EL NACIMIENTO DE LA LOGICA
La concepción de la prueba en términos de verdad y consecuencia

John Corcoran
(Traducción: Concha Martínez Vidal y José M. Sagüillo Fernández-Vega)

«Leemos cosas maravillosas, pero nunca las sentimos en toda su profundidad hasta que recorremos los mismos pasos que el autor».
Keats.

Abstract

The last two decades have witnessed a debate concerning whether Aristotle's syllogistic is a system of deductive discourses having epistemic import exemplifying an Aristotelian theory of deductive reasoning and justifying the claim that Aristotle is the founder of logic taken as the scientific study of proof or whether, on the contrary, the syllogistic is a system of true propositions of a theory of classes justifying the claim that Aristotle is the founder of logic taken as the scientific study of formal relations such as class inclusion. An epistemically–oriented interpretation has been contending with an ontically–oriented interpretation. This debate should not be confused with the related issue, which is partly terminological, of whether logic should be construed as an organon and epistemic metascience of reasoning or as an ontic science on a par with but antecedent to, and more abstract than, other sciences.

This expository essay attempts to show that approaching Aristotle's logical writings from a standpoint informed by knowledge and appreciation of the scientific and philosophical achievements of Aristotle's predecessors, especially Socrates, Plato and the Academic mathematicians, (rather than from the standpoint of the logicistic, Frege–Russell paradigm) will make the epistemically–oriented interpretation more plausible than the ontically–oriented one. The epistemically–oriented interpretation permits the birth of logic as epistemic metascience to be located with Aristotle while deferring the birth of logic as ontic science to the modern period. In contrast, the ontically–oriented interpretation permits the birth of logic as ontic science to be located with Aristotle while deferring the birth of logic as epistemic metascience to the modern period.

AGORA 11/2 (1992): 67–78

0. Contenidos

1. Introducción

Las últimas dos décadas han presenciado un debate con respecto a si la silogística Aristotélica es un sistema de discursos deductivos con relevancia epistémica que ejemplifica una teoría Aristotélica del razonamiento deductivo, o si, por el contrario, la silogística es un sistema de proposiciones verdaderas de la ontología formal, esencialmente una teoría rudimentaria de clases. Así, una interpretación de orientación epistémica se confronta con una interpretación de orientación óntica.

Este debate involucra varios debates subsidiarios interesantes sobre temas relacionados con la oposición entre las interpretaciones epistémicas y ónticas. Por ejemplo, hay un debate sobre si la silogística aristotélica versa sobre la actividad humana del pensamiento deductivo, o si, por el contrario, los procesos epistémicos humanos están fuera del ámbito de consideración de los escritos lógicos de Aristóteles. Los que proponen la interpretación epistémica consideran que los *Primeros Analíticos* se centran en el razonamiento deductivo *per se*. Los que proponen la interpretación óntica mantienen que todo pensamiento debe ser objeto de estudio de la psicología, no de la lógica, y que, aunque los *Analíticos Primeros* involucran pensamiento del mismo modo que lo hace los *Elementos* de Euclides, la primera obra se ocupa del pensamiento *per se* no más que la segunda, lo cual es lo mismo que decir que no se ocupa del pensamiento en absoluto.

Otro debate subsidiario se centra en la naturaleza del propio silogismo, si el silogismo es un discurso extenso que consiste en varias proposiciones incluyendo una conclusión, algunas premisas y una cadena de proposiciones intermedias conectando la conclusión con las premisas, o si, por el contrario, el silogismo es una sola proposición. En el debido contexto este debate subsidiario equivale a dilucidar el asunto de si los silogismos son deducciones en el sentido tarskiano, el cual se aplica por definición a todas las pruebas, o si los silogismos son teoremas, i. e., las conclusiones de pruebas. Naturalmente, los que proponen la interpretación epistémica mantienen que los silogismos son deducciones mientras que los que proponen la interpretación óntica mantienen que los silogismos son teoremas.

