas. A5. Se promueve la participación en actividades, la constancia, la responsabilidad, etc. Para fomentar una actitud matemática. A6. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad. El valor de un argumento no depende de quién lo diga.
Creencias	A7. Se exploran y consideran las creencias sobre las matemáticas, sobre la metacognición de los estudiantes, sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre el contexto social en el que desarrollan el aprendizaje.
Valores	A8. Se explora y considera el valor y la utilidad de las matemáticas atribuidas por los estudiantes en la vida diaria y profesional.

2.2.3.4. Indicadores de Idoneidad Interaccional

Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas. En la tabla 4 incluimos algunos indicadores de idoneidad referidos a las interacciones entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes.

Tabla 4: Indicadores empíricos de Idoneidad Interaccional.

Componentes	Indicadores
Interacción docente - discente	I1. El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) I2. Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) I3. Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento
Interacción entre alumnos	I4. Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. I5. Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos . I6. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	I7. Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos).
Evaluación formativa	I8. Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

2.2.3.5. Indicadores de Idoneidad mediacional

Se entiende la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 5: Indicadores empíricos de Idoneidad Mediacional.

Componentes	Indicadores
Recursos Materiales	M1. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	M3. El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. M4. El horario del curso es apropiado M5. El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo	M6. El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida M7. Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema. M8. Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

2.2.3.6. Indicadores de Idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica se refiere al grado en que un plan o acción formativa para aprender matemáticas resulta adecuado dentro del entorno en que se utiliza. Por entorno entendemos todo lo que está fuera del aula, condicionando la actividad que se desarrolla en la misma. Así, nos podemos referir a todo lo que viene en general determinado por la sociedad, la escuela, la pedagogía, la didáctica de las matemáticas. El proceso de estudio tiene lugar en un contexto educativo que fija unos fines y valores para la educación de los ciudadanos y profesionales que se deben respetar. Dichos fines y valores son interpretados y especificados dentro del proyecto educativo del centro o departamento que coordina la acción de los distintos profesores implicados. El docente forma parte de una comunidad de estudio e indagación que aporta conocimientos útiles sobre prácticas matemáticas y didácticas idóneas que se deberán conocer y aplicar.

Tabla 6: Indicadores empíricos de Idoneidad Ecológica.

Componentes	Indicadores
Apertura a la innovación didáctica	E1. Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva. E2. Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.
Adaptación socioprofesional	E3. Los contenidos contribuyen a la formación socio- profesional de los estudiantes
Educación en valores	E4. Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones inter e intradisciplinarias	E5. Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios

2.3. LA TÉCNICA DE ANÁLISIS SEMIÓTICA

La implementación de cada segmento instruccional dedicado a un contenido matemático específico se puede traducir a través de la secuenciación de funciones específicas que realizan sus participantes a lo largo de su implementación.

Dada la importancia central de estas diferentes actuaciones en el análisis de las prácticas de aula, el EOS propone una herramienta teórica, la Técnica de Análisis Semiótica, que define la tipología de aplicación de esta perspectiva a los diversos tipos de objetos y las dimensiones del conocimiento matemático involucrados en cualquier proceso de instrucción (Godino, Contreras y Font, 2006).

Esta técnica propone seis dimensiones que pueden ser objeto de análisis en cualquier proceso instruccional, cada una de las cuales puede ser modelada mediante un proceso estocástico con sus estados y trayectorias, originando así seis trayectorias o categorías de análisis: epistémica, actividad docente, actividad del estudiante, mediacional, cognitivo y emocional; definiendo los principales estados posibles para cada categoría.

En la descripción presentada se destacan las posibilidades que ofrece este dispositivo metodológico para el mejoramiento de las prácticas matemáticas y, al mismo tiempo, para el desarrollo profesional de los docentes de Matemáticas.

2.3.1. Análisis epistémico

Se centra en el significado institucional implementado en las prácticas realizadas. El análisis epistémico se centra en la distribución temporal de la enseñanza de los componentes de los sistemas de práctica operativa y discursiva implementados. En este análisis epistémico, el proceso de instrucción se descompone en unidades de análisis que permiten caracterizar el tipo de actividad matemática que se implementó.

Para esta caracterización se definen seis posibles estados según el tipo de entidad presente en cada momento: situacional, procedimental, lingüístico, conceptual, proposicional y argumentativo:

- Cuando se plantea/presenta un ejemplo de un determinado tipo de problema, estaremos ante un tipo de estado situacional;
- El estado procesal identifica el desarrollo o estudio de una determinada forma de resolver un problema;
- La introducción de designaciones, notaciones o representaciones corresponde a un estado lingüístico;
- Un estado es conceptual siempre que se formulen o interpreten definiciones de los objetos en cuestión.
- Enunciar o interpretar propiedades corresponde a un estado proposicional
- Siempre que se explican, justifican o validan propiedades declaradas o acciones realizadas, nos encontramos en un estado argumentativo.

Así, el análisis de la trayectoria epistémica de un proceso de instrucción nos permitirá caracterizar el significado institucional efectivamente implementado y su complejidad ontosemiótica.

2.3.2. Análisis de la actividad docente

Centrado en las funciones que realiza el docente durante el proceso de instrucción, el análisis de las actividades docentes permite caracterizar la distribución de tareas realizadas por el docente durante el proceso de instrucción.

Centrado en la secuencia de actividades realizadas, el análisis de la actividad docente elige seis entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas, determinadas por el tipo de actividad realizada, que pueden ser: planificación; motivación, asignación de tareas; regulación, evaluación e investigación.

El diseño del proceso de instrucción corresponde a una actividad de planificación. Se lleva a cabo una actividad motivacional cada vez que el docente intenta involucrar a los estudiantes en el proceso en cuestión, creando un clima de cariño, respeto y aliento.

La gestión y control del proceso de estudio, la definición de tiempos, la orientación y adaptación de tareas configuran un estado de asignación de tareas.

El estado de regulación se produce cuando hay margen para el establecimiento de reglas, la convocatoria de la movilización de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio o la readaptación de la planificación prevista.

La observación y determinación del estado de aprendizaje alcanzado y la resolución de las dificultades individuales detectadas definen un estado de evaluación, de modo que cuando se produce la reflexión se produce el análisis del desarrollo del proceso instruccional, especialmente con vistas a introducir modificaciones en el futuro. implementaciones de este mismo proceso o la articulación entre los diferentes momentos del proceso en estudio, nos encontramos en el estado de investigación.

2.3.3. Análisis de la actividad del discente

En esta dimensión de análisis se definen nueve tipos de actividades o funciones que pueden ser realizadas por los estudiantes en la implementación del proceso de instrucción: aceptación del compromiso educativo, exploración, memorización, formulación,

argumentación, búsqueda de información, recepción de información, Ejercicio de especificaciones y evaluación de técnicas.

El estado de aceptación del compromiso educativo corresponde a la adopción de una actitud positiva hacia el trabajo propuesto: nos encontramos ante un estado de exploración cada vez que se plantea una pregunta, cuando se formulan conjeturas y formas de responder a las preguntas que han surgido.

La interpretación y aplicación tanto de definiciones y/o proposiciones, como del significado de elementos lingüísticos, constituyen una acción de memorización. Un estado de formulación corresponde a la presentación de soluciones a las situaciones o tareas que se han propuesto, mientras que, en el estado de argumentación, se produce la presentación y justificación de conjeturas.

Cuando los estudiantes solicitan información sobre, por ejemplo, el significado de un determinado concepto o sobre algún conocimiento previo necesario, se configura un estado de búsqueda de información, y nos encontramos ante el estado de recepción de información siempre que, por ejemplo, se presentan conocimientos, descripciones. se realizan o se enumeran los métodos de ejecución.

El estado de ejercicio corresponde a la realización de tareas rutinarias, para entrenar prácticas específicas, y, cuando alguna forma de valoración del desempeño alcanzado es propuesta por el docente, el estudiante se encuentra naturalmente en un estado de evaluación.

2.3.4. Análisis mediacional

Los recursos utilizados a lo largo del proceso de instrucción son objeto de análisis en esta categoría. La identificación de los materiales utilizados para apoyar las actividades desarrolladas, así como su grado de integración en estas actividades, resulta ser una herramienta para analizar el uso potencial y efectivamente implementado de los recursos para apoyar el aprendizaje y las consecuencias cognitivas que se derivan de este uso.

Estos soportes incluyen medios de presentación de información (pizarra, retroproyector, etc.), dispositivos de carácter tecnológico (computadora y calculadora, por ejemplo), materiales en papel (libro de texto, cuaderno de estudiante, hojas de trabajo, trabajo) o materiales didácticos estructurados – lógica. bloques, material cuisenaire, balanzas, reglas, etc. – o no estructurados, como pajitas y biberones, entre otros.

2.3.5. Análisis cognitivo

Este análisis se centra en los significados personales de los objetos matemáticos. La accesibilidad a los significados personales construidos por quienes participan en un proceso de estudio puede permitir identificar aspectos importantes relacionados con la adquisición de habilidades y/o desarrollo de capacidades que determinaron el diseño e implementación de ese proceso, en particular.

Parece especialmente relevante, en esta dimensión de análisis, detectar situaciones que resaltan algunas de las referencias incluidas en la literatura de investigación sobre los temas que se exploran, tanto desde la perspectiva del participante en el aprendizaje como en relación con las dinámicas que dichas situaciones imponen al participante y al profesor.

Para desarrollar la cronogénesis de los significados personales no basta con observar el desarrollo de una clase, ya que estos significados son de construcción personal, proceso que se da en la clase y también fuera de ella.

Será necesario tener acceso a actas individuales de clase y pruebas de evaluación inicial y final, realizar cuestionarios individualizados, entre otras opciones; sin embargo, al analizar las intervenciones de los estudiantes en las grabaciones de clase es posible obtener alguna evidencia.

2.3.6. Análisis emocional

Se centra en las actitudes y sentimientos de los estudiantes sobre/durante la implementación del proceso de estudio. La motivación, implicación y participación efectiva de los estudiantes en las actividades que se les proponen en el aula son factores que juegan un papel innegable en su aprendizaje. En esta última categoría, los objetos de análisis surgirán de manifestaciones de estudiantes y docentes que revelen aspectos relacionados con factores de esta naturaleza.

CAPÍTULO 3:

Problema de Investigación y Metodología

CAPÍTULO 3:

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta el objetivo general del estudio con las preguntas de investigación derivadas del mismo y con el desglose de los objetivos generales y específicos. También se detallan las características particulares de esta investigación en relación con los fundamentos en los que está sustentada. Así mismo se recoge la opción metodológica que sirvió de guía esta investigación, la población y la muestra con sus características particulares y contextuales junto con los procesos adoptados y las técnicas aplicadas en la fase de recogida de datos. Para finalizar el capítulo se describe el programa de intervención ‘Anaquiños Matemáticos’, indicando el diseño elegido para su implementación, los agentes implicados y su estructura.

3.1. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS

El objetivo general de esta tesis doctoral es analizar la idoneidad didáctica de un programa de intervención, basado en la estimulación a través de actividades STEAM, dirigido a alumnado en riesgo de exclusión social por sus condiciones personales. Se valorará la pertinencia de la aplicación del estímulo matemático como una herramienta de atención específica para el alumnado en riesgo de exclusión social mediante el desarrollo de un programa socioeducativo. Se pretende que la investigación tenga un importante impacto social al no encontrarse en la literatura otras investigaciones que trabajen conjuntamente las dificultades de la enseñanza y aprendizaje de una disciplina instrumental, como son las matemáticas, y las dificultades inherentes de la situación de riesgo de exclusión en la que se encuentran algunos adolescentes. El objetivo general del estudio lleva a plantearnos las dos preguntas de investigación siguientes:

P1: ¿Qué componentes de la idoneidad didáctica son los más relevantes para realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas con alumnado en riesgo de exclusión

social?



P2: ¿La intervención educativa basada en la estimulación mediante el uso de actividades STEAM tiene una implicación directa sobre el rendimiento académico del alumnado en riesgo de exclusión social?

Para responder a estas preguntas de investigación se proponen los siguientes objetivos generales y específicos que servirán de guía:

O1. Diseñar y aplicar un programa de estímulo matemático con actividades STEAM para alumnado en riesgo de exclusión social.

O1.1. Realizar prácticas continuadas en las que se emplee el enfoque STEAM.

O2. Analizar la Idoneidad Didáctica de un programa de estímulo para alumnado en riesgo de exclusión como medida de intervención.

O2.1. Identificar que indicadores de la idoneidad didáctica se manifiestan en cada una de las actividades del programa de estímulo matemático.

O2.2. Valorar la relevancia de los indicadores del dominio afectivo en el proceso de instrucción llevado a cabo.

O3. Identificar las principales creencias del alumnado en riesgo de exclusión social hacia las matemáticas.

O4. Explorar la conexión entre las creencias hacia las matemáticas del alumnado en riesgo de exclusión y su impacto en el rendimiento académico

En la Figura 4 se recoge la relación entre las preguntas de investigación y los objetivos:

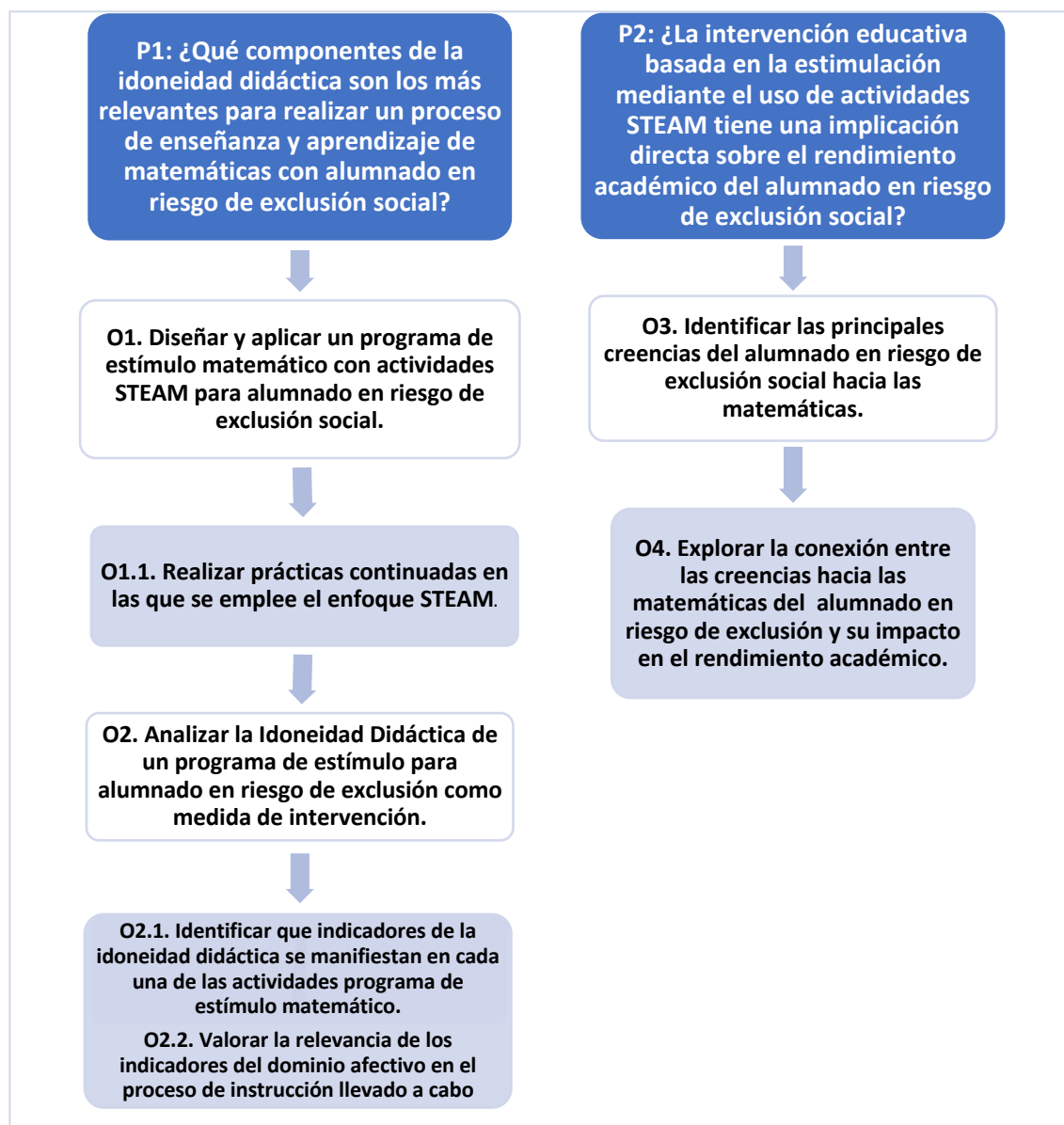


Figura 4: Relación de preguntas de investigación y objetivos

3.1.1. Características de la investigación

El foco de interés de la investigación se centra en mejorar el aprendizaje del alumnado y valorar en que medida esto hace que se modifique su rendimiento académico en matemáticas. La investigación destaca por ser compleja, interactiva, multivariante e intervencionista porque se desarrolla en contextos educativos reales (Bakker y Van Eerde, 2015). El análisis de las prácticas empleadas sirve para dar explicaciones teóricas y se apoya en la práctica educativa al crear entornos innovadores de enseñanza y aprendizaje en donde se establecen sinergias entre la práctica educativa y la investigación teórica. Esto es posible porque existen conexiones directas entre el diseño instruccional de situaciones de enseñanza

y aprendizaje y el desarrollo de la teoría que ofrecen oportunidades educativas (Font y Godino, 2011).

La investigación se realiza en entornos educativos bajo el propósito de caracterizar la evolución del aprendizaje y construir tanto teorías de enseñanza y aprendizaje como producir herramientas de instrucción. Se intenta que con este estudio se obtengan resultados para dar respuestas a problemas educativos concretos. En relación con los constructos teóricos desarrollados, estos describen las regularidades y los patrones que se identifican en los contextos educativos. Como consecuencia, los resultados que se obtengan de la intervención permitirán desarrollar teorías basadas en hechos empíricos que tengan implicación directa sobre la práctica docente (Confrey, 2006). Se estudian intervenciones educativas para promover el aprendizaje y comprender los procesos subyacentes a él (Ponte et al., 2016). Es decir, se estudia el conocimiento a la vez que se promueve mediante secuencias de actividades. De forma que, además del desarrollo de modelos teóricos empíricamente fundamentados se tendrá como producto resultante un diseño instruccional que incluye secuencias de actividades instructivas y recursos que apoyan una forma particular de aprendizaje del alumnado en riesgo de exclusión social (Valverde y Castro, 2011).

En consecuencia, la investigación está basada en intervenciones con la finalidad de transformar el contexto en el que se realizan (Ponte et al., 2016). Asimismo, se debe comprender y justificar la idoneidad de diseños didácticos desarrollados en contextos de enseñanza y aprendizajes reales, más allá que proporcionar una simple descripción de su evaluación (Font y Godino, 2011). Por esta razón se debe demostrar porqué un diseño particular funciona y que permita generar afirmaciones basadas en la evidencia sobre el aprendizaje que contribuyan a ampliar el conocimiento teórico. El estudio debe evaluar el modelo instructivo implementado, así como reflejar cómo puede ser adaptado el diseño didáctico que se fundamenta en principios teóricos y en resultados de investigaciones previas (Valverde, 2014). En este caso, los investigadores están insertos en la investigación con el propósito de que la teoría educativa sea derivada de la práctica (Ponte et al., 2016). Es decir, no se analiza a sujetos de forma aislada, sino que hay interacción entre estudiantes y profesorado. Lo cual implica que el investigador actúe como docente. Esta dualidad le ofrece la oportunidad de interactuar e implicarse completamente en la investigación, permitiendo la reflexión e interacción en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

3.3. METODOLOGÍA

El enfoque metodológico de investigación es mixto, recogiendo y analizando datos de tipo cuantitativo y de tipo cualitativo, adecuado para el estudio de procesos (Ivankova y Creswell, 2009). Esta metodología se aplica específicamente para el análisis sistemático de prácticas que permiten identificar pautas y comprender hechos que se producen en un contexto determinado con unos participantes específicos (Merriam, 2009). Además, la investigación tiene un carácter naturalista e interpretativo (Hernández et al. 2014), basada en la identificación de hechos didácticos (Godino et al., 2014) y en donde el profesor-instructor actúa como profesor-investigador.

En conclusión, la metodología elegida trata de dar validez a la intervención de un programa socioeducativo para valorar un cambio de actitud hacia el estudio de las matemáticas estableciendo un modelo teórico explicativo y un uso de recursos educativos validados empíricamente a partir de las principales teorías.

3.3.1 Descripción de la población y muestra

Habiendo ya definido algunos de las características metodológicas de esta investigación, pasamos a hablar de los participantes en el estudio, los adolescentes en riesgo de exclusión social que participaron en el programa y que son los actores indispensables. A parte de la condición personal y específica de ser alumnado en riesgo de exclusión social en este caso nos centramos en seleccionar alumnado del primer y segundo curso de enseñanza secundaria obligatoria, por ser el curso puente entre la primaria y la secundaria y además por ser los cursos específicos en donde este tipo de alumnado comienza a desarrollar unas mayores dificultades (OCDE, 2013). Además, es a partir de segundo de la ESO en donde se elevan los índices del fracaso escolar, por lo escogiendo a este alumnado actuaremos aplicando una medida preventiva.

Otra de las características de la muestra es que todos pertenecen a centros educativos públicos próximos a la ciudad de Santiago de Compostela o en su área metropolitana, por lo que hablamos de alumnado de un área de influencia urbana. Esta diversidad de contextos se asume propositiva, afrontándola únicamente como un elemento que aporta variedad, posibilitando a priori una mayor comprensión genérica de prácticas concretas y potenciando una comprensión amplia de los aspectos objeto de análisis. Se supone, por tanto, que la descripción y el análisis detallado de algunas prácticas dentro del caso de estudio permitirán una generalización interna (Kaplan y Maxwell, 2005).

La investigación se llevó a cabo durante dos cursos académicos (2017/18-2018/2019) en tres centros educativos de Educación Secundaria Obligatoria de la comarca de Santiago de Compostela (Galicia, España). Son tres centros periurbanos y con una presencia no despreciable de alumnado perteneciente a minorías étnicas, a familias inmigrantes o que se encuentran en contextos socioculturales desfavorables. El alumnado participante fueron adolescentes en riesgo de exclusión social por causas familiares, que acuden de forma voluntaria al programa. La elección del alumnado estuvo a cargo de los equipos de orientación y el profesorado de matemáticas de los distintos centros. La muestra está formada por 68 (30 chicas y 38 chicos) adolescentes en riesgo de exclusión social, con edades comprendidas entre los 11 y los 15 años y un rendimiento matemático bajo. En el Anexo I se recogen unas gráficas descriptivas de las características específicas del alumnado participante.

3.3.2. Diseño de la investigación y procedimientos

El diseño de una investigación hace que cualquier estudio pueda ser evaluado comprendiendo los procesos internos que en él suceden. Bajo esta premisa se hace un diseño de la investigación propuesta para valorar la eficacia de la aplicación de un programa de estímulo matemático con actividades STEAM sobre el alumnado en riesgo de exclusión social. En el caso de esta investigación esta se desarrolla 3 fases como se recoge en la Figura 5:

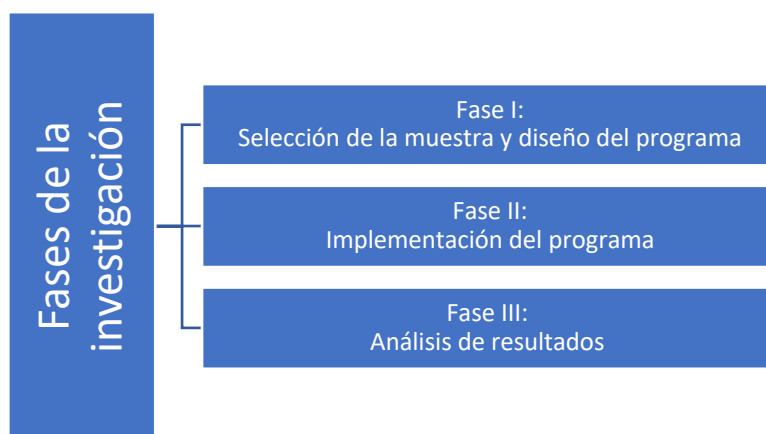


Figura 5: Fases de la investigación. Elaboración propia

Fase I: Selección de la muestra y diseño del programa

En primer lugar, una vez que se parte de la idea realizar un programa específico para alumnado en riesgo de exclusión social, se hizo una búsqueda de este tipo de alumnado en centros educativos en la ciudad de Santiago de Compostela y en las zonas periurbanas. Una vez identificados se realizó un primer contacto con la dirección de los centros y con el equipo de orientación y se le presentó la idea general de la investigación y del programa. Se determina que se aplicará un programa de estímulo matemático que se desarrollará como una actividad extraescolar fuera del horario lectivo y que tiene por objetivo valorar cambios que se pueden producir el estudio de matemáticas para este tipo de alumnado.

Los orientadores de los centros junto con los tutores del alumnado hicieron una primera selección teniendo en cuenta que cumpliesen dos criterios específicos: que fuese alumnado en riesgo de exclusión social y que tuviesen un rendimiento bajo en matemáticas. En este último punto se seleccionó al alumnado con la materia de matemáticas suspensa y también a aquel que el profesorado observara una desmotivación y falta de interés por el estudio de esa materia aunque obtengan un aprobado en las distintas evaluaciones. Una vez hecha la selección los orientadores se reunieron con el alumnado y le hicieron la propuesta de participación en el programa. Cuando aceptaron, se convocaron a las familias a una reunión a la que acudieron los orientadores y el autor de esta tesis para presentar el programa y presentar la idea de la investigación. Se solicitó un consentimiento informado por escrito de los tutores legales en cuál se les informa que se grabarán las sesiones con una cámara de vídeo y se registrarán conversaciones del alumnado, protegiendo siempre su anonimato y nunca difundiendo imágenes en donde se pueda reconocer alguno de los sujetos.

La otra parte de esta fase se centra el diseño de las actividades del programa que se aplicó en los centros. Atendiendo a las directrices curriculares y a diversos estudios se planteó que las actividades todas tuviesen una base de contenidos matemáticos pero aplicados a otros de otras materias, es decir, que se utilizará la interdisciplinariedad a través del enfoque STEAM (Blanco et al., 2017; Mc Donald, 2016). En todas las actividades diseñadas se trabajaron las matemáticas con cada una de las áreas que conforman las STEAM de forma que el alumnado intentase valorar el papel de estas en diferentes ámbitos. Se utilizaron diferentes herramientas para que el alumnado se acercase a cada una de las áreas.

actividades partían de una situación problema en la que se trabaja con diferentes lenguajes matemáticos, reglas y argumentos (idoneidad epistémica). Se tenía en cuenta específicamente los conocimientos previos del alumnado, por lo que se trabaja con contenidos que ya conocían y se adaptaban a su situación aquellos nuevos que conocen por primera vez (idoneidad cognitiva). Se da importancia a que las actividades facilitasen la creación de diálogos y conversaciones entre el alumnado y el profesorado, así como entre los propios discentes a la vez que se fomentase su autonomía de trabajo (idoneidad interaccional). También se tiene en cuenta en el diseño de las actividades la apertura a la innovación didáctica empleando metodologías activas y que tengan una visión de adaptación socioprofesional a la vez que se trabaja la educación en valores (idoneidad ecológica). Se tuvo en cuenta el uso de diferentes recursos materiales y que las actividades no se desarrollen en grupos muy numerosos, ya que el máximo de participantes en cada grupo es de 15. Se adaptaron los tiempos para trabajar los contenidos pretendidos y se valoró que las sesiones se desarrollasen en diferentes espacios y no solo en el aula tradicional (idoneidad mediacional). Por último, se le dió mucha importancia a que todo el alumnado se sintiese motivado al realizar las actividades, por lo que se tiene en cuenta el fomento del interés, sus creencias previas y que desarrollen actitudes asertivas (Idoneidad afectiva).

Las actividades del programa siguieron una secuencia coordinada y secuencia en función de diferentes intereses de forma que las sesiones no se desarrollasen de forma aislada. Se inició el programa con un par de sesiones motivadoras donde se relacionan las matemáticas con la música o la magia para después introducir una serie de prácticas con algún contenido más dificultoso para encadenar finalmente una serie de prácticas en donde se trabajó con diferente tecnología.

Cada actividad se desarrolló en una única sesión del programa que tiene una hora de duración, por lo que se intentó adaptar el objetivo de cada actividad a este tiempo y llegar siempre en la sesión a realizar la actividad completa de principio a fin. Todas las actividades se realizaron en la sesión y ninguna se alarga, dado que la idea es que el alumnado vea el mayor número de actividades donde se pueden desarrollar estrategias matemáticas.

Fase II: Implementación del programa

Antes de las sesiones de implementación del programa se pasa al alumnado el test de creencias, del que se hablará en el siguiente apartado, para hacer una aproximación inicial a las ideas previas que tiene el alumnado sobre la materia de matemáticas y su estudio.

Cuando ya se ha escogido el alumnado y diseñado el programa se plantea un calendario marcando los días de las sesiones en las cuales se desarrollarán las actividades. Se escoge un día de la semana y una hora concreta acordada entre el alumnado y el centro para determinar así su continuidad. Las sesiones del programa se desarrollaron cada 15 días desde el mes de octubre al mes de mayo, respetando los períodos no lectivos del alumnado.

Todo el alumnado realizó las mismas prácticas del programa y fueron realizadas por los mismos docentes, por lo que recibieron la misma estrategia docente, metodología y material, aunque participasen en instituciones y años escolares diferentes. Las sesiones eran implementadas por el autor de esta tesis, que actuaba de observador participante registrando datos, y por otros profesores del Área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Santiago de Compostela. Siempre acudía el mismo equipo para crear un clima de confianza con el alumnado y que ellos se sintiesen seguros evitando el rechazo a participar en las actividades. En la implementación del programa se dio mucha importancia a que el alumnado se sintiese cómodo en todas las sesiones, por lo que se preguntaba y se hacía que ellos verbalizasen como se encuentran y si se le gustó la práctica. Se observa detalladamente sus gestos, lenguaje y su actitud de cara las actividades que realizan para comprobar que participan activamente y que se sienten cómodos.

Fase III: Análisis de los resultados

Una vez realizado el programa, se analizaron todos los datos recogidos con los instrumentos seleccionados como se explicará en el siguiente apartado. Como la intervención del programa se realizó en dos cursos académicos distintos, los resultados recogidos y analizados en el primer año hicieron detectar algunos errores a la hora de implementar el programa que pudieron ser subsanados sin dificultad. Además, el repetir el programa y tener un primer análisis de resultados nos ayudó a valorar que cuestiones específicas eran las más relevantes e ir comprobando las similitudes con el segundo año, como por ejemplo que situaciones o reacciones del alumnado eran las que más veces se presentaban.

3.3.3. Técnicas y procedimientos de recogida y análisis de datos

3.3.3.1. Procedimiento e instrumentos de recogida

El proceso de recogida y análisis de los datos se realizó de forma simultánea a lo largo de todas las actividades del programa en todos los centros educativos y en los dos cursos académicos (2017-2018 y 2018-2019). Las herramientas utilizadas para la recopilación de datos cuantitativos fueron: los cuestionarios de creencias y los registros de evaluación.

El cuestionario de creencias (CC), aplicado individualmente el día de inicio del programa de estímulo, fue adaptado para este contexto del MRBQ (Mathematics-Related Beliefs Questionnaire) (ver en Anexo II) de Diego-Mantecón (2012). Este permite establecer relaciones entre el dominio afectivo y el contexto sociocultural de los alumnos y profundizar en las repercusiones en su aprendizaje de las matemáticas. El cuestionario compuesto por 49 afirmaciones correspondientes a 12 dimensiones (aprendizaje tradicional, autoconcepto, importancia de las notas, aprendizaje constructivo, utilidad en la vida cotidiana, ansiedad, estrategias de elaboración, esfuerzo, utilidad en el futuro profesional, autoeficacia, estrategias procedimentales y gusto) (ver en anexo III) emplea una escala tipo Likert para las respuestas. Los registros de evaluación (RE) reflejan todas las calificaciones numéricas (rendimiento académico) de los alumnos en la materia de matemáticas y fueron proporcionados por los profesores de matemáticas de los estudiantes a lo largo de los dos años académicos.

Para la recogida de los datos cualitativos se emplean las siguientes herramientas: las grabaciones de video (GV) de todas las sesiones en las que se desarrolla el programa y el diario de campo (DC) de registro del autor de esta tesis doctoral que actúa de observador participante. Las grabaciones de video, junto con el diario de campo, fueron los elementos de recolección de datos utilizados en todas las actividades. Las transcripciones de todos los registros visuales fueron analizadas recogiendo extractos de lenguaje verbal y no verbal que mostraban evidencias de emociones, actitudes y valores. Asimismo, siguiendo la línea establecida por Beltrán-Pellicer y Godino (2020) y Knapp et al. (2018), el análisis de la información se complementó con elementos del lenguaje no verbal, como expresiones faciales, gestos, posturas y movimientos, provenientes de la visualización de los videos.

3.3.3.2. Instrumentos de Análisis de datos

Como ya hemos visto, todas las sesiones en las que se desenvolvían las actividades del programa, grabadas en vídeo, sirvieron para la recolección de todos los datos que serían posteriormente ser analizados. Para el análisis de los datos se tiene cuenta específicamente dos herramientas en función de los si los datos son de tipo cuantitativo o cualitativo.

Para analizar la información procedente de datos de tipo cuantitativo recogidos tanto de los cuestionarios de creencias (CC) como de los registros de evaluación (RE) se utilizó el paquete estadístico SPSS, que permitió obtener resultados descriptivos y correlaciones entre variables, respectivamente. Este paquete hace que se pueda gestionar un gran volumen de datos y establecer correlaciones entre ellos que permiten establecer y explicar diferente tipo de conexiones. El SPSS permite establecer correlaciones específicas entre dos datos lineales, por lo que se introducen los datos de los cuestionarios y las notas obtenidas por cada uno de los alumnos para establecer que conexiones hay entre las dimensiones del cuestionario y las notas obtenidas.

De la misma forma, en el análisis de los datos de tipo cuantitativo recogidos a través de las grabaciones de video (GV) y de las transcripciones y anotaciones recogidas en el diario de campo (DC) se utilizan indicadores de idoneidad didáctica de Godino (2013), que permiten realizar un análisis específico de que cuestiones influyen en la construcción de un proceso didáctico de calidad. En concreto con esta herramienta reconoceremos los componentes de idoneidad didáctica más relevantes para realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas con alumnado en riesgo de exclusión social, comprobando cuales de ellos son los más relevantes en este tipo de procesos. Dada la dimensión de análisis que proporciona la herramienta, los resultados cualitativos tienen un papel predominante en la investigación.

En la Tabla 7 se proporciona la relación entre las herramientas de recolección de datos, la temporalización de su aplicación y la herramienta analítica aplicada.

Tabla 7: Instrumentos de recogida y análisis de datos, temporalidad y muestra

Instrumento de recogida de datos	Temporalidad	Muestra	Instrumentos de análisis
Cuestionarios de Creencias	Inicio del programa (30 minutos)	68	SPSS
Grabaciones de Video	Cada sesión (60 minutos)	84	Indicadores idoneidad didáctica
Diario de Campo	Cada sesión	84	Indicadores idoneidad didáctica
Registro de Evaluación	Cada trimestre	68	SPSS
Cuestionarios de satisfacción	Cada sesión	68	SPSS

3.4. PROGRAMA DE INTERVENCIÓN ‘ANAQUIÑOS MATEMÁTICOS’

El programa de intervención que recibió el nombre de ‘Anaquiños Matemáticos’ está conformado por 14 actividades de una hora de duración que se desenvuelven quincenalmente en horario extraescolar. La construcción de las actividades tiene en cuenta que se trabajan diferentes contenidos de los bloques de contenido del currículo oficial de matemáticas relacionando a la vez los contenidos diferentes de otras áreas. La idea principal es que alumnado observe la relevancia de las matemáticas en diferentes contextos y al trabajar en diferentes áreas. En la Tabla 8 se recogen las actividades de cada sesión con las disciplinas implicadas en cada una de ellas y los contenidos matemáticos trabajados en cada una de ellas.


Tabla 8: Actividades desarrolladas en el programa de intervención

Prácticas	Nombre de la actividad	Materias STEAM	Contenidos matemáticos
P1	Matemagia	Matemáticas y arte	Operaciones elementales, sistemas de numeración y cálculo mental
P2	Matemáticas por el aire	Matemáticas, física e ingeniería	Unidades del sistema internacional de medidas, gráficas y medidas de tendencia central.
P3	Mathmusic	Matemáticas y arte	Teorema de Bayes, probabilidad, aleatoriedad, fracciones, equivalencias y unidades de medida de tiempo.
P4	Leyendo cuadros	Matemáticas y arte	Coordenadas cartesianas, estimación y figuras geométricas.
P5	¿Mezclamos?	Matemáticas y química	Estimación de cantidades, control de variables, gráficos de barras y sectores, porcentajes y manejo de instrumentos de medida.
P6	Descubriendo a π	Matemáticas y Ciencias Naturales	Unidades del sistema internacional de medidas, media aritmética, longitud y diámetro del círculo, y el número π .
P7	Combinatoria de carnaval	Matemáticas y arte	Combinatoria, técnicas de recuento, agrupación de datos.
P8	La banda de Moebius	Matemáticas y arte	Cilindro, toro, esfera, cara, arista, superficies de un solo lado, cara interior, cara exterior y superficies con agujeros.
P9	Geometría dinámica	Matemáticas y tecnología	La línea de Euler. Construcción de figuras de igual área y diferentes perímetros.
P10	Brain Training-Logic Puzzles	Matemáticas y tecnología	App, numeración, figuras planas y visualización.
P11	Impresión en 3D	Matemáticas y tecnología	Manejo de Tinkercat, figuras planas, figuras tridimensionales.
P12	Robotizando	Matemáticas y tecnología	Robótica, lenguaje computacional, ángulos, reconocimiento, clasificación y construcción de cuadriláteros y unidades de medida convencionales.
P13	La NBA	Matemáticas	Porcentajes, media, moda y mediana.
P14	Mandalas	Matemáticas y arte	Recta perpendicular, mediatriz y bisectriz, figuras poligonales y no poligonales, figuras inscritas y circunscritas, simetría, rotación y traslación.
P15	Agilidad mental con Kahoot	Matemáticas y tecnología	Repaso de los contenidos de las otras sesiones.

A continuación, se realiza una breve presentación de cada una de las actividades del programa para contextualizarlas antes de analizarlas con las herramientas correspondientes. El desarrollo de todas las actividades del programa puede ser visto en las fichas que se realizaron para que el profesorado tuviese a su disposición a modo de repositorio y que se recogen en el Anexo IV. Estas fichas así como los vídeos recogiendo parte de la implementación, pueden ser consultadas en la siguiente página web: <http://gidem-tesela.es/anaquinos/>.

La P1 que recibe el nombre de Matemagia se centra en la realización de trucos de magia para que el alumnado sea capaz de descubrir qué operaciones aritméticas están implicadas en ellos. Se inicia la actividad realizando el primero de los trucos en el que se trata de adivinar lo que suman las caras ocultas de una torre formada por un número determinado de dados (Blasco, 2016). Se comienza jugando con una torre de tres dados y después se lanza la siguiente pregunta: ¿Cuánto suman las caras ocultas de los dados? Se repite el proceso hasta que se den cuenta de que la solución está en la propiedad que tienen los dados de que la suma de las caras opuestas de un dado es siempre 7. Se aumentará el nivel de dificultad del juego añadiendo de cada vez un mayor número de dados y se dará tiempo para que los alumnos practiquen el truco entre ellos. A continuación, se presenta otros dos trucos centrados en las regularidades matemáticas, de forma que el alumnado tiene que ser capaz de observar como al realizar determinados cortes sobre una baraja se presenta una regularidad que hace que una carta se encuentre siempre en una determinada posición.

Las matemáticas por el aire es el título de la P2 en la que mediante la construcción de diferentes modelos de avión en papel y la recogida de datos sobre el lanzamiento se plantea un análisis en términos matemáticos. El alumnado, que comienza trabajando por parejas o en pequeños grupos, elige un modelo de avión de una caja que contiene 6 modelos de avión distintos de Carbey (2007) y construye su avión en base al modelo que les haya tocado. Se realizan dos lanzamientos por cada integrante del grupo, midiendo la distancia recorrida en cada lanzamiento con las cintas métricas y con los odómetros. Se reúnen todos los grupos e, individualmente, marcan sobre una recta numérica, la distancia recorrida por cada avión en cada lanzamiento. Esto les permite ver qué modelo de avión y cuál fue el lanzamiento que logró la distancia mayor y la menor. A continuación, cada grupo calcula la media de las distancias recorridas por cada uno de sus aviones para poder comparar las distancias recorridas entre los distintos modelos de aviones.

 La música y las matemáticas se relacionan en la P3 en donde el alumnado tiene como objetivo principal la creación de una composición en compás binario para su interpretación

con instrumentos de una pequeña melodía. Después de una asamblea inicial para conocer las ideas previas sobre música y matemáticas de los alumnos se les presenta una serie de instrumentos. Cada alumno debe elegir un instrumento, construir un compás utilizando las notas blanca, negra, corchea y semicorchea para después practicar dicho compás con uno de los instrumentos que elijan. Entre todos los alumnos, se crea una melodía de ocho compases con la ayuda de un dado, simulando el juego de composición utilizado por Mozart (Salamanca, Rocha y Mora, 2013). Para ello a cada compás se le asigna un número del 1 al 6, atendiendo al número de participantes. A continuación, se realizan ocho lanzamientos con el dado, que darán lugar a la secuencia de compases que formarán la melodía final. Por último, ensayan la melodía todos juntos, controlando los tiempos y el ritmo.

La P4 titulada Leyendo Cuadros se centra en el estudio de las matemáticas y su relación con el arte. En esta práctica el alumnado debe reproducir un cuadro de Kandinsky a través de unas directrices relacionadas con figuras geométricas y sus posiciones. Un alumno describe el cuadro al resto de los compañeros, sin que los demás vean el cuadro, dándole indicaciones de figuras geométricas, sus tamaños y posiciones. Los demás compañeros intentan reproducir el cuadro siguiendo esas indicaciones en un folio en blanco. Una vez realizado se repite todo el proceso y los demás compañeros intentan reproducirlo, pero ahora disponiendo de un folio con coordenadas cartesianas. Para finalizar hacen una comparación de los dibujos que obtuvieron con la foto del cuadro real y entre todos reflexionan de la relevancia del uso de las coordenadas cartesianas.

La P5 se desenvuelve en el laboratorio del centro educativo en que el alumnado realiza dos experimentos simples con la finalidad de reconocer la importancia del control de variables. La sesión se inicia lanzando al alumnado la siguiente pregunta: ¿Cómo se puede inflar un globo sin soplar? Después se comenta al alumnado como mediante la realización de una mezcla de vinagre y bicarbonato obtendrán un gas que será el que infle el globo, pero tendrán que descubrir cual es la proporción óptima de esto para inflar el globo lo máximo posible. Una vez que el alumnado realiza varias veces el experimento se introduce el término reacción química y se comenta como son los procesos que suceden en una. La sesión se termina cuando el alumnado alcanza la proporción correcta y expone a los demás las cantidades exactas que hacen de reactivos.

En la práctica P6 se introduce al alumnado en la realización de mediciones del perímetro y el diámetro de diferentes objetos circulares cotidianos, como un paragüero o un tapón. El alumnado repartido en pequeños grupos mide la longitud y el diámetro de cada uno de los objetos circulares con dos instrumentos distintos. El alumnado recogerá los valores

obtenidos en una tabla y calcularán las medias obtenidas para cada objeto. Para finalizar se hace una puesta en común con todo el alumnado con todas las medias obtenidas y se hace reflexionar sobre el resultado y que lo relacionen con un contenido matemático específico como es Π .

En el contexto específico del tiempo de carnaval se presenta la P7 titulada la Combinatoria del carnaval. En ella el alumnado debe encontrar el número de formas diferentes de disfrazarse utilizando una colección de objetos (sombreros, pantalones, gafas, pelucas, etc.). Después de presentarle los objetos se establece con el alumnado que deben clasificar los objetos en base a diferentes criterios que ellos establezcan para que queden ordenados en conjuntos de diferente número. Una vez distribuido el alumnado por parejas, cada una coge dos conjuntos de cosas y se disfrazan. Cada pareja tendrá que descubrir cuantas formas tiene para disfrazarse empleando de cada vez elementos de cada conjunto. Se irán sacando fotos entre ellos que servirán de registro de las diferentes maneras que tienen de disfrazarse. Una vez que encuentren el número se solicita que cojan otro conjunto más de cosas para disfrazarse e indaguen de nuevo cuantas nuevas formas tienen de disfrazarse. Después de que cada pareja trabajara con todo esto, se hace una puesta común para que entre todos lleguen a la conclusión de que el resultado será el producto del número de elementos que hay en cada conjunto.

La P8 se centra el conocimiento y presentación de un contenido nuevo para el alumnado como son las superficies de doble cara. En primer lugar, se introduce al alumnado en la práctica mediante la construcción de una tira de papel de dos figuras, una tira de papel y una banda de Moebius. Una vez hechas el alumnado debe experimentar con ambas trazando una línea en ambas figuras, observando lo que sucede, anotando datos como el número de caras y de bordes. Después realizan sobre las figuras una serie de cortes, por el medio y por los bordes y observan lo que sucede. Se trata de que el alumnado comprenda que las bandas de Moebius son superficies de una sola cara al contrario que los cilindros y que tienen muchas aplicaciones en la vida real como las cintas transportadoras o las grabadoras. Por último, se visualizan y analizan con el alumnado diferentes transformaciones, como por ejemplo como un donut se puede convertir en una taza.

El desarrollo de la P9 se centra en el uso del software de geometría dinámica Geogebra, que permite realizar construcciones sobre las que se pueden efectuar variaciones de forma sencilla y rápida. Después de una breve explicación del funcionamiento del programa se plantea a los estudiantes que indaguen cuál es la figura con mayor área de entre aquellas que tienen el mismo perímetro, o recíprocamente, menor perímetro a igual área (problema

isoperimétrico). Con la finalidad de que puedan ir elaborando sus propias conjeturas, se plantean una serie de preguntas intermedias y favorecer así la comprensión. Observar cómo va variando el perímetro de los triángulos en función del lugar en el que este situado dicho punto permitirá que los estudiantes elaboren su propia conjetura. Una vez que concluyen que de todos los triángulos que incluye la construcción dinámica el de menor perímetro es el isósceles, el siguiente caso que se le plantea es el de construir todos los triángulos isósceles de perímetro dado para que intenten llegar a que de todos ellos es el equilátero el de mayor área.

En la P10 se realiza la intervención educativa con el uso de la aplicación Brain Training-Logic Puzzles. Esta app gratuita está disponible para dispositivos electrónicos que tengan el sistema operativo Android y se puede obtener mediante la aplicación Google Play Store. De todos los juegos de los que dispone la app hemos optado por los tres siguientes: Block Puzzle, Node Line y Math Stick, que permiten trabajar contenidos de aritmética, álgebra y geometría, donde se incide en la visión espacial o la lógica. El primero, Block Puzzle, consiste en la resolución de un rompecabezas donde las piezas son poliminós que deben ser encajados haciéndoles los giros correspondientes hasta completar la figura. En el juego Node Line el objetivo es conectar líneas y nodos de manera que a cada nodo llegue exactamente el número de aristas que indica el nodo. Con este juego se trabaja la visión espacial, la lógica y la asociación. Por último, el juego Math Stick se plantea el trabajo además de la visualización, contenidos de aritmética y álgebra. Consiste en modificar un número o un operador matemático para que se cumpla la igualdad que se presenta. Todos los números y operadores que aparecen en la pantalla están representados con palos. Para poder hacer la modificación se deben mover el número de palos (targets) que el juego indica en ese nivel en la parte superior de la pantalla.

Con la realización de la P12 se acerca al alumnado al mundo de la robótica y al lenguaje computacional. El uso del robot Mbot y del programa Mblock que controla los movimientos de este, les presenta una interfaz orientada a la introducción a la robótica de forma sencilla e intuitiva, con un lenguaje de programación basado en conectar bloques predefinidos que emiten órdenes al robot. Así se desarrollan actividades distintas dentro de esta práctica: aprendiendo a conducir, recorridos poligonales y la aritmética a raya. La primera actividad de carácter introductorio se realiza para que el alumnado se familiarice con el robot y con el programa Mblock, por lo que programan los dispositivos para poder controlar su movimiento a través de las flechas del teclado del ordenador. En la actividad recorridos poligonales cada grupo de estudiantes construye un polígono regular y después programa el robot para que recorra el perímetro de su polígono automáticamente. Por último,

aritmética a raya se presenta como el clásico juego del tres en raya incorporando las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y en el cual el robot es que realiza los movimientos. El alumnado debe resolver una operación aritmética antes de realizar un movimiento con el robot en el tablero de juego.

La práctica 14 del programa se centra en el trabajo sobre el diseño y la construcción de figuras planas distintas para que después puedan realizar un mandala. La actividad comienza explicándole al alumnado lo que son los mandalas. Los alumnos hacen un diseño inicial sobre papel con ayuda de instrumentos de dibujo. Ese diseño ha de contener diferentes formas geométricas superpuestas para producir varios niveles de visualización. A continuación, reproducen su diseño sobre una piedra de río, fieltro o cuero a gusto del alumno; de un único color que hará de fondo para después poder superponer la figura diseñada

En la última práctica del programa (P15) se hace un repaso final de todos los contenidos de las actividades realizadas en el programa. Para que sea una actividad dinámica se usa la app Kahoot para lanzar preguntas y hacer con un concurso viendo quien es el más rápido en contestar. El alumnado puede usar en la sesión su smartphone y para aquellos que no dispongan se facilita otro medio electrónico para que puedan realizar la práctica. Además, se valida si el alumnado recuerda los contenidos valorando el número de aciertos y errores que obtienen.

CAPITULO 4:

Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

CAPITULO 4:

RESULTADOS DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DEL PROGRAMA 'ANAQUIÑOS MATEMÁTICOS'

Definidos los propósitos y establecidos los objetivos de esta investigación, y en línea con las opciones teóricas y metodológicas que la sustentan y que ya han sido expuestas en los capítulos anteriores, a lo largo de este capítulo se describen los resultados obtenidos del análisis de la idoneidad didáctica de la implementación del programa 'Anaquiños Matemáticos'. Este análisis se realiza a través de las evidencias de los indicadores de cada una de las idoneidades didácticas de Idoneidad Didáctica (Godino, 2013) recogidos en el capítulo 2: epistémica, cognitiva, interaccional, ecológica, mediacional y afectiva. haciendo referencia a cada idoneidad y a los indicadores epistémicos recogidos en el capítulo 2 de este documento. Las evidencias se recogen en cada una de las sesiones desarrolladas en el programa a través de las grabaciones de vídeo (GV) y del diario de campo (DC) de los dos cursos académicos.

4.1. IDONEIDAD EPISTÉMICA

La idoneidad epistémica tiene en cuenta que los contenidos implementados partan del análisis de un problema o una situación en el que utilizan diferentes lenguajes matemáticos y se ofrecen diversos procedimientos y argumentos matemáticos. En la tabla 9 se recogen los indicadores de la idoneidad epistémica que se presentan en las prácticas del programa.

Tabla 9: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Epistémica. Elaboración propia

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
E1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E2	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
E3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
E8	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
E9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E10	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
E12	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Situaciones - problema

E1- La mayoría de las prácticas del programa parten de la presentación inicial de una situación o problema al alumnado en las que se trabajan el refuerzo o conocimiento de un contenido que ya conocen, haciendo una muestra de situaciones contextualizadas que permiten la ejercitación y aplicación.

En la **P1** uno se presentan varios trucos de magia en los que se le indica que deben resolver utilizando contenidos matemáticos como operaciones combinadas para llegar a resolver una pregunta: ¿Cuánto suman las caras ocultas de una torre de dados?.

La **P2** trabaja una parte específica de las STEAM como es la ingeniería siguiendo unas instrucciones para montar un determinado modelo de avión y estimar el cálculo de medidas en la creación de una pista de aterrizaje para ver cuánto recorren en una serie de tiradas.

En el caso de la **P3** se presentan las matemáticas en un contexto específico como es el de la música en donde se trabajan contenidos como el tiempo, el ritmo, el número de compas o su duración a la hora de crear una canción.

En la **P4** se presenta una actividad en el contexto de la orientación espacial y en el reconocimiento de figuras geométricas. En la primera parte de la práctica el alumnado debe

hacer una descripción de un cuadro utilizando criterios específicos básicos (arriba, abajo, a la derecha,) y en la segunda descripción ya se emplean las coordenadas cartesianas.

El contexto de la **P5** hace que se presenta la situación matemática específica a través del desarrollo de 2 experimentos en los que se deben descubrir las diferencias entre una reacción química y una disolución observando en que medida las matemáticas tienen un papel específico para el desarrollo de las mismas.

La **P6** interviene directamente sobre la contextualización y conocimiento de Π a través del manejo de distintos elementos circulares del medio natural. La finalidad es descubrir la constante y descubrir porque Π siempre aparece representando la misma cifra por muy diferente que sea el tamaño del elemento circular del cual se obtienen las medidas.

En esta práctica **P7** se presenta una situación de combinatoria en donde el alumnado debe utilizar diferentes elementos para descubrir cuantas combinaciones posibles de un disfraz se pueden hacer. Se presenta un problema en donde se debe descubrir como un número concreto de elementos se pueden hacer una serie de combinaciones.

La **P8** se presenta específicamente en descubrir el concepto de la banda de Moebius y sus propiedades a través de la construcción de un cilindro y de otra figura de construcción parecida pero diferente, haciendo un paralelismo entre las dos y aplicándole las mismas propiedades para descubrir sus diferencias.

En otras ocasiones como en la **P9** se trabaja la actividad en la que la situación o problema se presenta a través del uso de tecnología como en este caso mediante el uso del programa Geogebra en donde se trabaja con determinadas figuras geométricas para el cálculo de su perímetro y de su área.

También se hace propuestas de situaciones problema con tecnología en la **P10** en la que el alumnado crea una figura geométrica usando el programa Tinkercat para después poder imprimirla en la impresora 3D.

En la misma línea se presentan en la **P11** tres problemas en los que se trabaja la visualización y la aritmética a través de los juegos de una app (Block Puzzles, Math Stick and Brain Training) en donde aplican los conocimientos sobre los contenidos que ya conocen y que deben emplear para resolver los problemas planteados en cada uno de los juegos.

Usando el robot educativo Mblok en la práctica **P12** se presenta un problema como un reto en donde mediante la creación de un circuito el robot debe llegar antes que el del equipo contrario.

En la **P13** el alumnado debe descubrir como se realizan los cálculos de los datos de un partido de baloncesto (datos de tiros, posesiones, porcentajes de juego, tiempos,), recogidos y analizándolos como se hace en la NBA. Se contextualizan en un partido situaciones matemáticas cotidianas y el alumnado debe resolver cuestiones de cálculo de datos con los contenidos que ya conocen.

