CRECEMENTO URBANO: TENDENCIAS VS. RUÍDO

GILLES DURANTON
Universidade de Toronto

Recibido: 25 de xuño de 2010
Aceptado: 26 de xullo de 2010

Resumo: *Neste artigo lévase a cabo unha análise comparativa dos modelos de crecemento urbano clásico e aleatorio para comentar a súa capacidade explicativa dos fenómenos de crecemento urbano e da distribución por tamaño das cidades. O proceso de innovación baseado na experimentación incorporado aos modelos de crecemento urbano clásico achega nova luz sobre a coexistencia de cidades diversificadas e especializadas e sobre o papel das cidades diversificadas como cidades viveiro para facilitar a experimentación (Duranton e Puga, 2001). Os modelos de crecemento urbano clásico non xeran de forma natural a lei de Zipf (a regra rango-tamaño para as cidades), mentres que os modelos de crecemento aleatorio nos achegan un conxunto de explicacións para este feito estilizado. Tamén se examinan os fundamentos teóricos e o grao de compatibilidade de ambos os dous tipos de modelos. Conclúese a necesidade dunha formulación exacta das condicións baixo as que ambos os dous tipos de modelos poden ser compatibles.*
Palabras clave: *Crecemento urbano clásico / Crecemento urbano aleatorio / Innovación / Cidades diversificadas / Cidades especializadas / Lei de Zipf.*

URBAN GROWTH: TRENDS VS. NOISE

Abstract: *This paper carries out a comparative analysis of the so-called classical urban growth models and ramdon urban growth models in order to explain their explanatory capabilities about urban growth and cities size distribution. The process of innovation through experimentation embedded in the classical urban growth models has shed new ligth to explain the coexistence of both diversified and specialized cities and role that diversified cities play as "nursery cities" by facilitating experimentation (Duranton and Puga, 2001). Classical urban growth models do not naturally generate the Zipf's law (the rank-size rule for cities), whereas ramdon urban models provide a number of explanations for this key stylized fact. The theoretical foundations of both kind of models and their degree of compatibility are also examined. An exact statement of the conditions under which both type of models may be compatible is also needed.*
Keywords: *Classical urban growth / Ramdon urban growth / Innovation / Diversified cities / Specialized cities / Zipf's law.*

1. INTRODUCIÓN

As cidades crecen en poboación e en tamaño ao longo do tempo. Mentres que tales feitos están ben documentados –por exemplo, Black e Henderson (2003) ou Henderson (2005)–, o que realmente impulsa este crecemento aínda non está claro. As cidades poden crecer ben porque teñen unha estrutura industrial máis favorable, mellores infraestruturas de lecer e espazos verdes, ou ben porque teñen unha poboación con maiores niveis educativos. Alternativamente pode dicirse que as cidades de maior crecemento son simplemente máis "afortunadas". O papel dos feitos históricos no crecemento urbano está ben documentado cando menos nalgúns lugares. Silicon Valley e o ascenso de Dalton en Xeorxia, como a capital da industria das alfombras en Estados Unidos (Saxenian, 1994; Krugman, 1991) son dous exemplos de entre os moitos que nos veñen á mente.

Ao investigar as causas do crecemento urbano, a investigación empírica non adoita ter en conta nin os feitos históricos nin o papel da sorte. Nunha regresión os "accidentes" entran habitualmente no termo de erro e son tratados como "ruído". Con todo, neste artigo argumentamos que a relación entre tendencias e accidentes (cuestións históricas) non é tan simple. Para isto proporcionamos unha análise comparativa entre a literatura do crecemento urbano "clásico" –que se centra nas tendencias– e os modelos de crecemento urbano "aleatorio" –que se centran nos accidentes históricos–.

Unha revisión completa dos modelos clásicos de crecemento urbano e dos traballos empíricos asociados está máis alá do alcance deste artigo. En lugar de navegar a través da ampla bibliografía sobre o tema, centrámonos nun modelo en particular que pode considerarse representativo dunha clase máis ampla deste tipo de modelos. A literatura de crecemento aleatorio é moito máis reducida e máis novidosa. Darémoslle un tratamento máis amplo.

Os modelos clásicos de crecemento urbano ofrecen explicacións coherentes para o crecemento urbano que se basean nun ou noutro conxunto de factores, dependendo do modelo. Tamén son compatibles con outros feitos estilizados das cidades tales como, por exemplo, a súa estrutura sectorial. Por último, moitos dos modelos teñen sólidos fundamentos microeconómicos e proporcionan unha xustificación para a existencia das cidades. Porén, o enfoque adoptado polo modelo clásico de crecemento urbano non encaixa ben coa pauta ben coñecida da distribución por tamaño das cidades. É dicir, o tamaño das cidades aproxímase ben mediante unha distribución de Pareto con expoñente -1.

Os modelos de crecemento urbano aleatorio a miúdo arrancan con supostos moi diferentes e proporcionan unha explicación distinta sobre a natureza do crecemento urbano. Poñen de relevo o carácter aleatorio e a textura granular dos procesos de crecemento urbano, mentres que a literatura clásica do crecemento urbano o contempla de maneira continua e determinista. Aínda máis, os modelos de crecemento urbano aleatorio tamén xeran de forma natural distribucións nesgadas do tamaño das cidades. Baixo circunstancias plausibles tamén poden xerar unha distribución de Pareto exacta con expoñente -1.

Tendo en conta as súas distintas capacidades para iluminar os diferentes aspectos do crecemento das cidades, os modelos de crecemento urbano "clásico" e aleatorio poden considerase como complementarios. Porén, como se mostrará na última parte do traballo, existe unha forte tensión entre eles. Basicamente, os modelos de crecemento aleatorio esixen que non exista ningunha tendencia cara á distribución de Pareto no estado estacionario. Esta incompatibilidade non é insuperable, pero é o suficientemente profunda para que estes dous tipos de modelos só sexan compatibles baixo condicións específicas.

2. MODELOS DE CRECEMENTO URBANO CLÁSICO: AS CIDADES VIVEIRO COMO EXEMPLO

Como exemplo de modelo clásico de crecemento urbano utilízase o modelo de "cidades viveiro" de Duranton e Puga (2001). Este modelo intenta establecer unha conexión entre a literatura sobre crecemento e innovación e a economía urbana. Máis concretamente, Duranton e Puga (2001) usan un modelo de innovación de proceso baseado na experimentación para obter un conxunto de implicacións sobre a paisaxe urbana. As conclusións do modelo achegan luz sobre un conxunto de feitos estilizados das cidades e sobre a súa vinculación co crecemento económico.

O modelo pódese resumir da seguinte maneira: os empresarios poden introducir novos produtos mediante un custo fixo de entrada. Ao principio, non dominan plenamente o proceso de produción dos seus produtos e só poden producir "prototipos" (na xerga do modelo). A produción en masa dun produto require innovación de proceso. É desexable, xa que permite producir con maiores niveis de produtividade.

