

# LA ENCRUCIJADA DE LA DEMOSTRACION\*

Luis Vega

## Abstract

Nowadays the idea of demonstrative argument has become a sort of crossroads in logical analysis: a junction place where Logic and Theory of Argumentation can meet with and branch off one another, or also the high methodological standards and the actual mathematical proofs, or the model-theory semantic tradition and the proof-theory formal tradition too. The aim of the present paper is to take into account some problems and repercussions from this two-edged situation—specially as far as the semantic (logical) and pragmatic (epistemological) sides of demonstration are concerned—, with regard to the current philosophy of Logic.

---

Las encrucijadas de caminos son nudos de comunicación que suelen estar bien señalados en los mapas. Sin embargo, para los caminantes pueden tener una significación incierta. Las encrucijadas pueden verse como lugares de encuentro o como lugares de despedida. Así la idea de demostración, en cuyo origen mismo ya se habían entrecruzado motivos diversos (filosóficos, dialécticos, matemáticos), representa hoy en día una encrucijada principal de los caminos del análisis lógico. Por ejemplo, desde un punto de vista filosófico, es un lugar tanto de confluencia como de bifurcación entre la semántica y la pragmática o, más en general, entre la lógica y la teoría de la argumentación. Desde un punto de vista histórico, también hay unas relaciones un tanto inciertas—medio de alejamiento, medio de aproximación— entre las teorías de la demostración y su objeto paradigmático de referencia, las pruebas matemáticas. Desde un punto de vista técnico, atraviesan por un trance semejante el concepto semántico de consecuencia lógica de la teoría de modelos y el concepto «sintáctico» de derivación de la tradición formal de la proof-theory: ambos conceptos van de la mano dentro del ámbito elemental de la lógica de primer orden, pero más allá de ahí nuestros métodos efectivos de derivación no pueden seguir en general el análisis conjuntista de las consecuencias lógicas posibles en una perspectiva semántica. Y aún habría otros puntos de vista que permitirían consideraciones aná-

---

\* Agradezco a los miembros del Departamento de Lógica y F<sup>a</sup> de la Ciencia de Santiago la oportunidad de discutir con ellos este planteamiento en noviembre de 1990; en particular, los comentarios de J. L. Falguera y de C. Martínez Vidal y las observaciones posteriores de J. M. Sagüillo. Por lo demás, este ensayo se inscribe en la línea del Proyecto PB89 0202, financiado por la DGICYT.

logas. En cualquier caso, las convergencias y divergencias de nuestras vías de análisis de la demostración convierten la noción misma de demostración en un interesante núcleo de problemas. Aquí me limitaré a airear algunos de ellos, en particular los que se refieren a la teoría de la argumentación y a la filosofía de la lógica.

Para empezar, es bien sabido que los términos 'demostrar' y 'demostración' se usan con distintos significados en diversos contextos. Pueden tener desde el sentido de frases como (1) «Su respuesta fue una demostración de talento», o (2) «El agente de ventas hizo una demostración de cómo funcionaba el nuevo aparato», o (3) «Los experimentos de Torricelli y de Périer demostraron la falsedad del 'horror vacui' y la existencia de la presión atmosférica», hasta el sentido de la cláusula (4) «Que es lo que había que demostrar» con la que se remata la deducción de un teorema matemático. Todos estos sentidos –al margen de algunos otros menos habituales– guardan entre sí cierta relación: (1) y (2) coinciden en la idea de mostrar algo, (3) y (4) en la idea de mostrar que algo es (o no es) el caso. Me voy a atener únicamente al uso (4) por ser el más fuerte y por representar un sentido característico en la tradición del análisis lógico. Así, pues, entenderé por *demostración* una argumentación que constituye una prueba lógicamente concluyente de que algo es (o no es) el caso.

Dada la situación en la que hoy en día se encuentra el campo de la argumentación, un optimista verá esa noción como una propuesta o una convención tranquilizadora: es clara y tiene arraigo tradicional. Un pesimista, en cambio, adivinará bajo esa misma estipulación todo un nido de problemas: ¿Qué es argumentar? ¿Cómo se valora una argumentación o se identifica una prueba? ¿Cómo reconocemos que una prueba es lógicamente concluyente, que es en efecto una demostración? Confieso que soy de los pesimistas.

Para hacerse cargo del sentido de este pesimismo, bastará considerar la situación actual en que se encuentra el planteamiento del primer problema: ¿qué es argumentar? Se supone que de esto se ocupa lo que hoy conocemos como «teoría de la argumentación». Pues bien, ¿cómo anda esta «teoría»?

## I

La llamada –con no poco entusiasmo– «teoría» de la argumentación es hoy en realidad un campo de estudio no bien definido, donde se entrecruzan motivos dispares (lógicos, metodológicos, lingüísticos, retóricos, filosóficos) y programas varios (discursivos, cognitivos, expertos). Creo que los antecedentes de esta enmarañada situación actual no van más allá de mediados de siglo; no es obligado remontarse a precedentes históricos lejanos. Simplificando las cosas pueden distinguirse dos fases principales en esta corta historia de nuestra «teoría» de la argumentación. Una cubre las décadas 1950-60; se caracteriza por la búsqueda de unas señas de identidad más allá (si no al margen o positivamente en contra) de la formalización lógica estándar de la argumentación. La otra fase comprende a su vez las décadas 1970-80; se desarrolla bajo una especie de síndrome de personalidad

múltiple, como si las presuntas señas de identidad de la teoría revelarían una constitución esquizoide y dividida.

Durante la 1ª fase, representada por contribuciones como las de Toulmin (1958) o Perelman & Olbrechts-Tyteca (1958), urge la necesidad de vindicar, frente a las pretensiones canónicas de la lógica y de la metodología formal, la existencia de ámbitos irreductibles de argumentación –el filosófico, el jurídico– y, más en general, la índole informal, contextual y pragmática, de la argumentación ordinaria. Así salen a la luz aspectos soterrados o ignorados por el análisis lógico estándar como las dimensiones ilocucionaria y perlocucionaria del uso del lenguaje, el peso de las buenas razones y la eficacia de las técnicas de persuasión, la presencia de marcos y de foros o auditorios del discurso<sup>1</sup>. Una secuela discutible es la contraposición que algunos acentúan (e. g., Perelman) entre la argumentación, emplazada dentro de la retórica discursiva, y la demostración, condenada al ostracismo de los lenguajes formalizados: en esta línea, demostrar sería una manera de producir sucesiones de fórmulas válidas dentro de un sistema cerrado de proposiciones, pero no sería una manera de convencer a alguien de que algo es efectivamente el caso.

