# UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

FACULTAD DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA
ÁREA DE ELECTROMAGNETISMO


## TESIS DOCTORAL

# ANÁLISIS, SÍNTESIS Y CONTROL DE DIAGRAMAS DE RADIACIÓN GENERADOS POR DISTRIBUCIONES CONTINUAS Y DISCRETAS UTILIZANDO ALGORITMOS ESTOCÁSTICOS Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES. APLICACIONES.


**AUTOR:**

JULIO CLAUDIO BRÉGAINS

**DIRECTORES:**

FRANCISCO JOSÉ ARES PENA

EDUARDO MORENO PIQUERO



2007

DON FRANCISCO JOSÉ ARES PENA, Profesor Titular de Electromagnetismo del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Santiago de Compostela y DON EDUARDO MORENO PIQUERO, Catedrático de Electromagnetismo del mismo Departamento

INFORMAN:

Que la presente memoria titulada "ANÁLISIS, SÍNTESIS Y CONTROL DE DIAGRAMAS DE RADIACIÓN GENERADOS POR DISTRIBUCIONES CONTINUAS Y DISCRETAS UTILIZANDO ALGORITMOS ESTOCÁSTICOS Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES. APLICACIONES." ha sido realizada bajo nuestra dirección en el Departamento de Física Aplicada, Área de Electromagnetismo, y constituye la Tesis que DON JULIO CLAUDIO BRÉGAINS ha realizado para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de Santiago de Compostela.

Santiago de Compostela, Junio de 2007.

Firmas

…….. ……..

**FRANCISCO JOSÉ ARES PENA** **EDUARDO MORENO PIQUERO**

**AGRADECIMIENTOS.**

Quiero agradecer a las siguientes personas, que han contribuido, de manera directa o indirecta, a la elaboración de este trabajo:

**A MIS DIRECTORES DE TESIS:** Profesores Francisco Ares y Eduardo Moreno.

**A MIS COMPAÑEROS DE LABORATORIO:** Jose, Martin, Tony, Ana, Javier, José Carlos y Manolo.

**A LOS COMPAÑEROS O PROFESORES DE FACULTAD:** Jorge Mira, José Rivas, Rafael Fuentes, Javier Castro.

**A LOS PROFESIONALES CON QUIENES TRABAJÉ EN ESTA LARGA ETAPA DEL TERCER CICLO:** Juan Vassal'lo del INTA/CSIC, José Ángel García de la Universidad de Cantabria, Ian–Charles Coleman del Servicio de Traducción de la Universidad de Santiago de Compostela, Julián Dorado, Marcos Gestal y Alejandro Pazos de la Universidad de La Coruña.

**TAMBIÉN A LOS PROFESORES:** Giorgio Franceschetti de la Universidad de Nápoles (Italia) y de la UCLA (EEUU), Antoine Roederer de la Agencia Europea del Espacio (ESA, Holanda), a Robert Hansen de R. C. HANSEN, INC. (EEUU), Lars Josefsson de la Universidad Tecnológica Chalmers (Suecia), y a Hans Steyskal del Laboratorio de Investigación de las Fuerzas Aéreas (EEUU).

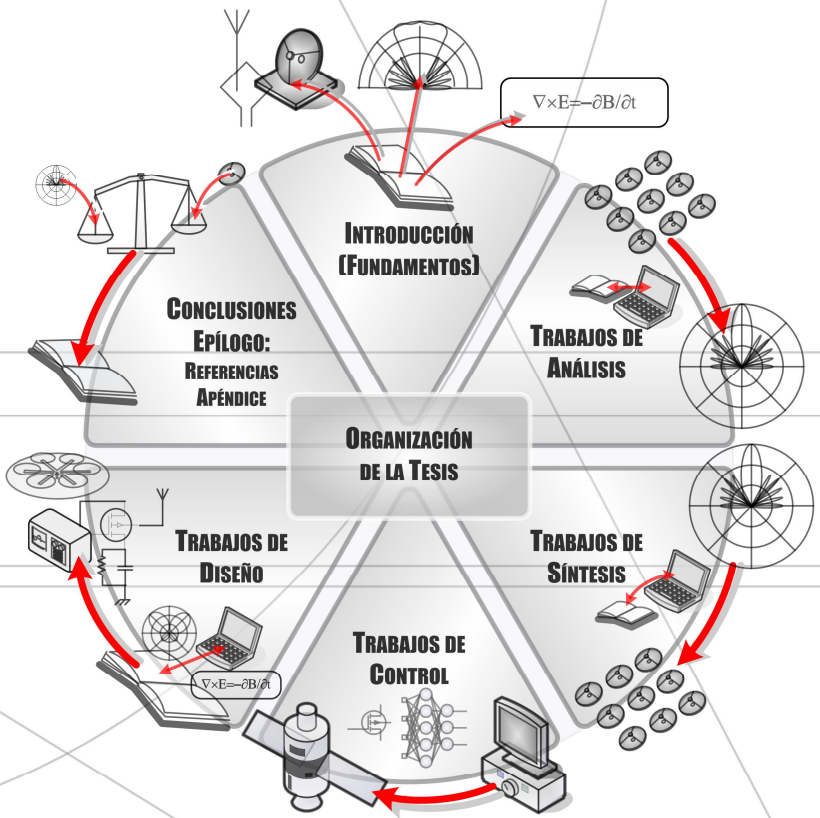
**EN ESPECIAL A QUIENES ME HAN BRINDADO APOYO EMOCIONAL DURANTE ESTOS LARGOS AÑOS:** a Andrea, por su ternura y su paciencia interminables, y a Jose y Rosa por haberme tratado siempre como uno más de entre los suyos, lo mismo que Gabi y Jacobo.

**A TODA MI FAMILIA, QUE DESDE MI PAÍS NUNCA HAN DEJADO DE ESTAR A MI LADO.** A mi madre, sobre todo, porque siempre me ha demostrado, sin palabras, que soy parte de su orgullo. Y a mi padre, casi por lo mismo. A mis hermanas y a sus familias.

**A MIS AMIGOS LEJANOS:** Enrique Acevedo y Javier Mateos, y a sus respectivas familias.

**POR ÚLTIMO, A LAS SIGUIENTES INSTITUCIONES:** Consellería de Educación e Ordenación Universitaria de la Xunta de Galicia, Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), Construcciones Aeronáuticas División Espacio (CASA), Fundación Arao, y al Ministerio de Educación y Ciencia.

**A ESPAÑA**, que, poco a poco, se ha ido convirtiendo en mi segundo hogar.




USC
UNIVERSIDADE
DE SANTIAGO
DE COMPOSTELA

PRÓLOGO ..... 7
PRIMERA PARTE: INTRODUCCIÓN. ..... 9
1. CAPÍTULO 1 ..... 11
1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL. ..... 13
1.2 CONCEPTOS INICIALES: ANTENA, ECUACIONES DE MAXWELL. ..... 13
1.3 CAMPOS ARMÓNICOS EN EL TIEMPO. REFORMULACIÓN DE LOS CONCEPTOS INICIALES. ..... 21
1.4 TIPOS DE ANTENAS. ..... 29
1.5 TERMINOLOGÍA TÉCNICA. DEFINICIONES. ..... 32
1.5.1 TÉRMINOS FUNDAMENTALES ..... 32
1.5.2 SUBDIVISIÓN DEL ESPACIO QUE RODEA LA ANTENA: CAMPOS CERCANO Y LEJANO ..... 37
1.5.3 POLARIZACIÓN DE UNA ANTENA ..... 39
1.5.4 TÉRMINOS RELACIONADOS CON LA EFICIENCIA DE UNA ANTENA. ..... 42
1.5.5 DIAGRAMAS DE RADIACIÓN. ..... 48
1.5.5.1 TIPOS USUALES DE PATRONES DE RADIACIÓN EN POTENCIA: DIAGRAMAS SUMA, DIFERENCIA Y DE HAZ PERFILADO. ..... 53
1.5.6 AGRUPACIONES DE ANTENAS ..... 56
1.5.6.1 FORMULACIÓN DE CASOS ESPECIALES ..... 59
1.5.6.2 EL CÍRCULO DE SCHELKUNOFF Y EL MÉTODO DE ORCHARD. ..... 63
1.5.7 EFECTOS DE ACOPLO MUTUO. MATRICES DE IMPEDANCIA Y DE DISPERSIÓN. IMPEDANCIA ACTIVA. ..... 67
1.6 MEDIDAS DE ANTENAS. ..... 72
1.6.1 GENERALIDADES ..... 72
1.6.1.1 ANTENA FUENTE Y DISPOSITIVOS DE TRANSMISIÓN. ..... 75
1.6.1.2 DISPOSITIVOS DE RECEPCIÓN. ..... 76
1.6.1.3 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO ..... 76
1.6.1.4 SISTEMA DE EXTRACCIÓN Y ALMACENAMIENTO DE DATOS ..... 79
1.6.1.5 SISTEMA DE PROCESAMIENTO DE DATOS. ..... 79
1.6.1.6 PATRONES DE AMPLITUD Y FASE ..... 79
1.6.1.7 MEDIDAS DE GANANCIA. ..... 80
1.6.1.8 MEDIDAS DE DIRECTIVIDAD. ..... 81
1.6.1.9 EFICIENCIA DE RADIACIÓN ..... 82
1.6.1.10 MEDIDAS DE IMPEDANCIA DE ENTRADA. ..... 82
1.6.1.11 MEDIDAS DE POLARIZACIÓN. ..... 83
1.7 MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS DE ANTENAS ..... 83
1.7.1 MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO (DFDT, FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN) ..... 83
1.7.2 MÉTODO DE LOS MOMENTOS (MM, METHOD OF MOMENTS). ..... 84
1.7.3 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF, FINITE ELEMENT METHOD). ..... 87
1.7.4 OTROS MÉTODOS. ..... 88
1.7.5 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN ..... 88
1.7.5.1 MÉTODO DE NELDER Y MEAD NM (OR DOWNHILL SIMPLEX METHOD). ..... 89
1.7.5.2 TEMPLE SIMULADO (TS, SIMULATED ANNEALING). ..... 90
1.7.6 HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS DE CÁLCULO. ..... 92
1.7.6.1 LENGUAJES DE PROGRAMACIÓN. ..... 93
1.7.6.2 HERRAMIENTAS DE CÁLCULO SIMBÓLICO Y NUMÉRICO. LENGUAJES DE 3º GENERACIÓN. ..... 96

1.7.6.3 Simuladores Electromagnéticos. 99
1.7.7 Aprendizaje de las Máquinas: Redes Neuronales Artificiales. 104
1.7.7.1 Fundamentos Biológicos 106
1.7.7.2 Neurona Artificial. 107
1.7.7.3 Funciones de Transferencia. 108
1.7.7.4 Red Neuronal: Concepto de Capa. Arquitecturas. 110
1.7.7.5 Funcionamiento, Entrenamiento y Validación. 113
2. CAPÍTULO 2 117
2.1 Introducción 119
2.2 Antenas Lineales Continuas. 119
2.2.1 Desarrollos de T. T. Taylor y Rhodes. Diagramas Tipo Suma y de Haz Plano. 120
2.2.2 Dipolos y Placa a Tierra: Método de las Imágenes. 130
2.2.3 Acoplo Mutuo entre Dipolos Paralelos, Con Plano de Tierra y Sin Él 132
2.2.4 Antenas Lineales de Onda Viajera. 134
2.3 Antenas Planas Continuas. 137
2.3.1 Distribuciones Circulares de T. T. Taylor y Ludwig. Diagramas tipo Suma y de Haz Plano. 137
2.3.2 Antenas de Microcinta. Generalidades. 143
2.3.3 Parches Acoplados Electromagnéticamente 145
2.4 Antenas Moduladas Temporalmente. 146
2.4.1 Modulación Temporal de Agrupaciones Lineales. 146
2.4.1.1 Fundamentos Matemáticos de las Agrupaciones Lineales Moduladas Temporalmente 148
SEGUNDA PARTE: TRABAJOS DE ANÁLISIS 153
3. CAPÍTULO 3 155
3.1 Introducción. 157
3.2 Influencia de los Signos de las Raíces Complejas de Taylor en Diagramas de Haz perfilado simétricos. 158
3.2.1 Bases Matemáticas. 158
3.2.2 Ejemplos. 160
3.2.3 Conclusiones. 162
3.3 Análisis de Anchos de Banda de Agrupaciones Lineales de Dipolos. 163
3.3.1 Agrupación Lineal de Dipolos Paralelos. 163
3.3.1.1 Solución General Sin Plano de Tierra. 163
3.3.1.2 Solución Real Simétrica Sin Plano de Tierra. 166
3.3.1.3 Solución General Con Plano de Tierra. 166
3.3.1.4 Resultados y Discusión. 167
3.3.1.5 Conclusiones. 169
3.3.2 Agrupación Lineal de Dipolos Colineales. 169
3.3.2.1 Solución General y Solución Real Simétrica, Con y Sin Plano de Tierra. 170
3.3.2.2 Resultados y Discusión. 171
3.3.2.3 Conclusiones. 173
3.3.3 Conclusiones para Ambos Casos. 173
3.4 Diagnóstico de Agrupaciones de Antenas Mediante la Técnica de la Pseudo–inversión de Matrices. 173
3.4.1 Trabajos Previos. 173
3.4.2 Desarrollo del Método. 174

3.4.3 Ejemplo. 178
3.4.4 Conclusiones. 183
3.5 Analogía entre El Factor de Agrupación y la Expresión de una Red Neuronal Complejo–Valuada. 184
3.5.1 Comentarios Preliminares. 184
3.5.2 Introducción: Aplicaciones de las RNAs en Antenas. 184
3.5.3 En qué Consiste la Analogía. 185
3.5.4 Conclusiones. 186
3.6 Análisis de la Señal y de las Pérdidas en Potencia de Agrupaciones Lineales Moduladas en el Tiempo. 186
3.6.1 Análisis de la Señal. 187
3.6.2 Pérdidas de Potencia en Armónicos. 189
3.6.3 Ejemplo de Aplicación. 191
3.6.4 Conclusiones. 193
3.7 Herramientas de Análisis Numéricos. 193
3.7.1 Visualización de Diagramas en 3D con MATLAB. 193
3.7.1.1 Formulación: Radiación de una Agrupación de Antenas. 194
3.7.1.2 El Código. 194
3.7.1.3 Ejemplos. 198
3.7.1.4 Conclusiones. 202
3.7.2 Cálculo de Directividades Usando la Regla de Simpson en 2D. 202
3.7.2.1 La Regla de Simpson en Dos Dimensiones. 204
3.7.2.2 Rutina de integración directa, sin control de precisión. 206
3.7.2.3 Rutina de integración iterativa, con precisión previamente estipulada. 207
3.7.2.4 Aplicación y Comparación con Otros Métodos de Integración. 210
3.7.2.5 Conclusiones. 214
TERCERA PARTE: TRABAJOS DE SÍNTESIS. 215
4. CAPÍTULO 4 217
4.1 Introducción. 219
4.2 Síntesis de Diagramas con Simetría en Octantes Generados por Agrupaciones Planas de Elementos Isotrópicos. 220
4.2.1 Fundamentos. 220
4.2.2 Descripción del Método. 220
4.2.3 Ejemplos. 221
4.2.4 Conclusiones. 231
4.3 Síntesis Óptimas de Fuentes Lineales Continuas Utilizando Distribuciones de Rhodes. 232
4.3.1 Introducción. 232
4.3.2 Fundamentos. 232
4.3.3 Método. 233
4.3.4 Ejemplos. 233
4.3.4.1 Patrones Suma Simétricos con Lóbulos Laterales a Distintos Niveles. 234
4.3.4.2 Patrón Simétrico de Haz Plano con Niveles de Lóbulos Laterales Controlados. 235
4.3.4.3 Patrones Simétricos de Haz Perfilado Generados por Distribuciones Reales, con Control de NLL 236
4.3.4.4 Patrones Suma Asimétricos. 237
4.3.4.5 Patrón Cosecante Cuadrado con NLLs Asimétricos. 238
4.3.4.6 Patrones Suma Simétricos Generados por Distribuciones de Abertura Suavizadas. 240

4.3.4.7 Patrones Tipo Rhodes sin Brillo de Extremos. 241
4.3.5 Conclusiones. 242
4.4 Síntesis Óptimas de Fuentes Circulares Continuas Utilizando Distribuciones de Ludwig. 243
4.4.1 Introducción. 243
4.4.2 Fundamentos. 243
4.4.3 Método. 244
4.4.4 Ejemplos. 244
4.4.4.1 Patrón Tipo Suma con Lóbulos Laterales Deprimidos. 244
4.4.4.2 Patrón de Haz Plano con Lóbulos Laterales Controlados. 246
4.4.4.3 Patrón de Haz Plano con Lóbulos Laterales Controlados Generado con una Abertura Real Pura. 248
4.4.4.4 Patrón Suma con Distribución de Amplitud Suavizada. 249
4.4.4.5 Patrones de Ludwig sin Brillo de Extremos. 251
4.4.5 Conclusiones. 252
4.5 Síntesis de diagramas de radiación de agrupaciones lineales con elevada eficiencia de alimentación. 252
4.5.1 Introducción. 252
4.5.2 Descripción de los Métodos. 253
4.5.2.1 Método de los Cuadrados Mínimos con Restricciones. 253
4.5.2.2 Aplicación del Método del Temple Simulado. 254
4.5.3 Ejemplos: Comparación de Resultados. 255
4.5.4 Conclusiones. 261
4.6 Control de la Topografía de Lóbulos Laterales en Distribuciones Circulares Continuas Muy Eficientes. 261
4.6.1 Introducción. 261
4.6.2 Descripción de los Métodos. 261
4.6.2.1 Generalidades. 261
4.6.2.2 Método de los Cuadrados Mínimos, con Restricciones. 262
4.6.2.3 Aplicación del Temple Simulado. 262
4.6.2.4 Ejemplos y Comparación de Resultados. 263
4.6.3 Conclusiones. 266
4.7 Síntesis de Patrones de Agrupaciones Lineales y de Anillos Concéntricos. 266
4.7.1 Introducción. 266
4.7.2 Conceptos Iniciales. 266
4.7.2.1 Agrupaciones Lineales. 266
4.7.2.2 Agrupación de Elementos no Isotrópicos Distribuidos en Aros Concéntricos. 267
4.7.3 Ejemplos. 268
4.7.3.1 Agrupación Lineal. 268
4.7.3.2 Elementos Distribuidos en Anillos Concéntricos. 269
4.7.4 Conclusiones. 274
4.8 Síntesis de una antena multirradial para aplicaciones WLAN. 275
4.8.1 Introducción. 275
4.8.2 Método. 276
4.8.3 Resultados. 278
4.8.4 Conclusiones. 279
4.9 Síntesis de diagramas de radiación utilizando redes neuronales artificiales complejo–valuadas. 279

4.9.1 Comentarios Preliminares. ....279
4.9.2 Síntesis y Diagnosis....279
4.9.3 Ejemplo de Aplicación. ....280
4.9.4 Ventajas e Inconvenientes de las RNACVs Aplicadas a los Casos Presentes. ....282
4.9.5 Comentarios Finales de Importancia. ....282
CUARTA PARTE: TRABAJOS DE CONTROL. ....285
5. CAPÍTULO 5 ....287
5.1 Introducción ....289
5.2 Fijado de Nulos en Tiempo Real en Diagramas de Agrupaciones Planas: Uso de RNAs. ....289
5.2.1 Comentarios Iniciales. ....289
5.2.2 Método. ....290
5.2.3 Aplicación ....292
5.2.4 Conclusiones. ....294
5.3 Control del Patrón Generado por Agrupaciones Lineales de Mediante Modulación Temporal. ....295
5.3.1 Introducción: Estado Actual del Arte. ....295
5.3.2 Método. ....296
5.3.3 Descripción y Ejemplos. ....297
5.3.3.1 Reducción del NLL del Patrón de una Agrupación Lineal, a una Frecuencia f. ....297
5.3.3.2 Reducción del NLL del Patrón en Potencia de una Agrupación de Dipolos, a Dos Frecuencias (f y 2f) ....299
5.3.3.3 Análisis de Algunos Parámetros de los Patrones Obtenidos en el Ejemplo Anterior. ....302
5.3.4 Conclusiones. ....303
QUINTA PARTE: TRABAJOS DE DISEÑO. ....305
6. CAPÍTULO 6 ....307
6.1 Introducción. ....309
6.2 Diseño de Agrupaciones de Antenas que Generan Diagramas Toroidales: Aplicación a Redes WLAN. ....309
6.2.1 Introducción. ....309
6.2.2 Agrupación Circular de Parches Circulares. ....310
6.2.3 Etapa I: Diseño de un PAEM. ....310
6.2.4 Etapa II: Diseño de la Agrupación circular. ....312
6.2.5 Etapa III: Agrupación Circular con un Punto Único de Alimentación. ....314
6.2.6 Etapa IV (Adicional): Aro Circular Radiador con Alimentador Circular. ....315
6.2.7 Etapa V: Parche Circular (Relleno) Radiante con Alimentador Circular. ....316
6.2.8 Parámetros Utilizados para Comparar los Diferentes Modelos. ....316
6.2.9 Ejemplos de Diseños Numéricos. ....320
6.2.9.1 Parche Circular Alimentado por un Pin Coaxial. ....320
6.2.9.2 Agrupación Circular con Varios Puntos de Alimentación. ....320
6.2.9.3 Agrupación Circular con Un Punto de Alimentación. ....321
6.2.9.4 Parche Anular Radiante con Alimentador Circular. ....323
6.2.9.5 Parche Circular Radiante con Alimentador Circular. ....325
6.2.10 Prototipos Experimentales. ....326
6.3 Conclusiones. ....331
SEXTA PARTE: RESUMEN Y CONCLUSIONES. ....333
7. CAPÍTULO 7 ....335

7.1 Resumen de la Tesis....337
7.2 Conclusiones Generales. ....342
8. Epílogo. ....345
8.1 Referencias. ....347
8.2 Publicaciones del Autor Durante el Periodo del Tercer Ciclo ....355
8.3 Apéndices. ....361
A.1. Apéndices del Capítulo 1. ....361
A.1.1. Solución a la Ecuación de Onda. ....361
A.1.2. Linealidad de Partes Real e Imaginaria. ....364
A.1.3. Teorema de Poynting con Discriminación de Cargas. ....365
A.1.4. Proporcionalidad entre E y AT. ....367
A.1.5. Deducción del Factor de Agrupación. ....369
A.2. Apéndices del Capítulo 2. ....370
A.2.1. Deducción de las Ecuaciones de Campo Cercano de un Dipolo. ....370
A.2.2. Ecuaciones de Campo del Dipolo con Placa de Tierra. ....373
A.2.3. Impedancia Mutua entre Dipolos. ....373
A.3. Apéndices del Capítulo 3. ....374
A.3.1. Ecuaciones de Antena Multirradial. ....374
Índice Alfabético ....377

# Prólogo

En líneas generales, el estudio de cualquier antena se centra en el comportamiento de su diagrama de radiación y de todo aquello que influya sobre éste, como impedancia de entrada, eficiencia, etcétera. Si se desea encontrar la configuración física (geometría y distribución de corriente) de un elemento o un conjunto de elementos capaces de radiar un tipo específico de diagrama (con unas características previamente establecidas, como zona de cobertura de la potencia radiada, directividad, etcétera) se dice que se está en un proceso de síntesis. Por contrapartida, si se tiene una configuración física previamente establecida y se realiza el estudio del comportamiento de sus parámetros de radiación, se dice que se está en el proceso de análisis de la antena. Ambos procesos facilitan la labor de diseño de un sistema radiante. En particular, la técnica de síntesis puede aplicarse para encontrar una configuración (generalmente una agrupación de antenas) que, con ciertos cambios en la distribución de corriente pueda generar, alternativamente, varios diagramas de radiación. En este caso se habla de "reconfigurabilidad" del patrón en potencia. Si se logra implementar ese proceso de síntesis, se puede decir que se ha pasado a la etapa de control de la antena.

En esta Tesis se presentan líneas de investigación que abarcan los cuatro procesos: análisis, síntesis, control y diseño, aunque no todas orientadas a una misma configuración física de antenas.

La organización de la Tesis, esquematizada en la figura inicial (ver páginas previas al índice), es la siguiente:

Los dos primeros Capítulos se dedican a presentar los fundamentos en los que se basan los trabajos realizados por el autor en la etapa del Tercer Ciclo.

En el Capítulo 3 se describen los trabajos de análisis que se han aplicado a diversas geometrías, tanto continuas como discretas.

En el Capítulo 4 se sintetizan varios diagramas, generados tanto por fuentes continuas como por agrupaciones isotrópicas, de dipolos, de parches o de líneas radiales.

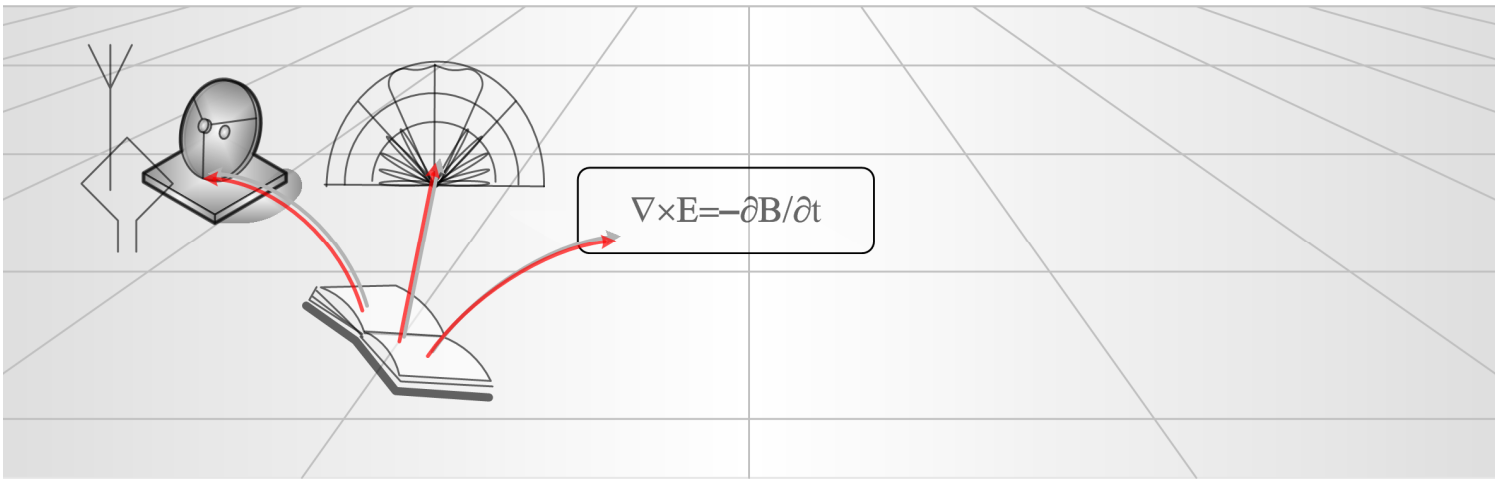
El Capítulo 5 está dedicado a dos procesos de control basados, por una parte, en una técnica de implementación de redes neuronales artificiales a una agrupación plana de elementos, y, por otra, en una técnica de modulación temporal aplicada a una agrupación lineal de dipolos paralelos.

En el Capítulo 6 se presentan los procesos de diseño, separados en etapas, de varios modelos de antenas capaces de generar diagramas toroidales, trabajando a frecuencias típicas de comunicaciones inalámbricas.

Finalmente, el Capítulo 7 contiene un resumen general y las conclusiones finales de esta Tesis.

# PRIMERA PARTE:

# INTRODUCCIÓN.



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN. TÉRMINOS FUNDAMENTALES DE ANTENAS. MÉTODOS NUMÉRICOS. REDES NEURONALES ARTIFICIALES.