A innovación de proceso, que no mundo real é enormemente complexa, modélase de forma simple e adaptada para tratar os problemas urbanos. Existe un conxunto finito de inputs na economía. Entre eles, un sería o conxunto "ideal" de inputs que os distintos empresarios necesitan para a produción en masa. É dicir, a innovación de proceso é sinónima do descubrimento do propio conxunto ideal de inputs de cada novo produto. Para iso, cada empresario necesita participar nunha mostraxe. En cada período, os empresarios só poden probar unha mostra dos posibles novos conxuntos de inputs e utilizala para a produción dun prototipo. En canto un empresario descubre o seu conxunto "ideal" de inputs, pode iniciar a produción en masa.

O uso dun determinado conxunto de inputs, ben para a produción de prototipos ou ben para a produción en masa (se é o ideal), require a proximidade física cos produtores de tales inputs. Unha posibilidade sería que os produtores de inputs estivesen dispersos e que os empresarios cambiasen de localización cada vez que quixesen probar un novo conxunto de inputs. Existe un problema nesta estratexia de aprendizaxe: o desprazamento é custoso. Como resultado, os empresarios desexarían probar diferentes conxuntos de inputs no mesmo lugar.

Ademais, os produtores de inputs benefícianse da existencia de economías de aglomeración. A existencia de produtores de inputs do mesmo tipo e na mesma localización aumenta a súa eficiencia. Este suposto reflicte un feito fundamental das cidades: a crecente concentración de empresas, e en particular de empresas do mesmo sector, aumenta a súa eficiencia. Alfred Marshall observou este feito no ano 1890. Os estudos econométricos modernos confirmárono unha e outra vez (Rosenthal e Strange, 2004). Na práctica, igual que no modelo, esta tendencia dos produtores a concentrarse está limitada pola existencia de "custos urbanos".

O feito de que desprazarse sexa custoso e de que os produtores de inputs queiran estar xuntos para aumentar a súa produtividade crea unha "tensión interesante".

Os empresarios en proceso de aprendizaxe que intentan descubrir o seu conxunto ideal de inputs quererían probalos todos no mesmo lugar. É dicir, os empresarios que aínda non descubriron o seu conxunto ideal de inputs desexan situarse nunha economía local moi diversificada. Porén, os produtores dun tipo particular de inputs desexan localizarse xunto cos produtores do mesmo tipo de input. Esta forza empurra cara á existencia de cidades especializadas.

Un equilibrio interesante xorde se os custos de desprazamento non son nin demasiado altos nin demasiado baixos. Este equilibrio reconcilia as necesidades de especialización e de diversificación ao longo do ciclo de vida das empresas. Os empresarios desenvolven novos produtos en cidades cunha estrutura de produción diversificada. Isto permítelles elixir con facilidade e descubrir o seu conxunto ideal de inputs. Unha vez descuberto o seu conxunto ideal de inputs, os empresarios deixan de estar interesados na diversidade urbana. Posto que os produtores de inputs para os diferentes sectores non se benefician directamente entre eles, a diversidade industrial fai que as cidades sexan máis grandes e, polo tanto, máis custosas. En consecuencia, os empresarios que coñecen o seu conxunto ideal de inputs desexarían situarse nunha cidade especializada só na produción deses inputs[1]. Tendo en conta que desprazarse non é prohibitivamente custoso, os empresarios que descubriron o seu conxunto ideal de inputs quererán afastarse da cidade diversificada e instalarse en cidades especializadas para beneficiarse dos efectos de aglomeración nos seus sectores. Neste sentido, podemos pensar en cidades diversificadas como "cidades viveiro", onde ten lugar a aprendizaxe, e en cidades especializadas como os lugares onde ten lugar a produción de bens "maduros".

En resumo, o modelo de Duranton e Puga (2001) propón un conxunto de predicións acerca de como o proceso de crecemento e a innovación terán lugar no espazo. A parte disto, formulan as razóns subxacentes aos distintos feitos estilizados sobre as cidades. En primeiro lugar, hai unha nova predición clave que xorde do modelo. As empresas que cambian de localización trasladaranse de xeito predominante desde as cidades diversificadas cara ás cidades especializadas no seu sector de actividade. A evidencia presentada na introdución de Duranton e Puga (2001) apoia esta predición nun alto grao.

Este modelo tamén predí a coexistencia en equilibrio de cidades especializadas e diversificadas, unha característica importante da paisaxe urbana dos países avanzados (Duranton e Puga, 2000). En consonancia coa literatura sobre o crecemento das cidades –iniciado por Glaeser, Kallal, Scheinkman e Schleifer (1992) e, máis concretamente, co traballo de Henderson, Kuncoro e Turner (1995)–, as cidades especializadas parecen achegar beneficios ás empresas en industrias maduras, mentres que as empresas en industrias de alta tecnoloxía parecen beneficiarse máis da diversidade local. As pautas de entrada e saída que predí o modelo de cidade vivei-

[1] Unha parte das empresas desaparece en cada período, asegurándose así que existe un fluxo continuo de novas empresas entrantes que inicia un proceso de aprendizaxe. O proceso de aprendizaxe nunca se esgota.

ro son compatibles cos resultados empíricos dos estudos a nivel de empresa como, por exemplo, Dumais, Ellison e Glaeser (2002) ou Bernard e Jensen (2007).

Aínda que non é estritamente un modelo de crecemento endóxeno, o modelo de Duranton e Puga (2001) encaixa perfectamente dentro da literatura que estende os modelos urbanos para analizar o crecemento económico. Chamaremos a esta clase de modelos modelos clásicos de crecemento urbano. Aínda que este non é o lugar para discutir esta literatura en profundidade, paga a pena mencionar[2] un conxunto de estudos. Eaton e Eckstein (1997) consideran un modelo onde existen efectos de aglomeración na acumulación de capital humano. Formalizan a suxestión de Lucas (1988) de que a acumulación de capital humano se dá principalmente nas cidades. Curiosamente, a externalidade dinámica do capital humano situada no núcleo do modelo de Eaton e Eckstein está na base tanto do crecemento económico como da existencia das cidades.

Glaeser (1999) propón unha forma diferente de externalidade dinámica a través de interaccións directas. O seu argumento é que a aprendizaxe só se pode producir a través da ensinanza de traballadores "novos non cualificados" por parte de traballadores "maiores cualificados". As cidades favorecen a aprendizaxe, proporcionando máis oportunidades para que os traballadores novos aprendan dos maiores cualificados. Aínda que, obviamente, de forma moi estilizada, este modelo captura a idea de que a existencia de maiores posibilidades de interacción directa entre traballadores nas cidades podería ser a causa da acumulación e da difusión do coñecemento. Black e Henderson (1999) propoñen un modelo cunha externalidade estática de capital humano nas cidades. As cidades máis grandes fan que os traballadores sexan máis produtivos. En cambio, os traballadores pasan unha parte do seu tempo acumulando capital humano. Esta acumulación de capital humano reforza as externalidades de capital humano que teñen lugar nas cidades. Á súa vez, isto fai que as cidades sexan máis atractivas. Crecen en poboación, e isto reforza aínda máis a externalidade de capital humano.

