Colección “*Notas en Enxeñaría Química*” nº 4

# FLUXO DE FLUÍDOS COMPRESIBLES

## TOBERAS E COMPRESORES

**Marzal 2023**

# Autor

*Gumersindo Feijoo*
Grupo de Biotecnoloxía Ambiental. Departamento de Enxeñaría Química
Centro Interdisciplinar de Tecnoloxías Ambientais (CRETUS)
Universidade de Santiago de Compostela
Correo-e: gumersindo.feijoo@usc.gal
LinkedIn & Twitter: @feijoo_costa
Portal de Investigación: GUMERSINDO FEIJOO COSTA - Universidade de Santiago de Compostela (usc.gal)

**Páxinas web:**
Biogroup: www.usc.gal/biogroup
CRETUS: www.usc.gal/cretus

# Índice

# 4. FLUXOS COMPRESIBLES.

## 4.1. INTRODUCCIÓN.

No caso do fluxo de gases cando a razón de presións é grande e o fluxo moi rápido, entón os efectos da enerxía cinética e da compresibilidade (variacións da densidade superiores ó 10%) poden chegar a ser os termos dominantes no balance de enerxía mecánica.

A importancia destos dous factores, compresibilidade e velocidade, veñen indicada polo número de Mach, definido como:

$$Ma = \left( \frac{\text{velocidade do gas}}{\text{velocidade do sonido no gas}} \right)_{\text{á mesma } T \text{ e } P} = \frac{v}{c}$$

onde a velocidade do sonido ven dada pola termodinámica como:

$$c = \left[ \frac{\gamma P}{\rho} \right]^{1/2} = \left[ \frac{\gamma R T}{\cancel{M}} \right]^{1/2} = 343{,}5 \ m/s$$

depende de T, P e ρ — gas ideal — aire a 20°C

* NOTA: Def. a capacidade térmica como a cant. de calor pra elevar a tª dunha determinada masa de calquer material nun grao. Por unidade de masa def. o calor específico:

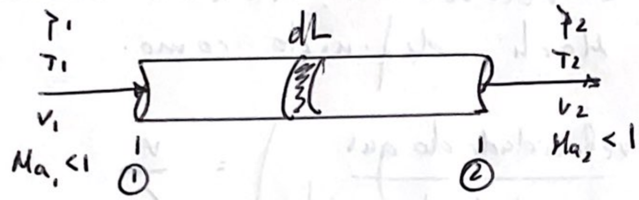
$$\gamma = \frac{C_p \rightarrow \text{a presión cte}}{C_v \rightarrow \text{a volumen cte.}} \quad \begin{cases} 1{,}67 & \text{monoatómicos} \\ 1{,}40 & \text{diatómicos} \\ 1{,}32 & \text{triatómicos} \end{cases}$$

## 4.2 FLUXO DE GAS CON COMPORTAMENTO IDEAL. (< 5 atm)

Sexa o balance diferencial de enerxía mecánica:

$$\frac{v\cdot dv}{\alpha} + \cancel{g\,dz}^{\,0} + \vartheta dp + d\Sigma F = \cancel{dW}^{\,0}$$

- Nos fluxos compresibles resulta practicamente desprezable o termo de enerxía potencial.
- consideramos a circulación do gas ó traverso dun tubo tal que:




despexando $\vartheta dp$ transformase:

$$-\vartheta dp = \cancel{\tfrac{1}{g}} \left(\frac{v dv}{\alpha} + 2f\, v^2 \frac{dL}{D}\right)$$

introducindo o concepto da velocidade másica, G:

$$v = \vartheta \cdot G \iff dv = G \cdot d\vartheta$$

$$-\vartheta dp = \cancel{\tfrac{1}{g}} \left(\frac{\vartheta \cdot G \cdot G \cdot d\vartheta}{\alpha}\right) + 2f\,(\vartheta \cdot G)^2 \cdot \frac{dL}{D}$$

dividindo por $\vartheta^2$

$$-\frac{dp}{\vartheta} = \frac{G^2}{\alpha}\frac{d\vartheta}{\vartheta} + 2f\, G^2 \frac{dL}{D}$$

Integrando esta ec. diferencial pra abarcar todo o tramo recto, supoñendo que podemos considerar valores medios do factor de rozamento e de $\alpha$:

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{v} = \frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{v_2}{v_1} + 2\bar{f} G^2 \frac{L}{D}$$

Condición de gas ideal, xunto cunha $T^a$ media aritmética cte pra todo o tramo recto. Esta derradeira hipótese é aceptable si a variación relativa é inferior ó $10\% \Rightarrow \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$, de non ser así divídese o tramo recto nos suficientes subtramos pra que en cada un si se cumpla tal condición:

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p\,v = \frac{RT}{M}$$

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{v} = \frac{M}{R\bar{T}} \int_{p_1}^{p_2} p\,dp = \frac{M}{R\bar{T}} \frac{p_1^2 - p_2^2}{2}$$

tamén: $\frac{v_2}{v_1} \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p_2}$

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = \ln \frac{p_1}{p_2} - \ln \frac{T_1}{T_2}$$

entón:

$$\boxed{\frac{M}{2R\bar{T}} (p_1^2 - p_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \left( \ln \frac{p_1}{p_2} - \ln \frac{T_1}{T_2} \right) + 2\bar{f} G^2 \cdot \frac{L}{D}}$$

"Ec. xeral aplicable a calquer tipo de fluxo, sempre que o comportamento do fluido poida suporse ideal"

Si a variación de t$^a$ no tramo recto é moderada, situación moi frecuente, o termo $\ln \frac{T_1}{T_2} \simeq 0$, tendo agora:

$$\frac{M}{2R\bar{T}}\left(p_2^2 - p_1^2\right) = \frac{G^2}{\bar{\alpha}} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2\bar{f}\, G^2 \cdot \frac{L}{D}$$

e cando a velocidade do gas, no fluxo é inferior a 35 m/s podemos tamén desprezar o termo $\ln p_1/p_2 \simeq 0$ que:

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{4R\bar{T}}{M}\, \bar{f}\, G^2 \cdot \frac{L}{D}$$ "Ec. de WEYMOUTH"*

ISOTERMO

Basta con sustituír $\bar{T}$ pola temperatura do fluxo T:

$$\frac{M}{2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{G^2}{\bar{\alpha}} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2\bar{f}\, G^2 \cdot \frac{L}{D}$$

a mesma ec. en función do número de Ma quedaría:

$$2 \ln \frac{Ma_2}{Ma_1} - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2}\right) + \frac{4\bar{f} \cdot L}{D} = 0$$

* NOTA: A densidade media pode calcularse:

$$\bar{\rho} = \left(\frac{M}{RT}\right)\left[(p_1 + p_2)/2\right]$$

## ADIABATICO

Nun proceso adiabático é aquel no que non se rexistra ningunha transf. térmica entre o sist. e o seu medio, esto é, $dQ=0$. Polo tanto, a aplicación da primeira lei a un proceso adiabático reversible:

$$dU = dQ - dW \Rightarrow dU = -dW = -P\,dV = C_v\,dT$$

pra un gas ideal onde podemos sustituir $P$ por $RT/V$, teremos:

$$-\frac{RT}{V}dV = C_v\,dT \;;\; \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\frac{dV}{V}$$

se introducimos o concepto $\gamma = C_p/C_v$:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \overset{\text{gas ideal}}{=} \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \Rightarrow \frac{R}{C_v} = \gamma - 1$$

polo que:

$$\frac{dT}{T} = -(\gamma-1)\frac{dV}{V} \Rightarrow \ln\frac{T_2}{T_1} = -(\gamma-1)\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}$$

ou:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} \Leftrightarrow P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} = cte$$

No balance diferencial de enerxía mecánica poderemos estabrecer a $\int_{P_2}^{P_1}\frac{dP}{\rho}$ en función da expresión anterior:

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\vartheta} = \frac{1}{p_1^{1/\gamma}\vartheta_1}\int_{p_2}^{p_1} p^{1/\gamma}\, dp = \frac{\gamma}{\gamma+1}\,\frac{1}{p_1^{1/\gamma}\vartheta_1}\left(p_1^{\gamma+1/\gamma} - p_2^{\gamma+1/\gamma}\right) =$$

$$p_1\vartheta_1^{\gamma} = p_2\vartheta_2^{\gamma} = p\,\vartheta^{\gamma}$$

$$(\vartheta^{\gamma})^{1/\gamma} = \left(\frac{p_1\vartheta_1^{\gamma}}{p}\right)^{1/\gamma} = \frac{p_1^{1/\gamma}\vartheta_1}{p^{1/\gamma}}$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma+1}\,\frac{p_1}{\vartheta_1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma+1/\gamma}\right]$$

En consecuencia:

$$\frac{\gamma}{\gamma+1}\,\frac{p_1}{\vartheta_1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right] = \frac{G^2}{\gamma}\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} + 2\bar{f}\,G^2\,\frac{L}{D}$$

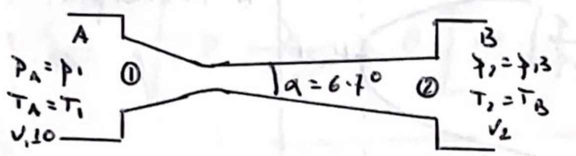
en función do número de Mach:

$$\frac{\gamma+1}{2}\ln\left[\frac{Ma_2^2\cdot Y_1}{Ma_1^2\cdot Y_2}\right] - \left(\frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2}\right) + \gamma\left(\frac{4\bar{f}\cdot L}{D}\right) = 0$$

$$Y_i = 1 + \frac{\gamma-1}{2}Ma_i^2$$

## 4.3 FLUXO Ó TRAVERSO DE BOQUILLAS OU TOBERAS

Unha boquilla ou tobera é un aparato que provoca o intercambio de enerxía cinética e interna dun fluido como resultado dun cambio no área transversal do fluxo. Estes dispositivos empréganse fundamentalmente pra produción de chorros gaseosos de elevada velocidade destinados a xeneración de potencia nas turbinas e o bombeo de fluidos.



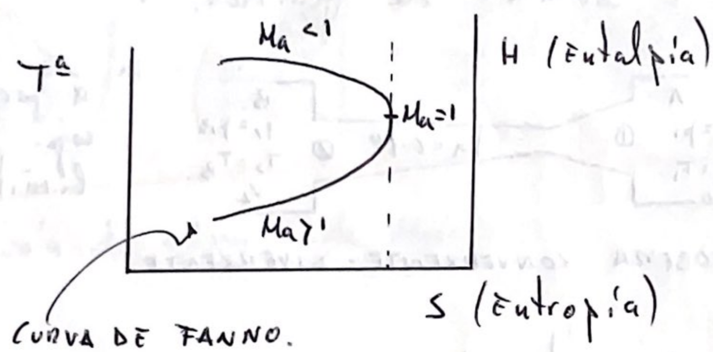

"α pequeno evitar sep. da capa límite"

TOBERA CONVERXENTE - DIVERXENTE

Dun depósito de gas A arranca unha curta condución converxente redondeada no seu extremo (pra unha boquilla non redondeada tense todo tipo de incertidume sobor do fluxo, pois teriamos separación da capa límite), polo que únese a unha condución diverxente mediante outra cilíndrica horizontal de pouca lonxitude ou GARGANTA, desembocando o sector diverxente nun depósito receptor B.

Consideraremos que a entrada da tobera é de sección transversal moi superior á que corresponde á garganta, polo que $v_1 \approx 0$ e tamén $T_1 = T_A$ e $P_1 \approx P_A$. De xeito análogo as t$^{a}$ e presións da saída da tobera e do depósito receptor coincidiran: $T_2 = T_B$ e $p_2 = p_B$.

Como no caso do tubo cilíndrico, no sector converxente da tobera o fluxo será sempre subsónico, aínda pode conquerir a velocidade do sonido na garganta. Isto débese a consideracións meramente termodinámicas, poñen de manifesto que fluxo por tubos de sección cte. un gas non pode rebasar a velocidade do son, pois temos a máxima entropía nesas condicións:




No sector diverxente o fluxo pode ser subsónico ou supersónico.