Por último, en la **P14** se plantea al alumnado la construcción de diferentes figuras planas utilizando para ellos materiales no estructurados como piedras de río, cuero, fieltro y pinturas. El alumnado imagina como debe de realizar su construcción y que figuras van a emplear con los recursos que necesitan para después explicar el proceso de construcción.

E2- En diferentes prácticas de programas se trabajan con la problematización, es decir con situaciones en las que se practica la generalización de problemas. Las actividades no buscan que el participante llegue a la resolución directa del problema que se plantea, sino que se produzca un debate y se cuestionen lo que están haciendo.

En la **P1** se presentan varios trucos de magia mediante los cuales los alumnos investigan hasta llegar a la solución, pudiendo mostrar sus conjeturas y buscando diferentes modos de llegar a un mismo resultado. Así se observa el truco de la baraja de cartas donde se generaliza que se debe realizar una misma secuencia para que el resultado sea el mismo: se realizan una serie de cortes a la hora de barajar las cartas de forma que las cartas se “configuran” siempre del mismo modo para obtener siempre una misma posición.

En otro contexto específico como es el de la música desarrollado en la **P3** se observa como cada grupo es capaz de construir una canción empleando las mismas variables, ya que con las mismas notas se construyen una serie de compases que combinados de diferentes formas crean canciones distintas.

En otras situaciones como en la propuesta en la **P5** se plantea un experimento en donde el alumnado debe descubrir utilizando contenidos matemáticos cuál es la mejor proporción de dos reactivos para producir una reacción y que esta permita inflar un globo. Esta situación hace que el alumnado sea capaz de comentar, discutir, valorar y hacer las pruebas suficientes empleando distintas medidas de varios elementos para obtener la óptima.

Otro ejemplo en donde se trabaja la problematización es en la **P6** ya que la propia finalidad de la actividad es descubrir que Π es la relación entre el diámetro y el radio de una circunferencia y deben ser ellos mismos los que llegan a la conclusión de que esto es una constante que siempre se produce.

El mismo planteamiento se sigue en la **P7** dado que el alumnado mediante el trabajo en grupo discute y comentan entre ellos como puede llegar a hacer el mayor número de combinaciones posibles haciendo los cálculos necesarios. Cada grupo realiza los cálculos necesarios para determinar el número de combinaciones posibles con los distintos elementos a ampliar y todos comprueban como llegan al mismo resultado haciendo combinaciones distintas.

De otra manera en la **P9** el alumnado hace una generalización de un problema específico que se le plantea con el uso de Geogebra de forma que construyan una figura que tenga la mayor área posible y con menor perímetro. Todos construyen con el programa una serie de figuras y observan como se calcula el área y el perímetro de las figuras intentando llegar a la resolución del reto.

En la **P11** el juego Math Stick se le propone “dada la suma $3+2=6$, mueve el palo correcto para que se complete la igualdad”. Ante esto en el juego se proponen dos soluciones específicas que el alumnado debe descubrir y comentar razonado porqué hace esto.

De la misma manera en la **P12** el alumnado realiza por grupos el recorrido de su robot teniendo todos en cuenta la misma premisa de hacer el mismo número de curvas y que cada una de ellas tenga los mismos grados. Una vez construyen el recorrido manejarán el robot controlando los giros y el tiempo.

Lenguajes

E3- En diferentes prácticas se usan distintos modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica,), traducciones y conversiones entre las mismas de modo que se hacen visibles para el alumnado, de forma que sean capaces de identificarlas.

En la **P1** se presenta ya desde el inicio del programa los diferentes modos de expresión matemática, como puede ser la simbólica al utilizar una operación combinada para explicar el truco de la torre de dados o la expresión verbal para explicar el truco de cartas en donde se hablan de los patrones y las regularidades matemáticas.

En otras como la **P2** se hacen explícitas el uso de diferentes formas de expresión: la verbal a la hora de hacer diferentes estimaciones de medida y comentarlas; la simbólica a la hora de usar diferentes instrumentos de medida y la gráfica a la hora de representar los datos obtenidos en diferentes tablas.

Además, el trabajar el contenido matemático en diferentes situaciones y contextos como en el plano musical (**P3**) hace que el alumnado observe como se producen expresiones matemáticas en las canciones. Para crear una partitura se usan símbolos y se hacen representaciones gráficas mediante el uso de compases con una determinada medida, notas con un determinado valor, etc...

En otro tipo de prácticas como la **P4** se trabaja específicamente la expresión matemática verbal dando instrucciones matemáticas con un vocabulario matemático específico de figuras planas que otros deben interpretar para construirlas. Ante esta situación vemos que los receptores de la información y por tanto los que completan la descripción del cuadro trabajan con el lenguaje gráfico.

Otras prácticas desarrolladas en contexto como como la **P5** permiten trabajar las expresiones matemáticas que se producen a través de la realización de comprobaciones, estimaciones y la forma de registrar datos mediante la realización de reacciones químicas. El manejo de reactivos en distintas cantidades y su intervención en diferentes tiempos con el registro de los datos permite el trabajo con las expresiones gráfica y simbólica.

En la **P6** se presenta modo de expresión gráficos a través de la representación de los elementos escogidos para descubrir la constante Π y también la expresión simbólica. A la misma vez mediante el cálculo de la constante se descubre en los elementos escogidos la relación que existe entre el radio y el diámetro de una circunferencia.

También en los contenidos específicos de prácticas como la **P7** permiten desarrollar la expresión matemática gráfica, ya que para que entiendan los propios contenidos trabajados en la sesión se hacen representaciones gráficas para que comprendan como se trabaja en combinatoria.

En otras ocasiones el uso de una forma expresión matemática se hace explícita directamente haciendo un determinado procedimiento de la sesión, como en la **P8** en donde se presenta la expresión gráfica dado que el alumno a la vez que construye la banda va describiendo los cambios que se producen en un cuerpo y comprobando si cumple unos determinados criterios.

Capítulo 4: Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

La forma en la que se trabajan los contenidos en los desarrollos de las prácticas es distinta y permite que se integren distintas expresiones matemáticas de forma recurrente. Así en **P9** las instrucciones para el desarrollo indican el uso de una expresión verbal al trabajar las indicaciones con contenidos específicos en el propio programa informático a la hora de intervenir con coordenadas, de trabajar con conceptos como los puntos notables de un triángulo o con el cálculo del área de una figura. Del mismo modo otras prácticas como la **P10** que trabajan con programas como el Tinkercat de construcción en 3D integran también la expresión matemática simbólica a la hora de usar las figuras y su aplicación a la hora de construirlas.

El uso del lenguaje computacional hace que se trabajen indirectamente las expresiones matemáticas distintos y como en el caso de las prácticas anteriores que se utilizan implícitos a la hora de trabajar los contenidos. En la **P11** las expresiones verbales y las gráficas y las simbólicas se hacen presentes cuando se habla de isometrías, giros o traslaciones y transformaciones para aplicárselas a una figura que se está construyendo. Del mismo en la **P12** se trabaja la expresión verbal a la hora de especificar el recorrido que realiza un robot (hablando de los grados de las curvas o de las distancias a recorrer) y de la expresión gráfica a la hora de programar el movimiento del robot en su programa para que pueda hacer el recorrido.

Por las características del programa en otras prácticas o como la **P13** el alumnado trabaja la expresión verbal a la hora de recoger los datos obtenidos y la forma en la que los registran para después trabajar la expresión gráfica a la hora de descubrir como se representan eso datos que han obtenido.

La práctica final (**P14**) se centra en que el alumnado trabaje el lenguaje simbólico mediante la construcción de figuras y la aplicación de sus propiedades, pero también específicamente el lenguaje verbal, ya que el alumnado explica con sus conocimientos matemáticos como realizó cada una de las figuras empleadas y que técnicas.

E4- En todas las prácticas llevadas acabo se adapta el distinto lenguaje empleado, así como los modelos de expresión matemática de forma que se favorezca que el alumnado comprenda los conceptos que maneja y adquiera la competencia matemática necesaria.

En la **P1** se explica detalladamente de forma gráfica cada uno de los trucos que se realizan para que sean capaces de comprender que “matemáticas” se utilizan en cada uno. En el truco de la torre de dados se realiza una torre de ejemplo y se le explica el paralelismo

entre la torre y la resolución de una operación combinada, que es la queda la solución final y por tanto el acertijo del truco.

En el caso de otras prácticas más específicas como la **P2** se cuida la expresión matemática verbal de forma que conozcan y sean capaces en la resolución de la misma el vocabulario con el que se trabaja (estimación, odómetro, media, mediana, moda...).

También se cuida la expresión matemática empleada en prácticas de otro tipo de contextos como en la **P3** con la música usando la expresión matemática verbal al hablar del valor de las notas y su nomenclatura; y de forma gráfica haciendo una representación del valor de las notas en el pentagrama. Un ejemplo de esta situación es cuando se le indica al alumnado como se representa: la blanca vale uno, por lo tanto, solo tenemos que meter el valor de 2 en un compás, por lo que tendremos que utilizar dos de estas.

En la **P4** el alumnado conoce el vocabulario de partida por lo que el nivel de lenguaje se adapta explicando detalladamente cuestiones como las formas y las posiciones y se utilizan distintos modos de expresión (verbal, gráfica y simbólica) sin que el alumnado muestre ninguna dificultad.

Los distintos modos de expresión matemática con un vocabulario adaptado en la práctica **P5** se relacionan con otros modos de expresión matemática como la gráfica en el modo el que alumnado utilizado el vocabulario específico y hace uso de el, como en este caso puede ser el uso de las medidas del SI o usar una reacción química.

En las prácticas en donde se abordan conceptos matemáticos específicos (**P6**) se utilizan un vocabulario sencillo por lo que la expresión verbal se complementa con una expresión gráfica que representa lo que están haciendo, de forma que se adapte el nivel a lo que conocen.

También en aquellas en las que la práctica gira en torno a un contenido único como la **P7** en la que se habla de combinatoria se completa específicamente la adaptación de la expresión matemática con la expresión gráfica de forma que a través de la representación el alumnado sea capaz de comprender lo que sucede en la práctica y elabore en grupo su propia explicación usando las dos.

En otras ocasiones la práctica se centra en adaptar el lenguaje empleando simplemente, como en la **P8** en donde la expresión matemática verbal se usa para explicar cada paso del

montaje de los modelos de avión evitando que comentan erros y esperando a que entienda todos los pasos con sus respectivas explicaciones.

Así mismo en muchas ocasiones se incide (**P9**) en que vocabulario específico por lo que se dan explicaciones necesarias para que el alumnado comprenda el vocabulario intentado que lo emplee mientras se hace la práctica. Al trabajar con programas como Geogebra se intenta que el alumnado siga la práctica adaptando el vocabulario, como por ejemplo:

- El profesor indica: *para crear el cuadrilátero tenemos que marcar cuatro segmentos que serán sus puntos: el AB, otro CD, otro EF y por último el GH empleando el primero de ellos como base.*
- Lo mismo para crear una circunferencia: *Creamos una circunferencia con centro A y de radio CD y de centro B y de radio GH, marcando el punto de objeto en I.*

A parte de adaptar el vocabulario se proyecta lo que se hace para que el alumnado comprenda lo que se hace apoyando la adaptación propia de vocabulario para que comprendan lo que se hace en cada paso.

En esta práctica y otras como la **P10** siempre se intenta hacer un ejemplo en que se cite el vocabulario a la vez que se completa usando elementos de aproximación a lo que se pide con el uso de un vocabulario común. Para empezar a construir en el programa Tinkercat se adapta el vocabulario y se explican las funciones, como cuando se propone el ejemplo de muestra:

- *Imaginad que queremos construir un muñeco de nieve, pues vamos a la sección de formas y seleccionamos dos circunferencias poniendo una encima de otra, una más grande para el cuerpo y otra más pequeña para la cabeza.*

En otras ocasiones se observa como el desarrollo de la práctica se integran conceptos que el alumnado no conoce pero que llegan a comprender al producirse en una situación y en un contexto específico. En la realización de un juego de la **P11** se le explica al alumnado que en el juego del tetrax para que una de las piezas encajen se deben hacer un giro o una traslación.

Que el alumnado comprenda los conceptos en contexto hace que los relacione con objetos o situaciones de la vida real y permite interiorizar mejor el nuevo vocabulario. En la

P12 conceptos como ángulos, figuras planas, no solo es un vocabulario específico que conocen si no que emplean mientras realizan la práctica.

En otras ocasiones cuando se introduce conceptos claves que no conocen se emplean otros elementos complementarios que ayudan a su comprensión, por tanto, también son adaptaciones del nivel de lenguaje empleado. Estos elementos como en la **P13** son las tablas de recogida de datos, en las que se hacen anotaciones necesarias que hacen que se vean datos como la media o la posesión a la hora de analizarlos y donde ambos conceptos se desarrollan en la práctica.

En la **P14** se emplea ya un vocabulario más específico que en muchos fue ya utilizado en otras prácticas (recta perpendicular, mediatriz y bisectriz, figuras poligonales y no poligonales, ...) y se explica lo que es en el caso de que algún alumno no comprenda algunos de ellos adaptando la explicación lo necesario.

E5- Las prácticas presentadas en el programa intentan que se presenten situaciones de expresión matemática e interpretación, para favorecer que el alumnado utilice y emplee las matemáticas y observe que son necesarias en diferentes situaciones y contextos.

La primera práctica realizada en el programa **P1** utiliza la magia y los trucos de magia y se presentan situaciones en determinados momentos para que el alumnado interprete y haga sus propias conjeturas. Cuando se propone que descubran el truco de magia los alumnos hacen sus propias alternativas del truco presentándolo y dando alternativas matemáticas que hacen que se llegue al mismo resultado: *“El número que alcanza un dado es 7, por lo que este número se va a repetir por el número de dados que tenga la torre y se le resta aquel que aparezca en la cara final de la torre, por ejemplo, torre de cuatro dados y que la última cara es un dos; pues se hace la siguiente operación: $7+7+7-2$ ”*.

También se producen situaciones cuando la práctica trabaja específicamente con algún contenido, como en la **P2** en donde se observa que el alumnado toma las medidas con los instrumentos, pero emplea distintas medidas del SI para expresar la medida. Uno de los grupos recoge los datos en kms y cuando se le pregunta porque lo hacen así contestan que aunque los lanzamientos de los aviones son cortos y solo puede recorrer pocos centímetros utilizando los kms se pueden comparar con las distancias que recorren los aviones reales.

En otras ocasiones los propios contenidos trabajados crean situaciones de expresión e interpretación, como en la **P3** que en todo momento cuestiones como el valor de las notas o su duración se relacionan con las matemáticas y se expresan de forma integrada.

Es importante también desarrollar a nivel individual distintos modos de interpretación de un mismo elemento, por lo que en prácticas como la **P4** se dan situaciones como la interpretación del alumno a la hora de describir un cuadro. Aunque el alumno que hace la descripción intenta aproximarse, se abre a la interpretación que cada uno de ellos haga su reproducción en función de sus conocimientos.

En otras ocasiones como se le plantea que deben de realizar varias veces una tarea de la práctica esto hace que surjan diferentes interpretaciones y otras situaciones de expresión matemática. En la **P5** el alumnado repite varias veces el experimento para descubrir como ajustando las variables se produce un mejor resultado, observando los cambios y registrándolos para valorar los cambios que le permiten crear una interpretación: *añadimos 20 gramos más de bicarbonato y se produce una mayor cantidad de gas con la misma cantidad de vinagre.*

A la par que hacer interpretación, en otras ocasiones se observa que la realización de una interpretación ayuda a que se utilicen otras formas de expresión matemática. En la **P6** se interpreta lo que es una relación presente en la naturaleza y que es una regularidad matemática y se observa como el alumnado a parte de recoger los datos en la tabla utiliza la expresión gráfica para mostrar la regularidad.

Para el alumnado que muestra más dificultades a la hora de hacer algún tipo de interpretación se presentan prácticas como la **P7** en donde los contenidos más sencillos hacen que se propicien situaciones en donde pueden hacer sus propias interpretaciones y llegar a la resolución de la práctica. En este caso con los diferentes elementos hacen las posibles combinaciones y usando la expresión gráfica representan en una gráfica en árbol todas las combinaciones posibles que se pueden hacer.

También se proponen situaciones para que el alumno reflexione e interprete lo que sucede de forma que les ayude a comprender como funcionan las situaciones matemáticas. En la **P8** se le muestra al alumnado diferentes situaciones en las que un cuerpo sufre determinadas situaciones y que deben ser explicadas, como por ejemplo como un “donut” se puede convertir en una taza. Ante esta situación surgen diferentes interpretaciones en las que el alumnado trata de explicar con sus palabras y conocimientos lo que sucede: *“lo que se hace es estirar todo de*

forma que nunca se rompa para que el centro se convierta en el asa y a partir de ahí estirar lo más posible para crear la parte de la taza en donde va la bebida.”

Así en alguna práctica se dan situaciones en las que la actividad en sí misma des una interpretación de un razonamiento matemático, como la **P9** en donde el alumnado debe de interpretar la relación existente entre el área y el perímetro a través de la realización de diferentes tareas para llegar finalmente a interpretar esta situación dada.

De la misma forma en otras prácticas se trabaja directamente con situaciones de expresión matemática distintas a las que conocen habitualmente. El uso del lenguaje computacional en prácticas como la **P10** hace que se presenta situaciones de interpretación y expresión variadas, como cuando se propone hacer determinados movimientos con las figuras o se necesita imaginar como será una figura en 3 dimensiones. Usando el lenguaje computacional en la **P12** se deben de interpretar situaciones sencillas pero traducidas al nivel lenguaje que se está empleando, como en los movimientos del robot a través del programa Mblock. Se intenta que el robot realice un determinado recorrido lo más rápido posible, por lo que se debe interpretar como se debe de registrar en el programa en distancias y tiempos programando el robot para que sea capaz de hacerlo.

Este tipo de actividades hace que se presenta situaciones de interpretación directa como en la **P11** en la actividad de Math stick, cuando se presenta una operación en la que tienen que transformar los dígitos para que sea correcta y resolverla para poder subir de nivel.

En otras prácticas se le enseña al alumnado como a través de la recogida y selección de datos se pueden interpretar situaciones y comprender lo que pasa. En la **P13** los alumnos recogen los resultados del trabajo de un equipo en un partido de baloncesto y ellos mismos interpretan con los datos obtenidos: *“nuestro equipo, aunque tiene menos puntos ha realizado más triples, por lo que somos mejores en tiros”*.

La propia **P14** en sí misma es una forma de expresión matemática distinta, ya que el uso de los conceptos matemáticos en una creación artística en la que se aplican los contenidos hace que el alumno vea los diferentes lenguajes de las matemáticas en un contexto distinto.

Reglas

E6- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos adaptados a su nivel educativo. En el diseño de las prácticas que conforman el programa se tiene en cuenta que

no se propone trabajar con nuevos contenidos, si no partir de contenidos básicos que conozcan y manejen sin dificultad aparente.

En la **P1** se plantea al alumnado el manejo de conocimientos básicos de aritmética (operaciones combinadas), probabilidad y azar. El modo en que se emplea estos hace que los procedimientos empleados en los diferentes trucos resulten sencillos al alumnado y no muestren dificultades aparentes relacionadas con los manejos de los contenidos para plantear una solución de cada uno de ellos.

Del mismo modo en la **P2** se plantea una situación en la que ese emplea contenidos de medida y aritmética. Aunque a priori los conocen y los manejan se observan en el caso de la medida situaciones en las que se comenten erros, pero relacionados con el manejo de los instrumentos de medida empleados o por no conocer las medidas del SI.

En otras ocasiones el utilizar las matemáticas en contextos específicos como el caso de la música **P3** se trabajan con contenidos más específicos (como puede ser las fracciones o las equivalencias) y su conexión con otros de otras áreas como los de música (notas, compás, ritmo) lo que hace que el alumno tenga que pensar sobre como estos se conectan y en que medida las matemáticas se relacionan con otras áreas.

En otras ocasiones como en la **P4** se trabajan con contenidos que el alumnado conoce como el caso de las figuras planas o las coordenadas cartesianas, pero se introducen cuestiones a trabajar como en este caso que el alumnado haga una descripción específica de las figuras utilizando conceptos que conozcan. Así se observan que hay alumnos que utilizan atributos generales haciendo una descripción como *“el triángulo rojo se encuentra a la derecha hacia abajo”* mientras que otro alumno hace una descripción más detallada: *“hay un triángulo escaleno rojo que tiene tres vértices muy separados y además este tiene junto a uno de los vértices el inicio del rectángulo.”*

En muchas ocasiones, aunque los contenidos sean conocidos se observa como el alumno tiene dificultades específicas a la hora de aplicar conceptos que ya conoce. En la **P5** el alumnado debe utilizar la balanza, todos conocen las medidas del SI pero parte del alumnado muestra dificultades con el concepto Tara y cometen erros al tomar las medidas. Otras veces se trabaja específicamente con contenidos matemáticos que ya conocen y en los que a priori no muestran dificultades (**P6**) como puede ser la construcción de circunferencias, cálculo del diámetro y del radio. Como en muchas ocasiones el alumnado conoce los conceptos a trabajar, pero muestran dificultades a la hora de realizar la práctica con la aplicación del contenido, como a la hora de identificar el radio o medirlo en al crear una

circunferencia. Aunque los contenidos son conocidos y observamos erros en su competencia, en otras ocasiones nos encontramos como en prácticas como la **P7** donde se trabajan con contenidos de aritmética, probabilidad y azar que ya conocen que el alumnado le cuesta identificar en que momento aplicar sus contenidos. Se considera especialmente tener un cuidado cuando se trabaja con contenidos que ellos a priori no conocen y por tanto no tiene una noción básica, como el caso de los contenidos de topología con los que se trabaja en la **P8**. En ella el alumnado trabaja por primera vez con el concepto de la banda de Moebius, por lo que se intenta realizar una simulación muy visual y que ellos mismo construyen para que comprendan lo que son las superficies de una sola cara. Bajo la misma premisa en la **P9** a la hora de trabajar con el programa Geogebra se utiliza como recursos contenidos que ellos ya conocen como las figuras geométricas donde muchos ya estudiaron como se calcula las fórmulas para calcular el área y el perímetro, pero no conocen que significa realizar estos cálculos sobre una figura. En este tipo de prácticas y en otras como la **P10** se prioriza el manejo del programa sobre conceptos trabajados, como en el caso de esta última se centra en que el alumnado adquiera el conocimiento del programa Tinkercad para construir piezas en 3D en base a figuras que ya conoce. Sin embargo en otras, como la **P11** donde se trabaja con apps a parte del conocimiento de cada uno de los juegos propuestos y del conocimiento del concepto matemático se desarrolla la competencia, como específicamente el reconocer directamente una figura geométrica pero no son capaces de visualizar una transformación de la misma (rotación).

Manteniendo la idea de hacer actividades competenciales en la **P12** el alumnado trabaja la creación de ángulos para hacer un recorrido programando también un robot en un programa informático que manejan con sencillas explicaciones. De la misma manera que en otras prácticas como la **P13** donde el alumnado maneja los contenidos, se observa como presenta dificultades para interpretar datos si saben hacer los cálculos (porcentajes). Lo mismo sucede en la **P14** ya que el alumnado conoce las definiciones y conceptos empleados y los utiliza, escogiendo por ejemplo las figuras que emplean.

E7- En todas las actividades se hace una presentación general y en el desarrollo de la sesión se van especificando partes haciendo hincapié en aquellas que se consideran que se están a trabajar contenidos importantes para que el alumnado vaya fijando su atención.

En aquellas prácticas más específicas como la **P1** que se trabaja en torno a la magia se realizan los trucos varias veces delante del alumnado y se van dando las pistas necesarias fundamentadas en razones matemáticas para que sean capaces de descubrir por si mismo los

diferentes trucos. En otras ocasiones como en la **P2** se presentan los contenidos principales como un reto proponiendo que son los lanzadores de un avión debiendo descubrir cuál es el modelo de entre los presentados que mayor distancia recorre. Además, se incide en la importancia de que tengan en cuenta cuestiones como que sean capaces de seguir las instrucciones para construir un avión fijándose en que figuras deben hacer en cada caso y empleando la rigurosidad necesaria para conseguir la mejor construcción del avión y que así este sea capaz de volar una gran distancia.

Se presta especial atención en prácticas como en la **P3** en donde los conocimientos matemáticos se relacionan con otros de forma interdisciplinar como la música de forma que la persona que dirige la actividad incide en que el alumnado entienda la relación y comprenda lo que se está haciendo: *“Cada nota musical tiene un valor, por ejemplo, la negra que vale 1, y eso se traduce en que su duración será de un tiempo”*.

También se observa lo mismo en la **P5** donde se explica y ejemplifica al alumnado lo que es una reacción química y los pasos que ellos deben conocer en la práctica a través de un ejemplo para que comprenden cuestiones como lo que es la precisión matemática.

Cuando se trabaja con contenidos específicos de matemáticas que conocen, pero no manejan, se le dan también estrategias que complementan los enunciados y los procedimientos como en la **P6**. En ella para trabajar en torno al concepto de Π se utilizan elementos circulares que el alumno manipula además de facilitarle unas cuerdas y una regla para que pueda medir y hacer las comprobaciones necesarias. Este material utilizando en otras prácticas como la **P7** les permite complementar lo que se presenta como explicación y permite ir visualizando todos los pasos de lo que tienen que hacer (combinar el material para hacer todos los modelos posibles que es el objetivo de la práctica).

Resulta más complicado presentar actividades en las que se trabajan contenidos que son totalmente nuevos para ellos, aunque estos no tengan una gran dificultad. En la **P8** se trabaja con las superficies de una sola cara, por lo que el primer paso de la práctica va dedicado a que realicen una por sí mismos y comprueben que su creación solo tiene una cara.

En muchas ocasiones se presentan las consideraciones más importantes de la práctica con un propio ejemplo de forma que facilite que el alumno comprenda lo que tiene que hacer, como en la **P9** a la hora de construir un triángulo y ver sus puntos notables. En la misma línea, en otras prácticas como la **P11**, se comenta en cada actividad cual es la finalidad y se le propone un modelo de resolución para que comprendan a que tipo de resultado final tienen que llegar. Aunque cuando se dan cuestiones, como en el caso de esta práctica una

transformación de una figura, se les explica lo que deben hacer explícitamente sobre el desarrollo de la sesión.

También se les suele facilitar cuando en el enunciado de la práctica se abordan conceptos para que después sean capaces de desarrollarlos y aplicarlos, como en la **P12**, cuando se les explica que las curvas de un circuito se realizan realizando diferentes ángulos de diferentes amplitudes. Con esta explicación inicial ellos comprenden que la complicación del circuito incidirá en los diferentes grados que tengan cada uno de los ángulos que construyan para hacer las curvas en sus circuitos.

Como las prácticas se desarrollan en diferentes contextos, también se comenta al alumnado que datos y en que momento los pueden recoger para que después se facilite la realización de la práctica al completo. En la **P13** el alumnado debe recoger datos tales como número de tiros y tipos o tiempos, por lo que se le indica como deben de registrarlos para después poder analizar los datos de un partido. Del mismo modo en la **P14** se les explica las propiedades que tiene cada una de las figuras que eligen y como pueden construirlas, como puede ser el empleo del compás para construir una circunferencia.

E8- En la mayoría de las prácticas presentadas no se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos. Las prácticas están planteadas de forma competencial para que el alumno sea capaz de aplicar y resolver las situaciones o problemas que se plantean con sus conocimientos. Aún así hay prácticas como la **P3** en donde el alumno debe crear una propia composición musical, por lo que el alumnado debe construir una proposición específica creada por ellos mismos. De la misma manera en la **P5** se propone que el alumnado tiene como objetivo llegar a controlar la proporción idónea de los reactivos para descubrir con que cantidades se infla más un globo. Así son ellos los que toman la decisión y exponen cuál es la proporción.

Otro tipo de prácticas como la **P6** hacen que específicamente el alumno sea capaz de crear una definición de un concepto, como en este caso de Π . Después de realizar en diferentes objetos circulares el alumnado debe descubrir porque se obtiene resultados similares en los mismos y que se repite siempre el mismo dato. Por lo que después de descubrir lo que pasa se propone que construyan una definición.

En la misma línea se plantea la **P8** donde después de construir en varias veces un cilindro y una banda de Moebius, el alumnado debe de proponer una definición para ella y en general de lo que es una superficie de una sola cara. Así el alumnado es capaz de realizar

su propia definición empleando los elementos que considera: *“es una superficie que solo tiene una cara, por lo tanto, en donde puedes dar varias vueltas, pero siempre se termina en el mismo punto de inicio, es decir, que el final está en la misma cara”*.

Dependiendo del objetivo de la práctica se plantea situaciones donde el alumno debe explicar antes los demás que objetos matemáticos se emplea en la actividad desarrollada, por lo que, aunque no se trabaja con una definición si con un procedimiento. Este es el caso de la **P10**, donde cada alumno crea su propia figura atendiendo a unos criterios y explica como es capaz de construirla con los objetos necesarios que considera. O también en la **P11** donde el alumnado en grupo crea su propio itinerario de recorrido del robot y después explica de que manera lo construyen para intentar facilitar un mejor y más rápido movimiento de este. Por último, mediante la construcción de un mandala de forma individual (**P14**) hace que el alumno tenga generar la propia definición de su creación hablando de los elementos que lo conforman.

Argumentos

E9- En las prácticas realizadas en el programa de intervención se tiene una adaptación al nivel educativo del alumnado de todas las explicaciones que se dan, así como de las comprobaciones y demostraciones que se realizan. El objetivo es que todo el alumnado comprenda lo que se está haciendo y como actúan las matemáticas en los procesos que se trabajan en cada una de ellas.

En la **P1** se parte de que todo el alumnado conoce los conocimientos matemáticos que se utilizan, como por ejemplo las operaciones combinadas, por lo que las explicaciones se centran en conocer como aplicar las matemáticas para resolver un truco de magia y se realizan con el alumnado las comprobaciones necesarias para que ellos puedan hacer solos el mismo truco. Algo similar sucede en la **P2**, donde todos conocen los contenidos, pero si se incide en dar explicaciones de como recoger las medidas para evitar errores, como ordenar los datos o se hace una demostración de como se construye un determinado tipo de avión. En otras ocasiones como en la **P3** donde se trabajan los contenidos matemáticos de forma interdisciplinar, se incide en explicaciones en donde se le comenta el valor y la importancia de las matemáticas, como la duración de las notas. En otras ocasiones se dan explicaciones precisas para que el alumnado se ajuste a lo que tiene que hacer, como en la **P4** en donde se dan indicaciones para que el alumnado sea capaz de describir al detalle el cuadro y que los demás capten la mayor información posible.

En todas las prácticas se intenta trabajar un vocabulario específico por lo que a la hora de dar la explicación general se hace referencia a el empleándolo, como por ejemplo en la **P5**. El profesor indica al inicio de la sesión: “hoy vamos a trabajar con reacciones químicas y vamos a usar como reactivos vinagre y bicarbonato que mediremos en gramos y miligramos con el material correspondiente.” Así en todas las prácticas cuando se adapta la explicación como en la **P6** haciendo una demostración de como se construye el radio de una circunferencia o como podemos calcular su diámetro.

En otras ocasiones las explicaciones se dan directamente sobre el proceso de recogida de los datos, como en la **P7** donde después de hacer todas las combinaciones posibles se especifica como recoger los datos obtenidos. En muchas ocasiones las explicaciones son acompañadas de demostraciones, como en la **P8** cuando se explica como se construye una banda y como se construye un cilindro normal apreciando la diferencia.

En aquellas prácticas más técnicas como en la **P9** donde se trabaja con el programa Geogebra, la persona instructora adapta el discurso a los conocimientos generales del alumnado enriqueciendo el proceso con ejemplificaciones y recordando cada uno de los conceptos que se nombran para facilitar la comprensión: “*Vamos a realizar los puntos notables de este triángulo. ¿Todos recordáis lo que son? De todas formas, vamos a repasar*”

Si se necesitan además se dan las explicaciones a nivel individual sobre todo para que sea capaces de manejar el programa y seguir todos los pasos: “*Hasta que todos lleguéis a este paso no continuamos*”.

En este último punto donde la intervención y la adaptación de la explicación son específicas para poder ayudar alumnado como en la **P10** donde se trabaja de manera individual. Al revisar cada una de las figuras creadas por el alumnado el instructor incide sobre elementos que el alumnado no ve, como, por ejemplo: “*si pones en esta figura el brazo en el aire, al imprimirla va a salir todo pegado porque la impresora hace la impresión por capas, por lo que te a rellenar todo. Tenemos que buscar una alternativa para que esto no suceda.*” En otras ocasiones más que el uso de una explicación se puntualiza en cuestiones que puedan ayudar a resolver la actividad que se plantea, como en la **P11** ayudando a explicar cuál es el objetivo del juego y como pueden resolverlo.

En la mayoría de las ocasiones se dan explicaciones generales de la práctica y se incide en que lo primero es entender las cuestiones básicas para poder después acceder al siguiente nivel de la actividad. En la **P12** primero se explica al alumnado el programa Mblock y el uso

de los robots, probando y haciendo diferentes cosas para después poder hacer el diseño y el recorrido final en la carrera.

Es importante destacar que en el desarrollo de las prácticas las explicaciones se dan sobre diferentes temas y en diferentes momentos, como en la **P13** que las explicaciones sobre nociones básicas del juego del baloncesto se integran contenidos matemáticos específicos como el cálculo de la posesión o de los puntos. Lo mismo sucede en la **P14** que las explicaciones se adaptan de forma individual a la construcción realizada por cada alumno para atender a sus necesidades, como cuando se les indica que hacer en el mandala a partir de la construcción de la circunferencia inicial.

E10- A lo largo de todas las prácticas del programa se intenta que en cada una de ellas exista un momento donde el alumnado sea el protagonista y argumente ciertas situaciones que se dan, valorando siempre su intervención por el valor de esta y no por el contenido.

En la **P1** al ir presentado cada truco el alumnado hace una propuesta de resolución y se incide en la explicación con contenido matemático, haciendo una propuesta de resolución del truco. Por ejemplo, en el truco de la torre de dados un alumno comenta: *“una de las operaciones a aplicar es una multiplicación, para ver cuantas veces se repiten los dados que conforman la torre.”*

Otras veces es el instructor de la práctica es el que en determinados momentos lanza preguntas para que el alumnado piense y argumente un razonamiento, como en la **P2** al realizar las tiradas con el avión. Una vez realizadas unas cuantas se pregunta por la influencia del tirador o del modelo de avión empleado para ver cuál recorre una mayor distancia. Esta cuestión provoca que el alumnado cree su propio argumento y lo manifieste: *“Los modelos son muy diferentes, por ejemplo, el modelo de avión del grupo C tiene el ala mucho más pequeña e inclinada, lo que hace que alcance una mayor velocidad en el vuelo.”*

También se diseña las prácticas para que existan momentos en los que el alumnado tenga su propia razón para determinar una situación. En la **P3** al momento de crear los compases cada grupo hace el suyo y argumenta la elección de una nota, haciendo variaciones para justarla a las necesidades: *“hemos decido meter un silencio en el medio de la canción para que así exista un tempo para tomar aire”*.

En diferentes momentos de la realización de las prácticas se dan situaciones espontáneas de argumentación donde ellos mismos visualizan y comentan el porqué de las

situaciones. En la **P5** a medida que van repartiendo el experimento todos los grupos argumentan y concluyen que tiene que plantear una nueva situación: se tiene que hacer variaciones en los reactivos para poder observar que cambios se producen y ver cuál es la mejor proporción.

Se observa que en aquellas prácticas en donde se analizan conceptos matemáticos específicos, como en la **P6** al trabajar con el concepto de Π , el alumnado tiene más dificultad para argumentar la situación por lo que el instructor lanza premisas hasta lograr que sean capaces de reconocer la situación: “¿por qué pensáis que se repite el mismo número?, ¿a que os recuerda el número? o ¿siempre sucede lo mismo, uséis el objeto que uséis?”

Siempre se intenta fomentar la argumentación del alumnado llevando a la reflexión y al cambio, intentando que ellos entiendan las diferentes perspectivas y que sean capaces de cuestionar lo que están realizando. Así en la **P7** cuando el alumnado ya hace todas las combinaciones con los materiales se les cuestiona si finalizaron el proceso introduciéndole preguntas como si puede repetir el mismo complemento dos veces, por lo que se crea un pequeño debate entre todos obteniendo posturas argumentadas en dos posiciones distintas.

De la misma forma en la **P8** a la par que se desarrolla la práctica se reintroducen preguntas como: ¿Qué te ha pasado cuando hiciste la línea en el círculo?, ¿sucedió lo mismo con la banda? O ¿en algún momento tuviste que levantar el boli para hacer la marca? Estas preguntas favorecen que el alumnado descubra el sentido de la práctica y entienda lo que es una banda de Moebius, favoreciendo que se produzca una argumentación en torno a la diferencia de lo que es una superficie de una sola cara y aquellas que tienen dos.

Se observa que en todas las prácticas que el instructor lance preguntas ayuda a que se produzcan situaciones de argumentación, por lo que en prácticas como la **P9** en donde se trabaja con el programa Geogebra. Después de explicar un concepto o movimiento se deja un tiempo para que ellos experimenten y construyan sus propias figuras para después poder hacer preguntas sobre ella y que el alumnado sea capaz de responder con argumentos matemáticos.

En las prácticas de trabajo individual cada alumno utiliza sus herramientas para justificar su trabajo, por lo que se observan argumentos específicos. En la **P10** el alumnado configura su propia figura en 3D y son ellos mismos los que argumentan porque toman sus decisiones: “para hacer el cuerpo del robot he empleado un cubo, porque se asemeja mucho y es más fácil de manejar.” Este tipo de prácticas individuales además favorece que se

produzcan procesos de argumentación entre compañeros, como en la **P11** ante un mismo juego de la app los dos aportan sus razones para justificar un movimiento:

“- J dice: si mueves el palo de número 3 para el resultado ya completas la operación.

- Pero fíjate que ese movimiento no es válido porque si lo mueves en esa posición no va a encajar- le responde A.”

Cuando las prácticas se desarrollan en el grupo se intenta fomentar que se creen procesos de argumentación entre grupos, como en la **P12** en donde todos nombran un portavoz para explicar como es el diseño de su pista explicando como han realizado las curvas y como han programado el robot. Siempre surgen movimientos distintos entre grupo existiendo variaciones que comentan entre ellos: *“si utilizáis para esa curva esa velocidad el robot va a salir fuera de la pista porque no es capaz de realizar un ángulo tan cerrado”*. Cuando trabajan en equipos vemos como surgen argumentos para justificar los resultados obtenidos, como en la **P13** cuando el alumnado manifiesta: *“hemos realizado menos tiros a canasta que el otro grupo, por lo que tendremos menos puntos”*.

La propia **P14** tiene la finalidad de crear una situación en donde el alumnado de forma individual explica la creación de un mandala argumentando cada una de las decisiones tomadas, tal como se recoge de la afirmación de este alumno: *“en la primera capa puse cuadrados y en la segunda triángulos, haciendo coincidir los vértices del triángulo con una de las esquinas de cada cuadrado porque así hago una construcción armónica”*.

Relaciones

E11- Los contenidos matemáticos que se presentan en las diferentes actividades tratan de tener una conexión entre sí, para que el alumnado sea capaz de ver la relación de las matemáticas entre sí y las conexiones que se pueden crear.

En la **P1** se relacionan los contenidos de los tres trucos matemáticos entre sí, viendo como el cálculo mental se necesita en todos para resolver operaciones elementales como las operaciones matemáticas y los sistemas numéricos se necesitan para reconocer patrones que se repiten en diferentes momentos.

En otras prácticas la intervención directa del alumnado en los contenidos matemáticos tiene repercusión en los resultados obtenidos, por lo que es importante que los contenidos matemáticos se relacionen entre sí directamente. En la **P2** los contenidos de medida y el

conocimiento de las medidas del SI son importantes para después registrar los lanzamientos del avión y poder analizar después los datos a través de la media, la mediana y la moda. Al inicio de la práctica es importante construir el modelo de avión para que pueda alcanzar una mayor longitud y después usar bien los instrumentos de medidas para después poder hacer unos cálculos reales.

La mayoría de las prácticas se relacionan con contenidos interdisciplinarios, por lo que la relación entre los propios contenidos matemáticos es directa. En la **P3** en la que se trabaja música y matemáticas se hacen similitudes continuas de las matemáticas como los elementos musicales, como la medida del tiempo de los compases, la medida de un compás a través de las fracciones o las equivalencias entre las notas y su valor.

En diferentes prácticas los contenidos se presentan de forma conjunta en una misma actividad relacionados entre sí mismo, como en la **P4** en donde a través del reconocimiento de un cuadro se trabajan las coordenadas cartesianas, la estimación y el reconocimiento de figuras geométricas juntos a las propiedades de estas.

En la **P5** los contenidos matemáticos de estimación de cantidades, control de variables, porcentajes se relacionan con el uso de instrumentos de medidas y el cálculo de proporciones, valorando todos ellos el alumnado a medida que van realizando los pasos de la práctica la importancia de ser precisos con las cantidades para obtener una proporción correcta.

En la **P6** se trabaja con el concepto de Π pero se le da relevancia a los contenidos y objetos del propio concepto haciendo que el alumnado entienda la relación que existe entre las propiedades para a llegar a comprender el propio concepto.

La **P7** se centra en la aportación de la combinatoria a la resolución de un problema, por lo que la combinatoria se refuerza como el centro de estudio para descubrir cuantas combinaciones se pueden realizar con unos elementos dados, por lo que es necesaria para dar una solución al problema planteado.

En la **P8** se introduce un tema como es la topología que el alumnado conoce a través de tres conceptos que se relacionan directamente. Primero el alumnado trabaja con el concepto y reconocimiento de las superficies de una sola cara a través de la banda de Moebius. Cuando ya conocen el concepto se presentan otras superficies de una sola cara observando la Botella de Klein o como una taza se puede convertir en una determinada figura como es un toro.

En ocasiones como en la **P9** los contenidos presentados mediante la construcción de figuras en base a su área y perímetro se relacionan entre sí estando conectados para la resolución de una pregunta inicial, viendo como se necesita hacer determinados pasos, desde la creación de una línea recta al cálculo de perímetro y área en figuras geométricas irregulares.

El enfoque competencial de muchas de las prácticas como la **P10** hace que en los contenidos que se presentan sea necesario que se conecten entre sí para que den una respuesta directa a la finalidad de la práctica. En este caso el alumnado debe ser capaz de visualizar objetos en tres dimensiones y descubrir la figura viendo su planta, alzado y perfil para ver como se construye y que propiedades tiene cada uno de los objetos empleados. Así en la **P11** en las tres actividades con apps se trabajan en casi todos los mismos contenidos conectados, como la visualización que se presenta de diferentes formas: visualización en transformaciones de objetos, composición y descomposición de una figura y orientación de figuras.

Además, el alumnado puede observar como los contenidos trabajados se conectan entre sí específicamente a la hora de realizar las prácticas, como en la **P12** donde a partir de la noción de concepto de ángulo y sus clasificaciones se pueden diseñar los itinerarios para realizar un circuito que será recorrido por una serie de robots.

Cuando en ocasiones se presentan actividades donde los contenidos son sencillos se aprovecha para que el alumnado tenga en cuenta la conexión de ellos, aunque parezca difícil. En la **P13** el alumnado recoge datos sobre el número de lanzamientos y el tipo para después calcular los puntos y a su vez porcentajes sobre el juego y después poder valorar que equipo realiza un mejor partido.

E12- En este caso no se trabaja específicamente con el alumnado la articulación de los significados de los objetos matemáticos de estudio, sino que se un objeto matemático se trabaja en la relación con otras áreas para ver la aportación de las matemáticas a otras situaciones y contextos.

4.2. IDONEIDAD COGNITIVA



Se define la idoneidad cognitiva como el grado en que los contenidos implementados o son adecuados para los alumnos y se adaptan los aprendizajes para lograr que el alumnado

llegue a comprenderlos. En la tabla 10 se recogen los indicadores de la idoneidad cognitiva que se presenta en las prácticas del programa.

Tabla 10: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Cognitiva. Elaboración propia.

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
C1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
C2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Conocimientos previos

C1- En la mayoría de las prácticas se trabajan con contenidos que el alumnado ya ha adquirido y que conoce, aunque se observa que la dificultad está en que a veces conociendo el procedimiento no saben aplicarlos en ciertas situaciones para resolver los problemas o las actividades que se le plantean. Se trata mediante la realización de las actividades de crear un gusto por las matemáticas en el alumnado, por lo que no se usan contenidos desconocidos o en su defecto se presentan aquellos con los que no tengan dificultades.

En la **P1** el uso de la magia se relaciona con contenidos sencillos como las operaciones combinadas, la prioridad de operaciones, el cálculo mental o las regularidades. Todos ellos son contenidos que resuelven sin problema pero que les cuesta identificar y aplicar en un contexto específico como son los trucos de magia.

En aquellas prácticas de carácter más competencial como en la **P2** en donde se trabaja en la aplicación de contenidos, se usan aquellos que controlan y se manejan sin dificultad como el uso de instrumentos de medida, la estimación o el reconocimiento de las medidas de sistema internacional. En cada una de las prácticas los contenidos están relacionados con diferentes pasos de cada una de las actividades propuestas para que el alumnado pueda ir apreciando a medida que le resulta necesario que contenido matemático tiene que aplicar. En la **P3** el alumnado primero necesita conocer las fracciones para intentar como se

construyen los compases a la vez que se trabaja la medida para conocer su duración; y por último las equivalencias para saber el valor de las notas y ver cual podemos usar.

En otras ocasiones se parte de los conocimientos que ya conocen sobre un tema para poder ampliarlos, como en el caso de la **P4** en donde se parte del conocimiento que el alumnado tiene de muchas de las figuras que se presentan en el cuadro, pero también se introducen otras nuevas. En este sentido también se facilita que el alumnado trabaje el aprendizaje por descubrimiento, ya que tendrán que ir configurando mediante la descripción de un compañero una figura.

Cuando se plantean actividades más prácticas, como en la **P5** los contenidos se integran en el contexto de un laboratorio por lo que las medidas, o el uso de cantidades o la proporción se configuran con otros como el uso de elementos específicos como las balanzas o los vasos de precipitados.

Alguna de las prácticas del programa como la **P6** parten del conocimiento general de un concepto, como en este caso es Π , pero al alumnado se le propone ir un paso más allá para conocer de donde sale el propio concepto a partir de la creación de una circunferencia, del cálculo del diámetro y del radio a través de la toma de medidas sin usar instrumentos no reglados. Siguiendo esta línea cuando se trabaja con este tipo de actividades como en la **P7** los contenidos propios de combinatoria trabajados se mezclan con una actividad más práctica en donde se trabaja con la temática del carnaval.

Cuando se presenta un nuevo concepto, se tiene en cuenta una planificación previa y una aproximación a través de la reflexión de los conceptos que conocen. En la **P8** que se trabajan con un contenido nuevo que es la banda de Moebius se plantean diferentes pasos de forma que el alumnado descubra el concepto por sí mismo. Como en otras los pasos parten de los conocimientos previos que tiene el alumnado, como pueden ser contar las caras de una figura, que características tiene un cilindro y discriminar otro tipo de figuras.

Se observa siempre una tendencia, que cuando se presentan los contenidos que ya conocen, pero en otro formato el alumnado parece no reconocerlos el instructor tiene que hacer un repaso para recodarlos. En la **P9** se trabaja en Geogebra con cuestiones básicas como la construcción de triángulos diferentes y se observa como conociéndolos no saben construirlo en base a sus características. Así se da una ayuda para que no tengan dudas. El mismo modo de proceder se reproduce en la **P10** en donde se trabaja con la creación de figuras en 3D, ya que el alumnado conoce las figuras que emplean, pero le cuesta visualizar

como es una figura realmente en las tres dimensiones, aunque el programa se lo enseñe directamente.

Cuando el alumnado trabaja con conocimientos que maneja perfectamente, se observa que, aunque se integren en otro tipo de actividades, como el caso de la **P11** no se muestra dificultades específicas por el manejo de los contenidos. Solo necesita desarrollar alguna aclaración específica, como en el caso de esta práctica en la actividad con la app Mbloc para decir que las figuras pueden ser encajadas haciendo un giro o una traslación.

En otras ocasiones el alumnado conoce a nivel teórico el propio contenido, pero no lo sabe aplicar, como en el caso de la **P12** donde se manifiesta como el alumnado sabe decir las características de todos los tipos de ángulos, pero tiene dificultades para construir una curva aplicando un tipo de ellos.

El uso de diferentes contextos de aprendizaje facilita que los conocimientos previos le permitan al alumnado resolver una práctica aplicando en cada momento aquellos que le son necesarios. En la **P13** el uso de un partido de baloncesto permite que el alumno practique el cálculo, la organización y tratamiento de los datos y su registro de forma que después se puedan hacer operaciones más complejas que llevan a cálculos como la toma de posesión del balón. También en la **P14** el alumnado conoce todos los conceptos trabajados en ella (recta perpendicular, mediatriz y bisectriz, figuras poligonales y no poligonales, figuras inscritas y circunscritas, simetría, rotación y traslación) por ser contenidos curriculares trabajados en cursos anteriores y que forman parte del currículo oficial de 1º de la ESO.

C2- Los contenidos nuevos que se trabajan no muestran gran una dificultad, ya que el currículo de las primeras etapas de la ESO no es más que un repaso de los contenidos ya trabajados en la etapa anterior de primaria. Como ya se ha dicho en anteriores momentos a lo largo de este documento no se busca que trabajen con nuevos contenidos si no que comprendan y sepan aplicar aquellos que ya conocen.

Bajo esta premisa en la **P1** se presentan contenidos relacionados con la magia y las operaciones combinadas o las progresiones que ya conocen de ser trabajados en cursos anteriores y que solo debe aplicar. Lo mismo en la **P2** que también se trabaja las operaciones, pero cuestiones de medida y el uso de sus instrumentos y la construcción de aviones en donde se siguen pasos de un plano e interpretan lo que se recogen en ellos a través de la observación de distintas figuras.

Siempre se plantean situaciones en donde los contenidos matemáticos que conocen se trabajan en contextos que no suelen ser los comunes, como en la **P3** en donde se explican las fracciones y sus relaciones con los compases y como la medida se relaciona con el ritmo y con el valor de las notas musicales. Lo mismo se repite en la **P4** al trabajar con el reconocimiento, descripción y posicionamiento de figuras diferentes en un plano con relación a una obra de arte de un conocido pintor como es Kandinsky. En un contexto específico de un laboratorio se desarrolla la **P5** en donde se trabaja el reconocimiento de las medidas y su ajuste a una proporción para realizar una reacción química y obtener el mejor resultado para tener un reactivo eficaz. En este caso se observan cuestiones como que el alumnado le cuesta alcanzar una proporción exacta porque no están acostumbrados a realizar este tipo de cálculos a la vez que practican y observan el resultado.

Cuando se trabaja con contenidos nuevos se le presentan al alumnado de forma práctica de forma que se utiliza una metodología activa para que comprenda lo que se le presenta. En este caso hablamos de la **P6** donde se presenta lo que es el concepto de Π realizando medidas en diferentes elementos circulares para que descubran que es una razón natural. El alumnado conoce el valor del concepto y que se integra en diferentes fórmulas, pero no saben describir lo que es. Algo similar sucede en la **P8**, que se presenta un contenido nuevo que aprenden a manejar e incorporar a sus conocimientos. A través de la manipulación partiendo de la construcción de un cilindro y haciendo varias intervenciones sobre el, por lo que descubren lo que son las superficies de una sola cara.

En la **P7** el planteamiento del contenido conocido varía por el contexto, es decir saben realizar diferentes combinaciones de elementos, pero no saben registrarlos y decir a priori cuantas combinaciones se pueden realizar con un número concreto de elementos.

En otras prácticas como la **P9** se emplean los contenidos que ya conocen sobre otras situaciones, como la construcción de figuras o el cálculo de perímetros y áreas con el programa Geogebra. Con esto la dificultad de la práctica no se centra en los contenidos sino en la aplicación de los mismos.

Exactamente lo mismo se reproduce en la **P10** donde el alumnado a través del programa Tinkercat creará su propia figura eligiendo las figuras que conoce, pero se observa que tiene dificultades a la hora de visualizar el resultado final cometiendo errores al adaptar los tamaños o al insertar piezas. En la **P11** al trabajar con diferentes contenidos de las APP sucede lo mismo, por ejemplo, en el juego del Tetris le cuesta imaginar como encaja una pieza girándola. O también en la **P12** en donde el alumnado construye con ángulos el

recorrido del robot y emplea el programa Mblock para darle las órdenes y no saben que cantidades introducir en el tiempo y la distancia para que haga su recorrido. Para eso se les ayuda permitiéndoles que realicen varios giros y que comprueben varias formas en diferentes momentos para que después diseñen el recorrido final.

El uso de otros contextos como el uso del baloncesto **P13** también nos sirve para que el alumnado observe como los contenidos que conocen y manejan se utilizan para recoger datos, hacer clasificaciones o mismo valoraciones sobre algo tan específico como es un partido de un deporte. El uso de diferentes materiales propuesto en la **P14** para trabajar contenidos matemáticos tan específicos como la construcción de figuras sobre un mandala facilita que el alumnado se sienta más cómodo a la hora de aplicar contenidos y también que no le resulten complicados teniendo una dificultad manejable.

Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales

C3- Por la propia naturaleza del programa como se explicó en el capítulo de metodología no se realizan adaptaciones curriculares a las diferencias individuales, dado que un requisito específico de participación el programa es que el alumnado sea NEAE específicamente de la categoría de vulnerabilidad social. Además, como se dijo en el ítem anterior se emplean contenidos conocidos y trabajados en cursos anteriores que todos conocen al menos.

C4- Aunque no se realizan consideraciones específicas individuales, en el desarrollo de cada una de las prácticas se promueve específicamente con todos y cada uno de alumnos participantes que realicen la práctica y que tenga una actitud positiva y activa cuando aparecen dificultades como ejemplificaremos a continuación.

En la **P1** se intenta que todo el alumnado maneje uno de los trucos y lo sepa resolver para que sea capaz de reproducirlo por sí mismo. Diferentes grupos de trabajo muestran dificultades en el truco de la torre de dados, por lo que el instructor se pone con ellos específicamente y lo desarrolla paso a paso: *“primero hacemos una torre de tres dados, después sabemos que todas las caras opuestas siempre suman 7, por lo que si utilizamos 3 dados tendremos 21 caras o si utilizamos 4 tendremos 28. A este resultado le tendremos que restar la cara visible de los dados, la que está encima de todo. En este caso tenemos $21 - 3 = 14$, por lo que la suma de las caras opuestas será 14. Fácil, ¿verdad?”*

En la **P2** tanto los contenidos planteados como el desarrollo de la práctica no presentan gran dificultad porque la tención específica al alumnado se centra en hacer correcciones para evitar que el alumnado cometa errores. Uno de los errores más cometidos por el alumnado es hacer un mal uso de los instrumentos para tomar las medidas, como el odómetro, por lo que se inciden en que lo calibren bien, comiencen desde el cero y tengan en cuenta la unidad de medida que utiliza y las vueltas que da para tener un dato lo más exacto posible.