De acuerdo con la interpretación epistémica, la silogística de Aristóteles forma parte de la teoría Aristotélica de la prueba demostrativa o científica, la cual incluye la discusión sobre el método axiomático que se encuentra en los *Analíticos Posteriores*. Esta interpretación aporta evidencia para concluir que Aristóteles es el fundador de la lógica entendida como apodíctica: el estudio científico de la prueba. De acuerdo con la interpretación óntica, la silogística aristotélica es una teoría axiomatizada de la ontología formal, como la teoría de conjuntos; esta interpretación aporta evidencia para concluir que Aristóteles es el fundador de la lógica entendida como la ontología formal, el estudio científico de los objetos, las propiedades, las relaciones, etc., en la medida en que estas entidades caen bajo categorías formales y conforman relaciones formales. ¿Es Aristóteles el fundador de la lógica tal como fue ulteriormente desarrollada por Hilbert y los «teóricos de la prueba» entre otros, o es Aristóteles el fundador de la lógica tal como fue ulteriormente desarrollada por Frege y los «teóricos de los conjuntos» entre otros? Estas, por supuesto, son dos alternativas que no se excluyen mutuamente. De hecho, no hay ninguna razón apriori para creer que los escritos lógicos de Aristóteles no incluyan tanto una teoría del razonamiento demostrativo como una teoría de la ontología formal axiomatizada y desarrollada de acuerdo con la teoría previa del razonamiento demostrativo. Sin embargo, las dos interpretaciones de la silogística son de hecho incompatibles.

El debate concerniente a la naturaleza de la silogística es por supuesto histórico y de interpretación. No debe confundirse con el problema relacionado, que es parcialmente filosófico y parcialmente terminológico, de si la propia lógica debería ser construida como epistémica, como un organon que incluye una metaciencia epistémica del razonamiento, o si, alternativamente, debería construirse como una ontología formal, como una ciencia óntica en paralelo con, pero antecedente a, y más abstracta, que otras ciencias demostrativas (e. g. la geometría, la teoría de números, la teoría de secuencias) o si de hecho la lógica se debería construir de un modo amplio de modo que incluyese a los dos componentes anteriores, tanto el epistémico como el óntico. De hecho, este ensayo presenta la lógica de un modo amplio incluyendo tanto una teoría de la demostración como una teoría de la ontología formal; en este ensayo no se escatima el otorgar un reconocimiento total a la legitimidad del estudio del razonamiento deductivo como parte de la epistemología (y no de la psicología) y a la legitimidad de la ontología formal, especialmente las lógicas de orden superior y la teoría de conjuntos. Sin embargo, el propósito de este artículo no es otorgar igual peso a las dos interpretaciones de la silogística sino más bien desarrollar y explicar las dimensiones filosóficas de la interpretación epistémica.

En particular, este ensayo describe los aspectos más importantes de la teoría de la demostración que los defensores de la interpretación epistémica atribuyen a Aristóteles. *La concepción de la prueba Aristotélica de verdad y consecuencia* se describe en detalle y se contrasta brevemente con algunas concepciones opuestas que incluyen la de Frege y la de Brouwer. Asimismo, también se describe en términos generales *la concepción de la deducción Aristotélica encadenada por inferencia inmediata.* Pero uno de los objetivos más importantes del ensayo es poner de manifiesto que la interpretación epistémica se hace más plausible una vez que nuestra aproximación a los escritos lógicos de Aristóteles se efectúa desde un punto de vista que tome en consideración el conocimiento y la estimación de los logros científicos y filosóficos de los predecesores de Aristóteles, especialmente Sócrates, Platón y los matemáticos de la Academia. Conversamente, la carencia de atención hacia los contextos históricos y filosóficos propicia un clima óptimo para aceptar la interpretación óntica, especialmente por parte de aquellos especialistas que se aferran al paradigma creado por Frege y Russell.

La interpretación epistémicamente orientada permite localizar el nacimiento de la lógica como metaciencia epistémica contemporánea a Aristóteles, mientras que al mismo tiempo posterga la localización del nacimiento de la lógica como ciencia óntica al período moderno, quizás hasta los tiempos de Cantor y Frege. Por contraste, la interpretación ónticamente orientada permite localizar el nacimiento de la lógica como ciencia óntica contemporánea a Aristóteles, mientras que posterga el nacimiento de la lógica como metaciencia epistémica de la prueba al período moderno, quizás hasta los tiempos de Boole y Hilbert o aún más tarde.

2. Pruebas demostrativas: el tema de los *Primeros Analíticos*

El propio Aristóteles nos dice en los *Primeros Analíticos* que su objeto es la *apodeixis* (demostración, prueba, o prueba demostrativa). Los historiadores de la matemática datan los orígenes de la práctica de la prueba demostrativa siglos antes de Aristóteles. Uno de los ejemplos preferidos por Aristóteles le precedió varias décadas, una prueba de que el lado del cuadrado y su diagonal no pueden ser ambos medidos en unidades de números enteros de una longitud fija. Este notable resultado concerniente a las figuras geométricas ideales (o abstractas) no tiene análogo significativo en la experiencia práctica de los ingenieros, topógrafos y carpinteros. Dado un cuadrado material cualquiera, puede hallarse una unidad suficientemente pequeña que medirá en longitud de números enteros tanto el lado como la diagonal dentro de los límites de la precisión experimental.

