

INFLUENCIA DE LA INSTRUCCIÓN EN EL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO *

M^a del Puy Pérez Echeverría e Hilda Gambará

Universidad Autónoma de Madrid

Resumen

El objetivo principal de la investigación que presentamos ha sido analizar la influencia de la edad y el tipo de formación en el razonamiento probabilístico de adolescentes y jóvenes estudiantes españoles. Siguiendo diversos trabajos llevados a cabo por el equipo de Nisbett (véase Nisbett, 1993) partíamos de que una mayor instrucción, tanto de tipo general como en lo referente a formación en probabilidad y estadística y/o en el contenido de la tarea influiría en el tipo de sesgos en los que incurrirían los sujetos. Con este fin diseñamos un cuestionario compuesto por 20 problemas de probabilidad, que diferían entre sí en lo referente a las nociones estadísticas subyacentes (tamaño de la muestra, probabilidad conjunta, probabilidad condicionada, probabilidad previa e independencia de sucesos) y al tipo de contenido al que se debían aplicar estas nociones (contenido escolar, vida cotidiana, psicología y biología). Todos los problemas se presentaban como tareas cerradas de opción múltiple e incluían cuatro alternativas de respuesta, que incluían distintos sesgos y la respuesta estadísticamente correcta. Este cuestionario fue administrado a seis grupos de estudiantes de enseñanzas medias y de universidad que diferían en su conocimiento de la probabilidad y del contenido de las tareas. Los resultados parecen mostrar que el grado de formación influye tanto en el porcentaje de errores que se cometen como en el tipo de errores. No obstante, estos resultados estaban mediados por el contenido estadístico y no estadístico de la tarea.

Palabras clave: heurísticos, sesgos, instrucción.

* El trabajo que se presenta, se ha realizado gracias a la financiación de la Digicyt (P.B . 94/0188)a un proyecto dirigido por J.I. Pozo

INTRODUCCIÓN

Para realizar este trabajo, hemos tomado como punto de partida la idea de que tanto adolescentes como adultos razonan siguiendo juicios heurísticos (véase, por ejemplo, Tversky y Kahneman, 1974) que en numerosas ocasiones les llevarían a cometer sesgos y errores en sus predicciones. No obstante también hemos tenido en cuenta como ponen de manifiesto numerosos trabajos realizados por el equipo de Nisbett, (Véase una exposición de todos estos trabajos en la recopilación realizada por el propio Nisbett, 1993) que existen diferentes variables que pueden influir en el número y tipo de errores que se cometen. Así, por ejemplo, la familiaridad con el contenido, la pericia en probabilidad, la experiencia en toma de decisiones, o la presencia de variables fácilmente cuantificables, etc, etc...contribuyen a que los sujetos tengan un rendimiento más cercano a la norma estadística y, por tanto, menos erróneo que en otras tareas o circunstancias.

Los pocos trabajos realizados con adolescentes, nos permitían suponer que estas mismas variables que acabamos de señalar influirían también en el rendimiento de los estudiantes de secundaria. Nuestro interés no se centraba tanto en comprobar si se daba o no esta concordancia, como en analizar si las fuentes de los errores eran las mismas. Expresado con otras palabras, tratábamos de ver si los errores de los adultos y de los adolescentes provenían del mismo tipo de ideas sobre el acontecer de los sucesos probabilísticos. Diferentes trabajos de Nisbett (véase la recopilación realizada por Nisbett, 1993. Pérez Echeverría, 1990; Pérez Echeverría y Gambará, 1996) muestran que la pericia bien en probabilidad, bien en el contenido de la tarea, afectan tanto o más a la calidad de los errores que a la cantidad. Estos trabajos muestran además que la pericia no afecta por igual a todas las tareas de probabilidad, sino que hay tareas en las que es más fácil el cambio de ideas y métodos espontáneos que en otras. Expresado de otra manera, la instrucción en probabilidad o en el contenido de la tarea hace que cambien más fácilmente las ideas sobre ciertos conceptos probabilísticos (por ejemplo independencia de sucesos) que sobre otros. Por este motivo estábamos interesados en comparar el rendimiento de los adolescentes con distinto grado de instrucción en probabilidad, y de estos adolescentes con adultos, también con distinto grado de instrucción en probabilidad y con distinto conocimiento sobre el contenido de las tareas.