Plantexemos o balance de enerxía mecánica entre o pto 1 (entrada da tobera) a un punto xenérico o longo da sección diverxente:

$$\left(\frac{v_2^2}{2\alpha_2} - \cancelto{0}{\frac{u_1^2}{2\alpha_1}}\right) + \cancelto{0}{g(z_2 - z_1)} + \int_{p_1}^{p} v \cdot dp + \cancelto{0}{\Sigma F} = \cancelto{0}{W}$$

$u_1 \simeq 0$ (no depósito inicial)

Pra un gas ideal considerando fluxo adiabático // pra toberas ben deseñadas as expansións gaseos podense tomar reversibles dado elevados caudais $\Rightarrow dQ = 0$ e sin fricción $\longrightarrow$ isoentrópico onde:

$$p_1 \vartheta_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma = p \cdot \vartheta^\gamma = cte \quad (\text{adiabático})$$

$$\int_{p_1}^{p} \vartheta \cdot dp = p_1^{1/\gamma} \vartheta_1 \int_{p_1}^{p} p^{-1/\gamma} dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1^{1/\gamma} \vartheta_1 \left[ p^{1-1/\gamma} - p_1^{1-1/\gamma} \right]$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \vartheta_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

co que:

$$\overset{\text{velocidad}}{u} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \vartheta_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

a velocidade másica:

$$G = \frac{u}{\vartheta} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{p}{p_1} \right)^{2/\gamma} \frac{p_1}{\vartheta_1} \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

sendo a superficie:

$$S = m \underbrace{\frac{\vartheta}{u}}_{1/G} = m \cdot \vartheta_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^{-1/\gamma} \sqrt{\frac{1}{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \vartheta_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}}$$

- pra un caudal másico da gas dado $m$, a velocidade másica $G$ será máxima e a superficie transversal $S$ mínima na "garganta" da tobera. Na mesma $dG/dp = 0$ e $dS/dp = 0$, ou sexa, con calquer destas duas diferenciación podo obter a razón crítica de presión na gorxa:

$$r_c = \frac{p_g}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

a partires desta expresión e sustituindo nas ecuacións de v e S:

$$v_g = \sqrt{\gamma p_g v_g}$$

$$S_g = m\sqrt{\frac{1}{\gamma}\frac{v_1}{p_1} r_c^{-\frac{(\gamma+1)}{\gamma}}} = m\sqrt{\frac{v_g}{\gamma p_g}}$$

"Expresión da velocidade na gorxa, coincidente coa do son e da súa superficie transversal dependente exclusivamente do caudal e cond. iniciais"

Si a expansión dos gases nas toberas orixinan rozamento e aumento da entropía, non se poden aplicar as ec. anteriores. Nestes casos definimos a EFICACIA OU RENDIMENTO ISOENTRÓPICO DA TOBERA, como a relación entre a variación da enerxía cinética real no chorro gaseoso e a que tería si a expansión fose isoentrópica:

$$\eta_s = \frac{(v_2^2 - v_1^2)\,real}{(v_2^2 - v_1^2)_{isoent}} = \frac{(H_1 - H_2)\,real}{(H_1 - H_2)_{isoent}}.$$

con $v_1 \simeq 0$, a velocidade real:

$$v_{2\,real} = \sqrt{2\,\eta_s\,(H_1 - H_2)_{\text{isoent.}}} \qquad \eta_s \geq 0{,}95$$

4.4.3.3 FLUXO DE GAS CON COMPORTAMENTO REAL

No caso de gases que se separan apreciablemente do comportamento ideal, como pasa con todolos ordinarios a presións elevadas (superiores a 5 atm), teremos que aplicar algunha ec. de estado real ou a dos gases ideais co factor de compresibilidade:

$$p\,v = z\,R\,T$$

Deste xeito e considerando a mesma hipotese que pra temperatura: $\bar{T}$ (ou tramos si que pase), pro factor de compresibilidade medio $\bar{z}$ teremos:

$$\frac{M}{2RT\bar{z}}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{G^2}{\alpha}\ln\frac{p_1}{p_2} + 2\,f\,G^2\,\frac{L}{D}$$

Nembargantes, pro caso do VAPOR DE AUGA (ben alonxado da idealidade) pra un amplio intervalo de condicións resultan aplicables as ec. deducidas pra evaluación das perdas de presión en fluxos de gases ideais

a) Vapor de auga requentado: Ta superior á de saturación á presión que lle corresponde, aplicaselle as ec. de gases ideais cun valor empírico da cte. R específico pro vapor de auga á temperatura e presión a que se atope.

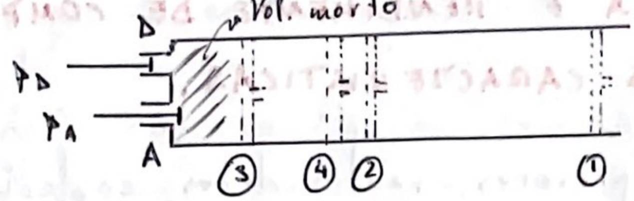
b) Vapor de auga saturado: (tubería ben aillada) considerase ideal isotermo.

NOTA O vapor que emprega na práctica é, en xeral, un vapor húmedo, cada kg de vapor contén realmente x kg de vapor e (1-x) kg de líq. en suspensión; onde x recibe o nome de TITULO DE VAPOR e (1-x) o de HUMEDADE ESPECIFICA

## 4.5. POTENCIA E RENDIMENTO DE COMPRESORES. CURVAS CARACTERISTICAS.

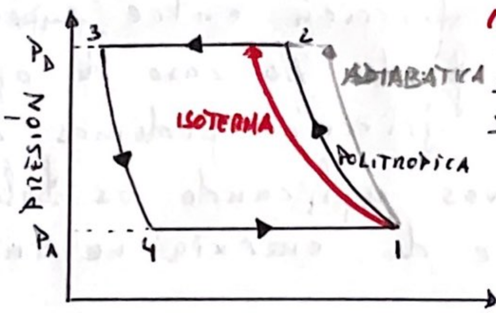
Os compresores, ventiladores, sopladores e as bombas de baleiro usanse frecuentemente na industria pra: a) transportar fluidos, b) proveer a presión apropiada a fin de levar a cabo reacciónS, pra procesos de separación e pra instrumentos neumáticos, e c) transferir enerxía mecánica a un fluido por axitación, pra transporte de partículas sólidas, etc. O diseño destos aparatos depende moito da transferencia de cantidade de movemento, incluindo os efectos das forzas de fricción entre superficies sólidas en mov. e o fluido. No caso de operación óptima (reversible) sin fricción podemos obter resultados cuantitativos aplicando os balances de enerxía total e de enerxía mecánica.

Pra ilustrar a operación dun compresor é convinte considerar o tipo de mov. alternativo, xa que as traxectorias do ciclo poden representarse convintemente nun diagrama PV ou DIAGRAMA DO INDICADOR. Esquematicamente, un compresor alternativo consta dun cilindro con duas válvulas, a de aspiración ou admisión do gas a baixa presión, A, e a de expulsión ou descarga do gas comprimido, D, e dun émbolo que se desplaza alternativamente mediante unha biela acoplada a un motor.




COMPRESOR DO EMBOLO

a) Linea de aspiración ou admisión.- Coa válvula de entrada, aspiración ou admisión aberta e a de descarga pechada, introducese un gas a baixa presión ó cilindro a medida que o pistón fai o seu desprazamento (liña 4→1)




"CICLO DUN COMPRESOR RECIPROCANTE DUNHA SOA ETAPA"

b) Liña de compresión.- Coas válvulas de entrada e de descarga pechadas, o pistón invirte o seu movemento e comprime o gas até a presión de descarca (liña 1→2)

c) Liña de descarga ou expulsión.- Coa válvula de descarga aberta e a de entrada pechada, descargase o gas de alta presión (liña 2→3)

d) Liña de reexpansión.- A medida que o pistón reinicia a sua traxectoria, a presion disminución atá que se conquira a válvula de entrada; neste punto, a válvula abrese e o ciclo repítese, liña (3 → 4). As válvulas operan normalmente polas diferencias de presión entre as liñas de descarga e de entrada e o gas no interior do cilindro.

Defínese VOLUMEN DE EMBOLADA, $V_h$, o da carreira do émbolo entre as posicións 3 e 1, esto é, a $(V_1 - V_3)$:

$$\varepsilon = \frac{V_3}{V_1 - V_3} = \frac{V_3}{V_h}$$

valor oscila entre 6-10% pra compresores horizontais atá presións de 10 atm, 8-15% pra tales compresores a presións maiores, e superiores ó 10% pra compresores verticales de doble efecto.

## 4.5.1 POTENCIA E RENDIMENTO.

**A)** Si aplicamos o balance de enerxía mecánica o proceso total entre as liñas de admisión e de descarga e desprecianse os trocos na enerxía cinética e potencial, así como os de fricción:

$$W = \int_{P_A}^{P_D} v \cdot dP$$

traballo por unidade de masa

O traballo é tamén a suma dos termos $\int p\,dV$ pros catro procesos 4-1, 1-2, 2-3, 3-4 da figura ou diagrama indicador. Esta suma é proporcional o área delimitada polas liñas que representas os catro procesos. Esta area representa o traballo por ciclo e pode calcularse como $\oint p\,dV$.

Entón teremos que segundo a compresión as ec. que nos daran o traballo serán: * todas das gra gas ideal.

**ISOTERMA**

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow p\vartheta = \frac{RT}{M}$$

ou dexa:

$$\vartheta = \frac{RT}{M} \cdot \frac{1}{p}$$

co que:

$$\boxed{W_{ISOTERMO} = \int_{p_A}^{p_D} \frac{RT}{M}\frac{1}{p} = \frac{RT}{M} \ln \frac{p_D}{p_A}}$$

**ADIABATICA**

$$p_1 \vartheta_1^{\gamma} = p_2 \vartheta_2^{\gamma} = p\vartheta^{\gamma} = cte$$

$$\boxed{W_{ADIA.} = \int_{p_A}^{p_D} \vartheta \cdot dp = p_A^{1/\gamma}\vartheta_A \int_{p_A}^{p_D} p^{-1/\gamma} dp = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_A \vartheta_A \left[\left(\frac{p_D}{p_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]}$$

POLITRÓPICA

Pra procesos que non son completamente adiabáticos soe empregarse un factor $\delta$ determinado empiricamente tal que:

$$p\, v^{\delta} = cte$$

co que:

$$\boxed{W_{POLIT} = \frac{\delta}{\delta - 1}\, p_A\, v_A \left[ \left( \frac{p_D}{p_A} \right)^{\delta-1/\delta} - 1 \right]}$$

$\delta \neq 0, 1, \gamma$ ou $\infty$ pois teriamos transformacións isóbara, isoterma, adiabática e isocora, respectivamente.

**B)** Si aplicamos o balance de enerxía total, por ende válido pra calquer compresor e tipo de fluido, o proceso total desprezando as variacións de enerxía cinética e potencial:

$$\Delta H + \cancel{\frac{\Delta v^2}{2\alpha}} + \cancel{g \Delta z} = Q + W$$

$$\boxed{W = \Delta H - Q = (H_D - H_A) - Q}$$

Calquer ec. (apartado A ou B) pode empregarse pra calcular o traballo reversible, pero unhas ou outras poden ser máis convintes pra ~~calcular~~ unha aplicación en particular, dependendo da dispoñibilidade de datos de entalpía ou da traxectoria do proceso de compresión. Como os compresores operan en condicións máis perto das adiabáticas que das isotermas o proceso reversible atópase máis próximo ó da entropía cte:

$$\boxed{W = (H_D - H_A)_{S,\,cte.}}$$

Se o gas non é ideal, pero pode modelizarse o seu comportamento con correlación xeneralizada do factor de compresibilidade o traballo pode evaluarse a partires *das prop. residuais que representan a dif. entre o valor dunha propiedade termodinámica no estado gaseoso ideal e o seu valor en estado real, ámbolos dous a mesma presión e $T^a$:

$$\Delta M' = M' - M \Rightarrow \boxed{M = M' - \Delta M'}$$

Caso da entalpía e entropía:

$$H = H' - \Delta H' = H_0' + \int_{T_0}^{T} C_p' \, dT - \Delta H' \quad \text{º estado de ref. gas ideal}$$

$$S = S' - \Delta S' = S_0' + \int_{T_0}^{T} \frac{C_p'}{T} dT - R \ln \frac{P}{P_0} - \Delta S'$$

** máis das correlacións xeneralizadas de $\Delta H'$ e $\Delta S'$

O procedemento é o seguinte: dos datos de $C_p$ contra $t^a$ e presión á entrada do compresor podemos obter $\Delta S$ de compresión pra calquer $t^a$ suposta da descarga.

$$\Delta S = S_D - S_A = \int_{T_A}^{T_D} \frac{C_p'}{T} dT - R \ln \frac{P_D}{P_A} - (\Delta S')_D + (\Delta S')_A$$

aplicamos a ec. anterior de S.

pra unha operación reversible e adiabática, $S_D - S_A$ debe ser cero. Con esta restricción podemos evaluar si a $t^a$ suposta de descarga é correcta. Co valor de $T_D$ podemos aplicar o balance enerxía total sustituindo os valores de $H_D$ e $H_A$ (non os temos tabulados) en función das prop. residuais:

$$\boxed{W = H_D - H_A = \int_{T_A}^{T_D} C_p' \, dT - (\Delta H')_2 + (\Delta H')_1}$$