Una prueba antigua de este teorema emplea como premisa la proposición hoy conocida como el Teorema de Pitágoras, el cual a su vez había sido probado aún varias décadas antes. El teorema en cuestión, que el lado del cuadrado es inconmensurable con la diagonal, es un teorema de la geometría de figuras cuadradas pero está íntimamente relacionado con el teorema de la aritmética sobre números cuadrados, viz. la proposición que dice que ningún número cuadrado es el doble de otro número cuadrado, en otras palabras, que ningún par de números cuadrados, no importa cuán grandes sean, mantienen la razón uno–a–dos.

Se pueden hallar pares de números cuadrados en una razón más próxima a la razón de uno–a–dos que cualquier razón dada, no importa cuán próxima sea. Podemos obtener pares de números cuadrados tan próximos a la razón escogida como queramos pero nunca podemos alcanzarla. La experiencia práctica de continua frustración al intentar encontrar un cuadrado cuyo doble sea también un cuadrado, se refleja y se predice desde este teorema, el cual ha merecido la atención de muchos filósofos incluyendo Pascal, Descartes y Leibniz.

El Teorema del Doble de un Cuadrado, si lo puedo llamar así, fue por supuesto conocido por Platón, según lo constatamos en el *Teeteto*. Este está en marcado contraste con otro teorema geométrico que ciertamente también debe haber sido conocido por Platón. Me refiero aquí a la proposición de que toda figura cuadrada es el doble de una figura cuadrada, un resultado fácilmente deducible desde resultados explícitamente mencionados en el *Menón*. El Teorema del Doble de un Cuadrado, que *ningún número* cuadrado es el doble de un número cuadrado, contrasta con el Teorema de la Figura Cuadrada Doble, que *toda figura* cuadrada es el doble de una figura cuadrada.

Espero que Uds. me disculpen por recordarles estos hechos elementales pero representativos del estado del arte de la demostración antes de Aristóteles. La interpretación que le damos à una obra se colorea según lo que sabemos, según lo que tengamos en mente cuando la leemos y según el tipo de cosas que nos preocuparían al imaginarnos a nosotros mismos en el lugar del autor. No veo cómo pueda ser posible entender los *Analíticos* sin tener la experiencia de conocer teoremas aritméticos y geométricos, sin estar impactado (quizás pasmado sería una palabra mejor) por la fuerza lógica de la prueba demostrativa, y sin algún conocimiento de la situación histórica en torno a la misma. Las interpretaciones de la silogística de Aristóteles que no reúnen estos prerrequisitos parecen encontrar la silogística de Aristóteles alienante, formalista, simplista, estrecha, inútil, pesada, y carente de inspiración y ellas mismas parecen sufrir de los mismos defectos.

Para entender el estudio que Aristóteles estaba proponiendo es necesario tener alguna familiaridad con el tema de ese estudio tal como se manifestó en la época de Aristóteles y sus contemporáneos, a quienes Aristóteles dirigió los *Primeros Analíticos*. Lo que un escritor escoge decir sobre un tema depende en alguna medida de lo que el escritor piensa acerca de lo que el lector sabe o cree.

Los *Elementos* de Euclides nos pueden proporcionar una buena visión de los ejemplos de pruebas de las que disponían los lectores de Aristóteles. Desafortunadamente, los *Elementos* fueron escritos después de los *Primeros Analíticos* y es por tanto posible que su estilo de presentación de las pruebas fuera influido por la teoría de la prueba que encontramos en los *Primeros Analíticos*. Sin embargo, las proposiciones que se prueban en los *Elementos* habían sido en su mayor parte, probadas antes de que Aristóteles emprendiera su estudio de la prueba, y hasta donde alcanza nuestro conocimiento, las pruebas que se habían dado antes del estudio de Aristóteles se parecen de modo esencial a las de Euclides.

No sólo ocurrió que la mayoría de las proposiciones probadas en los *Elementos* de Euclides habían sido probadas anteriormente a la época de Aristóteles, sino que también se disponía en la Academia de axiomatizaciones de la geometría. Es del todo posible que un proyecto de axiomatización de la geometría estuviese en marcha en la Academia mientras Aristóteles permaneció en ella. Sea como sea, existía un cuerpo considerable de pruebas disponibles para Aristóteles como datos para su estudio.