En este mismo sentido pretendíamos también analizar el grado de dificultad de distintos conceptos de azar y probabilidad incluidos dentro del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, entendiéndolo como índice de tal dificultad la mayor o menor cercanía de las ideas de los adolescentes a la norma estadística y la pervivencia de éstas en sujetos después de haber recibido instrucción, más o menos formal, sobre el contenido de la tarea.

MÉTODO

Sujetos

Para analizar la influencia de la edad y la instrucción, la investigación se llevó a cabo con 120 sujetos, divididos en seis grupos de igual tamaño (20 ss.), con diferentes niveles de edad e instrucción en probabilidad y estadística.

Tres de los grupos estaban formados por adolescentes con diferente experiencia en probabilidad y estadística: alumnos del segundo ciclo de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) que no habían recibido instrucción en probabilidad y estadística (14-15 años) y alumnos del segundo curso de Bachillerato (17-18 años) sin (BUP S) y con (BUP C) instrucción en probabilidad que habían recibido información sobre los cinco conceptos que nosotros hemos evaluado en esta investigación.

Los otros tres grupos estaban formados por estudiantes universitarios de 4^o curso de diferente especialidad: Derecho (DCHO), Psicología (PSIC) y Biología (BIO); estos dos últimos grupos con instrucción en probabilidad y estadística como parte de su currículo universitario, y con conocimientos específicos sobre los problemas con contenido psicológico y biológico respectivamente.

Tareas

Con el objetivo de estudiar la influencia del contenido y la diferente dificultad de los conceptos estadísticos se diseñaron tres cuestionarios de lápiz y papel con cuatro problemas cada uno. Cada cuestionario presentaba tareas probabilísticas cuyo contenido pertenecía a un determinado área conceptual (biología, matemático-escolar y vida cotidiana). El contenido "escolar" o "matemático-escolar" estaba compuesto por tareas relacionadas en su mayor parte con los juegos de azar y que constituían adaptaciones de los problemas utilizados en los libros de texto de matemáticas. El contenido denominado "vida cotidiana" hacía referencia a una serie de tareas predictivas de contenido variado, difíciles de incluir en un área conceptual determinada y que se esperaba que fueran familiares para los sujetos. El contenido *biológico* se centraba en su mayor parte en las leyes elementales de transmisión de caracteres genéticos. Los cuatro problemas corresponden a cinco nociones probabilísticas: *tamaño de la muestra*, *probabilidad conjunta*, *probabilidad condicionada* y *sucesos independientes*. Los cuatro cuestionarios variaban en lo referente al contenido al que se aplicaban las mencionadas nociones probabilísticas. Estas nociones fueron elegidas en función tanto de su importancia dentro de la enseñanza de la probabilidad en la ESO como de los trabajos sobre razonamiento heurístico y sesgos en personas adultas.

Cada problema presentaba cuatro posibilidades de respuesta, cada una de ellas correspondiente con un tipo determinado de visión de la probabilidad. Dichas respuestas fueron diseñadas siguiendo dos criterios. En primer lugar, diseñamos una serie de cuestionarios de contenido similar al utilizado finalmente, pero en los cuales los sujetos debían generar, no seleccionar, las respuestas. Este cuestionario fue administrado a treinta sujetos de diferentes edades y formación. A partir de las respuestas dadas por los sujetos y teniendo en cuenta las clasificaciones realizadas en la literatura existente, elaboramos unos cuestionarios de respuesta múltiple, con un número de opciones diversas en cada uno de los problemas y que trataban de recoger con diferentes formas de expresión las respuestas expresadas por los sujetos en el cuestionario abierto. Este cuestionario fue respondido por cuarenta personas de diferentes edades y formación. Por último escogimos el tipo de redacción más elegido entre los sujetos para cada una de las opciones de respuesta:

Respuesta Estadística (R1): respuesta acorde con la teoría de las probabilidades, correcta en todos los problemas.