**c)** Def. os traballos por unidade de masa indicado $W$ e adiabático $W_{ADIA}$, os seus respectivos productos polo caudal másico de gas a comprimir ($m$) representan as denominadas POTENCIA INDICADA ($N_i$) e a POTENCIA ISOENTRÓPICA ($N_s$):

$$\boxed{N_i = m\,W} \quad , \quad \boxed{N_s = m\,W_{ADIAB}}$$

Si como no caso das bombas, representare por $N_a$ a potencia de accionamento do compresor temos:

- Rendimento isoentrópico-indicado:

$$\eta_{si} = \frac{N_s}{N_i}$$

- Rendimento isoentrópico de accionamento ou senxelamente isoentrópico:

$$\eta_{sa} = \frac{N_s}{N_a}$$

- Rendimento mecánico ou orgánico:

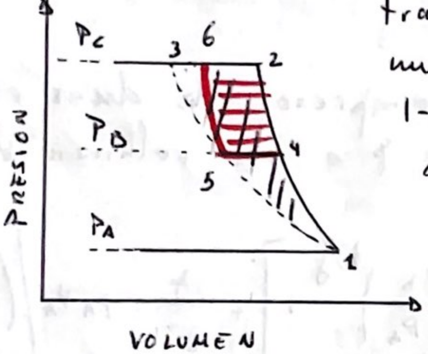
$$\eta_m = \frac{N_i}{N_a} = \frac{\eta_{sa}}{\eta_{si}}$$

A capacidade dos compresores pra suministrar un caudal determinado de gas comprimido a unha certa presión, constitue unha caract. fundamental dos mesmos. Debido a que por diversas circunstancias a mas de gas expulsada en cada embolada ($M_D$) é sempre inferior á presumible tendo en conta o volumen da mesma ($V_h$) e a densidade do gas no punto de entrada ($\rho_A$), co que se def. un rendimento volumétrico:

$$\lambda = \frac{m_D}{V_h \cdot \rho_A}$$

## 4.4.2. COMPRESIÓN EN MULTIETAPAS

Por diversas razóns, a relación da presión de descarga á de succión pra un compresor dunha soa etapa atópase limitada. Así, nun proceso isotermo (1-3) requírese menos traballo que no adiabático (1-2) nun cant. equivalente ó área 1-2-3. Agora ben, a etapa de compresión aproxímase máis o proceso adiabático que ó isotermo, pois é imposible transferir gran cant. de calor ó traverso das




paredes do cilindro no tempo no que se efectúa a carreira do pistón; nembargantes, poden conquerirse as ventaxas da operación isotérmica dividindo o proceso en duas etapas, esto é, limitando a presión de descarga do primeiro cilindro compresor a $P_B$, enfriando o gas á $t^a$ orixinal $T_1$ (traxectoria 4-5) mediante cambiadores de calor tubulares enfriados con auga ou refrixerante. Con frecuencia emprégase tamén un enfriador terminal pra enfriar o gas de alta presión que sae da derradeira etapa.

Deste xeito nun segundo cilindro se completa finalmente a compresión a $P_C$. Nun sist. de duas etapas conquírese unha redución no traballo igual o área 2-4-5-6.

Unha maior disminución nos requisitos de traballo obtense ó aumentar o número de etapas a tres ou máis, pero como a máxima redución atópase limitada ó área 1-2-3 compre atinxir un pto. de compromiso entre o descenso nos costos de potencia co aumento dos costes do equipo.

O traballo neste compresor de duas etapas, definindo como presión $P$ e un volumen $V$ entre etapas:

$$W = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_A \cdot \vartheta_A \left[ \left( \frac{P}{P_A} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right] + \frac{\gamma}{\gamma-1} P_A \vartheta_A \left[ \left( \frac{P_D}{P} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right]$$

pra n compresores:

$$W_{TOTAL} = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_A \vartheta_A \left[ \left( \frac{P_{D1}}{P_A} \right)^{\gamma-1/\gamma} + \left( \frac{P_{D2}}{P_{D1}} \right)^{\gamma-1/\gamma} + \dots + \left( \frac{P_{Dn}}{P_{Dn-1}} \right)^{\gamma-1/\gamma} - n \right]$$

$\gamma$ : adiabática n: numero de compresores.

$\delta$ : politrópica

**DEMOSTRACIÓN** que na operación dun compresor de duas etapas o requerimento de traballo total é un mínimo cando o traballo en toda-las etapas é o mesmo, supoñendo que o gas enfriase á t^a inicial logo de cada etapa:

$$W = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_A v_A \left[ \left(\frac{p_{D_1}}{p_A}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right] + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_A v_A \left[ \left(\frac{p_{D_2}}{p_{D_1}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right]$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1} p_A v_A \left[ \left(\frac{p_{D_1}}{p_A}\right)^{\gamma-1/\gamma} + \left(\frac{p_{D_2}}{p_{D_1}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 2 \right]$$

- GAS IDEAL

$$p_A v_A = \frac{RT_A}{M}$$

- Co que:

$$W = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{RT_A}{M} \left[ \left(\frac{p_{D_1}}{p_A}\right)^{\gamma-1/\gamma} + \left(\frac{p_{D_2}}{p_{D_1}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 2 \right]$$

- condición traballo mínimo implica que

$$\frac{\partial W_{TOTAL}}{\partial p_{D_1}} = 0$$

$$\frac{\partial W_{TOTAL}}{\partial p_{D_1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{RT_A}{M} \left[ \frac{1}{p_A^{\gamma-1/\gamma}} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} p_{D_1}^{-1/\gamma} + p_{D_2}^{\gamma-1/\gamma} \left(-\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \cdot p_{D_2}^{1-2\gamma/\gamma} \right] = 0$$

$$p_{D_1}^{-1/\gamma} \left[ p_A^{-(\gamma-1)/\gamma} - p_{D_2}^{\gamma-1/\gamma} \cdot p_{D_1}^{2(1-\gamma)/\gamma} \right] = 0$$

$$p_A^{-\gamma-1/\gamma} = p_{D_2}^{\gamma-1/\gamma} \cdot p_{D_1}^{2(1-\gamma)/\gamma}$$

$$p_{D_1}^{2(1-\gamma)/\gamma} = p_A^{-\gamma-1/\gamma} \cdot p_{D_2}^{-\gamma-1/\gamma} = \left(p_A \cdot p_{D_2}\right)^{-(\gamma-1)/\gamma}$$

$$p_{D_1}^{2(\gamma-1)/\gamma} = \left(p_A \cdot p_{D_2}\right)^{\gamma-1/\gamma}$$

$$p_{D_1}^2 = \left(p_A \cdot p_{D_2}\right) \Leftrightarrow \frac{p_{D_1}}{p_A} = \frac{p_{D_2}}{p_{D_1}}$$

Posto que a relación de presións en ambalas duas etapas e a mesma, ou sexa, o traballo por etapa é o mesmo.

Esta demos. pode extenderse pra un compresor de n etapas:

$$\frac{\partial W_{TOTAL}}{\partial p_{D_1}} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial W_{TOTAL}}{\partial p_{D_2}} = 0 \quad ; \quad \cdots \quad \frac{\partial W_{TOTAL}}{\partial p_{D_n}} = 0$$

$$\frac{p_{D_1}}{p_A} = \frac{p_{D_2}}{p_{D_1}} \quad ; \quad \frac{p_{D_2}}{p_{D_1}} = \frac{p_{D_3}}{p_{D_2}} \quad ; \quad \cdots \quad \frac{p_{D_{n-1}}}{p_{D_{n-2}}} = \frac{p_{D_n}}{p_{D_{n-1}}}$$

ou sexa:

$$\frac{p_{D_1}}{p_A} = \frac{p_{D_2}}{p_{D_1}} = \frac{p_{D_3}}{p_{D_2}} = \cdots = \frac{p_{D_n}}{p_{D_{n-1}}} = r$$

"No caso teórico analizado, pra que o traballo global de compresión sexa mínimo, as relacións de compresión en todo-los cilindros deben ser iguais"

Desta igualdade múltiple dedúcese:

$$\frac{p_{D1}}{p_A}\cdot\frac{p_{D2}}{p_{D1}}\cdot\frac{p_{D3}}{p_{D2}}\cdots\frac{p_{Dn}}{p_{Dn-1}} = r^n$$

$$\frac{p_{Dn}}{p_A} = r_t = r^n$$

relación de presións en cada etapa

relación de presións total entre a descarga e a admisión

$$\boxed{r = r_t^{1/n} = \sqrt[n]{\frac{p_{Dn}}{p_A}}}$$

- SI TEMOS EN CONTA AS PERDAS DE PRESION E OS EFECTOS DE QUENCEMENTO.

Si aínda considerando nulos os volúmens mortos dos cilindros, tivéranse en conta as perdas por presión en válvulas e refrixerantes (introducimos factor $\xi$ tal que $p_{A_{02}} = \xi p_{D_1}$, sendo $\xi < 1$), así como que a refrixeración nestos últimos non é tan extremada pra conquerir a temperatura inicial $T_A$ (introducimos o factor $\theta$ tal que $T_{A_2} = \theta T_{A_1}$, sendo $\theta > 1$) o traballo teórico politrópico sería:

$$\boxed{W_{TOTAL} = \frac{\delta}{\delta-1}\frac{RT_A}{M}\left\{\left[\left(\frac{p_{D1}}{p_A}\right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} - 1\right] + \theta\left[\frac{1}{\xi^{\frac{\delta-1}{\delta}}}\left(\frac{p_{D2}}{p_{D1}}\right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} - 1\right] + \cdots + \theta^{n-1}\cdot\left[\frac{1}{\xi^{\frac{\delta-1}{\delta}}}\left(\frac{p_{Dn}}{p_{Dn-1}}\right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} - 1\right]\right\}}$$

O traballo mínimo atinxirase cando a relación de presións de cada etapa cumplan:

$$r_1 = \theta^{\frac{\delta}{\delta-1}} \cdot r_2 \; ; \; r_2 = \theta^{\frac{\delta}{\delta-1}} \cdot r_3 \; ; \; \cdots \; ; \; r_{n-1} = \theta^{\delta/\delta-1} \cdot r_n$$

ou dexa:

$$r_1 = r_t^{1/n} \, \xi^{\frac{1}{n}-1} \cdot \theta^{\frac{\delta}{\delta-1} \cdot \frac{n-1}{2}}$$

$$\vdots$$

$$r_n = r_t^{1/n} \, \xi^{\frac{1}{n}-1} \cdot \theta^{\frac{\delta}{\delta-1}}$$

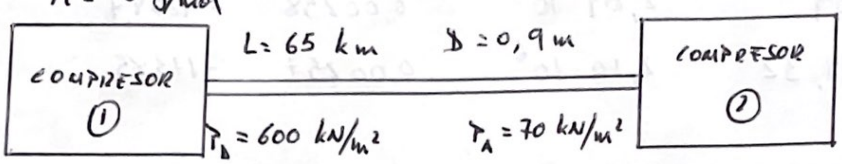
## 6.1 Caso A. Cálculo do caudal volumétrico

**8.** Bombease un gas cunha tubería de 0,9 m de diámetro interior que une duas estacións compresoras situadas a 65 km de distancia. A presión de descarga da primeira estación non debe exceder de 600 kN/m$^2$ e na segunda a presión de admisión deberá ser alómenos de 70 kN/m$^2$. Calcular o máximo de caudal volumétrico permitido, expresado en m3/día a 293 K e 101,325 kN/m$^2$, si o gas mantense na tubería a 293 K.