Durante la 2ª época, persisten ciertas tensiones (e. g., entre la «lógica formal» y «lógica informal», o entre la lógica misma y el llamado «Critical Thinking»). Pero también surgen orientaciones más positivas y ambiciosas: hay intentos de avanzar desde la descripción de las peculiaridades argumentales hacia su tipificación y explicación; se ensayan incluso estrategias analíticas o ciertas «lógicas» apropiadas para diversos ámbitos de argumentación, por ejemplo, diversos sistemas de «lógica dialógica». Uno de los puntos de partida principales de esta segunda época es la contribución de Hamblin (1970) al análisis de las falacias, vistas como resultados discursivos en el marco tejido por las operaciones dialécticas y los compromisos de la gente en el curso de un diálogo o de una discusión. Sin embargo, las falacias no pasan de ser una región particular del vasto campo de la argumentación y el sistema dialógico de Hamblin sólo es una entre otras muchas lógicas del diálogo<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Vid. por ejemplo G. Ryle (1954), «Formal and informal logic», en *Dilemmas*: Cambridge, 1969, 6ª reimp., viii, pp. 111-129. S. Toulmin (1958): *The Uses of Argument*, Cambridge, 1973, 3ª ed. Ch. Perelman, L. Olbrechts-Tyteca (1958), *La nouvelle rhétorique. Traité de l'argumentation*, Bruceles, 1976, 3ª ed. J. L. Austin (1962), *How to do things with words*, Oxford, 1976, 2ª ed. Para detalles sobre sus contribuciones y sobre las de otros autores significativos como A. Naess o R. Crawshay-Williams, puede verse F. H. van Eemeren, R. Grootendorst, T. Kruiger, *Handbook of Argumentation Theory*, Dordrecht/Providence, 1987.

<sup>2</sup> Vid, por ejemplo, C. L. Hamblin (1970), *Fallacies*, Newport News (Virginia), 1986, 2ª ed. P. Lorenzen, K. Lorenz, *Dialogische Logic*, Darmstadt, 1978. J. Hintikka, «Information-Seeking Dialogues: A Model», *Erkenntnis*, 38 (1979), pp. 355-268; «Game-Theoretical Semantics: Insight and Prospects», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 23 (1982), pp. 219-241. F. H. van Eemeren, R. Grootendorst, *Speech Acts in Argumentative Discussions*, Doordrecht/Providence, 1983; «Rationale for a Pragma-Dialectical Perspective», *Argumentation*, 2 (1988), pp. 271-291. E. M. Barth, E.C.W. Krabbe, *From Axiom to Dialogue*, Berlin/New York, 1982. K. Lambert, W. Ulrich, *The Nature of Argument*, New York, 1980. J. Corcoran, «Argumentations and Logic», *Argumentation*, 3 (1989), pp. 17-43. J. Woods, D. Walton, *Argument. The Logic of Fallacies*, Toronto/New York 1982. Otras referencias pueden verse en R. H. Johnson, J. A. Blair, «Informal Logic: The Past Five Years 1978-1983», *American Philosophical Quarterly*, 22/3 (1985), pp. 181-196. En vista del crecimiento exponencial de la literatura sobre la argumentación en las dos últimas décadas, la arbitrariedad de cualquier selección bibliográfica sólo se podría aminorar,

Este sólo es un síntoma superficial del síndrome de personalidad múltiple que la llamada «teoría» de la argumentación viene padeciendo en las dos últimas décadas. Hay síntomas más profundos, reveladores de una crisis de identidad. De entrada, el campo actual de la argumentación está minado por discusiones en torno a ciertos puntos capitales. Por ejemplo, los tres siguientes:

1º ¿Cuál es el objeto preferente de análisis?

2º ¿De dónde provienen los modelos de análisis?

3º ¿Qué alcance tienen los criterios de evaluación, los criterios que permiten distinguir entre los argumentos buenos y los malos?

En el punto 1º ya nos encontramos con dos orientaciones divergentes: la de los programas que siguen la tradición de considerar los argumentos como productos o textos dados, y la de los programas que tratan la argumentación como un proceso de interacción discursiva. El punto 2º abre asimismo otra doble vía de análisis: la que acude a modelos importados desde otros ámbitos más o menos vecinos (e. g.: la lógica formal, el cálculo de probabilidades, la teoría de juegos...), y por otro lado la que confía en modelos relativamente endógenos y autónomos, propios de la dialéctica argumentativa o construidos expresamente para dar cuenta de las peculiaridades de la argumentación. El punto 3º introduce, en fin, un tercer motivo de diversificación: entre unos criterios de evaluación o de corrección trascendentes al contexto discursivo (*marco*) y a los agentes discursivos (*foro*), y otros inmanentes a un marco-foro particular dado. Un sencillo cálculo muestra que todas estas opciones dan lugar cuanto menos a 8 variantes puras, 8 clases distintas de teorías de la argumentación, sin contar los casos de clasificación impura, indecisa o borrosa<sup>3</sup>.

A nadie podrá extrañar entonces la existencia de problemas de identidad en la «teoría» de la argumentación. Uno que me parece primordial es el generado por la tensión entre dos directrices básicas de investigación y análisis: A/ la «lingüística» o «retórica» (digamos): entiende que la argumentación es una manera de hacer algo por medio del discurso y su valor depende sustancialmente de la eficacia comunicativa y del rendimiento retórico de este acto complejo de habla; B/ la (digamos) «racional» o «metodológica»: considera que los argumentos son maneras de dar cuenta y razón de algo ante alguien, y su evaluación supone ciertos estándares cognoscitivos y metodológicos. No son puntos de vista incompatibles ni tienen por qué alentar programas irreconciliables, pero de hecho suelen alinearse con planteamientos y análisis divergentes. Por ejemplo, a la luz de A/, una argumentación falaz es ante todo una expectativa de comunicación viciada o desviada; a la luz de B/, es antes que nada una prueba fallida.

Otro problema de identidad viene provocado por ciertos desequilibrios de desarrollo en diferentes regiones del vasto ámbito de la argumentación. Así: frente a los sistemas o teorías generales de la convalidación y la invalidación lógica de los

---

si acaso, con el seguimiento de las actas de congresos internacionales (e. g., F. H. van Eemeren, R. Grootendorst, J. A. Blair, Ch. A. Willard, eds., *Argumentation (Proceedings Confer. Argum.* 1986), Dordrecht/Providence, 1987) y de revistas especializadas (e.g. *Argumentation, Informal Logic*).

<sup>3</sup> Para detalles y ejemplos de la clasificación resultante —entendida como un instrumento de diagnóstico de la situación antes que como la plantilla de una descripción cabal—, vid. mi «Dureza y fragilidad de las demostraciones», en *Signos. Anuario de Humanidades*, 1990, U. A. M. México.

argumentos formalizados, sólo hay métodos y estrategias sectoriales para el análisis de ciertos tipos de argumentación informal. En lógica cabe decir que un argumento deductivo es válido si y sólo si envuelve una relación de consecuencia lógica. Pero es difícil contar con un criterio general parecido que se aplique a cualquier otro tipo de argumentos. La indecisión que reina, sin ir más lejos, en el análisis de las falacias sería una viva muestra de las dudas y vacilaciones sembradas hoy en el campo de la «teoría» de la argumentación. Así, pues, el cuadro no es muy alentador. La gente que tiende a ser mal pensada juzgará que estas tensiones y dificultades son insalvables, que la teoría del discurso racional es tan inviable como la teoría de la acción racional en general y que más vale acostumbrarse a la insoportable levedad de nuestras racionalizaciones. La gente que tienda a ser bien pensada considerará que esas tensiones son más bien coyunturales y que, en todo caso, merece la pena seguir explorando rutas de acceso y regiones concretas aunque nos falte perspectiva. En lo que sigue tenderé a no ser mal pensado, aun a sabiendas del riesgo de no acertar.