Respuesta cuasiestadística (R2): considera los datos objetivos planteados en el problema, pero fracasa en comprender los principios estadísticos subyacentes o sólo tiene en cuenta parte de la información disponible. Un ejemplo de este tipo de respuesta sería el sesgo conocido como "Falacia del jugador (Piaget e Inhelder, 1951; Tversky y Kahneman, 1974)

Respuesta causal (R3): Se basa en teorías y creencias ligadas a la tarea. Se diferencia de la anterior en que no se tienen en cuenta los datos estadísticos. Así, por ejemplo, no tener en cuenta el tamaño de la muestra debido a nuestras creencias sobre un determinado acontecimiento, formaría parte de este tipo de respuesta.

Respuesta caótica (R4): Se basa en la creencia de que todo suceso aleatorio, o no totalmente seguro es también caótico o impredecible. Muestra la idea de que el azar no se puede cuantificar

Desde un punto de vista estrictamente estadístico sólo la primera categoría (R1) nos conduciría siempre a elegir la respuesta correcta; la categoría *caótica* (R4) sería totalmente incorrecta, y las categorías cuasiestadística y causal (R2 y R3), aunque por medio de un método incorrecto, nos llevarían a obtener éxito en determinados tipos de problema. Tanto el orden de presentación de los problemas dentro de cada uno de los cuestionarios como de las respuestas se realizó de forma aleatoria y era distinto en cada tarea.

Procedimiento

La tarea de los sujetos consistía en responder a los cuestionarios, señalando la opción de respuesta que le parecía más acertada para solucionar el problema. La tarea se aplicó en las aulas habituales de los estudiantes durante dos sesiones diferentes, dejando transcurrir un mínimo de tres días entre ellas. El orden de presentación de los cuestionarios fue contrabalanceado.

Diseño

Se trata por tanto de un diseño **cuasi-experimental** para la variable independiente grupo, puesto que no la podemos manipular, sino que se seleccionaron los seis grupos descritos anteriormente. Las variables independientes: noción de probabilidad (con cuatro) y tipo de contenido (con tres niveles) son variables intrasujeto, donde se controló el efecto del orden de presentación mediante asignación aleatoria de los órdenes. La variable dependiente es el tipo de respuesta (R1, R2, R3, y R4). Como ya se ha dicho, nos interesa no solo las respuestas correctas sino los errores cometidos.

Tipo de análisis

Se llevaron a cabo dos tipos de análisis, con el fin de obtener información tanto sobre las respuestas correctas de los sujetos, como sobre la distribución de las respuestas elegidas en las distintas situaciones. Así, en primer lugar, procedimos a la realización de **análisis de varianza** tomando como variable dependiente **el número de respuestas correctas**. Se realizó un ANOVA 6x3, inter-grupo para la variable grupo e intragrupo para la variable contenido y un ANOVA 6x4, inter-grupo para la variable grupo e intragrupo para las nociones probabilísticas implicadas. En segundo lugar, nos interesaba analizar el **tipo de errores** cometidos por los diferentes grupos en función del contenido de las tareas y de los distintos conceptos de probabilidad. Para ello realizamos análisis de la distribución de las categorías de respuesta mediante **pruebas Ji cuadrado**, como veremos a continuación.

RESULTADOS

Número de respuestas correctas

(a) ANOVA grupo x contenido. Se encontró un efecto significativo para la variable grupo $F_{5,114}=2,71$ ($p=0.024$), la variable contenido $F_{3,342}=23,21$ ($p=0.0001$), y de la interacción $F_{15,342}=1,50$ ($p=0.019$).