Datos: Supor que por ser moi grande o diámetro da condución, a rugosidade relativa do gaseoducto é aproximadamente cero.
Viscosidade do gas a 293 K: 2,54 10$^{-5}$ kg/m s.
PESO MOLECULAR MEDIO DO GAS: 18

SOLUCIÓN

M = 18 g/mol




T = 293 K

Considero comportamento ideal e isotermo:

$$\frac{M}{2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2\phi\, G^2 \cdot \frac{L}{D}$$

sendo:

- $$\frac{M}{2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{18 \frac{g}{mol} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ g}}{2 \cdot 8{,}314 \cdot 293} \cdot \left(600000^2 - 70000^2\right) = 1{,}31 \cdot 10^6$$

- $$G^2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = G^2 \cdot \ln \frac{600}{70} = 2{,}15 \cdot G^2$$

- $$2\phi\, G^2 \cdot \frac{L}{D} = 2\phi \cdot G^2 \cdot \frac{65 \cdot 10^3}{0{,}9} = 1{,}44 \cdot 10^5 \cdot \phi\, G^2$$

$\phi$ función do $\frac{\varepsilon}{D}$ , $Re = \frac{GD}{\mu}$

a ecuación a resolver será:

$$G^2\left(1{,}44\cdot10^5\,\bar{f} + 2{,}15\right) - 1{,}31\cdot10^6 = 0$$

| $G$ (kg/m²·s) | $Re = \frac{GD}{\mu} = 3{,}54\cdot10^4 G$ | $\bar{f}$ | $F(G)$ |
|---|---|---|---|
| 100 | $3{,}54\cdot10^6$ | 0,00237 | 770 |
| 50 | $17{,}70\cdot10^5$ | 0,00265 | -350625 |
| 60 | $2{,}12\cdot10^6$ | 0,00257 | +30028 |
| 59 | $2{,}09\cdot10^6$ | 0,00258 | -9254,7 |
| 59,32 | $2{,}10\cdot10^6$ | 0,00257 | -173,85 |

$$*\ \bar{f}_{CHEN} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -4{,}0\log\left\{-\frac{5{,}0452}{Re}\log\left[\frac{5{,}8506}{Re^{0{,}8981}}\right]\right\}$$

entón:

$$m = G\cdot S = \frac{\pi\cdot G}{4}D^2 = 37{,}72\ \text{kg/s}$$

aplicando a lei dos gases ideais:

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M}RT$$

$$Q = \frac{m}{M}\frac{RT}{p} = \frac{37{,}72\ \text{kg/s}}{18\frac{g}{mol}\cdot\frac{1\ kg}{10^3\ g}}\cdot\frac{8{,}314\cdot293}{1{,}01\cdot10^5} = 50{,}54\ m^3/s$$

$$\boxed{Q = 4{,}37\cdot10^6\ m^3/\text{día}}$$

**9.** Unha corriente de monóxido de carbono circula a 273 K ó longo dunha conducción de aceiro de 500 m de lonxitude e 0,01 de diámetro interno, sendo as presións absolutas nos extremos da conducción 5000 kN/m$^2$ e 4000 kN/m$^2$, respectivamente. Calcular o caudal másico de circulación.

Datos: Rugosidade do aceiro: $\varepsilon$=4,572 10$^{-5}$ m.
Relación entre a presión, o volumen específico e a viscosidade do monóxido de carbono a 273 K: .

| p (kN/m$^2$) | $\vartheta$ (m$^3$/kg) | $\mu$ (kg/m s) |
|---|---|---|
| 158,4 | 0,5 | 1,659 10$^{-5}$ |
| 381,5 | 0,2 | 1,661 10$^{-5}$ |
| 1543,7 | 0,05 | 1,677 10$^{-5}$ |
| 4053,0 | 0,02 | 1,713 10$^{-5}$ |
| 8150,0 | 0,01 | 1,799 10$^{-5}$ |
| 16373,7 | 0,005 | 2,063 10$^{-5}$ |

SOLUCIÓN

Podo considerar a ec. de Bernouilli previa a suposición de gas ideal:

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\vartheta} = \frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} + 2 \bar{f}\, G^2 \frac{L}{D}$$

Teño duas alternativas pra resolución desta ecuación: A) Introducir unha ec. de estado real, cu coef. do virial, ou B) resolver a integral por métodos numéricos si dispoño de datos.

Este derradeiro caso é o que se me presenta, tendo que resolvela por trapecios previamente deducida a función que axusta os datos de p a $1/\vartheta$:

| $P$ ($N/m^2$) | $1/\vartheta$ ($kg/m^3$) |
|---|---|
| $158,4 \cdot 10^3$ | 2,0 |
| $381,5 \cdot 10^3$ | 5.0 |
| $1543,7 \cdot 10^3$ | 20,0 |
| $4053,0 \cdot 10^3$ | 50,0 |
| $8150,0 \cdot 10^3$ | 100,0 |
| $16373,7 \cdot 10^3$ | 200,0 |

Función de axuste:

$$y = a + b x^2 \sqrt{x} + c x^3 + d \frac{x}{\ln x}$$

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\vartheta} = 5,455 \cdot 10^7 \left( \frac{kg}{s\, m^2} \right)^2$$

TRAPECIOS.

$$\frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = G^2 \cdot \ln \frac{61,58}{49,52} = 0,218 \cdot G^2$$

$$2 \bar{f}\, G^2 \frac{L}{D} = G^2 \cdot \left( 2 \cdot \bar{f} \cdot \frac{500}{0,01} \right) = 10^5 \bar{f}\, G^2$$

entón a función a resolver:

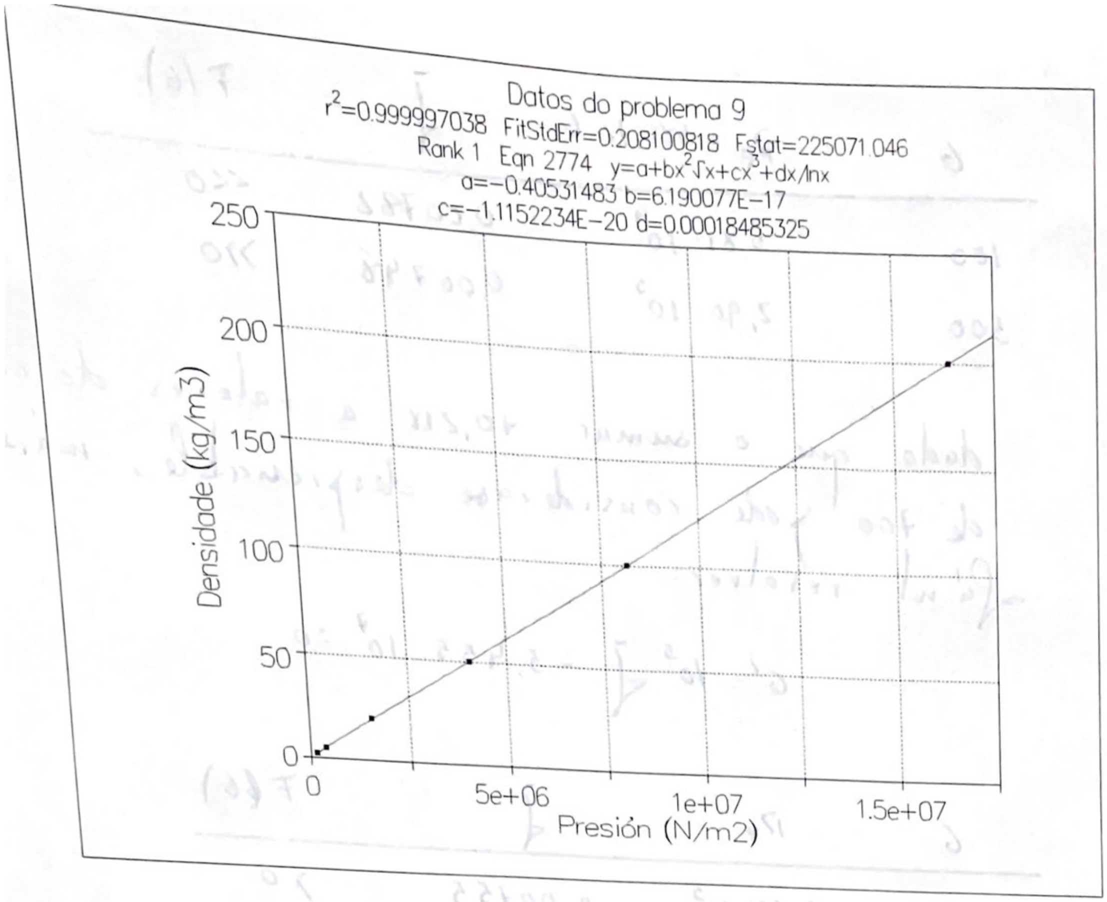
$$G^2 \left( 10^5 \bar{f} + 0,218 \right) - 5,455 \cdot 10^7 = 0$$

onde:

$$\bar{f} \rightarrow Re = \frac{GD}{\bar{\mu}} = \frac{0,01}{1,722 \cdot 10^{-5}} \cdot G = 580,72 \cdot G$$

$$\bar{\mu} = \frac{1,711 \cdot 10^{-5} + 1,733 \cdot 10^{-5}}{2} = 1,722 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{4,572 \cdot 10^{-5}}{0,01} = 4,572 \cdot 10^{-3}$$




```
Datos do problema 9
6 Active X-Y Points                                        Mar 23,1998 9:44 AM
X: PresiÂn (N/m2)              Mean: 5110050               SD: 6274158.7034
Y: Densidade (kg/m3)           Mean: 62.833333333          SD: 76.47330689
File Source: SINDO.PRN

Rank 1  Eqn 2774   y=a+bx2SQRTx+cx3+dx/lnx

r2 Coef Det      DF Adj r2        Fit Std Err       F-value
0.999997038      0.9999851899     0.2081008182      225071.04573
```

| Parm | Value | Std Error | t-value | 99% Confidence Limits | |
|---|---|---|---|---|---|
| a | -0.40531483 | 0.167107396 | -2.42547509 | -2.0667929 | 1.256163242 |
| b | 6.19008e-17 | 1.2947e-17 | 4.78108406 | -6.6826e-17 | 1.90627e-16 |
| c | -1.1152e-20 | 2.82365e-21 | -3.94957563 | -3.9227e-20 | 1.69222e-20 |
| d | 0.000184853 | 1.90226e-06 | 97.17566482 | 0.00016594 | 0.000203767 |

| $G$ | $Re = 580{,}72 \cdot G$ | $\bar{f}$ | $F(G)$ |
|---|---|---|---|
| 100 | $5{,}81 \cdot 10^4$ | 0,00782 | $\ll 0$ |
| 500 | $2{,}90 \cdot 10^5$ | 0,00748 | $\gg 0$ |

dado que o sumar +0,218 a valores do orde de 700 pode considerase despreciable, máis fácil resolver:

$$G^2 \cdot 10^5 \bar{f} - 5{,}455 \cdot 10^7 = 0.$$

| $G$ | $Re$ | $\bar{f}$ | $F(G)$ |
|---|---|---|---|
| 275 | $1{,}60 \cdot 10^5$ | 0,00755 | $> 0$ |
| 260 | $1{,}51 \cdot 10^5$ | 0,00756 | $< 0$ |
| 265 | $1{,}54 \cdot 10^5$ | 0,00756 | |

$$G^2 = \frac{5{,}455 \cdot 10^7}{10^5 \bar{f}} \Rightarrow G = 268{,}62 \ kg/m^2 \cdot s$$

co que o caudal másico será:

$$G = \frac{m}{A} \Rightarrow m = G \cdot A = \frac{\pi}{4}(10^{-2})^2 \cdot 268{,}62 = 0{,}0211 \ kg/s$$

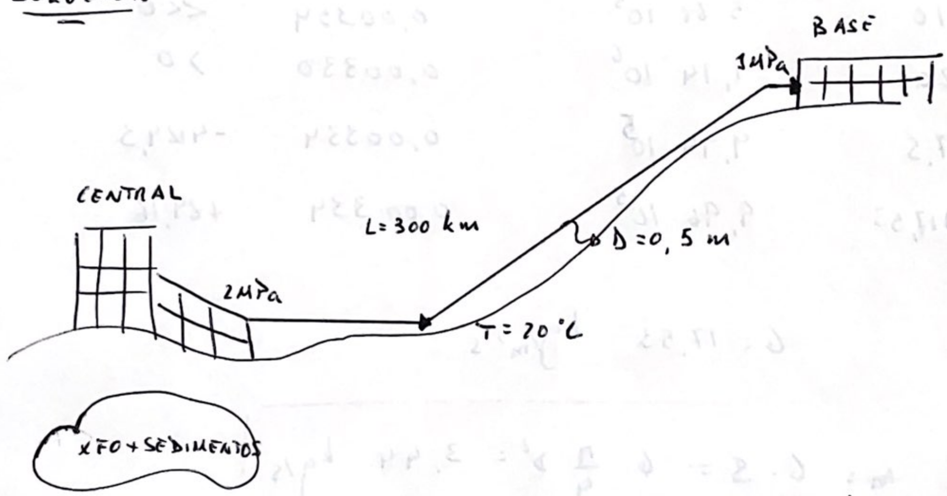
**12.** Logo de moito soñar escoménzase a discernir con claridade a posibilidade de bases permanentes na lúa con obxeto de aproveitar os seus recursos minerais, asicomo plataforma pra novas conquistas. Como xa saberedes este feito debese a descubrimento que recentemente fixo a Sonda Prospector, ó atopar auga en cantidades significativas, en forma de xeo, nos polos da lúa. Salvando os escollos tecnolóxicos que suporá o separala dos sedimentos e poder aproveitala directamente (estariamos a aforrar os tres millóns de pesetas que supón por hoxe en día un litro de auga na lúa), nos atópamos ante unha fonte de combustible inmellorable. Así pequenos xeneradores poderían suministrar a electricidade necesaria para descompor o auga no seus elementos: $O_2$ e $H_2$; sendo este hidróxeno o noso producto enerxético que o bombealo mediante tuberías subterráneas (moito máis factible tecnoloxicamente que ó implantar liñas eléctricas) empregaríase como combustible de motores, calefacción doméstica e para producir pequenas cantidades de electricidade. Cando chegue ese día, un gaseoducto principal de (0,5 m de diámetro interno) chegará dende o polo atá a base luar a 300 km de distancia. A presión de $H_2$ á entrada da liña será de 2 MPa; na base luar será 1 MPa. A temperatura na liña pode estimarse en 20 ºC.

a) Atopar o caudal de hidróxeno nestas condicións en kg/s e en $m^3$ estándar/s (a 1 atm e 0 ºC).
b) Si o consumo de gas na base aumenta suficientemente, de modo que a presión descende de 1 a 0,5 MPa, ¿cál sería o caudal de gas?.
c) Si doblamos a 4 MPa a presión de hidróxeno na sua orixe, mentras mantemos a presión na base en 1 MPa, ¿qué caudal pode obterse?.