En la **P3** la ayuda precisa se da para que los estudiantes comprendan los conceptos musicales y su relación con las matemáticas, por lo que se ayuda a que sean capaces de crear un compás usando las notas precisas. Del mismo modo en la **P4** se ayuda a todo el alumnado participante, tanto aquel que realiza la descripción del cuadro como a aquel que la hace guiándole en el proceso: *“comienza la parte central y nombra la figura y después ya dices características como el color o la posición. Tranquilo, utiliza tus palabras y el vocabulario que conozcas.”* Lo mismo se hace con las personas que son receptoras de la información: *“Tu compañero nos acaba de decir que el triángulo es más grande que el otro, por lo que debemos hacer como nos indica”*.

En prácticas como la **P5** la ayuda se centra en la integración de todo el alumnado en el trabajo en equipo de forma que todos asuman un papel, por lo que se intenta mediar en casos en los que esto no sucede. En otras que también se desarrollan en grupo el apoyo del instructor se centra en los aspectos clave, como en la **P6** que se les explica como se puede realizar una medida a un elemento circular: *“Para realizar bien la medida debes de coger la cuerda y bordear todo el diámetro de la circunferencia para después cuando lo tengas delimitado traspasar la media a la regla”*.

Se observa que aquellas prácticas más lúdicas como la **P7** el alumnado en el desarrollo de la actividad tiene menos dudas y está totalmente integrado solo interviniendo el instructor en momentos muy precisos. Todo lo contrario sucede en las prácticas en donde se trabajan conceptos más específicos como la **P8** en donde se le explica al alumnado que presenta más dificultades los pasos detalladamente y de forma individual si se considera relevante, como por ejemplo en el proceso de construcción de la banda de Moebius: *“coge el bolígrafo y sitúalo en el centro, traza una línea por el medio siempre sin levantarlo en ningún momento hasta que te vuelves a encontrar la línea”*.

Cuando se trabaja con contenidos específicos la ayuda que se le presta al alumnado se centra en el desarrollo de los distintos pasos de la práctica. En la **P9** se le ayuda explícitamente con el diseño y la ejecución de una figura ayudando a visualizar como será

el resultado final y sobre todo resolviendo las dudas que van surgiendo. Por ejemplo, un alumno manifiesta: *“si pincho aquí y aquí no me sale la perpendicular que me pide, ¿cómo lo hago?”*. Algo similar sucede en la **P10** en la que los alumnos una vez que manejan el programa hacen su propia creación por lo que la ayuda específica que se le presta es entorno al producto final dando consejos y orientado. El instructor le indica a un alumno: *“si todas las partes van juntas las debes agrupar porque si no te van a quedar separadas, ¿lo ves?”*.

En otras ocasiones se ve como el alumno no conoce el concepto con el que está trabajando, como en la **P11** cuando se observa que una de las alumnas no es capaz de marcar en el juego NodeLine las aristas que se le indican que tiene que marcar. El instructor le ayuda para que la alumna comprenda que es una arista y como se marcan en el juego para que después pueda continuar ella sola.

En otras ocasiones la práctica permite el trabajo en parejas, como en el caso de la **P12**, lo que facilita que a la hora de construir las parejas se puedan repartir las tareas de la práctica en función de sus habilidades.

En las partes o parte de la práctica que se fomenta el trabajo individual se intenta que todo el alumnado tenga acceso a tener un papel activo para que sea capaz de trabajar con sus experiencias. En el caso de la **P13** todo el alumnado recoge datos de su propia participación y se le incide en como se hace con la ayuda del instructor: *“si se lanza desde este lugar realizarás un tiro triple que contará tres puntos, pero no te preocupes si no lo das realizado porque que tiene otras formas de conseguir puntos.”*

También en la **P14** reciben una ayuda específica cuando lo necesitan de manera individual para completar la actividad, en este caso sobre todo ayudando a completar las figuras que realizan en la práctica, cortando el material que resulta difícil o explicando algo unos de los procesos que se llevan a cabo y que le pueden resultar dificultosos.

Aprendizaje

C5- En este programa de prácticas no se contemplan las evaluaciones como indicador del proceso de aprendizaje, ya que el objetivo no es mejorar su rendimiento académico en notas curriculares por aprobar las pruebas escritas, sino que se plantea un cambio de actitud. Es por eso que no se contempla ningún modo de evaluación específico de los contenidos trabajados en el programa.

C6- El proceso de instrucción que se realiza con este alumnado si tiene en cuenta un tipo de aprendizaje competencial por lo que se intenta trabajar la comprensión conceptual y proposicional, la competencia comunicativa y la argumentativa, la comprensión situacional y la competencia metacognitiva.

En la **P1** el alumnado es capaz de realizar al final de la práctica un truco de magia aplicando los contenidos matemáticos trabajados interpretando el rol de magos y después ser capaz de dar una explicación de lo que y como se hace. En una ocasión al terminar la práctica uno de los alumnos se encuentra un profesor en el pasillo y le dice: *“Profe te voy a realizar un truco muy fácil que se resuelve utilizando una simple operación combinada, pero tienes que saberte bien la prioridad de operaciones para poder resolverla”*.

En muchas ocasiones se observa que el alumnado comprende lo que tiene que hacer con una simple explicación, como en la **P2** que todo el alumnado participante recoge los datos en una tabla y es capaz de identificar y explicar todo lo que allí pone: *“observando estos datos sin hacer la media se identifica el mejor lanzamiento fue el segundo porque es la mayor distancia alcanzada en todos los tiros. Pero como hay una gran diferencia con los otros, la media se va a parecer a los más bajos”*.

Otra evidencia de que el alumnado es competente con el conocimiento adquirido se muestra en aquellas interacciones y redes de ayuda y colaboración que se producen entre ellos cuando lo necesitan. En la **P3** los alumnos se explican unos a otros el valor de las notas y como la fracción del compás marca las que se van a emplear según el valor de estas, como le dice un alumno a otro: *“ves, en el compás pone $2/4$, entonces en ella puedes poner 2 negras o todo que equivale a este valor, es decir, una blanca, 4 semicorcheas, etc.”*

En otras prácticas del programa se observa como el alumno comprende el sentido general de la misma extrapolando los contenidos trabajados a otros, de forma que comprenden lo que trabajan. En la **P4** el alumnado comprende el sentido de la práctica en si misma, llegando a ver la diferencia y la importancia del uso en determinados contextos de las coordenadas cartesianas y como están son necesarias para dar localizaciones muy precisas. También se trabaja en esta práctica la competencia comunicativa porque se emplea un vocabulario específico y técnico que el alumnado emplea para dar instrucciones: *“en el punto B6 se encuentra el vértice del triángulo”*.

El manejo de los instrumentos y la interpretación de datos pone de manifiesto la competencia matemática del alumnado en este tipo de trabajos, como en la **P5** donde el alumnado emplea los instrumentos de medida, registra datos y realiza los cálculos necesarios

para determinar proporciones. Además, emplean un discurso argumentativo para comentar lo que sucede y cuál es la intervención de las matemáticas directamente.

La **P6** se centra directamente en la adquisición de forma competencial de un concepto concreto como es el de Π , del que el alumnado parte de la idea previa de saber meramente su valor numérico fijo sin saber que es una relación natural que está siempre presente en los elementos circulares.

En otras ocasiones la competencia matemática, y por tanto las otras implícitas en estas, se adquiere con la resolución de la práctica, como en la **P7** en donde el alumnado al ir realizando directamente las distintas combinaciones posibles es capaz al final sin hacer la demostración. Al principio el alumno escoge y anota y no sabe dar un dato preciso, pero una vez realizadas unas cuantas, explican y dicen cuántas combinaciones son posibles dados los elementos.

Alguna práctica incide más en función de sus contenidos sobre elementos como la competencia comunicativa y argumentativa, como en la **P8** donde a través del uso de la topología el alumnado desarrolla nociones y las emplea justificando lo que se realiza con una banda de Moebius.

En aquellas prácticas que se requiere la intervención directa e individual del alumno como en la **P9**, el alumnado aprende a manejar el programa informático y son capaces en la mayoría de las ocasiones de realizar todas las actividades solicitadas libremente. Además, cuando se hace un feedback completo de la práctica, ellos mismos manifiestan lo que les cuesta interpretar y justifican su actuación: *“no sabía que utilizando estos comandos podría hacer las dos cosas a la vez, siempre hacia una sola”*. Esto mismo se produce en la **P10** cuando el alumnado es capaz de realizar, una vez que maneja el programa, su propia figura siendo capaces de dar una explicación razonada de los conceptos matemáticos empleados para tal fin. Así se recoge lo que un alumno explica de su creación: *“Para construir mi robot utilizo para el cuerpo un cubo de una dimensión mayor que el de la cabeza y mínimamente superior al empleado para los dos ojos. Lo que hago es utilizar la misma figura para que me sea más fácil y juego con los tamaños. Además, también inserto uno dentro de otro para que así me queden agrupados y no sean figuras sueltas”*.

Se observa en el alumnado que cuando se emplean medios tecnológicos en los que la manipulación o la observación de objetos físicos no es posible, muestra más dificultades para desarrollar su competencia. En la **P11** el alumnado trabaja con diferentes apps y tienen diferentes dificultades, pero vemos como la competencia digital que tiene les ayuda a

resolver aspectos matemáticos concretos: girar las piezas para encajar en un croquis (MBloc) o mover palillos para completar una igualdad (NodeLine), por ejemplo.

Al final de las prácticas el alumnado hace un repaso de lo que hizo en la práctica y de lo que aprendió observando en este resumen lo que adquirieron y si realmente aprendieron. En el caso de la **P12** el alumnado comenta como construyen determinadas figuras para que el robot realice un recorrido, explicando el material que emplea y como configura el robot a través del programa para que realice el recorrido, es decir, que emplea e interpreta en lenguaje computacional.

El utilizar contextos específicos, como en la **P13** un partido de baloncesto de la NBA, ayuda a que el alumnado comprenda que sirven los datos que se proporcionan un partido y como se analiza. En esta práctica el alumno ve como a través de una recogida de datos y su análisis se extraen datos de como jugaron dos equipos. Por ejemplo, al conocer el número de tiros y el tipo se calcula rápidamente cuál de los equipos tiene una mayor posibilidad de ganar un partido o que tipo de tiros emplea más uno que otro. En este sentido y teniendo cuenta la importancia de trabajar la comprensión del alumnado de un modo competencial en la **P14** se pretende que sean capaces de observar mediante la realización de un mandala como el reconocimiento de figuras planas diferentes les puede ayudar a crear una pequeña obra artística aplicando sus conocimientos.

C7- Como ya se indicó el apartado anterior no se contempla ningún modo de evaluación, ni ninguno específicamente para valorar la comprensión del alumnado y de la competencia. Lo que se tiene en cuenta es la recogida de diversas evidencias que manifiestan que el alumnado conoce los conceptos a lo largo de todas las prácticas. En este sentido se diseña la **P15** a modo de evaluación en donde se observa como el alumnado responde correctamente a la relación de contenidos con las prácticas que se realizaron y además es capaz de escoger la definición correcta de cada uno de los contenidos.

C8- Al no realizar las evaluaciones no se obtiene resultados específicos que nos permitan llevar a cabo diversas decisiones para modificar aquellos aspectos que no funcionan en las prácticas.

4.3. IDONEIDAD INTERACCIONAL

La idoneidad interaccional mide el grado en que los modos de interacción entre el alumnado y el alumnado con el profesorado permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas. En la tabla 11 se recogen los indicadores de la idoneidad interaccional que se presenta en las prácticas del programa.

Tabla 11: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Interaccional. Elaboración propia.

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
I1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
I2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
I3	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
I4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
I5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
I6	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
I7	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
I8	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

Interacción docente – discente

I1- En todas las prácticas al inicio de cada sesión la persona instructora hace una presentación de la actividad y de cada uno de los pasos que se realizan para que el alumnado entienda el sentido global de la práctica.

En la **P1** se inicia la sesión comentando con el alumnado la relación entre la magia y las matemáticas presentando los materiales que van a emplear en cada uno de los trucos que van a realizar, así como datos que serán relevantes para después: la baraja española tiene 40 cartas, la suma de las caras opuestas de los dados siempre es 7, etc. Además, se comenta entre todos los trucos que se realizarán y se dan pistas de los contenidos matemáticos que se emplean para que tengan una menor dificultad para llegar a la resolución.

Del mismo modo en la **P2** el instructor hace una explicación general de la práctica en donde se enfatiza que tendrán un plano para montar un avión y que deben ser muy rigurosos con sus pasos. Después se les habla de los lanzamientos de los aviones simulando la pista de

un aeropuerto, que será el pasillo del centro y que tomarán medidas con diferentes instrumentos. Además se les indica como usar los instrumentos que desconocen y se explica como deben registrar los datos en la tabla que se les proporciona.

Al realizar la **P3** se inicia la sesión comentando como se van a convertir en músicos y compositores haciendo un símil de como Mozart hizo en su momento alguna de sus obras musicales. Se hace un repaso del lenguaje musical empleado (compás, valor de notas,) para recordárselo y se le explica su relación de las matemáticas con el tempo y la medida.

En otras ocasiones como en la **P4** al iniciar la sesión se explica lo que se va a realizar y lo que tiene que hacer de forma general, ya que lo irán descubriendo según se realicen actividades de la propia práctica. Como la sesión se divide en dos partes se comenta que primero van a describir un cuadro y que emplearán nociones conocidas de localización el espacio no precisas (arriba, abajo, a la derecha,) y en la segunda emplearán una cuadrícula con coordenadas cartesianas.

Cuando se utilizan cuestiones de otras áreas se incide en la explicación inicial de como las matemáticas se relacionan con otros contenidos, tal y como se hace en la **P5** donde en la presentación se explica lo que es una reacción química. También se presenta el material de laboratorio y otros instrumentos a usar que serán importantes para la resolución de la práctica.

En la **P6** se trabaja con un concepto relativamente conocido para el alumnado, por lo que en el desarrollo de la misma descubrirán lo que es el propio concepto. Es por ello que la explicación inicial se centra en hablar de los conceptos básicos como circunferencia o diámetro y para presentar las herramientas con las que tomar las medidas necesarias para obtener los datos.

También se utiliza para el inicio de las sesiones la utilidad del propio contexto, es decir, en la **P7** los instructores presentan la práctica disfrazados con distintos abalorios repetidos de distintos colores para que el alumnado observe todas las combinaciones que se pueden hacer con el uso de distintos elementos. Con esto el alumnado comprende lo que tiene que hacer y se siente motivado para realizar la práctica.

Al trabajar con un concepto que a priori no conocen como en la **P8** con las superficies de doble cara, el alumnado reproduce cada uno de los pasos del instructor para seguir la práctica y en todo el momento se realiza un proceso guiado para que no tengan dificultad en saber lo que están haciendo. La misma metodología se emplea en la **P9** en donde las

explicaciones del instructor son continuas y no se limitan a la explicación introductoria de la práctica. Al inicio se presenta el programa Geogebra y todas sus funciones acompañando la explicación oral de varios ejemplos visuales para que vean como se hace cada actividad.

Al igual que en las dos anteriores, en la **P10** se hace una presentación inicial del programa de impresión en 3D y de como se utiliza para realizar una figura, acompañando la explicación oral de una visual de como y describiendo los pasos básicos para poder hacer una figura completa. El mismo proceso se sigue en la **P11** donde se explica lo que van a realizar en cada uno de los juegos que se les presenta y se clarifica cuál es el objetivo a alcanzar dando explicaciones que les puedan servir de ayuda.

En cada una de las prácticas se explica el material empleado o se describe el programa a usar, pero además tal como se hace en la **P12** se explican conceptos básicos de programación que les serán útiles para el desarrollo de la práctica.

Cuando las prácticas se desarrollan en contextos específicos como la **P13** en un campo de baloncesto, la explicación va acompañada de reglas básicas de juego, de datos a utilizar o mismo de explicaciones de tiro que tienen un valor matemático concreto. Se facilita una explicación alta y clara concreta cuando se trabaja con el material no estructurado como en la **P14** de forma que se facilite al alumnado la comprensión de los conceptos y la utilidad de los materiales a emplear.

I2- Durante el desarrollo de las prácticas planteadas el alumnado tiene dificultades o conflictos que se resuelven, de forma que el alumnado comprenda lo que hace en cada momento y siempre termine la actividad.

En la **P1** desde el inicio de la sesión se deja que el alumnado experimente libremente de forma que surjan las primeras dudas y se pueda ir atendiendo individualmente. Se atienden sus necesidades y se resuelven dudas a la vez que se comentan erros que se van observando de forma generalizada resolviendo preguntas que lanza el instructor para todos: ¿siempre sucede lo mismo al hacer los cortes de la baraja?, ¿si hacemos el corte en una determinada posición sale la misma carta?, ¿se utiliza una baraja con el mismo número de cartas?

En otras ocasiones como en la **P2** se observa que el alumnado tiene una serie de dificultades generalizadas que son resueltas en voz alta para todos. En este caso por ejemplo todos tienen dificultad a la hora de interpretar los pasos del plano para construir el avión, por

lo que se le ayuda precisamente en este paso dando las indicaciones necesarias y corrigiendo erros. Lo mismo sucede en la **P3** donde en una parte concreta de la práctica el alumnado muestra dificultades en la parte musical a la hora de construir un compás. Después de una nueva explicación general se atienden las diferencias individuales y se muestran varios ejemplos de lo que se pide para comprobar si entendieron lo que tienen que hacer.

También se utilizan preguntas de mediación sobre las cosas que realizan los alumnos de forma que todos sean capaces de entender lo que se hace. En la **P4** el instructor trata de facilitar el trabajo del alumno que describe el cuadro y de los alumnos que lo dibujan lanzando preguntas que clarifiquen como en la siguiente situación que se describe:

Alumno 1: Ahora en el medio al lado del cuadrado dibujáis un triángulo.

Instructor: ¿Pero como es ese triángulo, más grande o pequeño que el cuadrado?

Las dudas que presenta el alumnado en muchas ocasiones son relacionadas con conceptos matemáticos o bien con otros aspectos más de carácter procedimental. En la **P5** el alumnado tiene la dificultad relacionada con el uso de la balanza y como usar la tara para realizar mediciones. Además, muchos preguntan si las personas instructoras les pueden ayudar en un simple gesto mecánico como ayudarlo a introducir el globo en la boca de la botella para que no se rompa.

Aunque siempre se parte de la experimentación y de que el alumnado utilice el material que se le presenta, en muchas ocasiones se resuelven dudas específicas cuando el alumnado no sabe o desconoce por que nunca lo utilizó con la tal finalidad. Así se evita que se comenten erros a la vez que se trabajan los conceptos matemáticos. Esto también sucede en la **P6** cuando el alumnado utiliza la cuerda para tomar las medidas de elementos circulares, observando como no utilizan bien el utensilio o comiencen a tomar la medida desde un lugar no adecuado, por lo que el instructor incide en como se hace de forma individual para que no cometan esos erros.

Cuando las prácticas se realizan en contextos específicos con material no estructurado, como en la **P7** que se trabaja la combinatoria con abalorios de carnaval, se incide en erros del alumnado específicamente en el registro de los datos y las combinaciones posibles que pueden realizar sin repetir elementos, algo que les cuesta bastante realizar.

parte siempre se seguir inicialmente los pasos del instructor. En la **P8** cuando se habla de los usos de las bandas de doble cara se utilizan varios videos de simulación para que el alumnado comprenda lo que hace y no realicen interpretaciones que los lleven a confusión. Lo mismo que en la **P9**, en cada figura que se construye se realizan cálculos sobre ellas, se indica en voz alta cuáles son los pasos a seguir para que no tenga dificultades mientras no manejan el programa.

A la vez que se resuelven conflictos que tiene los alumnos se les presta ayuda en los erros que cometen. En el caso de la **P10** el alumnado con las indicaciones básicas va haciendo la tarea encomendada y van surgiendo dudas cuando pasan su boceto al programa que el instructor resuelve. Presentamos a continuación una situación dada en donde el alumno plantea una duda y el instructor la resuelve y a la vez hace que el alumno se percate de otro erro:

Alumno: Profe ayúdame a ponerle una nariz a mi muñeco.

Instructor: Primero tienes que elegir la figura que quieres ponerle en forma de nariz.

Alumno: El cono es la mejor porque se parece a la nariz de zanahoria de un muñeco de nieve.

Instructor: Perfecto, pues ahora le reduces el tamaño, se la insertas en la cara y pinchas con el botón derecho para agrupar, porque sino no te queda insertada en la figura.

Alumno: Ahh!! Claro es que si por eso parece que hay una línea que divide, porque no queda todo junto.

Se observa como las preguntas en muchas ocasiones se deben a la falta de reflexión por parte del alumnado de las cuestiones que están resolviendo. En este sentido en la **P11** en donde se trabaja con app a la hora de realizar los juegos el instructor resuelve dudas específicas relacionadas con la falta de visualización o con el razonamiento de alguna tarea que le plantea el juego. Por ejemplo, en el Math Stick el alumnado tiene que modificar los palos de los números para que se cumpla una igualdad y en muchas ocasiones no ven que hay que modificar el signo y no el número para resolver, por lo que es el instructor el que tiene que indicarlo.

Otra de las cosas que se realiza en la resolución de problemas con el alumnado es el repaso de contenidos trabajados en cursos anteriores y que no les quedan claros, como le sucede a un grupo de alumnos en la **P12** cuando muestran dificultades para construir un

pentágono para hacer un circuito o realizar un ángulo que simule una curva de giro usando los instrumentos comunes de dibujo como son el compás, las escuadra o el cartabón.

Se dan situaciones como en la **P13** que la corrección de erros y las dificultades del alumnado surgen hacia el final de la práctica porque les cuesta interpretar los datos obtenidos, bien porque han contabilizado mal los tiros o porque confunden los tipos de tiro o porque no realizan bien el cálculo de porcentajes. El papel del instructor es fundamental prestando la ayuda necesaria para corregir los erros dentro de lo posible. Del mismo modo este papel se produce también en la **P14** cuando el instructor resuelve conflictos cuando el alumnado muestra dificultad a la hora de realizar una simetría en una de las figuras de su diseño.

I3- En la realización de las prácticas se intenta fomentar la argumentación entre los participantes y que todos expongan en la media de lo posible sus argumentos y razonamientos. Algunas de las prácticas realizadas favorecen que esta cuestión se pueda realizar porque se habla de un concepto y se construye un significado mientras que en otras ocasiones a través del consenso se modifican situaciones en las que comenten erros.

Al realizar la **P1** el alumnado plantea diferentes soluciones para los diferentes trucos, produciéndose una interacción entre todos hasta llegar a descubrir cuál es la resolución de estos. En este sentido en la **P3** el alumnado hace una puesta en común de la composición final y un alumno comenta lo siguiente: *“es mejor modificar alguno de los compases porque no empleamos silencios y para cantar e interpretarla con los instrumentos si los utilizamos vamos a facilitar la interpretación, es más fácil porque tenemos unos descansos”*. Todos comentan en alto esta afirmación y deciden hacer lo que sugiere su compañero.

El mismo proceso para alcanzar un consenso sucede entre varios alumnos en la **P4** donde a la hora de colocar los elementos del cuadro comentan las posiciones de determinadas figuras y alcanzan un consenso para reproducir todos lo mismo: *“No es que la figura este al lado de la otra, sino que está superpuesta o encima de la otra, vamos, que el triángulo negro se sitúa por encima del rectángulo de color”*.

Otras veces los consensos se realizan mediante la realización de la actividad en grupo como la **P5** donde cada grupo realiza su experimento y saca sus propias conclusiones llegando a un consenso:

Alumno 1: Vamos a hacer dos pruebas y a variar en cada una la cantidad de vinagre y bicarbonato manteniendo una de las dos fijas.

Alumno 2: Pero para eso vamos a hacer una primera ronda en la que echamos la cantidad que consideramos y a partir de ahí nosotros hacemos las variaciones precisas.

Alumno 3: Los dos tenéis razón, así que primero realizaremos lo que dice alumno 2 y después lo de alumno 1.

En las prácticas que se trabaja con contenidos nuevos se intenta que el alumnado descubra por el mismo mediante la realización de las actividades un consenso por grupo para dar una definición. Específicamente en la **P6** el alumnado realiza las medidas y recoge los datos de diámetro y radio observando que siempre se da el valor de 3,14. Viendo el alumnado crea su propia definición del concepto de Π . Lo mismo sucede de en la **P8** al construir el concepto de superficies de una sola cara, ya que primero construyen un cilindro y una banda y observan las diferencias para después definir cada grupo lo que es.

También sucede la misma situación de llegar a un consenso en la **P7** porque todos deben realizar en grupo todas las combinaciones posibles y descubrir cuales todas las que se pueden hacer, llegando al consenso de cuáles y cuántas para decir en alto el número concreto.

En otras prácticas se intenta usar el consenso con el alumnado en una interacción directa entre el instructor y el alumno para tratar de corregir algún error. En la **P9** se produce una interacción con el alumno para que comprenda su erro:

Instructor: Has utilizado un triángulo ya dado por el programa en vez de construirlo tú, por eso no te coinciden los datos con los míos.

Alumno: ¿si le pongo los mismos valores no van a coincidir?

Instructor: No, porque no tenemos los ejes en el mismo plano.

Alumno: Vale, entonces si hago el triángulo desde los puntos dados y lo coloco con respecto al eje, ¿me va a quedar bien?

Instructor: Claro que sí.

La misma situación se produce en la **P10** cuando se llega a consenso con el alumnado para emplear determinadas formas para la construcción de su figura:

Instructor: Vamos a darle a visionar la figura en 3D y darle vueltas a ver como observamos. ¿Qué te parece?

Alumno: Pues parece que está deformada.

Instructor: ¿Por qué piensas que es?

Alumno: Por no utilizar las figuras correctas.

Instructor: De acuerdo, entonces vamos a modificarla.

En prácticas como la **P11** se intenta que todos lleguen al consenso de una definición de nodo a través de la búsqueda de las aristas de una figura. Todos intentan llegar a una conclusión de lo que son los nodos poniendo los ejemplos precisos. Lo mismo sucede en la **P12** cuando se le plantea al alumnado que exponga una definición de ángulo al construir un recorrido para la actividad de Rally.

Interacción entre alumnos

I4- En todas las prácticas realizadas en el programa se favorece que se produzcan diálogos y conversaciones entre el alumnado, tanto en aquellas que se realizan individualmente como en pequeño o gran grupo. Se facilita que los alumnos intercambien opiniones y se exprese lo que siente con libertad.

En la **P1** se el alumnado se reparte en parejas para realizar los trucos sacando sus conclusiones que después comparte con otras parejas para entre todos se retroalimenten y sean capaces de llegar a una propuesta de resolución. De la misma manera en la realización de la **P2** una vez que todos los grupos recogen los datos de los lanzamientos se les da un tiempo para que hablen entre ellos y saquen sus propias conclusiones de como fueron los recorridos de cada uno de sus aviones y también el proceso de construcción del aeroplano:

Alumno Grupo 1: Creo que nos hemos saltado alguno de los pasos del plano o realizado alguno de los pasos porque nuestro avión vuela torcido.

Alumno Grupo 2: ¿Cómo torcido? Lanza el avión.

(El alumno del grupo 1 lanza el avión)

Alumno Grupo 2: No es que vuele torcido, es que vuestro modelo hace piruetas ¿o no lo ves?

Al realizar prácticas que se trabaja en grupo pequeños de 3 personas se observan interacciones en distintos sentidos. En la **P3** para la parte de crear un compás de una melodía todos discuten y dan su opinión de que notas elegir. Además, se produce otro momento de comunicación entre todos cuando todos aportan su compás para crear la gran melodía, crean la letra y determinan los ajustes necesarios para realizar la mejor interpretación.

La **P4** se plantea inicialmente para trabajar de forma individual mediante la creación de su propio cuadro, pero se fomenta que cada uno comparta con sus compañeros su trabajo y que se resuelvan dudas entre ambos:

Alumno 1: ¿Dónde has situado tú el triángulo pequeño?

Alumno 2: Déjame ver, yo creo que ahí dónde lo tienes porque dijo que se colocaba a la derecha rozando con el vértice izquierdo del triángulo pequeño.

En otras en donde se trabaja de forma individual como la **P8** aunque la construcción de los modelos de cilindro y de banda se forman individualmente, se les deja estar sentados por parejas y que entre ambos se ayuden en estos procesos. Esta práctica tiene una segunda parte en la que se fomenta que entre todos hablen sobre cuestiones de topología como cuando se le lanza la siguiente pregunta que deben responder: ¿Cómo se convierte una taza en donut?

En la **P9** que el alumno trabaja solo en su ordenador con el programa Geogebra se plantean todas las cuestiones y actividades a trabajar en gran grupo de forma que comenten lo que necesitan en alto:

Alumno 1: Chicos, ¿dónde pinchasteis para rellenarla figura?

Alumno 2: ¿Alguien sabe que significa este símbolo?

Otra de las prácticas en las que se trabaja de forma individual es la **P10** donde crean su propia figura en 3D y se producen interacciones sobre las figuras que hacen y como lo hacen, permitiendo que se compartan los conocimientos:

Alumno 1: Buah, ¿cómo has hecho para poner ese pie?

Alumno 2: Espera que te lo hago, se hace pinchando aquí.

Capítulo 4: Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

Vemos como esto es algo se produce en todas las prácticas individuales de forma natural, como en la **P11** que hace que planifiquen como superar varios niveles de un mismo juego o como hacen para resolverlo.

De todas formas, en las prácticas grupales surgen de forma natural interacciones más ricas donde los conceptos matemáticos se trabajan por la necesidad de uso propio uso. En la **P5** el alumnado comenta y discute entre ellos a la hora de realizar los experimentos que cantidades usar o cuestionan el procedimiento para dar validez a sus hipótesis una vez obtenidos los resultados para intentar modificarlas. A veces la propia realización de la práctica hace que dentro de un grupo cada uno asuma un rol, como en la **P6** en la que unos hacen uso de los instrumentos de medida y otros son los que registran los datos. Pero esto permite que cada uno defienda su trabajo y comente con el otro los resultados de forma que se produce una interacción efectiva. También en la **P12** en donde se trabajan en pequeños grupos vemos como se producen interacciones para tomar decisiones relativas a las actividades, como cuando hablan de los movimientos a hacer con el robot en el juego del 3mraia.

Cuando se trabaja en gran grupo como la **P7** los alumnos hablan y comentan entre ellos a la vez que registran los datos en común y comparten sus pareceres, lo que hace que todos tengan los mismos datos y resuelvan a la vez sus discrepancias y diferencias. Del mismo modo en la **P13** se trabaja en grupo proponiendo que compartan entre ellos lo que sabe y resuelvan dudas, como el cálculo individual de los puntos conseguidos o para el cálculo de los simples encastados:

Alumno 1: ¿Como calculo cuántos de mis tiros fueron simples?

Alumno 2: Muy fácil, para el cálculo de los simples tienes que dividir los que encastaste entre los que tiraste de cada tipo.

También en la práctica final del programa (**P14**) aunque se desarrolla de manera individual se favorece que entre todos compartan ideas y se apoyen en sus creaciones forma que comparen y se comuniquen. Así en una de las situaciones se recoge como dos alumnos comentan entre ambos sus creaciones:

Alumno 1: Buah, me encanta la combinación de triángulos que has puesto, creo que te voy a copiar la idea.

Alumno 2: No tienes porque, ponle un patrón de colores a tus cuadrados y estará

perfecto.

I5- En las interacciones que se producen en las diferentes prácticas se observan como cada uno trata de convencerse a sí mismo de la validez de sus argumentaciones utilizando las herramientas matemáticas precisas.

En la **P1** el alumnado realiza una propuesta de resolución de los diferentes trucos y se observa como unos intenta a convencer a otros cuando las propuestas son distintas usando argumentos matemáticos, como por ejemplo el que plantea el siguiente alumno: *“está claro que siempre se repite la misma operación y que siempre parte del número máximo de caras de un dado, porque es lo que siempre se repite y por tanto un elemento fijo”*.

En otras situaciones como la que se produce en la **P2** surgen situaciones de conflicto entre ellos al realizar un procedimiento de la práctica, como por ejemplo hacer mal la mediación de la distancia recorrida de un avión:

Alumno 1: Creo que te has engañado a medir.

Alumno 2: Puede ser, pero medí la distancia con el odómetro y con la cinta métrica, uno de ellos mide en centímetros directamente y el otro da vueltas de 50 centímetros y me coinciden las dos medidas.

Alumno 1. Me refería a que no empezaste a medir desde el punto de salida. Ves (le señala), desde aquí.

Alumno 2: Ah, entonces puede ser.

Cuando se realizan prácticas como la **P3** en la que se trabaja en grupo existen conversaciones entre los grupos que enriquecen todo el proceso. En esta práctica dos grupos comparan sus composiciones y uno de los miembros dice: *“si empleáis tantas corcheas va a ser muy difícil después ponerle letra porque cada sílaba tiene que corresponder con una nota, entonces las corcheas tienen un menor valor y el tiempo es más corto y hay que cantar mucho más rápido”*.

La creación de conversaciones hace que se cada uno utilice argumentos matemáticos para defender su postura específicamente. En la **P4** un alumno convence a otro sobre la colocación de una figura en la composición del cuadro: *“tienen que coincidir las cuatro esquinas de forma paralela porque no hay que hacer un rectángulo por la descripción, sino un trapecio”*.

Capítulo 4: Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

Se observa como el alumnado es capaz de utilizar el vocabulario específico que se trabaja en cada sesión y lo incorporan en las explicaciones que se dan entre ambos, como en la **P5** cuando un alumno le explica lo siguiente a sus compañeros: *“tenéis que reducir los gramos de bicarbonato que estáis usando, ya que empleáis una cantidad muy grande en relación con los centilitros de vinagre que se usan. Mirad, se queda en fondo de la botella y no se deshace, por lo que no tiene sentido aumentar la cantidad de vinagre porque no se disuelve y por lo tanto se produce el gas que actúa como reactivo e infla el globo”*.

Lo mismo sucede en la **P6** cuando un alumno interviene en la actividad de otro grupo para corregir directamente un error, explicándole como deben hacer para no tener ese fallo: *“si no estiras la cuerda lo suficiente no podrás medir bien alrededor de la circunferencia, sino que lo que obtienes es el radio porque solo pones la cuerda para identificar la distancia del centro a un punto”*

Relativamente en la **P7, P8 y P9** se sucede el mismo patrón de forma paralela en el que el alumnado trata de convencer al alumnado de sus errores dando una explicación que convence a los demás.

En la **P10** cuando realicen sus creaciones tratan de convencerse unos a otros de utilizar los mismos recursos, como en el ejemplo siguiente: *“si utilizas esta esfera para que sea el tronco debes utilizar la herramienta del cilindro para poder un agujero a mayores y hacer que se convierta en un llavero, así los dos tendremos uno”*.

A veces las conversaciones entre ellos sirven para reafirmarse cuando obtienen un resultado, como en la **P12** cuando el ganador de la carrera explica la razón por la cuál ha ganado el equipo con su robot: *“cuando hicimos el circuito nos fijamos mucho a la hora de construir los ángulos, fijándonos en la amplitud de los externos e internos para que permitan un buen giro del robot y evitar lo posible la fricción con el suelo”*.

Además, cuando se trabaja en grupo se observan situaciones en las que uno tiene un rol principal en el que les explica las dudas a los demás compañeros y les ayuda, como sucede en la **P13**: *“hacer un cálculo del porcentaje es lo mismo que dividir el número que quieras entre el total, porque calculas una parte del todo”*.

Para terminar en la **P14** se observa como en sus conversaciones se producen respuestas para reforzar sus creaciones: *“mi mandala, como todos es un patrón que se repite una y otra vez, por eso hago siempre la misma figura, pero cada vez más pequeña imitando ruedas de círculos concéntricos”*

I6- Aunque las prácticas del programa se realizan de forma individual, en pequeño y en gran grupo se tiene en cuenta específicamente la inclusión de todo el alumnado, de forma que todos participen y se evite la exclusión animando de diferentes formas la participación.

La **P1** en la que se inicia trabajando en parejas y se finaliza en gran grupo, de forma que se favorece la intervención de todos haciendo que repitan por lo menos unos de los trucos. De esta forma los instructores saben si es necesario repetir con el alumnado cuantas veces seas necesario para que comprendan facilitándole los detalles precisos. En la **P2** que se plantea un trabajo en grupo se intenta integrar a todos los participantes asignándole un rol en función de sus gustos (uno interpreta el plano y dos construyen los aviones para que después todos realicen los lanzamientos y tomen las medidas con los diferentes instrumentos que tiene que usar), pero también haciendo todos los contenidos importantes de forma cooperativa y colaborativa como son el uso de los instrumentos de medida.

La **P3** se desarrolla específicamente para trabajar las matemáticas con la música por lo que se favorece que todos participen en las partes comunes en gran grupo, como en el proceso de composición simulando a Mozart con el juego de los dados y en la interpretación musical de la composición cuanto todos tocan y cantan a la vez. Como ya se dijo anteriormente también se le ayuda en el resto de la práctica apoyándolos cuando no comprenden algo para que sigan todo el proceso.

Para intentar favorecer la inclusión se emplea en la mayoría de las ocasiones la tutoría entre iguales, para que unos compañeros ayuden a la otros. En el caso de la **P4** se observa como el instructor provoca esta situación para que un alumno ayude a su compañera y esta no se quede atrás: “*M. ayuda a tu compañera explicándole donde situaste tú el elemento circular que acaba de describir R (alumno que describe el cuadro).*” En prácticas como la **P9** se muestra como hay que ayudar de una u otra forma a mucho alumnado, al no conocer específicamente como se usa el programa o al tener más olvidados los contenidos que en ella se trabajan. Por eso la tutoría entre iguales se convierte en relevante al ver como a medida que se resuelve una duda unos se ayudan a otros para resolver dudas y evitar que alguno se quede atrás. Se produce la misma situación en la **P14** cuando todo el alumnado comparte sus creaciones y se producen interacciones entre ellos para tratar de ayudarse y corregir pequeños errores o dar ideas para comenzar la actividad. Algo similar sucede en la **P11** cuando los alumnos al trabajar con los distintos juegos planteados en la app se ayudan a superar niveles y que todos lleguen a finalizar el juego:



Alumno 1: ¿Aún estás en el nivel 2?

Alumno 2: Si, no doy encajado esta figura.

Alumno 1: Espera que te digo como se hace para que pases al siguiente.

Cuando en las prácticas se plantea un trabajo en grupo se observa como ellos mismos evitan que todos los miembros del grupo tengan una tarea, asumiendo muchas veces uno de ellos el rol de guía. En la **P5** se observa como unos de los miembros del grupo distribuye el trabajo a sus compañeros de forma equitativa, como en el siguiente caso:

“J, tú vas a tener el material siempre listo para hacer las pruebas del experimento, L. tú vas a medir los reactivos, M. te encargas de recoger todos los datos en la tabla. Después todos vamos a hacer los cálculos juntos y hacer las mezclas para cuando inflamos el globo.”

Cuando se trabaja con contenidos nuevos para el alumnado se intenta que todos alcancen lo que están trabajando, teniendo más cuidado con aquel alumnado que se observa en el proceso que menos participa. En la **P6** se observa como uno de los alumnos no busca elementos circulares y es animado por otro compañero para que siga recogiendo los datos necesarios para realizar la práctica: *“Venga J. vente conmigo y ayúdame a buscar otros objetos y tomamos las medidas juntos.”* Esta situación no se contempla cuando se trabaja en gran grupo como en la **P7** ya que todos participan directamente al hacer la recogida de datos y las combinaciones, en el mismo momento todos están incluidos porque se disfrazan y combinan el material. Lo mismo que sucede en la **P13** ya que se realizan el partido de baloncesto y recogen los datos de participación. Para fomentar que todos trabajen se explica de antemano en las reglas del juego que todos tiene que realizar varios lanzamientos desde diferentes posiciones, sin importar que lleguen a conseguir puntos.

Cuando se parte de una actividad inicial como en la **P10** en la que se parte de sus gustos se favorece que todo el alumnado participe activamente en el desarrollo de la práctica. El partir de un diseño inicial del boceto favorece que todos quieran participar y tengan interés por construir su figura con el programa para después imprimirla y que pregunten y soliciten ayuda cuando tengan dudas y dificultades.

Se observa que en situaciones el alumnado no es capaz de distribuir bien el trabajo o bien no emplea de forma correcta los recursos que tiene.. Esto sucede específicamente en el trabajo de un grupo en la **P12** cuando se observa que hay alumnos que no participan haciendo la programación del robot y solo en la construcción del recorrido. Por lo que el instructor

interviene específicamente para que se distribuyan de nuevos los roles en cada una de las distintas carreras que se realizan.

Autonomía

I7- En todas las prácticas que se plantean en el programa intentar fomentar una participación efectiva mediante el uso de un espíritu crítico del alumnado usando diferentes momentos en los cuáles los estudiantes asumen la responsabilidad de la práctica a través de la presentación de ejemplos y contraejemplos, de la búsqueda de soluciones o de la comunicación de resultados.

En la **P1** el alumnado asume la responsabilidad de la práctica cuando al plantear el análisis y la resolución de alguno de los trucos además de proponer una propia solución o alternativa. En otras ocasiones la autonomía se favorece en cuestiones como en la **P2** en la elección del modelo de avión y la elección de los instrumentos de medida a emplear. Del mismo modo ellos mismo resuelven sus dudas cuando no les coinciden las medidas y llegan a un consenso específico.

Cuando la práctica sigue un proceso más guiado como en la **P3** se fomenta la autonomía del alumnado en momentos específicos, como en la creación de sus propios compases haciendo las modificaciones precisas para intentar que se acorde al de los demás grupos para no repetirse. También tienen que decidir ellos mismos que letra poner y rimar palabras conforme a los acordes de la melodía atendiendo a la duración y a las notas que aparecen específicamente en cada compás.

En la **P4** el alumnado asume específicamente un rol activo durante todo el desarrollo de la misma ya que uno, tanto en que hace la descripción como o que reproduce el cuadro, asumen la responsabilidad en lo que hacen pudiendo hacer las preguntas necesarias para finalizar la práctica. Además, se observa como en esta situación desarrollan un montón de contraejemplos para obtener información como en el siguiente caso: *¿en qué se diferencia el cuadrilátero que has descrito al principio y este último?*

Lo mismo sucede en la **P5** ya que todo el alumnado debe de descubrir por ellos mismos como puede inflar mejor un globo, haciendo las predicciones necesarias, observando e interpretando resultados y repitiendo el proceso las veces que consideren hasta descubrir cual es el mejor de los resultados. Igual que en la **P7** con la combinación de todos los

elementos que tiene a su disposición deben descubrir cuál es el mayor número de las combinaciones sin repetirlas usando el mayor número de elementos posibles.

En el desarrollo de las actividades incluidas en la **P6** se observa un momento de trabajo libre en el que el alumnado toma las medidas necesarias de elementos libremente descubriendo en la comparación con otros grupos que errores han cometido en este proceso. Además, se solicita que deben de crear una definición de Π con los resultados que obtienen de las mediciones del diámetro y del radio y de la observación del proceso, por lo que se desarrolla también en este momento la autonomía.

En actividades más dirigidas como la **P9** en donde el alumnado reproduce los pasos que se le indican el programa Geogebra, se deja momentos específicos para que el alumnado explore las posibilidades del programa y descubra cuestiones que se realizan en el mismo. El alumnado cuando sucede esto lo demuestra: “*si pinchamos aquí se marca todo el perímetro y se puede rellenar la figura por dentro*”.

El alumnado trabaja muy motivado y con gran interés cuando se le plantea cierta autonomía a la hora de realizar las actividades y así o manifiesta en la **P10** cuando se les dice que son ellos mismos los que realizan una figura: *¿podemos construir la figura que nosotros consideremos?, pregunta un alumno con sorpresa.*

La situación explicada anteriormente se contempla específicamente cuando se les plantea la **P11**, en donde ellos libremente realizan unos de los juegos de la app sin imponer una restricción de que como hacer, aunque solo exista un modo de llegar al final del juego.

En la **P12** el alumnado construye libremente en base a sus conocimientos los caminos específicos que servirán para construir el circuito que después recorren los robots programándolos. Aunque se dan consejos específicos de como hacerlo, el alumnado decide las figuras y las curvas que hacer en cada uno de los recorridos. Lo mismo sucede en la **P14** en donde solo resuelven dudas del proceso de construcción del mandala pero ellos son autónomos para decidir el material a emplear, que usar y que patrón repetir.

Evaluación formativa

I8- En el proceso del desarrollo del programa de actividades se hace un seguimiento de cada alumno para observar una evolución del progreso cognitivo del alumnado, valorando como el alumnado mejora su participación utilizando argumentos matemáticos en las prácticas.

La **P1** es la primera práctica del programa y ya se observa un cambio desde el inicio de la actividad hasta el momento final, ya que un principio el alumnado cuando se le hace los trucos no los comprende ni los reproduce y después de analizarlos y observar lo que sucede en ellos es capaz de reproducirlos sin dificultad. Una situación similar se produce en la **P2** cuando parte del alumnado no recuerda como se realiza el cálculo de la media, la mediana y la moda y se observa como una vez que se le repasa el concepto es capaz de hacerlo sin problema llegando incluso en casos a ayudar a realizar estos cálculos a compañeros de otros grupos que no lo comprenden.

Otras veces, el proceso de evolución a nivel individual destaca sobre el de otros, como el caso de un alumno en la **P3** donde se observa como pasa de no reconocer el valor de las notas a ser capaz de realizar diferentes contraejemplos de como se puede construir un mismo compás usando diferentes notas musicales de la misma duración.

A veces en la realización de las prácticas se observa como se ayuda a una evolución del alumnado en relación con los contenidos usando otras herramientas. Es el caso de la **P4** en donde en la segunda parte de la práctica se utiliza una hoja con coordenadas cartesianas para reproducir el cuadro, observado que todos son capaces de reproducir con una mayor exactitud el cuadro y utilizan específicamente conceptos matemáticos para la descripción.

Cuando se utilizan prácticas con contenidos matemáticos interdisciplinares o que se usan otros contextos diferentes a los del aula como en la **P5**, el alumnado que a priori tiene más dificultades o que va un poco más lento realiza por el mismo sus propios cálculos y no muestra dificultades para realizar de forma autónoma el experimento.

A lo largo del programa se presentan prácticas que favorecen que se observe la evolución del alumnado, como en la **P6** cuando se produce una mejora continua para tomar diferentes medidas en elementos circulares desarrollando unas estrategias propias y después llegar a crear una propia definición del concepto de Π observando los datos obtenidos.

Si hablamos del proceso cognitivo que se produce cuando se trabajan nuevos conceptos, como es el caso de la **P8** cuando el alumnado pasa de no comprender que son las superficies de una sola cara y teniendo dificultades para construir una hasta llegar a dar una explicación argumentada del experimento de la Botella de Klein.

En las prácticas en las que se emplean programas informáticos o tecnología como la **P9**, la **P10**, **P11** o la **P12** en todos los casos observamos como el alumnado pasa de solo conocer los programas a completar las actividades sin dificultad. La **P9**, aunque es una

actividad, guiada todo el alumnado con menor o mayor dificultad llega a construir diferentes figuras y descubrir su perímetro y el área. O en la **P10** como son capaces de construir una figura por ellos mismos insertándole los complementos que considera. También en la **P11** observamos como una vez que manejan un juego son capaces de acceder a niveles superiores, aunque la dificultad vaya en aumento en cada uno de los niveles.

Se observa como el alumnado parte inicialmente de dificultades para interpretar las tablas cuando se recogen datos, pero tal como se observa en la **P13** la evolución del proceso cognitivo se muestra cuando después de realizar un pequeño análisis de los datos son capaces de extraer conclusiones sin dificultad como en el siguiente caso donde un participante manifiesta: *“He realizado menos tiros que tú, pero los he encestado todos, por lo que tengo más puntos porque tu has fallado la mayoría”*.

También en la **P14** se observa como el alumnado parte inicialmente de dificultades a la hora de crear los mandalas, sobre todo cuando hacen el borrador y son ellos mismos los que plantean soluciones sencillas para hacer su propia obra y obtienen su resultado final; valorando así un progreso cognitivo.

4.4. IDONEIDAD ECOLÓGICA

La idoneidad ecológica se refiere al grado en que un plan o acción formativa para aprender matemáticas resulta adecuado dentro del entorno en que se utiliza. Para ello tiene en cuenta la creación de las prácticas teniendo en cuenta consideraciones como la innovación, la adaptación socioprofesional, la formación en valores y la relación de contenidos con otros de diferentes áreas o materias. En la tabla 12 se recogen los indicadores de la idoneidad ecológica que se presenta en las prácticas del programa.

Tabla 12: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Ecológica. Elaboración propia

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
EC1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
EC2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
EC3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
EC4	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
EC5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Apertura a la innovación didáctica

E1- La construcción de las prácticas que se recogen el programa parten de la innovación y de la práctica reflexiva teniendo en cuenta el empleo de la metodología STEAM o de aportaciones de innovación en didáctica de la matemática usando también la interdisciplinariedad.

En la **P1** se emplea un contexto específico interdisciplinar, relacionando las matemáticas con la magia para que el alumnado observe la relevancia de las mismas y su intervención para resolver determinados problemas, como las operaciones combinadas para resolver un truco. Se emplea para la creación de la actividad diversa bibliográfica y se adaptan los trucos a los conocimientos previos del alumnado.

En otras ocasiones como la **P2** se trata de integrar un contenido relacionado con la ingeniería mediante la interpretación de un plano para construir un avión, viendo como son necesarios determinados conocimientos básicos de esta disciplina para cuestiones cotidianas. En muchas ocasiones se utilizan otros contenidos ya aplicados en otros contextos teniendo relación con contenidos matemáticos, como la **P3** en donde se trabaja la música y las matemáticas y se usan en la actividad cuestiones específicas como el juego de dados que empleaba Mozart para componer alguna de sus obras. Lo mismo sucede con la **P4** en donde se utiliza la obra de Kandinsky para que el alumno observe la relación de las matemáticas en concreto con la geometría y observando y analizando las propiedades de determinadas figuras.

También se plantean prácticas reflexivas como la **P5** donde a través de la relación de contenidos interdisciplinares el alumnado trabaja con dos conceptos a la vez, como en este caso la proporcionalidad y las reacciones químicas. De la misma manera aquellas prácticas en las que el alumnado asume un rol de investigador o descubridor como en la **P6** se convierten en prácticas que dan pie a nueva forma de presentar conceptos, son prácticas innovadoras.

La **P7** es una práctica en la que los contenidos se presentan de una forma peculiar, ya que se facilitan los elementos y se pide al alumnado que hagan diferentes disfraces usando cada uno de ellos haciendo las combinaciones posibles. Otras veces como el caso de la **P8** se aprovechan este tipo de experiencias donde se trabajan los contenidos desde la comprensión y la manipulación construyendo y descubriendo a la vez lo que son las superficies de una sola cara.

Capítulo 4: Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

En otras ocasiones como en la **P9** se utilizan las tecnologías para trabajar contenidos de áreas específicas, como en este caso para utilizar un programa de geometría dinámica que se le enseña a usar y además se le muestra su aplicabilidad. La misma situación se presenta en la **P10** donde se trabaja la construcción en 3D mediante el uso de un programa informático, por lo que también aprenden como funcionan las impresoras de este tipo por lo que aprenden el manejo de las herramientas para hacer este tipo de actividades.

Para realizar las prácticas, como en el caso de la **P11** se tienen en cuenta el uso de serie de criterios específicos, recogidos en la tabla 13, que ayuden a nuestro alumnado como puede ser la accesibilidad o la complejidad de los contenidos. En este caso el primero de los criterios atiende a una razón específica atendiendo a la naturaleza de los participantes, permitiendo que todo el alumnado cuente con algún medio electrónico para poder usar las aplicaciones.

Tabla 13: Indicadores de selección de app (F. Blanco et al., 2023). Elaboración propia.

Indicadores	Categorías	Subcategorías			
11. Puntuación					
12. Cantidad de descargas					
1.3. Nivel	ESO				
	Bachillerato				
1.4 Contenido matemático	Álgebra				
	Aritmética				
	Análisis				
	Geometría				
	Estadística				
15. Objetivo	Académico	Teoría			
		Ejercicios	Tipo	Teórico	
				Práctico	
				Problemas	
		Juegos	Método	Test	
				Otro	
			Tipo	Teórico	
				Práctico	
		Problemas			
		Método	Test		
	Otro				
	Identidad virtual	Con avatar			
		Sin avatar			
	Lúdico	Rompecabezas			
		Cálculo Mental			
Escape room					
Búsqueda de patrones					
Estrategia					
Calculadora o software					
16. Idioma	Español				
	Inglés				
17. Precio	Gratis total				
	Gratis con compras en la aplicación				
18. Conexión a Internet	Sin conexión				
	Con conexión				

En la **P12** la innovación de la práctica se relaciona con el trabajo de dos contenidos actuales como son la robótica y el lenguaje computacional, de forma que el alumnado es capaz de aplicar contenidos que ya conoce y trabaje de forma competencial.

El empleo de prácticas en diferentes contextos como las ya citadas o en concreto la **P13** facilita que el alumnado comprenda la importancia de las matemáticas como herramienta de interpretación de un partido de baloncesto, permitiendo que en un simple partido ayude a el alumnado trabaje con conceptos que en un aula tradicional trabajarían solamente en un libro de texto. Igualmente sucede en la **P14** que se trabaja la construcción de figuras y los mandalas con el uso de material no estructurado, lo que hace que facilite que vean la aplicación de los contenidos en contextos desconocidos y de manera muy diferente a como se utilizan los mandalas en las aulas tradicionales.

E2- Una de las cuestiones más importantes a la hora de diseñar las prácticas fue el uso e integración que se hace en ellas de las nuevas tecnologías. En la sociedad actual el uso de la tecnología es uno de los aspectos más relevantes para tener un alumnado competente que le permita desarrollar en un contexto específico.

En primer lugar, hay que especificar que en la mayoría de las prácticas del programa (**P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 y P13**) se integra el uso de la calculadora, ya que es una herramienta básica y que aún el alumnado en muchas ocasiones no puede usar libremente en esta etapa educativa.

También en ocasiones se utiliza la tecnología como una ayuda para el desarrollo de las actividades, como en la **P5**. En ella se emplea material específico como balanzas tecnológicas del laboratorio y se le muestra al alumnado la diferencia con una tradicional; o se le enseña el manejo de un termómetro electrónico que mide la temperatura de determinados líquidos. Así mismo se enseñan cuestiones como son los simuladores, para que los conozcan y sepan cuál es su función. En la **P8** estos se muestran para que comprendan determinados usos de la topología y puedan observar transformaciones que pueden sufrir un determinado cuerpo.

A lo largo del programa se integran determinados programas informáticos que le servirán para trabajar contenidos matemáticos específicamente. En la **P9** se presenta al alumnado el programa Geogebra que les permite trabajar cuestiones de geometría y otros contenidos curriculares de forma integrada. La **P10** se presenta el conocimiento de una

herramienta para trabajar la impresión en 3D que además le permite conocer el uso del programa y de como se hacen los diseños para poder imprimirlos.