## 1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL.

## 1.2 CONCEPTOS INICIALES: ANTENA, ECUACIONES DE MAXWELL.

Según el Estándar del IEEE [IEEESTD1993], una antena es "aquella parte de un sistema transmisor o receptor que se diseña para radiar o recibir ondas electromagnéticas". La definición dada por la RAE [www.rae.es] es casi idéntica a la anterior: "Dispositivo de los aparatos emisores o receptores que, con formas muy diversas, sirve para emitir o recibir ondas electromagnéticas". Ambas definiciones podrían completarse especificando las frecuencias fundamentales con las que trabajan usualmente las antenas de hoy en día: desde los 300 Hz hasta los 300 GHz (rango de microondas) [POZAR2004], y esto ya restringe el conjunto de dispositivos capaces de ser identificados como una antena.

Para estudiar las antenas es, entonces, imprescindible trabajar con la teoría electromagnética (que resulta ser la más investigada y conocida de las ramas de la Física) basada en las Ecuaciones de Maxwell [MAXWELL1873]. Puesto que es necesario exponer los fundamentos y formulaciones en que se basa esta Tesis, corresponde aquí elegir de entre dos caminos: presentar sin deducciones previas las técnicas y conceptos de los que parten los trabajos de Capítulos posteriores, y referir la formulación y los resultados a utilizar a la bibliografía conveniente, o bien ir paso a paso hasta obtener las expresiones que serán utilizadas en el desarrollo de los trabajos aquí expuestos. Se ha optado, en la gran mayoría de los casos, por la segunda alternativa, que, a pesar de ser más trabajosa, es, también, la más clara. En casos excepcionales, y/o sólo cuando esta tarea de dilucidar las expresiones sea demasiado elaborada y su inclusión en este trabajo no sea justificable, los lectores serán remitidos a la bibliografía correspondiente. Puesto que estos dos primeros Capítulos corresponden a un repaso de los términos relacionados con la teoría y el diseño de antenas, y con las herramientas informáticas (software) más utilizadas en dichos campos (incluyendo redes neuronales artificiales), su lectura puede ser considerada como complementaria de los trabajos de investigación de esta Tesis. El detalle de las formulaciones que se presentan en estos Capítulos está justificado por la intención secundaria del autor de presentar un resumen que quizá resulte de utilidad para otros (futuros) doctorandos que lean esta Tesis y cuyos temas de investigación sean análogos a los aquí desarrollados. Es conveniente subrayar que la descripción aquí expuesta no pretende ser exhaustiva: sólo se presentarán las deducciones y descripciones relevantes desde el punto de vista de aplicabilidad a esta Tesis[1].

Quien desee pasar directamente a la lectura de los trabajos de investigación, puede optar por avanzar hasta el Capítulo 3, aunque las formulaciones que se presentan de allí en adelante se remiten, naturalmente, a desarrollos previos.

[1] Obviamente, quien esté interesado en repasar, o profundizar, algún concepto puede remitirse a cualquiera de las conocidas obras de teoría, análisis y diseño de antenas, como por ejemplo [BALANIS1997], [ELLIOTT2003], [KILDAL2000], [RUDGE1983] o [STUTZMAN1981], o bien a la bibliografía correspondientemente mencionada para los demás temas.

Recuérdense las Ecuaciones de Maxwell en forma diferencial[2]:

| | |
|---|---|
| $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0^{-1}\rho(\mathbf{r},t)$ | Ley de Gauss para campos eléctricos |
| $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\partial_t \mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ | Ley de Faraday |
| $\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0$ | Inexistencia de monopolos magnéticos |
| $\varepsilon_0 c^2 \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{J}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ | Ley de Ampere-Maxwell |

(1–1)

siendo

**E**: vector campo eléctrico, medido en [$V.m^{-1} \equiv N.Coul^{-1}$];

**B**: vector densidad de flujo magnético [$Wb.m^{-2} \equiv N.s.Coul^{-1}.m^{-1}$];

$\rho$: densidad de carga eléctrica (escalar) [$Coul.m^{-3}$];

**J**: vector densidad volumétrica de corriente [$A.m^{-2} \equiv Coul.s^{-1}.m^{-2}$];

$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$ : vector de posición en coordenadas cartesianas (en secciones posteriores, **r** también podrá expresarse en coordenadas cilíndricas o esféricas usuales, según sea necesario);

$\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ : tríada de vectores unitarios de un sistema de coordenadas convenientemente elegido;

*t*: coordenada temporal, medida respecto del sistema de coordenadas antes citado.

El símbolo $\partial_t$ indica derivada parcial respecto de *t*, mientras que los símbolos $\nabla\cdot$ y $\nabla\times$ representan los operadores usuales de divergencia y rotacional, respectivamente (calculados respecto del sistema de coordenadas antes citado).

Los símbolos *c* y $\varepsilon_0$ representan la velocidad de la luz en el vacío ($2{,}9979 \times 10^8$ [m/s]) y la permitividad del vacío ($8{,}8543 \times 10^{-12}$ [$Coul^2.N^{-1}.m^{-2} \equiv Coul.V^{-1}.m^{-1}$]), respectivamente. Ambas están relacionadas a través de la igualdad:

$$c^2 \mu_0 \varepsilon_0 = 1; \tag{1–2}$$

siendo $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [$N.s^2.Coul^{-2} \equiv Hy.m^{-1}$] la permeabilidad del vacío.

La ecuación de continuidad (conservación de la carga eléctrica) se puede obtener tomando la divergencia de la Ley de Ampere–Maxwell del conjunto[3] (1–1) y teniendo en cuenta la Ley de Gauss del mismo conjunto, además de considerar que la divergencia del rotacional de un campo vectorial es igual a cero:

[2] Como es bien sabido, algunos autores prefieren representar las cuatro ecuaciones de forma simétrica, y para ello recurren a la utilización de distribución de cargas y densidades de corriente magnéticas, además de las distribuciones de cargas y densidades de corriente eléctricas. Aquí se evitará ese procedimiento.

[3] De aquí en adelante, al referirnos a una ecuación determinada, simplemente podrá especificarse sólo su índice. Así por ejemplo, la frase "en (1–3) [o bien en la (1—3)]] se especifica la ley…" significará "en la ecuación (1–3) se especifica la ley…", siempre que esto no implique algún tipo de ambigüedad.

$$\nabla\cdot\left[\varepsilon_0 c^2\nabla\times\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]=\nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r},t)+\varepsilon_0\nabla\cdot\left[\partial_t\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right]\Rightarrow$$
$$\boxed{\nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r},t)+\partial_t\rho(\mathbf{r},t)=0}. \qquad (1\text{–}3)$$

Aquí se ha utilizado la identidad $\nabla\cdot(\partial_t\mathbf{E})\equiv\partial_t(\nabla\cdot\mathbf{E})$, ya que, como es bien sabido, el operador nabla $\nabla$ es considerado independiente del tiempo (el sistema de coordenadas es fijo).

De nuevo, teniendo en cuenta que la divergencia del rotacional de un vector es cero, de la Ley de Gauss para campos magnéticos (inexistencia de monopolos) de (1–1) se puede inferir la existencia de una cantidad vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ denominada vector potencial magnético, definida a través de la identidad

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t)=\nabla\times\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\quad[\text{Wb.m}^{-2}]. \qquad (1\text{–}4)$$

Si se combinan la Ley de Faraday de (1–1), con la relación (1–4), se obtiene:

$$\nabla\times\left[\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\partial_t\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right]=\mathbf{0}\,. \qquad (1\text{–}5)$$

Puesto que el rotacional del gradiente de un campo escalar es idénticamente cero, se puede asociar la suma encerrada entre corchetes de (1–5) al gradiente (negativo) de una cierta función escalar $V(\mathbf{r},t)$, denominada potencial eléctrico, obteniéndose:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=-\nabla V(\mathbf{r},t)-\partial_t\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\,. \qquad (1\text{–}6)$$

Esta igualdad, reemplazada en la Ley de Gauss de (1–1) lleva a:

$$\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=-\nabla^2V(\mathbf{r},t)-\partial_t\left[\nabla\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right]=\varepsilon_0^{-1}\rho(\mathbf{r},t)\Rightarrow\nabla^2V(\mathbf{r},t)+\left[\nabla\cdot\partial_t\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right]=-\varepsilon_0^{-1}\rho(\mathbf{r},t), \qquad (1\text{–}7)$$

expresión que se reduce a la Ecuación de Poisson cuando $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ es independiente del tiempo, esto es $\partial_t\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\mathbf{0}$, la cual, a su vez, se reduce a la Ecuación de Laplace cuando $\rho(\mathbf{r},t)=0$. Se observa que (1–7) relaciona las fuentes infinitesimales de carga $\rho$ con los potenciales eléctrico (escalar) $V$ y magnético (vectorial) $\mathbf{A}$. De nuevo se ha considerado la independencia respecto del tiempo del operador nabla.

Por otra parte, si se aplica el rotacional a (1–4), y se consideran tanto la Ley de Ampere–Maxwell y la ecuación (1–6), como la identidad vectorial $\nabla\times\nabla\times\mathbf{A}=\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{A}\right)-\nabla^2\mathbf{A}$, se obtiene:

$$\nabla^2\mathbf{A}(\mathbf{r},t)-\nabla\left[\nabla\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right]=-\mu_0\mathbf{J}(\mathbf{r},t)+\mu_0\varepsilon_0\nabla\left[\partial_tV(\mathbf{r},t)\right]+\mu_0\varepsilon_0\partial_t^2\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \qquad (1\text{–}8)$$

en la que también se ha utilizado la igualdad (1–2), y en donde el símbolo $\partial_t^2$ indica derivada parcial segunda respecto del tiempo. La ecuación (1–8) relaciona las fuentes infinitesimales de densidad de corriente $\mathbf{J}$ con los potenciales $V$ y $\mathbf{A}$.

Las ecuaciones (1–7) y (1–8) no definen unívocamente los potenciales, ya que se pueden imponer condiciones adicionales a $V$ y **A**, con tal de que dicha imposición mantenga inalterados los campos **E** y **B**. Estas condiciones adicionales –que se denominan, usualmente, Indicadores de Libertad (*Gauge Freedoms*), y que son posibles gracias a las ecuaciones (1–4) y (1–6)– permiten desacoplar las ecuaciones (1–7) y (1–8), simplificándolas. Esto se demuestra a continuación.

Supóngase que se tienen dos conjuntos de potenciales ($V$,**A**) y ($V'$,**A**') que corresponden a los mismos campos **E** y **B**. Inicialmente se pueden relacionar ambos conjuntos de potenciales por medio de sendas sumas:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}'(\mathbf{r},t) &= \mathbf{A}(\mathbf{r},t) + \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t) \quad [\mathrm{V.s.m^{-1}}], \\ V'(\mathbf{r},t) &= V(\mathbf{r},t) + \Phi(\mathbf{r},t) \qquad [\mathrm{V}], \end{aligned} \tag{1–9}$$

siendo $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t)$ y $\Phi(\mathbf{r},t)$ dos campos (uno vectorial y otro escalar, respectivamente) que han de cumplir las condiciones establecidas a continuación.

Puesto que tanto **A** como **A**' conllevan al mismo **B**, reemplazando la ecuación superior de (1–9) en (1–4) se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \nabla\times\mathbf{A}'(\mathbf{r},t) &= \nabla\times\mathbf{A}(\mathbf{r},t) + \nabla\times\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t) = \nabla\times\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \\ \Rightarrow \nabla\times\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t) = \mathbf{0} &\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t) = \nabla\Upsilon(\mathbf{r},t)}. \end{aligned} \tag{1–10}$$

donde $\Upsilon(\mathbf{r},t)$ es una función escalar arbitraria, convenientemente elegida.

Del mismo modo, como $V$ y $V'$ han de producir el mismo **E**, la ecuación inferior de (1–9) y $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r},t)$ de (1–10) se reemplazan en (1–6) para dar

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\nabla V'(\mathbf{r},t) - \partial_t\mathbf{A}'(\mathbf{r},t) &= -\nabla V(\mathbf{r},t) - \partial_t\mathbf{A}(\mathbf{r},t) - \nabla\Phi(\mathbf{r},t) - \partial_t\nabla\Upsilon(\mathbf{r},t) \\ \Rightarrow \nabla\Phi(\mathbf{r},t) + \partial_t\nabla\Upsilon(\mathbf{r},t) &= \nabla\left[\Phi(\mathbf{r},t) + \partial_t\Upsilon(\mathbf{r},t)\right] = \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{1–11}$$

La expresión entre corchetes de la última igualdad de (1–11) es, entonces, independiente de las coordenadas espaciales, aunque puede depender del tiempo:

$$\nabla\left[\Phi(\mathbf{r},t) + \partial_t\Upsilon(\mathbf{r},t)\right] = \mathbf{0} \Rightarrow \Phi(\mathbf{r},t) = \kappa(t) - \partial_t\Upsilon(\mathbf{r},t)\,. \tag{1–12}$$

De hecho, se puede obligar a que la expresión matemática de $\Upsilon(\mathbf{r},t)$ absorba a $\kappa(t)$, ya que esto no alterará el resultado de $\nabla\Upsilon$. De esta manera, se tiene que las transformaciones (usualmente denominadas Indicadores de Transformación, o Condiciones de Transformación (*Gauge Transformations*) [GRIFFITHS1999],

$$\mathbf{A}'(\mathbf{r},t) \rightarrow \mathbf{A}(\mathbf{r},t) + \nabla\Upsilon(\mathbf{r},t)\,, \tag{1–13}$$

$$V'(\mathbf{r},t) \rightarrow V(\mathbf{r},t) - \partial_t \Upsilon(\mathbf{r},t)\,, \tag{1–14}$$

no alteran los valores de los campos eléctricos y magnéticos producidos por $V$ y $\mathbf{A}$. Dichos indicadores de transformación permiten elegir, con conveniente (aunque restringida) arbitrariedad, los potenciales. En este caso es ventajoso elegir la relación

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r},t) + c^{-2}\partial_t V(\mathbf{r},t) = 0\,, \tag{1–15}$$

denominada usualmente Condición de Lorenz *(Lorenz Gauge)* [ORFANIDIS2004][4].

Teniendo en cuenta la última igualdad, las ecuaciones (1–7) y (1–8) se reducen entonces a:

$$\nabla^2 V(\mathbf{r},t) - c^{-2}\partial_t^2 V(\mathbf{r},t) = -\varepsilon_0^{-1}\rho(\mathbf{r},t)\,. \tag{1–16}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r},t) - c^{-2}\partial_t^2 \mathbf{A}(\mathbf{r},t) = -\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r},t)\,, \tag{1–17}$$

denominadas comúnmente Ecuaciones de Ondas (o Ecuaciones de Helmholtz) de los potenciales eléctrico y vectorial magnético, cuyas soluciones son (ver Apéndice A.1.1):

$$V(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} \frac{\rho(\mathbf{r}',t')}{4\pi\,\varepsilon_0 |\mathbf{r}'-\mathbf{r}|}\,dv' \qquad [\text{V}]. \tag{1–18}$$

para el potencial eléctrico, y

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}',t')}{4\pi\,\mu_0^{-1} |\mathbf{r}'-\mathbf{r}|}\,dv' \qquad [\text{V.s.m}^{-1}]. \tag{1–19}$$

para el potencial vectorial magnético, siendo

$$t' = t - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|c^{-1}\,. \tag{1–20}$$

En palabras, las ecuaciones (1–18) y (1–19)[5] indican que el potencial eléctrico (o vectorial magnético) medido en el punto campo **r** y en un tiempo *t*, es igual a la suma (integral) de las contribuciones de las cargas (o densidades de corriente) eléctricas ubicadas en puntos fuente **r**' dentro del volumen *v*' y medidas en un instante anterior *t*', ya que, evidentemente, la influencia de las cargas sobre en el punto **r** sólo sucede después de haber transcurrido el tiempo $|\mathbf{r}–\mathbf{r}'|c^{-1}$, que es el que tarda la perturbación en viajar desde **r**' a **r** a la velocidad *c*. En la Figura 1-1 se observa un esquema

[4] En su libro (página 431) Orfanidis indica que el hallazgo es atribuible a L. V. Lorenz, y no a H. A. Lorentz, como lo establece la gran mayoría de los libros de electromagnetismo avanzado.

[5] Nótese que derivando con respecto al tiempo la (1–18) y hallando la divergencia de (1–19) se obtiene la (1–15).

correspondiente a la ecuación (1–19). En ella se observa la distribución volumétrica *v'* de densidad de corriente (vectorial), representada (arbitrariamente) por un cilindro[6].

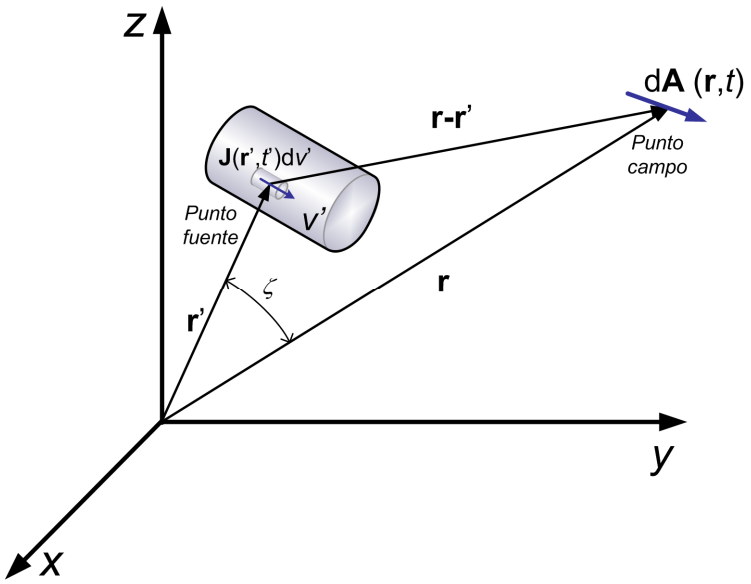



**Figura 1-1.** Esquema que se corresponde con la ecuación (1-19). Se supone que el diferencial **J**(**r**,*t'*)d*v'* produce un diferencial de vector potencial magnético d**A**(**r**,*t*). La integración de estos últimos da como resultado el potencial **A** en el punto **r** y en el instante *t*.

En esta Figura también se observan el punto fuente, correspondiente al vector de posición **r'** del diferencial de corriente **J**(**r'**,*t'*)d*v'* (pequeño cilindro con un vector local), y el punto campo correspondiente al vector de posición **r** del campo vectorial del potencial magnético **A**(**r**,*t*). Un esquema similar correspondería a una distribución de cargas eléctricas, la cual estaría relacionada con la ecuación (1–18).

En las ecuaciones (1–18) y (1–19) se observa que los generadores de campos potenciales eléctrico y vectorial magnético son las distribuciones de carga y de corriente, respectivamente. Puesto que la densidad de corriente **J** y la densidad de carga $\rho$ están relacionadas por la ecuación de continuidad (1–3), en el proceso de cálculo de campos sólo hay que tener en cuenta la distribución de **J** en el volumen que la encierra, razón por la cual gran parte del esfuerzo del diseñador que desea conocer el comportamiento de una antena o de un grupo de antenas se concentra en resolver casos en que se aplica la ecuación del potencial vectorial magnético (1–19). Si la distribución **J** se conoce, se intenta llegar a una solución cerrada de la integral volumétrica, muchas veces aplicando ingeniosos métodos matemáticos que facilitan esta tarea. Si esto no es posible, entonces es habitual utilizar métodos numéricos de resolución de integrales para llegar a una solución cuyo grado de aproximación depende exclusivamente del método elegido para resolver dicha integral (de esto se hablará posteriormente).

[6] Obsérvese que se ha utilizado la notación convencional de especificar con primas las variables que corresponden a los puntos en donde se localizan las fuentes infinitesimales (**r'**, *t'*, *v'*). Esta convención se seguirá utilizando a lo largo de la Tesis. Sin embargo, dichos apóstrofos serán eliminados en caso de que no exista ambigüedad en la interpretación de los símbolos.

Finalmente, si dicha distribución no se conoce[7], es usual aplicar métodos especiales para resolver las ecuaciones integrales resultantes. Dichos métodos se basan en algoritmos numéricos, algunos de los cuales se describirán en Sub–Secciones posteriores.

Gran parte de la literatura de análisis de antenas cuyas distribuciones de corrientes son conocidas se basa en resultados de un procedimiento resumido en el esquema de la Figura 1-2**.**

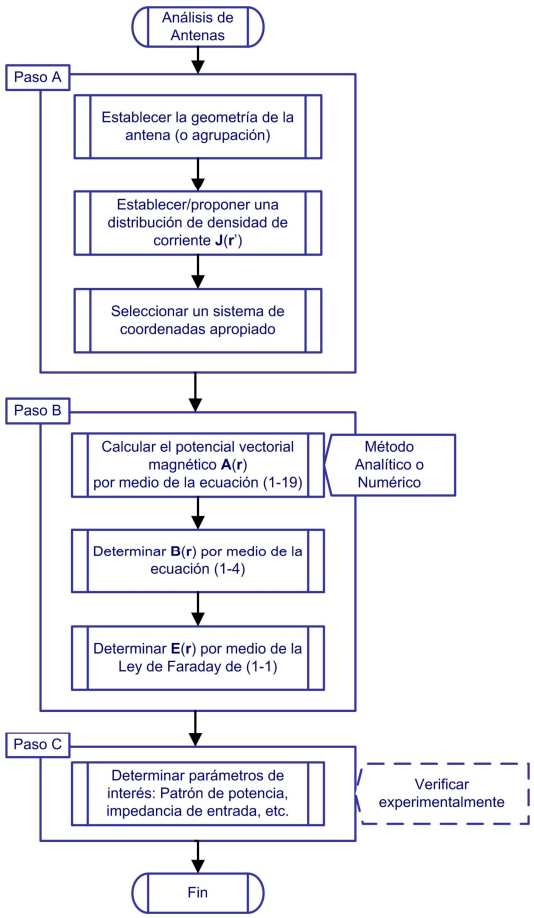



**Figura 1-2.** Diagrama de flujo típico utilizado en el cálculo de los parámetros de una antena para analizar su comportamiento.

El procedimiento consiste, básicamente, en seguir tres pasos:

- Establecer las características de la antena a analizar (Paso A);
- Calcular los campos correspondientes (potencial vectorial magnético, potencial escalar eléctrico, vectores eléctrico y magnético, Paso B);

[7] En rigor, pocas veces se conoce de antemano dicha distribución en el volumen *v*' –sólo en casos muy especiales, como por ejemplo el de dipolos infinitesimales– y lo que se hace en la práctica es *proponer* una distribución de corriente, la cual se *verifica* más tarde por medio de la experimentación, estando normalmente dicha verificación orientada hacia los *efectos* producidos por la distribución propuesta.

- Obtener los parámetros que el diseñador considera útiles (patrón de potencia, impedancia de entrada, coeficiente de reflexión de entrada, etcétera, Paso C).

Algunas veces el Paso B se reduce a calcular sólo uno o algunos de los tres campos vectoriales, y esto depende de las necesidades del diseñador. Respecto del Paso C, es menester considerar un conjunto de parámetros que son ampliamente utilizados en la teoría y el diseño de antenas. Los más útiles, desde el punto de vista de esta Tesis, serán presentados posteriormente, ver Sub–Sección 1.5.

Se observará que en la Figura 1-2 se han eliminado las dependencias temporales tanto de los campos como de los potenciales y las fuentes. Dicha simplificación es consecuencia directa de tomar fuentes que varían periódicamente en el tiempo. Esto se analiza en los siguientes parágrafos.

Antes de finalizar esta Sub–Sección, expondremos el Teorema de Poynting [POYNTING1884], que representa el teorema de la conservación de la potencia electromagnética y que será muy útil en Sub–Secciones posteriores: *En un sistema de volumen dado, el cambio de energía mecánica por unidad de tiempo (potencia) es igual a menos el cambio de la energía electromagnética.*

La densidad de carga eléctrica $\rho(\mathbf{r},t)$ posicionada en $\mathbf{r}$ en un tiempo $t$, viajando a una velocidad $\boldsymbol{\upsilon}=\partial_t\mathbf{r}$ y sometida a la acción de un campo electromagnético experimenta una fuerza (Fuerza de Lorentz [JACKSON1998]) $\mathbf{f} = \rho\,(\mathbf{E}+\boldsymbol{\upsilon}\times\mathbf{B})$. Puesto que $\mathbf{B}$ no realiza trabajo mecánico sobre la carga, el trabajo por unidad de tiempo (potencia) hecho por el campo electromagnético sobre este diferencial de carga es entonces $\mathbf{f}\cdot\partial_t\mathbf{r}=\mathbf{f}\cdot\boldsymbol{\upsilon}=\rho\boldsymbol{\upsilon}\cdot\mathbf{E}=\mathbf{J}\cdot\mathbf{E}$ (ya que $\rho\boldsymbol{\upsilon}=\mathbf{J}$). Despejando $\mathbf{J}$ de la Ley de Ampere–Maxwell de (1–1) y teniendo en cuenta tanto la identidad $\nabla\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{B})=\mathbf{B}\cdot(\nabla\times\mathbf{E})-\mathbf{E}\cdot(\nabla\times\mathbf{B})$ como la Ley de Faraday de (1–1) y la ecuación (1–2), se obtiene la siguiente igualdad:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\left\{\varepsilon_0\left[\partial_t\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right]+\mu_0\left[\partial_t\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\right\}-\nabla\cdot\left\{\mathbf{E}\times\left[\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\right\} \quad\Rightarrow$$
$$\boxed{\mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = -\partial_t\left(\tfrac{1}{2}\varepsilon_0E^2+\tfrac{1}{2}\mu_0^{-1}B^2\right)-\nabla\cdot\left[\mathbf{E}\times\left(\mu_0^{-1}\mathbf{B}\right)\right]} \quad \left[\mathrm{A.V.m^{-3}}\right]\equiv\left[\mathrm{W.m^{-3}}\right], \tag{1–21}$$

que es la expresión del Teorema de Poynting en forma diferencial.

Integrando en un volumen que contiene al sistema de densidades de corriente considerado, y aplicando el teorema de la divergencia al segundo término del lado derecho de la igualdad, se obtiene (1–21) en forma integral:

$$\iiint_v \mathbf{J}\cdot\mathbf{E}\,dv = -\iiint_v \partial_t\left(\tfrac{1}{2}\varepsilon_0E^2+\tfrac{1}{2}\mu_0^{-1}B^2\right)dv-\oiint_s\left[\mathbf{E}\times\left(\mu_0^{-1}\mathbf{B}\right)\right]\cdot d\mathbf{s} \quad [\mathrm{W}], \tag{1–22}$$

siendo $d\mathbf{s}=\mathbf{n}ds$ [$\mathrm{m^2}$] el vector diferencial de la superficie que encierra al volumen especificado, y $\mathbf{n}$ el vector unitario normal apuntando hacia el exterior de esta superficie.

El término de la izquierda de (1–22) representa la potencia total realizada por o sobre las cargas eléctricas del volumen considerado. Es fácil percatarse de la conveniencia de separar las cargas "que hacen trabajo sobre el sistema" de aquéllas "que reciben el trabajo del sistema", ya que entonces el término $\mathbf{J}\cdot\mathbf{E}$ deja de ser, en este sentido, ambiguo. En un sistema de microondas usual, las cargas que

hacen trabajo *sobre* el sistema se corresponden con las cargas pertenecientes a los generadores (fuentes), mientras que las cargas que *reciben* trabajo *del* sistema se corresponden con las pérdidas óhmicas de los materiales implicados en el volumen a analizar (metales, dieléctricos, y materiales magnéticos con los que se elaboran tanto las líneas de transmisión como las antenas alimentadas a través de éstas). La discriminación de dichos términos se pospone hasta la próxima Sub–Sección, en donde se presentarán las aclaraciones pertinentes.