La función de una prueba, por supuesto, es la producción de conocimiento. Toda proposición que se prueba a una persona dada es entonces conocida como verdadera por esa persona. Esta función de la prueba es lo que hace posible la ciencia demostrativa. La prueba tiene la notable capacidad de proporcionar creencia firme e inquebrantable en aquellos casos en los que de lo contrario, nos veríamos condenados a suspender nuestro juicio o a lo sumo a conformarnos con una atenuada certeza moral; las pruebas nos posibilitan el establecimiento de creencia responsable, cuando de lo contrario, si acaso la consiguiéramos, sería irresponsable. ¿Cómo podemos decidir si cada número que sea el doble de un cuadrado es o no un cuadrado? Intentando los primeros cuadrados, 1, 4, 9, 16, 25, meramente nos proporcionamos a nosotros mismos una ilustración de la relevancia experimental de la proposición. En algunos casos se puede generar alguna expectativa, pero dicha expectativa se ensombrece en cuanto nos damos cuenta de que un contraejemplo nos podría desilusionar.

La capacidad de una prueba para establecer creencia está íntimamente conectada con la capacidad para extinguir la duda. Ciertas proposiciones parecen tener la curiosa capacidad de generar dudas y crear tensión. Por ejemplo, la gente que no tiene familiaridad con la siguiente proposición tiende a dudar de su verdad cuando se le cruza en su camino: todo triángulo que tiene el cuadrado sobre uno de sus lados igual en área a la suma de los cuadrados sobre los otros dos lados, es rectangular. Este, por supuesto, es el converso de un corolario del Teorema de Pitágoras y se prueba en Euclides inmediatamente después del Teorema de Pitágoras. El Teorema de Pitágoras nos permite inferir algo acerca de los lados de un triángulo dada la información acerca de sus ángulos; el Corolario Pitagórico Converso nos permite inferir algo acerca de los ángulos dada la información acerca de los lados.

3. La revolución aristotélica: un cambio radical de enfoque

La práctica de la prueba demostrativa tuvo evidentemente sus raíces en Jonia durante la época de Tales, quizás menos de dos siglos antes de que Aristóteles emprendiera su estudio. Una vez esta práctica echó sus raíces, fue seguida de un florecimiento del conocimiento, tanto científico como humanístico, y resulta imposible concebir el desarrollo científico sin la prueba demostrativa. No sabemos cómo surgió esta práctica. No sabemos si fue repentina o gradual. No sabemos si se debió fundamentalmente a uno, o a un pequeño grupo de genios, o si fue esencialmente una labor colectiva. Si tornamos nuestra atención del origen histórico de la práctica a su adquisición por parte de los individuos, nos quedamos igualmente cortos en las respuestas.

Aprender a comprender pruebas demostrativas es un asunto delicado. A pesar de carecer casi completamente de una idea de cómo se hace, muchos de nosotros nos las arreglamos para hacerlo. Descubrir pruebas demostrativas nuevas es otra destreza extraordinaria que muchos de nosotros aprendemos a hacer muy bien.

Poco se ha escrito sobre estas dos destrezas epistémicas a pesar del hecho de que descubrir nuevas pruebas es una actividad que nos puede proporcionar una profunda satisfacción interna, sentimientos de realización y autoestima, sentimientos de competencia y sentimientos de comunidad con otros seres humanos –sin mencionar el regocijo estético involucrado–. Comprender una prueba demostrativa tiene beneficios similares, los cuales, pudiera bien añadir, parecen estar íntimamente conectados con la adquisición de conocimiento. Otros han señalado estas cuestiones además del hecho ulterior de que comprender una prueba se parece mucho a descubrirla salvo por la ayuda de ciertas pistas en su desarrollo. La gratificación obtenida en el curso de la comprensión y creación de pruebas está entre los más elevados placeres de la vida intelectual. Hay una felicidad especial que acompaña la búsqueda de una prueba cuando la búsqueda dura mucho tiempo, digamos meses o años. Se han referido a ella como el sentimiento de estar próximo a dar a luz una idea. Mi propia sospecha es que las sensaciones de frescura, anhelo, vivacidad y dignidad que obtenemos de nuestro estudio del pensamiento griego antiguo se deben en parte a los beneficios de la prueba demostrativa.

En el transcurso de la creación o asimilación de una demostración, nuestra atención se centra en el objeto de la demostración, sea éste geométrico, aritmético, conjuntista o lo que sea. No sólo el lenguaje empleado resulta transparente, como diría acertadamente Polanyi, sino que además las proposiciones y conexiones inferenciales involucradas en la demostración quedan fueran de nuestra atención y quizás completamente fuera de nuestro campo de visión. Platón, Aristóteles y Proclo han hecho afirmaciones ocasionales acerca de la «experiencia» apodíctica o demostrativa. Me gustaría enfatizar que estoy utilizando la palabra «experiencia» como se utiliza en el inglés coloquial y no en el sentido con que lo utilizan los denominados filósofos empíricamente orientados que limitan el término a la sensación. Lo que quiero subrayar con respecto a la actividad de crear y asimilar una demostración actual es ésto: en el curso de esta actividad la mente está intensamente centrada, quizás clavada en un asunto–objeto. Compruébelo Ud. mismo. El *Menón* fue escrito por alguien que sabía lo que era hacer una demostración.