Unha característica particularmente boa do modelo de Black e Henderson (1999) é que nas cidades tanto a acumulación de capital humano como o crecemento da produción e o da poboación van xuntos da man. Malia a énfase nos diferentes aspectos de como o proceso de crecemento e o desenvolvemento urbano interactúan, estes modelos comparten unha serie de elementos comúns. En primeiro lugar, seguen o traballo pioneiro de Lucas (1988) sobre as externalidades de capital humano e do crecemento. O esquema de Romer (1990), no que o crecemento se produce a través de novas innovacións que se patentan e que aumentan o stock xeral de coñecemento, é un argumento de menor importancia cando nos interesamos polos aspectos espaciais do crecemento[3]. O modelo de Aghion e Howitt

[2] Véxanse Berliant e Wang (2005) para unha revisión desta literatura.

[3] Hai unha literatura interesante sobre a dimensión espacial das patentes como, por exemplo, a representada por Jaffe, Trajtenberg e Henderson (1993) ou, máis recentemente, por Agrawal, Cockburn e McHale (2006). Como se mostra a continuación, Romer (1990), porén, serve como base para un par de modelos de crecemento urbano.

(1992), que recolle as formulacións dos schumpeterianos sobre o crecemento, posponse para máis adiante.

En segundo lugar, as cidades vense como o resultado do equilibrio entre as forzas de aglomeración –que fan que as cidades máis grandes sexan máis produtivas– e os custos urbanos –como a escaseza de solo dispoñible ou o aumento da conxestión–. Ambos os dous conxuntos de forzas modélanse habitualmente de forma detallada, cun enfoque particular nos fundamentos microeconómicos da aglomeración. Unha característica fundamental desta clase de modelos é a existencia dunha curva en forma de campá para o saldo neto entre ganancias e custos urbanos en función do tamaño da poboación. A medida que unha cidade crece, tamén o fan as economías de aglomeración e os "custos urbanos". O aumento das economías de aglomeración domina inicialmente en cidades pequenas, mentres que os maiores "custos urbanos" marcan os límites de crecemento das grandes cidades.

En terceiro lugar, estes modelos son "continuos" no sentido de que o crecemento se xera suavemente a través de axentes atomizados (sen peso no conxunto[4]). En cada período, unha parte dos produtores de prototipos aprenden sobre o seu proceso de produción ideal (Duranton e Puga, 2001), unha fracción de traballadores convértese en cualificada logo de recibir as ensinanzas doutros (Glaeser, 1999), ou os residentes existentes aumentan o seu capital humano (Eaton e Eckstein, 1997; Black e Henderson, 1999).

En cuarto lugar, e relacionado co punto anterior, estes modelos son deterministas. As características estruturais das cidades predín o seu crecemento. Por exemplo, en Duranton e Puga (2001), a composición sectorial das actividades nas cidades predí o nivel de aprendizaxe das empresas. En Glaeser (1999), a aprendizaxe dos traballadores predise pola composición das cidades tanto en termos de cualificación laboral coma de demografía. En Eaton e Eckstein (1997) e en Black e Henderson (1999) son o nivel inicial de capital humano das cidades, o seu tamaño inicial e a súa actividade sectorial as que predín canto crecemento terá lugar. Introducindo un elemento estocástico no modelo, obviamente, atenuariamos o determinismo no nivel de cidade[5]. Por exemplo, se consideramos en cada período efectos aleatorios sobre as cidades, isto podería influír na acumulación de capital humano. Porén, o que estes modelos nos din é que algunhas características urbanas, como o nivel medio do capital humano en Black e Henderson (1999), se corresponden de maneira positiva co crecemento urbano. En Black e Henderson (1999), un maior nivel de capital humano implica un crecemento máis rápido da poboación nas cidades, e isto é de capital importancia no sentido de que o que queda por explicar é un residuo. Aínda que isto poida parecer obvio (a maioría dos modelos na teoría aplicada céntranse en derivar algunhas propiedades de estática comparativa que poden

[4] Nota dos tradutores.

[5] Necesitaríase unha modelización adecuada dos fundamentos microeconómicos destes *shocks*. Volveremos a esta cuestión máis adiante.

trasladarse a unha regresión), os modelos de crecemento urbano aleatorio funcionan de maneira moi distinta.

Antes de profundar neste punto, poñerase de relevo a principal limitación desta clase de modelos. Consiste na súa incapacidade para xerar de maneira natural unha distribución posible do tamaño das cidades. En Duranton e Puga (2001), o modelo na súa versión máis simple predí que, en equilibrio, todas as cidades son do mesmo tamaño. Podemos relaxar facilmente esta predición considerando que os efectos de aglomeración nas cidades teñen diferentes intensidades nos distintos sectores. Este é un feito empiricamente probado (Henderson, 2003; Rosenthal e Strange, 2004). Implica que cada unha das cidades especializadas alcanza un tamaño determinado dependendo do sector no que se especializara. Isto é debido a que o equilibrio entre economías de aglomeración, "custos urbanos", varía entre sectores de especialización. Tamén se pode supoñer que os efectos de aglomeración se debilitan na marxe a medida que un sector crece localmente. Isto implicaría inmediatamente que as cidades diversificadas foran moito maiores que as cidades especializadas, un feito estilizado ben establecido na literatura da economía urbana (Duranton e Puga, 2000)[6].

Porén, quedámonos con que o tamaño das cidades está determinado polo seu "tipo", e que isto se corresponde de forma natural coa distribución observada do tamaño das cidades. Esta característica non é específica de Duranton e Puga (2001), pero é común a toda esta clase de modelos desde Henderson (1974) –cunha excepción que se formulará máis adiante–. Eaton e Eckstein (1997) e Black e Henderson (1999) tamén teñen modelos con varios tipos de cidades que crecen en paralelo e que, por conseguinte, non teñen moito que dicir acerca da distribución por tamaño das cidades.

En resumo, a literatura que arranca con Henderson (1974) e á que pertencen as obras de Duranton e Puga (2001) ofrece unha teoría de por que hai cidades (un equilibrio entre forzas de aglomeración e dispersión), unha teoría (ou un conxunto de teorías relacionadas) do que fan as cidades e das súas estruturas produtivas, e unha teoría sobre o tamaño da poboación e do seu crecemento (que depende do seu tipo). A evidencia da tensión existente entre as forzas de aglomeración e de dispersión parece indiscutible. Os puntos de vista achegados por esta literatura sobre o que fan as cidades e a súa estrutura produtiva tamén son convincentes e tamén están apoiados por un gran número de evidencias. Con respecto ao conxunto de teorías sobre o/os tamaño/s das cidades, esta literatura empírica é máis débil.

---

[6] Baixo certas condicións, o tamaño de equilibrio da cidade é tal que as economías marxinais de aglomeración son iguais aos custos marxinais urbanos. Se as economías marxinais de aglomeración son constantes, a composición sectorial das cidades non importa para determinar o seu tamaño, e todas as cidades, con independencia da súa especialización, alcanzarán o mesmo tamaño. Se as economías marxinais de aglomeración diminúen co tamaño, unha cidade cun só sector terá unhas economías marxinais de aglomeración menores que outra do mesmo tamaño cuxa actividade se reparta entre varios sectores. Como resultado, esperamos que as cidades diversificadas sexan máis grandes que as cidades especializadas.