$\mu = 8,8 \cdot 10^{-6}$ kg/m·s ; $\varepsilon = 4,572 \cdot 10^{-5}$

SOLUCIÓN

(a)




Considero comportamento ideal e isotermo, polo que a ec. pra fluxo compresible sería:

$$\frac{M}{2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{G^2}{2} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2 \bar{f} G^2 \frac{L}{D}$$

sendo:

- $\frac{M}{2RT}\left(p_1^2 - p_2^2\right) = \frac{2\cdot 10^{-3}\ kg/mol}{2\cdot 8{,}314\cdot 293}\left[(2\cdot 10^6)^2 - (10^6)^2\right] = 1{,}232\cdot 10^6$

- $G^2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = 0{,}69\cdot G^2$

- $2\,\bar{f}\, G^2 \cdot \frac{L}{D} = 1{,}20\cdot 10^6 \cdot \bar{f}\, G^2$

ou seja:

$$G^2\left[1{,}20\cdot 10^6\,\bar{f} + 0{,}69\right] - 1{,}232\cdot 10^6 = 0$$

$\varepsilon/D = \frac{4{,}572\cdot 10^{-5}}{0{,}5} = 9{,}14\cdot 10^{-5}$ ← aceiro comercial

| $G$ | $Re = \frac{G\cdot D}{\mu} = 5{,}68\cdot 10^4 \cdot G$ | $\bar{f}$ | $F(G)$ |
|---|---|---|---|
| 10 | $5{,}68\cdot 10^5$ | 0,00354 | $<<0$ |
| 20 | $1{,}14\cdot 10^6$ | 0,00330 | $>0$ |
| 17,5 | $9{,}94\cdot 10^5$ | 0,00334 | $-4124{,}3$ |
| 17,53 | $9{,}96\cdot 10^5$ | 0,00334 | $+89{,}16$ |

$G = 17{,}53\ kg/m^2\cdot s$

$\dot{m} = G\cdot S = G\cdot \frac{\pi}{4} D^2 = 3{,}44\ kg/s$

$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{m}{M}\frac{RT}{P} = \frac{3{,}44}{2\cdot 10^{-3}}\;\frac{8{,}314\cdot 273}{1{,}01\cdot 10^5}$

$\boxed{V = 38{,}58\ m^3/s}$

(b) $$G^2\left[1{,}20\cdot 10^6\, f + 1{,}39\right] - 1{,}539\cdot 10^6 = 0$$

Tomando $f = \frac{0{,}00334 + 0{,}00330}{2} = 0{,}00332$, polo que xa podo calcular directamente G:

$$G = 19{,}65\ kg/m^2\cdot s \Rightarrow \boxed{m = 3{,}87\ kg/s}$$

(c) $$G^2\left[1{,}20\cdot 10^6\, f + 1{,}39\right] - 6{,}158\cdot 10^6 = 0$$

| G | $Re = \frac{GD}{\mu} = 5{,}68\cdot 10^4\, G$ | f | F(G) |
|---|---|---|---|
| 45 | $2{,}56\cdot 10^6$ | 0,00313 | >>0 |
| 30 | $1{,}70\cdot 10^6$ | 0,00320 | <0 |

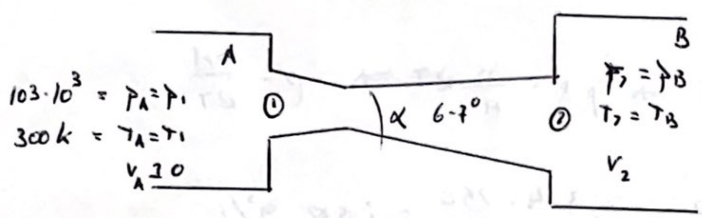
Considero un $f = 0{,}003165$, polo que o valor de G:

$$G = 40{,}26\ kg/m^2\cdot s \Rightarrow \boxed{m = 7{,}98\ kg/s}$$

**1** Por unha tobera converxente circula aire ($\gamma$=1,4) cun caudal de 15 kg/s. Si o estado do aire á entrada é $v_1 \approx 0$, $T_1$=300 K e $p_1$=103 kN/m$^2$, supoñendo que o proceso podese considerar isoentrópico e que na sección de saída conquirese a velocidade máxima, calcular:

a) Velocidade, presión e temperatura do aire á saída.
b) A sección de saída da tobera.

SOLUCIÓN




TOBERA CONVERXENTE DIVERXENTE

(a) Pra unha tobera cun fluxo isoentrópico, ou sexa, comportamento ideal máis que o fluxo cumple a ec. das adiabáticas, temos que a velocidade de saída coincide coa a velocidade da gorxa (velocidade máxima):

$$v_2 = v_g = \sqrt{\gamma p_2 \vartheta_2}$$

onde:

- $\gamma = 1,4$
- $p_2$, descoñecemoa, pero podo calculala a partires da expresión da razón críticas de presión na gorxa:

$$r_c = \frac{p_g}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot r_c$$

$$r_c = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1} = 0,528$$

$$p_2 = r_c \cdot p_1 = 54384 \ N/m^2$$

o volumen especifico $\vartheta_2$, pode calcular pola lei dos gases ideais:

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$\vartheta_2 = \frac{RT_2}{p_2 \cdot M} = \frac{8,314 \cdot 250}{54384 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} = 1,318 \ m^3/kg$$

Ec. das adiabáticas:

$$p_1 \vartheta_1^{\gamma} = p_2 \vartheta_2^{\gamma} = cte \quad , \quad \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} = \frac{T_2}{T_1}$$

co que:

$$T_2 = T_1 \cdot r_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 250 \ K$$

polo tanto

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\gamma p_2 \vartheta_2} = 316,8 \ m/s.}$$

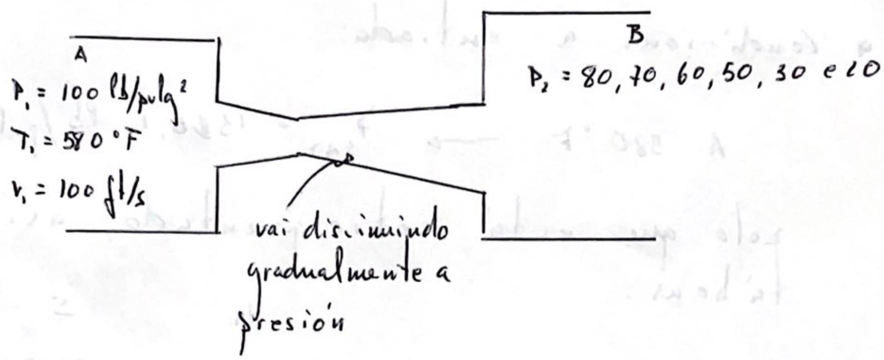
**b** A ec. de continuidad

$$\rho_1 v_1 S_1 = v_2 S_2 \rho_2 = m = 15 \ kg/s$$

$$\boxed{S_2 = \frac{15}{v_2 \rho_2} = \frac{15 \cdot \vartheta_2}{v_2} = 6,24 \cdot 10^{-2} \ m^2.}$$

**3** Deseñar unha tobera de alta velocidade pra traballar con vapor a 100 lb/pulg$^2$ abs e 580 ºF. A entrada da tobera, a velocidade será de 100 pé/s. Calcular os valores da relación $A/A_1$ ($A_1$ é o area da sección transversal da tobera á entrada) pras seccións onde a presión é de 80, 70, 60, 50, 30 e 20 lb/pulg$^2$ abs. Considerar que a tobera opera adiabaticamente e sin fricción. Calcular asimesmo, si o vapor se comportase como un gas ideal, a relacións de presións críticas e a velocidade na garganta, así como a presión de descarga si se require un número de Mach de 2,0 na saída.

SOLUCIÓN




(a)

A ec. de continuidade sinala:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot S_2$$

$$\frac{v_1 \cdot S_1}{\vartheta_1} = \frac{v_2 \cdot S_2}{\vartheta_2} \iff \frac{S_2}{S_1} = \frac{v_1}{\vartheta_1} \cdot \frac{\vartheta_2}{v_2}$$

onde:

$v_1$ : dato do problema

$\vartheta_1$ : a partires das táboas de vapor, xa que teño as condicións a entrada

$\vartheta_2$ : ben a partires das táboas de vapor ou dun gráfica P-H pois adiabático + sin fricción $\Rightarrow$ isoentrópico

$v_2$ : velocidade a saída da tobera

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot (H_1 - H_2)_{\text{isoentr.}}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2\,(H_1 - H_2)}$$

- $H_2$: tamén se determina a partires das táboas de vapor.

- Condicións a entrada:

A 580 °F $\longrightarrow$ $P_{SAT} = 1326{,}1$ lb/pulg² abs

polo que está sobrequentado, así das táboas:

| | | H | S | V |
|---|---|---|---|---|
| 100 lb/pulg² abs | 500 °F | 1278,6 | 1,7080 | 5.589 |
| | 600 °F | 1327,9 | 1,7568 | 6.217 |

$$H_1 = H_{580\,°F} = 1318{,}04 \text{ BTU/lb}_m = 3065{,}8 \text{ kJ/kg}$$

$$S_1 = S_{580\,°F} = 1{,}747 \text{ BTU/lb}_m\,R$$

$$v_1 = v_{580\,°F} = 6{,}0914 \text{ pie}^3/\text{lb}_m = 0{,}381 \text{ m}^3/\text{kg}$$

- Condicións pra 80 lb/pulg² abs

$P_2 = 80$ lb/pulg² abs

$S_2 = 1{,}747$ BTU/lb$_m$ R

Si miramos nas táboas de vapor saturado a 80 lb/pulg² non é coincidente a súa entropía con $S_2$, polo que temos duas posibles situacións:

---

NOTA: 1 BTU/lb$_m$ = 2,326 kJ/kg        1 pie/s = 0.305 m/s

1 pie³/lb$_m$ = 6,25·10⁻² m³/kg

① $S_{SAT.} > S_2$, co que estaremos na rexión de duas fases e teremos que calcular a proporción de vapor na mistura:

$$S_2 = \underbrace{S_{LIQ.}}_{SAT.} \cdot (1-x) + S_{\underset{SAT.}{VAP.}} \cdot x$$ calculo x.

calculando

$$H = H_{LIQ.} (1-x) + H_{VAP.} \cdot x$$

② $S_{SAT.} < S_2$, caso deste problema, co que teño un vapor sobrequentado, observando nas táboas:

80 lb/pulg² e $S = 1{,}747\ BTU/lb_m \cdot R \rightarrow T = 517\,°F$

ou sexa:

$$H = 1293{,}3\ BTU/lb_m = 3008{,}2\ kJ/kg$$

$$\vartheta = 7{,}225\ pie^3/lb = 0{,}452\ m^3/kg$$

por conseguinte:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2\,(H_1 - H_2)} = \sqrt{30{,}5^2 + 2 \cdot (3065{,}8 - 3008{,}2) \cdot 10^3}$$

$$v_2 = 340{,}8\ m/s.$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{v_1}{\vartheta_1} \cdot \frac{\vartheta_2}{v_2} = \frac{30{,}5}{0{,}381} \cdot \frac{0{,}452}{340{,}8} = 0{,}106$$

procedendo igualmente:

| Presión (lb/pulg² abs) | Volumen específico (m³/kg) | v (m/s) | $S_o/S_i$ |
|---|---|---|---|
| 100 | 0,381 | 0,305 | 1,0 |
| 80 | 0,432 | 340,8 | 0,106 |
| 70 | 0,501 | 427,0 | 0,094 |
| 60 | 0,573 | 506,3 | 0,091 |
| 50 | 0,650 | 582,6 | 0,089 |
| 40 | 0,769 | 661,9 | 0,093 |
| 30 | 0,956 | 747,3 | 0,103 |
| 20 | 1,300 | 841,8 | 0,124 |

A presión na gorxa será arredor de 50 lb/pulg² pois a relación ~~de~~ de areas volve a aumentar, esto é, escomenza a zona diverxente.