Un paso temprano en la fundación de una ciencia de la prueba consiste en tornar nuestra atención del objeto de la prueba al proceso de pensamiento involucrado en la demostración. Cuando una persona intenta por primera vez el estudio de la demostración misma surgen muchos momentos de vértigo, hay momentos en los que uno pierde el hilo de sus propios pensamientos, es algo como intentar observar la serie de las posiciones de la boca cuando pronunciamos una palabra, o quizás intentar observar el espectro de las posiciones de la pierna cuando saltamos una valla. Estas analogías, sin embargo, no son demasiado buenas. Otra analogía que viene a la mente es concentrarse en el movimiento de una herramienta en un proceso, en lugar de centrarnos en la tarea: por ejemplo, en el proceso de barrer la acera, en lugar de atender a las partículas de polvo que barremos, atender en su lugar al movimiento de la escoba.

Hay muchos otros pasos involucrados en el proceso de desplazarse del estudio de un tema, digamos la geometría, al estudio de las pruebas sobre aquel tema y, más generalmente, al estudio de las pruebas mismas. Denomino a este evento o proceso la *Revolución Aristotélica.*

Otro paso hacia adelante es el descubrimiento de entidades abstractas, atemporales, estáticas que subyacen a los procesos individuales, concretos, temporales y dinámicos de la prueba demostrativa. Cuando realizamos pruebas, se puede decir que estamos inmersos en una ejecución de una prueba o en una instancia de una prueba, frente a casos en que consideramos pruebas abstractas o las pruebas como tipos. Una prueba abstracta es un artefacto alográfico como un poema o una canción que admite ejecuciones concretas y temporales; los artefactos alográficos se contrastan con los denominados artefactos autográficos como los cuadros. Historiadores de la matemática, entre los que se incluye Morris Kline, han atribuido a los griegos el haber hecho posible la ciencia matemática puesto que descubrieron cómo tratar números y figuras geométricas como abstracciones relacionadas pero distintas de multiplicidades concretas y de objetos con una forma concreta. El paso análogo respecto a las pruebas se puede atribuir sin riesgo a Aristóteles; en cualquier caso los *Primeros Analíticos* es el primer trabajo conocido que considera las pruebas como abstracciones atemporales disponibles, para su investigación, de forma análoga al modo en que ya se consideraban los números y las figuras geométricas. Estas cuestiones y otras muy relacionadas han sido señaladas por otros autores entre los que destacan Robin Smith y James Gasser. Una persona que ha leído a Platón y que ha experimentado por sí misma el tipo de matemática que se realizaba en la Academia muy probablemente se sorprenderá al leer los *Primeros Analíticos* y obsevar –si está atenta a la cuestión– la hipostasiación de las pruebas por parte de Aristóteles.

Ya antes de Aristóteles, se consideraba obvio que una única prueba incluía varios conceptos (o términos), que además de la conclusión (o proposición a demostrar) había premisas cuya verdad tenía que ser establecida antes de que la prueba pudiese ser realizada, que había más proposiciones además de las premisas y la conclusión, y que había dos tipos de prueba contrastables entre sí; por un lado, las pruebas directas como la de Euclides del teorema de Pitágoras, que digamos construye la conclusión, y –por otro lado– están las pruebas indirectas como la prueba usual del Teorema de Inconmensurabilidad del Cuadrado que obtiene una imposibilidad a partir del supuesto que asume lo contrario de lo que queremos demostrar. Pero Aristóteles estableció la falsedad de algunas de las cosas que parecían obvias acerca de la naturaleza de las pruebas. Por ejemplo, un examen de las pruebas de Euclides, produce la clara impresión de que muchas, sino todas las pruebas, incluyen la manipulación de entidades acerca de las cuales hablan las conclusiones; las pruebas de la geometría parecen conllevar la manipulación de figuras geométricas y las de la aritmética de números. Aristóteles mismo lo señala. Incluso hoy en día la discusión de la prueba matemática está plagada de lenguaje constructivo, a veces declaradamente metafórico, otras explícitamente literal. La teoría de la prueba de Aristóteles no deja lugar para la manipulación del tema objeto de estudio. Para Aristóteles las únicas actividades epistémicas relacionadas con las pruebas, una vez corroboradas las premisas, son inferir (o aplicar reglas de inferencia), suponer (abrir supuestos), y otras actividades más clericales como recordar o reconocer.