Otro de los recursos tecnológicos empleados son las tabletas que se emplean en la **P11** en las que se les enseña como se hace una descarga, en concreto la de app que recibe el nombre Magic Logic Puzzles. En ella trabajarán con diferentes juegos en donde trabajan contenidos de geometría, aritmética o tecnología de forma integrada.

El conocimiento de los robots educativos y del manejo de los mismos es trabajado en la **P12** a través de la realización de tres actividades distintas en las que el alumnado aprende el manejo del programa ScratchX con el que controlará los movimientos del robot.

Adaptación socioprofesional

E3- Los contenidos seleccionados del currículo oficial se relacionan en ocasiones con actividades cotidianas y que por tanto contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.

En la **P1** el alumnado aprende como las matemáticas intervienen en la magia a la hora de realizar trucos, obteniendo un conocimiento del ámbito social que le permiten tener más datos de un juego y poder darle un mismo uso social en diferentes contextos. Otras veces la realización de la práctica les permite conocer cuestiones que le serán relevantes a lo largo de su vida, como en la **P2** donde la corrección de erros cometidos al relacionar mediciones o el cálculo de la media son cuestiones importantes que realizarán en diferentes momentos.

La conexión con saberes de cultura general hace que el alumnado tenga un desarrollo social importante, como en la **P3** donde la propuesta se relaciona con el conocimiento de Mozart y su obra. Lo mismo sucede en la **P4** dando a conocer la obra de un pintor relevante como es Kandinsky y el empleo de la geometría para la construcción de sus grandes obras. Otras veces estos saberes se relacionan específicamente con contenidos matemáticos, como en la **P6**. En ella descubren el concepto de Π como una regularidad matemática presente como un elemento natural de muchas cosas que podemos observar en la vida cotidiana en cualquier objeto circular.

Cuando se presenta la **P5** se da el alumnado la oportunidad de conocer el funcionamiento de un laboratorio desde el uso y aplicación de normas, al empleo de conocimientos matemáticos y el manejo de material con el cuidado necesario que le aproximan a una idea general de como se desarrolla un empleo en él. Algo similar sucede

cuando se presenta la intervención de áreas de la matemática en elementos de la vida diaria, como la presencia de topología en el diseño de elementos que emplean superficies de una sola cara (**P8**). El alumnado comprende como este concepto es importante para la construcción de elementos tan básicos y necesarios como son las cintas transportadoras. Otra relación de los contenidos matemáticos con cuestiones básicas de la sociedad es su vínculo con actividades cotidianas como las deportivas, de forma que esto ayuda a que el alumnado observe la aplicación de las matemáticas en actividades sencillas. En la **P13** se presenta una práctica en la que pueden comprobar como se utilizan datos obtenidos para hacer interpretaciones matemáticas concretas y poder valorar aspectos como las posesiones de un equipo de determinar el tipo de juego sobre sus lanzamientos.

El uso de un programa informático para la impresión 3D que se presenta en la **P10** les brinda la oportunidad de abrir nuevas vías de acceso a un conocimiento específico de la tecnología muy útil para su formación y su futuro desarrollo profesional dada la relevancia de este contenido en la sociedad actual. En relación con ese punto se observa como el alumnado controla ciertos aspectos de tecnología pero que tiene ciertas lagunas en cosas simples a veces como descargar una app, cuestión que se trabaja en la **P11** para facilitar que el alumnado sepa hacer un buen uso de la tecnología.

La robótica es uno de los aspectos claves para el desarrollo de trabajos actuales y del futuro, por lo que la **P12** le brinda el tener una primera oportunidad del uso de esta herramienta, así como del lenguaje computacional.

En otras ocasiones la asociación de los contenidos con cuestiones de diferentes situaciones de la vida real favorece que el alumnado comprenda la utilidad de los mismos. Esto sucede en la **P14** cuando entre todos los asistentes buscan contextos en lo que se usan los mandalas, surgiendo ideas como el uso de los mismos en las cristalerías o los que se hacen en otras obras artísticas como cuadros.

Educación en valores

E4- En la realización de las actividades del programa se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico. Estas consideraciones son importantes porque al trabajar con alumnado en riesgo de exclusión son valores que se integran en la formación por su relevancia.

Desde el inicio del programa con la **P1** se permite que el alumnado se relacione compartiendo experiencias a la hora de realizar los trucos, compartiendo opiniones, respetando los argumentos de los participantes y comunicando a terceros los resultados. Por lo tanto, compartir opiniones y el respeto de las mismas muestra el respeto a libertad de los compañeros, una cuestión interdisciplinar que se trabaja en diferentes prácticas del programa (**P3, P7 o P8**).

El trabajo en grupo es una herramienta empleada en diferentes prácticas para la formación en valores y el pensamiento crítico. Cuando se plantea un rol principal de un alumno como en la P4, siendo este el que describe el cuadro a los demás o en la **P14** donde crean una figura o un mandala a su gusto, se fomenta la tolerancia y el respeto por el trabajo de los demás ya que se intenta que se realicen preguntas adecuadas de forma ordenada y respetuosa pese a que la descripción que realiza el compañero no sea la mejor. En este sentido estos valores se vuelven a trabajar en la **P2** a la hora de trabajar en grupo, compartiendo la gestión, respetando las opiniones y ayudando en problemas que surgen como en el caso de esta práctica a la hora de hacer lanzamientos, como se observa en la intervención de este alumno: *“si te pones en una buena posición seguro que alcanzas una mayor distancia, o sino usa el mío que está menos doblado que el tuyo”*.

El empleo de distintos espacios físicos, como el laboratorio en la (**P5**) o el pabellón deportivo (**P13**) hace que se trabajen actitudes y comportamiento de respeto hacia las normas impuestas en estos medios de cara al uso del material y de control de seguridad.

El uso de la tecnología realizado de diferentes formas en prácticas distintas (**P9, P10, P11 y P12**) permiten específicamente trabajar el pensamiento crítico para valorar el uso que se hace de la tecnología tanto a nivel educativo como a nivel profesional. Además, se fomenta el respeto por los medios tecnológicos valorando las consecuencias que puede tener un mal uso de la tecnología a nivel general.

Conexiones inter e interdisciplinares

E5- La conexión de las matemáticas con otros contenidos es uno de los principios específicos de la metodología STEAM que es considerada a la hora de diseñar las prácticas que se presentan en todo el programa, tal y como se recoge en la siguiente tabla:

Tabla 14: Prácticas del programa con las materias implicadas

Número	Nombre de la actividad	Materias relacionadas
P1	Matemagia	Matemáticas y Arte
P2	Matemáticas en el aire	Matemáticas e Ingeniería
P3	Mathmusic	Matemáticas y Arte
P4	Leyendo cuadros	Matemáticas y Arte
P5	Mezclamos	Matemáticas y Química
P6	Descubriendo a π	Matemáticas y Ciencias Naturales
P7	Combinatoria de Carnaval	Matemáticas y Ciencias
P8	La Banda de Moebius	Matemáticas y Arte
P9	Geometría dinámica	Matemáticas y Tecnología
P10	Magic Logic	Matemáticas y Tecnología
P11	Impresión en 3D	Matemáticas y Tecnología
P12	Caminos Regulares	Matemáticas, Tecnología y Arte
P13	La NBA en el cole	Matemáticas y Educación Física
P14	Mandalas sobre...	Matemáticas y Arte
P15	Kahoot!	Matemáticas y Tecnología

4.5. IDONEIDAD MEDIACIONAL

La idoneidad mediacional es aquella que se centra en el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje así como la adaptación del contexto en que se produce. En la tabla 15 se recogen los indicadores de la idoneidad mediacional que se presentan en las prácticas del programa.

Tabla 15: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Mediacional

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
M1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M2	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
M3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Recursos materiales

M1- El programa de actividades tiene en cuenta el uso de material estructurado, no estructurado, manipulativo y tecnológico, que permite al alumnado hacer una aproximación efectiva a los conocimientos matemáticos que se trabajan y que ayudan a introducir nuevas situaciones, lenguajes, procedimientos y argumentaciones. Además, se utiliza material en muchas ocasiones diferentes al de las aulas ordinarias dando la oportunidad al acceso y participación.

En la **P1** el alumnado emplea barajas españolas y dados para realizar los diferentes trucos, aprendiendo muchos de ellos las características principales de la baraja ya que las desconocen. Las barajas se emplean para trabajar conceptos matemáticos de la práctica y los dados como herramienta para la aplicación de las operaciones combinadas, permitiendo también que el alumnado reflexione sobre el uso que se le da a este material en los trucos. De la misma forma en la **P2** el material empleado es importante dado que se le da a conocer el odómetro como herramienta para poder tomar distintas medidas a través de un instrumento que el alumnado nunca ha usado. El uso de este resulta muy atractivo, por lo que todos tienen interés en y aprenden a manejarlo con la precisión necesaria.

En la **P3** la práctica se complementa con material de música específico, ya que se le presenta al alumnado una serie de instrumentos musicales de una colección especial de instrumentos de diferentes países, permitiendo que cada uno escoja libremente para interpretar la canción con uno de ellos. Del mismo modo en la **P4** no se emplea material para el trabajo de matemáticas, solo hojas cuadriculadas para las coordenadas, pero sí se usan reproducciones de cuadros de Kandinsky que el alumnado comenta y valora.

La **P5** que se realiza en un laboratorio permite al alumnado conocer y manejar material específico del medio como los vasos de precipitados, los termómetros, las balanzas electrónicas, y otros muchos. El uso de este material permite al alumnado comprender mejor el contenido de la práctica y hacer una simulación real. Lo mismo sucede en la **P13** donde la práctica se desarrolla en un campo de baloncesto con todos los elementos al completo. El alumnado aprecia el uso de una pista con las medidas reales y canastas ajustadas, por lo que facilita una mayor participación de todos.

El empleo de material no estructurado como las cuerdas o distintos elementos circulares encontrados en la vida cotidiana empleados en la **P6** favorece que el alumnado observe como el empleo de otros materiales que no sean las reglas tradicionales es necesario para medir una circunferencia. Este tipo de material se emplea en la **P7** con el uso de distintos

elementos para hacer disfraces de carnaval, valorando el alumnado el uso de la combinatoria y la necesidad para resolver un problema tan sencillo. Siguiendo con el empleo de este material en la **P8** se emplea un simple elemento como una banda de papel para que el alumnado descubra las propiedades de una superficie de una sola cara y un cilindro. También se usa este tipo de material en la **P14** para que el alumnado mediante su uso observe como puede realizar una figura con distintos elementos e identificar sus propiedades usándolos sobre un mandala realizado sobre piedras, cuero o fieltro.

El empleo de la tecnología favorece que el alumnado trabaje los contenidos matemáticos usando otro soporte más motivador. En la **P9** utilizan el programa informático Geogebra para trabajar parámetros geométricos y la visualización. También se utiliza el ordenador con el programa Tinkercad en la **P10** para que el alumnado cree sus figuras y se le presenta en la misma práctica el funcionamiento de las impresoras 3D, aunque por el tiempo que esta tardan en reproducir solo pueden ver el principio de una simple impresión. Se da la oportunidad de que el alumnado use una Tablet o Smartphone en la **P11** para trabajar los contenidos específicos que ofrece la app Logic Magic a través de tres de sus juegos. También se emplean los robots educativos para desarrollar la actividad de la **P12** conociendo su uso además de manejar lenguaje computacional con el programa ScratchX.

M2- Los recursos materiales empleados sirven para que las definiciones y propiedades sean contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos.

La baraja de cartas y los dados empleados en la **P1** son elementos básicos para el desarrollo de los trucos e indispensables para su realización y comprensión, por lo que el alumnado debe descubrir como intervienen los mismos y que contenido matemático nos aportan. El lugar empleado (un gran pasillo) y los instrumentos de medida (odómetros y cintas métricas) que se usan en la **P2** hacen que el alumnado sea capaz de desarrollar la competencia matemática para obtener los resultados necesarios y poder recogerlos y analizarlos. Así mismo en la **P3** el empleo de los instrumentos musicales ayuda al alumnado a comprender la duración de un compás y las diferencia entre las notas musicales en una escala, ya que a la vez que solfean y dan palmadas son capaces de aplicar los contenidos.

El uso de un laboratorio con todo el material de este al completo usado en la **P5** hace que el alumnado realice una actividad común como es inflar un globo observando a la vez un proceso específico como es una reacción química en un contexto real. También cumple esta función el material no estructurado empleado en la **P6**, ya que con el uso de las cuerdas el alumnado entiende la precisión que se necesita para poder medir elementos como los

circulares, que no pueden ser medidos con instrumentos específicos como reglas o cintas. En esta práctica el alumnado selecciona diferente material con forma circular (paragüeros o papeleras, por ejemplo) que les sirven para aproximarse a un concepto matemático tan específico como Π . También el material no estructurado empleado en la **P7** facilita que el alumnado a través de la manipulación pueda realizar las combinaciones y registre los datos para después realizar los cálculos que se le solicitan.

El empleo del Geogebra en la **P9** se convierte en la herramienta principal de la práctica y además ayuda al alumnado a interpretar entre otras cuestiones, como por ejemplo como se realiza el cálculo del perímetro y del área de una figura. El uso de un programa de simulación de figuras en 3D de la **P10** acerca al alumnado al proceso de construcción y producción a la vez que les enseña como se realiza, ya que es muy diferente que construir una maqueta bidimensional. Lo mismo sucede con los juegos de app Logic Magic de la **P12**, ya que por ejemplo se trabaja el concepto de nodo en el juego NodeLine a través de su búsqueda y reconocen los errores cuando se los muestra reforzando el aprendizaje del concepto. La construcción de figuras sobre una mandala con elementos como el cuero o piedras con pinturas (**P14**) facilita que el alumnado construya rectas, diferentes figuras, ángulos o realice una bisectriz mientras crea su propio diseño.

Número de alumnos, horario y condiciones del aula

M3- Tal y como se explicó en el capítulo 3 la selección de alumnado sigue unos criterios específicos en relación con su condición de ser alumnado con NEAE por su situación de vulnerabilidad social. Atendiendo a esto y al intento de dar una atención personalizada a lo largo de todas las promociones, los grupos se configuraron con un número mínimo de 7 alumnos y un máximo 13. El trabajo en pequeño grupo facilita que el alumnado interactúe más y se cree un clima de confianza entre los participantes, necesario para que se produzcan interacciones efectivas. Además, se intenta que no sean grupos numerosos para atender a las diferencias individuales y centrarse en cada alumno de forma individual identificando sus necesidades para darle una respuesta adaptada.

M4- El horario que se plantea para todas las sesiones del curso es siempre el mismo. El programa se desarrolla como una actividad extraescolar en sus propios centros educativos, facilitando su movilidad y participación. Se realiza siempre a la misma hora de forma quincenal entregando al alumnado un calendario con las sesiones y recordándole desde el centro educativo por la mañana el día de la sesión. Siempre se utiliza la primera hora de la

tarde para evitar interrumpir otras actividades a las que pueden acudir y tampoco que sea tarde para interrumpir en otras actividades de estudio.

M5- Casi todas las sesiones del programa (**P1, P2, P4, P6, P7 y P8**) se desarrollan en un aula ordinaria del centro educativo dispuesta de un encerado, pizarra digital, ordenador portátil y los tradicionales pupitres individualizados. Normalmente para trabajar en las distintas prácticas se modifica la estructura del aula, moviendo las mesas y sillas para juntarlas y favorecer que el alumnado pueda interaccionar de forma efectiva; como por ejemplo en la **P2** cuando se sitúan todas las sillas en forma de semicírculo simulando la colocación de una orquesta. Además, como ya se fue diciendo se utilizan otros espacios del centro como el laboratorio (**P5**), los pasillos (**P3**), el aula de informática (**P9, P10, P11, P12**) y el pabellón (**P13**). El uso de estos espacios permite contextualizar las actividades y mostrar al alumnado una aproximación a la realidad permitiendo observar la aplicación real de los contenidos matemáticos que se trabajan en cada una de las actividades.

La distribución del alumnado es diferente en las sesiones y mismo dentro de una misma sesión. Hay prácticas que se desarrollan en gran grupo (**P7 o P13**) lo que favorece que el alumnado trabaje todo junto y se relacionen entre ellos mismos, lo que ayuda a mejorar la convivencia. En otras ocasiones las sesiones de trabajo se desarrollan en grupos (**P2, P5, P6, P11**) permitiendo que trabajen juntos 4 o 5 alumnos desarrollando ideas y compartiendo saberes. Este trabajo en grupo implica también comunicación con otros grupos compartiendo y discutiendo resultados. En otras prácticas (**P1, P4 o P8**) se distribuye el alumnado por parejas, permitiendo que compartan conocimientos y tomen decisiones de forma consensuada, como por ejemplo en la **P8** cuando construyen juntos una banda y analizan las diferencias que encuentran con un cilindro.

En aquellas prácticas (**P9, P10 o P14**) que se plantea el trabajo de forma individual se hace expresamente por uso del material, pero se permite que el alumnado comparta con sus compañeros sus ideas y comente el proceso de la actividad, así como los resultados. En ocasiones en las prácticas (**P3 o P13**) se utilizan técnicas de agrupamiento distintas en función de las actividades que se desarrollan. Por ejemplo, en la **P3** la primera parte cuando el alumnado construye el compás trabajan en parejas para después compartir los compases con otros compañeros y para finalizar interpretan la canción en gran grupo.

Tiempo

M6- Todas las actividades del programa tiene la misma duración, 1 hora. La idea parte de estudios en los que se demuestran que el alumnado de esta edad y etapa educativa pierde la concentración a partir de los 55 minutos, por lo que la sesión siempre suele durar sobre 50 minutos y los últimos 10 se dedican a hacer una reflexión final conjunta y a cubrir el cuestionario de satisfacción. Todas las actividades son adaptadas para ser realizadas en este tiempo, por lo que ninguna de las prácticas se prolonga más de una sesión. La idea es que el alumnado trabaje en un día solo con una actividad de principio a fin, dado que como se desarrollan las prácticas quincenalmente es mucho tiempo para que el alumnado deje la actividad que está haciendo a medias. Además, así facilitaremos que todo el alumnado lleve el mismo ritmo de trabajo.

M7- En función de los contenidos de las prácticas se dedica un tiempo a cada uno de ellos en función de la relevancia que tengan los mismos en el desarrollo de la sesión.

En la **P1** se dedica un mayor tiempo al descubrimiento del razonamiento matemático en el proceso de explicación (10 minutos para descifrar el contenido matemático en cada uno de los tres trucos). El mismo sucede en la **P2** donde se explica específicamente la importancia de medir las distancias o como recoger los datos y registrarlos para evitar después errores al hacer los cálculos. Cuando se realiza la **P3** se dedica un tiempo mayor al descubrimiento del razonamiento matemático en el proceso de la explicación, ya que se pasa 10 minutos explicando las notas musicales, su duración y los elementos matemáticos que se trabajan a través de ellas. En el inicio de la sesión de la **P4** se explican las figuras geométricas que se van a emplear, se repasan las coordenadas y otros aspectos básicos para que no se produzcan dificultades en el desarrollo de la actividad. De la misma manera en la **P5** se explica que es una reacción química y que cambios producen para ser observados, así como que la parte importante de la práctica se encuentra en la cantidad de reactivos que empleen. Las prácticas **P6**, **P7** y **P8** sirven en sí mismas para comprender un concepto matemático específico, por lo que el desarrollo de la actividad se trabajan directamente los contenidos más importantes. En el desarrollo de la **P9** el profesor hace de guía en todo el proceso, puntualizando aquellos aspectos que son más desconocidos. Desde el principio de la sesión de la **P10** se explica al alumnado como puede construir con elementos básicos una figura para reproducir en 3D a partir de un boceto, así como las propiedades que pueden aplicar con el uso del programa. Para la realización de la **P11** se da una explicación de cada juego de la app escogido, así como su finalidad y también los conceptos matemáticos, como por ejemplo en el juego

NodeLine se explica lo que es un nodo y como se calcula las aristas para finalmente que busquen otro para ver si comprenden lo que se les solicita. En la **P12** se dedica un tiempo a la construcción de los ángulos en las figuras iniciales para que el alumnado comprenda la relevancia de comprender la noción de ángulo y lo relacionan con el giro de una curva. Al principio de la **P13** se hace una reflexión en conjunto de los datos que son relevantes para realizar un partido de baloncesto, para que ellos mismos descubran los datos que deben ser recogidos mientras realizan el partido para después poder analizarlos. Lo mismo sucede en la **P14** donde al principio se hace un repaso con el alumnado por las figuras planas poligonales y no poligonales que conocen así como se visiona diferentes mandalas y se analizan diversos diseños geométricos que estos contienen.

M8- En cada una de las prácticas del programa se dedica un tiempo suficiente a los contenidos que pueden presentar una mayor dificultad para su comprensión.

En la **P1** se dedica un tiempo al descubrimiento del razonamiento matemático de cada truco que se realiza (se dedica 5 minutos para descifrar el contenido de cada uno de los tres trucos) y se vuelve a explicar en la parte del desarrollo cuando se trabaja en grupo. En el caso del truco de las cartas se le ayuda al alumnado para que comprenda la regularidad matemática al hacer el mismo número de cortes en la misma posición. Del mismo modo en la **P2** también se dedica un tiempo a mostrarle al alumnado la importancia de emplear bien los instrumentos de medida para trabajar con exactitud a la hora de hacer mediciones o de como recoger los datos en una tabla de forma que este sea útil para sintetizarlos. De la misma manera en la **P3** se trabaja con el alumnado como es la construcción de un compás que cumplan los criterios que debe cumplir, ya que considera que es el contenido donde tiene una mayor dificultad.

Así en la **P4** se dedica un tiempo a hacer un repaso con el alumnado con el vocabulario específico y las características de las figuras que aparecen en el cuadro, así como a situar una figura empleando las coordenadas cartesianas. También en la **P5** se dedica un tiempo de la sesión a explicar lo que es una reacción química y la importancia de medir las cantidades a la hora de calcular los reactivos.

Cuando se trabaje con prácticas en donde el contenido es la finalidad a descubrir como en la **P6**, hace que al final de práctica después de realizar las actividades se dedique un tiempo para ver si el alumnado alcanzó el objetivo. También la **P7**, que es una de estas prácticas tipo, una vez que el alumnado realiza varias de las combinaciones y manipula los materiales se realizan con ellos los cálculos para saber como se puede saber cuáles son todas

las combinaciones posibles. Lo mismo sucede en otras de estas prácticas como la **P8** en donde se presentan ejemplos y se buscan contraejemplos dedicando un tiempo para el alumnado.

En la página **P9**, como ya se ha comentado en otros momentos, aquellos contenidos como los puntos notables son explicados mediante el uso del modelado, de forma que todos ven los pasos a la vez y se hace con ellos una interpretación necesaria cuando se considere. Del mismo modo en la **P10** el alumnado tiene dificultad para visualizar el resultado final de su creación, por lo que individualmente se revisa con ellos y se les hace ver los errores. En la **P11** se dedica un tiempo para hablar de la intervención en cada app, diciéndoles como evitar ciertos errores en aquellas cuestiones de mayor dificultad. Por ejemplo, en el juego del Tetrix se le ofrece una pista facilitándole los huecos en los que pueden encajar las partes que sobresalen de una figura. También en la **P12** se recuerda como se construyen los ángulos con instrumentos adaptados y como se usan estos, o en la **P13** se les hace un repaso de como se calcula una parte específica de un todo o el cálculo de porcentajes. Para finalizar en la **P14** también se dedica un tiempo a la resolución de aquellas partes de la práctica que son más complicadas, que en la mayoría de los casos se relaciona con la realización de los bocetos, en la construcción de figuras y en el uso de instrumentos de dibujo empleados como en el compás.

4.6. IDONEIDAD AFECTIVA

La idoneidad afectiva tiene en cuenta en un proceso de instrucción el lenguaje que se utiliza, las actitudes, la implicación de las emociones, las creencias existentes y los valores implícitos. En la tabla 16 se recogen los indicadores de la idoneidad afectiva que se presenta en las prácticas del programa.

Tabla 16: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad afectiva

Indicador	Número de actividad													
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
A1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
A2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A3	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
A4	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
A5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
A7	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
A8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Lenguajes

A1- En el desarrollo de todas las sesiones de las prácticas del programa se presta atención específica al lenguaje verbal y no verbal empleado por todo el alumnado, ya que este nos aporte información de como se encuentra y de lo que siente a la hora de trabajar.

En la **P1** se observa específicamente como varios alumnos realizan gestos faciales que se identifican con una falta de comprensión, por lo que los instructores van a preguntarle directa y rápidamente. Lo mismo sucede en la **P2** cuando un alumno vuelve en varias ocasiones a coger papel para repetir el avión, pero como no le sale lo estruja y lo tira. Al ver se le presta la ayuda necesaria o se le dice a un compañero que le ayude.

En otras ocasiones se observa como la falta directa de participación es la mejor muestra de que algo no va bien en el proceso, como cuando uno de los alumnos al realizar la interpretación final en la **P3** no participa y no toca su instrumento. Por eso se le pregunta y se le facilita otro instrumento que presenta una menor dificultad para tocarlo y se le ayuda a hacer la interpretación. Lo mismo sucede en la **P4** cuando al principio un alumno se ofrece voluntario para interpretar el cuadro después se retracta porque piensa que no es capaz de hacerlo.

También se manifiesta el estado del alumnado cuando realiza una actividad, como en la **P5** cuando se observa su nerviosismo manifestado mediante un temblor en el pulso a la hora de realizar el paso final del experimento. Cuando se le pregunta manifiesta que se siente nervioso por la responsabilidad que tiene al ser el encargado de que el experimento salga

bien, por lo que le se le descarga de tal sentimiento. En otras ocasiones se ve como el alumnado no es capaz de realizar una tarea, pero no lo verbaliza, como en la **P6** cuando varios de los alumnos no son capaces de medir una circunferencia.

En la **P9** uno de los alumnos no se pierde a la hora de seguir todos los pasos, y poniendo gesto de no comprender trata de mirar por el compañero del ordenador de al lado, pero tampoco le solicita la ayuda necesaria. Lo mismo sucede en la **P11** con otro alumno que hace la misma maniobra, pero cuando el instructor le pregunta comenta que no es capaz de superar el nivel del juego utilizando la expresión “estoy atascado”.

Un alumno al realizar la **P10** comienza a realizar aspavientos y resoplidos que llaman la atención del instructor, por lo que al mirarlo el mismo solicita ayuda comentando: “estoy agobiado con esto, ¿me puedes ayudar?”

Teniendo en cuenta esto es importante en la comunicación no verbal el tono de voz que emplee el alumnado para comunicarse. Por un lado, en la **P12** observamos como un alumno que muestra un carácter muy tímido no se comunica con sus compañeros ni con los instructores cuando tiene una duda, sin embargo, en la **P13** como se trabaja en grupo es capaz de participar y compartir la experiencia comentando sus jugadas. En la última práctica reglada del programa (**P14**) se observa como todo el alumnado participa activamente, con más o menos timidez para preguntar las dudas, pero el trabajo de forma generaliza se traduce en que todos realizan su propia creación y obtienen todos sus productos finales.

Emociones

A2- En el desarrollo de las sesiones del programa se intenta que el alumnado vea los contenidos matemáticos como útiles y con aplicación en cuestiones de la vida diaria, intentando que resalten las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

En el inicio del programa con la **P1** se intenta trabajar esta cuestión a través del uso de la magia, ya que todos los trucos presentan una atención a la estética y en todos se requiere del uso de la precisión para seguir cada uno de los pasos que le harán llegar a la solución final del truco. De la misma manera en la **P2** se destaca la relevancia de la precisión a la hora de emplear las matemáticas, sobre todo cuando se monta un avión o para medir las distancias que alcanza en el vuelo. También en la **P3** se hace uso de la estética al usar las matemáticas para relacionarlas con la música y su belleza, pero es relevante a la hora de componer la

precisión es importante para crear una serie de compases que compongan una melodía oportuna. En este sentido el propio alumnado a medida que se trabajan estas cuestiones se dando cuenta de su relevancia, tal como se observa en un comentario que hace uno de los participantes a otro: “*Si ponemos muchas corcheas la canción es más más rápida y no va a quedar nada sonora y no se va a entender bien la letra*”. Siguiendo esta línea la **P4** sigue a tratar la importancia de la belleza a través del arte, trabajando la geometría en obras tan relevantes como las de Kandinsky a la vez que utilizan la precisión, muy necesaria para poder reproducir un cuadro.

El trabajo que se desarrolla en un laboratorio (**P5**) permite que el alumnado observe directamente la precisión de las matemáticas a la hora por ejemplo de realizar un experimento, ya que la variación de una mínima cantidad hará que el resultado pueda variar. Además, observan como la precisión es importante a la hora de trabajar en otros ámbitos específicos y que nos ayuda para no cometer erros, dado que el la **P6** son ellos mismos se dan cuenta que el tomar una medida mal y no poder usar instrumentos precisos hace que se cometan erros que influyen en el resultado.

La **P7** es una práctica en la que se trabajan de forma directa tanto la estética como la precisión al realizar cálculos sobre que material y que cantidad usar para tener el disfraz que más bonito sea y mejor combinado. Lo mismo en la **P8** que donde la precisión es importante para la construcción de una banda de doble cara, ya que un simple toque sirve para que una banda puede ser o no de doble cara; estando presente la estética al poder observar la aplicación de las bandas elementos de la vida diaria como las cintas transportadoras.

A la hora de construir una figura es muy relevante la precisión, tal como se ve la **P9** al construir figuras jugando con sus medidas para variar área y perímetro. Por la contra en la **P10** se incide más específicamente en la estética a través del uso de la precisión, porque se intenta hacer lo mejor posible una figura para que a la hora de imprimirla en 3D tengan los mínimos errores. En cambio, la combinación de ambas cualidades se hace más relevante en la **P11** donde en el uso del juego Logic Puzzle el alumnado debe de construir determinadas figuras para después encajarlas en un puzzle.

El alumnado con la realización de la **P12** es capaz de observar como la precisión es muy importante a la hora de emplear la robótica, ya que se tienen que hacer buenas estimaciones y cálculos para programar el recorrido completo de un robot. Lo mismo sucede en otros contextos, como en la **P13** cuando se juega un partido de baloncesto ellos mismos tiene en cuenta la relevancia de anotar los datos y ser rigurosos para tener un buen resultado,

tal como manifiesta uno de los alumnos: *“mira bien que coincida el número de tiros de todos los tipos con los totales, sino tendremos errores al calcular los puntos finales”*.

La **P14** se centra en el desarrollo individual de las consideraciones de estética y precisión de las matemáticas, tanto en la forma en la que eligen las figuras como en el proceso de construcción y todos observan estas cualidades en sus producciones.

A3- Para que el alumnado se siente cómodo a la hora de trabajar se intenta crear un clima de confianza y programar momentos específicos en todas las sesiones para que el alumnado pueda expresar sus emociones ante lo que se le propone.

En la **P1** el alumnado muestra inicialmente su sombro al conocer la relación que puede tener las matemáticas con la magia, pero también es importante como todos manifiestan su alegría y se siente muy motivados a aprender a usar ciertos trucos. Así lo expresa el alumnado diciendo: *“me gustó mucho aprender los trucos, ahora podré hacérselo a mis amigos en nuestra quedada por la tarde”*.

El alumnado expresa libremente lo que siente y puede dar una opinión sincera de lo que está haciendo, como en la **P2** cuando varios muestran que no le gusta nada la parte de la práctica de realizar los aviones por tener que ser muy precisos para que salgan bien contruidos. Lo mismo sucede en la **P3** en la parte de construcción de las melodías donde manifiestan su descontento, pero cambian de opinión y así lo manifiestan cuando llegan a la parte final de tocar e interpretar su propia melodía. En ocasiones la falta de comprensión hace que el alumnado no se sienta bien a la hora de realizar la práctica, como en la **P4** pero también que ellos mismos interpreten, ayuda a que cambien de opinión. Por eso el instructor pregunta y ayuda cuando manifiesta el alumnado muestra su descontento. Lo contrario sucede en prácticas en las que el alumnado trabaja en un contexto específico, como en la **P5** ya que para muchos es la primera vez y muestran su alegría: *“Buah es la primera vez que vamos a manejar el material de un laboratorio de verdad, ¡que emoción!”* En otras ocasiones el alumno muestra su sorpresa al descubrir los conceptos matemáticos, como en la **P6** cuando descubren que Π es una relación natural presente en los elementos circulares, tal como manifiestan en sus reacciones: *¡Que sorpresa, es en todas las cosas circulares igual!*

Cuando el alumnado se encuentra a gusto con lo que hace, expresa su alegría por participar y por realizar las cosas que se le plantean, como en la **P7** o las **P11** o **P13** en las que el alumnado comenta orgulloso el producto final que realizaron, como fue su intervención o el aprendizaje que adquirió. El uso de una tablet (**P10**) o de un robot (**P12**)

también hace que el alumnado valore muy positivamente su intervención y participación: “*nunca pensé que el cole pudiera utilizar alguna de estas cosas, que bien*”.

También se repite esto en la **P14** cuando el alumnado comenta varias veces la ilusión que le hace crear una propia figura empleando contenidos matemáticos: “*no pensé que saber construir un triángulo con la ayuda de compás sería tan importante e interesante*”

Actitudes

A4- La participación del alumnado tiene en cuenta la promoción de la autoestima, evitando el rechazo, la fobia o el miedo a las matemáticas.

Para evitar el rechazo hacia las matemáticas se intenta ayudar al alumnado cuando muestra alguna dificultad nada más detectar una señal, como que un alumno no hace la actividad o muestra timidez y no comenta nada. En la **P1** una alumna muestra dificultades en el cálculo y se frustra cuando no es capaz de resolver el truco de magia, por lo que se le ayuda y le anima: “*Tranquila, solo necesitas practicar varias veces y si lo necesitas puedes usar la calculadora. Además, juegas con la ventaja de que conoces la tabla del 7, por lo que el primer paso ya lo vas a resolver sin problema*”. En otras ocasiones como sucede en la **P2** el alumnado manifiesta que no sabe hacer alguna cosa como: yo no se hacer los aviones, he mezclado los datos de la tabla o no sé cuál la mediana. Por lo que se les ayuda y se dan explicaciones necesarias para que se sienta bien normalizando la situación. Esto es algo que en muchas ocasiones se manifiesta de forma continua en cada una de las prácticas, como por ejemplo en la **P3**. Se plantea una situación en la que una alumna manifiesta: “*yo no puedo hacer esto porque no entiendo nada de música*”. Frente a esto se anima su participación y se le recuerdan todos los pasos hasta lograr que comprenda lo que tiene que hacer:

Instructor: ¿Qué es lo primero que tenemos que hacer?

Alumno: Hacer un compás de 2x4.

Instructor: ¿Y que quiere decir eso?

Alumno: Pues que el compás tenemos que poner notas por un valor de dos.

Instructor: ¿Ves?

Alumno: ¿Lo que?

Instructor: Que dices que no sabes hacerlo, pero me has demostrado que lo entiendas a la perfección.

Cuando se observa que un alumno no trabaja, se anima a participar en la actividad, sobre todo que cuando se trabaja en grupo. En la **P5** se incide en que todos los miembros del equipo deben desarrollar un papel, pero también tiene que entender el trabajo del resto. Se facilita en cada momento información precisa para intentar que el alumno participe y resolver sus dudas cuando se observa que no es capaz de resolver algo, como en el momento de la **P6** cuando varios alumnos no son capaces de tomar una medida de un objeto circular por no saber colocar de forma correcta la cuerda.

En las prácticas que pueden mostrar una mayor dificultad, como la **P9** se evita que el alumnado se sienta agobiado por no comprender algo, porque se incide preguntándole continuamente si siguen el proceso y como se sienten para evitar que se produzca un rechazo al contenido. Esto se observa cuando el alumnado manifiesta: “*es difícil realizar todos los pasos, pero estoy entendiendo todo*”.

El sentirse a gusto o realizado con lo que están construyendo hace que el alumnado tenga menos rechazo a participar activamente, como en la **P10** que se observa como el producto final es una creación suya que les permite hacer y probar sin tener miedo a tener un error. El uso de la tecnología también ayuda a que sienta más seguros a la hora de participar, por la sensación de dominio que a priori tienen sobre las herramientas empleadas como una tablet (**P11**) o un robot (**P12**). Otro punto a favor que hace mejorar su autoestima es el trabajo en gran grupo como en la **P13**, porque todos participan al tener un papel específico y tienen menos miedo a cometer errores porque ven como otros también los tienen. Así también cuando se produce la situación contraria y se trabaja de forma individual como en la **P14** se incide específicamente en que el alumnado no rechace el trabajo con matemáticas y más cuando se mezcla con otras dificultades como puede ser el cortar piezas por la dificultad con el material o usar algún instrumento para construir una figura.

A5- A la hora de promover la participación se tiene en cuenta el desarrollo de valores específicos como la constancia y la responsabilidad para fomentar una actitud matemática. Todas las actividades del programa trabajan en el desarrollo del potencial individual y de la participación responsable tal como se puede observar en diferentes situaciones que se desarrollan en cada una de las prácticas.

Capítulo 4: Resultados de la idoneidad didáctica del programa ‘Anaquiños Matemáticos’

En la primera sesión del programa que se desarrolla la **P1** se favorece que todos participen activamente y que todos salgan de la misma pudiendo desarrollar al menos uno de los trucos explicados. Lo mismo sucede en la **P2** donde todo el alumnado participa construyendo su propio avión, tomando las medidas con los instrumentos oportunos y anota los resultados en la tabla de doble entrada con los datos de los demás compañeros. También en la **P3** se promueve la participación ayudándole en lo que necesitan, guiando el proceso de la práctica e interpretando la canción. Cada alumno tiene un papel protagonista dándole la responsabilidad de crear un compás que formará parte de la melodía final, por lo que se hace relevante la responsabilidad individual sobre la participación colectiva. En este sentido es necesario intervenir según la dificultad de la práctica para lograr una participación efectiva, como en la **P4** cuando se le explica como funciona el sistema coordenadas cartesianas para interpretar las posiciones de un cuadro. En la **P5**, la **P6** o la **P7** se trabaja directamente sobre la relevancia de la responsabilidad dado que al asignar una tarea a cada uno este tiene que ser responsable por le bien común.

Otras ocasiones se tiene que ayudar al alumnado cuando se trabajan conceptos matemáticos para mantener su perseverancia. En la **P8** al alumnado le cuesta realizar interpretaciones sobre las superficies de doble cara o en la **P9** cuando se trabaja con Geogebra, por lo que se ayude a que no abandonen la práctica y lleguen a terminar la actividad. Aunque todas las explicaciones se dan el alto o se les indica los pasos, siempre uno de los instructores se dedica a resolver duda y a dar una atención específica, como en la **P10** se les anima y ayuda a crear su propia figura cuando no saben o en la **P11** se les ayuda a superar cada uno de los niveles de cada juego planteado en la app.

Cuando trabajan en grupo en la **P12** se observa que se tiene que mediar para todo el alumnado tenga las mismas oportunidades, es decir, en este caso todos tiene que saber programar el robot y deben tener la experiencia de andar con el. Algo similar que en la **P13** donde todo el alumnado debe de registrar los lanzamientos que realice independientemente de que obtenga puntos.

También en la **P14** se fomenta el desarrollo individual y potencia la constancia, dado que toso llegan a plantear y realizar su propio mandala o figura explicando el proceso, así como el material empleado y el objetivo conseguido.

A6- Una manera de obtener una participación efectiva en todas las prácticas consiste en favorecer que todos argumenten y opinen sobre lo que sucede en el desarrollo de las actividades, sin tener en cuenta quien lo diga o si acierta o no en lo que expone.

En la **P1** el alumnado comienza a participar realizando diferentes interpretaciones de los trucos y posibles resoluciones proponiendo alternativas a las dadas, las cuales son escuchadas y razonadas con ellos: *“para resolver el truco no es necesario resolver ninguna operación, simplemente tenemos que fijarnos en la carta para que coincida metiéndola siempre en el mismo lugar, no hace falta que se cumpla una regularidad”*. De la misma manera en la **P2** se repite un argumento de una actividad haciendo una propuesta alternativa y comentan porque realizan determinadas acciones: *“en el cálculo de la media de grupo hemos obviado los datos de J. porque en líneas generales tenemos 3 personas unos datos similares, pero hay uno que como su avión está mal construido tiene unos datos pésimos que van a romper nuestra propia media)”*.

En el desarrollo la **P3** un alumno manifiesta lo siguiente:

Alumno: El compás es dos por cuatro, por lo hay que poniendo el valor de 2 negras; y mi compás tiene una negra y 2 semicorcheas. Lo que pasa es que no quiero poner dos sino una para que la canción tenga ahí un pequeño efecto de corte.

Instructor: Pero así no vas a poder cumplir con lo que se te indica, por lo que tienes que hacer es poner un silencio.

Se deja el alumno se manifieste libremente y se corrige las situaciones desde su aportación intentando que no sienta el rechazo.

Este tipo de situaciones se repite en otras prácticas como la **P4** cuando un alumno manifiesta: *“esta figura es un trapecio rectángulo porque tiene un lado perpendicular a sus bases”*. Como se puede observar el discurso contiene erros específicos de contenido matemático, por lo que se habla con el para que sea capaz de corregir su argumento.

Siempre se favorece la argumentación de todo el alumnado valorando de forma positiva su intervención, aunque no sea acertada como sucede en el desarrollo de la **P5**:

Alumno: Es importante recoger bien la cantidad que empleamos y para eso mejor medir el recipiente en vacío y saber cual es su peso para después echar la cantidad.

Instructor: Claro, eso es medir la tara. Si le das al botón ya está

Alumno: Ya, pero lo hago así para no confundirme y asegurar que anoto bien las cantidades.

En las **P6**, **P7**, **P8** o **P9** también podemos recoger diferentes argumentos de alumnado en los que se cometen errores y que se corrigen dependiendo del contexto de forma individual o en gran grupo de forma que se asegure que el alumnado no se sienta marcado evitando el rechazo. En este sentido, aunque la intervención argumentativa tuviese errores siempre se valora positivamente su participación, como sucede en esta situación de la **P10**:

Alumno: Si utilizas esta esfera para que haga de tronco se debe utilizar la herramienta del cilindro para poder hacer un agujero y así se convierte en un llavero.

Instructor: Muy bien, una gran idea la de hacer un llavero. Pero tenemos que comprobar si se puede hacer como tú nos indicas.

En la **P11** se observa en diferentes momentos como el alumnado hace sus argumentos y los expone para comentar como superar los distintos niveles de juegos que se proponen de la app. Además, en la **P12** y en la **P13** el trabajo en grupo facilita que el alumnado argumente entre ellos para intentar ayudarse y buscar las respuestas necesarias para buscar una solución cuando se plantea un problema.

Creencias

A7- Cuando se realizan las prácticas del programa se tiene en cuenta las creencias sobre las matemáticas, sobre la metacognición de los estudiantes, sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre el contexto social en el que desarrollan el aprendizaje. Como se recoge en el epígrafe anterior de este capítulo, el diseño de las actividades del programa parte de las creencias que tiene el alumnado tratando de modificarlas, sobre todo aquellas más negativas mostrándoles la utilidad de las matemáticas en diferentes actividades y contextos para que sean capaces de valorar su necesidad.

Cuando se inicia el programa con la **P1** se pregunta al inicio si piensan si es mejor matemático o mago, siendo mayoritariamente la segunda la respuesta elegida. Después de realizar la práctica muchos defienden que preferir ser “matemagos”, valorando la utilidad de las matemáticas en la magia. El mismo planteamiento se propone en al **P3**, cuando a priori el alumnado piensa que la música y las matemáticas no tienen una relación directa, hasta que emplean la técnica de Mozart para la construcción de una melodía. Del mismo modo, la aproximación a la ingeniería que se hace con la construcción de aviones en la **P2** hace que el alumnado modifique sus pensamientos iniciales de que la ingeniería es algo muy complicado y alejado de sus conocimientos. Lo mismo piensa el alumnado cuando se le presenta conceptos como Π en la **P6** o la banda de Moebius en la **P8** pasando de identificar

inicialmente los conceptos como “difíciles” a que sean importantes y “aparezcan en muchos sitios”, como expresa el alumnado.

En otras ocasiones el alumnado si que piensa inicialmente que las matemáticas son necesarias como puede ser la **P9**, pero no identifican correctamente para que sirven los contenidos matemáticos o tienen la creencia de que no son útiles.

Inicialmente les cuesta entender como las matemáticas están presentes en actividades como en un partido de baloncesto (**P13**) y después pasan a darse cuenta de que sin ellas no podría realizarse la práctica. En otras ocasiones como en la **P14** se observa como muchos tiene la creencia precisa de que no son capaces de realizar una actividad, como una alumna que manifiesta: *“yo no soy capaz de realizar figuras simétricas, siempre me salen torcidas”*. Así que se interviene dando la ayuda precisa y que la alumna llegue a comprender que si esa capaz de realizar lo que se le solicita.

Valores

A8- A la de realizar las actividades se considera el valor y la utilidad de las matemáticas atribuidas por los estudiantes en la vida diaria y profesional, con la finalidad de que el alumnado aprecia el valor y utilidad de las matemáticas.

Para crear un mayor interés y valorar la necesidad de las matemáticas en diferentes prácticas se hace visible la relación de los contenidos con cuestiones de la sociedad en las que interviene las matemáticas. En la **P1** se relacionan los contenidos matemáticos con la magia, siendo necesarios tener unos conocimientos básicos para resolver trucos de magia. Lo mismo sucede en la **P2** dado que el conocimiento y uso de diferentes instrumentos de medida es necesario en la vida cotidiana, como por ejemplo el uso que se hace del odómetro y que el alumnado reconoce tal como se recogen en la siguiente intervención de un alumno: *“el odómetro es un instrumento que usan los agentes de tráfico para medir”*.

Igualmente, en la **P3** aparece elementos que relacionan los contenidos matemáticos con cuestiones de la vida diaria como la música, algo muy presente en la vida de los adolescentes. El alumnado relaciona rápidamente los contenidos matemáticos y su relevancia en la música a través de los diferentes contenidos que se usan en la práctica.

En la misma línea se utilizan los contenidos matemáticos y su relación con el arte en la **P4** donde se trabaja la relevancia de la geometría con un autor relevante como es Kandinsky.

El uso de contextos específicos como un laboratorio (**P5**) o un campo de baloncesto (**P13**) facilitan que el alumnado comprenda la relevancia de los contenidos matemáticos con actividades cotidianas como puede ser un partido de este deporte o la realización de un experimento. Del mismo modo tentando aproximar los contenidos culturales y los contenidos matemáticos se presenta la **P7** en donde se relaciona la combinatoria con la temática del carnaval.

Cuando se trabajan contenidos matemáticos más específicos como en la **P6** se emplea como herramienta material no estructurado de uso común como una cuerda y se propone una búsqueda de elementos circulares cotidianos con la finalidad de que identifiquen propiedades en su medio próximo. Lo mismo sucede en la **P8** donde el alumnado se aproxima a la topología y en concreto al concepto de las superficies de una sola cara construyendo una banda y buscando elementos que los rodean que emplean este tipo de superficies, como las cintas transportadoras de los supermercados.

En el programa se presenta se le da relevancia a la aproximación del alumnado a distintas herramientas y programas informáticos. Por un lado, en la **P9** se presenta el uso del programa Geogebra y se le aproxima al alumnado a los recursos que pueden hacer, siendo capaces de identificar ellos mismos su uso: *“podemos representar en este programa la superficie de una finca, delimitando su área y su perímetro”*. Otra herramienta informática que se presenta en la **P10** es el programa Tinkercat que permite hacer construcciones para después imprimir en 3D. Una vez que se maneja el programa ellos mismos son capaces de identificar su utilidad, tal y como se recoge en el comentario del siguiente alumno: *“Con este programa y una impresora 3D se pueden hacer muchas piezas que hoy en día van incrustadas en nuestros móviles”*.

En la misma línea el contenido trabajado en la **P12** relacionado con la robótica y con el lenguaje computacional hace que el alumnado vea la relevancia de las matemáticas a la hora de programar los recorridos de un robot. Ellos mismos indican que medir las distancia o calcular ángulos de giro son cuestiones esenciales para programar un robot de cualquier tipo, como los robots de tipo quirúrgico.

Por último, aunque puede parecer que determinadas prácticas como la **P14** en las que el alumnado desarrolla una actividad relacionada con el arte, son capaces de identificar situaciones en las que se emplean los mandalas. Incluso llegan a buscar utilidades que no tienen una relación con la matemática, manifestando que este contenido matemático es utilizado por otras ciencias como la psicología.

CAPÍTULO 5.

Resultados del Análisis Cuantitativo

CAPÍTULO 5.

RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos del análisis cuantitativo de los datos recogidos en el cuestionario de creencias a través del test MBRQ, de los cuestionarios de satisfacción del alumnado con cada una de las prácticas y con el programa implementado en general. Por último, se muestran los resultados académicos de los cursos escolares en los que se llevó a cabo. Todos estos datos complementan los resultados del análisis didáctico presentado en el anterior capítulo.

5.1. CREENCIAS SOBRE LAS MATEMÁTICAS

El desarrollo de este apartado se centra en recoger las creencias previas del alumnado sobre las matemáticas antes de iniciar el programa. A partir de ellas se diseñan las sesiones de intervención teniendo en cuenta la falta de motivación e interés que muestra el alumnado por la materia de matemáticas y por tanto del proceso de enseñanza y aprendizaje. Como ya se explicó en el capítulo de metodología, se presentan los resultados analizados en los 68 participantes que realizaron el programa.

A partir de las 12 dimensiones de creencias de matemáticas del test MBRQ de Diego-Mantecón (2012) y las técnicas de análisis factorial (SPSS) utilizadas sobre los datos, se agrupan los 49 ítems del cuestionario en 8 factores (ver resultados por factores en Anexo V), identificando cuales son los ítems representativos de cada uno de ellos. A continuación, hablaremos de los resultados obtenidos en relación a las correlaciones establecidas.

La correlación mide la relación lineal que hay entre dos variables. Por ejemplo, en nuestro caso, podría ser la relación que hay entre el autoconcepto de nuestro alumnado y su rendimiento académico. Este coeficiente de correlación (o coeficiente de Pearson), r , se encuentra entre -1 y 1 , es decir, $-1 \leq r \leq 1$. Si la correlación es positiva, ambas variables aumentan o disminuyen juntas; mientras que si es negativa, cuando una aumenta la otra disminuye. Cuanto mayor sea el valor absoluto, mayor es la relación entre ambas variables.

Por el contrario, cuando el valor de r se aproxima a cero, esta relación es casi inexistente. Para que una correlación se considere importante, debe ser superior a 0.3. Además, una vez calculamos los coeficientes de correlación, es necesario identificar si son estadísticamente significativos, para lo cual calculamos el p -valor de cada coeficiente. Si este p -valor es menor que el nivel de significación que escojamos, en nuestro caso 0.05 (es decir, del 5 %), entonces el coeficiente será significativo.

Así de los resultados obtenidos, la correlación más alta y significativa, con un coeficiente de correlación superior a 0,6 ($r = 0,642$), es la del factor 2 (gusto y esfuerzo) y el factor 7 (autoconcepto), que explica más de un 40 % de la varianza. En el análisis de los factores extraídos, existe una alta correlación entre ambos. De hecho, en caso de que escogiéramos el 6 como el número de factores a extraer, estas tres dimensiones conformarían nuestro primer factor. Se puede deducir por lo tanto que las personas con mayor nivel de gusto cara las matemáticas y mayor capacidad de esfuerzo, serán aquellas que tengan un mejor autoconcepto de sí mismas cara las matemáticas (y viceversa). Además, estos dos factores tienen también una alta correlación con el rendimiento académico; pues el coeficiente para el factor 2 y las notas es de $r = 0,437$, y para el factor 7 y las notas es de $r = 0,461$. En otras palabras, el gusto, el esfuerzo y el autoconcepto son tres buenos indicadores del rendimiento académico.

De nuevo, el factor 2 y el factor 7 vuelven a tener cierto grado de correlación con el factor 5 (importancia de las notas). En ambos casos se sitúa por alrededor del 0.3, pero con signo negativo. Por lo tanto, en el referido al factor 2, esto nos indica que a nuestro alumnado le gustan las matemáticas o se esfuerza bastante, es muy posible que no piense que la nota es el único objetivo. Del mismo modo para el factor 7, si una persona piensa que lo va a hacer bien, también entiende que la nota no es el único que importa. Curiosamente, este factor 5 (importancia de las notas) no tiene una correlación significativa con las notas obtenidas por nuestro alumnado, pero sí con el factor 6 (aprendizaje tradicional). El coeficiente de correlación en este caso es próximo a 0.3 ($r = 0,289$). Por lo tanto, existe una relación positiva entre considerar que lo importante es únicamente la nota con la creencia de que la actividad matemática en el aprendizaje se reduce a la repetición y a mecanizar los distintos procedimientos. Algo que tiene mucho sentido y era esperable.

El factor 6 también guarda relación con el factor 3 (estrategias de procedimiento), siendo su grado de correlación próximo a 0.4 ($r = 0,384$). Es lógico, pues estamos hablando de que estos dos factores hacen referencia al método de aprendizaje como mera repetición

de procesos e imitación al profesorado. Ambos aspectos se enmarcan dentro de la enseñanza más clásica y tradicional, por lo que es esperable la existencia de esta correlación positiva. Por último, tenemos el factor 1 (gusto y esfuerzo) y el factor 8 (estrategias de elaboración) con un coeficiente de correlación bajo ($r = 0,247$) pero con un p-valor de 0.0424. Esto significa que al alumnado al cual le gusten las matemáticas y suela trabajar en ellas, elaborará sus propias técnicas de estudio (y viceversa).

Realizando un análisis de todos estos resultados por factores se explica que existe un 69% de la varianza de los datos y poseen una alta consistencia y además nos indican que dimensiones como el gusto y el esfuerzo están fuertemente relacionadas, formando un único factor. También conforman un único factor la autoeficacia y la ansiedad. Dimensiones como las creencias sobre la utilidad de las matemáticas, las notas del alumnado o el autoconcepto son dimensiones que se corresponden con un único factor. La correlación más alta y significativa la presenta el factor ‘gusto y esfuerzo’ con el factor asociado al ‘autoconcepto’, lo que indica que a mayor nivel de gusto hacia las matemáticas y mayor capacidad de esfuerzo mejor autoconcepto de sí mismo y viceversa. El análisis descriptivo para estos dos factores muestra que solamente el 22% del alumnado está en desacuerdo con que le gusten las matemáticas o se esfuerce en ellas; pero al mismo tiempo, solo un 26% responden de forma positiva respecto al autoconcepto. Esto nos indica que el autoconcepto puede ser una buena forma de buscar una mejora en el rendimiento académico

Además, estos dos factores, gusto y esfuerzo y autoconcepto, tienen una correlación positiva moderada con el rendimiento académico (coeficientes de correlación $r=0.437$ y $r=0.461$, respectivamente). El 75% del alumnado está de acuerdo o muy de acuerdo con la utilidad de las matemáticas, lo cual puede estar relacionado con la buena prensa de las matemáticas en la actualidad y no tiene fácil interpretación en base a los parámetros del estudio. Por otra parte, el 63% del alumnado no se posiciona claramente respecto a la ‘ansiedad’ y la ‘autoeficacia’. Estos dos factores, junto al autoconcepto, son de gran importancia ya que pueden no materializarse de la misma forma según el entorno al que pertenezca el alumnado.