El primer término de la derecha de la ecuación (1–22) representa el cambio (en el tiempo) de la energía instantánea almacenada en el campo electromagnético del sistema, representada, como es usual, por $\frac{1}{2}\iiint(\varepsilon_0 E^2+\mu_0^{-1}B^2)\mathrm{d}v$, donde $E=|\mathbf{E}(\mathbf{r},t)|$ y $B=|\mathbf{B}(\mathbf{r},t)|$, mientras que el segundo es la potencia instantánea total que emerge del volumen considerado, y es, por definición, el flujo del vector de Poynting $\mathbf{p}(\mathbf{r},t)$:

$$P(t)=\iint_s\left\{\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\left[\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\right\}\cdot d\mathbf{s}=\iint_s\mathbf{p}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s}\quad[\mathrm{W}]\,, \tag{1–23}$$

esto es,

$$\mathbf{p}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\left[\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\quad[\mathrm{W/m^2}]\,. \tag{1–24}$$

Queda claro, entonces, que el vector $\mathbf{p}(\mathbf{r},t)$ representa la potencia instantánea electromagnética por unidad de superficie que radia el sistema en cada punto de una superficie imaginaria que lo encierra.

## 1.3 CAMPOS ARMÓNICOS EN EL TIEMPO. REFORMULACIÓN DE LOS CONCEPTOS INICIALES.

A pesar de que los campos vectoriales y escalares vistos en la Sub–Sección anterior pueden depender arbitrariamente del tiempo, resulta conveniente considerar el caso especial en que tanto las fuentes como los campos son armónicos, es decir, las funciones que las representan se repiten tras haber transcurrido un cierto período temporal. Dicha consideración se realiza, fundamentalmente, por tres razones:

**1.** Es bien sabido que los sistemas de transmisión actuales trabajan con señales periódicas. En dichos sistemas, usualmente se procede a generar una señal de frecuencia constante, denominada portadora, sobre la cual se superpone la información útil que se desea transmitir, denominada moduladora. De esta manera, el estudio de los dispositivos en función de la frecuencia portadora resulta conveniente.

**2.** También es sabido que cualquier señal periódica, de frecuencia fundamental $f_0$, puede ser descompuesta, bajo ciertas restricciones, en una suma infinita de señales de frecuencia múltiplo de $f_0$. Puesto que las Ecuaciones de Maxwell son lineales en el espacio vacío, siempre es posible

analizar por separado, si es necesario, las distintas componentes que, combinadas linealmente, dan como resultado la señal inicial completa.

**3.** Una vez que se han considerado los puntos **1** y **2**, es fácil ver que los campos vectoriales con que se trabajan en dichos casos se pueden representar como la multiplicación de una parte puramente geométrica y otra puramente temporal (sinusoidal). De esa manera, es posible obviar el término matemático temporal (de frecuencia constante) y centrar la atención en los términos geométricos. Esto es lo que usualmente se denomina "trabajar en el dominio de la frecuencia". Esto se simplifica aún más si, por otra parte, el término temporal –generalmente de variación sinusoidal– se reemplaza por una exponencial compleja, ya que esto facilita labores usuales de cálculo tales como derivar, integrar, superponer señales, etcétera.

A continuación se explicará lo dicho en estos tres puntos con más claridad.

Supongamos que se tiene un campo eléctrico que varía cosinusoidalmente con el tiempo, y cuya oscilación está desfasada en el tiempo –respecto de un instante temporal previamente establecido, cuyo cero generalmente coincide con el de la fuente que origina el campo– en un ángulo $\psi_E$. Esto puede representarse de la siguiente manera:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\cos(\omega t + \psi_E) = \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\right\rangle \quad [\mathrm{V.m^{-1}}]. \tag{1–25}$$

donde $\mathscr{R}e\langle\rangle$ significa "parte real de lo encerrado entre $\langle\rangle$ ". Así, en la igualdad del centro de (1–25), **E**(**r**) contiene la parte geométrica, mientras que en $\cos(\omega t+\psi_E)$ está involucrada la parte temporal. Se observa, en cambio, en el término de la derecha, que el factor $e^{j\psi_E}$ ha sido incluido en **E**(**r**), con lo cual, este último no sólo depende del vector de posición **r**, sino de la fase relativa $\psi_E$. En lo que sigue, se sobreentenderá esta inclusión. Dicho de otro modo, **E**(**r**) indicará, en realidad, $\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\psi_E}$ (teniendo en cuenta que la $\psi_E$ también pueda ser, naturalmente, igual a cero)[8], excepto en casos especiales. El mismo criterio se aplicará para las demás funciones (vectoriales y escalares).

Según lo dicho, se puede trabajar directamente con la expresión $\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$, con tal de tener en cuenta en todo momento que es su parte real la que interesa. Del mismo modo, si se considera la correspondencia $f(x,y,z,t)=f(x,y,z)e^{j\omega t}$ para cualquier componente de campo vectorial, o para cualquier campo escalar (fuentes) utilizados en las Ecuaciones de Maxwell, el conjunto (1–1) se transforma en:

[8] Esta aclaración ayuda a entender expresiones del tipo $\mathrm{Re}\langle\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\rangle=\tfrac{1}{2}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}+\mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{-j\omega t}]$, (en donde el asterisco indica complejo conjugado) que son muy usuales en los libros de electromagnetismo y de teoría y diseño de antenas. Visto de esta manera, **E***(**r**) indicaría $\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-j\psi_E}$, siendo la **E**(**r**) de este último caso un vector real.

$$\begin{array}{|c|}\hline \varepsilon_0 \nabla \cdot \left(\mathbf{E}\, e^{j\omega t}\right) = \rho\, e^{j\omega t} \\ \hline \nabla \times \left(\mathbf{E}\, e^{j\omega t}\right) = -j\omega \mathbf{B}\, e^{j\omega t} \\ \hline \nabla \cdot \left(\mathbf{B}\, e^{j\omega t}\right) = 0 \\ \hline \varepsilon_0 c^2 \nabla \times \left(\mathbf{B}\, e^{j\omega t}\right) = \mathbf{J} e^{j\omega t} + j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}\, e^{j\omega t} \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \\ \hline \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) \\ \hline \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \\ \hline \varepsilon_0 c^2 \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \hline \end{array} \qquad (1\text{–}26)$$

La ecuación de continuidad (1–3) resulta ser, entonces:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) = -j\,\omega\,\rho(\mathbf{r}) \quad [\mathrm{A.m^{-3}}] \equiv [\mathrm{Coul.s^{-1}.m^{-3}}], \qquad (1\text{–}27)$$

mientras que la relación entre la densidad de flujo magnético y el potencial vectorial magnético es muy similar a la que se presentó anteriormente,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}). \qquad (1\text{–}28)$$

La relación entre el campo eléctrico y los potenciales es ahora:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r}) - j\omega\, \mathbf{A}(\mathbf{r}). \qquad (1\text{–}29)$$

Estas ecuaciones se deducen fácilmente de aquéllas dadas en la Sub–Sección anterior si se tiene en cuenta la equivalencia $\partial/\partial t \equiv j\omega$, o lo que es lo mismo, $\partial_t(\mathbf{T}e^{j\omega t}) = j\omega \mathbf{T} e^{j\omega t}$ siendo $\mathbf{T}=\mathbf{T}(\mathbf{r})$ un campo vectorial que no depende del tiempo[9]. Afortunadamente, también se cumple que $\partial_t(\mathscr{R}e\langle e^{j\omega t}\rangle) = \mathscr{R}e\langle \partial_t e^{j\omega t}\rangle$ y que $\int \mathscr{R}e\langle e^{j\omega t}\rangle dt = \mathscr{R}e\langle \int e^{j\omega t} dt\rangle$ (ver Apéndice A.1.2), y esto facilita aún más la labor en los análisis, cuando se trabaja con campos armónicos. Según se observa, $\mathbf{E}=\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{J}=\mathbf{J}(\mathbf{r})$ y $\mathbf{B}=\mathbf{B}(\mathbf{r})$ son los términos que dependen puramente de las variables espaciales y que se corresponden con los campos $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$. Utilizando los mismos principios, las soluciones a los campos potenciales (1–18) y (1–19) se pueden transformar, respectivamente, en (1–30) y (1–31):

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r},t) &= \iiint_{v'} \frac{\rho(\mathbf{r}')\, e^{j\omega t'}}{4\pi\,\varepsilon_0 \left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} dv' = \iiint_{v'} \frac{\rho(\mathbf{r}')\, e^{j\omega\left(t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right)}}{4\pi\,\varepsilon_0 \left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} dv' \\ \Rightarrow V(\mathbf{r},t) &= \left( \iiint_{v'} \frac{\rho(\mathbf{r}')\, e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi\,\varepsilon_0 \left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} dv' \right) e^{j\omega t} = V(\mathbf{r})\, e^{j\omega t}, \end{aligned} \qquad (1\text{–}30)$$

[9] Y a la inversa, en caso de que se tengan integrales, la equivalencia será $\int dt \equiv -j/\omega$, siempre que se considere esta equivalencia como un operador que se aplica a una cierta función y no como una igualdad en sí.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{j\omega t'}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv' = \iiint_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{j\omega\left(t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right)}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'$$
$$\Rightarrow \mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \left(\iiint_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'\right)e^{j\omega t} = \mathbf{A}(\mathbf{r})e^{j\omega t}. \quad (1\text{–}31)$$

En estas últimas ecuaciones se han realizado los reemplazos

$$\rho(\mathbf{r}',t') \to \rho(\mathbf{r}')e^{j\omega t'} \text{ y } \mathbf{J}(\mathbf{r}',t') \to \mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{j\omega t'}, \quad (1\text{–}32)$$

además de tenerse en cuenta la ecuación (1–20).

Ahora se pone en evidencia la conveniencia de elegir expresiones análogas a la (1–25): se observa en las ecuaciones (1–26) a (1–31) que se han desacoplado los términos geométricos de los términos temporales. A una frecuencia dada *f* [Hz], cuya relación con la frecuencia angular es la conocida:

$$\omega = 2\pi f \quad [\text{s}^{-1}], \quad (1\text{–}33)$$

sólo es necesario concentrarse en los términos geométricos, obviando los términos temporales durante los cálculos y análisis.

De aquí en adelante se trabajará en el dominio de la frecuencia, y por lo tanto se tomará por sobrentendido el término temporal $e^{j\omega t}$ –esto es, se dará por sentado que se está trabajando a una frecuencia específica *f*–. Dicho término se incluirá explícitamente en las ecuaciones sólo cuando sea necesario.

Se analiza ahora la conveniencia de discriminar las cargas fuente de las cargas "de consumo". La Ley de Gauss para Campos Eléctricos de (1–26) indica la relación entre el campo eléctrico **E** y la densidad volumétrica de carga total $\rho$, que puede separarse, convenientemente, en densidad de cargas de generación (fuentes) $\rho_{gen}$, y de consumo, y dentro de las de consumo, en libres $\rho_{lib}$ (que en nuestro caso son las que corresponden a las cargas de los conductores) y de polarización $\rho_{pol}$ (que se corresponden con las cargas "restringidas" de los materiales dieléctricos). Esto resulta útil, puesto que generalmente una antena (o bien los dispositivos que la alimentan) está compuesta por conductores y dieléctricos[10], a los que se asocian, respectivamente, las cargas libres y de polarización.

Puesto que la presencia de una densidad volumétrica de carga de polarización $\rho_{pol}$ implica un flujo por unidad de volumen del vector polarización **P**(**r**) [FEYNMAN1998],

$$\rho_{pol}(\mathbf{r}) = -\nabla\cdot\mathbf{P}(\mathbf{r}) \quad [\text{Coul.m}^{-3}], \quad (1\text{–}34)$$

[10] En estos últimos años se han incrementado las investigaciones relacionadas con antenas a las que se insertan componentes semiconductores discretos [WONG2002]. También se están abriendo nuevas posibilidades con el estudio de antenas de plasma (ver [RAYNER2004], por ejemplo).

la Ley de Gauss de (1–26) puede ser expresada como

$$\begin{aligned}&\varepsilon_0\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})=\rho(\mathbf{r})=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})+\rho_{pol}(\mathbf{r})=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})-\nabla\cdot\mathbf{P}(\mathbf{r})\Rightarrow\\&\Rightarrow\varepsilon_0\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})+\nabla\cdot\mathbf{P}(\mathbf{r})=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})\Rightarrow\nabla\cdot\left[\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r})+\mathbf{P}(\mathbf{r})\right]=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r}).\end{aligned}\qquad(1\text{–}35)$$

Si se considera que el dieléctrico analizado es lineal e isotrópico (como sucede con los materiales de las antenas que se estudiarán en esta Tesis), es posible simplificar la ecuación anterior haciendo $\mathbf{P}=\varepsilon_0\chi_e\mathbf{E}$, siendo $\chi_e=\chi_e(\mathbf{r})$ un escalar denominado "susceptibilidad eléctrica" (cantidad adimensional). De esta manera, (1–35) se reduce a:

$$\begin{aligned}&\nabla\cdot\left[\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r})+\mathbf{P}(\mathbf{r})\right]=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})\Rightarrow\nabla\cdot\left[\varepsilon_0\left(1+\chi_e\right)\mathbf{E}(\mathbf{r})\right]=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})\\&\Rightarrow\nabla\cdot\left[\varepsilon\mathbf{E}(\mathbf{r})\right]=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})\Rightarrow\boxed{\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho_{gl}(\mathbf{r})}\quad\left[\text{Coul.m}^{-3}\right],\end{aligned}\qquad(1\text{–}36)$$

en donde $\mathbf{D}(\mathbf{r})=\varepsilon(\mathbf{r})\,\mathbf{E}(\mathbf{r})$ es la denominada densidad de flujo eléctrico [Coul.m$^{-2}$], mientras que $\varepsilon$ es la permitividad del medio material considerado, que, en general, es un número complejo[11]. Así, si se reescribe $\varepsilon$ como la suma de una parte real y una parte imaginaria negativa (la selección de dicho signo se realiza por conveniencia), se tiene:

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\left(1+\chi_e\right)\mathbf{E}=\varepsilon\mathbf{E}=\left(\varepsilon'-j\varepsilon''\right)\mathbf{E}=\varepsilon'\mathbf{E}-j\varepsilon''\mathbf{E}\qquad[\text{Coul.m}^{-2}].\qquad(1\text{–}37)$$

Se observa que el primer término de la derecha de la igualdad está en fase (temporal) con el vector eléctrico **E**, mientras que el segundo está retrasado 90º respecto del mismo vector[12].

La expresión de (1–36) encerrada con un rectángulo es la que se presenta usualmente como Primera Ecuación de Maxwell en los libros de teoría y diseño de antenas, con el subíndice *gl*" sobrentendido, siendo $\rho_{gl}(\mathbf{r})=\rho_{gen}(\mathbf{r})+\rho_{lib}(\mathbf{r})$ la densidad volumétrica de carga "no restringida", esto es, que no pertenecen a dieléctricos.

A continuación se analizan las componentes de la corriente **J** para aplicar razonamientos similares a la Ley de Ampere–Maxwell.

Del mismo modo que con la carga eléctrica, se puede suponer, por conveniencia, que la densidad de corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ es la combinación de cuatro componentes: una parte $\mathbf{J}_{gen}$ correspondiente a las fuentes (generador), otra $\mathbf{J}_{lib}$ a la de conducción (inducidas en los metales de las líneas de transmisión y de las antenas), la $\mathbf{J}_{pol}$ de polarización (inducida en los dieléctricos de las líneas de transmisión y de las antenas), y la $\mathbf{J}_{mag}$ de los dipolos magnéticos (inducida en materiales magnéticos del sistema en estudio, tales como ferritas). Puesto que en esta Tesis no se tratarán antenas con materiales magnéticos, las

[11] Es bien sabido que, en caso de materiales anisotrópicos, esta cantidad representa un tensor.

[12] Esto se ve más claramente si se escribe el término $e^{j\omega t}$ explícitamente: $\mathbf{D}(\mathbf{r})e^{j\omega t}=\varepsilon'\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}+\varepsilon''\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j(\omega t-\pi/2)}$, ya que $-j=e^{-j\pi/2}$, recordando que tanto $\varepsilon$' como $\varepsilon$'' son números reales. Sabiendo que es la parte real de esta igualdad lo que interesa, obtenemos $\mathbf{D}(\mathbf{r})cos(\omega t)=\varepsilon'\mathbf{E}(\mathbf{r})cos(\omega t)+\varepsilon''\mathbf{E}(\mathbf{r})cos(\omega t-\pi/2)$, observándose con detalle el desfase del que se hablaba.

densidades de corriente inducidas $\mathbf{J}_{mag}$ serán descartadas. Habiendo establecido estas limitaciones, la Ley de Ampere–Maxwell puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\varepsilon_0 c^2 \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{gen}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{lib}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad [\text{A.m}^{-2}]. \tag{1–38}$$

La densidad de corriente de polarización puede obtenerse derivando con respecto al tiempo la ecuación (1–34), y teniendo en cuenta nuevamente que se están analizando materiales lineales e isotrópicos[13]:

$$\begin{aligned} j\omega\rho_{pol}(\mathbf{r}) = -\nabla\cdot\left[j\omega\mathbf{P}(\mathbf{r})\right] = -\nabla\cdot\mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) \Rightarrow \mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) = j\omega\mathbf{P}(\mathbf{r}) \\ \Rightarrow \mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) = j\omega\varepsilon_0\chi_e\mathbf{E}(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{1–39}$$

Nótese que la expresión $-\nabla\cdot\mathbf{J}_{pol}(\rho)=j\omega\rho_{pol}$ es análoga a la ecuación de continuidad (1–27).

Si reemplazamos la última expresión de (1–39) en (1–38), obtenemos la Ley de Ampere –Maxwell, convenientemente modificada:

$$\begin{aligned} &\nabla\times\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{gen}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{lib}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon\mathbf{D}(\mathbf{r}) \\ &\Rightarrow \boxed{\nabla\times\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{gl}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon\mathbf{D}(\mathbf{r})} \quad \left[\text{A.m}^{-2}\right], \end{aligned} \tag{1–40}$$

habiéndose hecho las mismas consideraciones que cuando se obtuvo la (1–36).

La expresión (1–40), con el subíndice *gl* implícito [y en donde queda claro que $\mathbf{J}_{gen}(\mathbf{r})+\mathbf{J}_{lib}=\mathbf{J}_{gl}(\mathbf{r})$ es la densidad de corriente de cargas "no restringidas"], es la que usualmente se presenta como Cuarta Ecuación de Maxwell en los libros de teoría y diseño de antenas, y en donde la cantidad

$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 c^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{B}(\mathbf{r}) \qquad [\text{A.m}^{-1}], \tag{1–41}$$

que representa la intensidad de campo magnético en el vacío, es usualmente reemplazada por la $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ correspondiente a medios materiales magnéticos. El valor de (1–41) coincide numéricamente con la intensidad de campo magnético de los materiales aquí considerados, según lo expresado en párrafos anteriores.

Puesto que, como se había dicho, en un dispositivo radiante las densidades de corriente de cargas libres se corresponden con las de conducción de los metales que lo conforman, se puede aplicar la Ley de Ohm [SADIKU 1998]

[13] En rigor, en la (1–39) $-\nabla\cdot\left[j\omega\mathbf{P}(\mathbf{r})\right] = -\nabla\cdot\mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) \Rightarrow \mathbf{J}_{pol}(\mathbf{r}) = j\omega\mathbf{P}(\mathbf{r}) + \mathbf{C}_0$ , siendo $\mathbf{C}_0$ un vector cuya divergencia es cero. La solución más simple consiste en establecer $\mathbf{C}_0=\mathbf{0}$, según se observa.

$$\mathbf{J}_{lib}(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{1–42}$$

en donde $\sigma=\sigma(\mathbf{r})$ [Siemens.m$^{-1}$≡Coul$^2$.N$^{-1}$.seg$^{-1}$.m$^{-2}$] es la conductividad localizada en cualquier punto **r** de los metales en estudio. Reemplazando (1–42) en la expresión superior de (1–40), escribiendo nuevamente la permitividad compleja como $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$, y reagrupando términos, se obtiene:

$$\nabla \times \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{gen}(\mathbf{r}) + (\sigma + \omega\varepsilon'')\mathbf{E}(\mathbf{r}) + j\omega\varepsilon'\mathbf{E}(\mathbf{r}). \tag{1–43}$$

El segundo término de la derecha de (1–43) corresponde a la densidad de corriente de pérdidas óhmicas (localizadas) del elemento radiante, y puesto que tanto $\sigma$ como $\omega\varepsilon''$ son cantidades reales, se infiere que dichas pérdidas están en fase (temporal) con el campo **E** (en analogía con lo establecido en la teoría de circuitos, en donde se indica que la corriente que circula por una resistencia está en fase con la tensión aplicada en sus bornes). El término $\sigma+\omega\varepsilon''$, que puede ser considerado como la conductividad efectiva total, indica que al término de conductividad del metal se le ha de agregar el de conductividad efectiva del dieléctrico. El término $j\omega\varepsilon'\mathbf{E}(\mathbf{r})$, que se adelanta en fase al campo **E** –ya que $j=e^{j\pi/2}$–, se corresponde con la corriente debido a la energía reactiva del elemento radiante (impedancia reactiva, en analogía con el término perteneciente a la teoría de circuitos), según se comentó en párrafos anteriores.

Una cantidad de interés, relacionada con la (1–43), es la Tangente de Pérdidas (*Loss Tangent* [POZAR2004]), o Tangente de Delta, definida como la cantidad adimensional:

$$\tan\delta = \frac{\sigma + \omega\varepsilon''}{\omega\varepsilon'}, \tag{1–44}$$

la cual, según se observa, es la relación entre las partes real e imaginaria de la corriente total $\mathbf{J}_{lib}+j\omega\varepsilon\mathbf{D}$, o, lo que es lo mismo, la razón entre la amplitud de la corriente de conducción total respecto de la amplitud de la corriente de desplazamiento pura. A mayor valor de la tan$\delta$, mayores son las pérdidas óhmicas del sistema considerado. Nótese que esta cantidad depende de la frecuencia $\omega$ de variación de los campos a la que está sometido el material. Los materiales dieléctricos utilizados en microondas se caracterizan usualmente por medio de los valores de la permitividad real $\varepsilon'=\varepsilon_r.\varepsilon_0$ (siendo $\varepsilon_r$ la permitividad relativa) y de la tangente de delta, a una cierta frecuencia [POZAR2004]. Existen tablas que especifican dichos valores para una gran cantidad de materiales.

Una vez establecidas las corrientes de pérdidas, es útil volver a considerar el Teorema de Poynting, pero esta vez discriminando los términos correspondientes a las corrientes de generación, libres y de polarización, en el caso de campos armónicos en el tiempo, con los valores de potencia *promediados en un ciclo temporal*[14].

[14] Si se integra la densidad de potencia [W/m$^2$] (vector de Poynting) en un ciclo, se obtiene la densidad de energía [J/m$^2$] correspondiente a ese ciclo. Si esta densidad de energía se divide por el periodo, se obtendrá la densidad de potencia promedio.

Aplicando razonamientos análogos a los vistos en las deducciones anteriores se obtiene la ecuación de conservación de potencia promedio (Apéndice A.1.3):

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{J}_{gen}^{*}\cdot\mathbf{E} = -\tfrac{1}{2}(\sigma+\omega\varepsilon'')E^2 - \tfrac{1}{2}j\omega\left(\mu_0^{-1}B^2-\varepsilon' E^2\right) - \tfrac{1}{2}\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^{*}\right) \qquad [\mathrm{W.m^{-3}}], \tag{1–45}$$

la cual, integrada sobre un volumen que contiene al sistema de cargas, lleva a:

$$\tfrac{1}{2}\iiint_v \mathbf{J}_{gen}^{*}\cdot\mathbf{E}\,dv = -\tfrac{1}{2}\iiint_v(\sigma+\omega\varepsilon'')E^2\,dv - \tfrac{1}{2}j\omega\iiint_v\left(\mu_0^{-1}B^2-\varepsilon' E^2\right)dv - \tfrac{1}{2}\oiint_s\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^{*}\right)\cdot d\mathbf{s} \quad [\mathrm{W}], \tag{1–46}$$

en donde se ha tenido en cuenta el teorema de la divergencia para el último término. Resulta útil recordar que en esta última ecuación el término $e^{j\omega t}$ *no está implícito*, ya que se trata de cantidades promediadas en un periodo *T*, y por lo tanto, *constantes* en *t* (de esta manera, una cantidad compleja *no implica* retardo o adelanto en el tiempo, como sucede con las cantidades armónicas complejas en donde se incluye el término exponencial complejo).

El término a la izquierda de la igualdad de (1–46) es el trabajo por unidad de tiempo hecho por las cargas correspondientes a los generadores:

$$P_G = \tfrac{1}{2}\iiint_v \mathbf{J}_{gen}^{*}\cdot\mathbf{E}\,dv\,. \tag{1–47}$$

Podría considerarse que ésta es la potencia promedio de entrada, ya que es la que se suministra al sistema.

La primera integral a la derecha de la igualdad de (1–46) representa las pérdidas óhmicas en los conductores y materiales dieléctricos (el signo negativo indica pérdida, o potencia saliente del volumen *v*),

$$P_P = \tfrac{1}{2}\iiint_v(\sigma+\omega\varepsilon'')E^2\,dv = \tfrac{1}{2}\iiint_v\sigma E^2\,dv + \tfrac{1}{2}\iiint_v\omega\varepsilon'' E^2\,dv = P_{PC}+P_{PD}\,, \tag{1–48}$$

en donde se han separado los términos debidos a las pérdidas en los conductores $P_{PC}$ y en los materiales dieléctricos $P_{PD}$.

La segunda integral a la derecha de la igualdad de (1–46)

$$P_{AL} = \tfrac{1}{2}j\omega\iiint_v\left(\mu_0^{-1}B^2-\varepsilon' E^2\right)dv = 2j\omega\left(W_m - W_e\right) \tag{1–49}$$

representa la potencia electromagnética almacenada[15] en el volumen *v* durante un ciclo *T*. Considerando que $\mu_0$ y $\varepsilon_0$ son números reales positivos, se deduce que $P_{AL}$ es una cantidad imaginaria pura. En ella, los términos

[15] Nótese –ver ecuaciones (1–48) y (1–49)– que el coeficiente $\varepsilon$'' contribuye a las pérdidas debidas al material dieléctrico, mientras que $\varepsilon$' contribuye a la capacidad de almacenamiento del campo eléctrico de dicho material.

$$W_m = \tfrac{1}{4}\iiint_v \mu_0^{-1} B^2 \, dv,$$
$$W_e = \tfrac{1}{4}\iiint_v \varepsilon' E^2 \, dv, \qquad (1\text{–}50)$$

medidos en Joules, representan, respectivamente, las energías magnética y eléctrica acumuladas a lo largo de un periodo $T$ en el volumen $v$ [POZAR2004].

Por último, la integral de superficie

$$P_R = \tfrac{1}{2}\iint_s \left(\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0^*\right) \cdot d\mathbf{s}\,, \qquad (1\text{–}51)$$

es la potencia compleja de radiación.

De esta manera,

$$P_G = -P_P - P_{AL} - P_R = -\left(P_{PC} + P_{PD}\right) - 2j\omega\left(W_m - W_e\right) - P_R\,, \qquad (1\text{–}52)$$

representa el teorema de la conservación del cambio de la energía en el tiempo: la parte real de (1–52) da el balance de potencia activa del sistema, mientras que la parte imaginaria da el balance de potencia reactiva.