(b) A relación de presións crítica na gorxa:

$$r_c = \frac{p_g}{p_i} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1} = 0,546.$$

$\gamma = 1,3$ pro vapor

sendo a velocidade na gorxa:

$$v_g = \sqrt{\gamma\, p_g \cdot v_g} \quad \text{ou} \quad v_g = \sqrt{2\,\frac{\gamma}{\gamma-1}\,\underbrace{p_i}_{6,894\cdot 10^5\ N/m^2}\,v_i\cdot\left[1-\left(\frac{p_g}{p_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

$$v_g = 544,7\ m/s.$$

Nesta tobera a velocidade do son do gas nestas condicións de T e P, dada as caract. das toberas converxentes-diverxentes:

$$M_a = 1 = \frac{v_g}{c} \Rightarrow c = v_g = 544{,}7 \ m/s$$

Si agora o $M_a = 2 \Rightarrow v_2 = M_a \cdot c$,,

$$v_2 = M_a \cdot v_g = 1089{,}4 \ m/s$$

velocidade de descarga

$$v_2 = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \cdot \vartheta_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}\right]}$$

$$v_2^2 = 2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \vartheta_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}\right]$$

$$\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}\right] = \frac{v_2^2}{2} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{p_1 \vartheta_1}$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1 - \left[\frac{v_2^2}{2} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{p_1 \vartheta_1}\right]$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left\{1 - \frac{v_2^2}{2} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{p_1 \vartheta_1}\right\}^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\boxed{p_2 = p_1 \cdot \left\{1 - \frac{v_2^2}{2} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{p_1 \vartheta_1}\right\}^{\gamma/\gamma-1} = 2{,}832 \cdot 10^4 \ \frac{N}{m^2}}$$

# CALCULO DA POTENCIA DE COMPRESORES

**1.** Calcular a potencia necesaria para comprimir 850 kg/h de $CO_2$ a 20 ºC, dende $10^2$ kN/m$^2$ atá $2\cdot10^3$ kN/m$^2$, empregando un compresor alternativo de duas etapas.

Datos: As compresións de per se son politrópicas cun valor do exponente de n = 1,3.
No refrixerante intermedio a presión descende un 8% e o gas enfriase atá 35 ºC.

SOLUCIÓN

O traballo mínimo a facer polo compresor calculase pola seguinte ecuación:

$$W = \frac{\delta}{\delta - 1} \frac{R T_A}{M} \left\{ \left[ \left( \frac{P_{D_1}}{P_A} \right)^{\frac{\delta-1}{\delta}} - 1 \right] + \theta \left[ \frac{1}{\xi^{\delta-1/\delta}} \left( \frac{P_{D_2}}{P_{D_1}} \right)^{\delta-1/\delta} - 1 \right] \right\}$$

admisión    descarga logo da 1ª etapa    $P_{D_2} = P_D$

En condicións reais a presión e temperatura de descarga dunha etapa non son necesariamente ás de admisión das seguintes de ahí que se def. dos factores que corrixen este feito:

$$P_{A_2} = \xi P_{D_1}$$

descarga da primeira.

admisión na segunda etapa

$$T_{A_2} = \theta \cdot T_{A_1}$$

así: $\theta = \frac{T_{A_2}}{T_{A_1}} = \frac{(273+35)}{(273+20)} = 1{,}051$

$\xi = \frac{p_{A_2}}{p_{D_1}} = \frac{p_{D_1} - 0{,}08\, p_{D_1}}{p_{D_1}} = 0{,}92$

os datos sinalan que no enfriador perdemos 8 da presión de descarga $p_{D_1}$

Teño que calcular agora $p_{D_1}$, deste xeito poderei calcular direitamente o traballo. Pra iso prantexo a ecuación da relacións de presión:

$$r_1 = \theta^{\frac{\delta}{\delta-1}} \cdot r_2$$

$r_2 = \frac{p_{D_2}}{p_{A_2}}$

$r_1 = p_{D_1}/p_{A_1}$

logo: $\frac{p_{D_1}}{p_A} = \theta^{\delta/\delta-1} \cdot \frac{p_{D_2}}{p_{D_1} - 0{,}08\, p_{D_1}}$

$$p_{D_1} \cdot (0{,}92\, p_{D_1}) = \theta^{\delta/\delta-1} \cdot p_{D_2} \cdot p_A$$

$$p_{D_1} = \sqrt{\frac{1}{0{,}92} \cdot \theta^{\delta/\delta-1} \cdot p_{D_2} \cdot p_A} = 519{,}3 \ kN/m^2$$

por tanto:

$$W = \frac{1,3}{0,3} \cdot \frac{8,314 \cdot 293}{44 \cdot 10^{-3}} \left\{ \left[ \left( \frac{519,3}{100} \right)^{0,3/1,3} - 1 \right] + 1,051 \cdot \left[ \frac{1}{0,92^{0,3/1,3}} \cdot \left( \frac{2000}{519,3} \right)^{0,3/1,3} - 1 \right] \right\}$$

$$W = 239,91 \, 10^{3} \left\{ 0,463 + 1,051 \cdot \left\{ 0,391 \right\} \right\}$$

$$W = 209,7 \; kJ/kg$$

polo que:

$$N = m\,W = 850 \,\frac{kg}{h} \cdot \frac{1h}{3600\,s} \cdot 209,7 \; kJ/kg$$

$$N = 49,5 \; kW$$

6.7. Caso G. Potencia dun compresor considerando comportamento gas ideal e as propiedades termodinámicas

**4.** Comprimirase metano de 40 ºF e 20 lb/pulg$^2$ abs, a 80 lb/pulg$^2$ abs nun equipo dunha soa etapa. Si o compresor opera en forma adiabática, calcular en forma aproximada as necesidades de potencia reversible para manexar 100 pie$^3$/min (a 70 ºF e 1 atm de presión) mediante os siguientes métodos:

a) Supoñendo un comportamento de gas ideal.
b) Empregando as propiedades termodinámicas do metano.

SOLUCIÓN

(a) Un compresor alternativo pra unha etapa e con comportamento ideal e adiabático:

$$W = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_A \vartheta_A \left[ \left( \frac{p_B}{p_A} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right] =$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \cancel{p_A} \frac{RT_A}{\cancel{p_A} \cdot M} \left[ \left( \frac{p_B}{p_A} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right] = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{RT_A}{M} \left[ \left( \frac{p_B}{p_A} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right]$$

onde: $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{8,316}{6,327} = 1,314$

sendo: $c_p' = \alpha + \beta T + \gamma T^2 = 8,316$ cal/g-ol ºC

"As capacidade térmicas pro estado gas ideal son independentes da presión e constituen funcións exclusivas da tª".

$CH_4$: $\alpha = 3,381$ $\quad T = 294,11$ K

$\beta \cdot 10^3 = 18,044$

$\gamma \cdot 10^6 = -4,300$

T en K e $c_p$ en cal/g-ol ºC

como: $c_p - c_v = R \Rightarrow c_v = c_p - R = 8,316 - 1,989 = 6,327$ cal/g-ol ºC

R en cal/g-ol ºC

como:
$$p_A = 20 \; lb/pulg^2 abs \cdot \frac{6894,6 \; N/m^2}{1 \; lb/pulg^2 abs} = 137893 \; N/m^2$$

$$p_D = 80 \; lb/pulg^2 ab = 551572 \; N/m^2$$

logo:
$$W = \frac{1,314}{0,314} \cdot \frac{8,314 \cdot \overset{40°F}{277,44}}{16 \cdot 10^{-3} \; kg/mol} \left[ \left( \frac{551572}{137893} \right)^{\frac{0,314}{1,314}} - 1 \right] = 236,94 \; kJ/kg$$

$$N = m \cdot W = 7,39 \; kW$$

$$* \; pV = nRT \Rightarrow m = \frac{pV \cdot M}{RT} = \frac{101 \cdot 10^3 \cdot 0,0472 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 294,11} = 0,0312 \; kg/s$$

[a 70°F e 1atm]
$$V = 100 \frac{pie^3}{min} \cdot \frac{1 min}{60 \; s} \cdot \frac{1 \; m^3}{35,32 \; pie^3} = 0,0472 \; m^3/s$$

(b) Si aplico o balance de enerxía total (deste xeito uso as prop. termodinámicas do metano) o traballo dun compresor:

$$W = \Delta H - \underset{adiabático}{\cancel{Q}^{\,no}} = H_D - H_A$$

dado que proceso reversible adiabático ~~mais~~ ~~[illegible]~~ (non hai fricción) estou ante un proceso isoentrópico:

$$W_{REV.} = (H_D - H_A)_{s \, cte.}$$

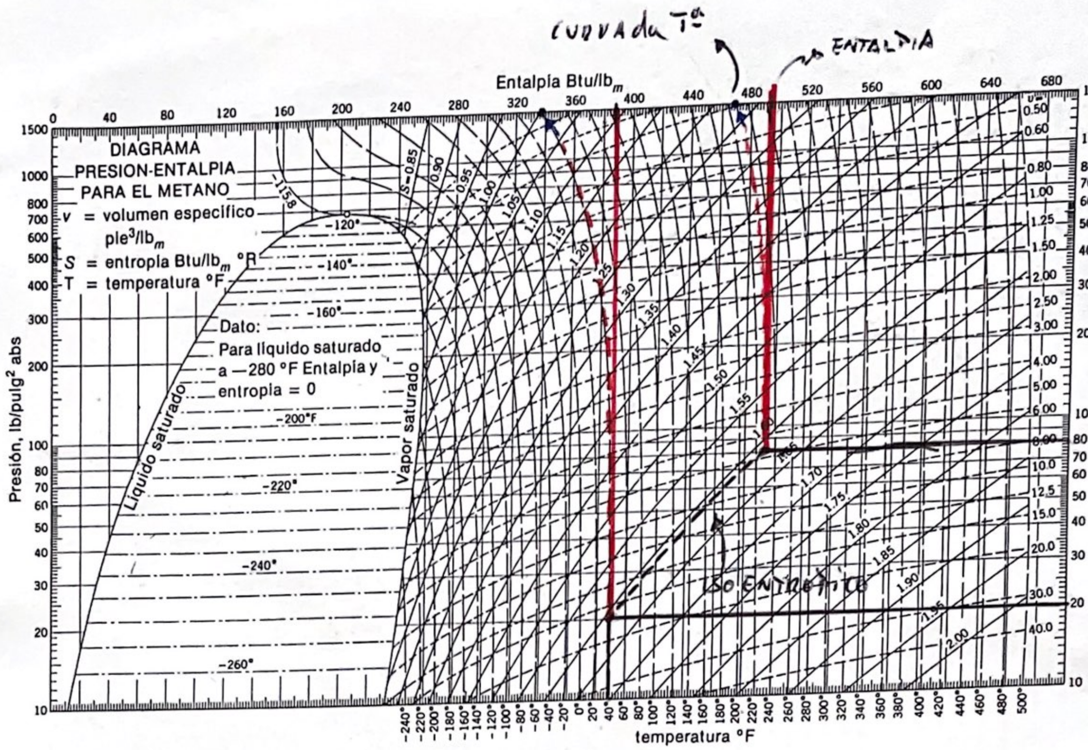



*Fig. 6-4. Diagrama presión-entalpía para el metano.* [Reproducida bajo permiso de la Shell Development Company, Copyright 1945. Publicada por C. S. Matthews y C. O. Hurd, *Trans.; AIChE*, 42:55 (1946).]

$H_A$ : 388 BTU/lbm

T = 40 °F e p = 20 lb/pulg² abs

O ser proceso isoentrópico e $p_D$ = 80 lb/pulg² abs teño que:

$H_D$ = 492 BTU/lbm

entón:

$W = H_D - H_A$ = 104 BTU/lbm = 241,9 kJ/kg

$N = mW$ = 7,55 kW

**7.** Deséxase transportar 620 $m^3/h$ de etileno, medidos a 101,3 $kN/m^2$ e 298 K, dende un tanque de almacenamento atá un depósito intermedio con presión de descarga de 500 $kN/m^2$, por unha conducción horizontal de aceiro de 0,06 de diámetro interno e unha lonxitude equivalente total de 1000 m. Calcular a potencia consumida e o número de compresores alternativos que compren pra compresión, tendo en conta que os cilíndros a empregar teñen un volumen de 10 litros.

Datos: - A circulación é isoterma a 298 K, e nestas condicións o etileno pode considerarse que posue un comportamento de gas ideal.
- A viscosidade do etileno nas condicións de circulación é $10^{-5}$ kg/m s.
- A rugosidade do aceiro é de 4,572 $10^{-5}$ m.
- Compresión isoentrópica, n= 1,3.
- Número de etapas de compresión: 2.
- Rendimento do compresor: 80%.
- Rendimento volumétrico: 95%.
- Caída de presión no refrixerante isoentrópico: 9%.
- Temperatura do gas á saída do refrixerante intermedio: 303 K.
- Número de emboladas por minuto: 150.