5.2. RESULTADOS ACADÉMICOS DEL ALUMNADO



Para conocer el efecto del programa se analizan los resultados académicos obtenidos por el alumnado durante la duración del programa en la materia de matemáticas.

5.2.1 Resultados del curso escolar 2017-2018

En la tabla 17 se recoge las notas obtenidas por el alumnado del IES O Milladoiro en las tres evaluaciones y también la de aquel acude a la convocatoria extraordinaria de septiembre. Se observa una clara tendencia de mejoría de las notas de la 3ª evaluación con respecto a la 1ª evaluación y como todo el alumnado en general mejora sus calificaciones, incluso aquel que acude a la extraordinaria.

Tabla 17: Notas alumnado IES O Milladoiro curso 2017-2018. Elaboración propia.

	NOTAS		IES O MILLADOIRO	
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	5	5	6	
Alumno 2	4	5	5	
Alumno 3	2	2	3	5
Alumno 4	6	6	7	
Alumno 5	5	4	4	5
Alumno 6	3	4	5	
Alumno 7	5	6	7	
Alumno 8	2	3	2	4
Alumno 9	3	4	4	5
Alumno 10	4	4	4	5
Alumno 11	4	6	7	
Alumno 12	4	5	5	
Alumno 13	3	4	4	4

La tabla 18 recoge las notas obtenidas por el alumnado del IES Xelmirez II en las tres evaluaciones y también en la convocatoria extraordinaria. Aunque los datos son similares a los citados en el centro anterior cabe destacar como en alguno de los casos llama la atención el resultado obtenido por dos alumnos que suben mucho la puntuación obtenida, aunque uno de ellos no llega aprobar la materia.

Tabla 18: Notas alumnado IES Xelmirez II curso 2017-2018. Elaboración propia.

	NOTAS			
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	5	5	5	
Alumno 2	3	4	4	5
Alumno 3	4	5	5	
Alumno 4	5	8	8	
Alumno 5	3	2	3	4
Alumno 6	2	3	5	
Alumno 7	3	3	4	5
Alumno 8	2	3	3	4
Alumno 9	4	4	5	
Alumno 10	3	3	4	4
Alumno 11	5	6	6	
Alumno 12	1	1	3	4

Por último, la tabla 19 se recoge las notas obtenidas por el alumnado del IES Pontepedriña en las tres evaluaciones. Destaca en este caso los buenos resultados obtenidos desde el inicio del curso por todo el alumnado no acudiendo ninguno por ese motivo a la evaluación extraordinaria.

Tabla 19: Notas alumnado IES Pontepedriña curso 2017-2018. Elaboración propia.

	NOTAS			
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	8	8	8	-
Alumno 2	7	7	8	-
Alumno 3	5	5	6	-
Alumno 4	9	9	10	-
Alumno 5	8	8	9	-
Alumno 6	6	7	7	-
Alumno 7	8	7	8	-
Alumno 8	5	6	7	-
Alumno 9	9	9	9	-

5.2.2 Resultados del curso escolar 2018-2019

En la tabla 20 se recogen las notas obtenidas por el alumnado del IES O Milladoiro en las tres evaluaciones y también la de aquel acude a la convocatoria extraordinaria de septiembre. En comparación con los datos obtenidos en el curso anterior del mismo centro se observa como son notas más moderadas y como más alumnado acude a la prueba de septiembre, aunque casi la totalidad alcanza el aprobado.

Tabla 20: Notas alumnado IES O Milladoiro curso 2018-2019. Elaboración propia.

	NOTAS		O MILLADOIRO	
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	4	4	5	
Alumno 2	3	5	5	
Alumno 3	4	4	5	
Alumno 4	5	5	6	
Alumno 5	5	5	6	
Alumno 6	2	4	4	5
Alumno 7	6	5	5	
Alumno 8	4	4	4	5
Alumno 9	5	5	6	
Alumno 10	3	2	4	5
Alumno 11	5	4	5	
Alumno 12	3	2	4	5
Alumno 13	3	4	5	

La tabla 21 se recoge las notas obtenidas por el alumnado del IES Xelmirez I en las tres evaluaciones y también en la convocatoria extraordinaria. De forma general se observa una estabilidad en los resultados obtenidos y que además el alumnado que realiza la prueba extraordinaria supera en su totalidad la materia.

Tabla 21: Notas alumnado IES Xelmirez I curso 2018-2019. Elaboración propia.

	NOTAS		IES XELMIREZ I	
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	6	5	6	
Alumno 2	4	4	4	5
Alumno 3	5	5	5	
Alumno 4	5	5	6	
Alumno 5	3	4	3	5
Alumno 6	3	3	4	5
Alumno 7	2	2	4	5
Alumno 8	2	4	4	5
Alumno 9	3	4	5	
Alumno 10	4	4	4	5
Alumno 11	5	5	6	
Alumno 12	6	6	5	

La tabla 22 recoge todos los resultados obtenidos por el alumnado del IES Pontepedriña en todo el curso. Con respecto a los datos del curso anterior se observa como las notas son inferiores y que hay alumnos que acuden a la prueba de septiembre, algo que se puede considerar normal al trabajar con este tipo tan específico de alumnado.

Tabla 22: Notas alumnado Pontepedriña curso 2018-2019. Elaboración propia.

	NOTAS		PONTEPEDRIÑA	
	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Evaluación extra.
Alumno 1	7	6	7	
Alumno 2	4	4	4	5
Alumno 3	6	5	7	
Alumno 4	9	9	9	
Alumno 5	3	3	4	5
Alumno 6	6	7	6	
Alumno 7	5	6	7	
Alumno 8	8	8	8	
Alumno 9	7	7	7	

5.2.3 Análisis de los resultados académicos de los cursos 2017-2018 y 2018-2019

En la Figura 6 se representan, para cada centro educativo, las medias de las calificaciones que obtuvo el alumnado en la asignatura de matemáticas en cada trimestre de los dos cursos académicos analizados (ver en Anexo VI el análisis descriptivo de las notas). Se observa que la nota media experimenta siempre un crecimiento en el transcurso del año académico. Si comparamos los datos del primer trimestre con los del tercero, podemos decir que el incremento de la media se mueve en una horquilla que va desde los 0.8 puntos hasta 1 punto. El 43% del alumnado aprueba en la primera evaluación, y junio ese porcentaje alcanza el 67% y en septiembre se consigue tener el 88% de aprobados.

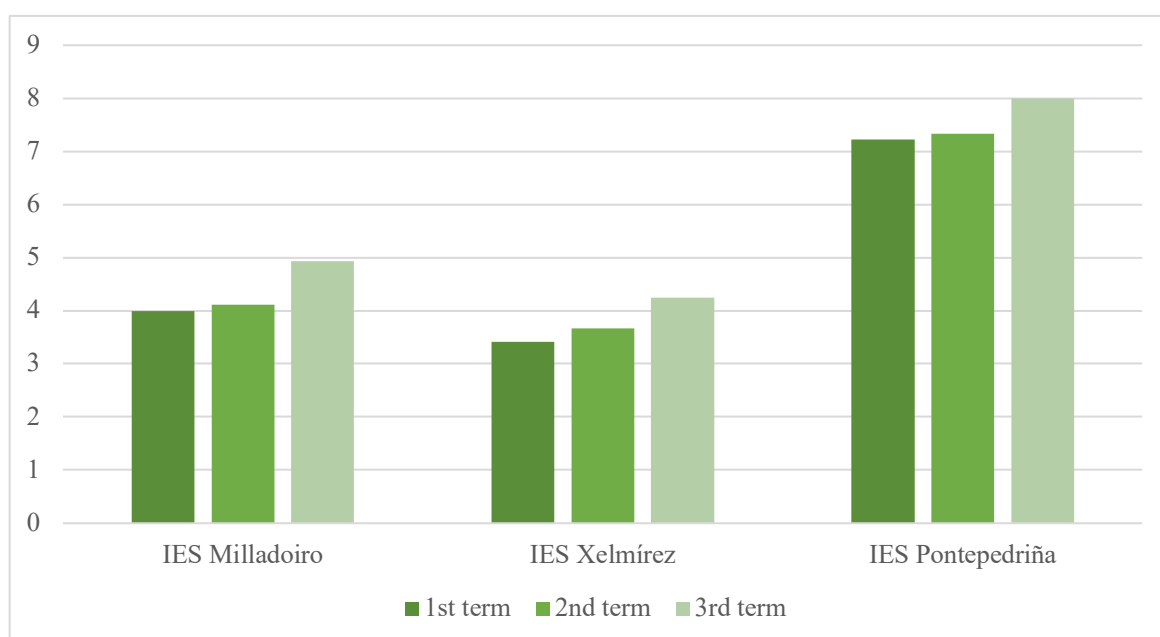


Figura 6. Evolución del rendimiento académico del alumnado participante en el programa a lo largo del curso 2018/2019. Elaboración propia.

El 83% y el 94%, respectivamente, de los estudiantes logran aprobar la materia de matemáticas al final del curso en estos cursos escolares 2017-2018 y 2018-2019. Esta tendencia al alza en la evolución del rendimiento académico es similar a la obtenida con los estudiantes que no están en riesgo. En conjunto, la diferencia más destacable entre los estudiantes que participan en el programa y los que no se refleja en el hecho de que en los primeros el porcentaje se incrementó, siendo el número de aprobados mayor al final del curso académico.

5.3. RESULTADOS DE LOS CUESTIONARIOS DE SATISFACCIÓN

En la Figura 7 se analizan globalmente las respuestas al cuestionario de satisfacción. Estas respuestas se dieron en una escala Likert de 4 puntos, donde 1 significa nada y 4 significa mucho. Se muestra la media aritmética de las respuestas obtenidas en cada pregunta para cada actividad y así poder extraer diferentes conclusiones. Como se puede observar, en relación a la pregunta 1 que versa sobre la percepción de la dificultad de las actividades, en general no consideran ninguna de las actividades del programa como difíciles, recibiendo las menores puntuaciones la P6 y la P9. Coincide que en ambas actividades se trabajan conceptos matemáticos específicamente y que se incide más en el fomento de la adquisición de un concepto específico como es el concepto de Π o el uso del programa de geometría dinámica Geogebra. Todo el alumnado considera interesantes las prácticas (pregunta 3) dado que todas obtienen por encima de un 2 de media. Las prácticas donde se emplea la tecnología (como la P11 o la P12) o las que implican las matemáticas en conexión específica como la P1 con la Magia o la P5 con el trabajo en un laboratorio son las que el alumnado considera como más interesantes.

Es importante destacar que todo el alumnado da una alta puntuación en todas las prácticas a la P4 en la que se pregunta si los contenidos trabajados ayudaron a una mejor comprensión. Las respuestas revelan que los estudiantes consideran que aprendieron mucho (la media aritmética de las cuatro actividades vuelve a estar por encima de 2) a pesar de que los contenidos matemáticos no eran especialmente nuevos para ellos.

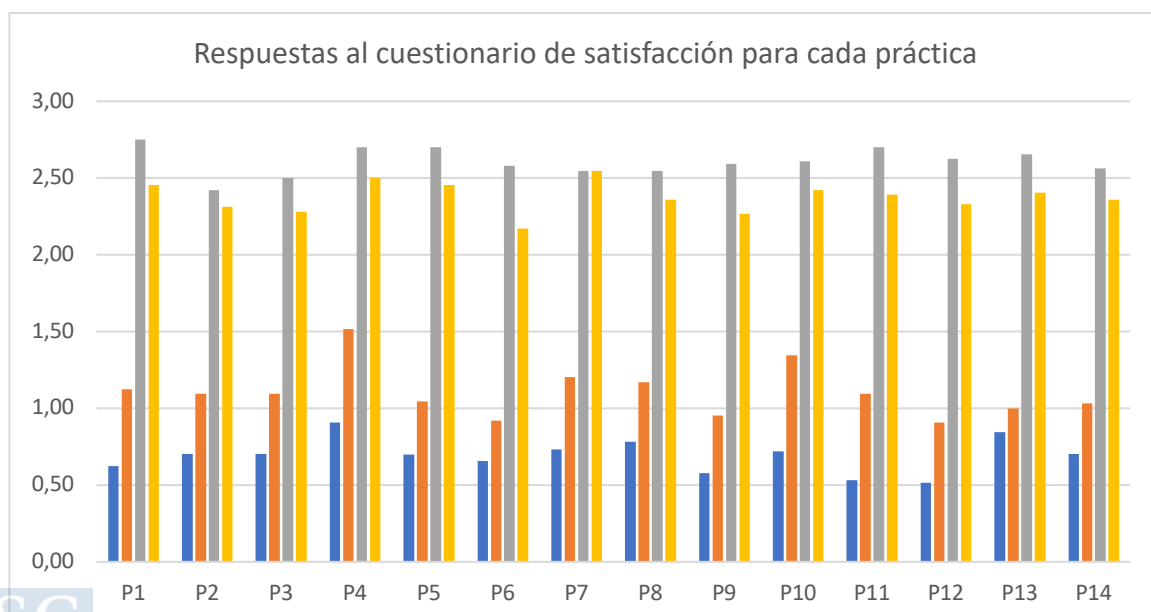


Figura 7. Respuestas generales de los cuestionarios de satisfacción. Elaboración propia.

En la Figura 8 y Figura 9 se presentan las respuestas obtenidas de las dos promociones de participantes del IES O Milladoiro.

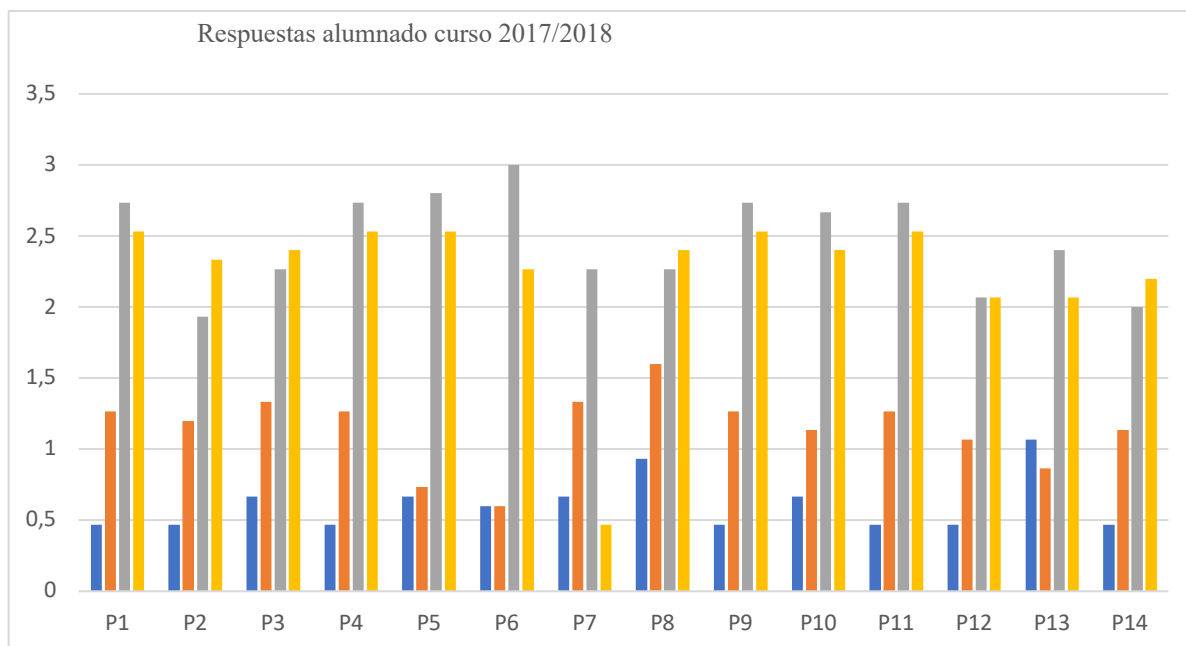


Figura 8. Respuestas alumnado curso 2017/2018. Elaboración propia.

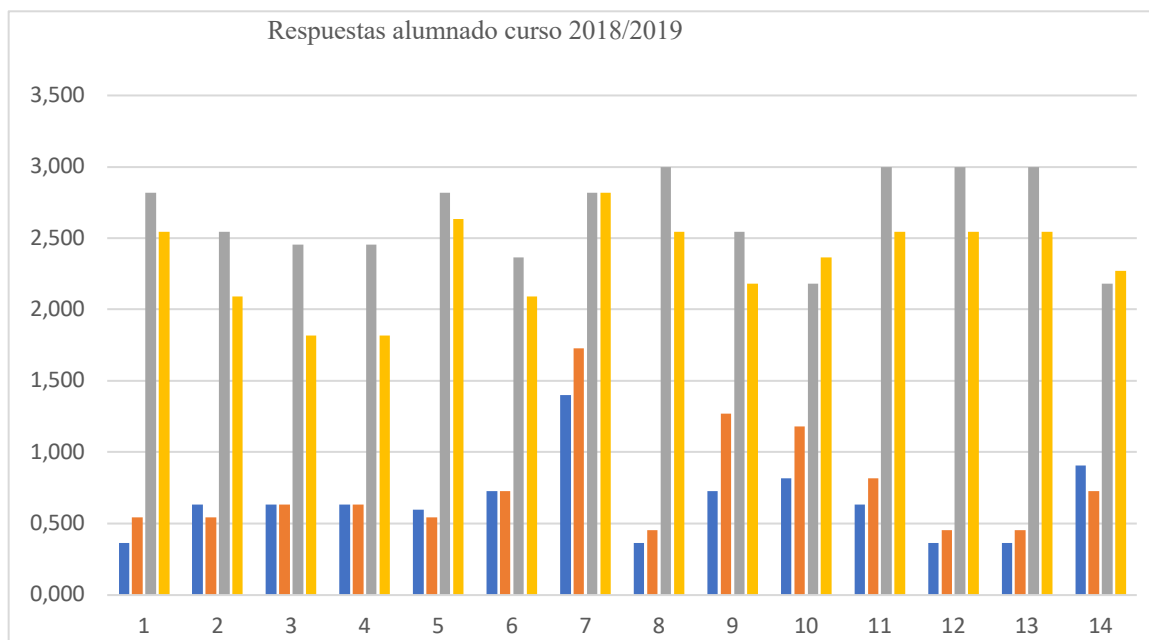


Figura 9. Respuestas alumnado curso 2018/2019. Elaboración propia.

Como se puede observar existen diferencias entre las dos promociones de alumnado, dado que dan respuestas diferentes a las mismas cuestiones y por lo tanto hacen juicios de valor distintos de las actividades. Aunque en general ambos grupos no consideran difíciles (pregunta 1) las actividades, se hacen diferencias en cuáles, mostrando diferencias entre prácticas. Mientras que la primera promoción considera entre las más difíciles la P8 que trabaja un concepto matemático como son las superficies de doble cara o la P13 en que se trabaja el tratamiento de la información en la práctica del baloncesto; la segunda considera más difíciles otras como la P4 en donde se trabaja la geometría desde el punto de vista del arte. En cuanto a la novedad de los contenidos que se recoge en la pregunta 2 se observan diferencias importantes en cuanto a prácticas determinadas como en la P1, la P10 o la P14 en donde hay más de un punto de diferencia. La pregunta 3 relacionada con el interés mostrado por cada una de las prácticas se obtienen valores similares ya que en ambos casos las medias se sitúan entre 2 y 2,5 puntos. Para terminar la pregunta 4 que aborda la comprensión de contenidos también se obtienen posiciones similares menos en determinadas prácticas como la P13 o la P7.

La Figura 10 y la Figura 11 recogen las respuestas obtenidas de las dos promociones de participantes del IES Xelmirez II.

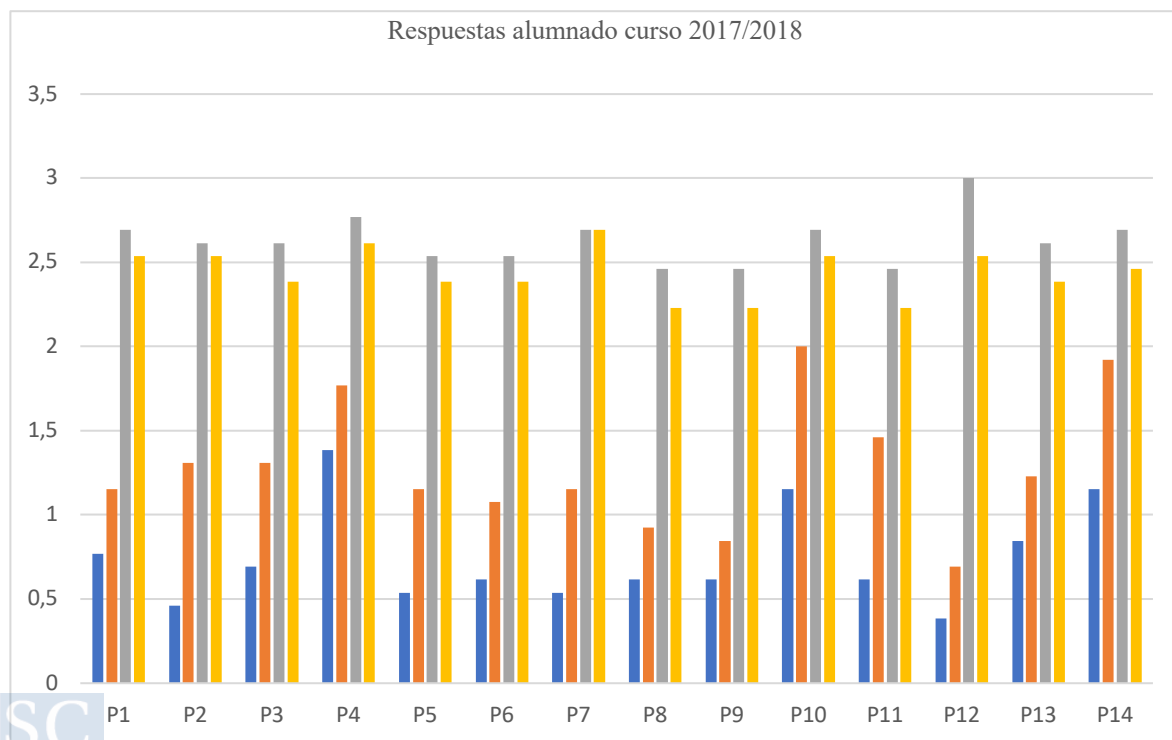


Figura 10. Respuestas alumnado curso 2017/2018. Elaboración propia.

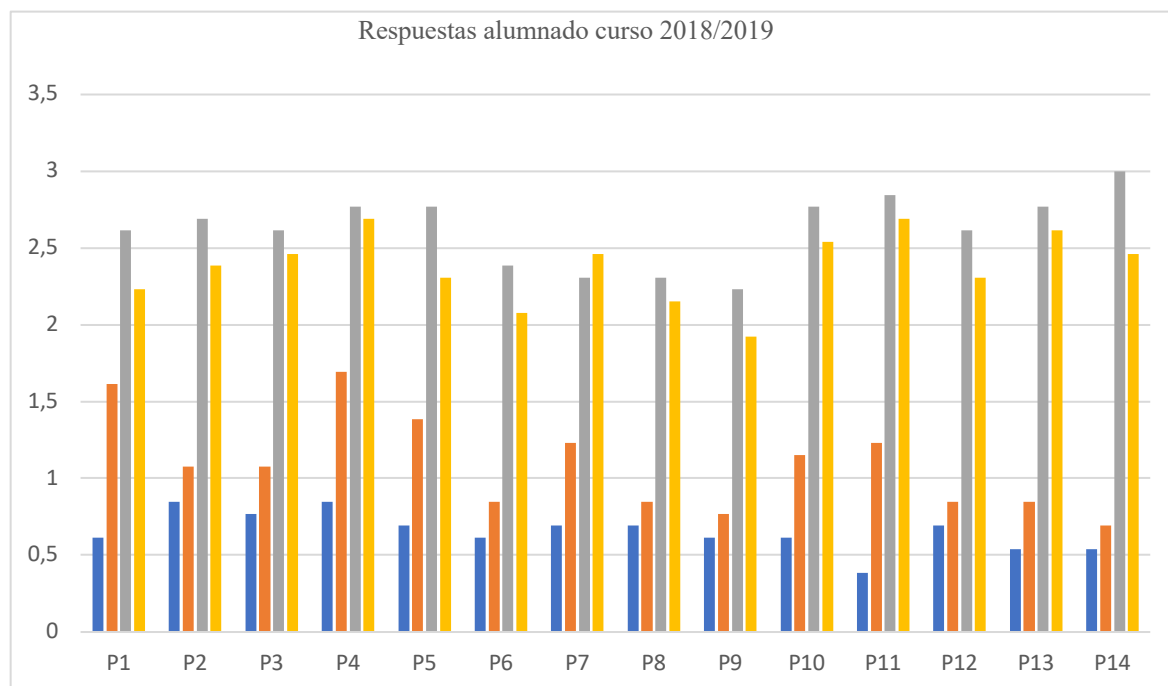


Figura 11. Respuestas alumnado curso 2018/2019. Elaboración propia.

Como en el caso del centro analizado anteriormente se observan diferencias significativas en algunas preguntas y por tanto opiniones distintas. En la pregunta 1 se observa como en la primera promoción el alumnado considera a nivel general las actividades mucho más difíciles que en la segunda, como se puede observar en la comparativa de la P4 o la P10 en donde existe una diferencia de un punto. Algo similar sucede al comparar la pregunta 2, obteniendo unas medias más altas en las primeras prácticas realizadas en la segunda promoción y siendo más bajas en la primera; repitiéndose la misma situación en la segunda parte del programa. En cuanto al interés suscitado (pregunta 3) observamos como en las dos promociones se obtiene una puntuación alta alrededor de los 2,5 puntos por lo que las prácticas les han parecido interesantes, pero se observan diferencias en cuanto a los gustos dado que la primera promoción se decanta por las prácticas en las que se trabaja por la tecnología y la segunda promoción muestra más interés por otras como la P14 o la P5 que se trabajan en contextos con material específico. Las respuestas a la pregunta 4 de la ayuda prestada de los contenidos a la comprensión muestran unos datos similares para ambas promociones, siendo globalmente más bajas en la segunda promoción.

Por último, se recogen las respuestas obtenidas por el alumnado del IES Pontepedriña en el curso escolar 2017/2018 en la figura 12. En el curso escolar 2018/2019 no se recogieron todos los datos de los cuestionarios dado que la asistencia no fue regular por lo que no se pueden comparar los datos.

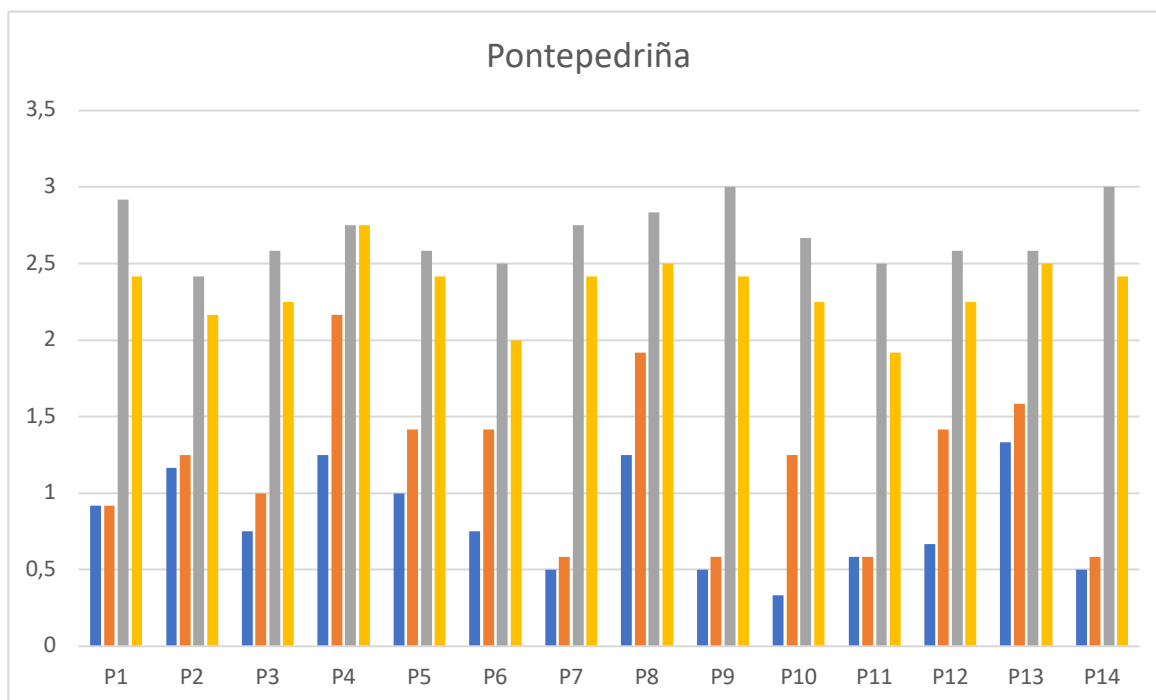


Figura 12. Respuestas alumnado curso 2017/2018

En la gráfica se recoge que el alumnado considera que las actividades que realizaron no mostraron no fueron de gran dificultad (Pregunta 1), a excepción de 4 de ellas que superan 1 punto. Entre ellas está la P8 en las que se trabaja directamente un contenido matemático de topología o la P13 en donde se trabaja contenidos de geometría que en general resultan más abstractos al alumnado. En relación con la pregunta 2 se observa una tendencia en la que el alumnado considera que los contenidos son novedosos en aquellas prácticas (P4, P8, P12) que tiene un carácter más competencial porque es donde debe de aplicar los contenidos. En cuanto al interés suscitado (pregunta 3) todas le parecen interesantes obtenido puntuaciones superiores a 2,5 puntos destacando la P8 o la P13, ya que, aunque le parecen difíciles despiertan un gran interés. También en la respuesta a la pregunta 4 sobre la aportación de los contenidos a la comprensión de las prácticas se obtiene puntuaciones altas en todos los casos observando que aunque le parezcan más o menos difíciles o interesantes los contenidos trabajados son adaptados a lo que se trabaja.

5.4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El análisis factorial del cuestionario de creencias indica que las dimensiones ‘gusto’ y ‘esfuerzo’ conforman un único factor, lo que no concuerda con los resultados obtenidos por Diego-Mantecón (2012). Los resultados que se derivan del cuestionario de creencias



muestran establecen que el rendimiento académico del alumnado en el aprendizaje de las matemáticas guarda una correlación positiva con el factor ‘gusto y esfuerzo’ y con el factor ‘autoconcepto’. El análisis descriptivo para estos dos factores muestra que solamente el 22% del alumnado está en desacuerdo con que le gusten las matemáticas o se esfuerce en ellas; pero al mismo tiempo, solo un 26% responden de forma positiva respecto al autoconcepto. Esto nos indica que el autoconcepto puede ser una buena forma de buscar una mejora en el rendimiento académico, a pesar de que, como comentan Aguilar et al. (2020) y Goldin et al. (2009), la dificultad de trabajar el autoconcepto es alta. Además, el 75% del alumnado está de acuerdo o muy de acuerdo con la utilidad de las matemáticas, lo que no tiene fácil interpretación en base a los parámetros del estudio. Por otra parte, el 63% del alumnado no se posiciona claramente respecto a la ‘ansiedad’ y la ‘autoeficacia’. Estos dos factores, junto al autoconcepto, son de gran importancia ya que pueden no materializarse de la misma forma según el entorno al que pertenezca el alumnado. Recientes trabajos ponen el foco en esta cuestión (Choi y Han, 2020; López-Chao et al., 2019). El grado de correlación existente (positivo moderado) entre lo interesante que le parece al alumnado una actividad y cuanto consideran que aprendieron, refuerza la idea de que el estímulo matemático permite mejorar el autoconcepto y la autoeficacia del alumnado, y por tanto su aprendizaje. Además, se obtiene una correlación alta entre lo que consideran que aprendieron y lo novedoso que es el contenido de la sesión ($r=0.804$) y una correlación moderada entre lo que aprendieron y su dificultad ($r=0.504$). Se puede deducir entonces que esto no supone un obstáculo para que el autoconcepto del alumnado respecto a que su aprendizaje sea elevado y positivo. Los resultados muestran que las actividades en las que el alumnado considera que más aprendió son precisamente aquellas que consideran más difíciles y con contenidos más novedosos. Por lo tanto, podemos concluir entonces que el rendimiento académico está altamente relacionado con las creencias del alumnado sobre si mismo y sus capacidades en relación con las matemáticas, con el gusto, el autoconcepto y la capacidad de trabajo.

La mejora por el interés del alumnado por el estudio de matemáticas se muestra en los resultados del cuestionario de satisfacción, donde la media para el conjunto de actividades es de 2,55 sobre 3. Teniendo en cuenta que la asistencia al programa es voluntaria, otro dato que recoge el interés de los adolescentes es su alto índice de asistencia a las sesiones. De una manera más numérica se muestra en los resultados del cuestionario de satisfacción, donde el 96% del alumnado considera las actividades bastante o muy interesantes y el 85% que aprendieron mucho o bastante (ambas en la misma proporción). Resulta muy relevante que el alumnado perciba que las actividades son muy interesantes, dado que esto suscita a la larga un mayor interés por las actividades que se realizan en las aulas ordinarias tal como

afirman Gutiérrez et al., (2018). Lo mismo sucede con su percepción de que aprenden bastante al realizar las actividades, porque mejora su percepción y su autoconcepto directamente y son capaces de mejorar sus propias expectativas sobre su rendimiento en matemáticas. Por otra parte, el diseño de las actividades, teniendo en cuenta características afectivas, hace que el rol de los investigadores participantes adquiera el de persona de confianza que muestra apoyo y crea vínculos, mejorando la autoestima. Este resultado coincide con los obtenidos en Moore y Aschcraft (2013) y Rice et al. (2013).

Los resultados de los registros de evaluación, muestran que el 83% y el 94%, respectivamente, al finalizar los cursos 2017-2018 y el 2018-2019, de los alumnos lograron aprobar la asignatura de matemáticas al final del curso. Esta tendencia creciente en la evolución del rendimiento académico es similar a la obtenida con los estudiantes que no están en riesgo. Dado que a lo largo del curso los estudiantes llevarán a cabo un progreso de aprendizaje guiado por sus profesores se valoró su participación en el programa. Por este motivo se analizan las notas del alumnado al principio y al final de curso para valorar los cambios que se produce mientras se cuestiona el efecto sobre esos resultados del programa. En conjunto, la diferencia más notable entre los estudiantes que participaron en el programa y los que no, se observa en que en los primeros el incremento porcentual en las notas de aprobados entre el inicio y el final del año escolar es mayor (24% comparado con al 7,5%). Aunque el efecto puede ser más o menos positivo, lo que sí que se observa es que ninguno de los alumnos empeora, sino que 60 de los que completan la muestra sufren una mejoría. Aun así, se observan determinados casos de alumnos que siguen suspendiendo la materia, pero sufre una subida en la nota numérica alcanzada. Al valorar resultados obtenidos por los diferentes centros en los dos cursos escolares seguimos observando la misma tendencia, que las nota suben desde el primer trimestre y que algunos de alumnos que suspenden al inicio suele aprobar la materia al final del curso o bien en la prueba extraordinaria. Se observa que no hay grandes diferencias de notas entre los centros, pero si existe una diferencia en uno de ellos, dado que un centro obtiene las notas más altas. Analizando la causa nos damos cuenta de que en este centro en concreto es aquel donde hay un número menor de alumnado en riesgo de exclusión social. En otros centros hay un mayor número de alumnado con estas características, pero no son todos los que quieren participar en el programa, frente a los del otro centro que siendo menos quieren participar todos. En relación con las notas obtenidas por el alumnado y su vinculación con el dominio afectivo, en el diario de campo se recoge como el alumnado a medida que avanza el curso nos comenta como son sus progresos en el aula, lo que están trabajando y las notas que sacan en los exámenes. Esto pone de manifiesto

una mejora de su actitud y un mayor interés por mejorar su propio rendimiento académico tal como recogen en sus estudios Mingornace (2017) o García et al (2016).

Los resultados obtenidos de los registros de evaluación deben tomarse con cautela, dado que no se han estudiado todas las variables que influyen en el rendimiento académico (Otero et al., 2021). En todos los cursos se observa una tendencia como desde el primer trimestre el alumnado participante en el programa va aumentando sus notas, pasando en ciertos casos de suspender la materia a conseguir un aprobado.

CAPÍTULO 6:

Conclusiones

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación realizada. Estas conclusiones se desglosarán a partir de las respuestas proporcionadas a las dos preguntas de investigación que orientaron la investigación. Con este fin, se recuperan los objetivos delineados en el capítulo 3, integrando las contribuciones de la revisión de los antecedentes y marco teórico expuestas en los capítulos 1 y 2, junto con los resultados derivados del análisis cualitativo y cuantitativo detallados en los capítulos 4 y 5, respectivamente. El capítulo finaliza con una sección que aborda las limitaciones del estudio y otra donde se ofrecen sugerencias para su ampliación. Como cierre, se presentan algunas reflexiones finales.

6.1. RESPUESTA A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

En esta sección se presentan las preguntas de investigación aportando evidencias de la consecución de los objetivos asociados a cada una de ellas.

6.1.1. P1: ¿Qué componentes de la idoneidad didáctica son los más relevantes para realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas con alumnado en riesgo de exclusión social?

En esta sección se presentan las preguntas de investigación aportando evidencias de la consecución de los objetivos y subobjetivos asociados a cada una de ellas.

O1. Diseñar y aplicar un programa de estímulo matemático con actividades STEAM para alumnado en riesgo de exclusión social.

O1.1. Realizar prácticas continuadas en las que se emplee el enfoque STEAM.

O2. Analizar la Idoneidad Didáctica de un programa de estímulo para alumnado en riesgo de exclusión como medida de intervención.

O2.1. Identificar que indicadores de la idoneidad didáctica se manifiestan en cada una de las actividades del programa de estímulo matemático.

O2.2. Valorar la relevancia de los indicadores del dominio afectivo en el proceso de instrucción llevado a cabo.

6.1.1.1. Consecución de objetivos asociados a P1

El primer objetivo (O1) se centra en el diseño y aplicación de un programa de estímulo matemático con el empleo de la metodología actividades STEAM para alumnado en riesgo de exclusión social. Tal y como se presenta en el capítulo 3 y en el capítulo 4 se diseñó un programa de intervención específico para el alumnado en riesgo de exclusión social adaptado a sus características personales. Con este propósito, se organizó el programa en los centros educativos como una serie de actividades continuadas que se llevaron a cabo en forma de sesiones quincenales y como parte de una actividad extracurricular. El diseño de las actividades partió de las directrices curriculares y de investigaciones relevantes sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través del enfoque STEAM. Estudios como los de Mc Donald (2016), Colucci-gray et al.(2019), Accar et al. (2018) y Adell (2006) indican que este enfoque favorece que el alumnado con dificultades muestre una mayor motivación e interés. El programa implementado incluyó 14 prácticas diversas que abordaron contenidos matemáticos de manera interdisciplinaria con otras áreas STEAM, integrando materias como arte, ingeniería, ciencias y tecnología. Contenidos de aritmética, geometría y probabilidad se entrelazaron con contenidos de otras disciplinas. En la planificación de las actividades, se consideró la utilización de diversos materiales con el objetivo de que los estudiantes pudieran apreciar la relevancia de las matemáticas y su aplicación en otras áreas. Se prestó especial atención a cuestiones contemporáneas, como el uso de la robótica, la impresión 3D y la música, para conectar los conceptos matemáticos con temas de interés actual para los alumnos.

Las prácticas se adaptaron al nivel de conocimiento del alumnado, cubriendo contenidos ya familiarizados, y en cada sesión se revisaron los conceptos abordados para solventar cualquier duda que pudiera surgir. Es esencial destacar que todas las actividades se llevaron a cabo sin dificultades, siguiendo el calendario propuesto en una secuencia coordinada y planificada según la complejidad de los contenidos. Se intercalaron temáticas, de manera que aquellas prácticas más desafiantes se combinaron con otras más lúdicas. El alumnado participó de forma regular en el programa, manifestando un considerable entusiasmo por aprender y una marcada curiosidad y disposición para explorar nuevos contenidos.

Con respecto al segundo objetivo, (O2) analizar la Idoneidad Didáctica del programa de estímulo para alumnado en riesgo de exclusión como medida de intervención, se identificaron aquellos indicadores de idoneidad didáctica que se manifiestan en cada práctica, correspondientes a cada una de las seis idoneidades, destacando aquellos que se mostraron más relevantes. A continuación, se describe la discusión sobre la presencia de estos indicadores para cada una de las idoneidades: epistémica, cognitiva, interaccional, ecológica, mediacional y afectiva.

Idoneidad epistémica

La idoneidad epistémica tiene en cuenta que los contenidos implementados partan del análisis de un problema o una situación en el que utilizan diferentes lenguajes matemáticos y se ofrezcan diversos procedimientos y argumentos matemáticos. Tal como recoge Godino et al. (2016) resulta de una gran complejidad medir la calidad de los conocimientos matemáticos implementados en un proceso instruccional, ya que deben de estar articulados, ser representativos del significado global de referencia y tener en cuenta las circunstancias contextuales y personales de los sujetos implicados.

Las prácticas del programa se introdujeron con el planteamiento de situaciones-problema (E2) en donde se presenta un contenido matemático que el alumnado estudia y analiza a través de la realización de diferentes actividades. De acuerdo con lo que expone en Font et al. (2013), el Modelo Ontosemiótico de Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, los significados de los contenidos trabajados en situaciones didácticas son entendidos de manera pragmática-antropológica como el sistema de prácticas operativas, discursivas y normativas realizadas para la solución de un tipo de situaciones-problemas.

Durante la implementación del programa, se emplearon diversos modos de expresión matemática (E3), ajustando el nivel a las capacidades del alumnado (E4), y brindándoles la oportunidad de utilizar diferentes términos, situaciones y formas para expresarse matemáticamente en cada una de las actividades (E5). Este resultado respalda lo recogido por Godino et al. (2007) donde una situación didáctica debe adaptar el lenguaje matemático empleado al contexto, facilitando además la creación de situaciones de expresión e interpretación a la situación educativa del alumnado.

Las definiciones y procedimientos (E7 y E6) se incorporaron en cada una de las prácticas, adaptándolas al nivel educativo del alumnado en riesgo de exclusión y vinculándose con los contenidos propuestos en diversas actividades. A lo largo de todas las

prácticas, se brindan oportunidades específicas para que los estudiantes puedan generar proposiciones (E8). Cada práctica incluyó explicaciones ajustadas al nivel del alumnado (E9) y se fomentaron constantemente momentos en los que los estudiantes tuvieran que argumentar (E10). Esto se adapta a lo que Godino et al. (2006) entienden que es una situación didáctica efectiva, al plantear momentos en las explicaciones que permiten al estudiante argumentar, lo que contribuye a una mejor comprensión de los contenidos.

Los objetos matemáticos trabajados (E11) como problemas, definiciones o propiedades se relacionaron y conectaron entre sí para facilitar una mayor comprensión por parte del alumnado. Este indicador tiene una presencia destacada en el programa al manifestarse en la mayor parte de las prácticas, como puede observarse en la tabla 9. Esta afirmación se alinea con lo planteado por Godino y Burgos (2018), quienes reconocen que un proceso de instrucción específico se desarrolla en un entorno particular y tiene lugar en un intervalo de tiempo generalmente limitado. Por lo tanto, es inevitable que las configuraciones de objetos y procesos asociadas se relacionen y conecten entre sí dentro de un mismo proceso.

Según lo expuesto por Godino et al. (2020), un aspecto fundamental para alcanzar una alta idoneidad epistémica es la cuidadosa selección y adaptación de situaciones-problema o tareas enriquecedoras. Esto implica considerar el uso de diversas representaciones o medios de expresión, así como prestar atención a las definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos asociados. Otro aspecto fundamental se refiere al contenido matemático abordado. Conforme a los estudios de Font et al. (2013) y Breda et al. (2018), el contenido abordado debe exhibir ciertas características para que el proceso instruccional sea considerado como poseedor de idoneidad epistémica. Esto implica que las matemáticas sean ricas, óptimas o adecuadas, aspectos que indudablemente dependerán de las circunstancias contextuales y personales de los estudiantes. Como se evidencia en los resultados presentados, los contenidos matemáticos del programa son diversos y abarcan distintas áreas de las matemáticas. Estas consideraciones son especialmente tomadas en cuenta, como se evidencia en el programa 'Anaquiños Matemáticos', que exhibe una alta idoneidad epistémica al presentar un marcado predominio de los indicadores empíricos en cada una de sus prácticas. Las prácticas sugeridas ofrecieron a los estudiantes múltiples enfoques, incorporan diversas representaciones y fomentaron que los estudiantes formulen conjeturas, interpreten y justifiquen las soluciones, en línea con los estudios de Duval (2006) y Hanna y Villiers (2012).

Idoneidad Cognitiva

La idoneidad cognitiva se refiere al nivel en el cual los contenidos implementados son apropiados para los estudiantes, adaptando el proceso de aprendizaje con el objetivo de lograr una comprensión efectiva por parte del alumnado.

Al analizar la evidencia de los indicadores empíricos asociados a esta idoneidad, se observó que el programa no cumple con algunos de ellos, específicamente con el C3, C5, C7 y C8, lo cual se atribuye a dos razones fundamentales. En primer lugar, la filosofía del programa incorpora contenidos que los estudiantes ya han abordado en cursos anteriores, por lo que no se consideran actividades de refuerzo y ampliación (C3). En segundo lugar, no se llevan a cabo evaluaciones de los contenidos tratados en las prácticas (C5 y C7), lo que impide obtener resultados que puedan ser objeto de investigación (C8).

Las prácticas del programa, según se evidencia en los resultados, involucran al alumnado con conocimientos previos, la mayoría de los cuales son contenidos abordados con anterioridad (C1). Este enfoque se respalda en estudios de la NTCM (2000), que sugieren que utilizar conocimientos previos facilita una mayor implicación e interés del alumnado en las tareas académicas. Además, estos estudios subrayan la importancia de que los estudiantes aprendan las matemáticas mediante la comprensión activa, construyendo nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos anteriores. Esta premisa respalda la eficacia de trabajar incluso con contenidos novedosos (C2), siempre y cuando se aborden desde la comprensión de los conceptos, como se realiza en el programa diseñado.

Los indicadores de idoneidad cognitiva, que hacen referencia a la adaptación de los contenidos a las diferencias individuales se manifiestan en todas las prácticas del programa ya que, se promueve específicamente el acceso y el logro de todos los estudiantes para alcanzar los objetivos planteados en cada sesión (C4). En el EOS (Godino, 2013) se asume que la adaptación de los contenidos debe responder para que los objetivos de aprendizaje siempre supongan un reto cognitivo alcanzable para los estudiantes teniendo en cuenta sus circunstancias, que es lo que se manifiesta en los resultados obtenidos del programa.

En todas las prácticas del programa se trabaja la competencia matemática relacionando a la vez con la competencia comunicativa, metacognitiva y con la comprensión situacional (C6), favoreciendo la comprensión del contenido sobre la memorización y la reproducción sin entendimiento de lo que se está realizando. Estos resultados coinciden con Perales y Fernández (2016) y con Alsina et al. (2019), dado que la manera de trabajar la competencia

matemática y lo que en ella subyace se hace a través de la aplicación integrada de los contenidos de forma competencial.

Aunque en el programa se recoge que no se hacen evaluaciones, la práctica final del programa se programa para ver que contenidos de los trabajados en las diferentes prácticas el alumnado reconoce y es capaz de identificar con las actividades realizadas permitiendo valorar su comprensión y el desarrollo de la competencia matemática (C7).

El valor de la idoneidad cognitiva que se atribuye a un proceso instruccional como un rasgo graduable ligado al logro de unos objetivos de aprendizaje que demandan un esfuerzo alcanzable y acordes con unas matemáticas ricas y adaptadas a las circunstancias personales y contextuales (Godino, 2013). Aunque en las prácticas del programa se observa cómo el alumnado maneja los conceptos trabajados no se determinan acciones para evaluar la adquisición de los contenidos y, por lo tanto, no se constatan evidencias, lo que hace que el programa muestre una baja idoneidad cognitiva.

Idoneidad Interaccional

La idoneidad interaccional mide el grado en que los modos de interacción entre el alumnado, y el alumnado con el profesorado permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas.

Durante la implementación del programa se favoreció que la comunicación del investigador con el alumnado fuera fluida y viceversa. El investigador realizó una presentación clara y accesible (I1) sobre el trabajo programado para cada sesión, facilitando a los estudiantes la información sobre las actividades planificadas para cada momento. Asimismo, se destacó la importancia de que los estudiantes pudieran plantear preguntas, resolviendo sus dudas en cualquier momento de la sesión (I2). Además, para favorecer la inclusión en el desarrollo de las prácticas se fomentaron situaciones donde el alumnado tuvo que llegar a un argumento en base al consenso de ideas. La investigación educativa otorga considerable importancia al discurso, el diálogo y la conversación en el aula como medios de inclusión, según sostienen Frankle et al. (2007). En su estudio, argumentan que la naturaleza del discurso matemático es una característica central de la práctica en el aula. Si aceptamos con seriedad que los profesores requieren oportunidades para aprender a partir de

su práctica, el fomento de conversaciones matemáticas permite a los profesores aprender de manera continua de sus estudiantes

Otro de los puntos importantes en una situación didáctica es la propia interacción entre sus participantes. En el programa se favoreció el diálogo y la comunicación entre todo el alumnado (I4). También se crearon situaciones donde el alumnado interaccionó convenciéndose a sí mismo y a otros de la validez de sus afirmaciones utilizando para ello argumentos matemáticos (I5). Para facilitar este proceso, el investigador intervino proporcionando apoyo a aquellos estudiantes que experimentaban mayores dificultades en la interacción, especialmente en grupos grandes (I6). Estos hallazgos concuerdan con los aportes de la NTCM (2000), que reconoce la riqueza de los procesos de interacción entre los estudiantes para abordar cuestiones y conflictos matemáticos que surgen en las aulas y que sirven como herramienta para trabajar los contenidos.

Se contemplaron momentos de autonomía del alumnado en las prácticas del programa donde plantearon cuestiones, presentaron soluciones alternativas a las actividades y reformularon contraejemplos (I7), lo que favoreció la comprensión de contenidos. Estos resultados son respaldados también por Andrew (2007) que afirma que los estudiantes aprenden más y mejor cuando ellos mismos toman el control de sus aprendizajes definiendo sus objetivos y controlando su progreso. Cuando son desafiados con tareas elegidas de manera apropiada, los estudiantes adquieren confianza en su habilidad para abordar problemas difíciles, desean resolver las cosas por sí mismos, muestran flexibilidad al explorar ideas matemáticas e intentar vías de solución alternativas, y disposición para perseverar.

Siguiendo las aportaciones de la Teoría de Idoneidad Didáctica (Godino et al., 2020), la idoneidad interaccional valora el empleo de las interacciones entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes y valora positivamente la presencia de momentos en que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje. No obstante, al tomar conciencia de la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático, en la Teoría de Idoneidad Didáctica se deberían adaptar los modos de interacción profesor-estudiantes teniendo en cuenta los momentos del proceso de estudio, aplicando un formato dialógico-colaborativo en los momentos de primer encuentro con el contenido y atribuyendo autonomía al estudiante en los momentos de ejercitación y aplicación. Los resultados obtenidos manifiestan que estos criterios establecidos en la Teoría de Idoneidad Didáctica se cumplen, por lo que se puede concluir que la idoneidad interaccional es alta para este programa.

Idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica se refiere al grado en que un plan o acción formativa para aprender matemáticas resulta adecuado dentro del entorno en que se utiliza. Por entorno se entiende todo lo que está fuera del aula, determinado por la sociedad, la escuela, la pedagogía, la didáctica de las matemáticas y condicionando la actividad que se desarrolla en la misma.

Siguiendo las aportaciones de la Teoría de Idoneidad Didáctica (Godino et al., 2020), la idoneidad interaccional valora el empleo de las interacciones entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes y valora positivamente la presencia de momentos en que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje. No obstante, al tomar conciencia de la complejidad ontosemiótica del conocimiento matemático, en la Teoría de Idoneidad Didáctica se deberían adaptar los modos de interacción profesor-estudiantes teniendo en cuenta los momentos del proceso de estudio, aplicando un formato dialógico-colaborativo en los momentos de primer encuentro con el contenido y atribuyendo autonomía al estudiante en los momentos de ejercitación y aplicación. Los resultados obtenidos manifiestan que estos criterios establecidos en la Teoría de Idoneidad Didáctica se cumplen, por lo que se puede concluir que la idoneidad interaccional es alta para este programa.

Los contenidos abordados en las sesiones del programa contribuyeron significativamente a la formación socio-profesional del alumnado (E3), abordando cuestiones de formación cultural que serán pertinentes en su futuro desarrollo profesional, como se evidencia en la presencia de este indicador. En este sentido, la participación en el programa facilitó que los estudiantes trabajaran la formación en valores y el pensamiento crítico (E4), mediante el cuidado del material, el respeto de los espacios y el cumplimiento de las normas establecidas, lo que condujo al desarrollo de valores cooperativos en el alumnado. Asimismo, el uso de las matemáticas en diversos contextos contribuyó a la formación de estudiantes críticos y competentes que toman decisiones fundamentadas en argumentos. Estos resultados concuerdan con lo planteado por Skoysmose (2012), quien sostiene que las prácticas matemáticas pueden ejercer una influencia significativa en dos direcciones completamente opuestas. Por un lado, las matemáticas reducidas a simples cálculos rutinarios pueden fortalecer actitudes pasivas y complacientes; por otro lado, las matemáticas en su sentido más amplio fomentan el desarrollo del pensamiento crítico y alternativo.

Al aplicar el enfoque STEAM en la concepción de las prácticas, se tuvieron en cuenta las conexiones tanto interdisciplinarias como intradisciplinarias de los contenidos (E5), contribuyendo así a fortalecer la comprensión de los mismos. Como resalta Biesta (2010), los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría, entre otros) no deben ser tratados como entidades separadas, lo que lleva a que las situaciones problemáticas deberían incorporar contenidos matemáticos

En base a las evidencias recogidas y a los resultados presentados, podemos afirmar que el programa Anaquiños Matemáticos tiene una alta idoneidad ecológica.

Idoneidad mediacional

La idoneidad mediacional es aquella que se centra en el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje así como la adaptación del contexto en que se produce.