La media de respuestas correctas obtenidas por cada uno de los **grupos** puede observarse en la Tabla 1. Como puede verse en esta tabla la media de respuestas correctas no llega al 50% en ninguno de los grupos. El rendimiento más alto correspondió a los estudiantes universitarios de Ciencias Biológicas, mientras que la tasa de respuestas correctas más baja fue la obtenida por el grupo de alumnos de la ESO, sin ningún tipo de formación en estadística y probabilidad. Las diferencias entre estos dos grupos fueron estadísticamente significativas según la prueba de Tukey ($p < 0.05$). No se encontró ningún otro tipo de diferencias significativas al analizar esta variable de forma global. No obstante los datos muestran una progresión en los resultados obtenidos en función de la edad y el tipo de formación

Tabla 1. Puntuaciones medias en proporción de respuestas correctas, obtenidas por cada grupo (ESO: estudiantes de Enseñanza Secundaria Obligatoria; BUP S: estudiantes de BUP sin instrucción en probabilidad y estadística; BUP C: estudiantes de BUP con instrucción en probabilidad y estadística, DCHO: estudiantes de derecho; PSIC: estudiantes de psicología; BIO: estudiantes de biología)

ESO	BUPS	BUPC	DCHO	PSIC	BIO
0.290	0.338	0.350	0.408	0.392	0.450

La media de respuestas correctas obtenidas en función de cada una de las **áreas de conocimiento** sobre las que versaba el contenido de las tareas puede observarse en la Tabla 2. Como puede verse, las tareas más fáciles eran las tareas escolares, mientras que las más difíciles fueron las de biología. No obstante no existían diferencias significativas entre estas tareas.

Tabla 2. Puntuaciones medias proporcionales del número de respuestas correctas en función del área de conocimiento implicado

BIOLOGÍA	V. COTIDIANA	ESCOLARES
0.392	0.395	0.438

En cuanto a la **interacción** entre estas dos variables, los grupos se comportan de manera diferencial en función del tipo de tarea. En las escolares, que en conjunto fueron las más fáciles de resolver, se observa un mejor rendimiento en los grupos de estudiantes universitarios de psicología y de ciencias biológicas si se compara con los grupos de menor edad e instrucción, ESO y BUP. Sin embargo en el conjunto de tareas de "vida cotidiana" se observa un rendimiento muy parecido en todos los grupos. Como se recordará, los pro-

blemas de esta clasificación eran tareas con diferentes contenidos de los que esperábamos que todos los sujetos tuviesen una experiencia similar. Respecto a las tareas de biología el grupo de estudiantes de biología es el que mejor se comporta. Este resultado apoya nuestra hipótesis referentes al papel de la pericia. Un mayor grado de dominio del conocimiento específico redundaría en una mejor utilización de las reglas de probabilidad dentro de ese conocimiento.

El resultado del ANOVA grupo x concepto reflejó un efecto significativo de la variable concepto implicado $F_{4,456} = 117,78$ ($p < 0.0001$) y de la interacción $F_{20,456} = 1,73$ ($p = 0.027$).

En la tabla 3 se puede observar la media de resultados obtenidos para cada uno de los **conceptos** implicados en los problemas. La independencia de los sucesos es la regla estadística mejor comprendida entre todas las nociones respecto al resto de las nociones probabilísticas evaluadas en este experimento (comparaciones de Tukey, dos a dos, $p < 0.05$) Por el contrario, el tamaño de la muestra no parece que se comprendan adecuadamente estos problemas ($X = 0.181$). La diferencia en el rendimiento de los problemas en los que estaba implicada esta noción respecto al resto de las nociones probabilísticas fue significativa ($p < 0.05$). Entre los otros tres conceptos estadísticos (probabilidades condicionales, probabilidades conjuntas y probabilidades previas) no hubo ninguna diferencia significativa. No obstante cabe destacar que en los tres casos, menos de la tercera parte de los sujetos resolvió correctamente estas tareas.