## II

Voy a aventurar un planteamiento de las tres nociones problemáticas que había señalado al principio: las ideas de argumentación, prueba y demostración. Desde luego, el trato con ellas es inevitable si se sigue la tradición que viene considerando la demostración como una prueba lógicamente concluyente. Dentro de la tradición toda demostración es una prueba –aunque no toda prueba llegue a constituir una demostración– y toda prueba es una argumentación –aunque no toda argumentación llegue a constituir una prueba–. Como ahora es la noción de demostración la que más interesa, las indicaciones sobre la argumentación y la prueba serán más bien sumarias y esquemáticas, y estarán al servicio de la problemática interna de la demostración misma.

Argumentamos cuando aducimos razones en favor o en contra de una decisión o de una creencia, para sentar una opinión o rebatir la contraria, para justificar una opción o responder a un problema. No siempre podemos argumentar en este sentido; ni siempre que presumimos de tener razón, argumentamos (no argumenta el que se limita a argüir: «Yo tengo mis razones, y punto»). Supondré, en general, que argumentar es distintivamente un intento de dar cuenta y razón de algo ante alguien en un marco discursivo. Este marco discursivo envuelve unas condiciones de entendimiento mutuo que hacen posible, en principio, el logro de los fines de la argumentación. Si una finalidad general de la argumentación es la adhesión a una propuesta, la idea de argumentar que estoy proponiendo envuelve asimismo ciertos objetivos primordiales de información, de explicación o de justificación. Según esto, habremos de argumentar cuando queramos que una creencia adquiera el estatuto cabal y expreso de conocimiento (como ya decía Platón, una opinión sólo puede convertirse en conocimiento y una cosa sólo puede hacerse objeto de saber a través del *lógos* –*Menón* 98a, *Teeteto* 201d–). Dicho en otros términos: si se recuerda la opción antes citada entre la orientación A, «lingüística», y la orientación B, «meto-

dológica», voy a suponer que la noción de argumentación ahora pertinente tiene mayor afinidad con la segunda que con la primera.

Supondré además que una argumentación admite una transcripción normalizada, siquiera sea a efectos de análisis, bajo la forma de un *argumento*. Esa transcripción es una expresión textual, parcial y selectiva de un curso de razonamiento o, si se quiere, la porción manifiesta de un iceberg inferencial y discursivo<sup>4</sup>. No voy a entrar aquí en la discusión de cuál debería ser la estructura básica o característica de los argumentos. En todo caso, bastará entender que un argumento consiste en una serie abarcable de proposiciones dispuestas en orden a dar cuenta y razón de que algo es – o no es – el caso. Usaré la abreviatura ' $\langle \Gamma, \alpha \rangle$ ' para referirme a un argumento. Las proposiciones  $\Gamma$  (asertos, suposiciones, consideraciones) aducidas al respecto se denominan *premisas* y el objeto de la argumentación,  $\alpha$ , se llama *conclusión*.

Las pruebas son argumentos que –en principio al menos– parten de ciertos conocimientos para concluir en otro conocimiento. Por ende, la idea de *prueba* incorpora una dimensión cognoscitiva –o acentúa en este sentido los aspectos informativos, explicativos, justificativos envueltos en la argumentación–. Una prueba trata de aumentar la inteligibilidad del objeto de la argumentación, o procura articular o explicar el contenido informativo de  $\alpha$ , o intenta justificar el crédito conferible a esta proposición. Podemos prever entonces un requisito que ha de cumplir  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  para constituir una prueba:  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  es una prueba sólo si tiene un valor cognoscitivo o una fuerza epistémica superiores al valor o a la fuerza de la mera proposición  $\alpha$  en el marco discursivo dado, M. Dicho con otras palabras:  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  merece un crédito del que carece  $\langle \alpha \rangle$  o merece más crédito que la simple aserción de  $\alpha$ . Hay, además, en las argumentaciones de este tipo, otro ingrediente necesario cuyo carácter es inequívocamente pragmático: para que  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  sea una prueba en M, ha de ser visto por algún agente o foro discursivo como una prueba de  $\alpha$  en M. La condición no es trivial: no implica que cualquier conjunto mejor o peor hilado de proposiciones sea visto por alguien como prueba en algún marco discursivo, ni que baste ese reconocimiento para constituir efectivamente una prueba. Ahora bien, sí implica que la calidad de significar una prueba es un atributo esencialmente contextual y pragmático. Más aún, una finalidad de las pruebas es la de generar convicción en un punto debatido o controvertible; y un argumento que no logra de algún modo este objetivo, fracasa como prueba. Por eso, en mi opinión, las pruebas no residen en algún mundo epistémico antes de materializarse en unos usos discursivos y cognoscitivos concretos, ni habitan en algún limbo semántico cuando no están

---

<sup>4</sup> El tomar como objeto de análisis la argumentación expresa y no el proceso inferencial subyacente o correlativo –e. g., el curso mental de razonamiento por el que un agente modifica (parte de) su conjunto de creencias– evita algunos malentendidos y problemas, como los puestos de manifiesto por H. Margáin, «Validez, inferencia, implicaturas», en su póstumo *Racionalidad, lenguaje y filosofía*, México, 1978, pp. 97-99 en especial; o por G. Harman, «Logic and Reasoning», *Synthese*, 660 (1984), pp. 107-127; también puede verse mi *El análisis lógico: nociones y problemas*, I, Madrid, 1987, pp. 35-42 en particular. Por otro lado, el partir de la argumentación no sólo expresa sino precisamente textual, escrita, parece obligado cuando se trata de llegar al análisis de pruebas y de demostraciones que tienen lugar de forma característica dentro de cuerpos organizados de conocimiento.

reconocidas como tales por alguien, cuando a nadie convencen. Creo que apelar a la existencia de un fondo o un reino peculiar y autónomo de las pruebas es un recurso semejante al de apelar a una Providencia divina en la historia: esa instancia de apelación no marca ninguna diferencia en cuanto se refiere a la disponibilidad o la efectividad reales del uso de argumentos como pruebas –no hay más cera que la que arde–, de modo parecido a como la existencia de una Providencia no marca diferencia alguna por lo que concierne al posible éxito o fracaso de nuestros programas de intervención en el curso de la historia ni, de hecho, nos redime de (o nos ilumina sobre) las secuelas imprevistas de nuestras acciones. Pues, por lo demás, las pruebas son carne de historia. Sus condiciones epistémica y pragmática apuntan funciones genéricas cuya especificación queda a cargo de marcos y foros discursivos determinados: no es seguro que una prueba  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  en M pueda mantener indefinidamente su valor epistémico en otros medios, o pueda contar siempre con el mismo grado de aceptación y de reconocimiento; más bien, tiende a ocurrir lo contrario pues el valor de una prueba depende del desarrollo del conocimiento y su estatuto depende, entre otras cosas, de los valores e instituciones metódicas vigentes entre los practicantes del campo o disciplina correspondiente –entre los miembros de una comunidad científica o entre los «profesionales»–. «Veritas filia temporis», suelen proclamar algunos historicismos. Pero a la luz de la historia del pensamiento filosófico y científico, no es «la Verdad» sino las pruebas las que son hijas del tiempo.