A lo largo de las prácticas llevadas a cabo en el programa, se utilizaron diversos tipos de recursos materiales, tales como estructurados, no estructurados, manipulativos, y tecnológicos, lo que posibilitó la creación de situaciones de aprendizaje que favorecieron la integración de contenidos (M1). Asimismo, en los resultados obtenidos, se evidencia que la utilización de este material complementó la comprensión de las definiciones y propiedades trabajadas mediante modelos y visualizaciones, aplicando los contenidos de una manera más práctica (M2). Esta perspectiva es respaldada por el EOS, que sostiene que las relaciones entre las representaciones materiales y las visualizaciones de los conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos son complejas. Dado que estos tienen una naturaleza regulativa, se considera que los soportes materiales son esenciales para crear una situación de aprendizaje óptima (Godino et al., 2007; Font et al., 2013; Bartolini y Martignone, 2020)

Para crear una situación didáctica óptima para este grupo de estudiantes, fue crucial limitar la participación a un máximo de 15 alumnos (M3). La reducción del número de estudiantes posibilitó una intervención más personalizada, atendiendo a las necesidades individuales de cada alumno. Además, esta disposición favoreció el establecimiento de relaciones entre ellos, compartiendo características similares que pueden ser beneficiosas para el apoyo emocional mutuo. Todas las sesiones del programa se llevaron a cabo como actividades extracurriculares, programadas para el mismo día de la semana y en la misma hora. La elección de la hora siempre se ajustó a las necesidades específicas de los estudiantes (M4) Asimismo, los estudiantes otorgaron gran importancia al hecho de que el programa se

desarrollara en diversos contextos y en aulas distintas a las habituales, tales como el laboratorio, el pabellón deportivo o los pasillos (M5). Estos hallazgos encuentran respaldo en investigaciones como las de Attard y Holmes (2020) o Hornung (2012), quienes destacan explícitamente la necesidad de controlar meticulosamente las condiciones del aula, el tiempo dedicado y la distribución tanto de los recursos materiales como de los humanos para lograr una situación didáctica efectiva.

Al organizar el tiempo, se consideró fundamental, al tratarse de una actividad extracurricular, evitar excesos, asegurando que cada sesión no se extendiera más allá de una hora. Esto permitió que los estudiantes desarrollaran habilidades para gestionar su tiempo de manera efectiva (M6). Se asignó el tiempo necesario a los aspectos más relevantes de cada sesión (M7), destacando específicamente la importancia de los contenidos que los alumnos perciben como más desafiantes. (M8). Estudios como los de Fontao y Suárez (2012) y Mowery (2019) respaldan los resultados obtenidos afirmando que la adaptación y distribución del tiempo es esencial para permitir que las situaciones de aprendizaje sean efectivas cuando estamos ante alumnado que muestra una necesidad específica de apoyo educativo.

La idoneidad mediacional dispone que se debe de hacer uso de los recursos adecuados para el desarrollo óptimo del proceso de enseñanza y aprendizaje y que además debe servir para concretizar y visualizar los conceptos matemáticos. Además, se debe de tener en cuenta el uso de materiales concretos y tecnológicos sirvan de apoyo el estudio, que se tenga en cuenta el número de estudiantes que el docente tiene asignados, el horario en que tienen lugar las clases, las condiciones materiales del aula, así como el tiempo total asignado al estudio y su distribución. Como conclusión del análisis realizado, los resultados obtenidos en esta investigación confirman el cumplimiento integral de todos los criterios evaluados, respaldando la afirmación de que se logra una idoneidad mediacional elevada.

Idoneidad afectiva

La idoneidad afectiva tiene en cuenta en un proceso de instrucción el lenguaje que se utiliza, las actitudes, la implicación de las emociones, las creencias existentes y los valores implícitos.

En el desarrollo del programa de prácticas, se concedió una atención especial a la actitud de los estudiantes, procurando fomentar su interés y motivación para participar activamente en todas las actividades. Se otorgó una consideración particular al uso del

lenguaje, abarcando tanto la comunicación verbal como la no verbal (A1), ya que estas formas de expresión pueden revelar signos de incomodidad. Esta atención minuciosa nos permitió abordar cualquier situación incómoda de manera inmediata, como se ha ejemplificado en ocasiones anteriores, según se detalla en los resultados. Gomez Chacón (2000) expone que la resolución de cualquier problema matemático lleva asociada una situación afectiva para el sujeto implicado, quien pone en juego no solamente sus conocimientos para dar una respuesta al problema, sino también moviliza emociones, actitudes, creencias y valores que condicionan en mayor o menor grado su respuesta. En la ejecución del programa, se abordó la dimensión afectiva como una entidad autónoma desde la perspectiva didáctica.

Se promovió el desarrollo de emociones positivas de cara a los procesos de estudio de las matemáticas, intentado que el alumnado fuera capaz de observar las cualidades de estética y precisión de las matemáticas desde una perspectiva más crítica (A2). Asimismo, se resaltó la relevancia de brindar a los estudiantes la oportunidad de expresar libremente sus emociones en todas las prácticas. Se establecieron momentos específicos para que compartieran con los investigadores sus sentimientos con respecto a cada actividad realizada (A3). Estos resultados coinciden con lo que afirman autores como Moore y Ascharft (2013), Rice et al. (2013) y Manvella y Martin (2017) en donde valoran la intervención de las matemáticas teniendo en cuenta la situación emocional que provoca en el alumnado.

Siguiendo en un plano actitudinal el programa trató de fomentar directamente la autoestima del alumnado, evitando el rechazo y la fobia a las matemáticas (A4), y facilitando su participación en todas las actividades (A5) Con el fin de fomentar la participación de los estudiantes, se consideró crucial crear un ambiente donde puedan expresarse libremente, sin sentirse coaccionados, valorando su capacidad para argumentar y comentar en voz alta, independientemente de la corrección del argumento (A6). Concordando con Knap et al. (2013), la participación en situaciones que fortalecen la autoestima del alumnado no solo contribuye a mejorar su rendimiento académico, sino que también influye positivamente en su disposición para aprender, incluso ante la dificultad del contenido.

En el siguiente apartado, como detallaremos más adelante, nos sumergiremos directamente en las creencias del alumnado de las matemáticas (A7), con el objetivo de asegurarnos de que estas no tengan un impacto negativo en el desarrollo de actitudes desfavorables. En todas las prácticas, se promovió la capacidad del alumnado para apreciar y comprender por sí mismos el valor de las matemáticas, así como su relevancia en aspectos de la vida cotidiana y profesional (A8). Este indicador se evidencia de manera constante en

todas las sesiones del programa, destacando la conciencia del alumnado sobre la importancia de las matemáticas y su capacidad para identificarla en otros contextos, lo que respalda la investigación de Fernández-Angulo et al. (2016).

La emisión de un juicio sobre la mayor o menor idoneidad afectiva del proceso en cuestión se basa en el grado de implicación, interés, motivación, autoestima y disposición de los estudiantes. Las creencias sobre las matemáticas y su estudio también desempeñan un papel crucial en el aprendizaje, por lo que es esencial considerarlas. Estos criterios se derivan de principios respaldados por diversas investigaciones sobre las interacciones entre los dominios cognitivo y afectivo en el aprendizaje matemático (Beltrán-Pellicer & Godino, 2020; Gómez-Chacón, 2000; McLeod, 1992). Los resultados obtenidos y analizados respaldan estas premisas, lo que confirma un alto grado de idoneidad afectiva en el proceso.

6.1.1.2. Respuesta a la pregunta de investigación P1

La pregunta de investigación P1 se centra en detectar qué indicadores de idoneidad didáctica son los más relevantes en un proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas con alumnado en riesgo de exclusión social. Como se indica, la presencia de los diferentes componentes de idoneidad didáctica es distinto atendiendo a su naturaleza. A pesar de que se observa una idoneidad elevada en las idoneidades ecológica, interaccional, mediacional y afectiva, se destaca la relevancia de analizar específicamente la inferencia de las dos últimas. La triangulación de los datos realizada confirmó un alto grado de idoneidad mediacional y afectiva al programa de estímulo. Si se consideran todos los indicadores con el mismo peso y se tiene en cuenta el porcentaje de indicadores manifestados sobre el total, se obtiene una media de 87% y 91,1% para la idoneidad mediacional y afectiva, respectivamente. El diseño de las actividades contemplando recursos, espacios de trabajo y actividades que abarcan diferentes contenidos matemáticos inmersos en contextos reales junto con otras disciplinas (M1) estimularon el interés de los alumnos (A1) y favorecieron su autoestima (A5). Lo mismo ocurre con la estructura del programa donde la asignación eficiente del tiempo y la fijación de una duración específica para cada actividad (una hora), junto con la implementación del trabajo en grupo (M3, M4, M5 y M6), contribuyeron a evitar la fatiga de los alumnos y resultaron beneficiosos para mantener alta su atención e interés. Este resultado respalda los estudios realizados por varios autores (Attard y Holmes, 2020; Mowery, 2009; Hornung 2012). Un aspecto significativo a destacar es la notoria mejora en la autoestima de los estudiantes, la cual también se refleja claramente en las grabaciones de vídeo, donde se observa a los alumnos realizando aportes sumamente interesantes y exhibiendo confianza en la presentación de sus argumentos (A4). Además, considerando la

dimensión afectiva, el diseño de las actividades no solo facilitó el proceso de aprendizaje, sino que también permitió que los investigadores asumieran el papel de personas de confianza, brindaran apoyo y establecieran conexiones, contribuyendo de manera significativa a la mejora de la autoestima de los alumnos. Este resultado coincide con los obtenidos por Moore y Ashcraft (2013) y Rice et al (2013). De acuerdo con la información recopilada en el diario de campo y las grabaciones, se evidenció que el rechazo y la fobia inicial manifestados por ciertos estudiantes en la primera actividad experimentaron una reducción significativa. Este cambio culminó en la creación de un entorno en el que todos los alumnos se sintieron lo bastante cómodos como para expresar abiertamente sus dudas y dificultades (A5). La mejoría en la autoestima de los estudiantes quedó reflejada claramente en su actitud durante las distintas actividades del programa. Se puede apreciar en las grabaciones que su participación demostró perseverancia y responsabilidad con el objetivo de obtener la solución al problema planteado o finalizar la actividad (A1) y tranquilidad al hacer preguntas o comentarios sobre diferentes aspectos (sobre matemáticas u otros temas) de las actividades realizadas. Los razonamientos mostraron respeto por los demás, valorando el argumento en sí más que de quien proviene (A4). El hecho de que se sintieran a gusto con la situación también se puede observar en su lenguaje corporal y movimientos en los diferentes espacios en los que se desarrollaron las actividades, lo que, como señalan diferentes autores como Beltrán-Pellicer y Godino (2020) o Knap y Hall (2013), constituye un comportamiento no verbal. Esta manifestación sirve como una evidencia del estado emocional de los estudiantes, la cual resulta aún más reveladora que la evidencia verbal. Este ambiente evita situaciones de vergüenza, que se consideran uno de los motivos por los que los adolescentes requieren mayor apoyo pedagógico, como destacan Manavella y Martín (2017). En el proceso de enseñanza y aprendizaje, los investigadores fomentaron la comunicación, principalmente oral, lo que permitió a los alumnos reducir o atenuar situaciones de ansiedad o bloqueo (A6), mejorar la confianza en sí mismos (A5) y dedicar un tiempo específico a los contenidos y así ayudar a profundizar su comprensión conceptual (MI7 y MI8). Estos hallazgos respaldan la investigación de Fernández-Angulo et al. (2016) y Lombiao et al. (2016), quienes sostienen que la comunicación en el ámbito matemático produce un impacto positivo sobre el alumnado.

En conclusión, se destaca el papel que juega la idoneidad mediacional en este contexto, con una influencia directa en la idoneidad afectiva.

6.1.2. P2: ¿La intervención educativa basada en la estimulación mediante el uso de actividades STEAM tiene una implicación directa sobre el rendimiento académico del alumnado en riesgo de exclusión social?

Para dar respuesta a esta pregunta se tienen cuenta el análisis de resultados de los cuestionarios de creencias de Diego Mantecón (2012) aplicados al inicio del programa, los cuestionarios de satisfacción aplicados al finalizar cada sesión y los registros de evaluación de las notas obtenidas en la materia de matemáticas en las evaluaciones de cada curso escolar. En relación con esta pregunta se formulan dos objetivos:

O3. Identificar las principales creencias del alumnado en riesgo de exclusión social hacia los procesos de enseñanza aprendizaje de matemáticas.

O4. Explorar la conexión entre las creencias hacia las matemáticas del alumnado en riesgo de exclusión y su impacto en el rendimiento académico.

6.1.2.1. Consecución de los objetivos asociados a P2

Conforme a la pregunta de investigación expuesta se planteó un primer objetivo que se centró en (O1) identificar las principales creencias hacia las matemáticas del alumnado en riesgo de exclusión social.

A partir de las 12 dimensiones de creencias de las matemáticas del modelo de Diego-Mantecón (2012), establecidas en base al Test MRBQ, podemos extraer una serie de conclusiones. En primer lugar, los estudiantes no perciben directamente las matemáticas como la repetición de métodos y procedimientos del profesor, pero sí consideran que es necesario seguir estos métodos para abordar cuestiones matemáticas en el ámbito escolar, lo que refleja una perspectiva asociada al aprendizaje tradicional (dimensión aprendizaje tradicional). En cuanto a la dimensión autoconcepto, en un inicio, los estudiantes no se perciben como habilidosos en matemáticas ni encuentran que esta materia les resulte fácil, siendo únicamente un 26% de la muestra quienes expresan una respuesta afirmativa. Inicialmente, todos los estudiantes demuestran un interés significativo y otorgan gran importancia a obtener buenas calificaciones en matemáticas. Esta relevancia se atribuye a la percepción de que aprobar la materia es fundamental (dimensión importancia de las notas). No obstante, muestran una menor consideración por estudiar las matemáticas de manera conectada, es decir, no ven como relevante el enlace de nuevos contenidos con aquellos que ya conocen (dimensión aprendizaje constructivo). El alumnado tiene la creencia de que las matemáticas son muy importantes en la vida cotidiana y reconocen que le son de ayuda en

la vida real, considerándolas necesarias en su vida cotidiana (dimensión utilidad en la vida diaria). Es destacable el dato de que el alumnado no contesta directamente a las preguntas del test relacionadas con la dimensión ansiedad, ya que el 63% del alumnado no se posiciona claramente y nos puede llevar a una profunda reflexión sobre el tema (dimensión ansiedad). Asimismo, las respuestas obtenidas en el uso de estrategias de elaboración no muestran una tendencia clara, siendo notable que ninguno de los estudiantes confía en sus propias estrategias para el estudio de las matemáticas (dimensión estrategias de elaboración). En lo que respecta a la dimensión esfuerzo, resulta notable el punto de partida de la muestra, ya que solo el 22% afirma dedicarse con empeño a las matemáticas, esforzándose al máximo por comprender los contenidos impartidos en clase (dimensión esfuerzo). Este dato guarda similitud directa con los resultados obtenidos en la dimensión gusto, donde el 20% de los estudiantes participantes manifiesta sentir agrado por las matemáticas.

El segundo objetivo vinculado a la segunda pregunta de investigación consiste en (O4) explorar la relación entre las creencias hacia las matemáticas de los estudiantes en riesgo de exclusión y su repercusión en el rendimiento académico.

Al inicio del programa, al examinar las creencias del alumnado sobre las matemáticas, los resultados reflejan un desinterés generalizado por la materia y una falta de motivación para asimilar sus contenidos. Los datos recabados en relación con las dimensiones del gusto, el esfuerzo y el autoconcepto señalan que son tres indicadores significativos del rendimiento académico para este grupo de estudiantes.

En el proceso de análisis de datos, se han reunido pruebas que sugieren que la percepción de los estudiantes hacia la disciplina de matemáticas ha evolucionado a medida que participan en actividades STEAM que encuentran interesantes y motivadoras. Este factor, por consiguiente, puede tener un impacto en la posibilidad de un cambio en su rendimiento académico. En ese contexto, se evaluaron los resultados relativos al rendimiento académico de este alumnado durante los trimestres en que participaron en el programa. Se destacó consistentemente una tendencia positiva, con un continuo aumento en las calificaciones a lo largo del curso, así como un incremento en el número de aprobados. Al finalizar el curso académico, el 88% logró aprobar la materia, en comparación con el 43% que lo hizo al inicio, como se presenta detalladamente en la Figura 6. Estos resultados sobre el rendimiento académico apuntan hacia la existencia de un impacto positivo derivado de la intervención en el programa. Para evaluar esta mejora, también se consideran los resultados de los cuestionarios de satisfacción completados al término de las sesiones. Estos indican que el alumnado demostró un elevado interés y una participación sumamente activa en todas

las sesiones del programa. Además, el alumnado expresó que los contenidos matemáticos no les resultaron difíciles, y que, a pesar de haber trabajado previamente con ellos, ahora los abordaban desde una perspectiva distinta a la tradicional, percibiéndolos como beneficiosos para su aprendizaje.

En conclusión, considerando los resultados obtenidos, se destaca que el gusto, el esfuerzo y el autoconcepto se perfilan como tres indicadores significativos del rendimiento académico para estos estudiantes. En consecuencia, se puede inferir que el desempeño está estrechamente vinculado con las creencias del alumnado, especialmente aquellas relacionadas con el gusto por la materia, el nivel de esfuerzo invertido y su percepción sobre sí mismos en el ámbito académico.

6.1.2.2. Respuesta a la pregunta de investigación P2

La segunda pregunta de investigación se enfoca en analizar el impacto del programa de intervención basado en actividades STEAM en el rendimiento académico de los estudiantes en situación de riesgo de exclusión social.

Podemos afirmar que el programa de estímulo matemático, centrado en actividades STEAM, ha demostrado tener un impacto positivo significativo en la dimensión afectiva de las matemáticas para el alumnado en riesgo de exclusión social. Este enfoque proporciona un apoyo adicional que difiere de la tradicional repetición de contenidos, ya que fomenta el interés por el aprendizaje mediante recursos interdisciplinares y variados, trabajando en grupos reducidos en un entorno de confianza.

La experiencia ha sido un éxito en términos de motivación por parte de este alumnado. A pesar del inicial escepticismo hacia los contenidos matemáticos, el alumnado participó activamente en todas las actividades propuestas. Preguntas como ‘¿Qué son las matemáticas?’ o ‘¿Para qué nos sirven?’ surgieron el primer día, reflejando inquietudes comunes que se encuentran a diario en las aulas y en nuestra sociedad. El factor clave que influyó en la alta participación fue el diseño poco convencional de las actividades, presentándolas como juegos o desafíos más relacionados con otras asignaturas que con las matemáticas tradicionales. Además, el hecho de que fuera el alumnado quien recopilaba datos, medía, construía y experimentaba resultó relevante. Todo esto avivó su interés en comprender procesos y resultados matemáticos, permitiéndoles explicar y dar sentido a los problemas planteados. La aceptación de una práctica no fue determinada por su nivel de dificultad, siempre y cuando el alumnado la encontrase interesante, tal como evidencia las

respuestas en el cuestionario de satisfacción de las prácticas P6, P9 y P12. También, otro aspecto a destacar de las prácticas llevadas a cabo radicó en que los propios estudiantes recopilaban datos, llevaban a cabo mediciones, construían y experimentaban. Todas estas acciones avivaron su interés en comprender procesos y resultados matemáticos, brindándoles la capacidad de explicar y dar sentido a los problemas planteados.


El análisis de datos no permite extraer conclusiones sobre el efecto del programa de intervención basado en actividades STEAM sobre el rendimiento académico del alumnado en riesgo de exclusión. Teniendo en cuenta el impacto positivo del programa en la dimensión afectiva del aprendizaje, la incursión en el rendimiento académico de estos estudiantes en sus clases diarias y la estrecha relación entre las dimensiones afectiva y cognitiva, se vislumbra una mejora en su desempeño. No obstante, dado que las creencias tienden a ser muy estables en el tiempo y que aún faltaría analizar otros factores del rendimiento académico que no han sido considerados aquí, no se puede afirmar con certeza que el programa de intervención haya incidido positivamente en el rendimiento académico del alumnado en riesgo de exclusión social.

Para finalizar, la correlación positiva entre el gusto y el esfuerzo, vinculada al autoconcepto, resalta como una tendencia fundamental en los alumnos de este perfil, dada su baja percepción de sí mismos. Esto subraya la importancia de considerar estos factores al diseñar medidas educativas para el proceso de enseñanza y aprendizaje del alumnado en riesgo de exclusión social.

6.2. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

En el contexto del desarrollo de la investigación, resulta fundamental señalar las limitaciones identificadas.

La primera limitación de la investigación se refiere a la estructura del programa. La cantidad de prácticas implementadas debería haber sido mayor para consolidar el impacto observado en la dimensión afectiva y para abordar de manera más exhaustiva los contenidos trabajados. La planificación del programa, acordada con las entidades educativas, exigía su implementación en horario extraescolar, cada quince días y a partir de enero, lo que determinó la selección del número de prácticas diseñadas.

 La segunda limitación que encontramos se vincula a la selección de la muestra. Nos encontramos con diversas dificultades para obtener una muestra extensa para el estudio. En

primer lugar, las características específicas de la muestra exigían un tipo particular de alumnado en riesgo de exclusión social, específicamente aquellos con problemas familiares. En segundo lugar, como consecuencia de esas dificultades familiares, algunos estudiantes no podían participar en el programa debido a que se llevaba a cabo fuera del horario escolar y carecían de transporte, mientras que otros abandonaron debido a cambios en su lugar de residencia. En tercer lugar, la situación de la pandemia que vivimos durante el último año y medio de implementación del programa redujo considerablemente la participación del alumnado y la asistencia regular a las prácticas.

La tercera limitación está relacionada con los recursos humanos. Las particularidades del alumnado en riesgo de exclusión, incluyendo su comportamiento disruptivo, demandan una mayor atención durante la implementación de las prácticas, lo que a veces se traduce en la necesidad de contar con más recursos humanos para abordar estas cuestiones. Otra faceta vinculada a esta limitación fue la falta de interés mostrada por el profesorado de matemáticas hacia la situación de estos estudiantes y su participación en el programa. A lo largo de la duración del programa, solo una profesora se comunicó para conocer más a fondo las actividades realizadas. La falta de interés por parte del profesorado de matemáticas fue percibida por los estudiantes, lo cual no contribuye a cambiar sus creencias sobre la enseñanza de las matemáticas. Los orientadores fueron los encargados de proporcionar los resultados de las evaluaciones y los comentarios sobre su desarrollo. Esta situación limitó la investigación, ya que no se pudo evaluar otras variables del rendimiento académico necesarias para determinar el impacto del programa en el mismo.

6.3. PERSPECTIVAS DE INTERVENCIÓN FUTURA

A la luz de los resultados presentados, han surgido algunas cuestiones que podrían ser de interés para futuras intervenciones en la investigación.

En primer lugar, para evaluar adecuadamente si el programa tiene un impacto directo en el rendimiento académico del alumnado sería necesario implementarlo directamente durante el horario escolar, integrándolo en la materia de matemáticas. Los hallazgos de esta tesis doctoral revelan que el programa de estímulo tiene numerosos efectos positivos en las situaciones didácticas de aprendizaje de las matemáticas. En base a estos resultados, resultaría esencial aplicarlo directamente en las aulas como una medida específica de atención a la diversidad, permitiendo así completar este estudio y verificar qué aspectos del rendimiento académico se ven modificados con su implementación.

En segundo lugar, la investigación podría ampliarse desde una perspectiva de género. A lo largo de la investigación, se observaron interacciones diferenciadas, tanto en el programa implementado como en el aula ordinaria, entre el alumnado de género masculino y femenino. Las condiciones familiares de las niñas en muchas ocasiones son más complicadas que las de los niños, lo que repercute directamente en su situación académica. Además, al analizar los resultados tanto del cuestionario de creencias como el de satisfacción, se identifican diferencias que podrían ser significativas y que no se analizaron al no ser uno de los objetivos planteados en esta tesis.

6.4. REFLEXIONES FINALES

El propósito de esta tesis es ofrecer una alternativa educativa para el alumnado en riesgo de exclusión social mediante el diseño y la aplicación de un programa de estímulo matemático fundamentado en actividades STEAM. El principal objetivo radica en evaluar si la introducción de este estímulo matemático podría generar un aumento en la motivación de estos estudiantes hacia el estudio de la materia y, al mismo tiempo, mejorar su desempeño académico.

Como se ha constatado en esta investigación, la implementación de este tipo de programas puede concebirse como una nueva medida de atención a la diversidad, representando una alternativa diferente a las diversas estrategias existentes en la actualidad. Las medidas actuales se centran principalmente en el refuerzo de los contenidos curriculares, sin considerar la importancia de otras variables emocionales, metodológicas o ecológicas que forman parte integral del proceso de enseñanza. Sostenemos que la planificación de procesos de instrucción dirigidos a estudiantes en riesgo de exclusión social debe considerar de manera integral aspectos particulares como el estilo comunicativo del profesor, la dinámica de interacción docente-estudiante, la conexión de los contenidos con otras áreas, tanto dentro de la misma materia como en disciplinas relacionadas, y, finalmente, los intereses y necesidades específicos de dicho alumnado.

Como cierre, es importante destacar que los resultados de esta investigación se han reflejado en diversas publicaciones en revistas científicas, capítulos de libros y congresos a nivel nacional e internacional. Para obtener más detalles, se adjunta en el Anexo VIII una lista de las publicaciones más destacadas.


Bibliografía

BIBLIOGRAFÍA

- Acar, D., Tertemiz, N., y Ta demir, A. (2018). The effects of STEM training on the academic achievement of 4th graders in science and mathematics and their views on STEM training. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(4), 505-513. <https://doi.org/10.26822/iejee.2018438141>
- Adell Cueva, M. A. (2006). *Estrategias para mejorar el rendimiento académico de los adolescentes*. Pirámide.
- Aguilar, M. A., Madrona P.G., y Dato, J.F. (2020). Effects of the Promote program against school failure in Roma students. *Revista de Investigación Educativa*, 38 (2), 345-358.
- Ainscow, M. (2017). Haciendo que las escuelas sean más inclusivas: lecciones a partir del análisis de la investigación internacional. *Revista de Educación inclusiva*, 5(1). 67-94.
- Alba Pastor, C. (2019). Diseño Universal para el Aprendizaje: un modelo teórico-práctico para una educación inclusiva de calidad. *Participación educativa*. 6(9).55-56.
- Alsina, Á., García, M., y Torrent, E. (2019). La evaluación de la competencia matemática desde la escuela y para la escuela. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15. 23-30.
- Álvarez, M., y Berástegui, A. (Coords). (2006). Educación y familia: *La educación familiar en un mundo de cambio*. Universidad Pontificia Comillas.
- Andrew, L. (2007). Comparison of teacher educators' instructional methods with the constructivist ideal. *The Teacher Educator*, 42(3), 157-184. <https://doi.org/10.1080/08878730709555401>
- Attard, C., y Holmes, K. (2020). It gives you that sense of hope: An exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics. *Heliyon*, 6(1). 73-94.
- Bakker, A. y Van Eerde, H. A. A. (2015). An introduction to design based research with an example from statistics education. En A. Bikner- Ahsbahs, C. Knipping, y N. Presmeg

- (Eds.). *Doing qualitative research: methodology and methods in mathematics education* (pp. 429-466). Springer.
- Bartolini M.G. y Martignone F. (2020). Manipulatives in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 487-494). Springer.
- Bailey, J. (2014). Mathematical Investigations for Supporting Pre-service Primary Teachers Repeating a Mathematics Education Course. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(2), 86-100.
- Becerra-Quiñonez, W. V., Valencia-Ortiz, N. P., y Valdez-Requene, M. (2018). Enseñanza y aprendizaje en las matemáticas. *Polo del conocimiento*, 3(1), 162-171.
- Beltrán-Pellicer, P., y Alsina, Á. (2022). La competencia matemática en el currículo español de Educación Primaria. *Márgenes Revista De Educación De La Universidad De Málaga*, 3(2), 31–58. <https://doi.org/10.24310/mgnmar.v3i2.14693>
- Beltrán-Pellicer, P., y Godino, J. D. (2020). An onto-semiotic approach to the analysis of the affective domain in mathematics education. *Cambridge Journal of Education*, 50(1), 1-20.
- Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Burgos, M. (2018). Los vídeos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas. *Cultura y Educación*, 30 (4), 633-662. <https://doi.org/10.1080/11356405.2018.1524651>.
- Beltrán-Pellicer, P., Arnal-Bailera, A., & Muñoz-Escolano, J. M. (2018). Análisis del conteo como contenido matemático en un episodio de dibujos animados para educación infantil. *Unión Revista Iberoamérica de Educación Matemática*, 14(52). Recuperado a partir de <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/351>
- Blanco, T.F.; Gorgal-Romarís, A.; Salgado, M.; Salinas, María J.; Núñez-García, C.; Sequeiros, P. G.; Diego-Mantecón, J. M.; Ortiz-Lasa, Z. (2018). *Análisis de actividades STEAM en una educación matemática inclusiva*. En Rodríguez-Muñiz, Luis Jose; Muñiz-Rodríguez, Laura; Aguilar-González, Álvaro; Alonso, Pedro; García, Francisco Javier; Bruno, Alicia (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (p. 612). Gijón, España: Universidad de Oviedo.

Blasco, F. (2016). *Matemagia*. Ariel.

- Biesta, G. J. J. (2010). Why What Works Still Won't Work: From Evidence-Based Education to Value-Based Education. *Studies in Philosophy and Education*, 29, 491–503. DOI 10.1007/s11217-010-9191-x.
- Bottge, B., Toland, M., Gassaway, L., Butler, M., Choo, S., Griffen, A., y Ma, X. (2015). Impact of enhanced anchored instruction in inclusive math classrooms. *Exceptional Children*, 81(2), 158-175. <https://doi.org/10.1177/0014402914551742>.
- Booth, T., y Ainscow, M. (2002). *Index for inclusion: developing learning and participation in school*. Centre for Studies in Inclusive Education. <https://www.eenet.org.uk/resources/docs/Index%20English.pdf>.
- Boaler, J. (2016). Mentalidades matemáticas. Cómo liberar el potencial de los estudiantes matemáticos. *Revista de Educación*, 340, 551-569.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32 (60), 255 – 278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>.
- Burgos, M. y Godino, J. D. (2018). Trabajando juntos situaciones introductorias de razonamiento proporcional en primaria. Análisis de una experiencia de enseñanza centrada en el profesor, en el estudiante y en el contenido. *Bolema*, 33 (63). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a19>.
- Calder, N., y Campbell, A. (2016). Using mathematical apps with reluctant learners. *Digital experiences in mathematics education*, 2 (1), 50-69.
- CAST. (2011). Universal Design for Learning Guidelines version 2.0. Wakefield, MA. Recuperado a partir de [http://www.udlcenter.org/sites/udlcenter.org/files/UDL_Guidelines_Version_2.0_\(Fin al\)_3.doc](http://www.udlcenter.org/sites/udlcenter.org/files/UDL_Guidelines_Version_2.0_(Final)_3.doc).
- Castañeda, C., y Márquez, N. (2021). Análisis de prácticas inclusivas en la atención de alumnado con discapacidad. *Revista de educación y desarrollo*, 58, 55-65. https://www.cucs.udg.mx/revistas/edu_desarrollo/anteriores/58/58_Castaneda.pdf.
- Castro, R., & Rodríguez, F. (2017). *Diseño universal para el aprendizaje y co-enseñanza*. RIL editores.
-  Carmona, J. A., Arias, J. y Villa, J. A. (2019). Formación inicial de profesores basada en proyectos para el diseño de lecciones STEAM. En E. Serna (Ed.). *Revolución en la*

formación y la capacitación para el siglo XXI (pp. 483-492). Instituto Antioqueño de Investigación.

Cilleruelo, L., y Zubiaga, A. (2014). Una aproximación a la Educación STEAM. Prácticas educativas en la encrucijada arte, ciencia y tecnología. *Jornadas de Psicodidáctica*, 18, 1-18.

Chaaban, Y., Qadhi, S., & Du, X. (2021). Student teachers' perceptions of factors influencing learner agency working in teams in a STEAM-based course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(7), em1980. <https://doi.org/10.29333/ejmste/10978>

Choi J. y Han H., Do parental attitudes really matter to children's mathematics anxiety? A meta-analysis. *Universal Journal of Educational Research*, 8, 731-1740. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.080509>.

Chu, H. E., Martin, S. N. y Park, J. (2019). A theoretical framework for developing an intercultural STEAM program for Australian and Korean students to enhance science teaching and learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1251-1266. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9922-y>.

Cobb, P., Jackson, K. y Dunlap, C. (2017). Conducting design studies to investigate and support mathematics students' and teachers' learning. En J. Cai (Ed.). *Compendium for research in mathematics education* (pp.208-233). National Council of Teachers of Mathematics, NCTM.

Colucci-Gray, L., Burnard, P., Gray, D., & Cooke, C. (2019). A Critical Review of STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics). En P. Thomson (Ed.). *Oxford Research Encyclopedia of Education* (pp. 1-26). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190264093.013.398>.

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R.K. Sawyer (Ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 135-152). Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Consejo de la Unión Europea (Ed.) (2018). *Recomendación del Consejo de 22 de mayo de 2018 relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente*. <https://bit.ly/3epV571>.

- Couso, D. (2017). ¿Por qué estamos en STEM? Un intento de definir la alfabetización STEM para todo el mundo y con valores. *Revista Ciències*, 34, 22-30.
- Cueli, M., González-Castro, P., Álvarez, L., García, T., y González-Pienda, J. A. (2014). Variables afectivo-motivacionales y rendimiento en matemáticas: Un análisis bidireccional. *Revista Mexicana de Psicología*, 31(2), 153-163.
- Coronado, M. S., López Arroyo, P., Trejo Martín, C., & González Ballester, S. (2019). Satisfacción docente y su influencia en la satisfacción del alumnado. *Revista INFAD De Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology.*, 3(1), 37–56. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2019.n1.v3.144>.
- Decreto 155/2022, del 15 de septiembre, por el que se establecen la ordenación y el currículum de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Galicia. *Diario Oficial de Galicia*, 17 de setembro de 2022, 181, 37512- 38123.
- Decreto 229/2011, do 7 de decembro, polo que se regula a atención á diversidade do alumnado dos centros docentes da Comunidade Autónoma de Galicia nos que se imparten as ensinanzas establecidas na Lei orgánica 2/2006, do 3 de maio, de educación. *Diario Oficial de Galicia*, 11 de decembro de 2011, 171, 37406- 38087.
- Del Moral, C. (2019). *La infancia marca. Análisis de los derechos de los niños y niñas durante los últimos 100 años de historia de España*. Save the Children.
- DeBellis, V.A. y Goldin, G.A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 131-147.
- Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2015). Students' non-realistic mathematical modeling as a drawback of teachers' beliefs about and approaches to word problem solving. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: Exploring a mosaic of relationships and interactions* (pp. 137–156). Springer International Publishing/Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_7.
- Diego-Mantecón, J. M. (2012). *Clarifying the field of student mathematics-related beliefs: developing measurement scales for 14/15-year old students across bratislava, cambridgeshire, cantabria and cyprus* (Tese de doutoramento). University of Cambridge.

- Diego-Mantecón, J. M., Ortiz-Laso, Z., y Blanco, T. F. (2022). Reflexiones del Open STEAM Group sobre el impacto del enfoque integrado del contenido en el aprendizaje de las matemáticas. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 81-94). SEIEM.
- Diego-Mantecon, J. M. D., Blanco, T. F., Laso, Z. O., & Lavicza, Z. (2021). Proyectos STEAM con formato KIKS para el desarrollo de competencias clave. *Comunicar: Revista científica iberoamericana de comunicación y educación*, (66), 33-43.
- Diego-Mantecon, J. M., Prodromou, T., Lavicza, Z., Blanco, T. F., & Ortiz-Laso, Z. (2021a). An attempt to evaluate STEAM project-based instruction from a school mathematics perspective. *ZDM—Mathematics Education*, 53(5), 1137-1148.
- Domènech-Casal, J., Lope, S., & Mora, L. (2019). Qué proyectos STEM diseña y qué dificultades expresa el profesorado de secundaria sobre Aprendizaje Basado en Proyectos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 16. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2019.v16.i2.2203.
- Del Rincón, T. O. (2005). *Conexiones matemáticas: Motivación del alumnado y competencia matemática*. Graó.
- Dussan, C. P. (2010). Educación inclusiva: Un modelo de educación para todos. *ISEES: Inclusión Social y Equidad en la Educación Superior*, (8), 73-84.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>.
- Escudero Muñoz, J. M. (2005). Fracaso escolar, exclusión educativa: ¿De qué se excluye y cómo? *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado*. 1(1), 1-24.
- Escarbajal, A., Arnaiz, P., y Giménez, A. (2017). Evaluación de las fortalezas y debilidades del proceso educativo en centros de infantil, primaria y secundaria desde una perspectiva inclusiva. *Revista Complutense de Educación*, 28(2), 427-443. https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2017.v28.n2.49423.
- Facchin Soto, E., & Rubiano Albornoz, E. (2018). Educación inclusiva: una referencia de investigación en las aulas de práctica docente universitaria. *Educere*, 22(73), 589-602.

- Fernández-Angulo, A. L. Quintanilla, y M. Gimenez-Dasi, Dialogue about emotions with children at risk of social exclusion: A preliminary study. *Psychological Action*, 13 (1), 191-206. <https://dx.doi.org/10.5944/ap.13.1.15787>
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.
- Font, V. y Godino, J. D. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 9 - 55). Graó.
- Fontao, M.P.G. y Suárez, E. M.M. Proposals for improvement for educational inclusion: The measures of attention to diversity in the Galician context. *Innovación Educativa*, 22, 57-73.
- Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. En F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 225- 256). NCTM & IAP.
- Gamboa-Araya A. (2016). ¿Es necesario profundizar en la relación entre docente de matemáticas y la formación de las actitudes y creencias hacia la disciplina? *Uniciencia*, 30(1), 57-84.
- García Ramírez, J. M. (2016). La motivación de logro mejora el rendimiento académico. *ReiDoCrea*, 5, 1-8. [<http://hdl.handle.net/10481/39336>]
- García Navarro, X., Guirado Rivero, V. D. C., Largo Arena, E. A., y Bermúdez López, I. L. (2022). Educación inclusiva: derecho de todos a una educación de calidad. *Conrado*, 18(87), 298-305.
- Gelber, D., Treviño, E., Escribano, R., González, A., y Ortega, L. (2019). Del dicho al hecho: Creencias y prácticas inclusivas en establecimientos y aulas escolares en Santiago. *Perspectiva Educativa*, 58(3), 73-101. <https://dx.doi.org/10.4151/07189729-vol.58-iss.3-art.967>.
- Godino, J.D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil. [Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf].

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas. http://enfoqueontosemitico.ugr.es/documentos/sintesis_EOS_2abril2016.pdf.

Godino, J.D., Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpiska, J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 177-195). Kluwer.

Godino, J. D., Batanero, C. & Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(6), em2270. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13187>.

Godino, J.D., Contreras, A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88. (Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemiomaticas/analisis_procesos_instruccion.pdf).

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Godino, J.D., Batanero, C., Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.

Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. e Wilhelmi, M.R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, 2, 221-252. (Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm).

Godino, J. D., Burgos, M. y Wilhelmi, M. R. (2020). Papel de las situaciones adidácticas en el aprendizaje matemático. Una mirada crítica desde el enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 38 (1), 147-164.

- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113.
- Goldin, G., Rösken, B., y Törner, G. (2009). Beliefs: No longer a hidden variable in mathematical teaching and learning processes. In J. Maaß & W. Schlöglmann (Eds.), *Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results*. Sense Publishers.
- Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I.M. y Marbán, J.M. (2019). Afecto y conocimiento profesional docente en matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 397-416). Ediciones Universidad Salamanca.
- Gómez-Chacón, I. M. (2011). Mathematics attitudes in computerized environments: A proposal using GeoGebra. *Model-Centered Learning*, 145-168. Brill.
- González Peiteado, M., y Pino Juste, M. R. (2016). Los estilos de enseñanza: construyendo puentes para transitar las diferencias individuales del alumnado. *Revista Complutense de Educación*, 27 (3), 1175-1191.
- Grootenboer, P., y Marshman, M. (Coords.). (2016). *The affective domain, mathematics, and mathematics education. Mathematics, affect and learning: Middle school students' beliefs and attitudes about mathematics education*. Springer.
- Grootenboer, P., y Attard, C. (2012). The affective domain and mathematics education. En J. Grootenboer y M. Marshman (Eds.), *Research in mathematics education in Australasia*, 2008, 23-37.
- Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández, A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp.269-277). SEIEM
- Gil, N., Blanco, L. y Gerrero, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas. *Revista de Educación*, 340, 551-569.


- Gil, N., Blanco, L. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32.
- Gil, C. G. (2018). Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS): una revisión crítica. *Papeles de relaciones ecosociales y cambio global*, 140(1), 107-118.
- Guasch, M. y Ponce, C. (2005). *¿Qué significa intervenir educativamente en desadaptación social?*. ICE Universidad de Barcelona.
- Gutiérrez, M., Tomás, J. M., y Alberola, S. (2018). Apoyo docente, compromiso académico y satisfacción del alumnado universitario. *Estudios sobre educación*, 35, 535-555.
- Han, S., Capraro, R., y Capraro, M.M. (2015). How science, technology, engineering, and mathematics (STEM) project-based learning (PBL) affects high, middle, and low achievers differently: The impact of student factors on achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(5), 1089-1113. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9526-0>.
- Hanna, G. y Villiers, M. de (Eds) (2012). *Proof and proving in mathematics education. The 19th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129->
- Hernández R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. MacGraw Hill España.
- Hornung, J. (2012). *Hands-on mathematics: The effects of reinforcing key mathematics in a science class for at-risk students*, (Tesis de doctorado, Universidad de Wyoming).
- Istúriz, M. P., González-Ruiz, I., Diego-Mantecón, J. M., Recio, T., Búa, J. B., Blanco, T. F., González, M. J., y Polo, I. (2017). Kids Inspiring Kids for STEAM (KIKS). En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10)* (pp. 1676-1677). DCU Institute of Education & ERME.
- Ivankova, N. V., y Creswell, J. W. (2009). Mixed methods. *Qualitative research in applied linguistics: A practical introduction*, 23, 135-161.

- Jang, H. (2016). Identifying 21st century STEM competencies using workplace data. *Journal of Science Education and Technology*, 25(2), 284-301. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9593-1>
- Jolonch, A. (2002). Educació i infància en risc: acció i reflexió en l'àmbit social. Pòrtic.
- Jiménez Ramírez, M. (2008). Aproximación teórica de la exclusión social: complejidad e imprecisión del término. Consecuencias para el ámbito educativo. *Estudios pedagógicos*, 34(1), 173-186.
- Knapp M.L., J. A. Hall, J.A., y Horgan T.G. (2013). *Nonverbal communication in human interaction*. Cengage Learning.
- Kaplan, B., & Maxwell, J. A. (2005). Qualitative research methods for evaluating computer information systems. En (Eds.). J.Anderson y C. Aydin, *Evaluating the organizational impact of healthcare information systems* (pp. 30-55). Springer.
- Lamana-Selva, M.T. e De la Peña, C. (2018). Rendimiento académico en matemáticas. Relación con creatividad y estilos de afrontamiento. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(79), 1075-1092.
- López-Pastor, V.M. (2011). El papel de la evaluación formativa en la evaluación por competencias: Aportaciones de la red de evaluación formativa y compartida en docencia universitaria. *REDU*, 9(1), 159-159. <https://doi.org/10.4995/redu.2011.6185>
- Leguey, S., Leguey, S., y Matosas, L. (2018). ¿De qué depende la satisfacción del alumnado con la actividad docente? *Revista Espacios*, 39(17), 13-27.
- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE*, 340, 122868-122953.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE*, 106, 112345-112567.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *BOE*, 295, 122868-122953.
- Lomibao, L. S., Luna, C. A., y Namoco, R. A. (2016). The influence of mathematical communication on students' mathematics performance and anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5), 378-382.

- López-Chao, V., Mato-Vázquez, D., & Chao-Fernández, R. (2019). Análisis confirmatorio de la estructura factorial de la ansiedad hacia las matemáticas. *Revista de Investigación Educativa*, 38(1), 221–237.
- Maass, K., Geiger, V., Ariza, M.R., & Goos, M. (2019). The role of mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM*, 51, 869-884. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5>.
- Manassero-Mas, M. A., & Vázquez Alonso, Á. (2020). Desarrollo curricular de las competencias clave: su evaluación para el aprendizaje desde la normativa educativa. *Enseña y Teaching: Revista Interuniversitaria de Didáctica*, 38 (1), 29-48.
- Manavella, A. M. y Martín, R.B. Reasons and expectations for the demand for pedagogical support in secondary education. *Pages of Education*, 10 (2), 44-56. <https://doi.org/10.22235/pe.v10i2.1423>.
- Marbán, J.M., Palacios, A. e Maroto, A. (2020). Desarrollo del dominio afectivo en la formación inicial de maestros de primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 73-86.
- Martín-Páez, T., Aguilera, D., Perales-Palacios, F. J. y Vilchez-González, J. M. (2019). What are we talking about when we talk about STEM education? A review of literature. *Science Education*, 103(4), 799-822. <https://doi.org/10.1002/sce.21522>.
- MacDonald, A., & Wise, K. (2018). *Stemming the flow of STEAM*. Loudmouth–Music Trust e-Zine.
- Marbán, J.M., Palacios, A. y Maroto, A. (2020). Desarrollo del dominio afectivo en la formación inicial de maestros de primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 73-86.
- Martín, D., y García, M.G. (2018). Transformación del modelo educativo en el aprendizaje y desarrollo competencial. Estudio de caso. *Bordón*, 70(4), 103-119. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2018.60992>.
- Martínez Usarralde, M. J. (2021). Inclusión educativa comparada en UNESCO y OCDE desde la cartografía social. *Educación XXI: Revista de la Facultad de Educación*, 24 (1), 93-115, <http://doi.org/10.5944/educXX1.26444>.

- Mateos-Núñez, M., Martínez-Borreguero, G., & Naranjo-Correa, F. L. (2020). Comparación de las emociones, actitudes y niveles de autoeficacia ante áreas STEM entre diferentes etapas educativas. *European journal of education and psychology*, 13(1), 49-64.
- McDonald, C. V. (2016). STEM Education: A Review of the Contribution of the Disciplines of Science, Technology, Engineering and Mathematics. *Science Education International*, 27(4), 530-569.
- McLeod (1989). Beliefs, attitudes and emotions: new view of affect in mathematics education. En D.B. McLeod e V.M. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (pp. 245-258). Springer-Verlang.
- McLeod (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-598). Macmillan.
- Melendro, M., Cruz, L., Iglesias, A., y Montserrat, C. (2014). *Estrategias eficaces de intervención socioeducativa con adolescentes en riesgo de exclusión*. UNED.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP]. (2022). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, (76), 41571-41789.
- Mingorance, A. C., Trujillo, J. M., Cáceres, P., y Torres, C. (2017). Mejora del rendimiento académico a través de la metodología de aula invertida centrada en el aprendizaje activo del estudiante universitario deficiencias de la educación. *Journal of sport and health research*, 9(1), 129-136.
- Miñano Pérez, P., y Castejón Costa, J. L. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica*, 16(2), 203-230.
- Mónico Tamargo, P., Pérez Sotomayor, S. M., Areces Martínez, D., Rodríguez, C., y García, T. (2017). Afrontamiento de Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE) y burnout en el profesorado. *Revista de Psicología y Educación*, 12 (1), 35-54.

- Moore A.M. y Ashcraft M.H. (2013). Emotionality in mathematical problem solving in psychology of emotions, motivations and actions. En (Eds.) C. Mohiyeddini, M. Eysenck y S. Bauer. *Handbook of psychology of emotions: Recent theoretical perspectives and novel empirical findings*, (pp. 115–141), Nova Science Publishers.
- Moya, E. C. (2019). Hacia una educación inclusiva para todos. Nuevas contribuciones. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 23(1), 1-9.
- Mowery, K. (2016). The most effective teaching strategies for at risk students with mathematical learning disabilities. *Education: Student Scholarship and Creative Works*, 14, 1-33.
- Muntaner Guasp, J. J., Rosselló Ramón, M. R., y De la Iglesia Mayol, B. (2016). Buenas prácticas en educación inclusiva. *Educatio Siglo XXI*, 34(1), 31–50. <https://doi.org/10.6018/j/25252>.
- Nimo Liboreiro, A., Gorgal Romarís, A., Blanco, T.F., Núñez García, C. Land-art y matemáticas: una propuesta didáctica de las las STEAM. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), *XIX Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1-10). FESPM.
- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R. y Villa-Ochoa, J. A. (2017). Conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. En G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematics Education* (pp. 235-248). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Núñez, J.C., González-Pianda, J.A., Álvarez, L., González-Castro, P., González-Pumariega, S., Rocas, C., y Rodrigues, L.S. (2005). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. En *Actas do VIII Congreso Galaicoportugués de Psicopedagogía* (pp. 2389 – 2396). Printer.
- OCDE (2003). *The Pisa 2003 assessment Framework Mathematics, Reading, Science and problem-solving knowledge and skills*. OCDE.
- OCDE (2013). *Lessons from PISA 2012 for the United States, strong performers and successful reformers in education*. OCDE.

- OCDE (2018). *Lessons from PISA 2015, strong performers and successful reformers in education*. OCDE.
- Otero, M. J. F., Moledo, M. L., A. G. Otero, y Rego, M. A. S. (2021) Students' mediator variables in the relationship between family involvement and academic performance: Effects of the styles of involvement. *Journal of the Educational Psychologists*, 27 (1), 85-92. <https://doi.org/10.5093/psed2020a19>.
- Ortiz-Laso, Z., Diego-Mantecón, J. M., Lavicza, Z., & Blanco, T. F. (2023). Teacher growth in exploiting mathematics competencies through STEAM projects. *ZDM–Mathematics Education*, 1-15.
- Ortiz-Laso, Z. (2020). STEAM activities with KIKS format. En P. R. Richard, S. Van Vaerenbergh y M. P. Vélez (Eds.), *First Symposium on Artificial Intelligence for Mathematics Education. Book of Abstracts (AI4ME 2020)* (pp. 6-7). Universidad de Cantabria.
- Paños Castro, J. P. (2017). Educación emprendedora y metodologías activas para su fomento. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 20(3), 33-48.
- Parra, D. J. L., y Rojas, M. J. L. (2015). Alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo: aspectos psicopedagógicos en un marco inclusivo. *Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*. 54(2), 59-73.
- Pastor, C. A. (2018). *El Diseño Universal para el Aprendizaje: Educación para todos y prácticas de enseñanza inclusivas*. Ediciones Morata.
- Pastor, C. A., Sánchez, J. M., & Zubillaga, A. (2014). Diseño Universal para el aprendizaje (DUA). Recuperado de: http://www.educadua.es/doc/dua/dua_pautas_intro_cv.pdf, 5-7.
- Panthi, R., Luitel, B., y Belbase, S. (2018). Strategies for promoting social justice in the math classroom. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2 (1), 17-38. <http://dx.doi.org/10.12928/ijeme.v2i1.6809>.
- Perales, R. G., y Fernández, C. J. (2016). Diagnóstico de la competencia matemática de los alumnos más capaces. *Revista de Investigación Educativa*, 34(1), 205-219.
-  Pepin, B., & Roesken-Winter, B. (2015). From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education. Springer.

- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J. y Quaresma, M. (2016). Investigación baseada em design para comprender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77-98.
- Radović, S., Marić, M., y Passey, D. (2019). Technology enhancing mathematics learning behaviours: Shifting learning goals from producing the right answer to understanding how to address current and future mathematical challenges. *Education and Information Technologies*, 24 (1), 103-126.
- Rice, L., Barth, J. M., Guadagno, R. E., Smith, G. P. A y. McCallum, D. M (2013). The role of social support in students' perceived abilities and attitudes toward math and science. *Journal of Youth and Adolescence*, 42 (7), 1028-1040. <https://doi.org/10.1007/s10964-012-9801-8>.
- Rincón Castillo, J. H. R., y Falk Losada, M. F. (2020). How exclusion, inequality, curriculum and the teacher's expectations influence the learning of school mathematics. *Visión electrónica*, 14(2), 8-19.
- Rojas-Gómez, L., Salgado Vértiz, R., Salazar Quispe, M., & Méndez Vergaray, J. (2021). La retroalimentación en el desarrollo de competencias matemáticas en la educación a distancia: Revisión sistemática. *Centro de Investigación y Estudios Generales*, (50), 211-223.
- Saborío-Taylor, S., & García Borbón, M. (2021). Construyendo una STEAM-E-WEB (Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics-English Web). *Revista Innovaciones Educativas*, 133-146.
- Salamanca, Y., Rocha, P., y Mora, D. C. (2013). El juego de dados de Mozart: un recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad. En *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, (pp. 674-681). CIBEM
- Sakiz, G., Pape, S.J. e Hoy, A.W. (2012). Does perceived teacher affective support matter for middle school students in mathematics classrooms? *Journal of School Psychology*. 50(2), 235-255.
- Save the Children (2021). *Guaranteeing Children's Future. How to end child poverty and social exclusion in Europe*. Save the Children Europe.
- Sánchez, S., y Díez, E. (2013). La educación inclusiva desde el currículum: el diseño universal para el aprendizaje. *Educación inclusiva, equidad y derecho a la diferencia*, 107-119.

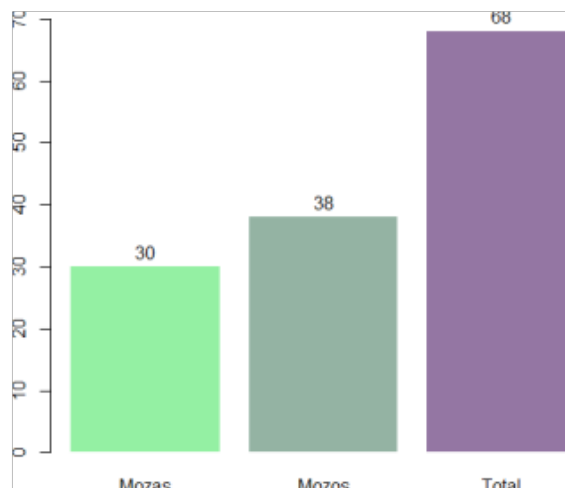
- Segarra, V.A., B. Natalizio, C. V. Falkenberg, S. Pulford, and R. M. Holmes (2018). STEAM: Using the arts to train well-rounded and creative scientists. *Journal of Microbiology and Biology Education*, (19)1. <https://doi.org/10.1128/jmbe.v19i1.1360>
- Skovsmose, O. (2012). *An invitation to critical mathematics education*. Springer Science & Business Media.
- Solla Salvador, S. (2013). *Guía de buenas prácticas en educación inclusiva*. Save the children.
- Stohlmann, M., Moore, T. J., & Roehrig, G. H. (2012). Considerations for Teaching Integrated STEM Education. *Journal of Pre-College Engineering Education Research (J-PEER)*, 2(1), 4-12.
- Subirats, J., Riba, C., Giménez, L., Obradors, A., Giménez, M., Queralt, D., y Rapoport, A. (2004). *Pobreza y exclusión social. Un análisis de la realidad española y europea*. Fundación La Caixa.
- Tangarife, D. (2018). La enseñanza de las matemáticas a personas con síndrome de Down utilizando dispositivos móviles. *Revista electrónica de investigación educativa*, 20 (4), 144-153.
- Torelló, Ó. M., Rueda, P. O., y Gavaldà, J. M. S. (2018). Docencia compartida como estrategia para la inclusión educativa de alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo. *Revista de Educación Inclusiva*, 11(1), 71-90.
- Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: Una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3), 1-20.
- Valverde, A. G. y Castro, E (2011). Nociones iniciales sobre la razón manifestadas en un experimento de enseñanza de maestros de educación primaria. Avances de investigación. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 87-103). Universidad de Granada.
- Van der Linde, G. (2007). ¿Por qué es importante la interdisciplinariedad en la educación superior? *Cuaderno de pedagogía universitaria*, 4(8), 11-12.