Tabla 3. Puntuaciones medias proporcionales del número de respuestas correctas en función de las nociones estadísticas implicadas

Tamaño muestra	Prob. Condicionada	Prob. Conjunta	Sucesos Independientes
0.181	0.295	0.325	0.755

Centrándonos ahora en la **interacción**, el concepto tamaño de la muestra obtiene una mejor puntuación en los grupos de estudiantes universitarios, tomados en conjunto, que los grupos de adolescentes, tomados también en conjunto. El rendimiento más alto correspondió siempre al grupo de estudiantes de Biología, mientras que el rendimiento inferior fue el del grupo de adolescentes que estaba cursando la ESO.

Categorías de respuestas. Análisis del tipo de errores cometido

Encontramos diferencias significativas en la distribución de los distintos tipos de respuesta $\chi^2_{15} = 104,13887$, $p < 0.0001$. en función de los grupos. La respuesta que con más frecuencia escogen todos los grupos, salvo el grupo de alumnos de menor edad y

menor nivel de instrucción (ESO), es la respuesta que consideramos correcta desde el punto de vista estadístico (R1) y que ha sido analizada en el apartado anterior. Aunque este porcentaje es más alto en el caso de los estudiantes universitarios que entre los grupos adolescentes. No obstante, a nuestro juicio, las diferencias más interesantes se dan en la distribución de errores o de respuestas no coincidentes con la norma. Como se puede ver en la tabla 4, se ve que la distribución de las respuestas tipo 2 y 3 son similares en todos los grupos. No obstante se puede observar también un considerable descenso en la frecuencia de respuestas *caóticas* (R4) en los estudiantes universitarios, especialmente biólogos y psicólogos, si se compara con la actuación de los estudiantes de secundaria.

Tabla 4. Porcentaje de cada tipo de respuesta utilizado en cada uno de los grupos

	ESO	BUP S	BUP C	DCHO	PSIC	BIO
R1	29	33.7	35	40.8	39.3	45
R2	19.5	14.3	19.5	12.8	18.7	18
R3	32	24.3	26	30.7	33.5	28.5
R4	19.5	27.7	19.5	15.7	8.5	8.5

Nos centraremos a continuación en estos datos fijándonos en la distribución de las respuestas en función del contenido de la tarea y de los conceptos probabilísticos implicados.

Tipos de respuesta utilizados por cada grupo en función del contenido de las tareas

El resultado de los análisis χ^2 para las diferentes tareas muestra diferencias significativas en la distribución de las respuestas entre los grupos para los cuatro tipos de tareas, como queda recogido en las tablas 5.

Tabla 5. Estadísticos χ^2 y nivel crítico para cada una de las tareas

Tarea	χ^2_{15}	<i>p</i>
Escolares	67.7049	0.0001
Cotidianas	30.8642	0.0080
Biología	42.6787	0.0001

De manera general se observa que en todas las áreas, la respuesta más elegida por todos los grupos, salvo los dos grupos adolescentes con menor edad e instrucción (ESO y BUP S) en el caso de las tareas escolares, es la Respuesta estadística o normativa (R1). En estos dos grupos se elige la respuesta *caótica* (R4) en una proporción similar a la repuesta correcta en prácticamente todas las tareas. Esta respuesta tipo 4, indicativa de la idea de que el azar no se puede predecir, es también escogida por un porcentaje muy amplio de estudiantes de derecho en el caso de las tareas escolares, aunque no en el resto de las tareas. En general y como veíamos antes, las respuestas tipo 2 y 3 se reparten de forma similar entre todos los grupos. Las diferencias más importantes parecen estribar en que el aumento en edad e instrucción hace que disminuya considerablemente la elección de la respuesta referente a que los acontecimientos no seguros o los acontecimientos aleatorios no se pueden predecir.