3. A LEI DE ZIPF E OS MODELOS DE CRECEMENTO ALEATORIO

O interese académico na distribución de tamaño das cidades é anterior á aproximación xa descrita. Desde Auerbach (1913), moitos autores aproximaron a distribución por tamaño das cidades utilizando unha distribución de Pareto. En poucas palabras, a idea é clasificar as cidades dun país desde a máis grande ata a máis pequena e logo correlacionar este ranking coa súa poboación na seguinte forma:

$$\log \textit{ranking} = \text{Constante} - \zeta \log \textit{tamaño} \tag{1}$$

onde o coeficiente estimado ζ é o expoñente da distribución de Pareto. A lei de Zipf (Zipf, 1949) correspóndese cun valor $\zeta = 1$. Isto implica que o tamaño esperado da segunda cidade máis grande é a metade do tamaño da máis grande, a da terceira máis grande é un terzo da máis grande, etc.[7].

A validez empírica da lei de Zipf é obxecto de vivos debates. O traballo clásico de Rosen e Resnick (1980) para unha mostra transversal de países xera unha ambigüidade, porque a estimación do expoñente de Pareto (1,14) para a mostra dos 44 países se pode interpretar como evidencia tanto a favor como en contra da lei de Zipf. Traballos posteriores, como o de Soo (2005), confirman estes resultados, aínda que cun ton máis negativo e cunha afirmación de que a lei de Zipf se rexeita para a maioría dos países. Esta evidencia, porén, debe interpretarse con coidado, porque hai amplas diferenzas entre os países na definición de que se considera cidade e na calidade dos datos[8]. O feito de que o coeficiente de Zipf nunha gran maioría de países estea comprendido entre un 0,8 e un 1,2 suxire que hai "algo" nos datos, e que sería moi difícil argumentar en contra de calquera regularidade a distribución por tamaño das cidades no seu conxunto. A lei de Zipf é, á vez, un feito estilizado importante e unha referencia útil. Non se xustifica ningún temor a este respecto. Porén, se a lei de Zipf debe primar sobre outros feitos estilizados das cidades é discutible.

Pasemos agora a explicar os procesos estatísticos que conducen á lei de Zipf. Hai dúas vías relacionadas: procesos multiplicativos e procesos aditivos. Estes procesos non nos din demasiado acerca das forzas económicas subxacentes ao proceso do crecemento urbano. Un obxectivo importante da literatura recente foi integrar este tipo de leis en modelos económicos ben articulados. Por motivos de exposición, seguiremos o mesmo camiño e empezaremos coa "mecánica" da lei de Zipf antes de pasar á súa "economía".

Seguindo a Gabaix (1999a, 1999b), os procesos multiplicativos xeraron moita atención. Estes procesos coñécense como procesos de Kesten (Kesten, 1973). Ago-

---

7 A reformulación determinística da lei de Zipf coñécese habitualmente como "regra rango-tamaño".

8 Para máis información sobre este tema, véxase a excelente revisión de Gabaix e Ioannides (2004).

ra necesítase algunha modelización formal. Baseándonos en Gabaix e Ioannides (2004), consideramos unha economía cun tamaño fixo da poboación. Entre t e t+1, a cidade i crece, de acordo con $S_{it+1} = \left(1 + \tilde{\gamma}_{it+1}\right) S_{it}$.

Impoñemos a lei de Gibrat. Os $\tilde{\gamma}$ son independentes e identicamente distribuídos cunha densidade $f(\gamma)$.

Despois de T períodos, o tamaño da cidade i é:

$$\log S_{iT} = \log S_{i0} + \sum_{t=1}^{t=T} \log\left(1 + \gamma_{it}\right) \approx \log S_{i0} + \sum_{t=1}^{t=T} \gamma_{it} \qquad (2)$$

Temos que ter en conta que a aproximación nesta ecuación só é válida cando os *shocks* son suficientemente pequenos.

Segundo o teorema central do límite, log S_{iT} ten unha distribución normal e a distribución do S_{iT} é, polo tanto, log-normal. Esta distribución por tamaños das cidades non admite un "estado estacionario" e a súa varianza é crecente.

Para obter un estado estacionario necesítase impoñer unha cota inferior ao tamaño das cidades (Gabaix, 1999a). Sen unha cota inferior para o tamaño da cidade, a distribución por tamaños tería un único pico con dúas colas delgadas en ambos os dous extremos. Isto é debido a que moi poucas cidades reciben impactos positivos ou negativos de forma consistente. Cunha cota inferior sobre o tamaño da cidade, as cousas cambian drasticamente debido a que desaparece a cola inferior e, en cambio, o máximo da función de densidade sitúase na cota inferior. Evitar que as cidades sexan demasiado pequenas permite, á vez, que se vaian incorporando máis cidades á cola superior. Como consecuencia, será máis gorda. A cota inferior tamén permite a existencia dun estado estacionario en lugar dunha distribución cunha varianza crecente. É interesante sinalar que este estado de equilibrio implica unha distribución de Pareto[9].

A principal alternativa aos procesos multiplicativos foi proposta inicialmente por Simon (1955). En esencia, o modelo de Simon asume que a poboación total crece ao longo do tempo a través de incrementos discretos. Cun certo nivel de probabilidade unha nova masa de poboación pasa a formar unha nova cidade. En calquera outro caso, engadiríase a unha cidade que xa existe. A probabilidade de que unha cidade en concreto consiga engadirse a esa masa de poboación é proporcional á súa poboación de partida. Este mecanismo xera unha distribución de Pareto para o tamaño das cidades. O expoñente de Pareto cae a 1 no límite cando a probabilidade de crear novas cidades se aproxima a 0.

Malia que existen importantes diferenzas entre os procesos multiplicativos e aditivos, ambos os dous comparten no seu núcleo algunha versión da lei Gibrat, ben directamente a través de *shocks* multiplicativos ou ben a través de aumentos de contía fixa que ocorren de forma proporcional á poboación.

[9] Véxase Gabaix (1999a) para unha proba completa.

Entre os modelos existentes de crecemento aleatorio cun contido económico, o proposto por Eeckhout (2004) é o máis simple. Existe unha continuidade de cidades. A cidade *i* no período *t* goza dunha produtividade A_{it} para o factor traballo, o único factor de produción. As economías de aglomeración aumentan a produtividade do traballo por un factor S_{it}^{θ}, e os custos de conxestión a reducen nun factor $S_{it}^{-\sigma}$, onde S_{it} é a poboación da cidade *i* no período *t*. Polo tanto, o output por traballador na cidade será de $A_{it}S_{it}^{\theta-\sigma}$. Para evitar a concentración total nunha soa cidade necesitamos que $\theta<\sigma$. A libre mobilidade dos traballadores entre cidades implica a igualdade do output *per capita* en todas as cidades.