Podemos ver en la noción de *falacia* una especie de contrapartida de la noción de prueba. Con esto no quiero decir que todo argumento que no sea una prueba, será una falacia. Sólo sugiero que la perspectiva en que se mueven las pruebas también es útil para abordar algunos tipos relevantes de falacias. Según esto, para que  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  sea una argumentación falaz en M, ha de ser propuesta por alguien como prueba de  $\alpha$  en M y en tal calidad ha de resultar fallida. Supongan, por ejemplo, que X quiere probar que la tierra está inmóvil en el centro del universo aduciendo como razón que la tierra ocupa el centro de una esfera limitada por las estrellas fijas y así, desde ese centro geométrico, los habitantes de la tierra apreciamos el movimiento circular de todos los demás astros (sol, luna, planetas...). Es claro que, al menos hoy en día, este argumento fracasaría como prueba de su pretendida conclusión: no pasaría de ser un argumento circular, una petición de principio. En suma, representaría una falacia: habría sido formulado como un prueba pero fallaría en alguno de los requisitos necesarios para ser una prueba: e.g. no aumentaría el crédito que hoy podría merecernos la proposición misma de la inmovilidad de la tierra. Como antes, a propósito de la noción de prueba, me estoy limitando a formular condiciones necesarias para que algo sea una falacia; tengo dudas de que, por el momento, podamos adelantar un conjunto preciso de condiciones suficientes para la argumentación falaz en general. Así, pues, tampoco hay a mi juicio un reino autónomo, lógico o epistemológico, de las falacias; no hay una reserva abstracta de falacias como la que dan en contemplar algunas taxonomías (e. g., falacias formales vs. informales), del mismo modo que no hay un repertorio fijo y universal de pruebas. Esta perspectiva descarta que *toda* argumentación equi-

forme a una falacia tipificada resulte efectivamente falaz en cualquier marco discursivo. Pero permite considerar la posibilidad de que *algún* tipo de argumentación, como la *petición de principio*, sea de hecho falaz –falle en su pretensión de constituir una prueba– en cualquier marco discursivo. Este es un motivo para negarse a ver en la complejidad pragmática e histórica que reviste la evaluación de los argumentos, una excusa fácil para el relativismo; es un motivo para renunciar a una justificación perezosa del tipo: «todo vale» pues a fin de cuentas nada hay que sea en todo caso inválido.

Una demostración es un tipo especial de prueba. Así, pues, para que  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  sea una demostración de  $\alpha$  en un marco discursivo  $M$ , habrá de ser reconocido por algún agente o foro discursivo  $X$  de  $M$  como una prueba de  $\alpha$  en  $M$ . La fuerza especial de la demostración se muestra en dos requisitos específicos como los siguientes:

(i)  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  es una demostración en  $M$  sólo si es un argumento lógicamente concluyente;

(ii)  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  es una demostración de  $\alpha$  en  $M$  sólo si hace saber a dicho agente o foro discursivo  $X$  que  $\alpha$  es el caso.

Hacer saber es una forma máxima de dar a conocer, dar cuenta y razón o probar que algo es el caso. El saber tiene rasgos que lo distinguen de otras formas genéricas de conocimiento. Tiene, por ejemplo, reflexividad (i. e. si  $X$  sabe que  $Q$ , entonces  $Q$  sabe que  $X$ ) y cierta transitividad (i. e. si  $X$  sabe que  $Q$  y  $W$  sabe que  $X$  sabe que  $Q$ , entonces  $W$  también sabe que  $Q$ )<sup>5</sup>. Ahora bien, si en lugar de « $X$  sabe que  $Q$ » ponemos simplemente « $X$  conoce o tiene algún conocimiento de  $Q$ », esta transitividad en particular ya no se cumple: el simple conocer no es, por desgracia, transitivo. Yo puedo conocer o tener alguna prueba incluso de que Uds. conocen Santiago, pues aquí viven y se desenvuelven con soltura, sin que, por mi parte, yo conozca Santiago.

Parejamente, la relación consecutiva más fuerte de  $\alpha$  con respecto a  $\Gamma$  es la de seguirse lógicamente de  $\Gamma$ . No es fácil definir el sentido cabal y preciso de esta relación de consecuencia lógica. Pero al menos sí es familiar una de sus virtudes características: siempre que se dé tal relación, nunca podrá ocurrir que todas las premisas  $\Gamma$  sean verdaderas y la conclusión  $\alpha$  resulte falsa. La relación de consecuencia preserva y transmite la verdad de las premisas a la conclusión. En términos más generales y quizás más ajustados a la perspectiva metodológica actual, cabría decir que la relación de consecuencia preserva y transmite la «modelidad»: si  $\alpha$  sigue lógicamente de  $\Gamma$ , entonces cualquier modelo de  $\Gamma$  será asimismo modelo de  $\alpha$ . Es también familiar otro rasgo relacionado con su evaluación: en este caso no cabe andarse con medias tintas: una relación de consecuencia se da o no se da en un argumento; así, pues, desde este punto de vista, un argumento es válido o es inválido. La validez no admite grados como pudiera hacerlo la confirmación o el uso de otros tipos de prueba.

En resumen, para que una prueba sea efectivamente una demostración ha de cumplir una doble condición: la condición lógica de ser lógicamente concluyente y

---

<sup>5</sup> Vid., por ejemplo, L. Villoro (1982), *Creer, saber, conocer*, México, 1987<sup>4</sup>, pp. 210-211.

la condición epistemológica de hacer saber algo a alguien. Ambas condiciones determinan conjuntamente el logro de una demostración y en ellas, en principio, estriba el poder de convicción, la fuerza apodíctica o –por mor de un neologismo que ya está en curso– la «cogencia» de una demostración. Todo esto hace que la demostración sea un tipo especial de prueba. Una prueba que consiste sustancialmente en una deducción concluyente a partir de premisas que ya son o se dan por sabidas. Donde, por una parte, la conclusión se sigue necesariamente de tales premisas establecidas de modo que, en virtud de las razones propuestas, algo, el objeto de la demostración, resulta ser así y no puede ser de otra manera; y donde, por otra parte, el argumento tiene un alcance universal, vale para todo caso susceptible de consideración en los mismos términos<sup>6</sup>.