En lo que sigue se aplicarán los conceptos hasta aquí desarrollados al caso de las antenas, con extensión a los sistemas de microondas en caso de que se considere necesario.

## 1.4 TIPOS DE ANTENAS.

Conviene en este punto dar una idea de los tipos de antenas más usuales presentados en la bibliografía contemporánea. El refinamiento del estudio y el desarrollo de tipos específicos de geometrías (y de distribuciones de corriente), se postergará hasta el próximo Capítulo.

Resultaría prácticamente imposible enumerar todas las antenas disponibles en la literatura técnica y en la industria. Afortunadamente se las puede agrupar de acuerdo a sus particularidades geométricas más relevantes, las cuales están, básicamente, limitadas por las exigencias del problema de diseño.

Bajo este punto de vista, las antenas se podrían clasificar en: lineales, planas y volumétricas[16], según se describe a continuación.

Una antena lineal es un dispositivo radiante (metal) en el que una de sus dimensiones físicas (o eléctricas[17], que para el caso es lo mismo) prepondera sobre las otras dos, como en una línea geométrica idealizada. Los dipolos, las agrupaciones[18] lineales de dipolos, las antenas helicoidales, las

[16] Esta clasificación no es común en la literatura técnica (al menos no aparece en ninguno de los libros que se citan en la bibliografía), sin embargo, es suficiente para los propósitos que aquí se persiguen: sencillez y brevedad. En [BALANIS1997], por ejemplo, se da la siguiente clasificación: Antenas de Hilo, Aberturas, Agrupaciones, Antenas Reflectoras y Antenas de Lente.

[17] Es bien sabido que la Dimensión Eléctrica $D_E$ es la relación entre una longitud $D$ [m] real y la longitud de onda $\lambda$ [m] perteneciente a una frecuencia de trabajo $D_E = D/\lambda$. Para $D$=constante, $D_E$ es proporcional a la frecuencia de trabajo.

[18] En la Sección 1.5.6 se dará una definición adecuada al término de "agrupación".

antenas de lazo (circular o cuadrado), entran en esta categoría. En la Figura 1-3 se observan algunas de ellas. En esta categoría también se incluyen, por ejemplo, las antenas de ranuras lineales, aunque en este caso, no es un conductor lineal el que produce la radiación electromagnética (como en los ejemplos anteriores), sino una (o varias) ranuras practicadas en un metal, generalmente plano (al igual que la agrupación de ranuras especificada en la Figura 1-3).

Las antenas planas son aquéllas en las que dos de sus dimensiones eléctricas preponderan sobre la tercera. Un ejemplo típico de esta categoría son los parches en general (circulares, rectangulares, elípticos, triangulares, fractales etcétera). También las agrupaciones planas se incluyen en esta categoría (aun cuando los elementos de la agrupación sean antenas lineales). En la Figura 1-3 se observan algunos ejemplos de parches, así como también agrupaciones planas de dipolos, de ranuras lineales y de parches rectangulares.

Las antenas volumétricas son las que no pueden ser clasificadas como lineales ni planas, ya que, en general, la geometría de los conductores involucrados en su diseño se extiende más allá de las dos dimensiones. En la Figura 1-3 se muestran algunos ejemplos de este tipo de antenas: bocina piramidal, agrupación conformada de parches circulares y reflector parabólico. En esta clasificación también podrían ser incluidas las lentes de antenas, los dipolos triangulares [BALANIS1997] o las antenas cónicas [ELLIOTT2003], por citar otros dos ejemplos.

En la Figura 1-4 se observan fotografías de algunas antenas muy utilizadas en la actualidad. Todas ellas se incluyen en alguno de los tipos especificados anteriormente. La antena de panel, por ejemplo, muy utilizada en las estaciones base de comunicaciones por telefonía móvil, es una agrupación lineal de dipolos colineales (ver Figura 1-3) a la que se acopla un plano metálico (plano de tierra) que permite dirigir mejor la radiación hacia un hemisferio, todo ello cubierto con un material protector (no conductor). El lector puede encontrar más información en la bibliografía especializada correspondiente.

Una vez que se ha establecido la geometría de la antena, es necesario conocer el dispositivo de alimentación al que está conectada, es decir, al origen de su fuente electromagnética. Las fuentes pueden estar acopladas al sistema radiante bien por conexión directa, la mayoría de las veces a través de una línea de transmisión (hay contacto físico –usualmente mediante soldadura– entre los metales de la fuente, la línea de transmisión y la antena) o por inducción electromagnética (entre el alimentador y el elemento radiante existe una distancia de separación no despreciable, compuesta por aire, o bien vacío, de por medio –o quizá por otro dieléctrico–). En este último caso es el dispositivo inductor el que ha de estar conectado a la línea de transmisión. Ejemplos de líneas de transmisión son los cables coaxiales o bien las guías de ondas. Así, una configuración común es la de generador↔cable coaxial↔dipolo. Otras configuraciones conocidas son generador↔cable coaxial↔parche radiante, o bien, generador↔ guía de ondas↔ranuras de la guía, etcétera (en todos estos casos se han obviado los correspondientes conectores). En Sub–Secciones posteriores se darán más detalles de lo aquí expuesto.

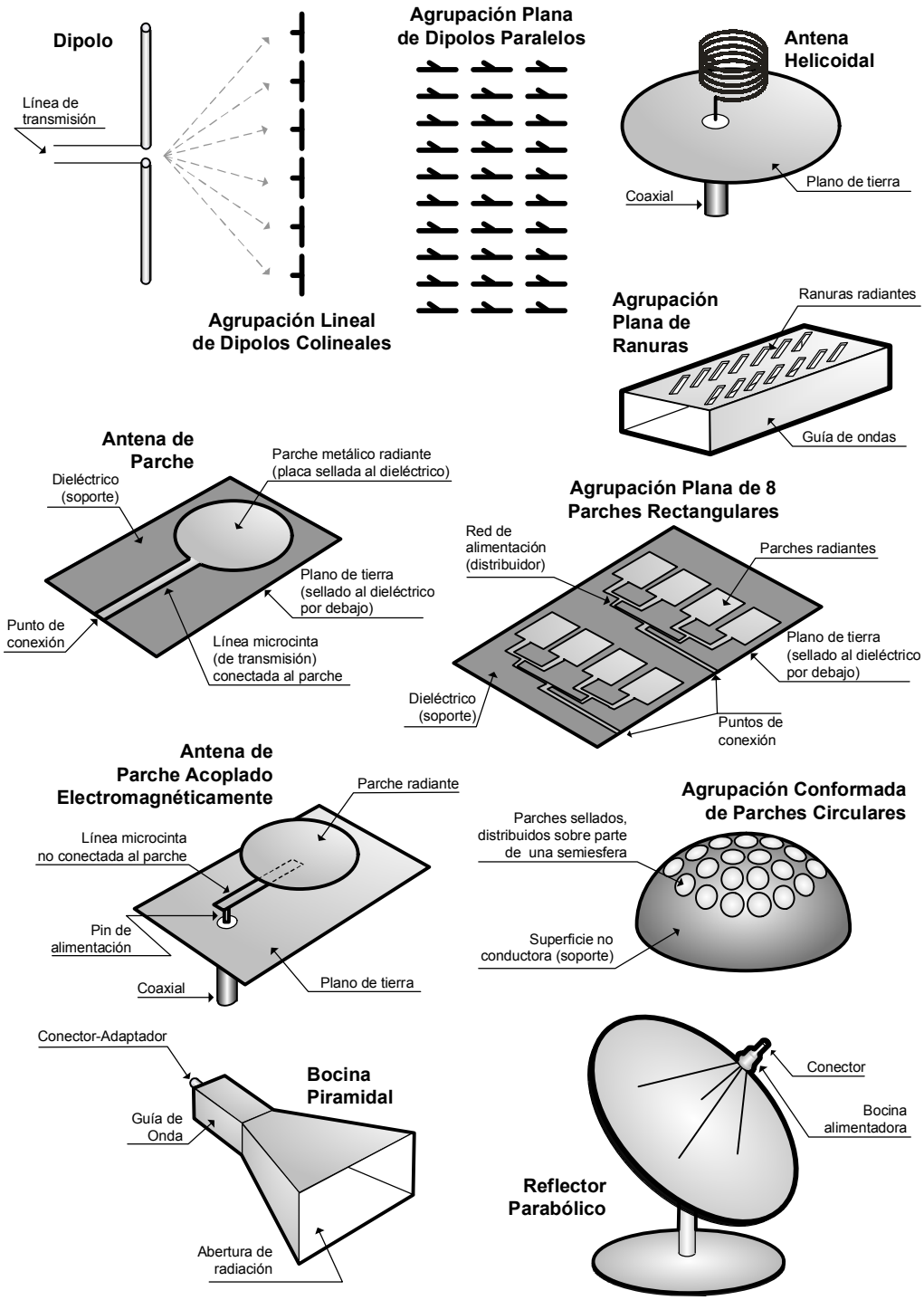



**Figura 1-3.** Esquemas de diversos tipos de antenas. El dipolo y la helicoide son antenas lineales. Las antenas de parche y de parche acoplado electromagnéticamente son del tipo planas, al igual que la agrupación de 8 parches rectangulares o la agrupación de ranuras. La bocina, la agrupación conformada y el reflector parabólico (alimentado por una bocina) son antenas volumétricas. Nótese que una antena plana puede estar compuesta por un conjunto de antenas lineales (como la agrupación plana de dipolos o la agrupación de ranuras). De la misma manera, una antena volumétrica puede estar compuesta por un conjunto de antenas planas (como la agrupación conformada).

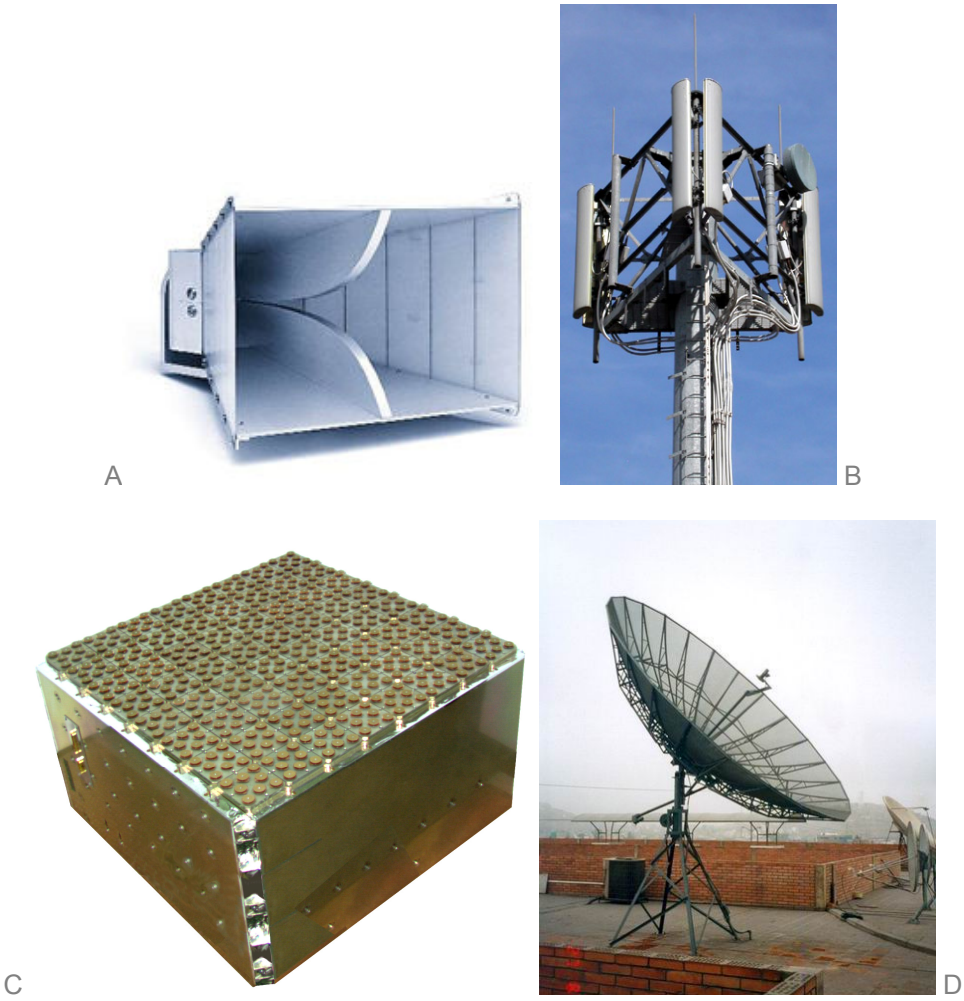



**Figura 1-4.** Fotografías de algunas antenas. A: antena de bocina, tipo Vivaldi. B: antenas de panel muy utilizadas actualmente en las estaciones de telefonía móvil. C: agrupación plana para emplazamiento en el satélite HispaSAT (la distribución de excitación de esta antena fue sintetizada por el Grupo de Sistemas Radiantes de la USC). D: reflector parabólico instalado en la terraza de un edificio.

## 1.5 TERMINOLOGÍA TÉCNICA. DEFINICIONES.

### 1.5.1 TÉRMINOS FUNDAMENTALES.

En la práctica, resulta útil definir ciertos parámetros que permitan especificar las bondades de una antena, o de una agrupación de ellas, en función de los requerimientos establecidos por el diseño. En la literatura técnica actual existe un conjunto de parámetros que son habitualmente utilizados para caracterizar una antena. En esta Sub–Sección se presentan los conceptos más útiles (desde un punto de vista de aplicabilidad a esta Tesis) de dicho conjunto[19].

[19] En el Capítulo dedicado al diseño y experimentación de varios prototipos de antenas se presentarán conceptos novedosos, definidos para adecuarse a los casos de estudio.

Puesto que la mayoría de los términos que se van a definir en esta y en las siguientes Sub–Secciones han sido obtenidos del Estándar del IEEE [IEEESTD1993], se utilizará la siguiente convención: cada vez que la definición que se cita esté entre comillas y no esté referenciada, corresponderá a la traducción directa dada en dicho Estándar. En caso contrario, la correspondiente bibliografía (si atañe) será citada.

Se llama Radiación Electromagnética *REmg* (*Electromagnetic Radiation*) a la "Emisión de energía electromagnética desde una región finita en forma de ondas no guiadas". El término *REmg* describe el proceso de transmisión de energía en el espacio libre, o bien a través del aire, de una fuente emisora hacia una fuente receptora, sin restricciones físicas pre–diseñadas, como podría ser el caso de una línea de transmisión con cable coaxial, por citar un ejemplo. En este sentido, el control de la radiación se produce mediante el adecuado diseño de un dispositivo capaz de dirigir la energía radiada hacia puntos del espacio que resultan de interés.

Se denomina Intensidad de Radiación (*Radiation Intensity*) a "La potencia por unidad de ángulo sólido radiada desde una antena en una dirección dada".

La potencia total promediada en un ciclo temporal $P_{MED}$, que es la potencia total *radiada* por la antena, es igual al flujo de la mitad de la parte real del vector de Poynting a través de una superficie cerrada (hipotética) que rodea la antena, es decir que corresponde a la parte real de la ecuación (1–51), ver Apéndice A.1.3:

$$P_{MED} = P_{RA} = \tfrac{1}{2} \oiint_S \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mu_0^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{r})^* \right\rangle \cdot d\mathbf{s} \quad [\mathrm{W}], \tag{1–53}$$

en donde se ha agregado el subíndice *A* para indicar que se está hablando de potencia radiada por una antena. Si se considera una esfera de radio *r* alrededor de dicha antena[20], se tendrá, en coordenadas esféricas usuales, ver Figura 1-5, que:

$$\begin{aligned} d\mathbf{s} = \mathbf{a}_r r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi \Rightarrow P_{RA} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \left[ \tfrac{1}{2} \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mu_0^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{r})^* \right\rangle \cdot \mathbf{a}_r r^2 \right] sen\theta \, d\theta \, d\varphi \Rightarrow \\ P_{RA} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U(\theta,\varphi) \, sen\theta \, d\theta \, d\varphi = \oiint_\Omega U \, d\Omega. \end{aligned} \tag{1–54}$$

El término entre corchetes de (1–54) es la intensidad de radiación $U(\theta,\varphi)$ [W/strd]≡[W], definida anteriormente, siendo

$$d\Omega = \frac{ds}{r^2} = \frac{r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi}{r^2} = sen\theta \, d\theta \, d\varphi \tag{1–55}$$

[20] Dicha esfera se considera concéntrica con la antena. Para una antena de geometría irregular, este concepto conlleva alguna dificultad si el radio de la esfera pertenece a zonas muy cercanas a ella, ya que hay que tener en cuenta no sólo su forma geométrica, sino su distribución de corriente, con lo cual la determinación de su "centro" no siempre es sencilla. Sin embargo, para campos lejanos, la geometría de la antena se reduce a un punto, y esta dificultad desaparece. Véase en párrafos posteriores las definiciones de campo cercano y lejano respecto de una antena.

el diferencial de ángulo sólido, como se observa en la Figura 1-5.

Es usual considerar la distribución de densidad de potencia de radiación, es decir, la distribución de la intensidad de radiación en el espacio, medida en un radio constante. De esto se hablará en una Sub–Sección posterior. Se observa que la intensidad de radiación, según se describe con la ecuaciones (1–53) y (1–54) implica considerar el *promedio temporal* de la potencia radiada por unidad de superficie en cada punto del espacio que rodea la antena (a una distancia *r* de su centro).

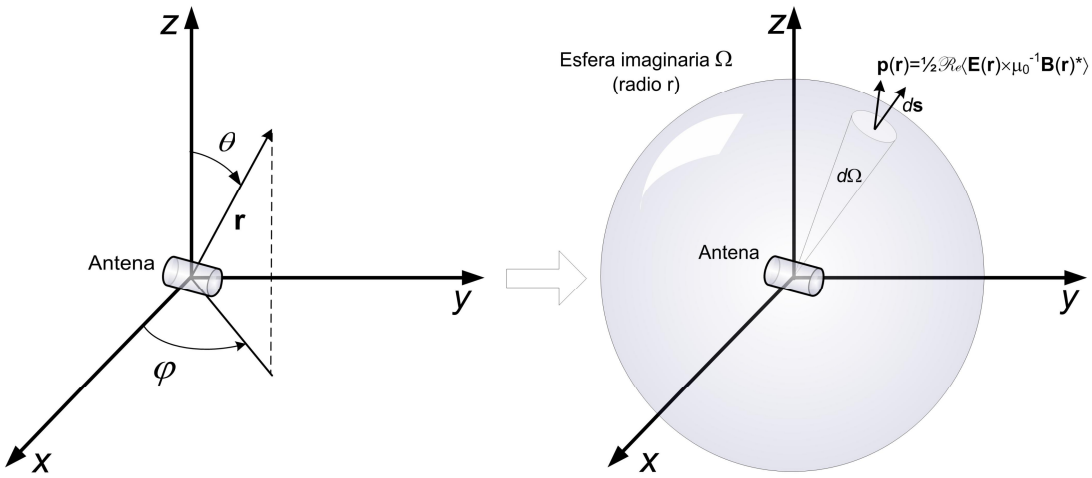



**Figura 1-5.** Esquemas aplicables a las ecuaciones (1–53) o (1–54), correspondientes a la potencia (promediada en el tiempo) radiada por una antena a través de una esfera imaginaria de radio *r*. Se considera que $d\mathbf{s}=\mathbf{a}_r r^2 \operatorname{sen}\theta d\theta d\varphi$ (a pesar de que sobre la esfera se ha dibujado, por sencillez, un círculo para *ds*, correspondiente al ángulo sólido $d\Omega$).

Es bien sabido que, en un medio isotrópico y en zonas muy alejadas a la antena, los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí, y ambos perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Además, en el espacio vacío se verifica que ambos se encuentran en fase y que sus amplitudes cumplen la relación [SADIKU1998]:

$$\frac{\mu_0 E}{B} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta_0 \Rightarrow E = c\,B\,, \tag{1–56}$$

siendo $\eta_0$=120π [Ω] la impedancia intrínseca del vacío. Bajo estas consideraciones, la ecuación (1–54) puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
P_{RA} &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\tfrac{1}{2}\mathcal{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r})^*\right\rangle\cdot\mathbf{a}_r r^2\right] sen\theta\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow \\
P_{RA} &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\tfrac{1}{2}\mathcal{R}e\left\langle \mathbf{E}\times(c\mu_0)^{-1}\mathbf{E}^*\right\rangle\cdot\mathbf{a}_r r^2\right] sen\theta\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow \\
P_{RA} &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\tfrac{1}{2}\mathcal{R}e\left\langle \eta_0^{-1}E^2\right\rangle\mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_r\right] r^2 sen\theta\, d\theta\, d\varphi \Rightarrow \\
P_{RA} &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\eta_0^{-1}E^2 r^2 sen\theta\, d\theta\, d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}c^2\eta_0^{-1}B^2 r^2 sen\theta\, d\theta\, d\varphi,
\end{aligned} \tag{1–57}$$

en la que se ha tenido en cuenta que, a distancias muy alejadas de la antena (el concepto de campo lejano se tratará en Sub–Secciones posteriores), el vector de propagación de la onda coincide en

dirección con el vector diferencial de superficie de la esfera considerada en la integral. En la última ecuación del conjunto (1–57) se observa explícitamente que la potencia media (temporal) depende del cuadrado de las amplitudes del campo eléctrico o del magnético. Esto se tendrá en cuenta en lo que sigue.

Se llama Radiador Isotrópico (*Isotropic Radiator*) a "Una antena hipotética y sin pérdidas que radia con igual intensidad en todas las direcciones". Dichas antenas no existen en la práctica, pero esta idealización "Representa una referencia conveniente para expresar las propiedades directivas de las antenas reales". Para este tipo de antenas, $U(\theta,\varphi)=U_I$=constante, transformando (1–54) en

$$P_{RAI} = \iint_{\Omega} U_I \, d\Omega = U_I \iint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_I \,. \tag{1–58}$$

Se llama Directividad *D* (*Directivity*) o Ganancia Directiva (*Directive Gain*) a "La relación entre la intensidad de radiación desde la antena en una dirección dada y la intensidad de radiación promediada en todas las direcciones". Puesto que el ángulo sólido de una esfera es $4\pi$ estereorradianes, la intensidad promediada es igual a $P_{RA}$ dividida dicha cantidad [que coincide, según hemos visto, con la intensidad de una antena isotrópica que radia la misma potencia, ver (1–58)]. En términos matemáticos, entonces, la directividad se expresa como la relación adimensional:

$$Dir = \frac{4\pi U(\theta,\varphi)}{P_{RA}} \rightarrow Dir_{MAX} = \frac{4\pi U_{MAX}(\theta_{MAX},\varphi_{MAX})}{P_{RA}} = \frac{4\pi}{P_{RA,NOR}} \,, \tag{1–59}$$

en donde se ha indicado que la directividad máxima $Dir_{MAX}$ se obtiene en la dirección $(\theta_{MAX},\varphi_{MAX})$ de máxima intensidad de radiación. Cuando no se especifica la dirección angular, se sobreentiende que la directividad se refiere a $Dir_{MAX}$. La directividad permite dar una idea de hacia qué puntos del espacio la antena radia con más intensidad. Este es uno de los parámetros más utilizados en el diseño de antenas, ya que es usual requerir una distribución asimétrica (en el espacio) de la intensidad radiada, por lo general incrementándola al máximo en zonas hacia donde se desea emitir (o desde donde se quiere recibir) la señal de comunicación, de detección, etcétera, y minimizándola en zonas en donde se desea evitar la radiación (o la recepción).

En (1–59) $P_{RA,NOR}$ indica la potencia radiada cuyo valor de intensidad está normalizado respecto de la intensidad máxima de radiación, esto es, la cantidad adimensional

$$P_{RA,NOR} = \frac{P_{RA}}{U_{MAX}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{U(\theta,\varphi)}{U_{MAX}} sen\theta \, d\theta \, d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U_{NOR}(\theta,\varphi) sen\theta \, d\theta \, d\varphi \,. \tag{1–60}$$

Se ha dado esta expresión porque el concepto de intensidad normalizada (o potencia normalizada) $U_{NOR}$ será utilizado muchas veces a lo largo de esta Tesis. Algunos autores definen la directividad como la relación entre la intensidad de una antena real respecto de una isotrópica, considerando que ambas tienen la misma potencia radiada (véase [KILDAL2000], por ejemplo); este punto de vista es posible si se reemplaza la (1–58) en la (1–59), es decir:

$$Dir = \frac{4\pi U(\theta,\varphi)}{P_{RA}} = \frac{4\pi U(\theta,\varphi)}{P_{RAI}} = \frac{U(\theta,\varphi)}{U_I} \rightarrow Dir_{MAX} = \frac{U_{MAX}}{U_I}. \qquad (1\text{–}61)$$

El concepto de potencia normalizada permite extender la fórmula (1–60) a funciones que no corresponden exactamente a la intensidad de radiación de una antena, sino proporcionales a éstas, esto es, si $U(\theta,\varphi)= \kappa F(\theta,\varphi)$, siendo $\kappa$ una constante real, entonces $U_{NOR}=U/U_{MAX}=F/F_{MAX}$, dando lugar a expresiones simbólicas análogas, con el mismo valor numérico de potencia normalizada. Según se observó anteriormente, ver ecuaciones (1–57), la intensidad de radiación es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico o al correspondiente valor del campo magnético, y, por ende, también puede ser, en campo lejano, proporcional al cuadrado de la amplitud de la componente tangencial del vector potencial vectorial magnético, ver Apéndice A.1.4 [ELLIOTT2003]. Consecuentemente, los valores de la directividad o de la potencia total radiada normalizados podrán calcularse indistintamente por cualquiera de los campos vectoriales antes citados.

La directividad puede estar expresada en decibelios:

$$Dir_{dBi} = 10\log_{10} Dir\,, \qquad (1\text{–}62)$$

en donde dBi indica “decibelios isotrópicos”, por lo dicho en el párrafo anterior respecto de considerar la directividad igual a la relación $U/U_I$, ver (1–61).

En antenas cuya intensidad de radiación es $\varphi$–simétrica –esto es, $U_{NOR}(\theta,\varphi)=U_{NOR}(\theta)$– y también simétrica respecto del plano *xy*, la directividad $Dir_{MAX}$ de (1–59) se simplifica de la siguiente manera:

$$Dir_{MAX} = \frac{4\pi}{P_{RA,NOR}} = \frac{4\pi}{2\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} U_{NOR}(\theta)\,sen\theta\,d\theta\,d\varphi} = \frac{1}{\int_0^{\pi/2} U_{NOR}(\theta)\,sen\theta\,d\theta}. \qquad (1\text{–}63)$$

Dicha (doble) simetría es prácticamente imposible, pero para algunos modelos teóricos de antenas lineales que trataremos en Capítulos posteriores, (1–63) resulta de utilidad. Para antenas planas ubicadas en el plano *xy*, es común limitar el rango de integración de $P_{RA}$, ecuación (1–54), al hemisferio superior $(0,0)\leq(\theta,\varphi)\leq(\pi/2,2\pi)$, ya que en esos casos se prefiere concentrar la energía hacia esa zona del espacio[21]. Nótese que (1–63) también representa la directividad de una antena $\varphi$–simétrica que radia hacia un hemisferio, ya que el ángulo sólido total en este caso es $2\pi$ estereorradianes, que es el valor del numerador, mientras que en el denominador el factor 2 (correspondiente a la integral de $\theta$ entre 0 y $\pi/2$) no aparece, manteniendo inalterada la expresión simbólica final.