Aínda que cada cidade se enfronta a *shocks*, a lei dos grandes números pódese aplicar sobre o agregado, e o output *per capita* é determinístico. Logo de normalizalo na unidade, o tamaño de equilibrio da cidade *i* vén dado por:

$$S_{it} = A_{it}^{\frac{1}{\sigma-\theta}} \tag{3}$$

Con *shocks* pequenos e identicamente distribuídos, a produtividade evoluciona da seguinte maneira:

$$A_{it+1} = \left(1+\gamma_{it+1}\right)A_{it}$$

e é fácil de ver que despois de *T* períodos temos:

$$\log S_{iT} \approx \log S_{i0} + \frac{1}{\sigma-\theta}\sum_{t=1}^{t=T}\gamma_{it} \tag{4}$$

A ecuación (4) derívase da mesma maneira que a (2). A principal diferenza é que, en lugar de impoñer *shocks* de poboación “arbitrarios”, o modelo asume *shocks* de produtividade acumulativos. Nun escenario onde a libre mobilidade implica que a poboación é unha función exponencial da produtividade (ecuación 3), a distribución log-normal da produtividade das cidades correspóndese cunha distribución log-normal da poboación das cidades. Como xa se dixo anteriormente, a incorporación dunha cota inferior ao tamaño das cidades implica en cambio a lei de Zipf[10].

O modelo de Rossi-Hansberg e Wright (2007) tamén se basea en *shocks* produtivos acumulativos[11]. A principal diferenza entre este modelo e o de Eeckhout

[10] Eeckhout (2004) non busca aplicar a lei de Zipf, xa que a parte empírica deste *paper* estuda o caso para unha distribución log-normal do tamaño das cidades.

[11] A lei de Zipf obtense en dous casos por Rossi-Hansberg e Wright (2007). O primeiro é o caso aquí descrito con *shocks* permanentes. O segundo é unha situación de *shocks* temporais que afectan á acumulación de factores. Para formas alternativas de xerar a lei de Zipf con *shocks* acumulativos, véxase tamén Córdoba (2008).

(2004) é que trata as cidades como fai a literatura do crecemento urbano clásico: coma un equilibrio entre as forzas de aglomeración e de dispersión.

É importante mostrar que os modelos de crecemento aleatorio se poden encaixar na modelización estándar de cidades. A principal diferenza entre os modelos de crecemento urbano clásico e aleatorio non reside na modelización estática das cidades, senón nos vectores que impulsan a súa dinámica.

Gabaix (1999a) considera un modelo no que os traballadores son móbiles unicamente ao principio da súa vida, cando necesitan escoller unha cidade. Os traballadores obteñen utilidades separables (multiplicativamente) do consumo e do goce dos servizos locais. O nivel de servizos de cada cidade distribúese identicamente e obtense para cada período. Con estes *shocks*, o problema de localización dos traballadores novos redúcese á maximización estática do produto dos servizos e dos salarios locais. No equilibrio de estado estacionario, este produto para os traballadores novos iguálase en todas as cidades.

A función de produción é homoxénea de grao 1 entre os traballadores novos e os residentes establecidos (unha fracción dos sobreviventes da poboación do período anterior). Unha parte interesante do modelo de Gabaix é mostrar como os *shocks* temporais teñen efectos permanentes. Isto xorde por medio dos traballadores que se converten nun factor inmóbil, unha vez que realizaron a súa elección orixinal, e pola homoxeneidade de grao 1 da función de produción, de maneira que o salario dos traballadores novos só depende da relación entre traballadores novos móbiles e residentes establecidos inmóbiles. Neste contexto, os *shocks* sobre os servizos locais que "multiplican o salario" na función de utilidade nos levarán á lei de Gibrat. Seguindo o argumento desenvolvido anteriormente, a introdución dunha cota inferior lévanos á lei de Zipf no estado estacionario. Hai dúas diferenzas cos dous modelos anteriores. En primeiro lugar, os *shocks* afectan aos servizos e non á tecnoloxía. En segundo lugar, os *shocks* son temporais e non permanentes.

Os modelos de Gabaix (1999a), de Eeckhout (2004) e de Rossi-Hansberg e Wright (2007) son os tres principais modelos de crecemento aleatorio multiplicativo. Duranton (2006, 2007) propón dous relacionados cos mecanismos económicos que conducen a un crecemento aleatorio aditivo.

Duranton (2006) baséase no modelo de crecemento endóxeno de Romer (1990). A investigación está vinculada á produción a través de *spillovers* locais. Como resultado, a actividade de investigación nun lugar é proporcional ao número de produtos locais. Con traballadores móbiles e sen custos nin beneficios de estar nas cidades, a poboación da cidade é proporcional ao número de produtos locais. En equilibrio, novas innovacións pequenas e discretas ocorren nas cidades de forma proporcional ao tamaño da súa poboación. As innovacións deben ser discretas para evitar que se aplique a lei dos grandes números e que nos leve a un crecemento paralelo de todas as cidades. Os novos produtos inventados son producidos no mesmo lugar en que se desenvolveron ou, alternativamente, algún recurso natural fórzaos a ser producidos nunha nova localización. Isto conduce á creación dunha nova cidade. Logo de cada innovación, nunha cidade existe un aumento da demanda de man de obra para producir ese novo produto. Á súa vez, isto implica un crecemento da poboación. En esencia, este modelo engádelle unha estrutura xeográfica a unha versión discreta de Romer (1990). Como mostra Duranton (2006), isto correspóndese directamente con Simon (1955) e xera a lei de Zipf como un caso límite cando a probabilidade de aparición dunha nova cidade tende a cero[12].

Duranton (2007) utiliza un modelo análogo que se basea no modelo de crecemento schumpeteriano de Grossman e Helpman (1991). Neste marco, a investigación impulsada polos beneficios intenta desenvolver a próxima xeración dun produto superior na escaleira de calidade. O éxito deste produto dálle un monopolio que dura ata que se produce a seguinte innovación no mesmo produto. Os produtos son discretos para asegurar a textura granular necesaria para que estes *shocks* lles afecten ás cidades. Unha vez máis, os *spillovers* locais vinculan a investigación sobre un produto dado á localización da súa produción. O núcleo do modelo é que a investigación pode ter éxito e mellorar o produto que busca mellorar (innovación no mesmo produto) ou, ás veces, por casualidade o proceso de investigación pode ter éxito na mellora doutro produto ("innovación cruzada" de produto).

Coa innovación do mesmo produto, a localización da actividade non se modifica pola innovación: os novos innovadores con éxito unicamente substitúen os produtores xa establecidos na mesma cidade. Coa innovación cruzada de produtos, a antiga versión do produto mellorado deixa de producirse no lugar onde se atopa e comeza a ser producido na cidade onde tivo lugar a innovación. Isto xeralmente conduce a unha nova localización da produción cunha ganancia de poboación para a cidade que innova e cunha perda para a cidade dos produtores establecidos. Un exemplo de innovación de produto cruzado é a xerografía.