No voy a entrar en la cuestión de si las pruebas en general requieren una «lógica» peculiar, tan distante de la lógica formal como distinta de la lógica informal, según ha propuesto recientemente M. Scriven (1987)<sup>7</sup>. Interesa más destacar otros aspectos. En primer lugar, la confluencia en la demostración de diversos motivos: unos procesos cognoscitivos de inferencia, su expresión discursiva, la significación del argumento como prueba, la mediación de una relación lógica de consecuencia. Pero, asimismo, su diversificación mutua: por ejemplo, el simple hecho de que una conclusión sea lógicamente necesaria no comporta la obligación de inferir tal conclusión, y la determinación de una relación de consecuencia puede ser una cuestión semántica distinta de la cuestión pragmática del reconocimiento de una prueba en el marco de discurso dado. Dicho en otras palabras: los dos aspectos que hemos visto, el lógico y el epistemológico, son el haz y el envés de una demostración cumplida; en ambos descansa el poder de convicción, la fuerza apodíctica o, si se me permite ese término más específico, la *cogencia* de la demostración. Un argumento, una prueba, o es cogente o no es una demostración. Sin embargo, también son dos aspectos relativamente independientes entre sí. El cumplimiento de la condición epistemológica implica el cumplimiento de la condición lógica, pero no ocurre a la inversa. Hay argumentos lógicamente válidos que carecen de valor o de fuerza demostrativa (e. g., las peticiones de principio donde la conclusión reproduce o equivale justamente a alguna de las premisas). Podría haber, por otro lado, relaciones de consecuencia latentes, fuera de uso argumental o fuera de servicio demostrativo, sin que de ahí se siga –como ya he sugerido antes a propósito de las pruebas

---

<sup>6</sup> J. M. Sagüillo me ha recordado la condición tradicional de la verdad (conocida) de las premisas de una demostración. Pero me resisto a incluirla como un requisito expreso por dos motivos: En primer lugar, el planteamiento en los términos de «(hacer) saber que» no exige la explicitación de una condición de *verdad* y soslaya ciertos inconvenientes de su invocación, vid. Villoro (1982), *o. c.*, pp. 176-196. En segundo lugar, el papel de la verdad –en particular cuando se entiende (o extrapola) sobre la base del esquema predicativo «'...' es verdad en L» de la concepción semántica tarskiana–, en nuestras pruebas y en nuestras pretensiones de conocimiento, no está hoy nada claro. Más aún, tengo la impresión de que la verdad, de desempeñar aquí algún papel distintivo, éste sería más interesante y menos problemático desde un punto de vista ético –como una especie de metafín articulador de los diversos objetivos del conocimiento científico, e. g., «la búsqueda de la verdad»–, que desde un punto de vista epistemológico.

<sup>7</sup> M. Scriven, «Probative Logic. Review & Preview», en el ya citado F. H. van Eemeren et al., eds., *Argumentation*, 3, I, pp. 7-32.

en general— la existencia de un limbo semántico o de un mundo singular en el que esas relaciones existen antes de encarnarse en nuestros usos deductivos; ocurre simplemente que no siempre que decimos algo en un marco discursivo dado, estamos al cabo de todas sus implicaciones en este u otros marcos discursivos. La suerte histórica de la negación del famoso postulado V de los *Elementos* de Euclides, el postulado de las paralelas, puede servir de ejemplo.

En cualquier caso, la propia constitución interna de la demostración está marcada por un destino de encrucijada: por el cruce entre ciertos componentes lógicos y ciertos componentes epistemológicos, o también, si se quiere, por la confluencia de unos motivos semánticos y unos motivos pragmáticos.

Este es un buen punto de partida para abordar algunas cuestiones de interés en la filosofía de la lógica actual. También se pueden derivar de ahí consecuencias instructivas para la filosofía de la matemática, e incluso para una reconstrucción razonable de ciertos momentos clave de la historia de la lógica y de la matemática —de uno de ellos, el señalado por la aparición y las primeras formas de desarrollo de la idea de demostración entre los antiguos griegos (el programa aristotélico, el programa estoico, la tradición matemática y el paradigma euclídeo), ya me he ocupado por extenso en otro lugar—. Aquí me limitaré a considerar algunas de sus repercusiones en filosofía de la lógica.

### III

La primera cuestión a solventar es: ¿cómo reconocemos que un argumento dado constituye una demostración? De suyo, basta realizar la prueba deductiva pertinente —cogente, como decía antes— para mostrarlo. Este criterio general queda sujeto, no obstante, a las especificaciones contextuales y pragmáticas de lo que se reconoce como prueba en el marco discursivo correspondiente. E. g.: el tipo de prueba practicado por Euclides en los *Elementos* representaba para la matemática helenística el paradigma de la demostración y, por contraste, las pruebas mecánicas avanzadas por Arquímedes no eran vistas como demostraciones ni por su propio autor; sin embargo, algunos defectos entonces atribuidos a estas pruebas fueron luego vindicados como virtudes por la mecánica clásica o han hallado justificación en el llamado «análisis no estándar», mientras que las pruebas euclídeas resultan ahora defectuosas, demasiado intuitivas para nuestros ojos educados en el formalismo posterior a Hilbert. En suma, las ideas de prueba y de demostración son, como ya he sugerido, carne de historia y el rigor es un criterio contextual y pragmático que puede cambiar con el tiempo.

Aun así, en lógica uno puede permitirse el lujo de homologar a todo posible interlocutor (haciendo de él un referente anónimo «racional») y puede neutralizar por medio de la formalización las incidencias de los marcos ordinarios de discurso, sin que esto quiera decir, desde luego, que formalizar equivalga sencillamente a borrar el rastro de todo marco de discurso. Incluso en ciertos casos (e. g., en pruebas recursivas elementales) podemos neutralizar las acciones discursivas mediante un programa automatizado. Este tratamiento metodológico nos ayuda a precisar algu-

nas de nuestras posibilidades y limitaciones básicas con respecto a la demostración. Por ejemplo, supongamos que  $S$  es un sistema lógico modal normal cuyo operador de necesidad es reinterpretado como un operador de demostrabilidad, siguiendo una sugerencia de Gödel (1932). Sea  $\alpha$  un enunciado cualquiera de  $S$ . Cabe asumir entonces que si  $\alpha$  es demostrable en  $S$ , podemos efectivamente demostrar que  $\alpha$  es demostrable en  $S$ . Más aún: sea  $S$  un sistema gödelianamente autoexpresivo, capaz de construir fórmulas enunciativas que expresen verdaderamente su propia demostrabilidad o indemostrabilidad en  $S$ . Gracias a un resultado de Löb (1955) sabemos que si  $\beta$  es una de estas fórmulas y dice de sí misma que es demostrable en  $S$ , entonces también podemos en efecto demostrar que  $\beta$  es demostrable en  $S$ . Por desgracia, sabemos mucho más: sabemos que si  $\gamma$  es otra de esas fórmulas y dice de sí misma que es indemostrable en  $S$ , entonces  $\gamma$ , por muy verdadera que sea, resulta una proposición indecidible en  $S$ : ni  $\gamma$  ni su negación son demostrables en  $S$ <sup>8</sup>. Una conclusión general de estos resultados es la siguiente: siempre que nos encontremos con un teorema efectivo, con una proposición demostrada, podremos reconocer que se trata de un teorema; pero las cosas se nos ponen bastante más difíciles en otras circunstancias.