Tipos de respuesta utilizado por cada uno de los grupos en función del concepto estadístico implicado

La tabla 6 muestra los resultados de las pruebas X^2 que indican diferencias significativas en la distribución de respuestas para todos los conceptos implicados. El concepto **Tamaño de la muestra**, como veíamos antes fue el que generó un número mayor de repuestas erróneas desde el punto de vista estadístico. La respuesta que eligen de forma más numerosa los componentes de los diversos grupos es la que está basada en las teorías causales sobre el contenido de la tarea, la categoría R3 (con la excepción de BUP S, que escogen de manera sorprendentemente alta la respuesta R4).

Tabla 6. Estadísticos X^2 y nivel crítico para cada una de los conceptos de probabilidad

Tarea	X^2_{15}	p
Tamaño muestra	83.1424	0.0001
P. condicionada	30.4519	0.0104
P.Conjuntas	33.7019	0.0038
Ind. de sucesos	24.9546	0.0502

Si atendemos al número de respuestas correctas, el segundo concepto probabilístico más difícil en estos problemas fue el de **probabilidad condicionada**. Este hecho se refleja en el escaso número de respuestas normativas o estadísticas (R1) en todos los grupos. Los tres grupos de estudiantes universitarios muestran que sus respuestas se concentran en las categorías estadísticas (R1) y causal (R3) (75% de las respuestas en los

tres casos). Sin embargo, entre las respuestas de los alumnos de secundarias se encuentran un mayor número de respuestas R4. Por último, las tareas sobre **probabilidades conjuntas e independencia de sucesos** resultaron ser las más fáciles, aunque la distribución de respuestas para los problemas sobre probabilidades conjuntas está más repartido entre las cuatro categorías de respuesta que para el caso de la independencia de sucesos donde, en todos los grupos, el porcentaje medio de respuestas correctas fue superior al 70%.

CONCLUSIONES

Quizá, nuestra primera conclusión a partir de los resultados que acabamos de describir es que ni los estudiantes adolescentes ni los estudiantes más adultos e instruidos de últimos cursos de universidad tienen un conocimiento muy profundo de las nociones estadísticas. Ninguno de los seis grupos que hemos analizado alcanzaba a responder correctamente el 50% de los problemas planteados y sólo había diferencias significativas en este sentido entre el grupo de menor edad e instrucción y el grupo de estudiantes de Biología que de forma global fue el que mejor rendimiento manifestó a lo largo de toda la prueba. En este sentido, nuestros resultados se parecen mucho a los encontrados en otras investigaciones que analizaban las respuestas de sujetos adultos o en el trabajo de Saez de Castro (1995) con estudiantes de primer curso de universidad.

No obstante, la distribución de los errores a lo largo de las diferentes tareas muestra a nuestro juicio que la semejanza entre las ideas adolescentes y adultas puede ser menor que lo que muestran estos resultados a primera vista. Es cierto que un porcentaje considerable, tanto de estudiantes universitarios como de alumnos adolescentes, parece escoger la respuesta más en función de sus teorías causales sobre el contenido de la tarea (R3) que de normas formales (R1); pero, de la misma forma, se puede también observar un considerable descenso en la frecuencia de respuestas de tipo *caótico* (R4) en los estudiantes universitarios, especialmente biólogos y psicólogos, si se compara con la actuación de los estudiantes de secundaria. Como se recordará, este tipo de respuestas mostraban la idea de que los sucesos aleatorios o de carácter probabilístico no se pueden predecir; expresa la idea de que aquello que aparentemente no está totalmente controlado por nosotros es caótico e imprevisible. Este tipo de ideas sería según Piaget (1950, Piaget e Inhelder, 1951, Inhelder y Piaget, 1958) propio de los sujetos de las operaciones concretas que todavía no han aprendido a diferenciar entre fenómenos aleatorios y causados. En resumen, estos datos parecen apuntar que los errores de los dos grupos de mayor edad y con mayor instrucción específica sobre el contenido de los problemas se distribuyen de distinta manera que los errores cometidos por los adolescentes. Estos resultados apuntarían en la misma dirección que los presentados por el grupo de investigación dirigido por Nisbett (véanse los distintos artículos recopilados por el propio Nisbett en 1992) en el sentido de que la instrucción puede

influir en una utilización de los heurísticos menos indiscriminada de los que admitirían Tversky y Kahneman (1973, 1974).