Muchos pensadores ulteriores, entre ellos Kant, aceptaron la Teoría de Aristóteles sobre la naturaleza del razonamiento pero no aceptaron que la Teoría aristotélica fuese exhaustiva. En otras palabras, aceptaron el razonamiento tal y como Aristóteles lo concebía pero consideraron que se trataba de una especie dentro de un género más amplio que también incluye el razonamiento *sintético* o *constructivo*; en particular el razonamiento geométrico y el aritmético se consideraban ajenos al punto de vista puramente inferencial y no–manipulativo de Aristóteles. Incluso hoy en día los intuicionistas seguidores de Brouwer mantienen que la prueba aritmética incluye esencialmente la ejecución de construcciones por lo que su teoría contradice diametralmente el punto de vista aristotélico.

Según algunos lógicos, entre ellos Beth, el descubrimiento más importante de Aristóteles fue la idea de que una prueba consiste en inferir consecuencias a partir de premisas que sabemos son verdaderas. Esto se ha denominado la concepción de la prueba como *verdad–y–consecuencia*. Este punto de vista reconoce el aspecto inferencial de las pruebas, el deducir consecuencias lógicas a partir de las premisas, es separable del aspecto material, la aprehensión epistémica de la verdad de las premisas. Admite, en aras a la universalización del aspecto inferencial, la idea de que la inferencia es una al margen del tema objeto de estudio por mucho que pueda variar el tema de un caso a otro. En otras palabras abre la puerta a la lógica *formal.*

Es la concepción de prueba como verdad–y–consecuencia la que subyace a la distinción entre demostraciones y deducciones, es decir, entre *apodeisis* y *silogismos*. Una deducción pone en evidencia que su conclusión se sigue lógicamente de su conjunto de premisas. Una prueba es una deducción cuyas premisas sabemos que son verdaderas. Platón puede estar planteando algo semejante en *La República* cuando señala que el conocimiento de los teoremas de la geometría depende del conocimiento de las hipótesis básicas.

Como Aristóteles mismo nos dice, toda demostración es una deducción pero no toda deducción es una demostración. En *Los Primeros Analíticos* Aristóteles analiza las deducciones en general mucho más que las pruebas *per se*; aunque su objetivo es entender la prueba, la especie, descubre que ese objetivo requiere entender el género, la deducción.

La palabra *argumentación* se ha utilizado para referirse al género que tiene la clase de deducciones como especie. Toda deducción es una argumentación, pero no toda argumentación es una deducción. Una argumentación se puede entender como compuesta de un conjunto de premisas, una conclusión y un discurso (o cadena de razonamientos) que puede ser o no falaz. Se ha señalado por parte de otros autores que la palabra *argumentación* es una traducción conveniente para *logos* pero no en todas las ocurrencias de la misma en las obras de Platón y Aristóteles.

La entidad a la que nos referimos como prueba euclideana del teorema de Pitágoras es claramente una argumentación. Sus premisas incluyen varios axiomas y definiciones y quizás, tal vez, algunas proposiciones previamente establecidas. Su conclusión es el teorema de Pitágoras, la proposición que establece que en todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. El discurso o cadena de razonamiento se describe mediante un texto relativamente largo que se considera, informalmente, que incluye entre otras cosas, una explicación de cómo cortar el cuadrado sobre la hipotenusa en dos rectángulos respecto a los que se puede demostrar que igualan, respectivamente, a los otros dos cuadrados. En casos típicos la cadena de razonamiento nos sorprende ya que resulta ser mucho más larga que la combinación de las premisas y la conclusión, además la cadena de razonamiento tiene un carácter semántico radicalmente diferente de la de un conjunto de proposiciones o de una única proposición. Las proposiciones tienen un carácter semántico estático en tanto que ni explican ni informan acerca del proceso de razonamiento. Sin embargo, una cadena de razonamiento se puede considerar una receta para ejecutar un proceso mental. En terminología de Austin, las premisas y la conclusión de una demostración se expresan mediante declarativos, mientras que la cadena de razonamiento se debe expresar mediante ejecución. Para seguir el desarrollo de una prueba es necesario llevar a cabo el proceso planteado en la cadena de razonamiento. Leer y entender el texto correspondiente a una prueba, requiere una participación por parte del lector muy superior y mucho más contundente que la que requiere la lectura de una historia. La lectura del texto correspondiente a una prueba no es una tarea para un espectador. Una prueba efectúa una predicción que el lector debe verificar para entenderla.