En todo caso, podemos convenir en que sería absurdo pedir algo así como una demostración de la demostración misma. Aristóteles ya había declarado que la demostración es un silogismo «episthemonikós», nos hace saber por el simple hecho de disponer de ella (*Segundos Analíticos*, I 2, 71b 17-19). O como dice Wittgenstein: «La demostración ha de ser abarcable de una ojeada... Ha de ser modélica». «La demostración es lo que nos convence», «Es la demostración quien demuestra y no algo detrás de la demostración», «Recorro la demostración y digo: sí, así tiene que ser; así he de establecer mi uso del lenguaje» (*Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*, P. III, §§ 22, 39, 42, 30). Algunos aspectos de esta convención, en particular el supuesto de que la demostración sea «abarcable de una ojeada», no dejan de plantear problemas en algunos casos de pruebas por ordenador, por ejemplo en la prueba del teorema matemático de los cuatro colores: bastan 4 colores para distinguir todas las regiones que pueden configurar cualquier mapa<sup>9</sup>. Sin embargo, creo que, en general, la convención parece perfectamente razonable si se tiene en cuenta que una demostración es siempre una deducción lograda. Nos quedamos, en suma, con que podemos reconocer una demostración cuando nos hallamos ante ella.

Ahora bien, en vista de la relativa autonomía de sus dimensiones constitutivas, lógica y epistemológica, semántica y pragmática, esta virtud de autoexposición no

<sup>8</sup> K. Gödel (1931), «Sobre sentencias formalmente indecidibles de *Principia Mathematica* y sistemas afines», en la edic. de J. Mosterín, de Gödel, *Obras completas*, Madrid, Alianza Edit., 1981, pp. 55-89; (1932): «Una interpretación del cálculo conectivo intuicionista», *ibid.*, pp. 115-116 (también se encuentra en mis *Lecturas de Lógica I*, Madrid, U.N.E.D., 1984<sup>2</sup>, pp. 301-302). M. H. Löb, «Solution of a problem of Leon Henkin», *Journal of Symbolic Logic*, 20 (1955), pp. 115-118. G. Boolos, «The logic of provability», *American Mathematical Monthly*, 91 (1984), pp. 470-480, es un informe general lúcido e instructivo.

<sup>9</sup> Vid. K. Appel, W. Haken, J. Koch, «Every Planar Map is Four Colorable», *Illinois Journal of Mathematics*, XXI/84 (1977), pp. 429-567; cf. T. Tymoczko, «The Four-Color Problems and Its Philosophical Significance», en T. Tymoczko, ed., *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Berlin/New York, Birkhäuser, 1989, pp. 245-266.

nos orienta mucho en otros casos, no nos da un método para prever cualquier prueba accesible, para buscar demostraciones o para construirlas; peor aún, no explica qué es lo que hacemos cuando hacemos una demostración: sólo nos da a conocer que efectivamente ahí está una vez que la hemos logrado.

#### IV

Llegados a este punto, alguien puede confiar en la utopía de una «lógica» inventiva o cantar las excelencias de alguna suerte de introspección. Muchos pensarán que ha sonado la hora de las teorías cognitivas. Yo más bien estoy pensando en dos problemas básicos del análisis lógico y en la cuestión añadida de su interrelación. Uno es el problema de la consecuencia: cómo determinamos la existencia de una relación de consecuencia lógica. El otro es el problema de la prueba: cómo determinamos la existencia de la deducción –o de la relación de deducibilidad– pertinente. La cuestión añadida es cómo se relacionan ambos problemas entre sí. Si uno de ellos tuviera solución, ¿podríamos utilizarla, y hasta qué punto, para resolver el otro?

Empecemos por el problema de la relación de consecuencia, directamente involucrado en el componente lógico de la demostración. Según es bien sabido, toda demostración ha de ser un argumento lógicamente válido y un argumento  $\langle \Gamma, \alpha \rangle$  es lógicamente válido si y sólo si  $\alpha$  se sigue lógicamente de  $\Gamma$ . En lógica disponemos de diversos criterios sistemáticos o asistemáticos para convalidar argumentos. Pero ahora interesa el problema general: ¿tenemos una definición cabal de la relación por la que una proposición se sigue lógicamente de un conjunto de proposiciones? Mucha gente piensa que sí. Algunos creen que se trata justamente de un concepto ya previsto por Bolzano y luego precisado por Tarski en un célebre artículo de 1936 sobre la consecuencia lógica<sup>10</sup>. Esta creencia tiene algunos puntos discutibles desde el punto de vista histórico. Pero al margen de ellos el concepto que hoy se considera estándar en teoría de modelos es bastante afín a esa concepción Bolzano-Tarski de la consecuencia lógica. Discurre, como recordarán, en unos términos parecidos a éstos:

En primer lugar, contamos con un lenguaje formalizado suficientemente expresivo en el que se distinguen netamente las expresiones lógicas (e. g., conectores, cuantificadores) de las expresiones no lógicas. En segundo lugar, contamos con un aparato semántico que permite asignar a este lenguaje un universo de discurso y funciones de interpretación en ese universo. Decimos entonces que todo universo y todo repertorio de funciones de interpretación que hagan verdaderas las expresiones enunciativas de ese lenguaje, son un modelo suyo. Consideremos un conjunto cualquiera de expresiones enunciativas  $K$  y una expresión enunciativa cualquiera  $\alpha$

---

<sup>10</sup> A. Tarski (1936), «Sobre el concepto de consecuencia lógica», en las *Lecturas de lógica, II*, Madrid, U.N.E.D., 1984, pp. 178-192. En torno a la presunta afinidad entre la noción de *Ableitbarkeit* de Bolzano (1837) y el concepto de Tarski pueden verse mi introducción, *Ibid.*, pp. 171-175 en particular, y P. B. Thompson, «Bolzano's Deducibility and Tarski's Logical Consequence», *History and Philosophy of Logic*, 2 (1981), pp. 11-20.

del lenguaje en cuestión. Pues bien,  $\alpha$  es una consecuencia lógica de K si y sólo si todo modelo de K es así mismo modelo de  $\alpha$ . Es una manera técnica de decir que un argumento es válido, que su conclusión es consecuencia lógica de sus premisas, si y sólo si no hay interpretación en algún universo de discurso que haga verdaderas las premisas y falsa la conclusión. También es una manera de decir que un argumento es válido si y sólo si todo argumento de la misma forma lógica cumple esta condición. Por consiguiente, la validez es una especie de clausura universal y en todo caso no será simplemente un atributo de un argumento singular sino un atributo de toda una clase de argumentos con la misma forma. Si tomamos este concepto estándar por una definición cabal de la noción intuitiva de consecuencia lógica, determinante del uso de la relación de «seguirse lógicamente de» en lenguajes perfectamente respetables, podremos vernos en aprietos: en particular a la hora de reconocer ciertos argumentos concretos como argumentos válidos. Quizás sea más útil para desechar argumentos inválidos; por ejemplo, para descartar la validez de este argumento: «todo responde a una causa; luego, hay una causa a la que responde todo», y de cualquier otro de su calaña. Lo cierto en todo caso es que esta determinación:

1º, no es una explicación: esta teoría de la consecuencia lógica es una teoría opaca, una teoría de caja negra que correlaciona ciertas asignaciones veritativas como *input* y como *ouput* de la relación de consecuencia, pero no nos dice nada sustancial acerca de una posible conexión interna entre esas asignaciones ni acerca de esta misma relación;

2º, se trata de una determinación relativa y un tanto circunstancial por cuanto descansa en una demarcación arbitraria entre expresiones lógicas y no lógicas cuya mayor justificación sería el peso institucional de una tradición histórica.