A finais de 1950 unha empresa de Rochester (NY) –Haloid Company– estaba tratando de mellorar a tecnoloxía de Kodak na industria fotográfica. A súa innovación foi, en cambio, unha innovación na industria da reprografía. Como resultado, a industria da reprografía mudouse de Nova York, onde se atopaba ao comezo, a Rochester, onde estaban situadas Haloid e a industria fotográfica.

Para evitar que as cidades desaparezan para sempre, o modelo tamén supón que hai un produto central en cada cidade que non pode moverse. A simetría e a ausencia doutros custos e beneficios das cidades tamén garante que a poboación da cidade é proporcional á cantidade de produtos fabricados localmente. No estado estacionario este modelo non segue a lei de Zipf, porque as innovacións non son exactamente proporcionais ao tamaño da cidade. Debido a que xa teñen máis produtos, as grandes cidades tenden a captar menos produtos doutros lugares. Por outro lado, as cidades máis pequenas cun único produto fixo só poden crecer. Polo tanto, o crecemento é menos que proporcional con respecto ao tamaño da cidade, e isto

[12] Tamén se evitan algúns atrancos do modelo de Simon (1955), que converxe lentamente. A natureza acumulativa e exponencial do proceso de crecemento de Romer (1990) asegura que os *shocks*, aínda que aditivos, ocorren con máis frecuencia co paso do tempo, o que leva a unha converxencia moito máis rápida.

condúcenos a unha distribución por tamaño das cidades menos asimétrica que a da lei de Zipf. Esta distribución explica de maneira convincente o tamaño das cidades de EE.UU. Ao contrario que outros modelos de crecemento aleatorios, non se centra exclusivamente na distribución do tamaño das cidades. Tamén replica o cambio rápido das industrias das cidades, un feito ben documentado (Simon, 2004; Duranton, 2007; Findeisen e Südekum, 2008).

4. PODE FALARSE DE DOUS ENFOQUES MUTUAMENTE EXCLUÍNTES DE CRECEMENTO URBANO?

Os modelos de crecemento urbano clásicos e aleatorios parecen ter unha parte de verdade. Ocúpanse de diferentes aspectos do proceso de crecemento urbano e son capaces de reproducir diferentes feitos estilizados. A primeira vista parece que se complementan entre si. A pregunta clave é se son compatibles. Hai dúas diferenzas principais entre estas dúas clases de modelos. En primeiro lugar, no caso do modelo clásico de crecemento urbano a evolución é continua, mentres que no caso do modelo de crecemento aleatorio o crecemento é granular e evoluciona por medio de *shocks* discretos[13]. Con *shocks* infinitesimais, a lei dos grandes números aplicaríase a cada cidade e os resultados interesantes dos modelos de crecemento aleatorio desaparecerían.

Malia que os modelos de crecemento aleatorio non poden facerse continuos, a característica de continuidade dos modelos clásicos de crecemento urbano pode alterarse facilmente. De feito, os modelos clásicos de crecemento urbano son continuos por razóns estéticas e operativas. Engadir *shocks* ou algunha forma de granularidade sería conceptualmente fácil, pero faría que a resolución dos modelos fose moito máis complicada. Isto suxire que a granularidade non é un problema desde o punto de vista teórico e que non existe unha oposición real entre as dúas clases de modelo.

A segunda diferenza principal entre os modelos de crecemento clásico e aleatorio das cidades refírese ao papel dos *shocks*. O modelo de crecemento urbano clásico segue o enfoque tradicional, onde o crecemento é impulsado polas características da cidade e o que queda sen explicar considérase un residuo. No caso dos modelos de crecemento aleatorio, o "residuo" éo todo. Para comprender mellor este punto, considérese unha sinxela regresión do crecemento urbano simple:

$$\log S_{it+1} - \log S_{it} = a_1 \log S_{it} + a_2 \log X_{it} + \varepsilon_{it+1} \qquad (5)$$

onde o crecemento da cidade i entre t e t+1 depende do tamaño da súa poboación no período t, un conxunto de características X e un termo aleatorio. Como punto de

13 Aínda que os modelos de crecemento aleatorio se poden especificar en tempo continuo (Gabaix, 1999a), necesítase algunha forma de granularidade.

arranque é útil considerar que os modelos clásicos de crecemento urbano se centran en S e en X, mentres que os aleatorios se centran en ε. A cuestión é se a lei de Zipf é compatible con $a_1 \neq 0$ ou con $a_2 \neq 0$.

Mentres que hai un certo desacordo na literatura sobre a importancia da reversión á media nos datos de poboación das cidades –por exemplo, Black e Henderson (2003) vs. Eeckhout (2004)–, ás veces a poboación no pasado das cidades é máis un determinante significativo do crecemento e o seu coeficiente aparece con signo negativo nas regresións do crecemento urbano. Porén, a tendencia ao retorno á media non é suficiente para invalidar os modelos de crecemento aleatorio. Como explican Gabaix e Ioannides (2004), o que importa non é a reversión en si, senón a existencia dunha raíz unitaria no proceso de crecemento urbano.

Isto quere dicir que os modelos de crecemento aleatorio se centran na versión débil da lei de Gibrat e non na súa versión forte. Para entender mellor este proceso, a continuación, seguindo a Gabaix e Ioannides (2004), supoñemos o seguinte erro estrutural:

$$\varepsilon_{it} = \gamma_{it} + \mu_{it} - \mu_{it-1}$$

onde γ_{it} está identicamente distribuído e μ_{it} é estacionario. Neste caso ocorre unha reversión á media en tanto que o crecemento en t e en t+1 está negativamente correlacionado co tamaño no t. Por outro lado, a eliminación doutros determinantes do crecemento urbano permítenos probar facilmente que a estrutura deste erro implica:

$$\log S_{iT} = \log S_{i0} + \sum_{t=1}^{t=T} \gamma_{it} + \mu_{iT} - \mu_{i0} \tag{6}$$

Esta ecuación ten moito en común coa (2), onde a suma dos *shocks* γ combinados coa cota inferior para o tamaño das cidades lévanos á lei de Zipf. A principal diferenza radica no termo de erro contemporáneo μ_T. A heurística desenvolvida por Gabaix e Ioannides (2004) argumenta que se a cola do sumatorio en γ é maior que o sumatorio en μ, a lei de Zipf aínda debería observarse no estado estacionario. Intuitivamente a reversión á media non importa coa condición de que sexa "dominado" polo "*shock* de Gibrat" acumulado. Aínda que este exemplo é moi intuitivo, queda como algo moi particular. Queda moito máis por facer nesta área. Necesitamos saber cal é a versión máis débil da lei de Gibrat compatible coa lei de Zipf.

Volvendo aos outros determinantes do crecemento urbano, retornemos á ecuación (5) e supoñamos que a_1=0, que a_2 varía no tempo e consideremos tamén que $\varepsilon_{it} = \gamma_i$ está identicamente distribuído. Logo de simplificar obtemos:

$$\log S_{iT} = \log S_{i0} + \sum_{t=1}^{t=T} \gamma_{it} + \sum_{t=1}^{t=T} a_{2t} X_{it} \tag{7}$$

Agora é fácil entender que calquera termo a_2X que sexa constante no tempo e que se diferencie entre cidades nos levaría a unha distribución distinta da lei de Zipf. Ou dito dunha forma sinxela, cando as cidades seguen tendencias específicas existe unha diverxencia no longo prazo e non existe unha distribución de estado estacionario.