4. La teoría de la deducción de Aristóteles: deducciones directas e indirectas

La palabra *argumento* tiene varios significados en inglés normal pero en lógica tiene un significado técnico que raramente se presenta en otros contextos. En las discusiones lógicas un *argumento* es un sistema de dos partes compuesto por un conjunto de proposiciones denominado *premisas* y una única proposición denominada *conclusión*. Hay dos cuestiones elementales que deben ser resaltadas: un argumento no es una proposición molecular porque sus proposiciones constituyentes no se combinan por medio de conectivas para formar una única proposición, una prueba típica contiene un discurso no proposicional o cadena de razonamiento (y, por consiguiente, no es un argumento). Toda prueba contiene un argumento en el sentido de que tiene un conjunto de premisas y una conclusión pero *no* es en y *por sí* mismo un argumento. La diferencia entre incluir un argumento y ser un argumento es importante.

Mates ha alegado que los estoicos pensaban que las demostraciones eran argumentos en este sentido exacto. También ha señalado que los estoicos utilizaban la palabra *logos* como un término técnico lógico que tenía el mismo sentido exacto que hemos asignado arriba a *argumento*. Si su profesor de geometría le pidiese que hiciera una demostración del teorema de Pitágoras y le presentase un conjunto de proposiciones geométricas con el teorema de Pitágoras adjunto, debería esperar que su profesor se enfadase. El profesor quiere una argumentación que incluya una cadena de razonamiento, no sólo un argumento, que *per se* carece de receta inferencial alguna.

Del mismo modo que las proposiciones se dividen exclusiva y exhaustivamente en verdaderas y falsas, los argumentos se dividen exclusiva y exhaustivamente en válidos e inválidos, y las argumentaciones en coherentes e incoherentes. Para que una proposición sea verdadera es necesario y suficiente que *se corresponda con los hechos*. Para que un argumento sea válido es necesario y suficiente que su conjunto de premisas implique lógicamente su conclusión, o lo que es lo mismo, que la negación de la conclusión sea lógicamente incompatible con las premisas. Según Mates, los estoicos preferían definir la validez en términos de incompatibilidad más que de implicación. Para que una argumentación sea adecuada es necesario y suficiente que su cadena de razonamiento ponga en evidencia que su conjunto de premisas implica lógicamente la conclusión. Merece la pena resaltar que las proposiciones, los argumentos, y las argumentaciones forman tres categorías ontológicas mutuamente excluyentes y que se produce un error categorial cuando se asigna una propiedad pertinente para una categoría a un objeto que pertenece a otra categoría distinta. Es incoherente decir que una proposición es válida o inválida o adecuada o inadecuada. Es incoherente decir que un argumento es verdadero o falso, o adecuado o inadecuado. Asimismo es incoherente decir que una argumentación es verdadera o falsa, o válida o inválida. Evidentemente las tres últimas afirmaciones son ciertas tan sólo cuando los términos se aplican en los sentidos aquí definidos. También merece la pena indicar, como raras veces se hace, que la palabra «proposición» en inglés se utiliza a menudo en sentidos distintos del aquí utilizado y que la palabra «argumento» casi nunca se utiliza fuera de la lógica en este sentido. De hecho hay muchos lógicos que nunca la utilizan en este sentido, por ejemplo, Lukasiewicz y Tarski.

La palabra «deducción» se utiliza en inglés en diversos sentidos, dos de las cuales son relevantes para esta discusión. En primer lugar, la *deducción* es un proceso epistémico de extraer información que está implícita en otra información dada. En lógica este uso se refina un poco y decimos que la deducción es el proceso epistémico de llegar a saber que una proposición dada está implícita en un conjunto de proposiciones. En otras palabras, la deducción se reduce al proceso mediante el cual determinamos que un argumento dado es válido. En este sentido de la palabra, «deducción» es el nombre de un proceso que no tiene plural. Ninguna ocurrencia de la palabra en plural tiene este sentido. La teoría aristotélica de la deducción, en la medida en que se entendía, dominaba el pensamiento en el área hasta los años 20 e incluso entonces lo que se puso de manifiesto fue que era preciso suplementarla, no que necesitase corrección.

En el segundo sentido, una deducción es un resultado de una aplicación del proceso de deducción. En lógica este sentido se refina de ciertas maneras, y las variaciones pueden ser importantes. Aquí una *deducción* es una argumentación coherente, una argumentación cuya cadena de razonamiento hace patente que su conclusión está implicada por su conjunto de premisas. La teoría de la deducción de Aristóteles es una explicación relativa a cómo se construyen deducciones o, lo que es lo mismo dado el contexto, a cómo se construyen cadenas de razonamiento.