Por otro lado, esta conclusión se ve reforzada si analizamos la actuación de los grupos adolescentes entre sí. En general el número de respuestas de tipo *caótico* (R4) disminuye en el grupo que ha recibido instrucción en estadística y probabilidad (BUP C). Para diferenciar los dos grupos de BUP nos hemos basado solamente en el hecho de que un grupo había recibido instrucción en estadística y probabilidad mientras el otro grupo no. No hemos analizado el tipo de enseñanza recibida por estos alumnos, ni tampoco el tipo de conceptos trabajados exactamente (más allá de lo explicitado en el programa oficial) ni cuáles eran los conocimientos exactos de estos alumnos. Nuestra impresión es que la enseñanza y la reflexión explícita sobre probabilidad interviene en cierto cambio en las ideas y procedimientos para evaluar los fenómenos estocásticos. De todas formas para realizar esta afirmación sería necesario llevar a cabo otro tipo de estudios con un mayor control del tipo de enseñanza recibido, y que contraste las diferencias entre los sujetos antes y después de someterse a enseñanza estadística. De la misma manera los datos apuntan, aunque no muestran de forma taxativa, que existen diferencias entre los grupos universitarios en función de su forma de instrucción. Sería necesario contrastar entre grupos con diferentes tipos de instrucción matemática y estadística para probar este punto.

Aunque los datos apunten en el sentido de que las diferencias en edad e instrucción están relacionadas con diferencias sobre la comprensión del azar y las reglas de probabilidad. También muestran que este cambio no se produce de la misma manera en todos los conceptos estudiados ni en todos los contenidos a los que se han aplicado estos conceptos. Como hemos visto en la presentación de los resultados, la noción de sucesos independientes ha sido el concepto más fácil que hemos analizado en todos los grupos. En cuanto a las diferencias en el tipo de errores parece que se repite el esquema que comentábamos anteriormente. Los errores cometidos por los estudiantes universitarios se deben más a una utilización o comprensión parcial de las reglas de la probabilidad o al predominio de sus teorías causales sobre los datos estadísticos que a la creencia de que el azar no se puede cuantificar; la creencia más repetida por los alumnos adolescentes. Con todo, cabe señalar que conforme aumenta la dificultad de la tarea (medida por el número de errores cometidos desde el punto de vista normativo) aumentan en todos los grupos las respuestas indicativas de que los sucesos que no tienen total certidumbre no pueden predecirse. Estos resultados confirmarían en parte los resultados encontrados en otras investigaciones (véanse revisiones de estos resultados en Kahneman, Slovic y Tversky, 1982, Nisbett, 1993; Pérez Echeverría, 1990; Pérez Echeverría, Sanz y Gambará, 1996; Shaugnessy 1992) que indican que los conceptos más ligados con la noción de azar y distribuciones aleatorias son más fáciles de entender que otros conceptos en los que se evalúan o entran en juego nociones y teorías causales.