A incompatibilidade básica entre estes dous modelos de crecemento non debe esaxerarse. En primeiro lugar, o extremo superior da distribución do tamaño da cidade pode seguir sendo de tipo Pareto, malia as diferentes tendencias de crecemento. Para entender este punto, consideremos dous grupos de cidades: cidades con crecemento rápido e cidades con crecemento lento (que correspondería ao caso en que X fora unha variable de indicador na ecuación 5). Baixo a condición de que a cota inferior de tamaño para cada grupo de cidades creza ao longo da súa liña de tendencia, xurdirá unha distribución de Pareto para cada grupo de cidades que diverxerá entrambos os dous grupos[14]. Se esta diverxencia é lenta en todo momento, a distribución conxunta será unha mestura de dúas distribucións de Pareto con coeficientes -1, pero con distintas cotas inferiores. Por riba da maior das dúas cotas inferiores, a distribución será de Pareto. Ao longo dun século, unha diferenza de 1 punto porcentual por ano na tendencia implica un factor de só 2,7 para a diferenza entre os tamaños das cidades. Cunha cota inferior para as cidades de crecemento lento, por exemplo, en torno aos 10.000 habitantes, a cota inferior que correspondería ás cidades de crecemento rápido sería de 27.000 despois dun século. Por riba de 27.000 a distribución do tamaño das cidades é de Pareto. A existencia de diverxencia lenta é, polo tanto, difícil de observar nos datos.

Se a diverxencia entre os grupos é rápida, o grupo de cidades de crecemento lento diminuirá rapidamente de tamaño e tenderá a desaparecer. Por exemplo, pode darse o caso de que as distribucións contemporáneas de cidades por tamaño que adoitan truncarse en torno a un limiar comprendido entre 10.000 e 100.000, poden conter unicamente "bos sitios". Os chamados "malos sitios" non se desenvolven en cidades grandes, tan só en pequenos asentamentos. A evidencia dunha distribución de Pareto é moito máis débil na cola inferior que na cola superior (Eeckhout, 2004; Michaels, Rauch e Redding, 2008; Rozenfeld, Rybski, Gabaix e Maske, 2009). Isto é consistente coa liña argumental. Ou dito doutra maneira, a diverxencia rápida tamén é difícil de observar nos datos. Só a diverxencia "intermedia" sería facilmente observable.

En segundo lugar, os dous modelos de crecemento urbano –clásico e aleatorio– tamén son compatibles cando os efectos de $a_{2t}X_{it}$ son de curta duración; isto é, cando existe reversión á media en a_2 ou en X. A reversión á media en a_2 corresponde á situación en que unha característica permanente ten un efecto positivo nun período do tempo e un efecto negativo noutro. No caso de EE.UU., por exemplo, é posible

[14] A cota inferior ten que ser crecente coa tendencia; noutro caso, ao longo do tempo xurdirían cidades de menor tamaño relativo, o que debilitaría o argumento que nos leva á distribución de Pareto. No caso extremo dunha cota inferior que diminúe rapidamente é fácil ver que retornaría a unha distribución log-normal.

que os veráns calorosos conduciran a un crecemento da poboación unha vez descuberto o ar acondicionado, pero non antes. A proximidade ao carbón e ao ferro era, sen dúbida, un factor de crecemento cara ao final do século XIX e a principios do século XX, pero hoxe xa non o é.

A reversión á media en *X* corresponde, en cambio, a unha situación onde os determinantes do crecemento son temporais nas cidades. Por exemplo, podería suceder que a chegada de estradas sexa un factor de crecemento urbano, como suxiren Duranton e Turner (2008), e que o crecemento das estradas sexa proporcional á poboación[15]. Nese caso, o que nas regresións de crecemento e nos modelos clásicos de crecemento urbano se trata como variables explicativas, debe concibirse como *shocks* nos modelos de crecemento aleatorio. Esta observación suxire que os *shocks* nun contexto de modelos de crecemento aleatorio non deben equipararse aos residuos das regresións de crecemento urbano. Tamén destaca a necesidade dunha maior micro-fundamentación para estes *shocks* nos modelos de crecemento aleatorio.

Estas observacións suxiren que os diferentes horizontes de tempo entre os dous modelos de crecemento –aleatorio e clásico– aínda poden percorrer un longo camiño para facerse compatibles. Os modelos de crecemento urbano clásico, que constitúen o fundamento teórico das regresións de crecemento urbano estándar, contemplan o crecemento das cidades nun período concreto, mentres que os modelos de crecemento aleatorio poden ter un horizonte temporal moito máis longo. Neste caso, os factores máis próximos e no curto prazo son a base do crecemento urbano clásico, mentres que os modelos de crecemento urbano aleatorio nos axudan a entender os mecanismos fundamentais que impulsan o crecemento urbano no longo prazo.

5. CONCLUSIÓNS

Os modelos de crecemento urbano clásico ofrecen puntos de vista importantes sobre o crecemento das cidades e aclárannos unha serie de cuestións tales como o papel respectivo da diversidade e a especialización no desenvolvemento urbano. Estes modelos tamén fan referencia ao tamaño relativo das cidades. Porén, non xeran de forma natural un feito estilizado clave: a lei de Zipf.

Os modelos de crecemento urbano aleatorio propuxeron recentemente unha serie de explicacións para este feito estilizado. Tamén formulan un desafío para os modelos clásicos de crecemento urbano, xa que traballan con principios radicalmente distintos. En resumo, todos os modelos de crecemento clásico tratan de tendencias, mentres que todos os modelos de crecemento aleatorio tratan *shocks*. Como se mostrou con anterioridade, estes dous esquemas poden coexistir, pero só

[15] Duranton e Turner (2008) rexeitan esta segunda condición no último cuarto do século XX, pero non nos vinte e cinco anos anteriores, nos que se deu unha grande expansión do sistema de estradas de EE.UU.

baixo condicións bastante restritivas. Necesítase aínda unha formulación exacta destas condicións. Necesítase tamén unha exploración empírica máis sistemática dos modelos aleatorios de crecemento. Para iso os economistas urbanos terán que utilizar técnicas que non forman parte do seu instrumental habitual.

BIBLIOGRAFÍA

AGHION, P.; HOWITT, P. (1992): "A Model of Growth Through Creative Destruction", *Econometrica*, 60 (2), pp. 323-351.

AGRAWAL, A.; COCKBURN, I.; MCHALE, J. (2006): "Gone But Not Forgotten: Knowledge Flows, Labor Mobility, and Enduring Social Relationships", *Journal of Economic Geography*, 6 (5), pp. 571-591.

AUERBACH, F. (1913): "Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration", *Petermanns Geographische Mitteilungen*, 59, pp. 73-76.