Por lo demás, aún se podrían oponer otros reparos a la identificación habitual de la relación de «seguirse de» con la concepción tarskiana<sup>11</sup>.

Pasemos ahora al segundo problema: la determinación de la deducción o de la relación de deducibilidad pertinente. También en este caso contamos con un planteamiento acreditado: es el desarrollado por ciertos sistemas de deducción natural a partir de Gentzen (1934)<sup>12</sup>. Uno de sus méritos es aproximarse a ciertas prácticas

---

<sup>11</sup> Vid. las reservas críticas de J. Corcoran, «Conceptual structure of Classical Logic», *Philosophy and Phenomenological Research*, 33 (1972), pp. 43-44 especialmente; J. Etchemendy, «Tarski on Truth and Logical Consequence», *The Journal of Symbolic Logic*, 53 (1988), pp. 65-74 especialmente, su ponencia en el Intern. Colloquium on Cognitive Science (Donostia-San Sebastián, 1989), «The Model-Theoretic Account of Consequence», y su reciente *The Concept of Logical Consequence*, Cambridge (Mass.), Harvard Univ. Press, 1990. En particular, sobre las deficiencias de este planteamiento en orden a la explicación de la noción de consecuencia lógica, vid. D. Prawitz, «Remarks on some approaches to the concept of logical consequence», *Synthese*, 62/2 (1985), pp. 153-171; y mis *El análisis lógico: nociones y problemas, II*, Madrid, U.N.E.D., 1987, § 2.2, y «¿La lógica da explicaciones? El caso de la relación de consecuencia», en AA. VV., *Variaciones sobre la explicación*, Madrid, U.N.E.D., 1991, pp. 127-182.

<sup>12</sup> Vid. G. Gentzen (1934-35), «Investigations into logical deduction», en sus *Collected Papers* (M. E. Szabo, ed.) Amsterdam, North Holland, 1969, pp. 69-131; D. Prawitz, *Natural Deductions*, Stockholm, Almqvist & Wiksell, 1965; «Ideas and results in Proof Theory», en J. E. Fenstad, ed., *Proc. of the Second Scandinavian Logic Symposium*, Amsterdam, North Holland, 1971, pp. 245-307. También puede verse la introducción comprensiva de G. Sundholm, «Proof Theory and Meaning», en D. Gabbay, F. Guenther, eds., *Handbook of Philosophical Logic, III*, Dordrecht/Boston, Reidel, 1986, pp. 471-505. Un artículo

deductivas paradigmáticas, al menos en matemáticas. Otro es justamente hacerse cargo de una cuestión que la semántica estándar de la teoría de modelos dejaba pendiente: la caracterización precisa de los operadores lógicos en un marco de deducibilidad definido. Sentadas unas características estructurales de la relación de deducibilidad como su reflexividad, su transitividad y su monotonía, cada operador lógico se va introduciendo en este contexto mediante una regla de introducción que determina su sentido deductivo y una regla de eliminación que cumple una condición de armonía o de inversión. Este procedimiento establece que si están satisfechas las condiciones marcadas por la regla de introducción de un operador lógico en el contexto dado, la aplicación subsiguiente de la regla pareja de eliminación deviene deductivamente redundante, superflua. Con este método –u otros parejos– aseguramos que los operadores sucesivamente introducidos son extensiones conservadoras del contexto de deducibilidad dado y, al mismo tiempo, descartamos la eventualidad de tomar por lógicos en este contexto unos operadores cualesquiera. Pero el resultado más notable de este planteamiento es mostrar cómo la deducción de una conclusión consiste precisamente en su construcción progresiva hasta adquirir una forma normal única. Es una manera de explicar qué hacemos al hacer una prueba deductiva enseñándonos cómo podríamos construirla. Pero no cabe la felicidad completa. Un punto delicado de este planteamiento es que se aviene mejor a una lógica de corte intuicionista que a la lógica clásica, a pesar de que bajo ciertos supuestos podría incluso reducir a sus términos un operador deductivo como el de la inducción matemática para un lenguaje de primer orden. Otro escollo, y éste parece más difícil de salvar, es el de las limitaciones generales de estos procedimientos constructivos fuera del ámbito elemental de las teorías deductivas de primer orden, limitaciones en las que precisamente la alternativa semántica de la teoría de modelos revela su fuerza y su ventaja. Quizás podríamos seguir una sugerencia de Gödel (1946)<sup>13</sup> que apunta la consideración de un concepto no constructivo e infinitista de demostrabilidad; pero me temo que por este camino perderíamos en comprensión lo que ganáramos en alcance. Así, pues, seguramente no podemos dar todavía por resuelto ninguno de nuestros dos problemas.

Queda la cuestión de sus relaciones mutuas. En general, cabe decir que una solución al problema de la consecuencia depara un criterio necesario para la solución del problema de la deducibilidad, pero no es una condición suficiente. Pues si bien toda demostración ha de ser un argumento válido, ha de envolver una relación de consecuencia, no todo argumento válido constituye –y menos por sí solo– una demostración. En justa correspondencia, una solución al problema de la deducibilidad podría dar un criterio efectivo para determinar relaciones de consecuencia, pues lo que muestra una deducción concluyente es, entre otras cosas, la mediación de una consecuencia lógica; pero no sería una condición necesaria en vista de sus

---

de C. Martínez Vidal: «La concepción antirrealista de la lógica» (*Agora* 11-2, 1992, pp. 79-93) da una visión de ciertos problemas y discusiones internas que vienen ocupando a representantes tan caracterizados de este programa como Prawitz y Martin-Löf.

<sup>13</sup> K. Gödel (1946), «Observaciones ante la conferencia del bicentenario de Princeton sobre problemas matemáticos», *Obras...*, edic. cit., pp. 331-335.

limitaciones relativas: ya sabemos que el conjunto virtualmente infinito de las consecuencias semánticas posibles en determinadas teorías mal se puede contraer al conjunto finito de las deducciones efectivas dentro de ese mismo marco. En resumen, una solución de cualquiera de los dos problemas no alcanzará a determinar exactamente la plena solución del otro.

## V

Terminaré señalando alguna repercusión filosófica general de todo esto. En primer lugar, queda la cuestión abierta de una identificación cabal de los términos u operadores precisamente lógicos. ¿Cuáles, o por qué tales operadores –conectores, cuantificadores– son justamente lógicos? Hay varias propuestas al respecto, pero por desgracia distan de ser siempre coincidentes y las mejores sólo llegan a justificar una identificación dentro de la lógica de primer orden<sup>14</sup>. Ahora bien, sin un criterio general y efectivo sobre este punto, mal podremos saber qué es lo que hace que una consecuencia lógica cualquiera sea justamente lógica, mal podremos definir el sentido exacto de la determinación adverbial «lógicamente» cuando decimos que una conclusión se sigue lógicamente de un conjunto de premisas; peor aún, difícilmente podremos precisar qué es *una lógica* y por qué determinados sistemas deductivos son justamente *lógicos*.