- Vermunt, J. D. y Donche, V. (2017). A learning patterns perspective on student learning in higher education: State of the art and moving forward. *Educational Psychology Review*, 29(2), 269-299. <https://doi.org/10.1007/s10648-017-9414-6>.
- Villar-Aldonza, A., y Gambau-Suelves, B. (2020). La desigualdad educativa, ¿son los programas de refuerzo la solución? Evidencia empírica del impacto a nivel intracentros. *Revista de Investigación educativa*, 38(2), 379-396.
- Ward, J.R., Clarke, H.D., & Horton, J.L. (2014). Effects of a research-infused botanical curriculum on undergraduates' content knowledge, STEM competencies, and attitudes toward plant sciences. *CBE—Life Sciences Education*, 13, 387-396. <https://doi.org/10.1187/cbe.13-12-0231>
- Young-Loveridge, J. (2010). Two decades of mathematics education reform in New Zealand: What impact on the attitudes of teacher education students? *Mathematics Education. Research Journal*, 33, 3-7.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., y Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational studies in mathematics*, 63 (2), 113-121.

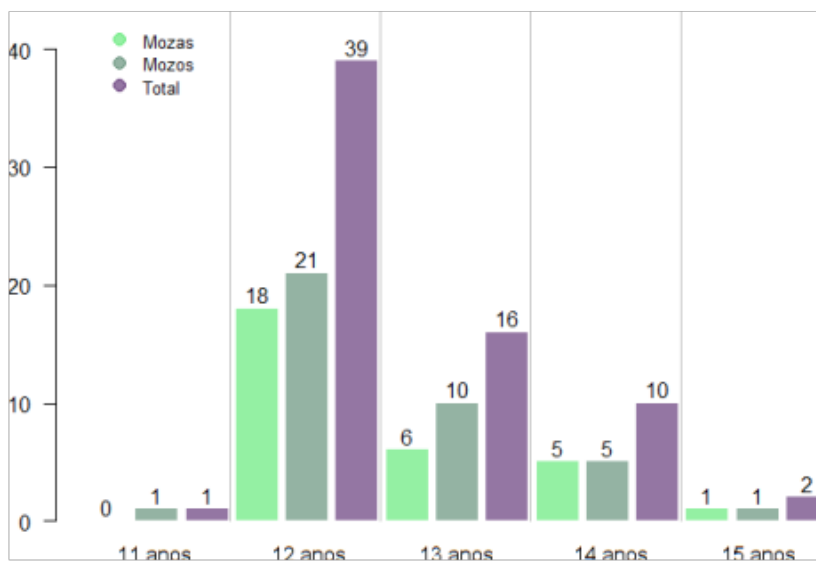
Anexos

ANEXO I. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO

Gráfica: Diagrama de barras de alumnado por sexo.



Gráfica: Diagrama de barras de alumnado por edad.



ANEXO II. CUESTIONARIO DE CREENCIAS.



	Moi de acordo	De acordo	Algo de acordo	Algo en desacordo	En desacordo	Moi en desacordo
34. As matemáticas axudaranme a gañarme a vida.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
35. Estou seguro de que podo comprender todo o que damos na clase de matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
36. Estudo matemáticas repasando as mesmas cousas repetidas veces.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
37. Encántanme as matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
38. As matemáticas consisten en aplicar as cousas da mesma maneira que o profesor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
39. Son moi hábil en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
40. A nota é o único relevante para min en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
41. Estudo matemáticas conectando as cousas novas con aquelas que xa nos ensinaron.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
42. Necesito as matemáticas en diferentes situacións da miña vida.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
43. Facer cousas de matemáticas créame intranquilidade.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
44. As matemáticas consisten en planificar por ti mesmo os pasos a seguir.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
45. Poño moito empeño cando traballo as matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
46. As matemáticas incrementarán as miñas posibilidades de emprego.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
47. Estou seguro de que podo assimilar todo o que damos na clase de matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48. Estudo matemáticas practicando moitas veces as mesmas cousas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
49. Odio as matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¿Respondiches a todas as preguntas? Por favor, comproba dende o principio que non esqueches ningunha. Se deixaches algunha sen responder, ¡contéstaa agora!



CUESTIONARIO DE CREENZAS DE MATEMÁTICAS
(Versión 4)

Enche os seguintes datos:

1. Colexio: _____ 2. Sexo: rapaz rapaza
3. Idade: _____ 4. Levo vivindo _____ anos en España
5. ¿Que nota obtés normalmente en matemáticas? Da un número do 1 ao 10: _____
6. En comparación co resto de compañeiros/as na túa clase, as notas que consegués en matemáticas son:

Moi Altas	<input type="checkbox"/>	Altas	<input type="checkbox"/>	Iguais	<input type="checkbox"/>	Baixas	<input type="checkbox"/>	Moi Baixas	<input type="checkbox"/>
-----------	--------------------------	-------	--------------------------	--------	--------------------------	--------	--------------------------	------------	--------------------------

Le as seguintes instrucións antes de comezar o cuestionario

Esto non é un exame e polo tanto non hai respostas correctas ou incorrectas. Esta enquisa dáche a oportunidade de pensar sobre que son as matemáticas, e sobre a túa actitude fronte a elas. As túas respostas son confidenciais e serán utilizadas unicamente para investigación.

É MOI importante que:

- SEXAS SINCERO
- RESPONDAS A TODAS AS PREGUNTAS

Por favor, responde a cada cuestión e fai unha cruz (X) no recadro que corresponde a túa resposta.

	Moi de acordo	De acordo	Algo de acordo	Algo en desacordo	En desacordo	Moi en desacordo
1. As matemáticas consisten en empregar os métodos da mesma maneira que o mestre/a.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. As matemáticas son moi fáciles para min.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. O meu único interese en matemáticas é o resultado dos exames.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Estudo matemáticas identificando nos temas novos as cousas dadas noutros temas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. As matemáticas son útiles na miña vida diaria.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Póñome nervioso cando fago cousas de matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. As matemáticas consisten en aplicar as tuas propias estratexias.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Esfórzome moito en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. As matemáticas axudaránme a encontrar traballo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Estou seguro de que poderei entender todo o que nos ensinan en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Estudo as matemáticas facendo as mesmas cousas repetidas veces.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Gústame as matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. As matemáticas consisten en usar os mesmos procedementos da mesma maneira que o mestre/a.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Son moi bo en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Para min o máis importante en matemáticas é a nota.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Estudo matemáticas relacionando o que nos ensinan con cousas que xa sabemos.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. As matemáticas son necesarias na miña vida cotiá.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18. Cando fago cousas de matemáticas póño-me tenso.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19. As matemáticas consisten en empregar as tuas propias tácticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20. Traballo moi duro en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21. As matemáticas mellorarán as miñas oportunidades no futuro.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22. Estou seguro de que poderei aprender todo o que o nos ensinan en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23. Estudo matemáticas repetindo moitas veces o que nos ensinan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24. Gozo coas matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25. As matemáticas consisten en seguir os pasos do mesmo xeito que indica o mestre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26. Son moi rápido en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27. En matemáticas só me importa a puntuación obtida nos exames.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28. Estudo matemáticas vinculando os temas novos cos anteriores.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29. As matemáticas son-me de axuda na vida real.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30. Estrésome doadamente cando fago cousas de matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31. É un pracer para min aprender matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
32. As matemáticas consisten en desenvolver o teu propio plan de acción.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
33. Empregome a fondo en matemáticas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ANEXO III: DIMENSIONES E ÍTEMS DEL CUESTIONARIO

Dimensión 1: Aprendizaxe tradicional	Ítem 1. As matemáticas consisten en empregar os métodos da mesma maneira que o profesor.
	Ítem 13. As matemáticas consisten en empregar os procedementos da mesma maneira que o profesor.
	Ítem 25. As mates consisten en seguir os pasos da mesma maneira que che indica o profesor.
	Ítem 38. As matemáticas consisten en aplicar as cousas da mesma maneira que o profesor.
Dimensión 2: Autoconcepto	Ítem 2. As matemáticas son moi fáciles para min.
	Ítem 14. Son moi bo en matemáticas.
	Ítem 26. Son moi rápido en matemáticas.
	Ítem 39. Son moi hábil en matemáticas.
Dimensión 3: Importancia das notas	Ítem 3. O meu único interese en matemáticas é o resultado dos exames.
	Ítem 15. Para min o máis importante en matemáticas é a nota.
	Ítem 27. En matemáticas só me importa a puntuación obtida nos exames.
	Ítem 40. A nota é o único relevante para min en matemáticas.
Dimensión 4: Aprendizaxe construtiva	Ítem 4. Estudo matemáticas identificando nos temas novos as cousas dadas noutros.
	Ítem 16. Estudo matemáticas relacionando o que nos ensinan co que xa sabemos.
	Ítem 28. Estudo matemáticas vinculando os temas novos cos anteriores.
	Ítem 41. Estudo matemáticas conectando as cousas novas coas que xa nos ensinaron.
Dimensión 5: Utilidade na vida diaria	Ítem 5. As matemáticas son útiles na miña vida diaria.
	Ítem 17. As matemáticas son necesarias na miña vida cotiá.
	Ítem 29. As matemáticas sonme de axuda na vida real.
	Ítem 42. Necesito as matemáticas en diferentes situacións da miña vida.
Dimensión 6: Ansiedade	Ítem 6. Póño-me nervioso cando fago cousas de matemáticas.
	Ítem 18. Cando fago cousas de matemáticas póño-me tenso.
	Ítem 30. Estrésome facilmente cando fago cousas de matemáticas.
	Ítem 43. Facer cousas de matemáticas créame intranquilidade.
Dimensión 7: Estratexias de elaboración	Ítem 7. As matemáticas consisten en aplicar as túas propias estratexias.
	Ítem 19. As matemáticas consisten en empregar as túas propias tácticas.
	Ítem 32. As matemáticas consisten en desenvolver o teu propio plan de acción.
	Ítem 44. As matemáticas consisten en planificar por ti mesmo os pasos a seguir.
Dimensión 8: Esfuerzo	Ítem 8. Esfórzome moito en matemáticas.
	Ítem 20. Traballo moi duro en matemáticas.
	Ítem 33. Emprégome a fondo en matemáticas.
	Ítem 45. Poño moito empeño cando traballo en matemáticas.
Dimensión 9: Utilidade no futuro profesional	Ítem 9. As matemáticas axudaranme a atopar traballo.
	Ítem 21. As mates mellorarán as miñas oportunidades no futuro.
	Ítem 34. As matemáticas axudaranme a gañar-me a vida.
	Ítem 46. As matemáticas aumntarán as miñas opcións de emprego.
Dimensión 10: Autoeficacia	Ítem 10. Estou seguro de que podoo entender todo o que nos ensinan en matemáticas.
	Ítem 22. Estou seguro de que podoo aprender todo o que nos ensinan en matemáticas.
	Ítem 35. Estou seguro de que podeo comprender todo o que damos en matemáticas.
	Ítem 47. Estou seguro de que podoo asimilar todo o que damos en matemáticas.
Dimensión 11: Estratexias de procedementos	Ítem 11. Estudo matemáticas facendo as mesmas cousas repetidas veces.
	Ítem 23. Estudo matemáticas repetindo moitas veces o que nos ensinan.
	Ítem 36. Estudo matemáticas repasando as mesmas cousas repetidas veces.
	Ítem 48. Estudo matemáticas practicando moitas veces as mesmas cousas.
Dimensión 12: Gusto	Ítem 12. Gústan-me as matemáticas.
	Ítem 24. Desfruto coas matemáticas.
	Ítem 31. É un pracer para min aprender matemáticas.
	Ítem 37. Encántan-me as matemáticas.
	Ítem 49. Odio as matemáticas.

Matemaxia



GRUPO DE
INNOVACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

Realización de diferentes trucos de maxia para descubrir as matemáticas que os sustentan.

Os trucos a realizar son: dados, memoria prodixiosa e cartas



Matemaxia

Pasos

- ✓ Realización dun truco de matemaxia por parte do profesorado
- ✓ Cada grupo, empregando o material necesario para levar a cabo o truco, discute o fundamento matemático que hai detrás
- ✓ Explicación das conclusións ás que chega cada grupo
- ✓ Posta en común co fin de coñecer o “matetruco”

Matemaxia

Pasos: dados

- ✓ Facer unha torre de dados e adiviñar canto suman as caras ocultas.

Matemaxia

Pasos: memoria prodixiosa

35	23	80	32	17	46	44	34
22	41	20	81	68	56	61	78
16	59	77	63	50	11	79	75
62	13	37	82	58	57	10	39
9	38	36	26	27	15	72	24
60	48	53	●	14	33	12	73
42	3	71	67	8	51	69	55
50	49	2	31	54	5	29	74
19	7	64	16	1	30	28	18
6	25	4	65	52	40	45	62

Matemaxia

Pasos: memoria prodixiosa

35	23	80	32	17	46	44	34
22	41	20	81	68	56	61	78
16	59	77	63	50	11	79	75
62	13	37	82	58	57	10	39
9	38	36	26	27	15	72	24
60	48	53	70	14	33	12	73
42	3	71	67	8	51	69	55
50	49	2	31	54	5	29	74
19	7	64	16	1	30	28	18
6	25	4	65	52	40	45	62

Matemaxia

Pasos: baralla

Entrégase a baralla ao espectador e o mago, de costas, dá as seguintes instrucións:

- a) Divídese a baralla en dous montóns, que se colocan boca abaixo, de xeito que ambos teñan aproximadamente o mesmo número de cartas.
- b) Elíxese un dos montóns e cóntase o número de cartas que ten.
- c) O número de cartas terá dúas cifras (ex: 23). Súmanse as dúas cifras e quíntanse tantas cartas do montón que temos na man como a suma desas cifras(ex: $2+3=5$). Colócanse boca abaixo sobre o outro montón.
- d) O espectador fíxase na seguinte carta que queda na súa man (e móstraa). Despois de vela, colócaa boca abaixo sobre o mazo da mesa.
- e) Por último coloca as cartas que lle quedan na súa man sobre o montón da mesa e entrégalle o mazo de cartas ó mago. Este adiviña a carta que mostrou o espectador.

Matemaxia

Contidos

- ✓ Conteo
- ✓ Operacións aritméticas básicas
- ✓ Cálculo mental

Matemaxia

Materials

- ✓ Dados
- ✓ Barallas
- ✓ Tabla numérica
- ✓ Papel
- ✓ Bolígrafos

Matemaxia

Dificultades

- ✓ Identificación dos lados opostos dun dado
- ✓ Identificar a relación entre os contidos matemáticos e a maxia
- ✓ Dificultade na realización de operacións aritméticas
- ✓ Pouca axilidade co cálculo mental
- ✓ Recoñecemento do valor das cartas da baralla



Matemaxia

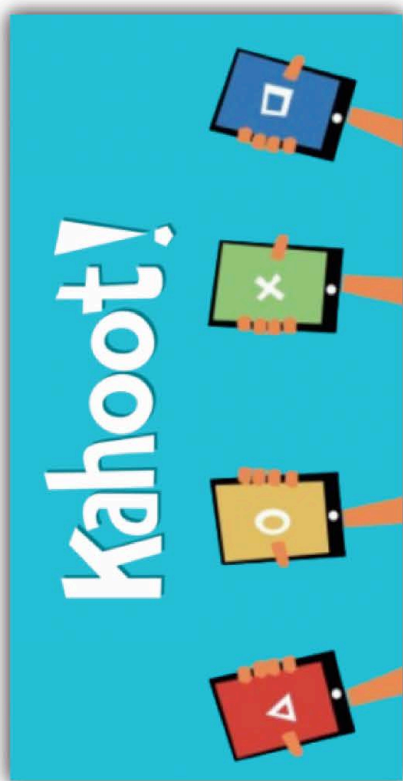


Matemaxia

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 11

Kahoot

✓ Cuestionario sesión



Matemaxia

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 12



As matemáticas *polas nubes*

TESELA
GRUPO DE INNOVACIÓN DOCENTE EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

Estudamos que modelo de avión percorre maior distancia.

Recollida, organización e interpretación de datos con avións de papel.

**As matemáticas
*polas nubes***

Pasos

- ✓ Cada grupo fai un modelo de avión. Todos os membros do grupo constrúen o seu.
- ✓ Fanse voar e mídense as distancias que percorren.
- ✓ Recóllense os datos nunha táboa.
- ✓ Cada grupo calcula a media da distancia percorrida polo seu modelo de avión.
- ✓ Póñense en común os resultados de todos os grupos.
- ✓ Representáanse por medio dun gráfico axeitado.

As matemáticas polas nubes

Contidos

- ✓ Unidades do SI de medidas.
- ✓ Gráficos estatísticos.
- ✓ Parámetros estatísticos:
medidas de tendencia central.



**As matemáticas
polas nubes**

Materials

- ✓ Cintas métricas.
- ✓ Calculadoras.
- ✓ Follas de papel.
- ✓ Papel de estraza.
- ✓ Rotuladores e bolígrafos.

**As matemáticas
polas nubes**

Dificultades

- ✓ Manexo dos instrumentos de medida.
- ✓ Precisións nas medidas.
- ✓ Cálculo dos parámetros.
- ✓ Interpretación dos resultados.
- ✓ Elección do tipo de gráfico axeitado.

**As matemáticas
polas nubes**

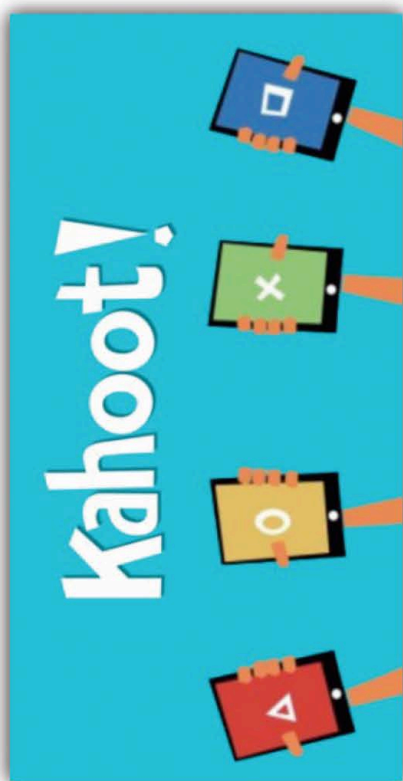
Foto



As matemáticas polas nubes

Kahoot

- ✓ Cuestionario sesión



As matemáticas
polas nubes

Descrición

Composición e interpretación dunha melodía en compás binario. O azar e a probabilidade, xunto coas fraccións e equivalencias, serán as ferramentas matemáticas a empregar.



Math-music

Pasos

- ✓ Se presenta ao alumnado unha partitura baleira.
- ✓ Seleccionar o compás binario a empregar.
- ✓ Presentar notas musicais e indicar posibles posibilidades, a partir de equivalencias.
- ✓ Se divide ao alumnado en 6 grupos.
- ✓ Un do grupo lanzará un dado, que indicará o tipo de instrumento que terá que empregar o grupo, de 6 dados.
- ✓ En grupo, elixir un compás, e interpretalo conxuntamente cos instrumentos.
- ✓ Creación da melodía, a partir dos 6 compases seleccionados. O lanzamento dun dado indicará e secuencia dos compases que conterà a melodía.
- ✓ Entre todo o alumnado, poñer título.
- ✓ Interpretar conxuntamente, atendendo aos turnos de actuación de cada grupo.
- ✓ Interpretar conxuntamente todos, toda a melodía.
- ✓ Compoñer letra e baile para a melodía.

Math-music

Contidos

- ✓ Teorema de Bayes
- ✓ Probabilidade: azar
- ✓ Fraccións.
- ✓ Equivalencias.
- ✓ Unidades de medida: tempo

Math-music

Materials

- ✓ Dado
- ✓ Instrumentos: de percusión determinada metal (carrillón, metalófonos,...), de percusión determinada madeira (xilófonos), de percusión indeterminada metal (maracas, triángulo,...), de percusión indeterminada madeira (claves, caixa chinesa,...), de vento (turutas, frautas,...), de material de refugallo.
- ✓ Papel continuo
- ✓ Rotulador permanente (negro e vermello)

Descubriendo π

Dificultades

- ✓ Dificultades no empleo dos instrumentos.
- ✓ Dificultades á hora de interpretar os compases a tempo.
- ✓ Dificultades para facer equivalencias de compases.
- ✓ Dificultades no axuste dos turnos de actuación.
- ✓ Dificultade para comprender a igualdade de posibilidades do azar.

Math-music

Foto



Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 6

Math-music

Lendo cadros



GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

Reproducir un cadro a través de encomendas relacionadas con figuras xeométricas e posicións.



Lendo cadros

Pasos

- ✓ Un alumno describe o cadro ao resto dos compañeiros, sen que os demais vexan o cadro. Para elo empregan encomendas relativas a formas xeométricas sen o emprego de instrumentos de medida.
- ✓ Os demais compañeiros intentan reproducir o cadro seguindo esas indicacións nun folio en branco.
- ✓ O mesmo alumno volve a describir o cadro ao resto de compañeiros, pero agora empregando unha cuadrícula coas coordenadas.
- ✓ Os demais compañeiros intentan reproducilo pero agora dispoñendo dun folio con coordenadas cartesianas.
- ✓ Faise unha comparación dos debuxos que obtiveron cada un dos alumnos co cadro real.

Lendo cadros

Contidos

- ✓ Coordenadas cartesianas.
- ✓ Estimación.
- ✓ Figuras xeométricas.

Lendo cadros

Materials

- ✓ Fotocopia do cadro (Kandinsky)
- ✓ Folios
- ✓ Cuadrícula



Lendo cadros

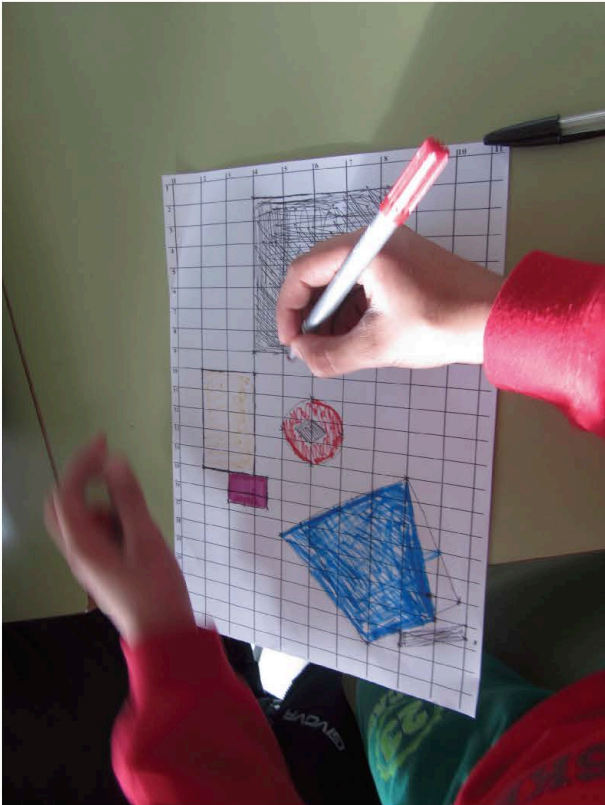
Dificultades

- ✓ Dificultades na organización espacial.
- ✓ Dificultades relacionadas coa asignación de coordenadas.
- ✓ Dificultades no recoñecemento de determinadas figuras (trapecio).



Lendo cadros

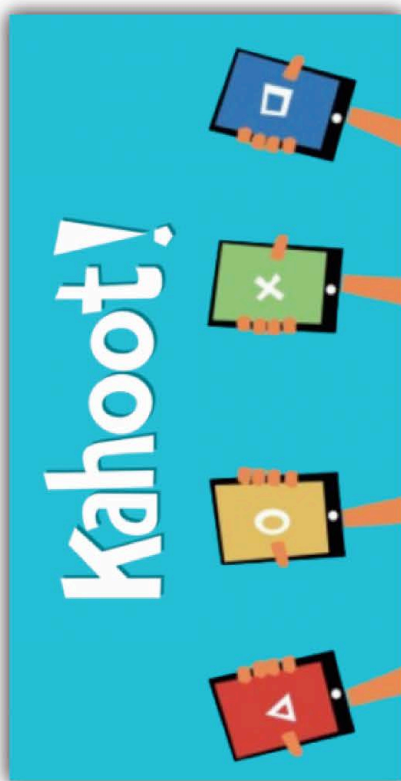
Lendo cadros



Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

Kahoot!

✓ Cuestionario sesión



Lendo cadros

Mesturamos?



GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

Realización de dous experimentos simples coa finalidade de recoñecer a importancia do control de variables.

Mesturamos?

Pasos

Inflamos un globo?

- ✓ Lanzamos a pregunta: como podemos inflar un globo sen soprar?
- ✓ Medimos a cantidade de vinagre a empregar mediante os vasos de precipitados.
- ✓ Medimos a cantidade de bicarbonato usando a balanza tradicional ou a electrónica.

Mesturamos?

Pasos

Inflamos un globo?

- ✓ Recollemos os datos facendo unha táboa.
- ✓ Introducimos o bicarbonato no globo cunha culler.
- ✓ Introducimos o vinagre na botella baleira.
- ✓ Erguemos o globo, suxeitámolo e observamos uns segundos o que pasa.

Mesturamos?

Pasos

Inflamos un globo?

- ✓ Lanzamos a pregunta: Cal é o globo máis inflado?
- ✓ Expoñemos os datos en alto.
- ✓ Observamos a relación entre as cantidades empregadas e a reacción producida.

Mesturamos?

Pasos

Leite de cores

- ✓ Medimos a cantidade de leite cun vaso de precipitados.
- ✓ Vertemos o leite no recipiente correspondente.
- ✓ Collemos os botes de colorante e miramos a cantidade que conteñen.

Mesturamos?

Pasos

Leite de cores

- ✓ Collemos lavavaixelas co contagotas.
- ✓ Rexistramos todas as cantidades nunha táboa.
- ✓ Vertemos os tres colorantes e non punto en que se mesturen botamos as gotas do lavavaixelas. Contamos o tempo que tarda en reaccionar dende que botamos o último colorante

Mesturamos?

Pasos

Leite de cores

- ✓ Lanzamos a pergunta: quedou todo branco?
- ✓ Repetimos o experimento até que isto suceda.
- ✓ Realizamos un gráfico de sectores cos distintos compoñentes do experimento.

Mesturamos?

Pasos

Leite de cores

- ✓ Realizamos unha gráfica de barras cos mesmo datos da anterior.
- ✓ Produciuse unha reacción ou non?

Mesturamos?

Contidos

- ✓ Estimación de cantidades.
- ✓ Control de variables.
- ✓ Manexo de instrumentos de medida.
- ✓ Tratamiento da información: gráficos de barras e de sectores.
- ✓ Porcentaxes.

Mesturamos?

Materials

- ✓ Vinagre
- ✓ Bicarbonato
- ✓ Leite
- ✓ Colorante alimentario
- ✓ Instrumentos de laboratorio: balanzas, tubos de ensaio, probetas, erlenmeyer, contagotas e vaso de precipitados
- ✓ Botellas de auga pequenas
- ✓ Lavavaixelas
- ✓ Globos
- ✓ Calculadora

Mesturamos?

Dificultades

- ✓ Estimación de cantidades.
- ✓ Uso da balanza (cálculo TARA).
- ✓ Uso das distintas magnitudes do SI.
- ✓ Comprensión da relación que se establece entre os elementos: a menor cantidade de reactivo prodúcese unha maior reacción.

Mesturamos?



Mesturamos?

Descubriendo π



GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

Realización de mediciones de
perímetro e diámetro de diferentes
objetos circulares cotidianos.

Descubriendo π

Pasos

- ✓ Cada grupo mide a lonxitude e diámetro de cada uns dos obxectos circulares con dous instrumentos diferentes.
- ✓ Recoller os valores obtidos nunha táboa.
- ✓ Calcular a media das dúas medidas obtidas para cada obxecto.
- ✓ Posta en común no encerado das medias obtidas por cada un dos grupos.
- ✓ Facer a media aritmética deses valores.

Descubriendo π

Contidos

- ✓ Unidades do SI de medidas.
- ✓ Media aritmética.
- ✓ Lonxitude do círculo.
- ✓ Diámetro.
- ✓ O número π .

Descubriendo π

Materials

- ✓ Lá gorda
- ✓ Cordel
- ✓ Obxectos redondos de diferentes tamaños
- ✓ Tesoiras e fixo
- ✓ Regras
- ✓ Calculadora

Descubriendo π



Dificultades

- ✓ Manexo dos instrumentos de medida.
- ✓ Rexistro da medida (paso á regra).
- ✓ Diferenciar diámetro e radio dunha circunferencia.
- ✓ Medir unha circunferencia.
- ✓ No cálculo da relación entre lonxitude e diámetro.
- ✓ Comprensión de que a maior medida do obxecto a relación entre L e D segue sendo a mesma.

Descubriendo π

Foto

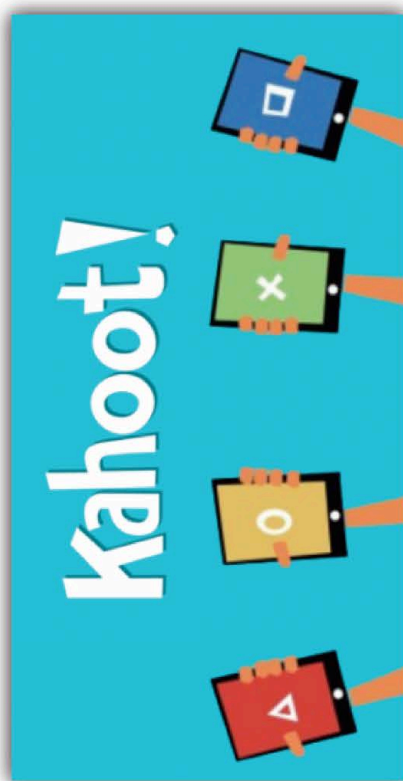


Descubriendo π

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

Kahoot!

✓ Cuestionario sesión



Descubriendo π

A vida é un entroido



LABORATORIO DE INNOVACIÓN DOCENTE EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

Atopar o número de formas diferentes de disfrazarse empregando distintas coleccións de obxectos

A vida é un entroido

Pasos

- ✓ Dispóñense nunha mesa distintos obxectos que se poden empregar para disfrazarse
- ✓ Establécese un criterio de clasificación e clasifícanse estes obxectos. Deste xeito, os obxectos quedan ordenados en conxuntos con diferente número de obxectos en cada un deles
- ✓ Distribúese aos alumnos por parellas. Cada parella colle dous conxuntos de cousas. Un deles disfrazase e o outro tómalle fotos
- ✓ Cada parella ten que descubrir cantas formas diferentes ten para disfrazarse empregando de cada vez un elemento de cada conxunto. As fotos servirán como rexistro das diferentes maneiras que teñen de disfrazarse
- ✓ Unha vez o atopan, pídesse que collan outro conxunto máis de cousas para disfrazarse e que indaguen de novo cantas formas posibles teñen de disfrazarse agora
- ✓ Despois de que cada parella traballara todo iso, faise unha posta en común para que cheguen á conclusión de que o resultado será o produto do número de elementos que hai en cada conxunto

A vida é un entroido

Contidos

- ✓ Resolución de problemas
- ✓ Combinatoria
- ✓ Clasificación

A vida é un entroido

Materials

- ✓ Todo tipo de materiais para disfrazarse:
 - Gafas de diferentes cores, tamaños e formas
 - Boas de cores
 - Colares diferentes
 - Gorros diversos
 - Nariz de pallaso, Pinocho,...
- ✓ Cámara de fotos/móviles

A vida é un entroido

Dificultades

- ✓ Dificultade para identificar o número de combinacións diferentes cando interveñen un número grande de conxuntos
- ✓ Dificultade para establecer xeneralizacións

A vida é un entroido

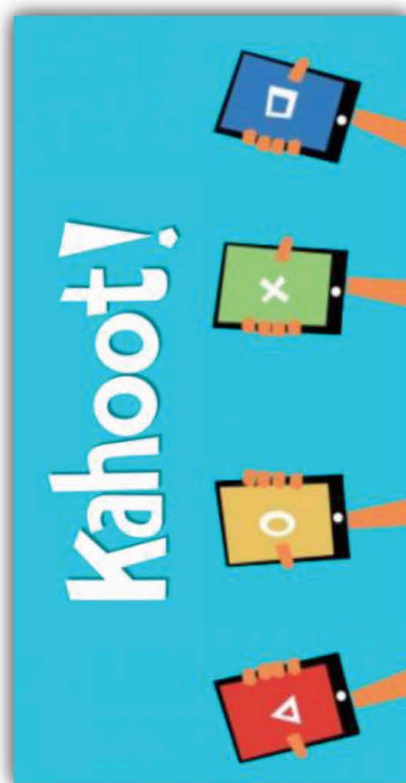
Foto



A vida é un entroido

Kahoot!

✓ Cuestionario sesión



A vida é un entroido



Unha banda con moita cara

TESELA
GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

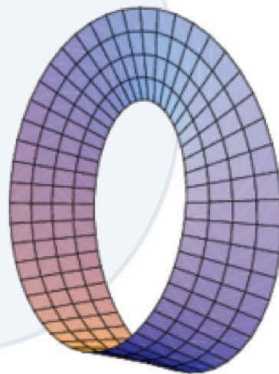
- Construimos a banda de Moebius e comparámola co cilindro.
- Observamos outros obxectos que interesan a Topoloxía: esfera e touros peludos ou a botella de Klein.
- Transformacións:
 - Donuts/taza de café.
 - Outras transformacións.

Unha banda con moita cara

Pasos

- ✓ Construimos un cilindro cunha tira de papel
- ✓ Construimos a banda de Moebius
- ✓ Experimentos con bandas de Moebius:
 - ✓ Traza una liña ao longo do cilindro e outra ao longo da banda de Moebius. ¿Que sucede co cilindro? ¿E na banda de Moebius? ¿Cantas caras ten o cilindro? ¿Cantos bordes? ¿Cantas caras ten a banda de Moebius? ¿Cantos bordes?
 - ✓ Corta o cilindro e a banda pola liña que trazaches. ¿Cantas superficies se obteñen de cada unha das figuras? ¿Cantas caras e bordes?
 - ✓ Corta unha banda a un terzo do borde. ¿Que obtés? ¿Hai algunha banda?

Unha banda con moita cara



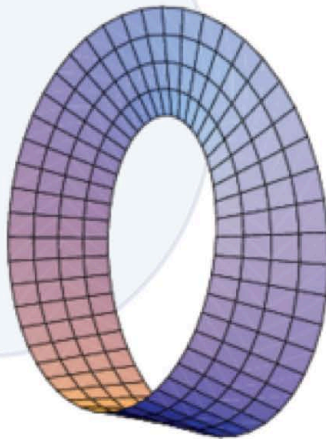
✓ **Aplicacións da Banda de Moebius:**

Pensa nunha cinta que teña que rodar solta por cilindros para pasar o movemento xiratorio dun sitio a outro (como a correa de transmisión dun coche ou a cadea dunha bici). O rozamento da banda cos cilindros vai desgastando a cinta. Se a cinta ten forma de cilindro só se desgasta pola cara interior quedando intacta de cara o exterior. Polo contrario, se poñemos unha cinta de Moebius duraría o dobre de tempo:

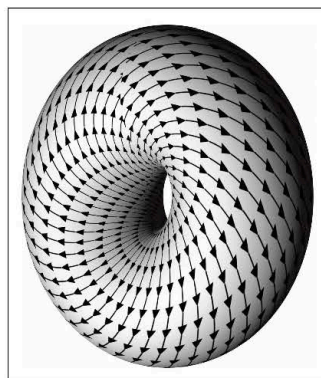
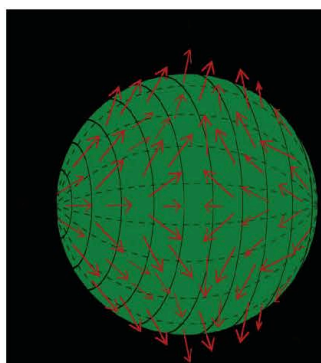
A banda de Moebius emprégase en:

- ✓ Cintas transportadoras.
- ✓ Cintas de gravación (así pódese gravar polas dúas caras, etc.)

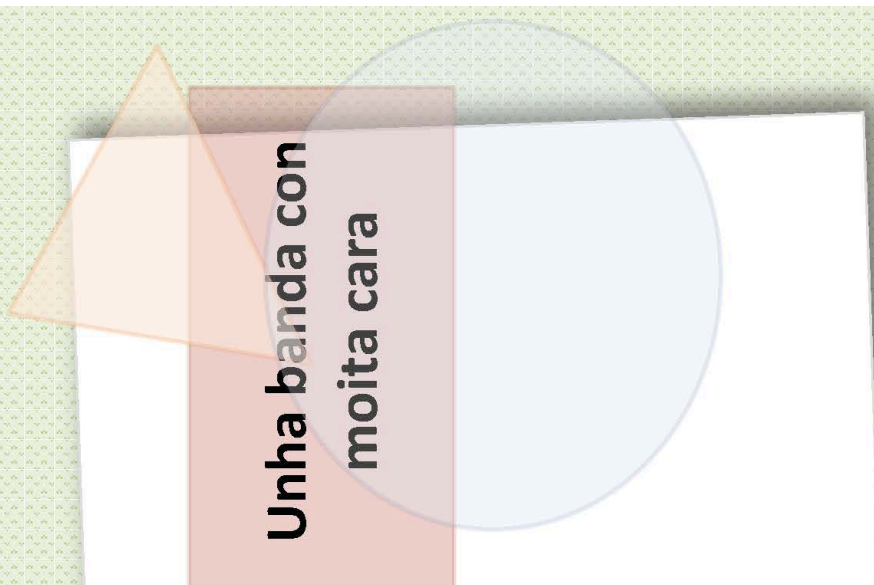
Unha banda con moita cara



✓ Campos de vectores sobre unha esfera ou un toro

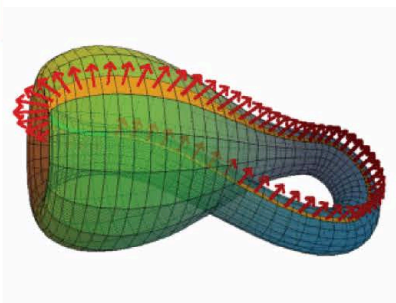


Unha banda con moita cara



✓ A botella de Klein:

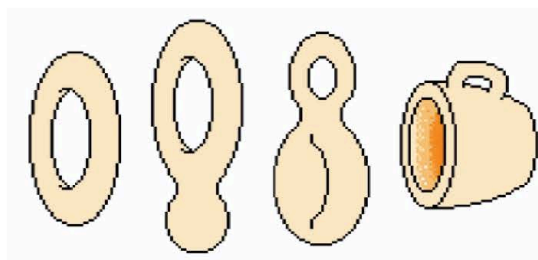
A botella, que non ten interior, atravesase a si mesma sen que teña ningún burato.



Unha banda con moita cara

Pasos

✓ Unha taza equivale a un Donuts



Unha banda con
moita cara

Contidos

- ✓ Cilindro, toro, esfera
- ✓ Cara, borde
- ✓ Superficies dunha soa cara
- ✓ Interior, exterior
- ✓ Superficies con buratos



**Unha banda con
moita cara**

Materials

- ✓ Rolo de cinta de tickets
- ✓ Bolígrafos
- ✓ Tesoiras

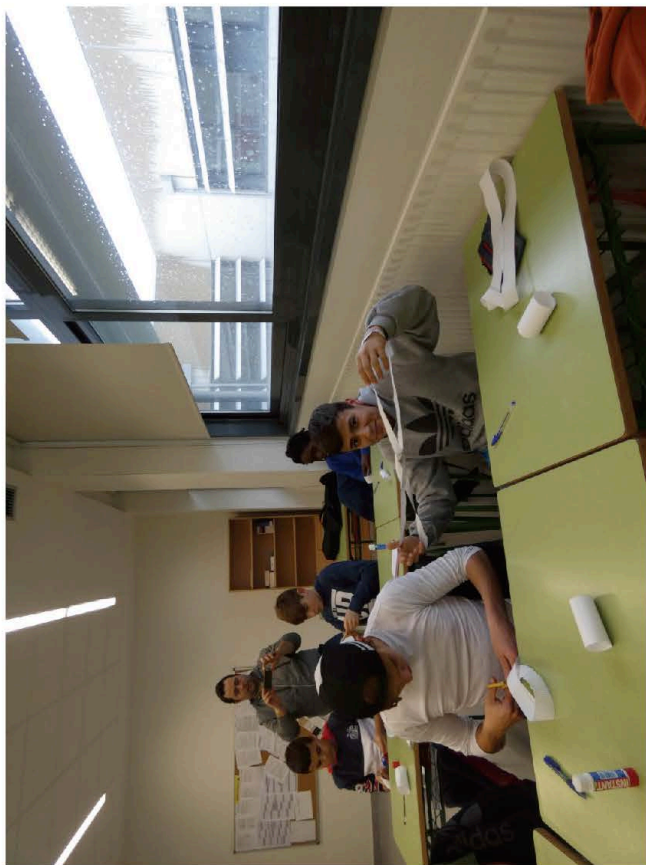
Unha banda con
moita cara

Dificultades

- ✓ Dificultade para construír a banda
- ✓ Dificultade para atopar as caras dun cilindro
- ✓ Dificultade para buscar o canto
- ✓ Dificultade para cortar un terzo do canto

Unha banda con moita cara

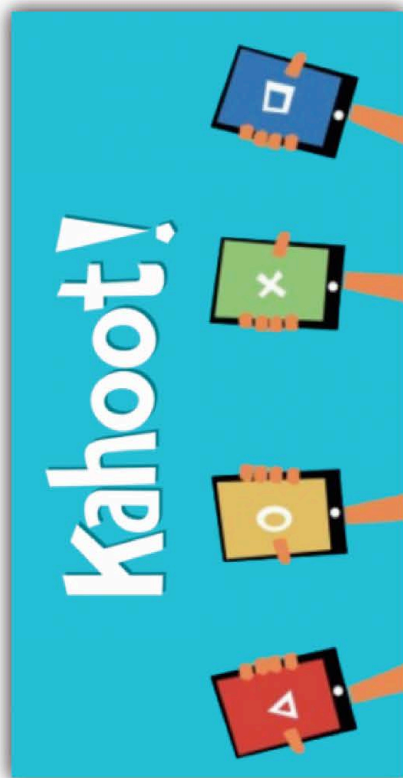
Foto



Unha banda con
moita cara

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 11

✓ Cuestionario sesión



Una banda con
muchacha cara

Pasatempos con matemáticas



LEA PARA DE
INNOVACION
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

Emprego da aplicación lúdica *Brain Training* para traballar contidos e habilidades matemáticas a través das TIC. En concreto, traballarase cos xogos: *Block Puzzle*, *Math Stick* e *Node Line*

Pasatempos con
matemáticas

Pasos

- ✓ A sesión divídese en tres partes.
En cada unha delas xógase a un xogo diferente
- ✓ Antes de iniciar preséntase o xogo ao alumnado explicándolle en que consiste

Pasatempos con matemáticas

Contidos

- ✓ Figuras xeométricas
- ✓ Operacións aritméticas
- ✓ Ecuacións de primeiro grado

**Pasatempos con
matemáticas**

Materials

- ✓ Tablets
- ✓ App Brain Training – Logic puzzles



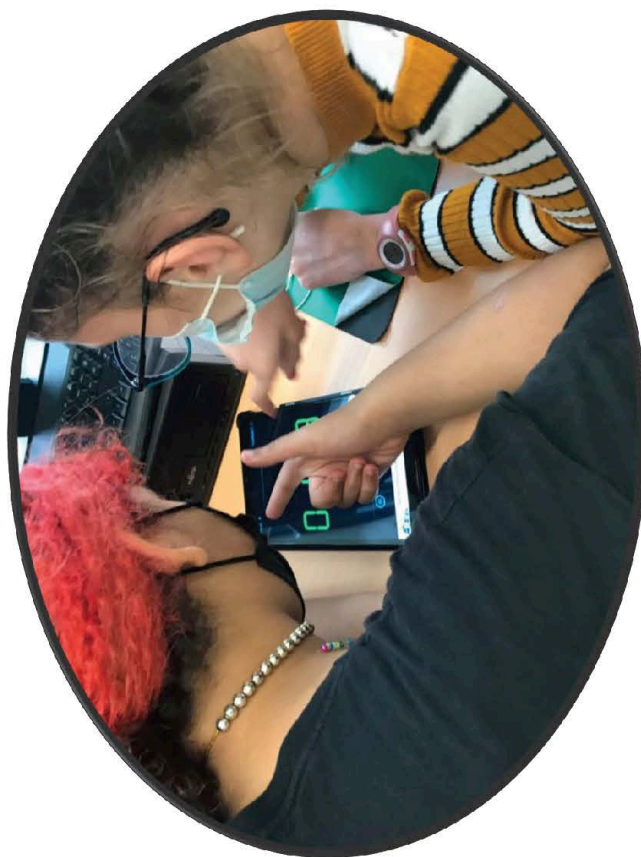
Pasatempos con matemáticas

Dificultades

- ✓ Dificultades en tareas de visualización

Pasatempos con matemáticas

Foto

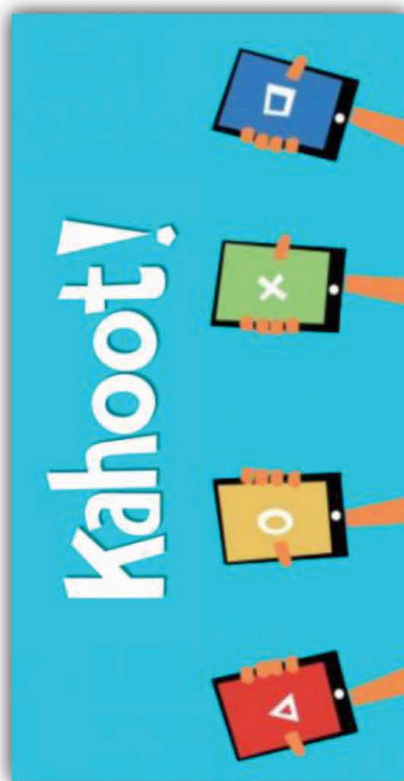


Pasatempos con matemáticas

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

Kahoot!

✓ Cuestionario sesión



Pasatempos con matemáticas

As matemáticas na terceira dimensão



LEI 10/2011 DE USC
INNOVACION
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

A actividade consiste na creación por discente dun deseño 3D por medio da ferramenta *Tinkercad*

As matemáticas na terceira dimensión

Pasos

- ✓ En primeiro lugar, faise unha aproximación ao uso e características do programa (de non máis de 10 minutos)
- ✓ Pídese aos estudantes que realicen un bosquexo nun folio da figura que queren construír, ofrecendo unha serie de modelos nos que basearse
- ✓ Posteriormente, ten lugar a creación das figuras no programa co apoio do persoal docente
- ✓ Finalmente o profesorado imprime as figuras por medio dunha impresora 3D

As matemáticas na terceira dimensión

Contidos

- ✓ Visión espacial
- ✓ Ángulos
- ✓ Medidas
- ✓ Corpos xeométricos
- ✓ Vistas dunha figura
- ✓ Proporcionalidade
- ✓ Uso de Tinkercad como ferramenta didáctica

As matemáticas na terceira dimensión

Materials

- ✓ Ordenadores
- ✓ Folios, rotuladores e bolígrafos

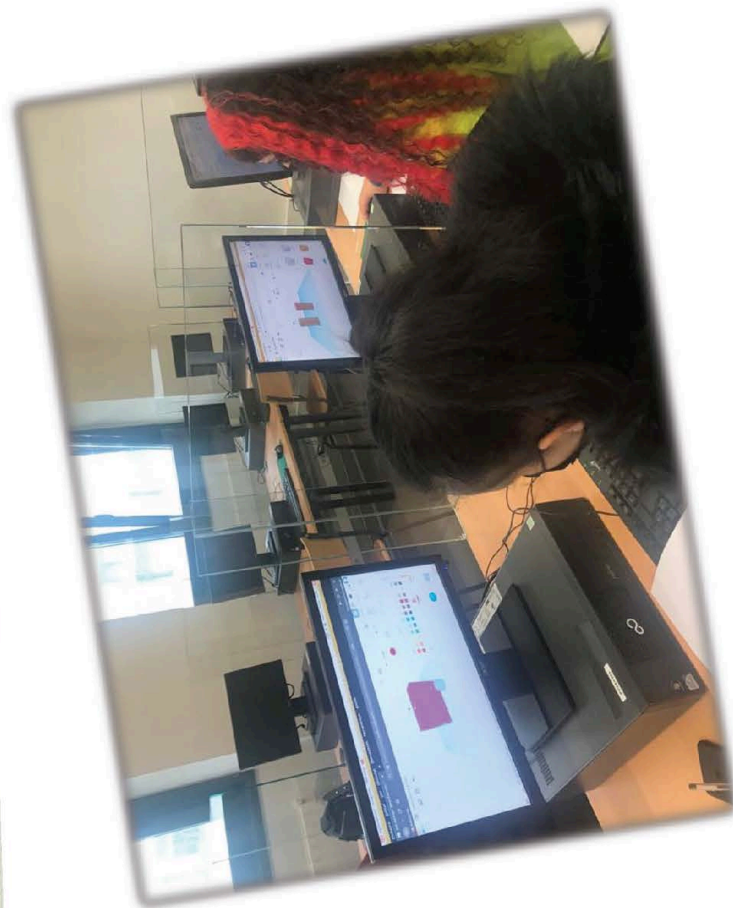
**As matemáticas na
terceira dimensión**

Dificultades

- ✓ Perspectiva dos obxectos
- ✓ Dificultades no manexo do Tinkercad á hora de xogar coa representación ortogonal dos obxectos
- ✓ Problemas coa aliñamento dos obxectos que interveñen no deseño
- ✓ Dificultade na construción dunhas figuras a partir doutras (figuras que son o resultado de interseccións de outras figuras máis simples)

As matemáticas na terceira dimensión

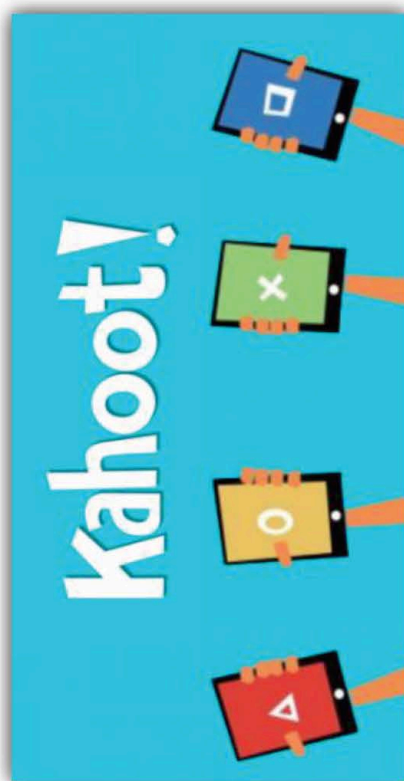
Foto



**As matemáticas na
terceira dimensão**

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

✓ Cuestionario sesión



As matemáticas na
terceira dimensión

A NBA no instituto



GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

Competición entre dous equipos de baloncesto no ximnasio do instituto. Analizaranse as estatísticas de cada xogador dentro do seu equipo e as estatísticas de cada equipo.

A NBA no instituto

Pasos

- ✓ Cada compoñente do grupo fai 3 tiros (pode elixir entre tiros libres, dobres ou triples). Mentres, os demais compoñentes recollen os resultados do que está tirando na táboa (cada un na súa).
- ✓ Cada xogador incorpora os seus resultados á súa táboa 1.
- ✓ Cada xogador fai os cálculos que figuran na táboa 2 entregada.
- ✓ Posta en común e comparación dos resultados obtidos por ambos equipos.

A NBA no instituto

Táboa 2

Recopilación de datos do equipo			
	Tiros lanzados polo equipo	Tiros encostados polo equipo	Porcentaxe de encestar
Tiro libre			
Dobre			
Triple			
Totais			
Puntos conseguidos polo equipo:			
Porcentaxe de puntos conseguidos respecto ao total:			

A NBA no instituto

Contidos

- ✓ Porcentaxes.
- ✓ Uso da calculadora como ferramenta didáctica.

A NBA no instituto

Materials

- ✓ Calculadoras
- ✓ Táboas de recollida de datos
- ✓ Folios, rotuladores e bolígrafos.