Puede darse el caso en que se necesite la intensidad promediada en una región limitada del espacio, y no en los $4\pi$ estereorradianes. En dicho caso, se habla de intensidad promedio en una región establecida por cierto ángulo sólido, y esto se expresa como, ver ecuación (1–55):

[21] Esto también es aplicable en antenas en las que la presencia tanto del plano de tierra como de los circuitos de alimentación hacen que la radiación “hacia atrás” sea despreciable.

$$U_{NOR,PRM} = \frac{\text{Potencia radiada en la zona angular}}{\text{Zona angular}} = \frac{\iint\limits_{\Omega} U_{NOR} d\Omega}{\iint\limits_{\Omega} d\Omega} \Rightarrow$$

$$U_{NOR,PRM} = \frac{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2} U_{NOR}(\theta,\varphi)\,\text{sen}\theta\; d\theta\; d\varphi}{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}\theta\; d\theta\; d\varphi}. \qquad (1\text{–}64)$$

Para terminar esta Sub–Sección, se presentan algunos conceptos muy útiles.

Se denomina Análisis (*Analysis*) de una antena, o de un sistema radiante, al estudio del comportamiento de uno o varios parámetros eléctricos en función de una o varias variables de interés. Por ejemplo, es usual estudiar la amplitud del vector promedio de Poynting (densidad superficial de potencia) en función de las coordenadas esféricas angulares ($\theta,\varphi$), manteniendo el radio $r$=constante. O bien es usual el estudio de la impedancia de entrada de una antena en función de la frecuencia, estando ésta limitada a un rango previamente establecido.

En contrapartida, un proceso de Síntesis (*Synthesis*) es aquél a través del cual, dado el comportamiento de uno o varios Parámetros Deseados (o Parámetros Objetivo), se desea establecer la geometría y composición de una antena con la que sea posible obtener dicho comportamiento, dentro de unos márgenes de error aceptables (algunas veces previamente establecidos).

Se denomina Diseño (*Design*) a la planificación o proyecto de uno o varios prototipos de antenas, haciendo uso de la experiencia obtenida de las distintas técnicas de Análisis y Síntesis, de modo de obtener un dispositivo que pueda ser construido y que cumpla con las especificaciones previamente determinadas por quien realiza dicha planificación.

Puesto que tanto las técnicas de análisis como las de síntesis están relacionadas con el comportamiento de uno o varios parámetros, es útil presentar el siguiente concepto: se denomina Ancho de Banda (*Bandwidth*) a "El rango de frecuencias dentro del cual el comportamiento de la antena, respecto de alguna característica (parámetro) se ajusta a cierto estándar (ciertas especificaciones establecidas por el diseñador)". Este concepto será aclarado posteriormente, cuando se presenten casos concretos, lo que dará más sentido a lo descrito en esta definición, ver Sub–Sección 3.3 en la página 163, por ejemplo.

A continuación se presentan, y se explican con más detalle, las definiciones de campos cercano y lejano de una antena.

### 1.5.2 SUBDIVISIÓN DEL ESPACIO QUE RODEA LA ANTENA: CAMPOS CERCANO Y LEJANO.

En la mayoría de los casos, el diseño y/o análisis de una antena se realiza considerando el comportamiento del campo radiado por ésta a distancias comparativamente grandes respecto de su máxima dimensión eléctrica (ya que una antena se diseña para que su señal pueda alcanzar, precisamente, grandes distancias), aunque en algunos casos resulta útil conocer la distribución de la

radiación a distancias más cercanas. Como se verá más adelante, una forma conveniente de resolver las ecuaciones de campo involucradas es incluir en los cálculos expresiones que hacen uso de desarrollos en series, despreciando términos de orden cada vez menor conforme las distancias del punto campo al punto fuente son mayores. Por conveniencia, se han establecido criterios para discriminar zonas en el espacio que rodea a la antena. De acuerdo a Balanis, existen tres regiones de campo, en función de la distancia –del origen de la antena al punto campo– considerada, a saber (las tres definiciones siguientes fueron tomadas de [BALANIS1997]):

**REGIÓN REACTIVA** (*Reactive Region*), definida como "La región del campo que rodea inmediatamente a la antena y dentro de la cual predomina el campo reactivo". Este criterio es establecido considerando la siguiente desigualdad:

$$R < 0{,}62\sqrt{D^3/\lambda} \quad \text{[m]} \tag{1–65}$$

en donde $R$ representa la distancia desde el punto campo (centro de la antena) hasta el punto fuente, $D$ es la máxima dimensión de la antena [m] y $\lambda$ [m] es la longitud de onda de la frecuencia a la cual se establece el criterio. Por extensión, esta distancia puede considerarse, en promedio, como medida desde el centro geométrico de la antena.

**REGIÓN RADIANTE DE CAMPO CERCANO, O DE FRESNEL** (*Near Field Region*), que es la "región de campo de una antena comprendida entre la región reactiva de campo cercano y la región de campo lejano, dentro de la cual los campos radiantes predominan y la distribución de campo angular es dependiente de la distancia medida desde la antena. Para una antena enfocada hacia el infinito, la región radiante de campo cercano es a veces referida como región de Fresnel, en analogía con la terminología óptica. Si la antena tiene una dimensión máxima que resulta ser muy pequeña comparada con la longitud de onda, esta región de campo puede no existir". Esta región comprende el siguiente rango:

$$0{,}62\sqrt{D^3/\lambda} \le R < 2D^2/\lambda \quad \text{[m]} \tag{1–66}$$

**REGIÓN DE CAMPO LEJANO, O DE FRAUNHÖFER** (*Far Field Region*), definida como "la región de campo de una antena en donde la distribución angular de campo es esencialmente independiente de la distancia de la antena. Si la antena tiene una dimensión máxima $D$ (también esta dimensión ha de ser grande comparada con la longitud de onda), la región de campo lejano es tomada como aquellas distancias que cumplen con la siguiente desigualdad:

$$R \ge 2D^2/\lambda \quad \text{[m]}. \tag{1–67}$$

Para una antena enfocada al infinito, la región de campo lejano es a veces denominada región de Fraunhöfer, en analogía con la terminología óptica".

Resumiendo: las tres regiones han sido establecidas para determinar cuándo predomina el campo reactivo (zona reactiva), cuándo empieza a predominar el campo radiante, pero con una distribución angular de radiación –patrón o diagrama de radiación– que depende todavía de la distancia (campo cercano) y cuándo predomina el campo radiante con una distribución angular que ya no depende de la distancia (campo lejano). Algunas veces es preferible extender la desigualdad (1–67) a valores aún mayores ($R \geq 10D^2/\lambda$) para asegurar la independencia del diagrama de radiación respecto de la distancia (ver [HANSEN 1984], [HANSEN 1992], [9] y [11], por ejemplo).

A modo de ejemplo, en la Figura 1-6 se observa el esquema de una antena lineal de longitud *D* y las zonas de campo a las que se refieren los párrafos anteriores.

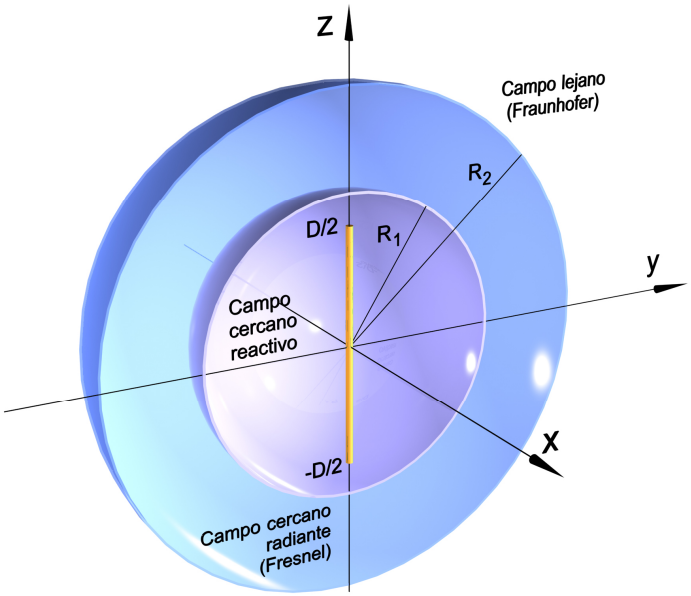



**Figura 1-6.** Regiones de campo de una antena lineal, tomada como ejemplo.

$R_1 = 0{,}62\sqrt{D^3/\lambda}$ y $R_2 = 2D^2/\lambda$.

Queda claro que la delimitación de las zonas es convencional, y constituye sólo un criterio de aproximación[22].

### 1.5.3 POLARIZACIÓN DE UNA ANTENA.

"Polarización de una antena en una dirección dada es la polarización de la onda transmitida por la antena. Cuando dicha dirección no se establece, se toma la polarización en la dirección (angular) de máxima ganancia[23]". La polarización de una onda radiada se refiere a la particular manera en que se mueve el extremo del vector campo eléctrico en el espacio y es "Aquella propiedad de una onda electromagnética que describe la variación de la dirección y la magnitud relativa del vector campo eléctrico respecto del tiempo; específicamente, la figura que traza como función del tiempo el extremo

[22] Los criterios de delimitación de zonas están basados en variaciones de desfases respecto de la señal portadora. Este tema se trata con más detalle en libros o monografías de medidas de antenas.

[23] La definición de ganancia se presenta en la Subsección 1.5.4.

del vector medido en un punto estático del espacio –y el sentido que traza dicho extremo– según se observa desde la dirección de propagación [BALANIS1997]". Si el extremo del vector campo eléctrico traza una línea, un círculo, o una elipse, se dice que la onda tiene polarización lineal, circular o elíptica, respectivamente. Es bien conocido que un segmento y un círculo pueden ser tomados como casos especiales de una elipse, por lo tanto, una polarización siempre es, en cierto sentido, elíptica.

Supóngase que se tiene una onda plana de frecuencia angular $\omega$ que avanza en el sentido del eje *z* y que oscila (rota), según avanza, en un plano paralelo al plano *xy* de un sistema de coordenadas convenientemente elegido. Se sabe que el campo eléctrico de dicha onda puede representarse como:

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{a}_x E_x(z,t) + \mathbf{a}_y E_y(z,t) = \mathbf{a}_x E_{x,MAX}\cos\left(\omega t - kz + \vartheta_x\right) + \mathbf{a}_y E_{y,MAX}\cos\left(\omega t - kz + \vartheta_y\right), \qquad (1\text{–}68)$$

en donde $\mathbf{a}_x$ y $\mathbf{a}_y$ representan a los vectores unitarios de los ejes *x* e *y*, respectivamente, mientras que $\vartheta_x$ y $\vartheta_y$ son los ángulos de fase de las componentes $E_x$ y $E_y$ (por claridad, se ha evitado la notación exponencial compleja). La $k=2\pi/\lambda$ representa la constante de fase [SADIKU1998], siendo $\lambda$ la longitud de onda a la frecuencia de trabajo considerada.

La ecuación (1–68) indica que, para un punto *z*=constante (*z*=0, por ejemplo) el extremo del vector **E**(0,*t*) describe, conforme transcurre el tiempo, una curva cerrada elíptica. En la Figura 1-7 se observa una onda que avanza en el sentido +*z*, y que tiene polarización elíptica derecha, según la convención técnica usual.

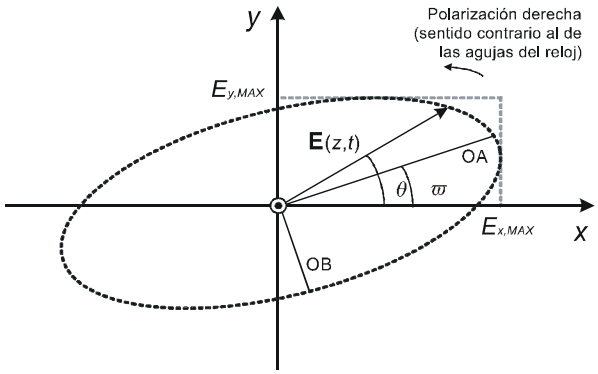



**Figura 1-7.** Polarización elíptica de una onda que avanza en el sentido positivo del eje *z* (perpendicular al plano de esta hoja, apuntando hacia el lector).

Se denomina Razón Axial (*Axial Ratio*) a la relación entre el eje mayor OA (correspondiente al valor máximo de la amplitud de campo $|\boldsymbol{E}_{MAX}|$) y el eje menor OB (correspondiente a $|\boldsymbol{E}_{MIN}|$) de la elipse de polarización, que, para el caso de la Figura 1-7 está dada por la cantidad adimensional:

$$\begin{aligned} RA_{EL} &= \frac{OA}{OB} = \frac{|\mathbf{E}_{MAX}|}{|\mathbf{E}_{MIN}|} \Rightarrow 1 \le RA_{EL} \le \infty, \\ RA_{EL,dB} &= 20\log_{10}\left(RA_{EL}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{|\mathbf{E}_{MAX}|}{|\mathbf{E}_{MIN}|}\right) \Rightarrow 0 \le RA_{EL,dB} \le \infty, \end{aligned} \qquad (1\text{–}69)$$

en donde también se ha indicado el valor de $RA_{EL}$ en decibelios. En la mayoría de las aplicaciones que requieren polarización circular se busca que $RA_{EL}$ sea lo más próxima posible a 1 (es decir 0 dB). Para aplicaciones prácticas de comunicación satelital, por ejemplo, se considera que la $AR_{EL,dB}$ ha de estar por debajo de los 5 dB [FUJIMOTO1994]. Las expresiones de las longitudes de los ejes mayor y menor, y del ángulo de inclinación $\varpi$ son[24]:

$$\begin{aligned}
|\mathbf{E}_{MAX}| = E_{MAX} = OA &= \left(½(E_{xMAX}^2 + E_{yMAX}^2) + ½\,sg\sqrt{(E_{xMAX}^2 - E_{yMAX}^2)^2 + 4E_{xMAX}^2E_{yMAX}^2\cos^2(\Delta\vartheta)}\right)^{½},\\
|\mathbf{E}_{MIN}| = E_{MIN} = OB &= \left(½(E_{xMAX}^2 + E_{yMAX}^2) - ½\,sg\sqrt{(E_{xMAX}^2 - E_{yMAX}^2)^2 + 4E_{xMAX}^2E_{yMAX}^2\cos^2(\Delta\vartheta)}\right)^{½},\\
\tan 2\varpi &= \frac{2E_{xMAX}E_{yMAX}}{E_{xMAX}^2 - E_{yMAX}^2}\cos(\Delta\vartheta),
\end{aligned} \qquad (1\text{–}70)$$

donde $\Delta\vartheta = \vartheta_Y - \vartheta_X$, $sg$=signo($E_{xMAX}$–$E_{yMAX}$).

Existen algunas formas alternativas de definir la polarización [LUDWIG1973], y estas definiciones dependen de los requerimientos establecidos por el diseñador de antenas. Cuando la onda está polarizada linealmente, es común referirse a la polarización respecto de un eje de referencia. Por ejemplo, si la onda avanza a lo largo del eje *z*, resulta útil referirse a una polarización a lo largo del eje *x*, o del eje *y*, o de un eje que pertenece al plano *xy*. Si una antena está ubicada en el centro del sistema de coordenadas y en campo lejano radia hacia, digamos, el hemisferio superior del espacio [esto es, la onda se propaga radialmente en la zona $(0,0)\le(\theta,\varphi)\le(\pi/2, 2\pi)$], se puede hablar de polarización en theta si **E** está polarizado en la dirección paralela al vector unitario $\mathbf{a}_\theta$, o de polarización en phi, si el **E** oscila a lo largo del vector unitario $\mathbf{a}_\varphi$. Si está polarizado en la dirección $\theta$, se dice que $\mathbf{E}_\theta$ es la componente copolar, mientras que $\mathbf{E}_\varphi$ es la componente contrapolar. Y viceversa. En la Figura 1-8 se observa esta descomposición del campo **E**. En caso de polarización lineal se puede definir la razón axial como:

$$\begin{aligned}
AR_{LIN} &= \frac{|\mathbf{E}_\theta|}{|\mathbf{E}_\varphi|} = \frac{E_\theta}{E_\varphi} \Rightarrow 0 \le AR_{LIN} \le \infty,\\
AR_{LIN,dB} &= 20\log_{10}(AR_{LIN}) = 20\log_{10}\left(\frac{E_\theta}{E_\varphi}\right) \Rightarrow -\infty \le AR_{LIN,dB} \le \infty,
\end{aligned} \qquad (1\text{–}71)$$

es decir, es la relación entre las componentes mutuamente perpendiculares. La (1–71) indica la bondad de una onda polarizada en el sentido del vector unitario $\mathbf{a}_\theta$. En este caso, y a diferencia de la definición anterior, cuanto mayor es $AR_{LIN}$, tanto mejor, ya que más pura es la polarización lineal. Si se desea conocer la pureza de polarización de una onda en el sentido de $\mathbf{a}_\varphi$, es preciso realizar el intercambio $E_\theta \leftrightarrow E_\varphi$ en dicha ecuación. La definición de polarización en $\theta$ será utilizada en un Capítulo posterior. Obviamente, es posible definir convenientemente la (1–71) para casos de dirección arbitraria de polarización, distintas de las $\mathbf{a}_\theta$ o $\mathbf{a}_\varphi$ aquí indicadas.

[24] No se hará una deducción formal de esta ecuación, puesto que no contribuye sustancialmente al desarrollo de esta Tesis. El lector interesado puede consultar la fuente de donde se obtiene dicha expresión: [ORFANIDIS2004].

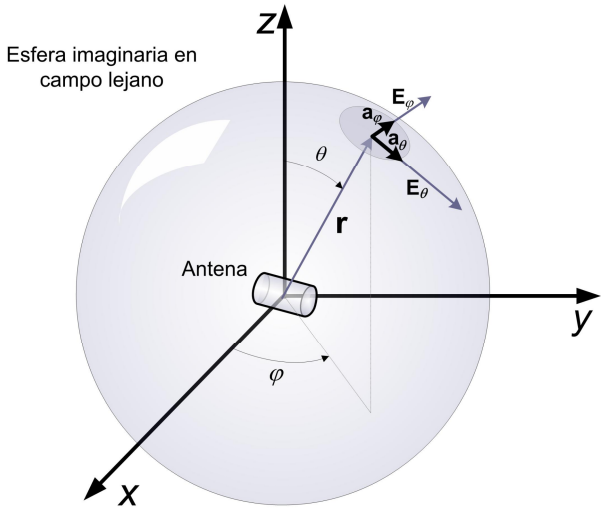



**Figura 1-8.** Descomposición del vector campo eléctrico en dos direcciones mutuamente perpendiculares $\mathbf{E}_\theta$ y $\mathbf{E}_\varphi$ con las que se puede expresar polarización lineal. Nota: esto es aplicable tanto al campo lejano como al campo cercano de la antena.

Nótese que los conceptos de componente copolar en el caso de polarización circular, o bien de componente principal en el caso de la polarización lineal, permiten que las definiciones que involucran términos de campo total puedan ser limitadas al caso de la componente que interesa al diseñador. Como ejemplo, supóngase que, de acuerdo con la Figura 1-8, la amplitud cuadrática del campo eléctrico radiado por una antena pueda ser escrita como $E^2=E_\theta^2+E_\varphi^2$. La (1–57) podrá reexpresarse así:

$$P_{RA} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \eta_0^{-1} E^2 r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \eta_0^{-1} \left(E_\theta^2 + E_\varphi^2\right) r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi \Rightarrow$$
$$P_{RA} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \eta_0^{-1} E_\theta^2 r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi + \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \eta_0^{-1} E_\varphi^2 r^2 sen\theta \, d\theta \, d\varphi = P_{RA,\theta} + P_{RA,\varphi}, \quad (1\text{–}72)$$

es decir que se puede tener en cuenta, por un lado, la potencia $P_{RA,\theta}$ radiada por la componente $\mathbf{E}_\theta$, y, por otro, la potencia $P_{RA,\varphi}$, radiada por la componente $\mathbf{E}_\varphi$. Así es posible discriminar aquellos parámetros que involucran al valor del campo (como eficiencia, intensidad, ganancia, etcétera) para la dirección de polarización que es útil en el problema en estudio. A pesar de la utilidad de esta separación de términos, no se darán más detalles al respecto.

### 1.5.4 Términos Relacionados con la Eficiencia de una Antena.

A continuación se presenta un conjunto de términos que tienen relación con las potencias involucradas en el estudio y diseño de una antena, o de una agrupación de antenas, incluyendo, en algunos casos, las correspondientes líneas de transmisión del sistema. En lo que sigue, se sobreentenderá que los valores de potencia son promediados en un ciclo $T$ (correspondiente a la frecuencia $f$=1/$T$ de oscilación de la fuente generadora), a menos que se indique lo contrario.

Se llama Eficiencia de Radiación $\eta_{RA}$ (*Radiation Efficiency*), a "La relación entre la potencia total radiada por una antena y la potencia neta aceptada por la antena (que proviene) de la fuente conectada". Esto se expresa matemáticamente como:

$$\eta_{RA} = \frac{P_{RA}}{P_{ENA}} \rightarrow \eta_{RA,\%} = 100.\frac{P_{RA}}{P_{ENA}}, \qquad (1\text{–}73)$$

siendo $P_{ENA}$ la potencia aceptada por, o recibida en bornes de[25], la antena. Un valor igual a la unidad (o al valor 100, cuando se expresa en tanto por ciento) indicaría que toda la potencia aceptada por la antena está siendo radiada al espacio que la rodea, lo cual es, ciertamente, imposible. Sin embargo, valores de $\eta_{RA}$ cercanos a 100% se pueden dar perfectamente en la práctica [STUTZMAN 1981].

Se denomina Ganancia Absoluta (*Absolute Gain*) o simplemente Ganancia *G* a "La relación entre la intensidad de radiación en una dirección dada respecto de la intensidad de radiación que se obtendría si la potencia aceptada por la antena fuese radiada isotrópicamente". La intensidad de radiación que se obtiene si la antena radia isotrópicamente toda la potencia recibida es $P_{ENA}/4\pi$, ver (1–58). Teniendo en cuenta la ecuación (1–73), de la definición se puede inferir que la ganancia es una cantidad adimensional igual a la eficiencia de radiación multiplicada por la directividad, según se observa en la ecuación (1–74):

$$G = \frac{U(\theta,\varphi)}{P_{ENA}/4\pi} = \frac{4\pi\, U(\theta,\varphi)}{P_{RA}/\eta_{RA}} \Rightarrow G = \eta_{RA}\, Dir\,, \qquad (1\text{–}74)$$

habiéndose utilizado la definición de directividad (1–59). Naturalmente, la ganancia máxima $G_{MAX}$ se obtiene reemplazando *U* por $U_{MAX}$ en esta expresión.

Una eficiencia de radiación distinta del 100% indica pérdidas óhmicas en la antena, que ocurren debido a dos causas: a la presencia de conductores (en todas las antenas), y a presencia de dieléctricos (en las antenas que están diseñadas con dichos materiales, como, por ejemplo, parches planos, ver Sub–Sección 2.3.2 en la página 143). El concepto de eficiencia de radiación tiene en cuenta la potencia que incide en la antena, la cual, en muchos casos, ha tenido que atravesar una línea de transmisión conectada entre aquélla y el/los generador/es[26].

En la Figura 1-9 se representa el esquema GENERADOR (Ge) + LÍNEA DE TRANSMISIÓN (LT) + ANTENA (An) y en la que se han indicado las potencias correspondientes al binomio LT+An, que es el que aquí interesa. Como caso particular, la LT está representada por un cable coaxial, mientras que la An es un caso especial de parche circular sellado a un disco delgado dieléctrico y alimentado por el pin (conductor central) del cable coaxial, mediante soldadura. Sellado al dieléctrico, en el lado opuesto al del parche circular se encuentra un plano de tierra (*Ground Plane*), al que se conecta, también mediante soldadura, la malla metálica del coaxial (por sencillez, no se han considerado los conectores). Este esquema específico sirve para tratar, de modo general, las pérdidas presentes en un sistema de microondas típico (Ge+LT+An).

[25] En caso de que la antena no posea tales "bornes", se toma la $P_{ENA}$ como la potencia incidente en la estructura de la antena, tal como puede suceder, por ejemplo, en una guía de ondas con ranuras [ELLIOTT2003].

[26] Esta distinción, sin embargo, no siempre es fácil de establecer, como en el caso, por ejemplo, en que el circuito de alimentación (línea de transmisión) está íntimamente conectado a la antena y no se tiene claro el límite estricto entre ambos. En la práctica se considera como punto de entrada al lugar físico en donde se encuentra el conector de la antena.

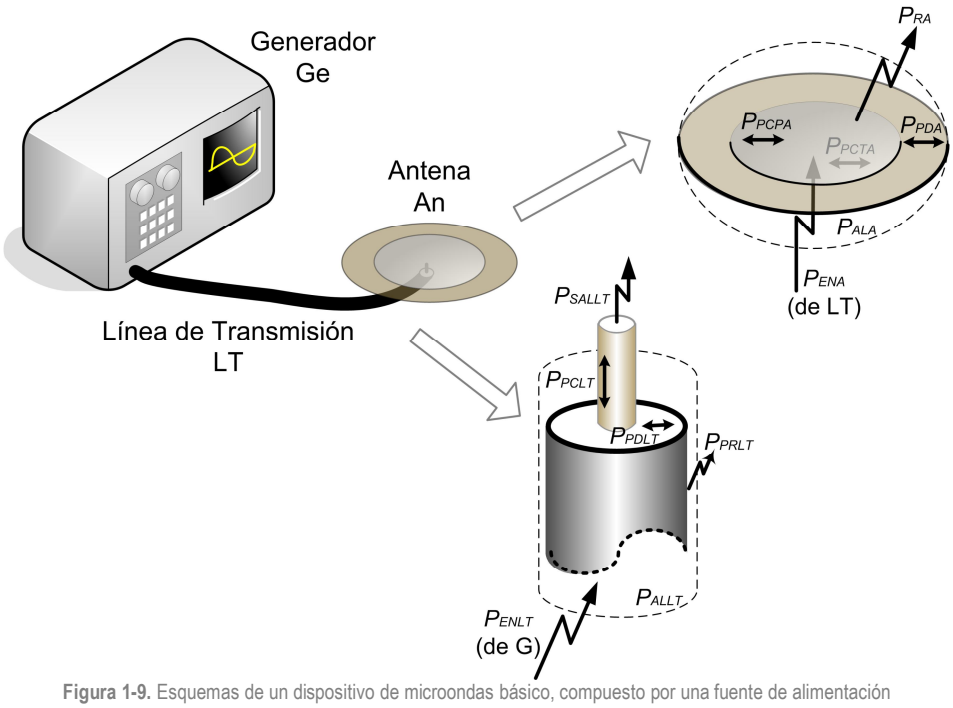



**Figura 1-9.** Esquemas de un dispositivo de microondas básico, compuesto por una fuente de alimentación (y modulación) Ge, una línea de transmisión LT y una antena An.

La antena An recibe la potencia de la LT: así, podría especificarse que $P_{ENA}$ (de LT) en el diagrama se corresponde con $P_G$ en la ecuación (1–52), es decir, la potencia asignable a las fuentes. Las potencias de pérdidas $P_{PCA}$ y $P_{PDA}$ son las mismas que fueron establecidas en dicha ecuación (nótese que se ha agregado el subíndice *A*), o sea pérdidas óhmicas en el conductor y en el dieléctrico, aunque en este caso se especifica que las pérdidas totales en los conductores son debidas al parche ($P_{PCPA}$) y al plano de tierra ($P_{PCTA}$), o sea $P_{PCA}=P_{PCPA}+P_{PCTA}$. La potencia $P_{PDA}$ es prácticamente imposible de medir y difícil de calcular, y, en general, es incluida en el término $P_{PCA}$ [BALANIS1997]. La energía promedio almacenada $P_{ALA}$ se encuentra concentrada principalmente en las cercanías de la antena (metales, dieléctrico y espacio cercano que la rodea), y esto se indica, esquemáticamente, con una elipse (línea de puntos en la Figura 1-9). La potencia radiada $P_{RA}$ es el promedio temporal (en un periodo) del flujo del vector de Poynting, y es la variable que intenta optimizarse en cualquier antena.