SOLUCIÓN

(a) O traballo mínimo pra unha compresión politrópica:

$$W = \frac{\delta}{\delta - 1} \frac{R T_A}{M} \left\{ \left[ \left( \frac{P_{D_1}}{P_{A_1}} \right)^{\delta-1/\delta} - 1 \right] + \theta \left[ \frac{1}{\xi^{\delta-1/\delta}} \left( \frac{P_{D_2}}{P_{D_1}} \right)^{\delta-1/\delta} - 1 \right] \right\}$$

cumplindo:

$$r_1 = r_t^{1/n} \cdot \xi^{\frac{1}{n}-1} \cdot \theta^{\frac{\delta}{\delta-1}\frac{n-1}{2}} = \frac{P_{D_1}}{P_{A_1}}$$

$$r_2 = r_t^{1/n} \cdot \xi^{\frac{1}{n}-1} \cdot \theta^{\delta/\delta-1} = \frac{P_{D_2}}{P_{A_2}}$$

onde:

$$\xi = \frac{P_{A_2}}{P_{D_1}} = \frac{P_{D_1} - 0{,}09\, P_{D_1}}{P_{D_1}} = 0{,}91$$

$$\theta = \frac{T_{A_2}}{T_{A_1}} = \frac{303}{298} = 1{,}017$$

necesito coñecer $p_{D_1}$ e $p_{D_2}$, ademáis $p_{D_1}$ é función $r_t$, ou sexa, de $p_D$. Esta presión podo calculala considerando o balance de enerxía mecánica entre pto. descarga e o depósito intermedio con circulación isoterma:

$$\frac{M}{2RT}\left(p_D^2 - p_?^2\right) = \cancel{\frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{p_D}{p_?}} + 2\bar{f}\, G^2 \frac{L}{D}$$

despreciamo ese valor.

$$p_D = \sqrt{p_?^2 + \frac{4RT}{M}\bar{f}\, G^2 \frac{L}{D}} = 616\,508{,}4 \ N/m^2$$

$$G = \frac{m}{A} = \frac{4m}{\pi D^2} = 67{,}59 \ kg/m^2 s$$

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{p V \cdot M}{RT} = 0{,}191 \ kg/s$$

$$p = 101{,}3 \ kN/m^2$$

$$V = 600 \ \frac{m^3}{h} = 0{,}167 \ m^3/s$$

$$\bar{f} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon/D = \dfrac{4{,}572 \cdot 10^{-5}}{0{,}06} = 7{,}62 \cdot 10^{-4} \\ Re = \dfrac{GD}{\mu} = 4{,}06 \cdot 10^{5} \end{array} \right\} \bar{f} = 0{,}004827$$

entón:

$$p_{D_1} = p_{A_1} \cdot r_1 = 101300 \cdot \left[ \underbrace{r_t^{1/2} \cdot \xi^{-1/2} \cdot \theta^{\frac{1,3}{0,3} \cdot \frac{1}{2}}}_{} \right] = 265935{,}1 \; N/m^2$$

$$r_t = \frac{p_{D_2}}{p_{A_1}} = \frac{616508{,}4}{101300} = 6{,}086.$$

co que:

$$W = \frac{1{,}3}{0{,}3} \cdot \frac{8{,}314 \cdot 298}{28 \cdot 10^{-3}} \left\{ \underbrace{\left[ \left( \frac{265935{,}1}{101300} \right)^{\frac{0{,}3}{1{,}3}} - 1 \right]}_{0{,}250} + 1{,}017 \left[ \frac{1}{0{,}91^{0{,}3/1{,}3}} \underbrace{\left( \frac{616508{,}4}{265935{,}1} \right)^{\frac{0{,}3}{1{,}3}} - 1}_{0{,}214} \right] \right\}$$

$$W = 181{,}144 \; kJ/kg$$

$$N = m \, W = 0{,}191 \cdot 181{,}144 = 34{,}6 \; kW$$

$$\boxed{N_{REAL} = \frac{34{,}6}{0{,}8} = 43{,}25 \; kW}$$

(b) O número de compresores calculase da seguinte forma:

$$N^o_{COMPRESORES} = \frac{m}{m_{embolada}} = \frac{0{,}191}{n \cdot \lambda \, V_h \cdot \rho_A}$$

densidade entrada cilindro alta.

rendimento volumétrico

$$\dot m_{embolada} = w \lambda V_h \cdot \rho_{A_2} = 0{,}0585 \ kg/s$$

$$w = \frac{150 \ emb/min}{60 \ min} = 2{,}5 \ emb/s$$

$$\lambda = 0{,}95$$

$$V_h = 10 \ l = 10 \ dm^3 = 10^{-2} \ m^3$$

$$\rho_{A_2} = \frac{p_{A_2} \cdot M}{R \, T_{A_2}} = 2{,}463 \ kg/m^3$$

$$p_{A_2} = \frac{p_{D_2}}{r_2} = \frac{p_{D_2}}{\underbrace{r_t^{\,V_n} \cdot \varepsilon^{V_n - 1} \, \theta^{\delta/\delta - 1}}_{2{,}782}} = 221606{,}2 \ N/m^2$$

En consecuencia:

$$\boxed{N^o_{comp} = \frac{0{,}191}{0{,}0585} = 3{,}27 \rightarrow 4 \ \text{compresores}}$$

**9.** Emprégase un compresor de duas etapas para comprimir metano de 20 lb/pulg2 abs e 80 ºF a 500 lb/pulg2 abs. O compresor opera adiabaticamente con interenfriamento completo e enfriamento posterior. Ten unha eficacia do 80% (relación de traballo reversible a traballo real). Calcular o traballo considerando:

a) O metano posue un comportamento de gas ideal con $\gamma$=1,31.
b) Empregando propiedades xeneralizadas.
c) Usando o diagrama presión-entalpía.

Nota: Tabular para cada método: T e P ó final de cada etapa, o traballo por etapa e o calor eliminado no interenfriador e no enfriador posterior.

Datos: O calor específico (cal/mol K) pro metano obtense a partires de,

SOLUCIÓN

$$C_p' = 3{,}381 + 18{,}044 \cdot 10^{-3}\ T - 4{,}300 \cdot 10^{-6}\ T^2 \qquad \text{[T en (K)]}$$

a) A expresión pro traballo isoentrópico nun compresor de duas etapas ven dada:

$$W_{TOTAL} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_A v_A \left[ \left(\frac{p_{D_1}}{p_A}\right)^{\gamma-1/\gamma} + \left(\frac{p_{D_2}}{p_{D_1}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 2 \right]$$

onde:

- $\gamma = 1{,}31$

- $p_A v_A = \underset{\text{gas ideal}}{\frac{R T_A}{M}} = \frac{8{,}314 \cdot 299{,}7}{16 \cdot 10^{-3}} = 155731{,}7\ J/kg$

$T_A = 80\,°F = 26{,}7\,°C = 299{,}7\ K$

- $p_A = 20\ lb/pulg^2 abs \cdot 6894{,}6\ \frac{N/m^2}{lb/pulg^2 abs} = 137893\ N/m^2$

$p_{D_2} = 500\ lb/pulg^2 abs \cdot 6894{,}6\ \frac{N/m^2}{lb/pulg^2 abs} = 3447300\ N/m^2$

- descoñezo $p_{D_1}$, mais o traballo total é mínimo cando o traballo en cada etapa é o mesmo, ou sexa, a relación de presións é a mesma

9-1

$$\frac{p_{D1}}{p_A} = \frac{p_{D2}}{p_{D1}} = r \Rightarrow r = r_t^{1/n} = \sqrt[n]{\frac{p_{Dn}}{p_A}}$$

entón:

$$r = \sqrt{\frac{3447300}{137893}} = 5,0 \Rightarrow p_{D1} = 689465 \ N/m^2$$

por tanto:

$$W_{\substack{TOTAL \\ ISOENTROPICO}} = \frac{1,31}{0,31} \cdot 155731,7 \cdot \left[ 2 \cdot 5^{0,31/1,31} - 2 \right] = 610,1 \ kJ/kg$$

como:

$$\eta_{si} = \frac{N_s}{N_i} = \frac{m N_s}{m W_i} = \frac{W_s}{W_i} = 0,8.$$

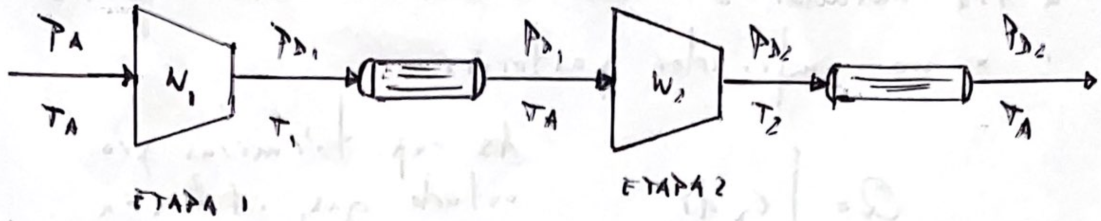
$$\boxed{W_i = 762,6 \ kJ/kg}$$

Traballo real.

TABOA: T, P, W e Qeliminado nos enfriadores

| | T (k) | P (N/m²) | W (kJ/kg) | Q ~~ELIMINADO~~ ENFRIADORES |
|---|---|---|---|---|
| ADMISIÓN | 299,7 | 137893 | - | - |
| ETAPA 1 | 438,6 | 689465 | 381,3 | -1312,1 |
| ETAPA 2 | 438,6 | 3447300 | 762,6 | -1312,1 |

$N_1 + N_2$     cal/mol




$$W_{TOTAL} = W_1 + W_2 = 762,6 \ kJ/kg \quad ; \quad W_1 = W_2 = 381,3 \ kJ/kg$$

- Pra calcular as T^a teño en conta a ec. das adiabáticas:

$$P_A \, \theta_A^{\gamma} = P_{D_1} \cdot \theta_1^{\gamma} = P_{D_1} \left( \frac{R T_1}{M P_{D_1}} \right)^{\gamma}$$

onde:

$$P_A \cdot \theta_A^{\gamma} = P_A \left( \frac{R T_A}{M P_A} \right)^{1,31} = 161716,9$$

$$T_1 = \left[ \frac{161716,9 \cdot (M P_{D_1})^{1,31}}{R^{1,31} \cdot P_{D_1}} \right]^{1/1,31} = 438,6 \ K$$

- pra segunda etapa:

$$P_{D_1} \cdot \theta_{A,1}^{\gamma} = P_{D_2} \cdot \theta_2^{\gamma} = P_{D_2} \left( \frac{R T_2}{M P_{D_2}} \right)^{\gamma}$$

sendo:

$$P_{D_1} \cdot \theta_{A,1}^{\gamma} = P_{D_1} \left( \frac{R T_A}{M P_{D_1}} \right)^{1,31} = 98191,7$$

$$T_2 = \left[ \frac{98191,7 \cdot (M P_{D_2})^{1,31}}{R^{1,31} \ P_{D_2}} \right]^{1/1,31} = 438,6 \ K$$

9-2

■ Pra calcular o calor cedido no interenfriador e no enfriador posterior

$$Q = \int C_p \, dT$$

"proceso a P.cte"

"As cap. térmicas pro estado gas ideal son independentes da presión e constituen funcións exclusivas da Tª"

$$C_p \left( {cal}/{mol\,K} \right) = \alpha + \beta T + \gamma T^2 \quad (T \text{ en } K)$$

$$\alpha = 3{,}381 \;,\; \beta \cdot 10^3 = 18{,}044 \;,\; \gamma \cdot 10^6 = -4{,}300$$

ou sexa:

$$Q = \int_{T_A}^{T_B} C_p \, dT = \int_{T_A}^{T_B} (\alpha + \beta T + \gamma T^2) \, dT = \left. \alpha T + \beta \frac{T^2}{2} + \gamma \frac{T^3}{3} \right]_{T_A}^{T_B} =$$

$$= \alpha (T_B - T_A) + \frac{\beta}{2} (T_B^2 - T_A^2) + \frac{\gamma}{3} (T_B^3 - T_A^3)$$

sendo no interenfriador de 438,6 K a 299,7 K

$$Q_{interenfriador} = Q_{enfriador} = -469{,}3 - 925{,}2 + 82{,}4 = -1312{,}1 \; {cal}/{mol}$$

b

Aínda que na teoría deducimos que a operación dun compresor de multietapas o requirimento do traballo é mínimo cando o traballo en todalas etapas é o mesmo (igual relación de presións) e supoñendo que o gas enfriase á $T^a$ inicial logo de cada etapa, pódese atopar a mesma expresión con gases reales.

Entón, o traballo na primeira etapa

$$W_1 = (H_{D_1} - H_A) - \underbrace{\cancel{Q}}_{\text{adiabático}} = \int_{T_A}^{T_{D_1}} C_p\, dT - (\Delta H')_{D_1} + (\Delta H')_A$$

- descoñezo $T_{D_1}$
- compre calcular $(\Delta H')_1$ e $(\Delta H')_A$.