Según la teoría de Aristóteles hay ciertos argumentos simples válidos, cuya validez se puede ver sin recurrir a otros argumentos válidos; en otras palabras, hay ciertos casos en los que la conclusión se puede deducir a partir del conjunto de premisas inmediatamente sin necesidad de establecer conclusiones intermedias. Hoy en día tales inferencias se denominan inmediatas, donde «inmediatas» se interpreta en el sentido etimológico del término de «sin intermediación» y no en el sentido temporal.

La teoría de la deducción de Aristóteles reconoce dos formas de llegar a establecer que una conclusión dada se sigue de las premisas y, en consecuencia, reconoce dos tipos de deducciones, las directas y las indirectas. Una deducción directa se obtiene formando una cadena de inferencias inmediatas que comienza con las premisas y finaliza con la conclusión. Una deducción indirecta se obtiene formando una cadena de inferencias inmediatas que comienza por las premisas a las que se añade la negación de la conclusión y que continua hasta que se llega a una proposición cuya negación figura ya en algún paso previo de la cadena.

El hecho de que Aritóteles reconociese la distinción entre la implicación lógica y la deducción lógica que es paralela a la distinción entre verdad y conocimiento da buena cuenta de su acertado análisis de la noción de prueba. El hecho de que diseñara una teoría de la deducción como parte de su teoría de la prueba es suficiente para confirmar su reputación como padre de la lógica. La prueba demostrativa necesariamente precedió a todas y cada una de las explicaciones teóricas de la prueba demostrativa, del mismo modo que el equilibrio de los fluidos precedió a la hidrostática. Al pensar en la prueba pre–aristotélica, se piensa instintivamente en Tales, Pitágoras y Zenón. Pero al igual que la hidrostática (el estudio del equilibrio de los fluidos) nacía con Arquímedes, el nacimiento de la lógica (el estudio de la prueba y la deducción) se debe a Aristóteles.

Nota Bibliográfica

La más reciente articulación de la interpretación sistemática y de orientación epistémica de la silogística de Aristóteles se encuentra en la introducción a la traducción de los *Primeros Analíticos* de Robin Smith (Hackett, Indianápolis, 1989). Las referencias que siguen han sido tomadas de la bibliografía de Smith. Corcoran (1972) y Smiley (1973) proporcionan originales y claras formulaciones de las interpretaciones sistemática y epistémicamente orientadas; discusiones, críticas, modificaciones y refinamientos se encuentran en diversos lugares, incluidos Clark (1980), Smith (1983) y Smith (1984). La interpretación de orientación ontológica, que fue desarrollada por Lukasiewicz antes de la Segunda Guerra Mundial, ha sido presentada con gran claridad y fuerza en Lukasiewicz (1957) y Patzig (1968). Para una discusión de las habilidades involucradas en el desarrollo de pruebas consúltese el fascinante artículo de George Weaver «Reading Proofs with Understanding» (en *Theoria*, 54, [1988], pp. 27–38).

Agradecimientos: Este ensayo se originó como consecuencia de una invitación para pronunciar una conferencia en la Sociedad de Filosofía Griega Antigua en Chicago, en abril de 1992; un borrador del mismo había sido distribuido por correo a los miembros de la Sociedad. Diversas versiones inglesas han sido presentadas en el Coloquio de Lógica de Buffalo, en la Universidad de Santiago de Compostela y en la Universidad de Barcelona. No es posible enumerar a todos los lógicos y los filósofos que han aportado sugerencias y críticas que han sido incorporadas en la traducción española final, sin embargo, debo mencionar las siguientes personas por sus contribuciones: G. Boger (Canisius College), M. Mecca (Universidad de Carnegie–Mellon), J. Gracía (Universidad de Buffalo), S. Nambiar (Universidad de Buffalo), A. Mourelates (Universidad de Texas), J. Gasser (Universidad de Neuchatel), J. Ramos (Universidad de los Andes) y J. M. Sagüillo (Universidad de Santiago de Compostela). Ramos merece mi especial agradecimiento por sugerencias tanto históricas, lógicas y filosóficas, como por numerosas sugerencias en lo que se refiere a la traducción. Mi más profunda gratitud es para con C. Martínez y J. M. Sagüillo quienes son los responsables de la versión final de la traducción y quienes hicieron varias, importantes y sustantivas aportaciones.

John CORCORAN
Universidad de Buffalo