Resumiendo, en el caso de la antena:

$$\begin{aligned} &P_{ENA} \to P_G \\ &P_{PCPA} + P_{PCTA} + P_{PDA} = P_{PCA} \to P_{PC} \\ &P_{ALA} \to P_{AL} \\ &P_{RA} \to P_R . \end{aligned} \tag{1–75}$$

Análogamente, para la LT se deduce

$$\begin{aligned} &P_{ENLT} \to P_G \\ &P_{PCLT} + P_{PDLT} + P_{PRLT} \to P_{PC} \\ &P_{ALLT} \to P_{AL} \\ &P_{SALLT} \to P_R , \end{aligned} \tag{1–76}$$

siendo $P_{ENLT}$ la potencia a la entrada (proveniente de Ge), $P_{PCLT}$ la potencia de pérdida resistiva de los conductores (interno y malla), $P_{PDLT}$ las pérdidas del dieléctrico, $P_{PRLT}$ las pérdidas radiadas al exterior, $P_{ALLT}$ la potencia almacenada, y $P_{SALLT}$ la potencia entregada al exterior (al parche).

Si se precisa realizar el estudio sobre el sistema LT+An, las potencias $P_{PC}$ y $P_{AL}$ serán las sumas de los valores dados a la izquierda en (1–75) y (1–76). En cualquier caso, la inclusión o la exclusión de la LT en el sistema radiante a analizar será decisión del diseñador. En [IEEESTD1993], por ejemplo, el diagrama de flujo del balance de energía de la antena que se presenta se corresponde con el que se da en la Figura 1-9.

El esquema simplificado de la Figura 1-9 es aplicable a casos más elaborados, en donde se precisan más elementos radiantes con sus correspondientes líneas de transmisión, como es el caso de las agrupaciones de antenas, de las que se hablará posteriormente.

En esta última Figura se observa que la potencia recibida por la antena $P_{ENA}$ no es igual a $P_{SALLT}$, ya que existen pérdidas por reflexión debido al cambio de impedancia que se produce en el punto de conexión entre LT y An. Para obtener la relación entre ambas, inicialmente se da la siguiente definición: se denomina Impedancia de Entrada (*Input Impedance*) a "La impedancia presentada por la antena en sus terminales". Como tales terminales no siempre existen, se suele definir la impedancia de entrada como la relación entre el voltaje y la corriente existente en un punto considerado como entrada de la antena, obtenidas de las componentes apropiadas de los campos eléctrico y magnético en dicho punto. Puesto que entre los terminales de la antena existe una onda incidente de voltaje $V_{EN}^{+}$ (y corriente $I_{EN}^{+}$), y una correspondiente onda reflejada $V_{EN}^{-}$ (y también $I_{EN}^{-}$), la impedancia de entrada puede definirse matemáticamente como [SADIKU1998]:

$$Z_{EN} = \frac{V_{EN}}{I_{EN}} = \frac{V_{EN}^{+} + V_{EN}^{-}}{I_{EN}^{+} - I_{EN}^{-}}. \tag{1–77}$$

En el esquema de la Figura 1–9 la impedancia de entrada de la antena se obtendría midiendo entre el pin de conexión al parche y la soldadura al plano de tierra, o bien entre el par de terminales de un conector convenientemente soldado en dichos puntos.

Si $Z_{EN}$ es la impedancia de entrada de la antena y $Z_0$ es la impedancia característica de la LT a la cual está conectada, el valor del Coeficiente de Reflexión de Voltaje (*Voltage Reflection Coefficient*) $\Gamma$ se define como el número complejo [POZAR2004]:

$$\Gamma = \frac{V_{EN}^{-}}{V_{EN}^{+}} = \frac{Z_{EN} - Z_0}{Z_{EN} + Z_0}. \tag{1–78}$$

Puesto que $P_{ENA}$ corresponde a la porción de $P_{SALLT}$ que no ha sido reflejada hacia la LT, aquélla puede expresarse, entonces, por la relación:

$$P_{ENA} = \left(1 - |\Gamma|^2\right) P_{SALLT}. \tag{1–79}$$

El factor $(1-|\Gamma|^2)$ se denomina Eficiencia de Reflexión o de Desadaptación $\eta_{DA}$ (*Mismatch or Reflection Efficiency*), y representa la relación entre la potencia aceptada por la antena y la entregada por la *LT* (o por *G*, en caso de que *A* estuviese directamente conectada a él):

$$\eta_{DA} = \left(1-|\Gamma|^2\right) = \frac{P_{ENA}}{P_{SALLT}} \rightarrow \eta_{DA,\%} = 100.\left(1-|\Gamma|^2\right) = 100.\frac{P_{ENA}}{P_{SALLT}}. \qquad (1\text{–}80)$$

Hay que prestar atención al significado de $P_{SALLT}$, puesto que estas expresiones pueden causar cierta confusión. Para una antena emisora (el caso que aquí se está estudiando), este valor indica la potencia que está disponible inmediatamente antes de los bornes de la antena, desde el punto de vista de la fuente. Cuando dicha potencia incide en los bornes, parte de ésta se refleja hacia la fuente, y parte ingresa a la antena. Esta última es la que se ha denominado $P_{ENA}$. Por otra parte, para una antena receptora, $P_{SALLT}$ será la potencia disponible inmediatamente antes del punto de conexión con la LT (visto desde la antena, ya que la potencia ahora va en sentido inverso: desde An hacia LT), y $P_{ENA}$ será entonces la potencia que entra a la LT.

Para garantizar una buena recepción de la señal, una antena ha de poseer la misma polarización que la de la onda recibida. Con esta idea se define la Eficiencia de Polarización (*Polarization Efficiency*) $\eta_P$, como "La razón entre la potencia recibida por una antena de una onda plana con polarización arbitraria y la potencia que sería recibida por la misma antena de una onda plana con la misma densidad de flujo (intensidad) y la misma dirección de propagación, cuya polarización ha sido ajustada a la máxima potencia recibida". En otras palabras, $\eta_P$ es igual a uno cuando la polarización de la antena y de la onda que incide sobre ella coinciden, y cero cuando ambas tienen direcciones perpendiculares entre sí. Si una antena tiene polarización en una dirección dada $\mathbf{a}_P$, y la onda incidente tiene otra dirección $\mathbf{a}_I$, la eficiencia de polarización $\eta_P$ se calcula como

$$\eta_P = \left|\mathbf{a}_P \cdot \mathbf{a}_I^*\right|^2. \qquad (1\text{–}81)$$

En general, se considera que la Eficiencia Total $\eta_T$ (*Total Efficiency*) de una antena (receptora o emisora) es igual a la eficiencia de reflexión multiplicada por la eficiencia de radiación:

$$\eta_T = \eta_{RA}\eta_{DA} = \frac{P_{RA}}{P_{ENA}}\frac{P_{ENA}}{P_{SALLT}} = \frac{P_{RA}}{P_{SALLT}} \rightarrow \eta_{T,\%} = 100.\frac{P_{RA}}{P_{SALLT}}, \qquad (1\text{–}82)$$

que indica cuál es la porción de la potencia total entregada por la LT (obtenida en el extremo del cable coaxial) que la antena radia al espacio. Si se quisiese considerar la relación entre la potencia entregada por Ge y la potencia radiada por la antena, habría que tener en cuenta la eficiencia de la LT. Esto no se hará aquí por sencillez.

En el caso de las antenas receptoras (por ejemplo) podrá tenerse en cuenta la eficiencia de polarización, con lo cual la eficiencia total se expresará como:

$$\eta_{TP} = \eta_{RA}\eta_{DA}\eta_P = \frac{P_{RA}}{P_{SALLT}}\left|\mathbf{a}_P \cdot \mathbf{a}_I^*\right|^2 \rightarrow \eta_{TP,\%} = 100.\frac{P_{RA}}{P_{SALLT}}\left|\mathbf{a}_P \cdot \mathbf{a}_I^*\right|^2, \quad (1\text{–}83)$$

en donde el subíndice *TP* indica que se incluye la $\eta_P$ como parte de la expresión.

Se llama Resistencia de Radiación $R_{RA}$ (*Radiation Resistance*) a "La relación entre la potencia radiada por una antena y el cuadrado de la raíz media cuadrática (*RMS: Root Mean Square*) de la corriente de una antena, referidos ambos a un punto específico" (en general, los bornes de entrada de dicha antena). Este concepto permite considerar una hipotética resistencia que consumiría la misma potencia que la de radiación de la antena. Del mismo modo, podría definirse la resistencia de pérdidas $R_{PC}$ correspondientes a la potencia de pérdidas óhmicas $P_{PC}$, ver relaciones (1–75). Si se considera que la potencia entregada a la antena se distribuye en las pérdidas y en la radiación, se podrá redefinir la eficiencia de radiación, ecuación (1–73), en términos de las correspondientes resistencias:

$$\eta_{RA} = \frac{P_{RA}}{P_{ENA}} = \frac{R_{RA}}{R_{RA} + R_{RC}} \rightarrow \eta_{RA,\%} = 100\left(\frac{R_{RA}}{R_{RA} + R_{RC}}\right). \quad (1\text{–}84)$$

Por último, resulta de interés definir la Eficiencia de Abertura (*Aperture Efficiency*) o Eficiencia de Iluminación de una Antena (*Antenna Illumination Efficiency*) como: "La razón, usualmente expresada en porcentaje, de la directividad máxima de una antena (abertura) $Dir_{MAX}$ y la directividad (máxima) estándar $Dir_{MAX,ST}$", es decir:

$$\eta_{AB} = \frac{Dir_{MAX}}{Dir_{MAX,ST}}, \quad (1\text{–}85)$$

siendo $Dir_{MAX,ST}$ la "La máxima directividad de una abertura plana de área *A*, o de una fuente lineal de longitud *L*, cuando se excita con distribución de excitación uniforme". A este respecto, el [IEEESTD1993] también recuerda que "(1) Para aberturas planas, con $A>>\lambda^2$, el valor de la directividad estándar es $4\pi A/\lambda^2$, siendo $\lambda$ la longitud de onda a la frecuencia de trabajo, y considerando que la radiación ha sido confinada a un hemisferio. (2) Para fuentes lineales, con $L>>\lambda$, el valor de la directividad estándar es de $2L/\lambda$."

En algunos casos, el área de la antena se reemplaza por su Área Efectiva (*Effective Area*): "En una dirección dada, es la razón entre la potencia disponible en los terminales de una antena respecto de la densidad de flujo de potencia [W/m$^2$] de una onda plana que incide sobre la antena en esa dirección, con una eficiencia de polarización máxima". En otras palabras: si se multiplicara el área efectiva de una antena por la densidad de flujo de potencia en una dirección dada, se obtendría la potencia antes citada en los bornes de la antena. El área efectiva puede ser mayor, menor o igual que el área geométrica de una antena.

Con el mismo criterio, en ocasiones se utiliza como definición la eficiencia de abertura considerando la relación entre la directividad máxima $Dir_{MAX}$ de una antena en estudio y otra directividad

$Dir_{MAX,B}$ tomada como base (que, en general, tendrá una distribución de densidad de corriente distinta de la estándar):

$$\eta_{AB} = \frac{Dir_{MAX}}{Dir_{MAX,B}}. \qquad (1\text{–}86)$$

Las definiciones (1–85) y (1–86) serán utilizadas en Capítulos posteriores.

### 1.5.5 DIAGRAMAS DE RADIACIÓN.

Como se ha dicho, es conveniente que el diseñador idee sistemas que hagan un uso eficiente de la energía aprovechada por una antena, por un lado, aumentando su eficiencia de radiación, y por otro concentrando dicha radiación hacia zonas deseadas del espacio (por ejemplo, para cubrir campos de visualización de superficie arbitraria, como en el caso de las antenas de satélites de observación, o para dirigir con la mayor precisión posible un haz de emisión hacia un objetivo, como en el caso de un sistema de radar). La segunda de estas especificaciones obliga a tener en cuenta, en la fase de diseño de una antena, la forma en que la radiación se distribuye en su espacio circundante. Para esto resultan de especial interés los Patrones de Radiación, o Patrones de Antena (*Radiation Pattern or Antenna Pattern*), que constituyen "La distribución espacial de un valor (parámetro) que caracteriza al campo electromagnético generado por una antena". Notas: (1) La distribución puede ser expresada como una función matemática o como una representación gráfica. (2) Los parámetros que son más utilizados para caracterizar la radiación de una antena son proporcionales o iguales a la densidad de flujo de potencia, intensidad de radiación, directividad, fase, polarización y amplitud de campo. (3) La distribución espacial sobre una superficie cualquiera o a lo largo de una línea (*path*) también es un patrón de radiación. (4) Cuando se representa gráficamente la amplitud absoluta o relativa de una componente específica del vector campo eléctrico, se obtiene el Patrón de Amplitud (*Amplitude Pattern*), Patrón de Campo (*Field Pattern*) o el Patrón de Voltaje (*Voltage Pattern*). En cambio, se denomina Patrón en Potencia (*Power Pattern*) a la representación gráfica del cuadrado de la amplitud absoluta o relativa. (5) Cuando no se especifica el parámetro, se sobreentiende que el patrón es de densidad de potencia promediada en el tiempo [BALANIS1997][27]. Caracterizar una antena a través de patrón en potencia es equivalente a realizar mediciones de densidad de potencia electromagnética[28] emitida por ésta en puntos del espacio convenientemente elegidos, tomando usualmente una esfera de radio constante para diferentes valores de coordenadas angulares $(\theta,\varphi)$ respecto de un sistema de coordenadas apropiado (normalmente localizado en el centro de la antena). Así, para cada punto $(\theta,\varphi)$ se puede hacer corresponder

[27] Es muy conocido el teorema de reciprocidad [BALANIS1997], que establece que, en general, una antena puede considerarse como reversible. Esto permite establecer que el diagrama de radiación corresponde, en la gran mayoría de los casos, tanto al caso de emisión como al de recepción, para una antena dada.

[28] Esto, que es un concepto elemental, puede causar confusiones aún a quienes se consideran expertos en el diseño de antenas. En general, se toman los términos *intensidad*, *densidad de potencia*, y *potencia* como equivalentes en la jerga técnica; y usualmente cualquiera de ellos se refieren a valores promediados en el tiempo, a menos que se diga lo contrario. A lo largo de esta tesis, cualquiera de los tres podrá será utilizado indistintamente.

gráficamente una distancia al centro de coordenadas proporcional a la densidad de potencia. La representación de esta magnitud –a veces normalizada y transformada a decibelios– conforma una superficie tridimensional cuya topografía depende de las particularidades de la antena (geometría, distribución de excitación, etc.). Dicha superficie permite obtener información cualitativa y cuantitativa del modo en que la antena radia en todas las direcciones del espacio. En la Figura 1-10 se observa un ejemplo típico de patrón en potencia compuesto por un Lóbulo Principal (*Main Lobe*, que se corresponde con la zona angular dentro de la cual se radia gran parte de la energía –región de cobertura–) y varios lóbulos menores denominados Lóbulos Laterales (*Side Lobes, or Sidelobes*).

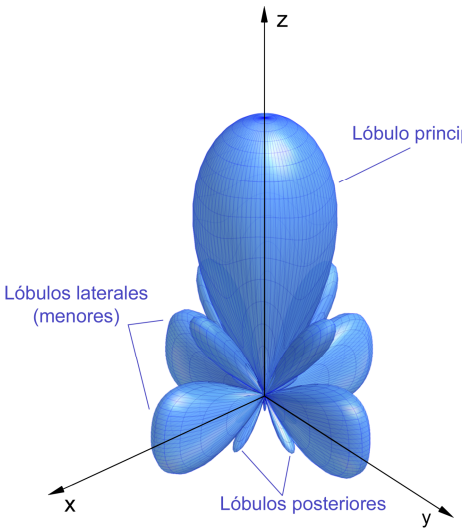



**Figura 1-10.** Diagrama tridimensional de la distribución de densidad de potencia de una hipotética antena (no dibujada) ubicada en el centro del sistema de coordenadas.

En el hemisferio opuesto al del lóbulo principal se encuentran los Lóbulos Posteriores (*Back Lobes*). Si la antena es directiva (es decir, si se la ha diseñado con el propósito de radiar gran parte de la potencia hacia cierta zona limitada del espacio), tanto los lóbulos laterales como los posteriores son de menor intensidad que la del lóbulo principal (10 o más dBs por debajo del máximo correspondiente al lóbulo principal son valores típicos). En muchas ocasiones no es necesario representar el diagrama en todos los puntos del espacio, bien porque el diagrama de radiación posee algún tipo de simetría que permite simplificar su representación gráfica, o bien porque la antena está diseñada para que emita casi toda su potencia en una región angular limitada (un hemisferio, por ejemplo).

Una antena isotrópica es un claro ejemplo del caso antedicho de simetría: la antena emite con la misma potencia en todas las direcciones, conformando un diagrama de radiación esférico.

Otro ejemplo común es el de una antena lineal de distribución de corriente uniforme, es decir, un segmento de conductor cuya corriente de excitación se distribuye con la misma amplitud, la misma fase y el mismo sentido a lo largo de su extensión[29], y en el que se omiten, por conveniencia (razones de abstracción matemática, fundamentalmente) los dispositivos de alimentación de la antena.

[29] Esto significa que el vector **J** a lo largo de la antena es constante, y, por consiguiente, todas las porciones de la antena tienen una corriente que oscila en fase a lo largo del eje de la antena, con una amplitud finita y constante. Este tipo de antenas no existe, tal como aquí se describen, en la práctica. Sin embargo, son útiles para estudiar otros casos más complejos (y más "reales").

En este caso, según se observa en el ejemplo desarrollado en las Figuras 1–11 a 1–13 la antena (de longitud eléctrica $D$=3$\lambda$ con su eje paralelo al eje $z$) posee tanto un eje (el de la antena) como un plano (perpendicular a dicho eje y pasando por su centro) de simetría. Las dos primeras figuras consisten en representaciones gráficas del diagrama de radiación en tres dimensiones, y dan una idea cualitativa clara de cómo emite la antena en su espacio circundante[30]. En las Figuras 1–12 y 1–13 se simplifica la representación, teniendo en cuenta la simetría del diagrama de radiación. En éstas se pueden observar los niveles de potencia relativos (normalizados), tanto del lóbulo principal como de los laterales, expresados en decibelios. La Figura 1-13 es una representación alternativa a la de la Figura 1-12**:** un corte en el denominado espacio-*u*, muy utilizado con patrones en potencia de simetría rotacional. Se aclara que en estas representaciones los valores de intensidad calculados han sido normalizados y transformados a decibelios.

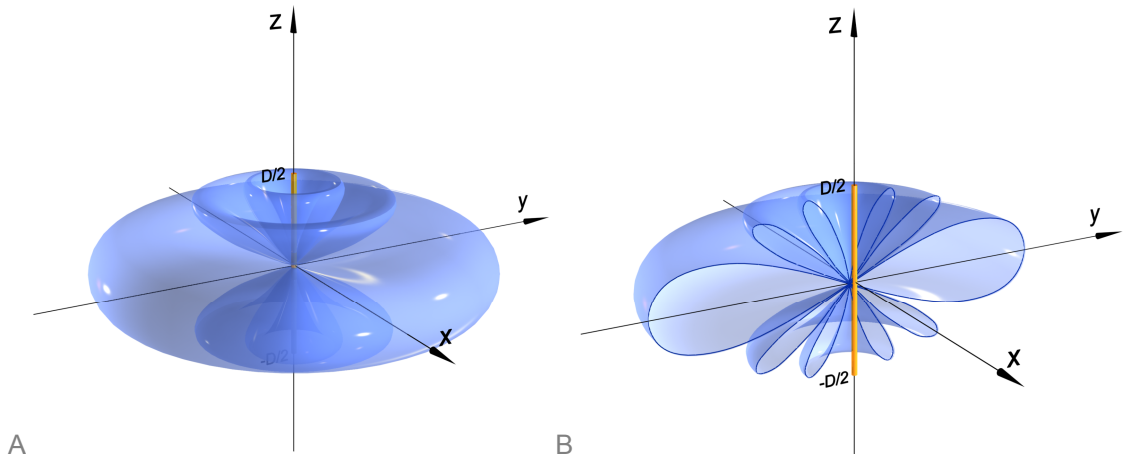



**Figura 1-11.** A: patrón en potencia de una fuente lineal continua de longitud $D$ = 3 $\lambda$ alineada a lo largo del eje z y con distribución de excitación uniforme. B: Corte $\varphi = \pm 90º$ del diagrama anterior.

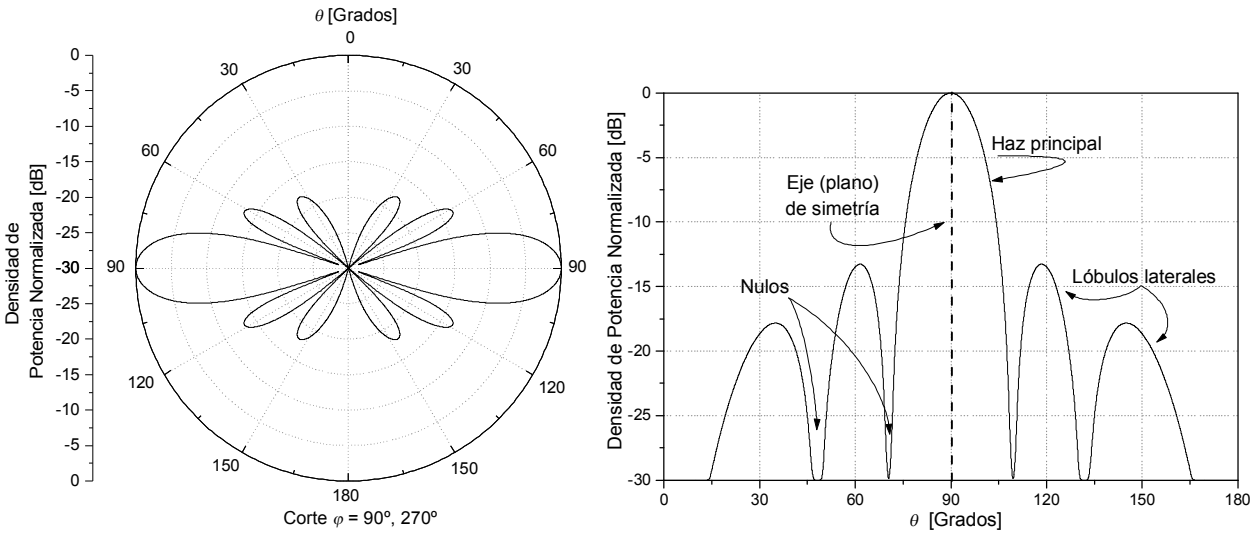



**Figura 1-12.** Representaciones planas del corte especificado en la Figura 1-11.

[30] Estos patrones son de campo lejano.

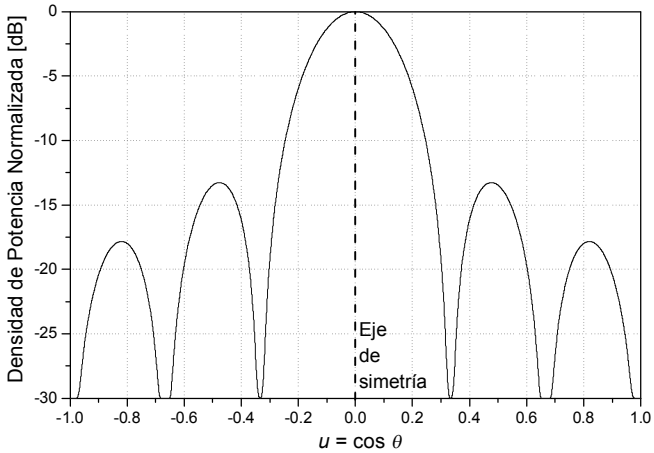



**Figura 1-13.** Alternativa de la figura anterior, en el espacio *u*.

Según se observa, esta antena idealizada emite con un lóbulo principal (con forma de toroide oblongo) y varios lóbulos laterales (dos en cada hemisferio, también toroidales). La zona de mayor emisión (o recepción) se sitúa en el plano *xy*.

Considérese otro ejemplo: una placa circular con distribución uniforme de corriente. En la Figura 1-14 se observan el diagrama completo (A) y un corte (B) de la distribución espacial en potencia superpuesta a la placa circular –de diámetro $D$=3$\lambda$– paralela al plano *xy* cuyo centro coincide con el origen del sistema de coordenadas (dispositivos de alimentación no considerados, por sencillez). La Figura 1-15 representa el corte en $\varphi$=±90º con el que se obtiene información completa del diagrama, debido a su simetría rotacional.

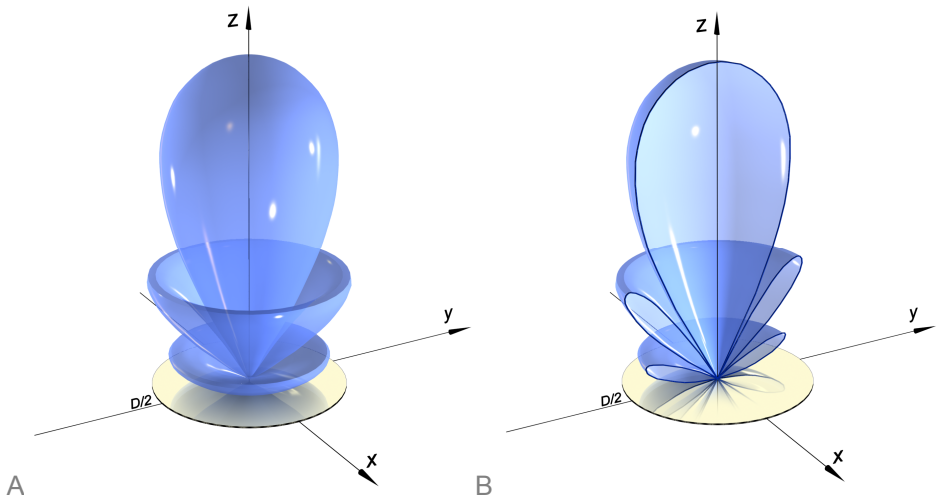



**Figura 1-14.** A: Diagrama de radiación en potencia de una fuente circular continua de diámetro $D$ = 3 $\lambda$.

B: Corte $\varphi = \pm 90º$ del mismo diagrama.

Este caso también permite las representaciones del patrón en función de $\theta$ y en el espacio-*u* (= sen$\theta$). Sin embargo, es posible hacer uso de un diagrama peculiarmente adecuado: el de las denominadas proyecciones *uv*, con

$$u = \operatorname{sen}\theta \cos\varphi, \qquad v = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi, \tag{1–87}$$

ver Figura 1-16.