BERLIANT, M.; WANG, P. (2005): "Dynamic Urban Models: Agglomeration and Growth", en R. Capello e P. Nijkamp [ed.]: *Advances in Urban Economics*. Amsterdam: Elsevier.

BERNARD, A.B.; JENSEN, J.B. (2007): "Firm Structure, Multinationals, and Manufacturing Plant Death", *Review of Economics and Statistics*, 89 (2), pp. 193-204.

BLACK, D.; HENDERSON, J.V. (1999): "A Theory of Urban Growth", *Journal of Political Economy*, 107 (2), pp. 252-284.

BLACK, D.; HENDERSON, J.V. (2003): "Urban Evolution in the US", *Journal of Economic Geography*, 3 (4), pp. 343-372.

CINGANO, F.; SCHIVARDI, F. (2004): "Identifying the Sources of Local Productivity Growth", *Journal of the European Economic Association*, 2 (4), pp. 720-742.

CÓRDOBA, J.C. (2008): "On the Distribution of City Sizes", *Journal of Urban Economics*, 63 (1), pp. 177-197.

DUMAIS, G.; ELLISON, G.; GLAESER, E.L. (2002): "Geographic Concentration as a Dynamic Process", *Review of Economics and Statistics*, 84 (2), pp. 193-204.

DURANTON, G. (2006): "Some Foundations for Zipf's Law: Product Proliferation and Local Spillovers", *Regional Science and Urban Economics*, 36 (4), pp. 542-563.

DURANTON, G. (2007): "Urban Evolutions: The Fast, the Slow, and the Still", *American Economic Review*, 97 (1), pp. 197-221.

DURANTON, G.; PUGA, D. (2000): "Diversity and Specialisation in Cities: Why, Where and When Does it Matter?", *Urban Studies*, 37 (3), pp. 533-555.

DURANTON, G.; PUGA, D. (2001): "Nursery Cities: Urban Diversity, Process Innovation, and the Life Cycle of Products", *American Economic Review*, 91 (5), pp. 1454-1477.

DURANTON, G.; TURNER, M.A. (2008): *Urban Growth and Transportation. Processed*. University of Toronto.

EATON, J.; ECKSTEIN, Z. (1997): "Cities and Growth: Theory and Evidence from France and Japan", *Regional Science and Urban Economics*, 27 (4-5), pp. 443-474.

EECKHOUT, J. (2004): "Zipf's Law for (all) Cities", *American Economic Review*, 94 (5), pp. 1429-1451.

FINDEISEN, S.; SÜDEKUM, J. (2008): "Industry Churning and the Evolution of Cities: Evidence for Germany", *Journal of Urban Economics*, 64 (2), pp. 326-339.

GABAIX, X. (1999a): "Zipf's Law for Cities: An Explanation", *Quarterly Journal of Economics*, 114 (3), pp. 739-767.

GABAIX, X. (1999b): "Zipf's Law and the Growth of Cities", *American Economic Review (Papers and Proceedings)*, 89 (2), pp. 129-132.

GABAIX, X.; IOANNIDES, Y.M. (2004): "The Evolution of City Size Distributions", en V. Henderson e J.F. Thisse [ed.]: *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 4, pp. 2341-2378. Amsterdam: NorthHolland.

GLAESER, E.L. (1999): "Learning in Cities", *Journal of Urban Economics*, 46 (2), pp. 254-277.

GLAESER, E.L.; KALLAL, H.; SCHEINKMAN, J.A.; SCHLEIFER, A. (1992): "Growth in Cities", *Journal of Political Economy*, 100 (6), pp. 1126-1152.

GROSSMAN, G.M.; HELPMAN, E. (1991): "Quality Ladders in the Theory of Growth", *Review of Economic Studies*, 58 (1), pp. 43-61.

HENDERSON, J.V. (1974): "The Sizes and Types of Cities", *American Economic Review*, 4 (4), pp. 640-656.

HENDERSON, J.V. (2003): "Marshall's Economies", *Journal of Urban Economics*, 53 (1), pp. 1-28.

HENDERSON, J.V. (2005): "Urbanization and Growth", en P. Aghion e S.N. Durlauf [ed.]: *Handbook of Economic Growth*, vol. 1B, pp. 1543-1591. Amsterdam: NorthHolland.

HENDERSON, J.V.; KUNCORO, A.; TURNER, M. (1995): "Industrial Development in Cities", *Journal of Political Economy*, 103 (5), pp. 1067-1090.

JAFFE, A.B.; TRAJTENBERG, M.; HENDERSON, E. (1993): "Geographic Localization of Knowledge Spillovers as Evidenced by Patent Citations", *Quarterly Journal of Economics*, 108 (3), pp. 577-598.

KESTEN, H. (1973): "Random Difference Equations and Renewal Theory for Products of Random Matrices", *Acta Mathematica*, 131 (1), pp. 207-248.

KRUGMAN, P.R. (1991): *Geography and Trade*. Cambridge (MA): MIT Press.

LUCAS JR., R.E. (1988): "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, 22 (1), pp. 3-42.

MARSHALL, A. (1890): *Principles of Economics*. London: Macmillan.

MICHAELS, G.; RAUCH, F.; REDDING, S.J. (2008): *Urbanization and Structural Transformation. Processed*. London School of Economics.

ROMER, P.M. (1990): "Endogenous Technical Change", *Journal of Political Economy*, 98, (5 (2)), pp. S71-S102.

ROSEN, K.; RESNICK, M. (1980): "The Size Distribution of Cities: An Examination of the Pareto Law and Primacy", *Journal of Urban Economics*, 8 (2), pp. 165-186.

ROSENTHAL, S.S.; STRANGE, W.C. (2004): "Evidence on the Nature and Sources of Agglomeration Economies", en V. Henderson e J.F. Thisse [ed.]: *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 4, pp. 2119-2171. Amsterdam: NorthHolland.

ROSSI-HANSBERG, E.; WRIGHT, M.L.J. (2007): "Urban Structure and Growth", *Review of Economic Studies*, 74 (2), pp. 597-624.

ROZENFELD, H.D.; RYBSKI, D.; GABAIX, X.; MASKE, H.A. (2009): *Zipf's Law for the Bulk of the Distribution of City Sizes. Processed*. New York University.

SAXENIAN, A.L. (1994): *Regional Advantage: Culture and Competition in Silicon Valley and Route 128*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

ISSN 1132-2799

SIMON, C.J. (2004): "Industrial Reallocation Across US Cities, 1977-1997", *Journal of Urban Economics*, 56 (1), pp. 119-143.

SIMON, H. (1955): "On a Class of Skew Distribution Functions", *Biometrika*, 42 (2), pp. 425-440.

SOO, K.T. (2005): "Zipf's Law for Cities: A Cross Country Investigation", *Regional Science and Urban Economics*, 35 (3), pp. 239-263.

ZIPF, G.K. (1949): *Human Behavior and the Principle of Least Effort: An Introduction to Human Ecology*. Cambridge, MA: Addison Wesley.