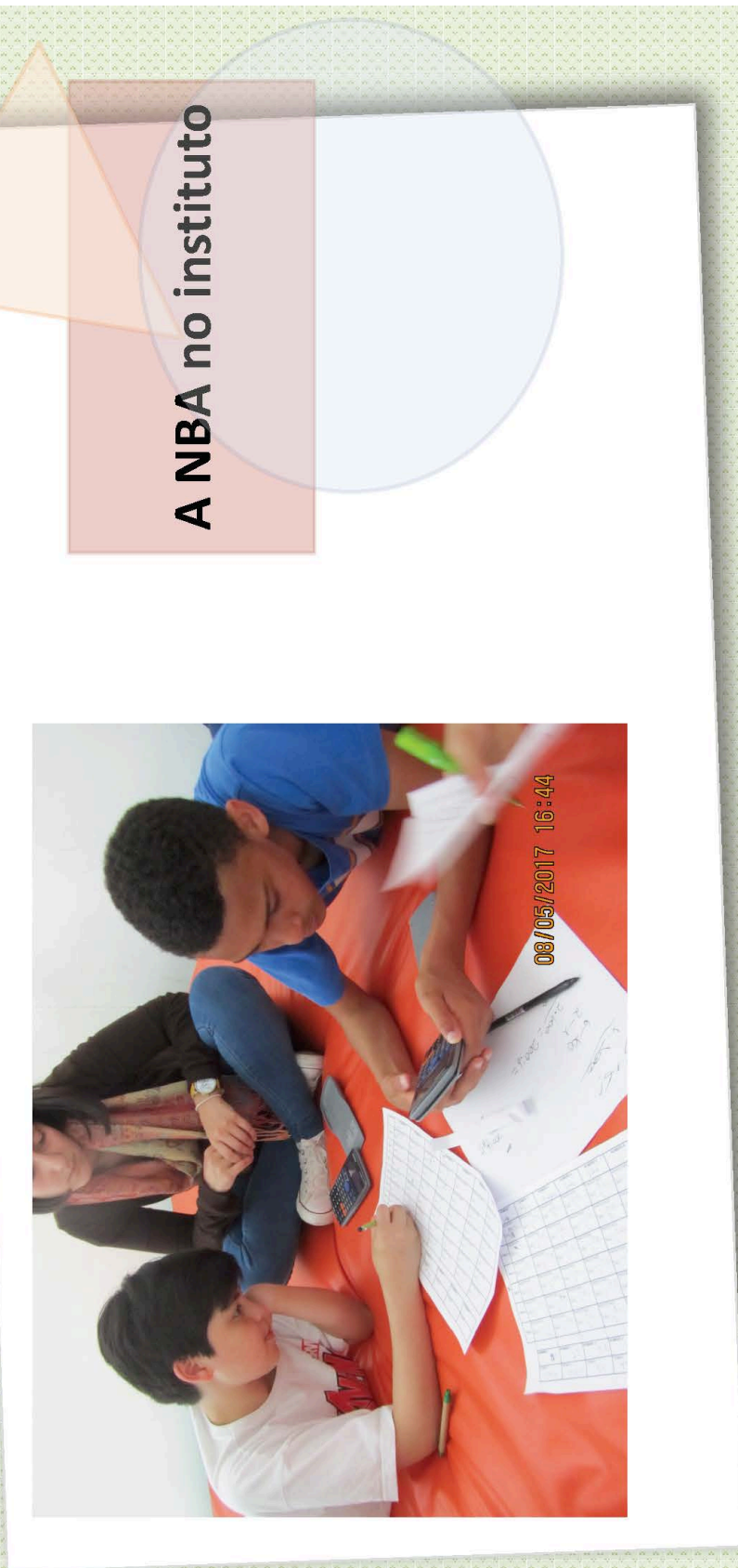
A NBA no instituto

Dificultades

- ✓ Dificultades na estimación de distancia da base do lanzamento a canastra.
- ✓ Dificultades para establecer a relación entre os puntos obtidos e os demais datos (nº de tiros, nº de erros,...)
- ✓ Dificultade no cálculo das fraccións e porcentaxes dos datos.

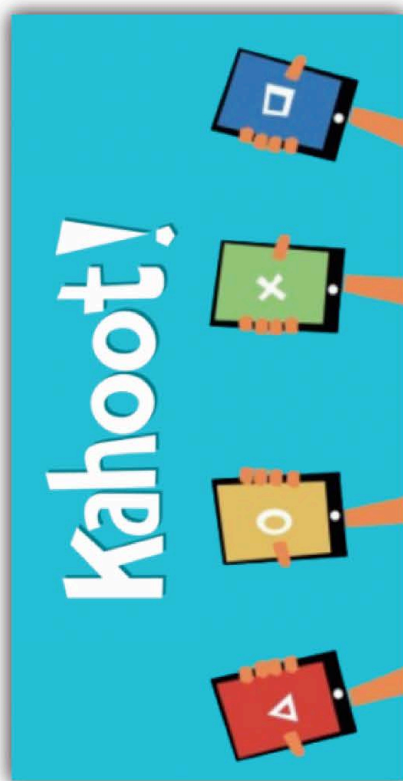
A NBA no instituto

Foto



Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 9

✓ Cuestionario sesión



A NBA no instituto

Construímos o noso propio Rally mKar



LEA PARA DE
INNOVACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descrición

A actividade consiste na realización dunha carreira de robots programados polos estudantes nun circuito creado por eles mesmos en base á unión de distintos ángulos.

**Construímos o
nosso propio Rally
mKar**

Pasos

- ✓ En primeiro lugar, realízase a programación dos robots gracias ao programa mBlock, para elo expóñase unha aproximación ao seu uso e características (debido a que é un recurso novo para o alumnado)
- ✓ Propónse o reto de programar os mBots para ser controlados por medio das teclas do ordenador
- ✓ Tírase un dado de 10 caras do que se van anotando tantos resultados como curvas se queira que teña o circuito
- ✓ Os alumnos debuxan os ángulos, nun mantel de papel situado no chan da aula, buscando que exista unha continuidade entre eles
- ✓ Finalmente, únense todos os ángulos por medio dunha dobre liña paralela que creará o circuito no que terá lugar a carreira de mBots

Construímos o noso propio Rally mKar

Contidos

- ✓ Ángulos
- ✓ Movemento
- ✓ Nocións espaciais
- ✓ Velocidade
- ✓ Uso do transportador
- ✓ Programación robótica baseada no editor Scratch 2.0
- ✓ Linguaxe de programación
- ✓ Uso de mBlock como ferramenta didáctica

**Construímos o
nosso propio Rally
mKar**

Materials

- ✓ Ordenadores
- ✓ mBots
- ✓ Mantel de papel
- ✓ Rotuladores
- ✓ Cinta adhesiva e tesoiras
- ✓ Transportadores
- ✓ Dado de 10 caras

**Construímos o
nosso propio Rally**

mKar

Dificultades

- ✓ Dificultades na comprensión do concepto de ángulo
- ✓ Representación dos ángulos

Construímos o
nosso propio Rally
mKar

Foto

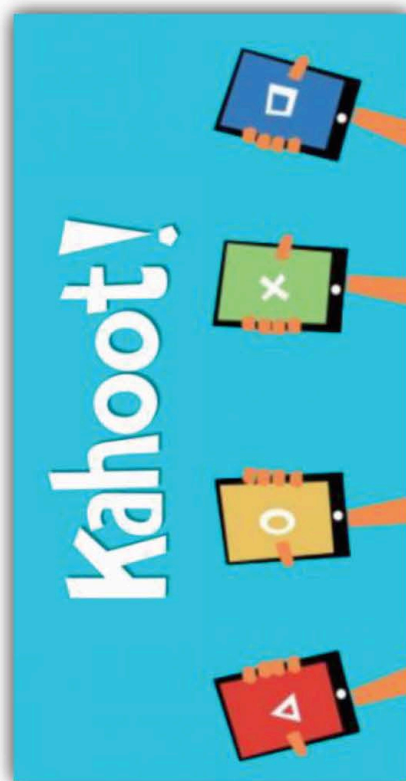


**Construímos o
nosso propio Rally
mKar**

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

Kahoot

✓ Cuestionario sesión



Construimos o
noso propio Rally
mKar

OS MANDALAS CON GOMA EVA

GRUPO DE
INVESTIGACIÓN
DOCENTE
EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA



TESELA



Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

Creación de mandalas mediante a
superposición de figuras planas
inscritas nunha circunferencia



Os mandalas

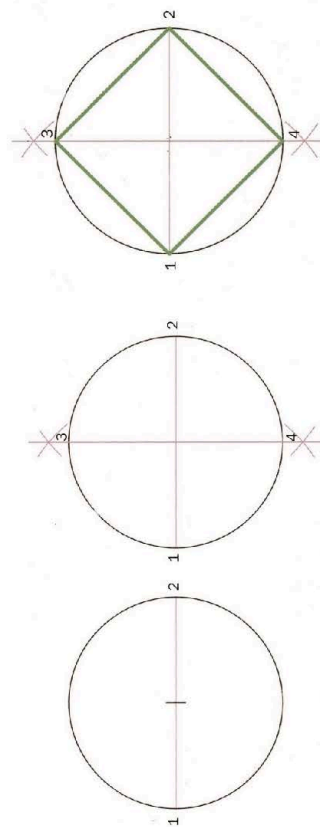
Pasos

- ✓ Construcións de polígonos regulares
- ✓ Realización individual dos modelos debuxando as figuras nunha cartolina
- ✓ Trasládanse as figuras realizadas na cartolina a goma eva
- ✓ Constrúense os mandalas combinando as figuras de goma eva por superposición

Os mandalas

Construcción dun cadrado

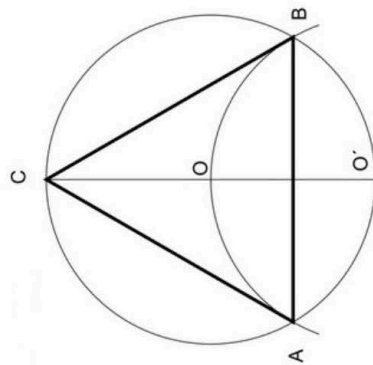
- ✓ Trazamos unha circunferencia cun diámetro X
- ✓ Sobre este, trazamos a súa mediatriz (ou a recta perpendicular ó seu centro)
- ✓ Por último, únense os vértices de ambos diámetros



Os mandalas

Construción dun triángulo equilátero

- ✓ Trazamos unha circunferencia con diámetro X
- ✓ Dende o extremo inferior do diámetro (O') debúxase un arco do mesmo radio có da circunferencia (AB)
- ✓ Determinamos os vértices do noso triángulo, sendo C o extremo superior do diámetro



Os mandalas

Construcción dun hexágono

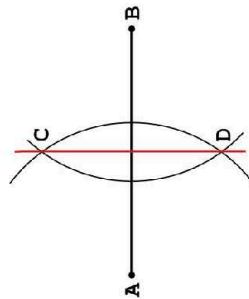
- ✓ Debuxamos un triángulo equilátero inscrito nunha circunferencia
- ✓ Trazamos as mediatrices dos seus lados
- ✓ Unimos os 6 vértices

Os mandalas



Mediatriz dun segmento

- ✓ Abrimos o compás algo máis da metade do segmento (AB)
- ✓ Trazamos un arco tomando como centro o punto A e repetimos o procedemento no punto B
- ✓ Unimos os puntos C e D (onde se cortan os arcos) e trazamos unha recta vertical



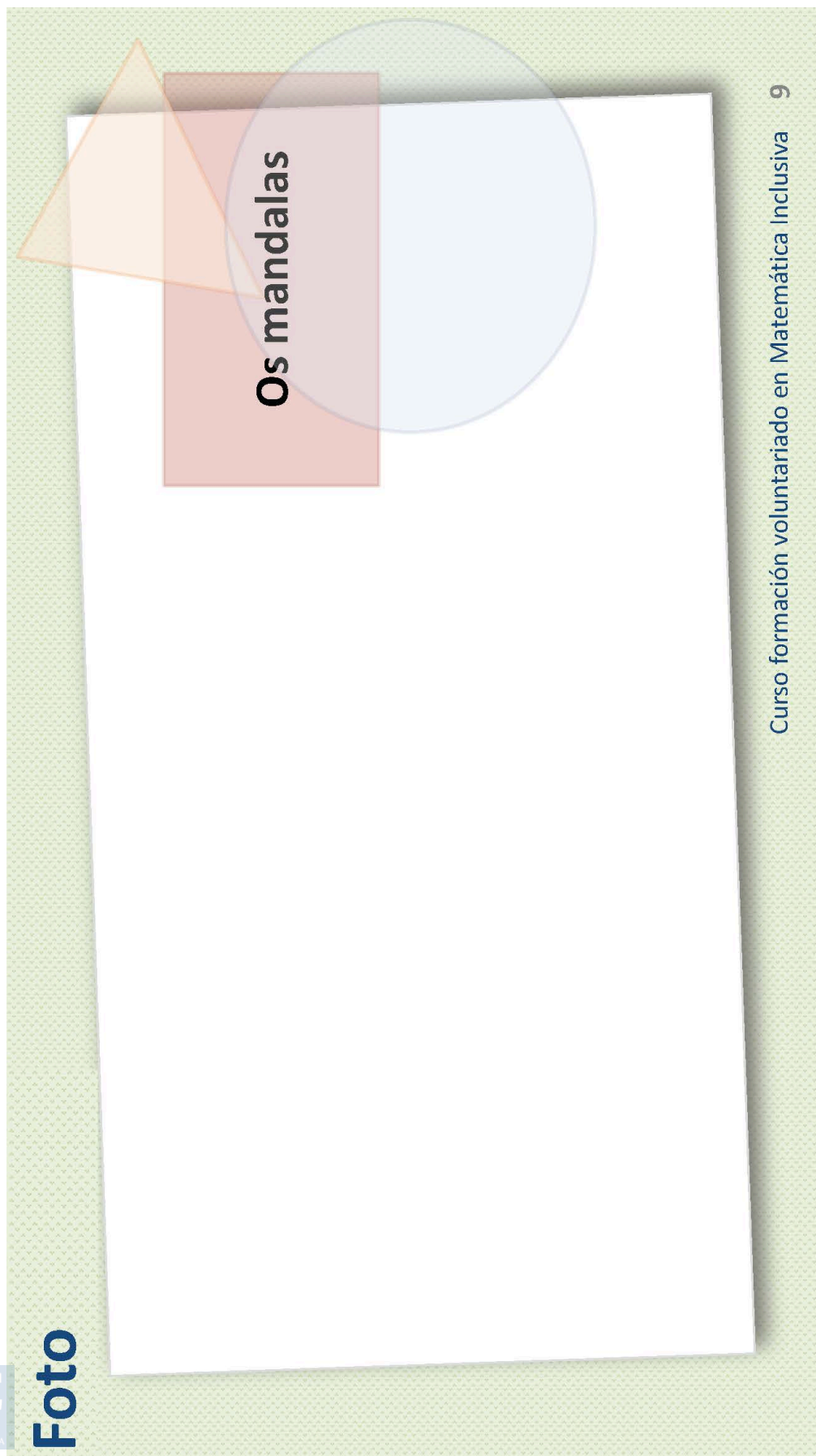
Alamy.com

Os mandalas

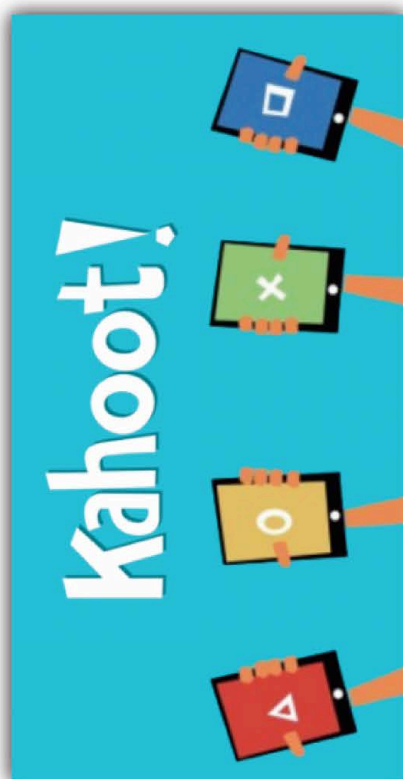
Dificultades

- ✓ Dificultades no manexo dos instrumentos de debuxo e na construción dos polígonos
- ✓ Dificultades á hora de facer as figuras exactamente iguais coas plantillas

Os mandalas



✓ Cuestionario sesión



Os mandalas

O cálculo mental a través do Kahoot



Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 1

Descripción

A través da aplicación Kahoot preséntanse distintas operacións aritméticas de resposta múltiple.

Os alumnos deberán resolvelas mentalmente e enviar a súa resposta utilizando o seu móbil.

*O cálculo
mental a través
de Kahoot*

Pasos

- ✓ Acceso a web de Kahoot dende o móbil.
- ✓ Introducción do pin e dun alcume.
- ✓ Lectura da pregunta.
- ✓ Identificar a resposta na pantalla
- ✓ Marcar a opción de resposta marcando no móbil a cor correcta.

O cálculo mental a través de Kahoot

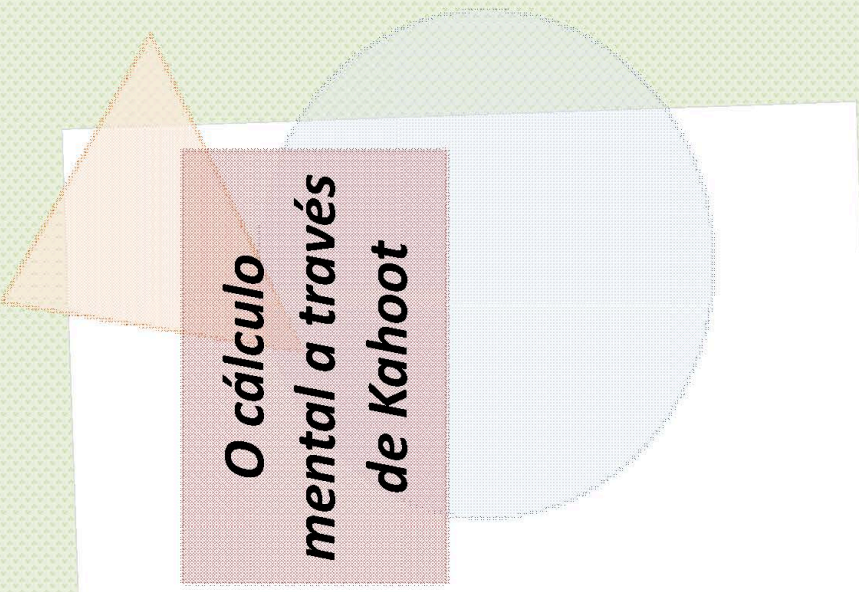
Contenidos

- ✓ Operaciones aritméticas simples.
- ✓ Cálculo mental

***O cálculo
mental a través
de Kahoot***

Materiales

- ✓ Teléfono móvil.
- ✓ Aplicación Kahoot.



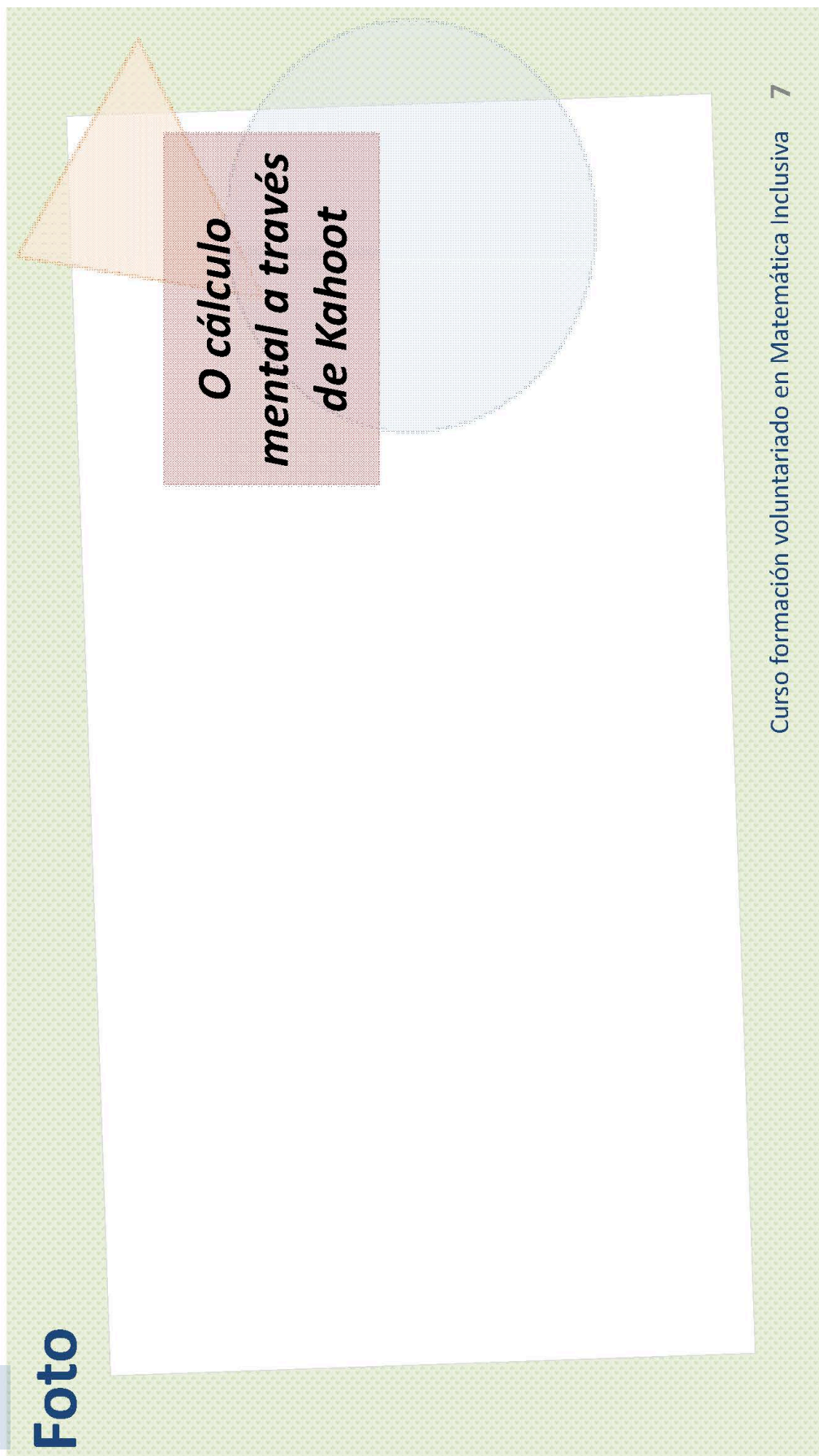
***O cálculo
mental a través
de Kahoot***

Dificultades

- ✓ Dificultades de cálculo.
- ✓ Precisión de resultados.
- ✓ Asociación de cantidades.

***O cálculo
mental a través
de Kahoot***

Foto



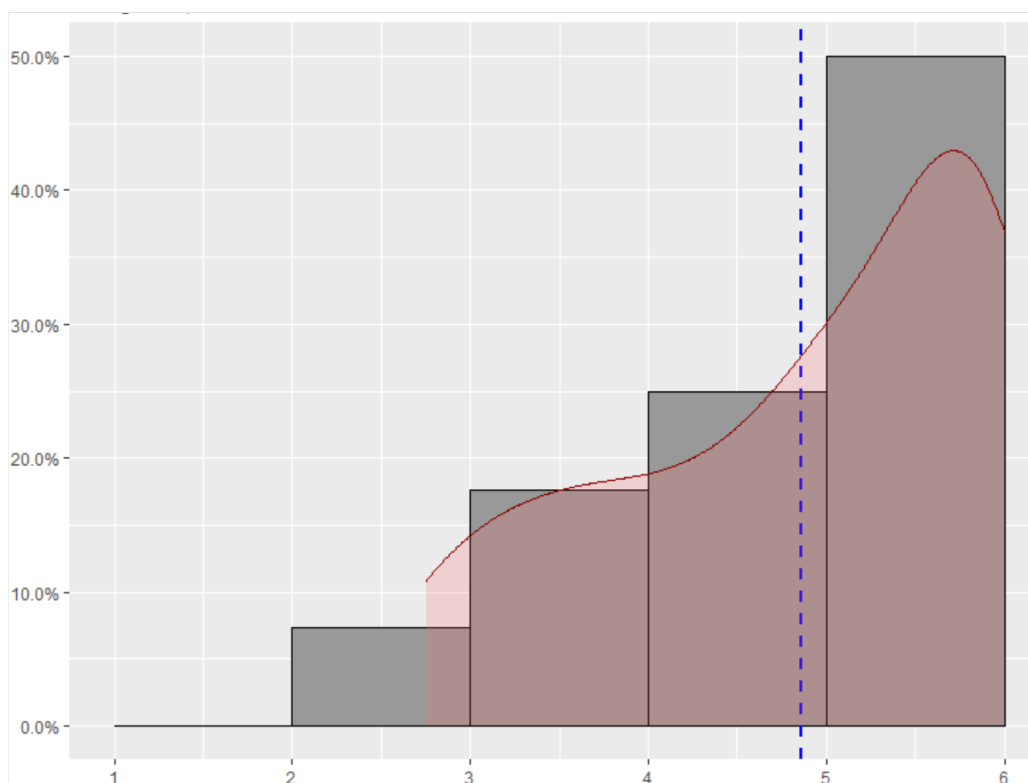
**O cálculo
mental a través
de Kahoot**

Curso formación voluntariado en Matemática Inclusiva 7

ANEXO V. GRÁFICAS DE LAS RESPUESTAS DE LOS CUESTIONARIOS POR FACTORES

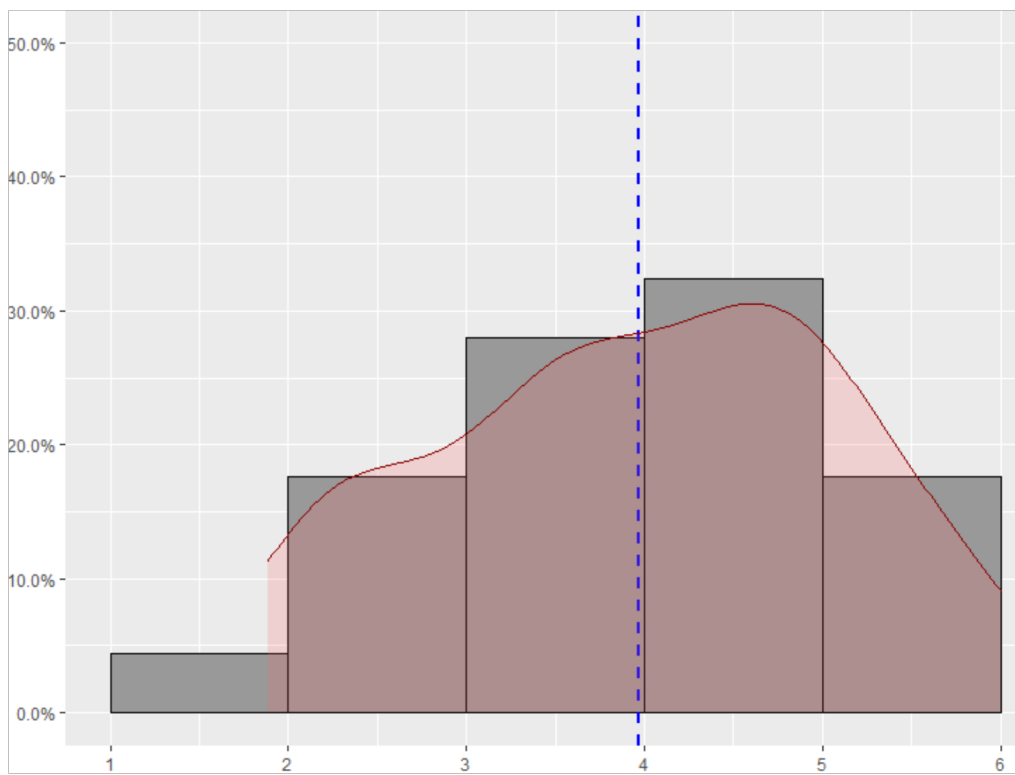
Factor 1: Utilidad en la vida diaria y en el futuro.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	0	0	0	0
[2,3)	5	5	7.35	7.35
[3,4)	12	17	17.65	25
[4,5)	17	34	25	50
[5,6]	34	68	50	100



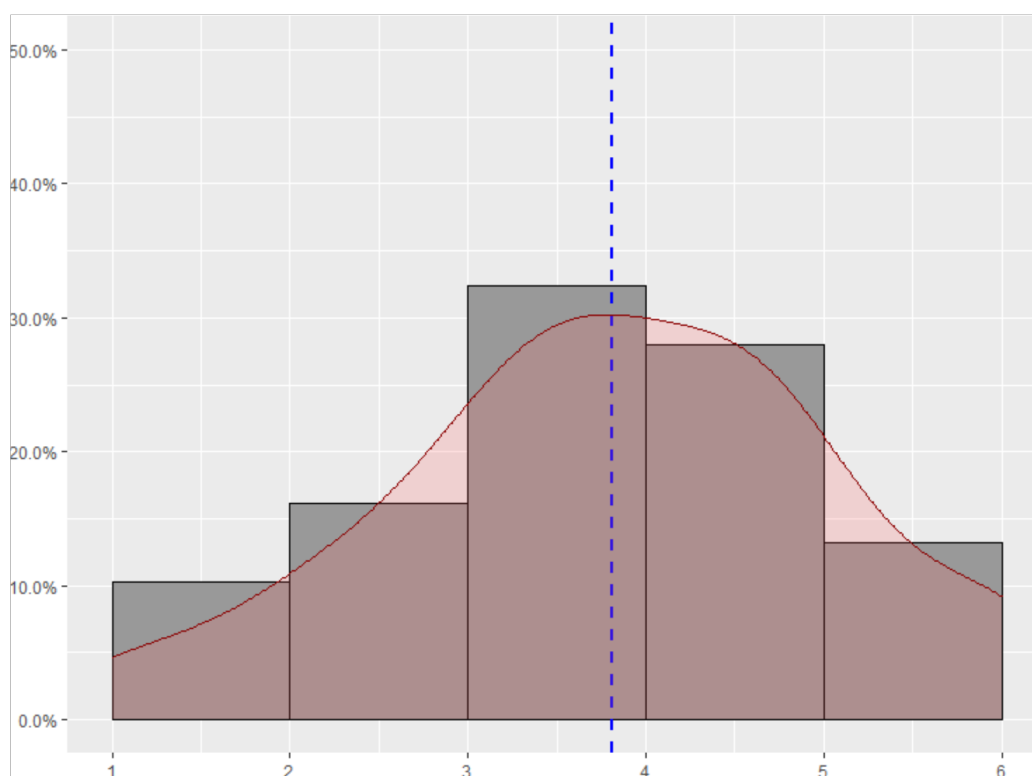
Factor 2: Gusto y esfuerzo.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	3	3	4.41	4.41
[2,3)	12	15	17.65	22.06
[3,4)	19	34	27.94	50
[4,5)	22	56	32.35	82.35
[5,6]	12	68	17.65	100



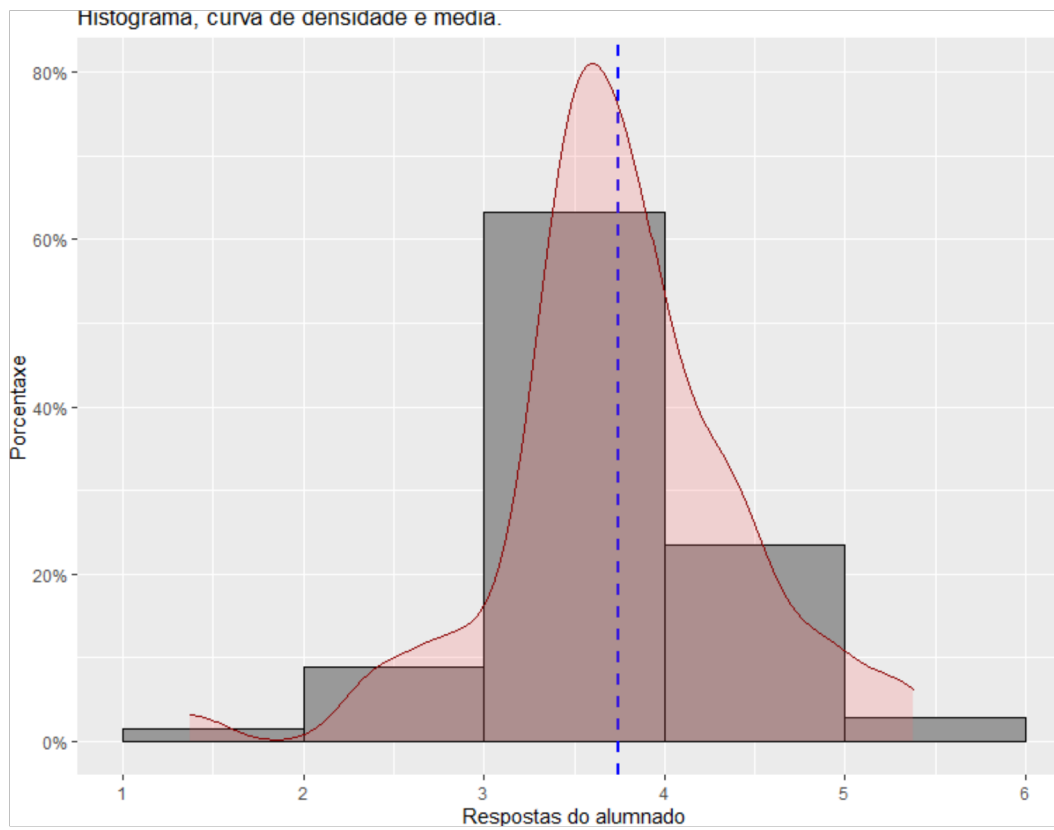
Factor 3: Estrategias de procedimiento.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	7	7	10.29	10.29
[2,3)	11	18	16.18	26.47
[3,4)	22	40	32.35	58.82
[4,5)	19	59	27.94	86.76
[5,6]	9	68	13.24	100



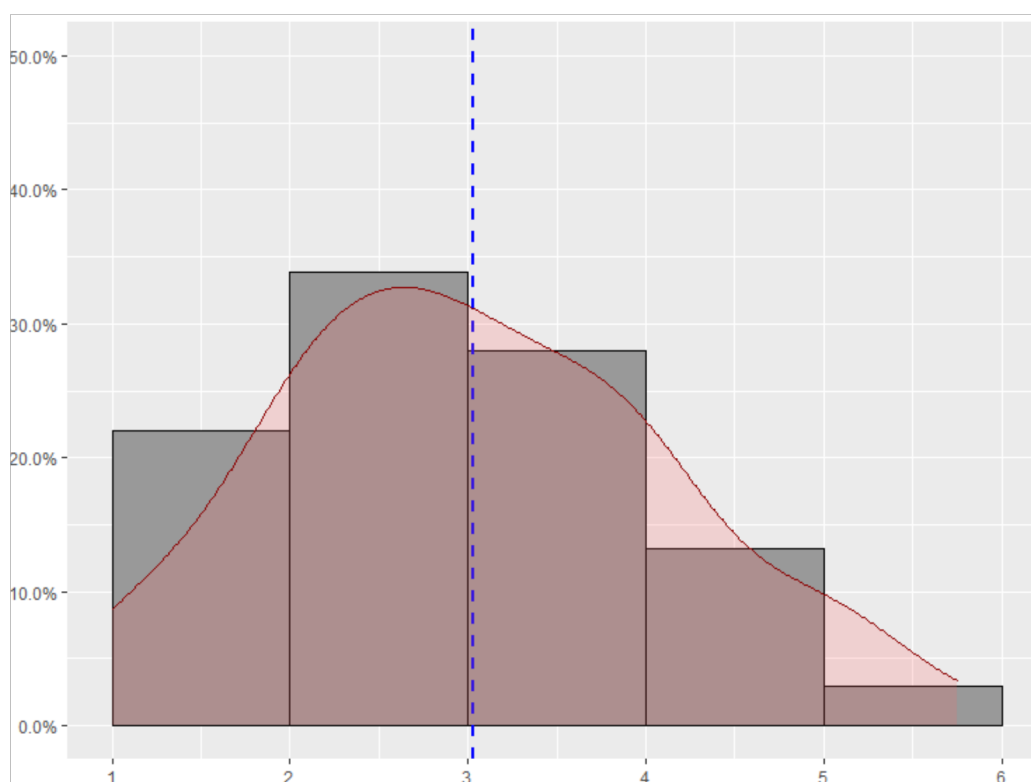
Factor 4: Autoeficacia y ansiedad.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	1	1	1.47	1.47
[2,3)	6	7	8.82	10.29
[3,4)	43	50	63.24	73.53
[4,5)	16	66	23.53	97.06
[5,6]	2	68	2.94	100



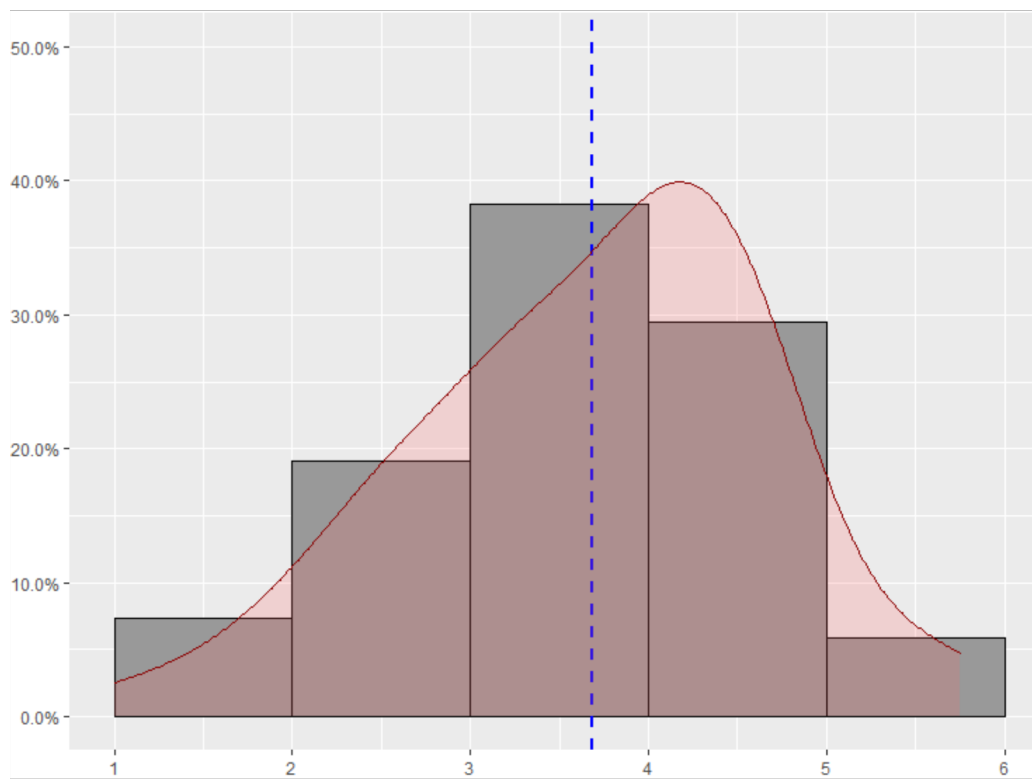
Factor 5: Importancia de las notas.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	15	15	22.06	22.06
[2,3)	23	38	33.82	55.88
[3,4)	19	57	27.94	83.82
[4,5)	9	66	13.24	97.06
[5,6]	2	68	2.94	100



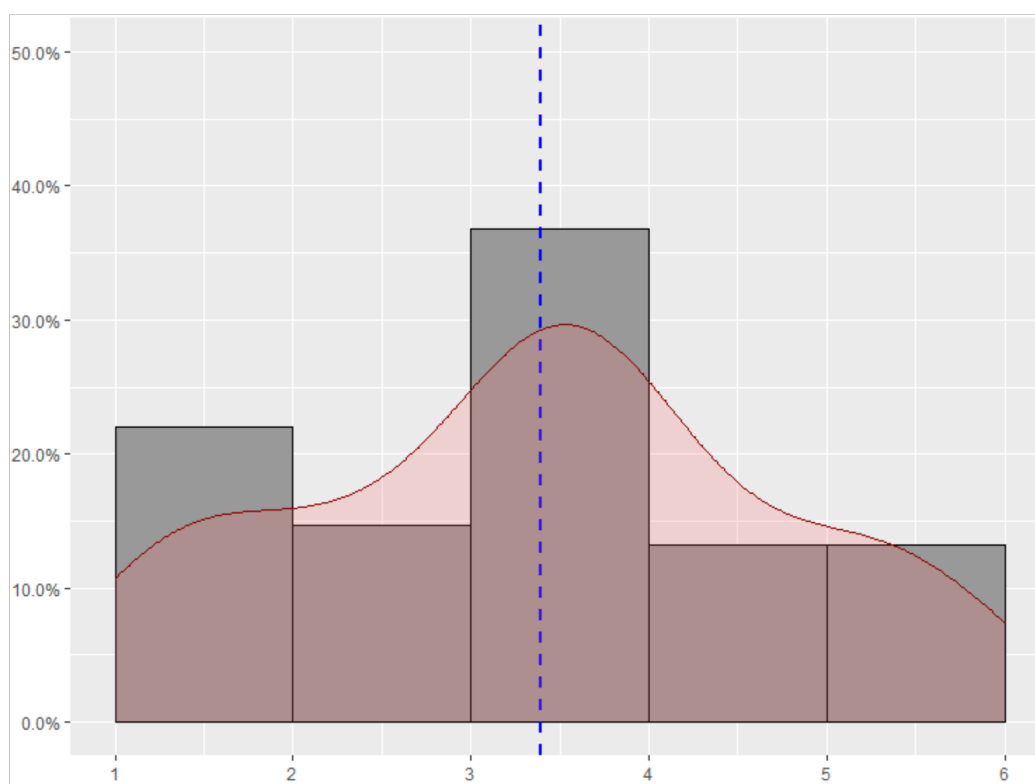
Factor 6: Aprendizaxe tradicional.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	5	5	7.35	7.35
[2,3)	13	18	19.11	26.47
[3,4)	26	44	38.24	64.71
[4,5)	20	64	29.41	94.12
[5,6]	4	68	5.88	100



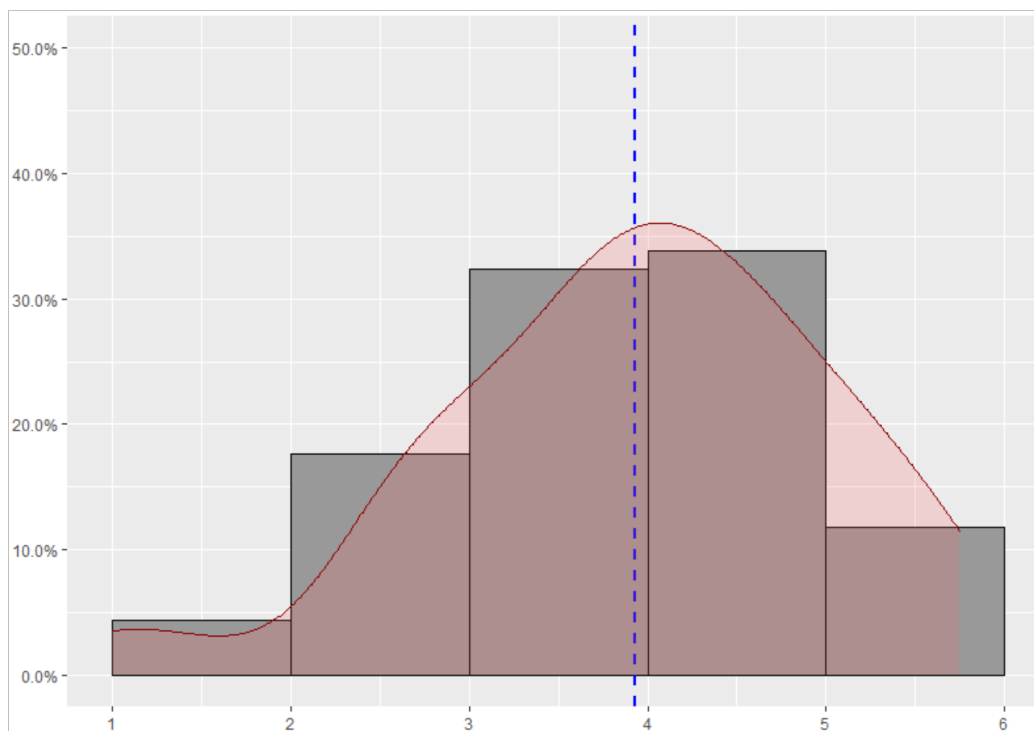
Factor 7: Autoconcepto.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	15	15	22.05	22.05
[2,3)	10	25	14.71	36.76
[3,4)	25	50	36.76	73.53
[4,5)	9	59	13.24	86.76
[5,6]	9	68	13.24	100



Factor 8: Estrategias de elaboración.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulado (%)
[1,2)	3	3	4.41	4.41
[2,3)	12	15	17.65	22.06
[3,4)	22	37	32.35	54.41
[4,5)	23	60	33.82	88.24
[5,6]	8	68	11.76	100

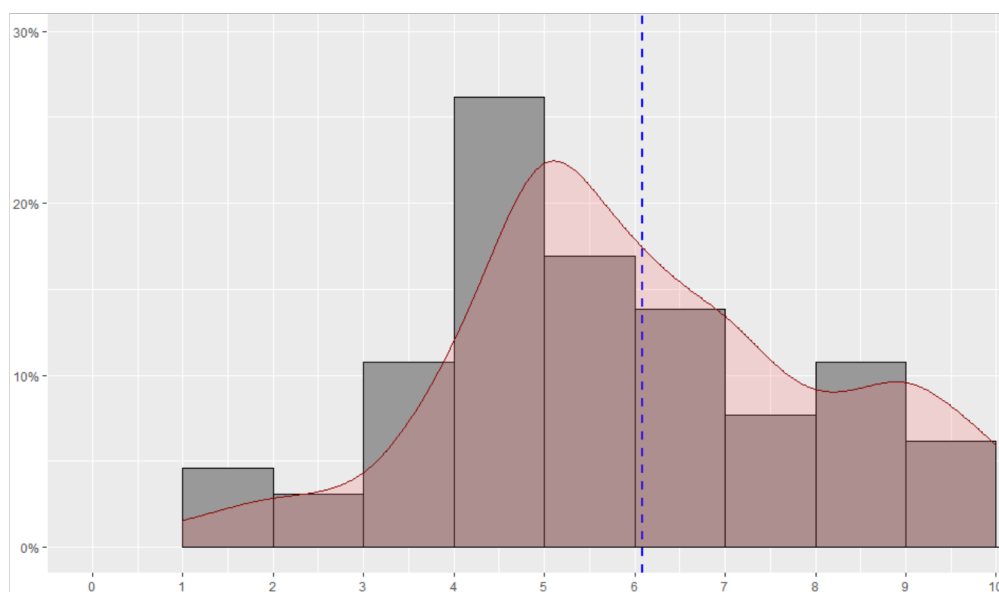


ANEXO VI: RENDIMIENTO ACADÉMICO: NOTAS EN MATEMÁTICAS.

Análisis descriptivo de las notas del alumnado.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Porcentaje (%)	Porcentaje acumulada (%)
[0,1)	0	0	0	0
[1,2)	1	1	1.54	1.54
[2,3)	2	3	3.08	4.61
[3,4)	2	5	3.08	7.69
[4,5)	7	12	10.77	18.46
[5,6)	17	29	26.15	44.61
[6,7)	11	40	16.92	61.53
[7,8)	9	49	13.85	75.38
[8,9)	5	54	7.69	83.08
[9,10)	7	61	10.77	93.85
10	4	65	6.15	100

Gráfica: histograma, curva de densidad y media de las notas del alumnado.



ANEXO VII. PUBLICACIONES DERIVADAS DE LA INVESTIGACIÓN.

- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C., Conde-Lago, J. (2024). A mathematical stimulus program for an educational intervention with students at risk of social exclusion. *International Journal of Innovative Research and Scientific Studies*. En prensa
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., & Ares Méndez, I. (2023). Apps para trabajar el estímulo matemático en un contexto de inclusión. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19(68), 1-16.
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C., & Sequeiros, P. G. (2022). Digital Education to Approach the Affective Domain in Mathematics Learning. En L. Daniela (Ed.). *Inclusive Digital Education* (pp. 47-69). Springer International Publishing.
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C., & Sequeiros, P. G. (2022). Prospective Primary Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge in a Service-Learning Project for Inclusion. *Mathematics*, 10(4), 652. DOI:[10.3390/math10040652](https://doi.org/10.3390/math10040652)
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C., & Sequeiros, P. G. (2022) Affective and mediational suitability of an inclusive mathematics program. *CERME 12*, 2-5 February 2022, online. Poster.
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C. & González-Sequeiros, P. (2021). Análisis del conocimiento didáctico-matemático de futuros maestros en un programa de estímulo matemático. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), [Investigación en Educación Matemática XXIV](#) (p. 640). Valencia: SEIEM.
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., y Núñez García, C. N. (2021). Actividades STEAM como garantía do estímulo matemático. *Revista galega de educación*, 80, 24-26.
- Blanco, M. T.; Gorgal Romarís, A.; Salgado Somoza, M.; Badía Albanés, V. & Diego-Mantecón, J. M. (2017). ACTIVIDADES “OUTSIDE CLASSROOM PARA ADOLESCENTES” EN RIESGO DE EXCLUSIÓN SOCIAL. En *XV Congreso Internacional de Matemática y Computación (COMPUMAT2017)*. Sociedad Cubana de Matemática y Computación (SCMC) y la Universidad Tecnológica de La Habana (CUJAE), Cuba, 22-24 noviembre 2017.
- Blanco, T. F., Gorgal, A., Salgado, M. & Núñez, C. (2017). Proyecto piloto de educación matemática inclusiva. En *VIII Congreso Iberoamericano de*

Educación Matemática (pp. 327-334). Madrid, España: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Blanco, T. F., Salgado, M. & Gorgal Romarís, A. (2017). Análisis de prácticas con robots para la enseñanza de ángulos en Educación Primaria. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo & J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (p. 503). Zaragoza, España: SEIEM.

Blanco, T. F., Gorgal Romarís, A., y Somoza, M. (2017). La probabilidad y la estadística por el aire Una práctica con adolescentes en riesgo de exclusión social. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (78), 35-41.

Blanco, T.F., Gorgal, A., Salgado, M y Badía, V. (2018). El tratamiento de conceptos geométricos a través de la robótica: experiencias de aula. En R. Forneiro (Presidencia). *X Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias*, pp.343-345. ISBN 978-959-18-1234-

Blanco, T.F., Salgado, M., Gorgal Romarís, A. (2019). Las matemáticas como herramienta inclusiva en la formación de los futuros docentes. *En Actas del Relme 33* (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa). La Habana, Cuba, del 8 al 12 de Julio del 2019.

Blanco, T.F., Gorgal, A., Salgado, M y Badía, V. Programa de Educación Matemática con jóvenes en riesgo de exclusión social. En T. Vieira Hernández (Presidencia). *Congreso Internacional de Investigadores sobre Juventud. Memorias del III Congreso Internacional de Investigadores sobre Juventud. Centro de Estudios de la Juventud.* (pp.779-788).

Blanco, T. F., Salgado- Somoza, M., Gorgal-Romarís, A., Núñez García, C., Salinas Portugal, M.J. La enseñanza de las matemáticas en contextos musicales: un estudio de caso. *Actas COMPUMAT 2019, Congreso Matemáticas y Computación, en La Habana* (Cuba) del 15 al 19 de Julio del 2019.

Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Salgado, M., Salinas-Portugal, M. J., Núñez-García, C., Sequeiros, P. G., Diego-Mantecón, J. M. y Ortiz-Laso, Z. (2018). Interdisciplinary activities for an inclusive mathematics education. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 5, 208-210. Umeå, Sweden.

Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Salgado, M., Salinas-Portugal, M. J., Núñez-García, C., Sequeiros, P. G., Diego-Mantecón, J. M. y Ortiz-Laso, Z. (2018). Análisis de actividades STEAM en una educación matemática inclusiva. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P.

- Alonso, F. J. García García & A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (p. 612). Gijón, España: SEIEM.
- Gorgal-Romarís, A. G., Blanco, M. T. F., García, C. N., & Lago, J. C. (2020). Pode actuar o estímulo matemático como unha ferramenta de inclusión educativa? *Boletín das ciencias*, 33(91), 99-100.
- Blanco, T. F., Gorgal-Romarís, A., Núñez-García, C., Salgado, M., Salinas-Portugal, M. J., González-Sequeiros, P. y González-Roel, V. (2019). Análisis del efecto de un programa de estímulo matemático en adolescentes en riesgo de exclusión social. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 611). Valladolid: SEIEM.
- Gorgal, A., Blanco, T. F., Salgado, M. & Diego, J. (2017). Iniciación a actividades STEAM desde la Educación Primaria. En *Actas de la VIII Congreso Internacional Universidad integrada e innovadora* (pp.132-141). Varadero, Matanzas, Cuba.
- Gorgal, A., Blanco, T. F., Salgado, M. & Diego, J. (2017). Proyecto piloto basado en actividades STEAM para adolescentes en riesgo de exclusión social. En V. Martínez et al., *Derribando Muros: el compromiso de la Universidad con la justicia social y el desarrollo sostenible* (pp. 109-112). Sevilla, España: Editorial Comunicación social.

ANEXO VIII. ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tablas

Tabla 1: Indicadores empíricos de Idoneidad Epistémica.....	59
Tabla 2: Indicadores empíricos de Idoneidad Cognitiva.....	59
Tabla 3: Indicadores empíricos de Idoneidad Afectiva.....	60
Tabla 4: Indicadores empíricos de Idoneidad Interaccional.	61
Tabla 5: Indicadores empíricos de Idoneidad Mediacional.	61
Tabla 6: Indicadores empíricos de Idoneidad Ecológica.	62
Tabla 7 : Instrumentos de recogida y análisis de datos, temporalidad y muestra	80
Tabla 8: Actividades desarrolladas en el programa de intervención.....	81
Tabla 9: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Epistémica. Elaboración propia	90
Tabla 10: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Cognitiva. Elaboración propia.....	112
Tabla 11: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Interaccional. Elaboración propia.	122
Tabla 12: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Ecológica. Elaboración propia	139
Tabla 13: Indicadores de selección de app (F. Blanco et al., 2023). Elaboración propia.....	142
Tabla 14: Prácticas del programa con las materias implicadas.....	147
Tabla 15: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad Mediacional	147
Tabla 16: Matriz de presencia de indicadores de la Idoneidad afectiva	155
Tabla 17: Notas alumnado IES O Milladoiro curso 2017-2018. Elaboración propia.....	172
Tabla 18: Notas alumnado IES Xelmirez II curso 2017-2018. Elaboración propia.	172
Tabla 19: Notas alumnado IES Pontepedriña curso 2017-2018. Elaboración propia.....	173
Tabla 20: Notas alumnado IES O Milladoiro curso 2018-2019. Elaboración propia.....	174
Tabla 21: Notas alumnado IES Xelmirez I curso 2018-2019. Elaboración propia.....	175
Tabla 22: Notas alumnado Pontepedriña curso 2018-2019. Elaboración propia.....	175

Figuras

Figura 1. Descriptores básicos do dominio afectivo. Elaboración propia.	45
Figura 2. Categorías de las creencias en educación matemática segundo McLeod (1992). Elaboración propia	46
Figura 3. Categorías de las actitudes. Elaboración propia.	47
Figura 4: Relación de preguntas de investigación y objetivos	71
Figura 5: Fases de la investigación. Elaboración propia	74
Figura 6. Evolución del rendimiento académico del alumnado participante en el programa a lo largo del curso 2018/2019. Elaboración propia.....	176
Figura 7. Respuestas generales de los cuestionarios de satisfacción. Elaboración propia.	177
Figura 8. Respuestas alumnado curso 2017/2018. Elaboración propia.	178
Figura 9. Respuestas alumnado curso 2018/2019. Elaboración propia.	178
Figura 10. Respuestas alumnado curso 2017/2018. Elaboración propia.	179
Figura 11. Respuestas alumnado curso 2018/2019. Elaboración propia.	180
Figura 12. Respuestas alumnado curso 2017/2018.....	181

La realidad educativa actual reclama la creación de nuevos escenarios que se adecúen a la diversidad del alumnado bajo los principios de una educación inclusiva. En el caso particular de las matemáticas, su enseñanza ha ido evolucionado históricamente, aunque sigue siendo unas de las disciplinas con mayor fracaso escolar, específicamente entre los estudiantes en situación de riesgo de exclusión social. En esta tesis se presenta el análisis de la idoneidad didáctica de un programa de estímulo matemático basado en actividades STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) dirigido a alumnado en riesgo de exclusión social.