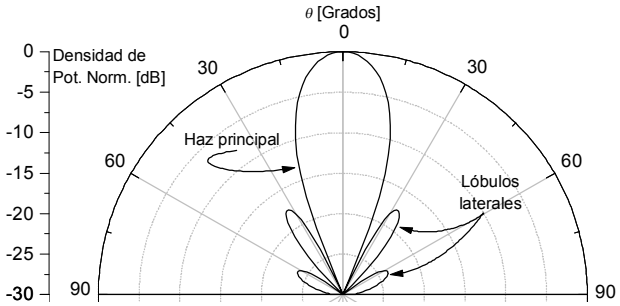



**Figura 1-15.** Representación plana (polar) del corte especificado en la figura anterior.

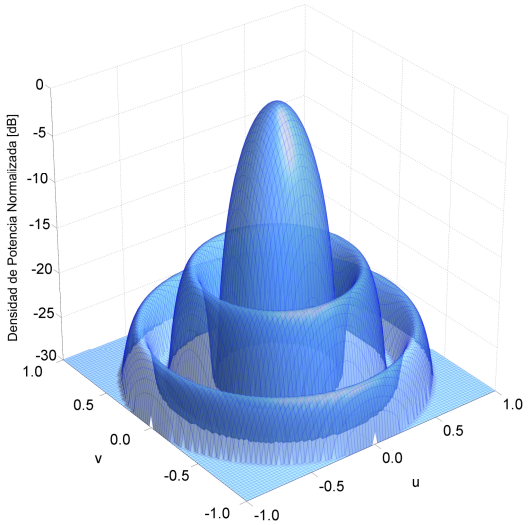



**Figura 1-16.** Patrón de potencia de la Figura 1-14, representado en el espacio *uv*.

Una de las ventajas de esta representación es que, con ella, las superficies de potencia constante son más fáciles de observar: en el caso de los sistemas de coordenadas polares, (Figura 1-14, por ejemplo) éstas se corresponden con esferas, mientras que con el sistema de proyección (Figura 1-16), son planos paralelos al plano *uv*, con lo cual resulta sencillo observar las zonas en donde la potencia tiene el mismo valor, aunque a costa de perder la ubicación aproximada $(\theta,\varphi)$ de cada uno de los puntos en donde se representa la potencia. Las proyecciones *uv* son ampliamente utilizadas durante el diseño de dispositivos de antenas con patrones confinados a uno de los hemisferios espaciales, ya que este diagrama sólo representa la mitad del espacio en un sistema de coordenadas esféricas usual[31]. Resulta útil observar que los planos principales corresponden a $u$=0,$v\in$[–1,1] (plano principal en $v$) $\Rightarrow (\theta,\varphi)=(\theta,\pi/2)$ con $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$, mientras que $v$=0,$u\in$[–1,1] (plano principal en $u$) $\Rightarrow (\theta,\varphi)=(\theta, 0)$ con $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$. En otras palabras, el plano $u$=0 corresponde al corte $\varphi$ =90º, mientras que el plano $v$=0 corresponde al corte $\varphi$=0º, ver por ejemplo la Figura 1-22 en la página 62.

[31] La función sen$\theta$, con $0 \le \theta \le 180º$ es simétrica respecto del plano $\theta$ = 90º, con lo cual se obtiene, para un valor dado de $\varphi$, el mismo par $(u,v)$ para dos valores distintos de $\theta$. Por ejemplo $\theta_1$ = 30º = 90º–60º y $\theta_2$ = 150º = 90º+60º $\Rightarrow$ sen$\theta_1$ = sen$\theta_2$ = ½.

El número de cortes necesarios para poder representar completamente un diagrama de radiación en potencia depende, obviamente, de su simetría.

#### 1.5.5.1 TIPOS USUALES DE PATRONES DE RADIACIÓN EN POTENCIA: DIAGRAMAS SUMA, DIFERENCIA Y DE HAZ PERFILADO.

Una de las tareas del diseñador de antenas consiste en intentar obtener –la mayoría de las veces bajo severas restricciones físicas: tamaño, tipo de alimentación, etc.– la geometría, composición y distribución de excitación de un sistema radiante que genere, a una cierta frecuencia o dentro de una gama de frecuencias, un diagrama de radiación en potencia con unas características previamente establecidas. En función de la aplicación a la cual va a ser destinado el sistema, durante la etapa de síntesis del diseño de un sistema radiante, puede ser necesario:

- Controlar la forma del haz principal (o haces principales), limitándolo a una cierta porción del espacio y configurando su topografía dentro de dicha porción angular.
- Controlar la topografía de los lóbulos menores –ya que su eliminación no es posible–, considerando que, en casi la totalidad de los casos, es imprescindible que la potencia distribuida en la zona fuera del lóbulo principal sea lo más pequeña posible. A veces este control conlleva a deprimir unos lóbulos más que otros o a uniformar sus niveles, aunque esto no siempre es fácil de llevar a la práctica.
- Fijar zonas, dentro de la región de lóbulos laterales o aún dentro de la de cobertura, en donde el nivel de emisión (o recepción) es particularmente bajo o alto (por ejemplo fijando zonas en donde se desea que el campo sea nulo –o muy cercano a cero–, o bien estableciendo varios lóbulos principales [KILDAL2000]).

Para facilitar la labor de síntesis que permita obtener alguna, o varias, de las características citadas, existen actualmente innumerables herramientas matemáticas e informáticas, presentadas en la literatura técnica con las que todo diseñador de antenas experimentado está familiarizado. En relación a los distintos diagramas de radiación que pueden llegar a ser necesarios en un sistema radiante dado, y a pesar de que las aplicaciones puedan ser muy dispares, en la literatura elemental de la teoría de antenas es común tipificar diversos patrones, los cuales se consideran de gran utilidad, no sólo porque su aplicabilidad es muy amplia, sino porque la obtención de estos diagramas en muchos casos es fácil y directa, mediante el adecuado uso de técnicas de síntesis (en este sentido, una de las más fructíferas ha resultado ser la técnica presentada en [ORCHARD1985], someramente descrita en la Sub–Sección 1.5.6.2, ver página 63). En la Figura 1-17 se representan cuatro cortes, correspondientes a sendos tipos de diagramas que son utilizados comúnmente.

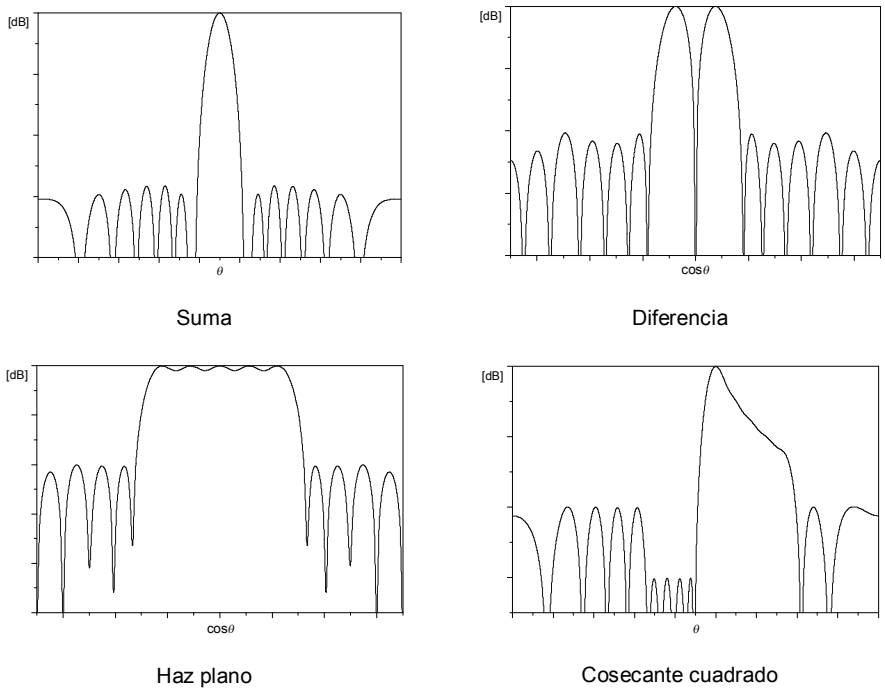



**Figura 1-17.** Ejemplos de diagramas muy utilizados en la literatura técnica.

Estos patrones se distinguen fundamentalmente por la forma del haz principal (la topografía de lóbulos laterales es arbitraria). Así,

- El Diagrama Suma (*Sum Pattern, or Pencil Beam Pattern*) se caracteriza por poseer un haz principal muy estrecho que implica una directividad elevada en la zona de cobertura. Este tipo de diagramas es muy utilizado en situaciones en que se desea un enfoque preciso del haz irradiado, como por ejemplo, en sistemas de radar [RODRÍGUEZ1999].
- El Diagrama Diferencia (*Difference Pattern*) se caracteriza por dos haces principales separados por un nulo central muy profundo. Este diagrama de radiación es también muy utilizado, complementariamente con el diagrama suma, por sistemas de radar [RODRÍGUEZ1999].
- El Diagrama de Haz Plano (*Flat Topped Beam*, or *Flat Top Beam*), consistente en un haz principal muy ancho y de potencia prácticamente constante, muy utilizado para cubrir amplias zonas de emisión, como, por ejemplo, en sistemas de comunicación por satélite.
- Finalmente, el Diagrama Cosecante Cuadrado, consistente en un haz principal muy ancho, pero de distribución asimétrica ajustada a la función $\text{cosec}^2\theta$, utilizado, v.g., por sistemas de navegación de aviones (Véase, por ejemplo [ELLIOTT2003], páginas 585, 586).
  Estos dos últimos casos se engloban dentro de la categoría de Patrones de Haz Perfilado (*Shaped Beam Patterns*).

Resulta útil recordar que, obviamente, estos cortes bien pueden pertenecer a diagramas tridimensionales muy diferentes. Claros ejemplos son los dos diagramas tipo suma vistos anteriormente,

obtenidos con cortes de diagramas de revolución completamente distintos (ver Figuras 1–11 y 1–14, por ejemplo).

Otros términos de uso común se citan a continuación.

Se llama Ancho de Haz de Mitad de Potencia, o de −3 dB (*Half Power Beamwidth* or −3 dB *Beamwidth*) al ángulo sólido que abarca la zona del haz principal dentro del cual la relación entre la densidad de potencia de cualquier punto y la potencia máxima del campo radiante es mayor que ½ (medidos ambos sobre una esfera de radio constante). Cuando existe simetría de revolución del diagrama de radiación, o bien cuando las medidas de densidad de potencia se limitan a un plano, esta medida puede ser representada por un ángulo plano.

El Ancho de Haz de Primer Nulo (*First Null Beamwidth*) es el ángulo sólido que abarca la zona del haz principal cuyo contorno es aquél dentro del cual la densidad de potencia decae a cero, o a un valor muy pequeño. Este ángulo, naturalmente, no encierra ningún lóbulo lateral. Como en el caso del ancho de haz de −3 dB, es posible reducir el caso a un ángulo plano cuando existe simetría o cuando las medidas de campo se han tomado en un plano.

El Nivel de Lóbulos Laterales *NLL* (o *SLL*: *Side Lobe Level*) es la máxima relación entre la máxima intensidad del lóbulo principal y el máximo relativo de cualquiera de los lóbulos laterales de un patrón de radiación, usualmente expresada en decibelios.

Un Nulo o Cuasi−Nulo (*Null or Quasi−null*) de un diagrama de radiación es la depresión de la intensidad a un valor igual a cero (nulo) o cercano a cero (cuasi−nulo) en una zona angular muy estrecha. A este respecto, el Relleno de Nulo (*Null Filling*) consiste en utilizar una técnica (generalmente de síntesis) para subir el nivel de la densidad de potencia en una zona angular en donde se encuentra un nulo.

Se denomina Rizado (*Ripple*) a la relación máxima entre la intensidad establecida como idealizada y la intensidad obtenida en cierta zona angular de un patrón en potencia. Usualmente el rizado se mide en la zona angular de cobertura. Cualitativamente hablando, el rizado establece cuál será la “fluctuación” del diagrama de radiación respecto de una superficie (o curva, en el caso en que el patrón se obtenga en un plano) considerada como ideal. Cuando no es posible construir una superficie (o curva) matemática ideal, se puede tomar un diagrama de regresión (promedio cuadrático) de los puntos medidos en la zona de cobertura.

La Zona de Cobertura (*Coverage Zone*) es la región angular de interés del diagrama de radiación de una antena, lógicamente destinada al haz principal, y dentro de la cual se emite la mayor parte de la energía radiada al espacio. Se corresponde con las zonas hacia donde es necesario emitir (o recibir) la radiación.

La Figura 1-18 puede resultar de ayuda para aclarar estos conceptos.

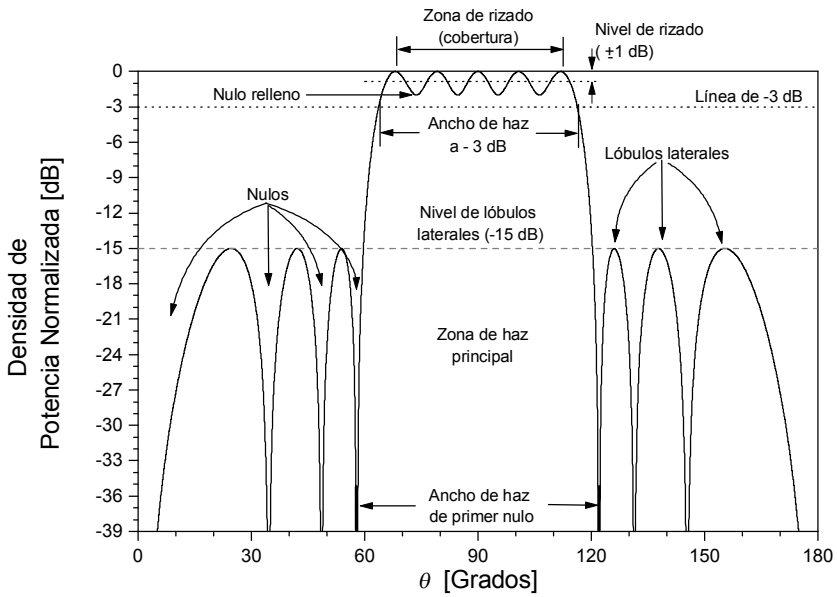



**Figura 1-18.** Ejemplo (corte de patrón de haz plano, topografía de lóbulos laterales simétrica y uniforme a –15 dB, ±1 dB de rizado) en donde se resaltan las características más utilizadas para describir un diagrama de densidad de potencia de radiación.

### 1.5.6 AGRUPACIONES DE ANTENAS.

En general, resulta más fácil conseguir un patrón en potencia deseado si, en lugar de una sola antena, se utiliza un conjunto de elementos cuyos diagramas de radiación individuales son conocidos. Todo diseñador sabe que, si la separación entre elementos es suficientemente grande como para evitar los efectos de acoplo mutuo (de los que se hablará en la siguiente Sub–Sección), el diagrama de radiación de un conjunto de elementos será aproximadamente igual a la superposición (suma vectorial) de los diagramas individuales. La utilidad de este concepto sugiere la presentación de los fundamentos de las agrupaciones de antenas, que se describen a continuación.

Se denomina Agrupación de Antenas (*Array Antenna or Antenna Array*) a "una antena compuesta por un número de elementos radiantes idénticos entre sí, distribuidos regularmente en el espacio y excitados de manera de obtener un patrón de radiación previamente establecido". Si los elementos se distribuyen a lo largo de una línea, entonces a dicho conjunto se le denomina, naturalmente, Agrupación Lineal (Linear Array, ver Figura 1-3). Los elementos a lo largo de dicha línea pueden estar, o no, equiespaciados.

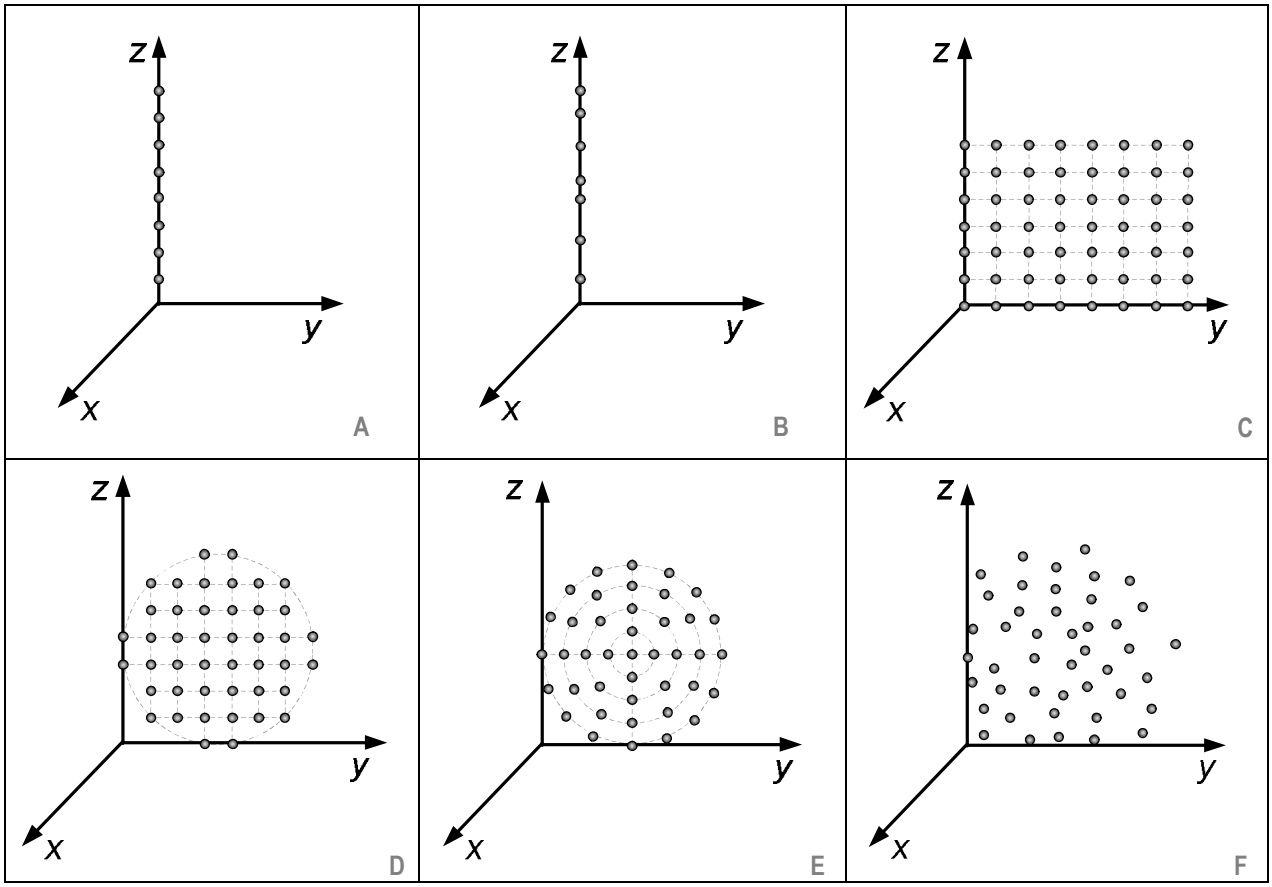



**Figura 1-19.** Agrupaciones de antenas: A. Agrupación lineal elementos equiespaciados; B. Agrupación lineal elementos no equiespaciados; C. Agrupación plana de mallado rectangular (elementos equiespaciados) y contorno rectangular; D. Agrupación plana de mallado rectangular (elementos equiespaciados) y contorno circular; E. Agrupación plana de mallado circular y contorno circular; F. Agrupación plana irregular, elementos no equiespaciados.

Si varios elementos están distribuidos en una superficie plana, entonces se habla de Agrupación Plana (*Planar Array*). Dependiendo de cómo se realice la distribución, se puede hablar de agrupaciones planas con elementos equiespaciados o no equiespaciados. Pueden tener distribución en un mallado rectangular, circular o irregular. El contorno de la superficie que delimita la agrupación puede ser rectangular, triangular, hexagonal, circular, irregular, etcétera. Algunos de estos casos se presentan en la Figura 1−19, en donde los elementos han sido representados por pequeños círculos.

Algunas veces es necesario disponer los elementos sobre una superficie que no es plana, como por ejemplo en las puntas de los aviones o misiles, ya que así se evita perturbar los factores aerodinámicos del sistema en conjunto [RUDGE1983]. En este caso se habla de agrupaciones conformadas (ver Figura 1-3), y éstas generalmente tienen el inconveniente adicional de que los elementos no están dispuestos todos con la misma orientación sobre la superficie base, lo que obliga a tener en cuenta las rotaciones relativas de cada uno de ellos respecto del sistema global de coordenadas, generalmente ligado rígidamente a dicha superficie base.

Supóngase que se tiene un conjunto de $N$ elementos radiantes distribuidos en un espacio finito. Sea $\mathbf{r'}_n$, con $n \in [1,N]$, el vector posición del elemento $n$–ésimo, referido a un sistema de coordenadas

cartesiano convenientemente elegido. Puesto que un sistema de densidades de corriente admite el principio de superposición, el vector potencial magnético generado por dicha agrupación de elementos estará dado por la suma del vector **A** correspondiente a cada uno de ellos, aplicando sucesivamente la (1–31):

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{A}_n\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n\right) = \sum_{n=1}^{N} \left( \iiint_{v_n} \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}'_n\right) e^{-j\omega \frac{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n\right|}{c}}}{4\pi\, \mu_0^{-1} \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n\right|} dv'_n \right) \tag{1–88}$$

Si los elementos son idénticos, y están orientados de tal modo que la posición de cualquiera de ellos difiere de los demás en una correspondiente traslación (i.e. son congruentes respecto de una traslación), ver Figura 1-20, entonces la ecuación anterior puede reducirse a (ver Apéndice A.1.5):

$$\mathbf{A}(\theta,\varphi) \propto \mathbf{f}_e(\theta,\varphi) \sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'_n} = \mathbf{f}_e(\theta,\varphi) F\left(\mathbf{r}'_n, I_n, \theta, \varphi\right). \tag{1–89}$$

En esta última ecuación se ha supuesto que el valor de **A** se toma en campo lejano, y medido sobre una esfera de radio $r$=constante. La función $\mathbf{f}_e(\theta,\varphi)$ es denominada Factor Elemento (*Element Factor*) y representa el campo radiado por cualquiera de los elementos considerados, medido en campo lejano[32]. El sumatorio $F(\mathbf{r'}_n, I_n, \theta, \varphi)$ de (1–89) es denominado Factor de Agrupamiento (*Array Factor*), y es "El patrón de radiación de una agrupación de antenas cuando cada elemento de dicha agrupación es considerado isotrópico", lo cual es evidente si se realiza la sustitución $\mathbf{f}_e(\theta,\varphi)=\mathbf{a}_f$, que constituye el factor elemento de un elemento isotrópico polarizado en la dirección del vector unitario $\mathbf{a}_f$, considerado constante. Se puede decir entonces que el elemento $n$–ésimo tiene una excitación relativa $I_n \in \mathscr{C}$ (siendo $\mathscr{C}$ el conjunto de los números complejos)[33]. En dicha ecuación, $\mathbf{k}=k\,\mathbf{a}_r$ representa el Vector de Propagación [SADIKU1998], siendo $\mathbf{a}_r$ el vector unitario radial (en coordenadas esféricas) que apunta hacia el punto campo. Obsérvese que el producto escalar $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r'}_n=(2\pi/\lambda)r'_n \cos\vartheta_n$ , siendo $\vartheta_n$ es el ángulo entre $\mathbf{a}_r$ y $\mathbf{r'}_n$, ver Figura 1-20, representa el desfase relativo (diferencia de camino óptico) de la contribución a **A** del elemento $n$–ésimo, debido a su posición respecto del centro del sistema de coordenadas. Puesto que, en campo lejano, **E** y la componente tangencial de **A** difieren en una constante (ver Apéndice A.1.4), puede decirse que la componente tangencial de la ecuación (1–89) representa, proporcionalmente y desfasada en el tiempo, el campo eléctrico generado por la agrupación de los elementos. Cualquiera de estas expresiones podrá, entonces, utilizarse para representar el

[32] Podría considerarse el $\mathbf{f}_e$ medido en campo cercano. Sin embargo, puesto que en zonas cercanas a la antena no puede existir congruencia de traslación, la ecuación (1–89) no es aplicable, aunque la (1–88) sigue siendo válida. Esto se tratará en el Capítulo 2, al considerar el campo cercano generado por una agrupación de dipolos.

[33] El elemento puede estar excitado con una señal desfasada respecto de la señal emitida por el generador, es decir, respecto de $\omega t$, y esto se expresa haciendo que $I_n$ sea un número complejo (ver nota 12 al pie de la página 25). Nótese que la red de alimentación no se ha considerado en este análisis.

diagrama de radiación en amplitud (o amplitud cuadrática en la mayoría de los casos) *normalizado*, según se ha comentado en la página 36, con lo cual el símbolo de proporcionalidad se puede reemplazar por el de igualdad. Cuando un libro de teoría y diseño de antenas se refiere a "campo" radiado por una antena, o una agrupación de antenas, puede estar refiriéndose a cualquiera de estos: $\mathbf{A}_T$, **E**, o **B**, o bien a una cantidad proporcional a alguno de ellos. Sin embargo, es común considerar que el término campo se refiere a "campo eléctrico".

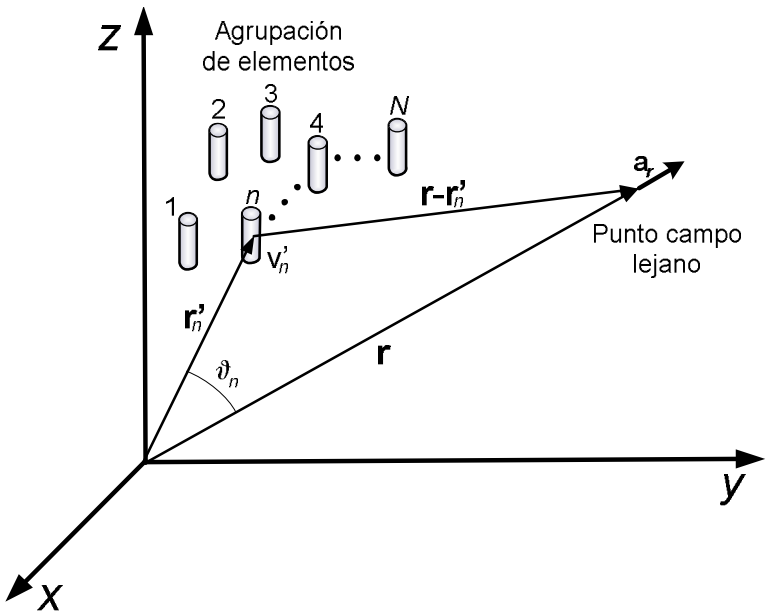



**Figura 1-20.** Agrupación irregular (en el espacio) de *N* elementos idénticos, igualmente orientados.

### 1.5.6.1 FORMULACIÓN DE CASOS ESPECIALES.

#### A) AGRUPACIÓN LINEAL (*LINEAR ARRAY*).

Sea una agrupación lineal de *N* elementos isotrópicos alineados a lo largo del eje *z*, según se observa en la Figura 1-19, A. La posición del elemento *n*–ésimo es $\mathbf{r'}_n=\mathbf{a}_z z'_n$, siendo $z'_n$ la coordenada *z'* de dicho elemento, por lo que $\mathbf{k}.\mathbf{r'}_n = k\, z'_n \cos\theta = (2\pi/\lambda)\, z'_n \cos\theta$. El factor de agrupación de la ecuación (1–89) se simplifica:

$$F(\theta)=\sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r'}_n} = \sum_{n=1}^{N} I_n e^{jkz_n\cos\theta} \equiv \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jkz_n\cos\theta}, \qquad (1\text{–}90)$$

en donde se ha puesto $z_n$ el lugar de $z'_n$ porque no hay riesgo de ambigüedad en la expresión. El símbolo ≡ indica la equivalencia de las dos últimas expresiones, ya que es posible enumerar los elementos con $n\in[1,N]$, o bien con $n\in[0,N-1]$, según se considere conveniente.

Si los elementos están equiespaciados una distancia *d*, y el primer elemento está ubicado en el origen del sistema de coordenadas, entonces $z_n=nd$ (con $n\in[0,N-1]$), se obtiene la conocida expresión:

$$F(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)nd\cos\theta} \equiv \sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(n-1)d\cos\theta}, \qquad (1\text{–}91)$$

que será muy utilizada en Capítulos posteriores.