Esta diferencia en los contenidos podría explicar también las diferencias encontradas en la actuación de los estudiantes de Biología y de Psicología. El grupo de estudiantes de Biología fue el grupo con un mayor grado de rendimiento tanto en el sentido cuantitativo como en sentido cualitativo en prácticamente todos los problemas y este rendimiento fue claramente más alto en las tareas que implicaban conceptos y conocimientos de biología. Las diferencias entre este grupo y el resto de los grupos, así como las diferencias en las pautas de errores a los que hemos hecho referencia antes parecen indicar que la instrucción tanto en probabilidad como en el contenido concreto de la tarea afecta a las ideas mantenidas por los sujetos. En primer lugar, podemos ver que los grupos que presentan, en general un menor rendimiento medido por el número medio de elección de respuestas correctas son los grupos con menor edad e instrucción (ESO y BUPs), mientras que los grupos que muestran un mejor rendimiento son los estudiantes universitarios con instrucción en estadística (psicólogos y, sobre todo, biólogos). Por último el grupo de estudiantes de Derecho y de BUPc muestran una conducta intermedia que dependiendo del contenido de la tarea y de la dificultad del concepto estadístico que se esté midiendo se parecen más o menos al rendimiento de los otros dos grupos más extremos. Las diferencias entre estos tres subgrupos no son solamente cuantitativas sino que parece que el tipo de errores que se comete también es diferente. Este resultado coincide con los encontrados por Nisbett (1993) e indicaría que la instrucción en estadística o el conocimiento de un área determinada influiría no tanto en que no se utilicen heurísticos como en que las reglas que evocamos a partir de estos sean un poco más sofisticadas e induzcan menos errores o errores "menos erróneos".

REFERENCIAS

- Green, D.R. (1979): "The chance and probability concepts proyect". *Teaching Statistics*, 1 (3), 66-71
- Green, D.R. (1983a): "A survey of probabilistic concepts in 3,000 pupils aged 11-16 years". En D.R. Grey, P. Holmes, V. Barnett y G.M. Constable (eds.): *Proceedings of the first International Conference on Teaching statistics*. Sheffield: Teaching Statistical trust.
- Green, D.R. (1983b): "School pupils' probability concepts". *Teaching Statistics*, 5, 32-42
- Green, D.R. (1987): "Probability concepts: putting researchs into practice" *Teaching Statistics*, 9 (1), 8-14
- Green, D.R. (1988): "Children's understanding of randomness. report of a survey of 1600 children aged 7-11 years. En R. Davison y J. Swifft (Eds.): *The proceeding of Second International Conference on Teaching Statistics*. Victory: University of Victory

- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955): *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescence: essai sur la construction des structures operatioires formelles*. Paris: P.U.F. Trad. cast. de M.T. Cevasco: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Buenos Aires: Paidos, 1972.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (Eds.)(1982): *Judgments under uncertainty: heuristics and biases*. N. York: Cambridge University Press
- Nisbett, R.E. (Ed.) (1993): *Rules for reasoning*. N. Jersey: L.E.A.
- Perez Echeverria. M.P.(1990): *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: Ediciones de la U.A.M.
- Perez Echeverria, M.P., SANZ, A y GAMBARA, H. (1996): La comprensión de la probabilidad en el ciclo 12-16. Memoria inédita presentada al CIDE.
- Piaget, J. (1950): "Une experience sur la psychologie du hasard chez l'enfant". *Acta Psychologica*, 7. 325-326
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951): *La genese de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: P.U.F.
- Saénz Castro (1995): *"Intuición y matemática en el razonamiento y aprendizaje probabilístico"*. Tesis doctoral inédita. Madrid: U.A.M.
- Shaughnessy J.H.(1992): "Research in probability and statistics: reflections and directions En D.Grouws (Ed.):*Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*.N. York: Mc Millan
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1973): "Availability: a heuristic for judging frequency and probability". *Cognitive Psychology*, 5 207-232. También en D. Kahnemnan, P. Slovic y A. Tversky (eds) (1982).
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1974): Judgment under uncertainty heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-1131. También en D.Kahneman P. Slovic y A. Tversky (eds) (1982). Trad. Cast. de J.I. Pozo. Juicios en situación de incertudumbre heurísticos y sesgos, en M.Carretero y J.A. García Madruga (comps): *Lecturas de psicología del pensamiento*. Madrid: Alianza Psicología, 1984