Cálculo $T_{D_1}$

Como teño un proceso reversible e adiabático, ou sexa, isoentrópico:

$$\Delta S = S_D - S_A = \int_{T_A}^{T_D} C_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_{D_1}}{P_A} - (\Delta S')_{D_1} + \cancel{(\Delta S')_A^{p^0}} = 0$$

considero ideal.

dado que $P_{D_1} = 689465\ N/m^2 = 100\ lb/pulg^2\ abs$, podo obter $T_{D_1}$ como un proceso iterativo

9-3

$$\int_{T_A}^{T_{D_1}} c_p \frac{dT}{T} = \int_{T_A}^{T_{D_1}} \left( \frac{\alpha}{T} + \beta + \gamma T \right) dT = \alpha \ln \frac{T_{D_1}}{T_A} + \beta \left(T_{D_1} - T_A\right) + \frac{\gamma}{2}\left(T_{D_1}^2 - T_A^2\right)$$

$$- R \ln \frac{P_D}{P_A} = -1{,}987 \frac{cal}{mol\,K} \cdot \ln \frac{100}{20} = -3{,}198 \ cal/mol\,K$$

$$\frac{(\Delta S')_{D_1}}{R} = P_{r_{D_1}} \left( \frac{0{,}675}{T_{r_{D_1}}^{2,6}} + w \frac{0{,}722}{T_{r_{D_1}}^{5,2}} \right)$$

Datos:

| | $T_c$ (K) | $P_c$ (atm) | $Z_c$ | $w$ |
|---|---|---|---|---|
| METANO | 190,6 | 45,4 | 0,288 | 0,007 |

$$T_{r_{D_1}} = \frac{T_{D_1}}{T_c} \quad \text{incógnita} \qquad P_{r_{D_1}} = \frac{P_{D_1}}{P_c} = \frac{100}{(45{,}4 \cdot 14{,}7)} = 0{,}150$$

$(\Delta S')_A = 0$, pois considero que nesas condicions o comportamento é ideal.

A ec. a resolver:

$$3{,}381 \cdot \ln \frac{T_{D_1}}{299{,}7} + 18{,}044 \cdot 10^{-3} \left(T_{D_1} - 299{,}7\right) - 2{,}15 \cdot 10^{-6} \left(T_{D_1}^2 - 299{,}7^2\right) - 3{,}198$$
$$- 1{,}987 \left\{ 0{,}15 \left( \frac{0{,}675}{T_{r_{D_1}}^{2,6}} + 0{,}007 \frac{0{,}722}{T_{r_{D_1}}^{5,2}} \right) \right\} = 0$$

| $T_{D_1}$ (K) | $T_{r_{D_1}} = T_{D_1}/190{,}6$ | $f(T_{D_1}, T_{r_{D_1}})$ |
|---|---|---|
| 400 | 2,100 | −0,592 |
| 500 | 2,623 | +1,786 |
| 425 | 2,230 | +0,024 |
| 424 | 2,225 | 0,0 |

Por conseguinte o traballo será:

$$W = \int_{T_A}^{T_{D_1}} C_p\, dT - (\Delta H')_{D_1} + \underbrace{\cancel{(\Delta H')_A}}_{\text{comportamento ideal}}^{=0}$$

$$\int_{T_A}^{T_{D_1}} C_p\, dT = \alpha (T_{D_1} - T_A) + \frac{\beta}{2}(T_{D_1}^2 - T_A^2) + \frac{\gamma}{3}\cdot (T_{D_1}^3 - T_A^3) =$$

$$= 420{,}26 + 811{,}58 - 70{,}67 = 1161{,}2 \ cal/mol.$$

$$\frac{(\Delta H')_{D_1}}{RT_{D_1}} = P_{r_{D_1}} \left[ \left( \frac{dB^0}{dT_{r_{D_1}}} - \frac{B^0}{T_{r_{D_1}}} \right) + w \left( \frac{dB^1}{dT_{r_{D_1}}} - \frac{B^1}{T_{r_{D_1}}} \right) \right]$$

$$\frac{dB^0}{dT_{r_{D_1}}} = \frac{0{,}675}{T_{r_{D_1}}^{2,6}} = \frac{0{,}675}{2{,}225^{2,6}} = 0{,}0844$$

$$\frac{dB^1}{dT_{r_{D_1}}} = \frac{0{,}722}{T_{r_{D_1}}^{5,2}} = \frac{0{,}722}{2{,}225^{5,2}} = 0{,}0113$$

$$\frac{B^0}{T_{r_{D_1}}} = \frac{0{,}083}{T_{r_{D_1}}} - \frac{0{,}422}{T_{r_{D_1}}^{2,6}} = \frac{0{,}083}{2{,}225} - \frac{0{,}422}{2{,}225^{2,6}} = -0{,}0155$$

$$\frac{B^1}{T_{r_{D_1}}} = \frac{0{,}139}{T_{r_{D_1}}} - \frac{0{,}172}{T_{r_{D_1}}^{5,2}} = \frac{0{,}139}{2{,}225} - \frac{0{,}172}{2{,}225^{5,2}} = 0{,}0598$$

$$(\Delta H')_{D_1} = 1{,}987 \cdot 424 \cdot 0{,}150 \left\{ (0{,}0844 + 0{,}0155) + 0{,}007 \cdot (0{,}0113 - \_\_) \right]$$

$$= 12{,}58 \ cal/mol.$$

polo que:

$$W_{\substack{\text{ISOENTRÓPICO} \\ \text{NA ETAPA 1}}} = 1161{,}2 - 12{,}58 = 1148{,}6 \ \frac{cal}{mol} = 300 \ kJ/kg.$$

$$\boxed{W_{REAL} = 375 \ kJ/kg.}$$

TABOA. T, P, W e Q enfriadores.

| | T (K) | P (N/m²) | W (kJ/kg) | Q (cal/mol) |
|---|---|---|---|---|
| ADMISIÓN | 299,7 | 137893 | — | — |
| ETAPA 1 | 424 | 689465 | 375 | − 1161,2 cal/mol |
| ETAPA 2 | 424 | 3447300 | 750 | − 1161,2 cal/mol. |

suma $W_1 + W_2$

$$Q_{\text{interenfriador}} = \int_{424}^{299{,}7} (\alpha + \beta T + \gamma T^2)\, dT = -420{,}25 - 811{,}58 + 70{,}67 = -1161{,}2 \ cal/mol$$

$Q_{\text{enfriador}} = Q_{\text{interenfriador}}$, despois cada etapa enfriamos até T^a inicial.

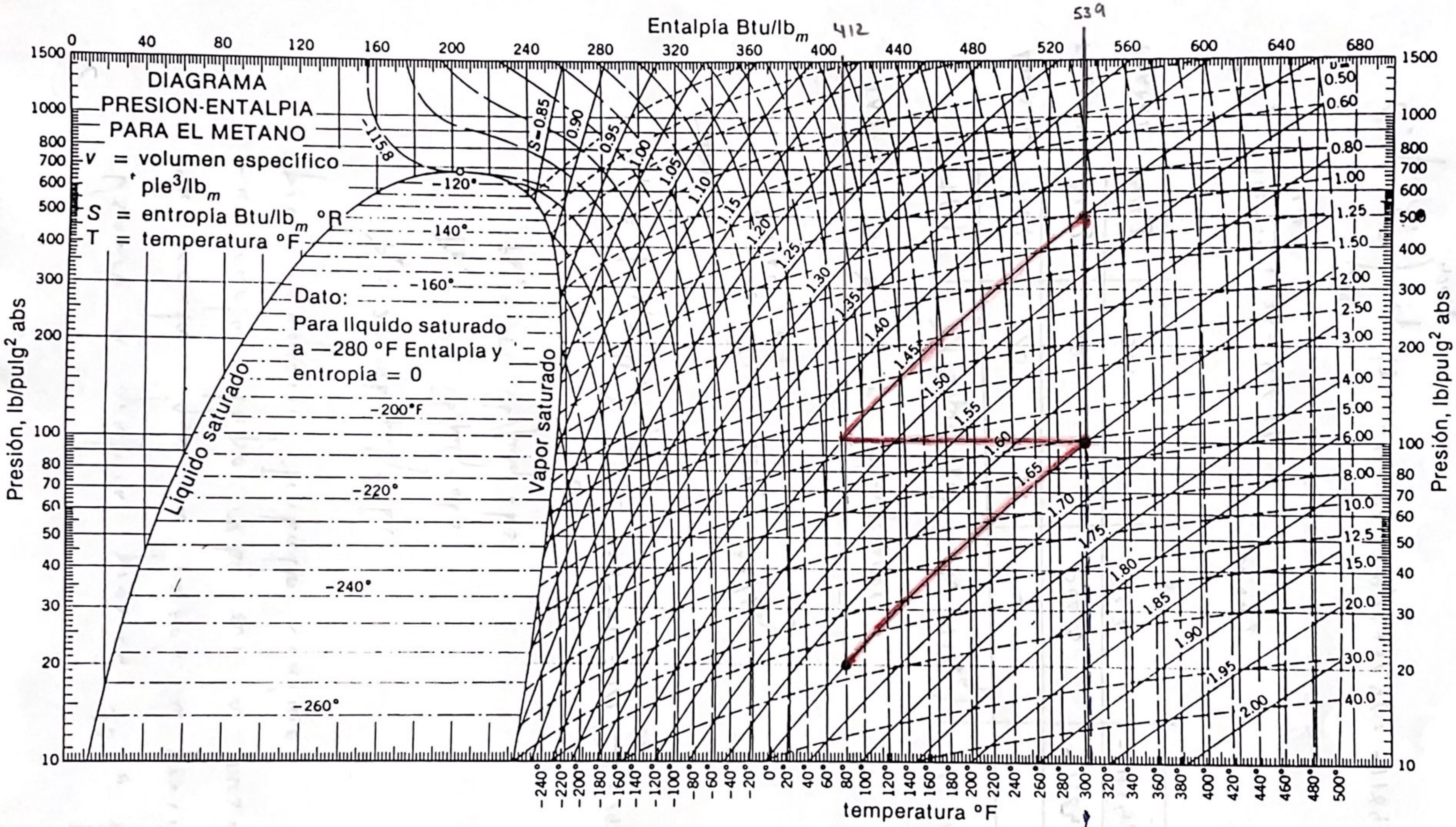



*Fig. 6-4.* *Diagrama presión-entalpía para el metano.* [Reproducida bajo permiso de la Shell Development Company, Copyright 1945. Publicada por C. S. Matthews y C. O. Hurd, *Trans.; AIChE*, **42**:55 (1946).]

9-4

c

Usando a gráfica presión $1^a$ e tendo en conta que a razón de presións en cada etapa debe ser a mesma pra conquerir traballo mínimo

$P_A = 20$ lb/pulg² abs

$P_{D_1} = 100$ lb/pulg² abs

$P_{D_2} = 500$ lb/pulg² abs

$$W_1 = (H_{D_1} - H_A) - \cancel{Q}^{0} = 539 - 412 = 127 \frac{BTU}{lb_m} = 294{,}8\ kJ/kg$$

ETAPA 1

$$W_{REAL} = \frac{W_1}{0{,}8} = 368{,}5\ kJ/kg.$$

TABOA T, P, W e $Q_{enfriador}$

| | T (K) | P (lb/pulg² abs) | W (kJ/kg) | Q (cal/mol) |
|---|---|---|---|---|
| ADMISIÓN | 299,7 | 20 | — | |
| ETAPA 1 | 426,3 | 100 | 368,5 | − 1184,8 cal/mol |
| ETAPA 2 | 426,3 | 500 | 737 | − 1184,8 cal/mol. |

$W_1 + W_2$

*

$$k = \frac{308 - 32}{1{,}8} + 273 = 426{,}3\ k$$ "pasar de °F a K"

$$Q_{enfriador} = \int_{426{,}3}^{299{,}7} c_p\, dT = -428{,}03 - 829{,}23 + 72{,}46 = -1184{,}8\ cal/mol$$

# 7. REFERENCIAS


***Artigos***

Doval, P., Moreira, M.T., Feijoo, G. (2000). Diseño de una línea de refrigeración para una industria láctea. *Técnica Industrial* 238:56-63

***Libros***

Costa Novella y col. (1985). Ingeniería Química. Vol. 3. Flujo de Fluidos. Alhambra, Madrid.

Coulson, J.M. y Richardson, J.F. (1979). Ingeniería Química. Vol. 1. Flujo de Fluidos, Transmisión de Calor y Transferencia de Materia. Reverté, Barcelona.

Darby, R. (1996). Chemical Engineering Fluid Mechanics. Marcel Dekker, Inc. New York.

Geankoplis, C.J. (1986). Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias". CECSA, México.

Levenspiel, O. (1993). Flujo de Fluidos. Intercambio de Calor. Reverté, Barcelona.

Mott, R.L. (2006). Mecánica de fluidos. Pearson Educación, México.