En segundo lugar, están los ecos de la polémica realismo/antirrealismo en el caso de la lógica. Simplificando las cosas, podríamos entender el realismo en los términos de una declaración de independencia. Un realismo ontológico vindicaría la independencia de unas realidades u objetos lógicos con respecto a nuestros usos lingüísticos, discursivos y cognoscitivos. Un realismo semántico vindicaría la independencia de ciertos atributos de las proposiciones, como su calidad de verdaderas o falsas, y de ciertas relaciones entre ellas, e. g., la de consecuencia, con respecto a nuestras posibilidades deductivas. Un realismo metódico puede contentarse con postular la independencia de los procedimientos conjuntistas de análisis con respecto a nuestros métodos efectivos o constructivos: es una declaración de autonomía funcional o administrativa más que una declaración constitucional de independencia. Pues bien, ¿cómo se ve a esta luz la independencia relativa entre las dimensiones lógica y epistemológica de la demostración? Los partidarios de la teoría de modelos y de la semántica formal suelen ir más allá del realismo metódico. Hay quien califica los aspectos semánticos de la demostración como ingredientes ópticos por contraposición a los aspectos epistemológicos, e. g., J. Corcoran. Los que vienen trabajando durante estas dos últimas décadas en la teoría de la demostración, bien en la perspectiva formalizada de un concepto sistemático de deducibilidad –ya sea dentro de la tradición intuicionista o fuera de ella–, o bien en la perspectiva pragmática más amplia de la teoría de la argumentación, suelen ser en cambio antirrealistas ontológicos y semánticos o, cuando menos, agnósticos. Pero no faltan opciones y combinaciones para muy variados gustos, por ejemplo, la que aúna el realismo

---

<sup>14</sup> Vid. mi *El análisis lógico: nociones y problemas, II*, op. cit., pp. 125-143.

científico con el antirrealismo lógico<sup>15</sup>. En mi opinión, la tendencia realista ha sido rentable en lógica desde un punto de vista heurístico; por otra parte, son tonos realistas los predominantes en el lenguaje oficial de los manuales de la disciplina; pero el antirrealismo ontológico y semántico tiene, por lo menos en el caso de la demostración, mejores razones a su favor desde un punto de vista filosófico. Con la versatilidad de la argumentación y la cogencia de la demostración no cuadran las declaraciones de independencia; cuadra como mucho cierto estatuto de autonomía y en tal sentido he hablado al principio de una independencia sólo relativa –metodológica– entre sus constituyentes lógicos y epistemológicos, semánticos y pragmáticos. Así, pues, creo que no es necesario asumir aquí mayores compromisos que los derivados de un realismo metódico: para analizar la demostración no estamos obligados a postular un mundo especial de objetos lógicos ni un limbo semántico –separado de nuestros marcos discursivos– en el que se hallan actualmente todas aquellas relaciones de consecuencia que no se han encarnado aún en alguna prueba deductiva. Podemos asumir la posibilidad de consecuencias virtuales o tácitas de algo que hemos dicho como podemos asumir la posibilidad de convertir un comodín en un as de oros –supongamos–; pero de ahí no se sigue la existencia de ese as de oros virtual en algún otro juego ideal o paralelo al que efectivamente estamos jugando en cada caso; y, por lo demás, el comodín sólo contará como un as de oros (sólo habrá en la baraja un as de oros adicional), en la medida en que como tal efectivamente lo juguemos.

Lo que si hemos de advertir es que nuestra idea de una prueba lógicamente concluyente –como por lo demás nuestra idea misma de qué sea una lógica– ha respondido a lo largo de su tradición histórica y todavía hoy responde antes que nada a ciertos paradigmas prácticos y a unos criterios primordialmente pragmáticos. Por consiguiente, nuestras teorías de la demostración deben correr el albur de lo que podríamos llamar «la historia natural» de las pruebas y, en definitiva, es probable que sólo tengan verdadero interés las que vengan realmente a formar parte de nuestra educación y desarrollo deductivos.

Hay, por último, una conclusión interesante sobre la naturaleza y el sentido de la lógica, entendida como teoría formal de la demostración. Todavía se piensa que la lógica es una disciplina primordial y autosuficiente. Alguien ha escrito incluso que la lógica, filosóficamente hablando, está por encima de todo, está antes que nada<sup>16</sup>. Yo creo justamente lo contrario. La lógica, con su aparente vacuidad formal y su aparente sequedad metodológica, es si acaso un punto de llegada y no tiene mucho sentido como punto de partida. La lógica, por sí sola, no nos enseña a argumentar o a demostrar, como la teoría del conocimiento no nos enseña a conocer. La lógica no es la validez formal antes que nada sino cierta lucidez después de todo. Su significación se asemeja a la que un poeta como Kavafis atribuye a Itaca. Itaca era, ya saben, la legendaria patria y el hogar familiar que aguardaban la dilatada vuelta de Ulises (Odiseo). Itaca es en realidad una de las islas más recortadas, secas

---

<sup>15</sup> N. Tennant, *Anti-Realism and Logic*, Oxford, Clarendon Press, 1987; cfr. la revisión de M. Hand, en *History and Philosophy of Logic*, 10 (1989), pp. 67-75.

<sup>16</sup> A. Deaño (edic. póstuma), *Las concepciones de la lógica*, Madrid, Taurus, 1980, pp. 345.

y austeras del mar Jónico. Pues bien, creo que convendría acercarse a la lógica con el espíritu que Kavafis recomienda para viajar a Itaca: «Si vas a emprender el viaje a Itaca/ pide que tu camino sea largo,/ rico en experiencias, en conocimiento./... Detente en los emporios de Fenicia/ y adquiere hermosas mercancías/ ...visita muchas ciudades de Egipto/ y aprende con avidez de sus sabios./ Ten siempre a Itaca en la memoria./ Llegar allí es tu meta./ Mas no apresures el viaje./ Es mejor que se extienda largos años/ y en tu madurez arribes a la isla/ con cuanto hayas ganado en el camino/ sin esperar que Itaca te enriquezca./ Itaca te ha regalado un hermoso viaje./ Sin ella no hubieras emprendido el camino./ Pero ninguna otra cosa puede darte./ Aunque la encuentres pobre, no te engañará Itaca./ Rico en saber y en vida, como has vuelto,/ comprendes ya qué significan las Itacas» (1911: *Itaca*).

Mi deseo final es haberles transmitido igualmente, a través de algunos de los problemas entre los que se desenvuelve, una idea comprensiva de la lógica de la demostración y una visión de la noción misma de demostración como una encrucijada de caminos (discursivos, lógicos, epistemológicos, pragmáticos), que se van haciendo o rehaciendo en el curso del tiempo y con el desarrollo real de nuestros conocimientos.

Luis VEGA  
U.N.E.D., Madrid