### B) AGRUPACIÓN PLANA CON MALLADO RECTANGULAR (*RECTANGULAR GRID PLANAR ARRAY*).

Si se tiene una agrupación plana de $P=M\times N$ elementos isotrópicos distribuidos en un mallado rectangular, según se observa en la Figura 1-21, la posición de uno de sus elementos puede representarse por los subíndices de una matriz de elementos $(m,n)$, ya que $\mathbf{r}'_{mn}=\mathbf{a}_x md_x+\mathbf{a}_y nd_y$ , siendo $d_x$ y $d_y$ las separaciones de elementos contiguos medidas paralelamente a los ejes $x$ e $y$, respectivamente, con $m\in[0,M-1]$, $n\in[0,N-1]$ en el caso en que el primer elemento –i.e. el elemento (0,0)– esté ubicado en el origen de coordenadas y el contorno de la agrupación es rectangular. Así, $\mathbf{k}.\mathbf{r}'_{mn}= k\ \mathbf{a}_r.(md_x\ \mathbf{a}_x+nd_y\ \mathbf{a}_y)=k\ \mathrm{sen}\theta\,(md_x\cos\varphi+nd_y\,\mathrm{sen}\varphi)$. Llamando $I_{mn}$ a la excitación del elemento cuya posición es $\mathbf{r}'_{mn}$, se obtiene el correspondiente factor de agrupación:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} I_{mn} e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\left(m\,d_x\cos\varphi+n\,d_y\,\mathrm{sen}\varphi\right)}. \qquad (1\text{–}92)$$

El caso general en el que los elementos tienen posiciones arbitrarias $(x_{mn},y_{mn})$, el factor de agrupación estará dado, obviamente, por:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} I_{mn} e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\left(x_{mn}\cos\varphi+y_{mn}\,\mathrm{sen}\varphi\right)}. \qquad (1\text{–}93)$$

Si el mallado es cuadrado, compuesto por $2L\times 2L$ elementos equiespaciados una distancia $\lambda/2$ (siendo $\lambda$ la longitud de onda a la frecuencia de trabajo) y si la distribución de excitación tiene simetría en octantes (medio cuadrante), esta expresión se puede reducir a:

$$F(u,v)=\sum_{m=1}^{L}\sum_{n=1}^{L} I_{mn}\,\varepsilon_{mn}\left(V_{mn}+V_{nm}\right) \qquad (1\text{–}94)$$

en donde

$$\begin{aligned} V_{mn}&=\cos\left[(2m-1)\pi u/2\right]\cos\left[(2n-1)\pi v/2\right],\\ V_{nm}&=\cos\left[(2n-1)\pi u/2\right]\cos\left[(2m-1)\pi v/2\right],\\ \varepsilon_{mn}&=1-\tfrac{1}{2}\delta_{mn}, \end{aligned} \qquad (1\text{–}95)$$

en la que se ha aplicado las ecuaciones (1–87), y siendo $\delta_{mn}$ el conocido delta de Kronecker, definido como,

$$\delta_{mn}=\begin{cases}1 & \text{si } m=n,\\ 0 & \text{si } m\neq n.\end{cases} \qquad (1\text{–}96)$$

El factor de agrupación general, para *N* elementos arbitrariamente distribuidos sobre el plano *xy* es:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{n=1}^{N} I_n e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\,(x_n\cos\varphi+y_n\,\mathrm{sen}\varphi)}\ . \tag{1–97}$$

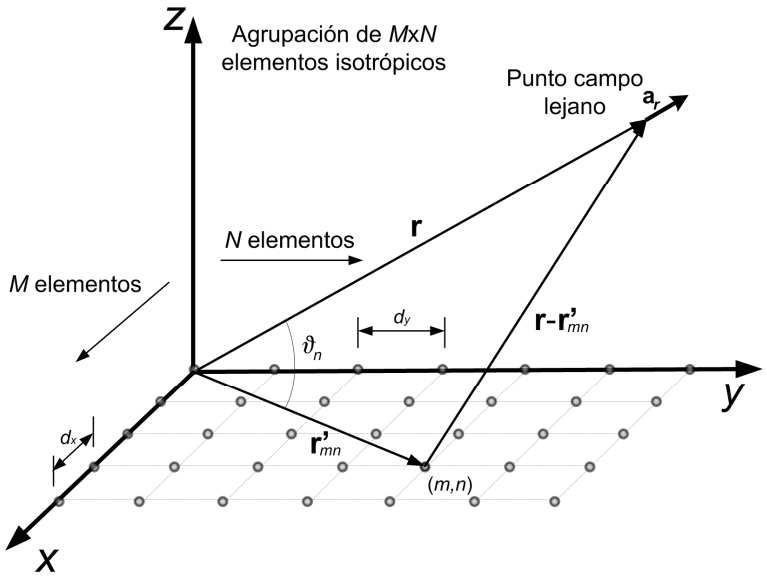



**Figura 1-21.** Agrupación plana de *MxN* elementos isotrópicos (mallado rectangular en el plano *xy*).

### C) AGRUPACIÓN PLANA CON MALLADO RECTANGULAR Y DISTRIBUCIÓN SEPARABLE.

Se obtiene un caso especial de la (1–92) [o la (1–93)] si se considera que $I_{mn}=I_m\,I_n$. Se dice entonces que la distribución de excitación es separable, y el factor de agrupación resultante es:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} I_m I_n\, e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\left(m\,d_x\cos\varphi+n\,d_y\,\mathrm{sen}\varphi\right)}=\left(\sum_{m=0}^{M-1} I_m\, e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\,m\,d_x\cos\varphi}\right)\left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n\, e^{jk\,\mathrm{sen}\theta\,n\,d_y\,\mathrm{sen}\varphi}\right)\Rightarrow$$
$$\boxed{F(\theta,\varphi)\equiv F(u,v)=\left(\sum_{m=0}^{M-1} I_m\, e^{jkmd_x u}\right)\left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n\, e^{jknd_y v}\right)=F(u)F(v),} \tag{1–98}$$

lo que equivale a decir que el patrón de radiación en el espacio *uv* es igual a la multiplicación de dos patrones mutuamente perpendiculares, obtenidos con los coeficientes de excitación respectivos: $I_m$ para obtener $F(u)$ e $I_n$ para obtener $F(v)$ [teniendo en cuenta la (1–87)]. En la Figura 1-22 se observa el patrón de radiación (factor de agrupación) sintetizado al considerar que $I_m$ es una distribución de excitación calculada para obtener un patrón tipo Chebyshev [BALANIS1997] de –25 dB de nivel uniforme de lóbulos laterales para el plano $u$=0, mientras que $I_n$ es una distribución con la que se obtienen –20 dB en el plano $v$=0. En la Figura 1-23 se observa la correspondiente distribución de amplitud de excitación que genera dicho patrón en potencia, habiéndose considerado $d_x=d_y=0{,}5\ \lambda$.

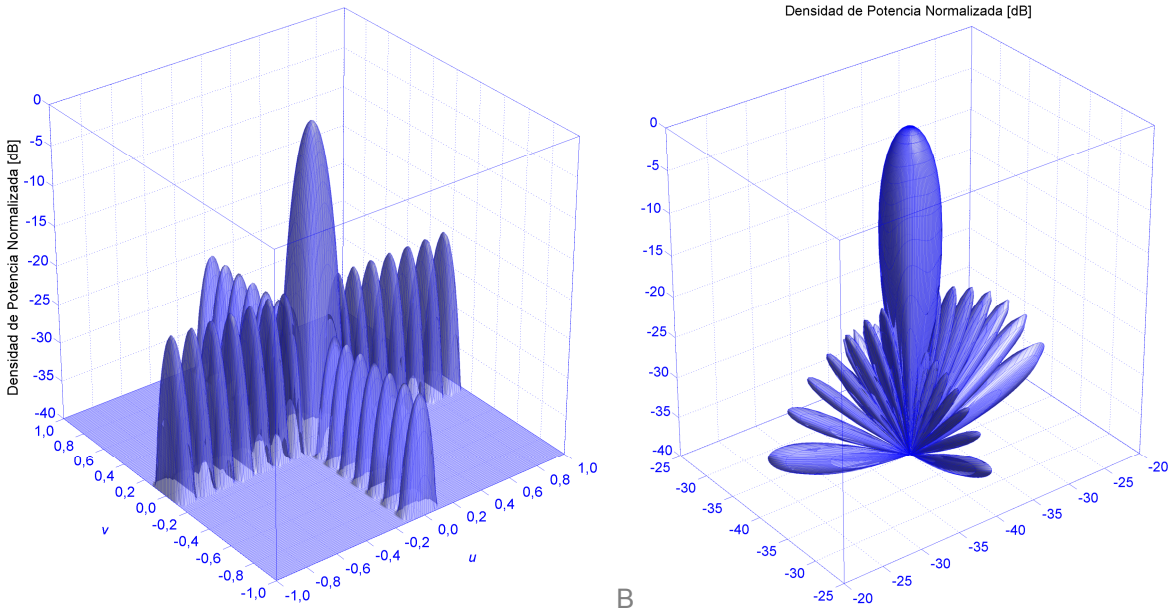



**Figura 1-22.** Patrón en potencia de distribución de excitación separable tipo Chebyshev, con $NLL_u$=–20 dB y $NLL_v$=–25 dB. A: diagrama en el espacio uv. B: diagrama en el espacio polar 3D (real). Se observa que el plano $u$=0 se corresponde con el corte $\varphi$=90º, mientras que el plano $v$=0 se corresponde con el corte $\varphi$=0º, según se comentó en la página 52.

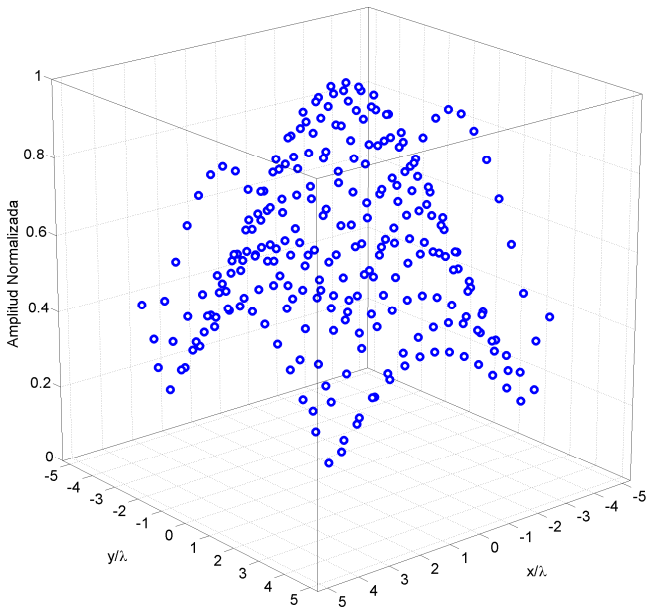



**Figura 1-23.** Distribución de amplitud que genera el patrón en potencia de la Figura 1-22.

Obviamente, estas expresiones también serán utilizadas en Capítulos posteriores.

### D) Agrupación Plana con Mallado Circular (Circular Grid Planar Array).

En el caso de mallado circular en forma de anillos concéntricos, ver Figura 1-24, los elementos de un anillo específico ($R_0$=constante) pueden estar caracterizados por un vector de posición $\mathbf{r'}_n=R_0(\mathbf{a}_x\cos\varphi_n+\mathbf{a}_y\mathrm{sen}\varphi_n)$, siendo $\varphi_n$ el ángulo que forma $r'_n$ respecto del eje $x$. Si los elementos están equiespaciados a lo largo del anillo, puede hacerse $\varphi_n=n\Delta\varphi_0$, con $n\in[0,N-1]$ y $\Delta\varphi_0 = 2\pi/N$. Con esto, se

tiene que: $\mathbf{k}.\mathbf{r}'_n = R_0\, k\mathbf{a}_r.(\mathbf{a}_x\cos\varphi_n+\mathbf{a}_y\mathrm{sen}\varphi_n)= R_0\, k\, \sin\theta\, (\cos\varphi\, \cos\varphi_n+\sin\varphi\, \sin\varphi_n)= R_0\, k\, \sin\theta\, \cos(\varphi-\varphi_n)$. El correspondiente factor de agrupación es, entonces:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\,kR_0\,\mathrm{sen}\theta\cos(\varphi-\varphi_n)} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\,kR_0\,\mathrm{sen}\theta\cos(\varphi-n\Delta\varphi_0)} \quad . \tag{1–99}$$

Para $M$ radios concéntricos de radios $R_m$ (con $m\in[1,M]$) , cada uno de ellos compuesto por $N_m$ elementos y separados una distancia $\Delta\varphi_m=2\pi/N_m$, se tendrá

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{N_m-1} I_{mn} e^{j\,kR_m\,\mathrm{sen}\theta\cos(\varphi-n\Delta\varphi_m)} \quad . \tag{1–100}$$

En el caso especial en que los elementos del anillo $m$–ésimo tengan la misma excitación se podrá simplificar ligeramente la ecuación anterior:

$$F(\theta,\varphi)=\sum_{m=1}^{M} I_m \sum_{n=0}^{N_m-1} e^{j\,kR_m\,\mathrm{sen}\theta\cos(\varphi-n\Delta\varphi_m)} \quad . \tag{1–101}$$

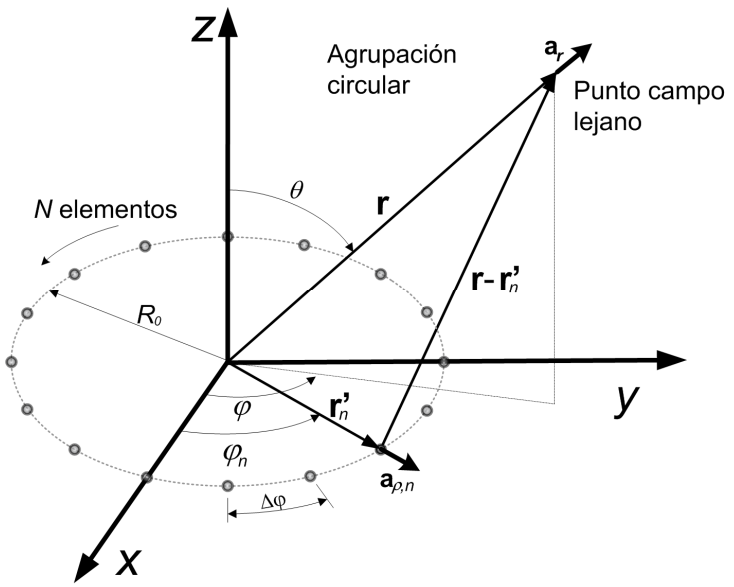



**Figura 1-24.** Agrupación circular de elementos isotrópicos.

### 1.5.6.2 El Círculo de Schelkunoff y el Método de Orchard.

El factor de agrupación de un conjunto de $N$ antenas equiespaciadas, alineadas a lo largo de un eje puede expresarse como un polinomio de grado $n$–1, según se observa transformando la (1–91):

$$F(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)nd\cos\theta} \Rightarrow F(w)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n w^n \Rightarrow$$
$$F(w)=I_{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left(I_n/I_{N-1}\right)w^n = I_{N-1}\prod_{n=1}^{N-1}(w-\varpi_n), \quad (1\text{–}102)$$

donde, obviamente $w=e^{jkd\cos\theta}=e^{ju}$ (con $u=kd\cos\theta$)[34], siendo ésta la variable compleja del polinomio $F(w)$, cuyos coeficientes son las propias excitaciones $I_n$ de los elementos de la agrupación. Con la última ecuación de (1–102) se logra representar el factor de agrupación en función de las raíces del polinomio (siendo el número de raíces igual al número de elementos menos uno), las cuales son soluciones de:

$$F(w)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n w^n = 0\,. \quad (1\text{–}103)$$

Nótese que, por definición, la variable compleja $w$ recorre un círculo de radio unitario conforme el exponente $u\in\Re$ (que es el ángulo de $w$ en el espacio complejo) varía entre $-kd$ y $kd$. A este círculo se denomina usualmente "de Schelkunoff", en honor al investigador que publicó por primera vez los análisis del factor de agrupación utilizando la (1–102) [SCHELKUNOFF1943].

A continuación se presenta un resumen de dicho análisis.

Haciendo $\varpi_n=e^{a_n+jb_n}=e^{a_n}e^{jb_n}$ se permite que $a_n\in\Re$ y $b_n\in\Re$ representen las posiciones radiales y angulares, respectivamente, de las raíces del polinomio $F$. Supóngase que $a_n=0\ \forall n\in[1,N-1]$. Ello significa que el polinomio tendrá un valor igual a cero siempre y cuando $w(\theta=\theta_n)=w_n$, es decir,

$$w_n-\varpi_n=0 \Rightarrow e^{jknd\cos\theta_n}=e^{jb_n} \Rightarrow knd\cos\theta_n=b_n \Rightarrow$$
$$\boxed{\theta_n=\operatorname{acos}\left(b_n/knd\right)=\operatorname{acos}\left(\lambda b_n/2\pi nd\right)}, \quad (1\text{–}104)$$

y esto sucederá en $N-1$ posiciones angulares. En otras palabras, el patrón en potencia no tendrá ningún cero relleno. El patrón en potencia podrá ser, por ejemplo, del tipo suma, ver Figura 1-17. Si, además de cumplirse (1–104), la agrupación posee un número par de elementos (lo que implica un número impar de raíces, es decir $N-1=2M+1$ –siendo $M$ un entero–), y si $b_M=0$, entonces, $F$ tendrá un nulo en $\theta_M=\pi/2$, con lo cual se generará un patrón tipo diferencia[35], ver Figuras 1–17 y 1–25, sin ceros rellenos, nuevamente. En estos dos casos citados, las raíces se ubicarán sobre el círculo unitario de Schelkunoff (ya que $a_n=0$).

Por otra parte, si $a_n\neq 0$ para algún $n\in[1,N-1]$, la raíz $w_n$ permanecerá fuera del círculo unitario (en el interior del círculo si $a_n<0$, o en el exterior si $a_n>0$). En $\theta_n=\operatorname{acos}\left(b_n/knd\right)$, el factor de agrupación $F(w_n)\neq 0$, ya que

[34] Puede utilizarse el signo (–) en los exponentes de (1–102), aunque en general se toma la misma expresión con signo (+).

[35] Para generar un diagrama diferencia, es necesario considerar una agrupación de un número par de elementos, ya que, por estar equiespaciados, si los elementos de una mitad de la agrupación están desfasados 180º respecto de sus correspondientes de la otra mitad, la contribución de todos ellos será nula en $\theta=\pi/2$ [ELLIOTT2003].

$$w_n - \varpi_n = 0 \Rightarrow e^{jknd\cos\theta_n} - e^{a_n} e^{jb_n} = e^{jknd\cos\theta_n}\left(1 - e^{a_n}\right) = 0, \tag{1–105}$$

no tiene solución si $a_n$ es real y distinto de cero. Dicho esto, es fácil deducir que en la posición $\theta_n$ habrá un cero relleno, dando lugar a diagramas del tipo de haz plano, cosecante cuadrado (ver Figura 1-17), de haz perfilado, o simplemente con ceros rellenos en la zona de lóbulos laterales.

Hay otra conclusión notable que se presenta a continuación. El patrón en potencia de la agrupación isotrópica de elementos es proporcional al cuadrado de la amplitud de *F*; hallando dicho valor se obtiene de la ecuación (1–102):

$$\begin{gathered}\left|F(w)\right|^2 = F(w)\left[F(w)\right]^* = I_{N-1}\prod_{n=1}^{N-1}\left(e^{ju} - e^{a_n}e^{jb_n}\right)\left[I_{N-1}\prod_{n=1}^{N-1}\left(e^{ju} - e^{a_n}e^{jb_n}\right)\right]^* \Rightarrow \\ \left|F(w)\right|^2 = 2\left|I_{N-1}\right|^2\prod_{n=1}^{N-1}e^{a_n}\left[\cosh(a_n) - \cos(b_n - u)\right].\end{gathered} \tag{1–106}$$

Considérese que la (1–106) posee $M \le N-1$ ceros rellenos, y llámese $\Theta$ al conjunto de los índices de las raíces que corresponden a dichos ceros rellenos, es decir $a_n \neq 0 \ \forall n \in \Theta$. Llámese $\Xi$ al conjunto de los $N-1-M$ índices de las raíces que corresponden a los ceros sin rellenar. En este caso se tendrá $a_n = 0 \forall n \in \Xi$, y también se tendrá que $\Theta \cup \Xi = \{1,2,\ldots N-1\}$. En este caso, la ecuación anterior se puede reescribir como[36]:

$$\left|F(w)\right|^2 = 2\left|I_{N-1}\right|^2\prod_{n\in\Xi}\left[1 - \cos(b_n - u)\right]\prod_{n\in\Theta}e^{a_n}\left[\cosh(a_n) - \cos(b_n - u)\right]. \tag{1–107}$$

Se observa que *la forma* de la curva $|F(w)|^2$ no cambiará si se realiza el reemplazo $a_n \rightarrow -a_n$. En otras palabras: la topología del patrón en potencia permanece inalterada si una raíz del polinomio que está fuera del círculo de Schelkunoff se reemplaza por una raíz que está dentro (o viceversa), manteniendo el ángulo $b_n$, y cambiando el radio $e^{a_n}$ por su valor inverso $e^{-a_n}$ $\forall n \in \Theta$. Sin embargo, también puede demostrarse que, en contrapartida, el diagrama de fase de campo y la distribución de excitación sí cambian. Esto da lugar a una multiplicidad de las soluciones obtenidas con *M* raíces complejas que generan el mismo patrón en potencia, y que es posible aprovechar para obtener la distribución de excitación más adecuada al diseño al que pertenece, teniendo en cuenta, además, que en general el patrón de fase de campo no tiene importancia en un sistema de transmisión de señales electromagnéticas (lo que interesa es la potencia transmitida). En la Figura 1-25 se observan tres ejemplos cualitativos del análisis expuesto en este breve análisis. Los pequeños círculos negros indican las posiciones de las raíces, mientras que los blancos indican las posiciones de las raíces que permiten obtener el mismo patrón de amplitud del factor de agrupación.

[36] Nótese que el término entre corchetes de la última ecuación de (1–106) es siempre positivo (como era de esperar), puesto que $\cosh(a_n) \ge 1$ y $\cos(b_n - u) \le 1$.

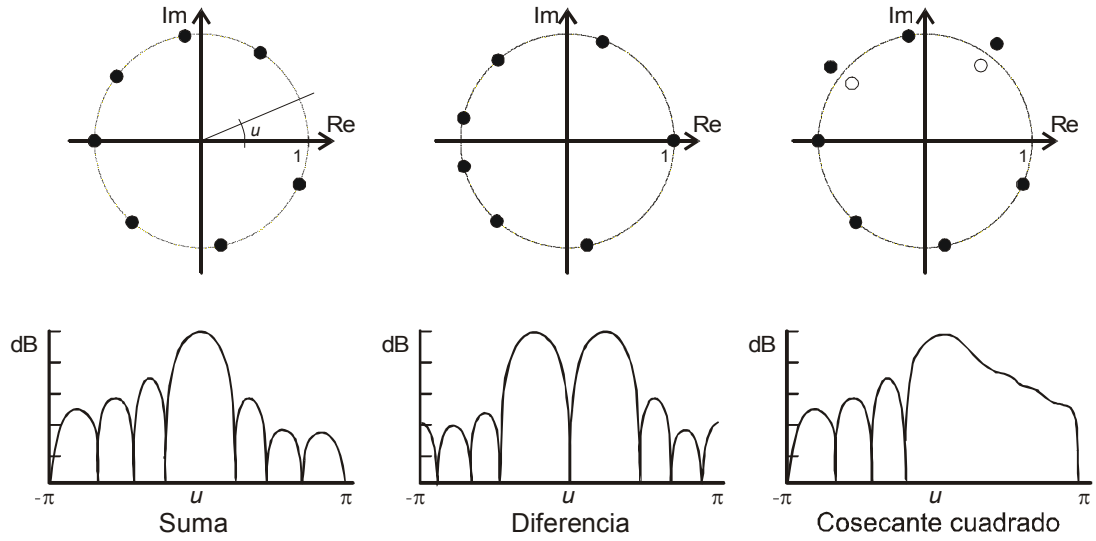



**Figura 1-25**. Ejemplos de distribuciones de los ceros sobre el círculo de Schelkunoff para tres casos de una agrupación lineal de ocho elementos.

Si la ecuación (1–107) se pasa a decibelios, se obtiene:

$$G(u)=10\log_{10}\left|F(u)\right|^2=10\log_{10}\left\{2\left|I_{N-1}\right|^2\prod_{n\in\Xi}\left[1-\cos(b_n-u)\right]\prod_{n\in\Theta}e^{a_n}\left[\cosh(a_n)-\cos(b_n-u)\right]\right\}\Rightarrow$$

$$G(u)=20\log_{10}\left(2\left|I_{N-1}\right|\right)+10\sum_{n\in\Xi}\log_{10}\left[1-\cos(b_n-u)\right] \qquad (1\text{–}108)$$

$$+10\sum_{n\in\Theta}\log_{10}e^{a_n}+10\sum_{n\in\Theta}\log_{10}\left[\cosh(a_n)-\cos(b_n-u)\right]\quad[\text{dB}].$$

Supóngase que se conocen unos valores iniciales para las raíces, las cuales pueden expresarse como $(\pm{}^0a_n,{}^0b_n)$. Con la (1–108) se obtiene el diagrama de radiación inicial $G(u^0)$. Es posible, mediante la conveniente perturbación de dichas raíces $(\pm{}^0a_n,{}^0b_n)\rightarrow(\pm{}^0a_n\pm\delta a_n,{}^0b_n\pm\delta b_n)$ modificar este diagrama de radiación hasta obtener uno de características deseadas: éste es el método de síntesis que, básicamente, se propone en el trabajo de Orchard y colaboradores [ORCHARD 1985]. Supóngase que $S(u)$ es el diagrama deseado, expresado en dB; $G(u^0)$–$S(u)$ representa entonces la diferencia entre lo obtenido y lo deseado; así, la correspondiente diferencial puede ser expresada como:

$$d(G-S)=\sum_{n\in\Xi}\frac{\partial G}{\partial b_n}\delta b_n+\sum_{n\in\Theta}\left(\frac{\partial G}{\partial a_n}\delta a_n+\frac{\partial G}{\partial b_n}\delta b_n\right)+\delta C \qquad (1\text{–}109)$$

siendo $C$ una constante de normalización. Para obtener las perturbaciones $(\pm\delta a_n,\pm\delta b_n)$ requeridas se evalúa la (1–109) en $N$+$M$ puntos del espacio–$u$ (ya que se requieren $N$–1 valores de $\delta b_n$, $M$ valores de $\delta a_n$ y un valor de $\delta C$), procediéndose a resolver el sistema de ecuaciones obtenido. Este método es iterativo, puesto que las perturbaciones son pequeñas y el diagrama deseado no se obtiene en un solo paso. En la iteración $q$–ésima, las raíces vendrán dadas por

$$\begin{aligned} \pm^{q}a_n &= \pm^{q-1}a_n + {}^{q}\delta a_n \\ {}^{q}b_n &= {}^{q-1}b_n + {}^{q}\delta b_n. \end{aligned} \qquad (1\text{–}110)$$

Ésta ha resultado ser una técnica muy robusta que converge en unas pocas iteraciones, según se establece en [ORCHARD 1985], en donde se expone con más detalle el método brevemente descrito en este apartado.

Como ejemplo de lo expuesto, en la Figura 1-26 se observa un patrón tipo cosecante cuadrado obtenido al aplicar este método a una agrupación compuesta por 20 elementos isotrópicos equiespaciados una distancia $\lambda/2$, y distribuidos a lo largo del eje *z* [RODRÍGUEZ 1999].

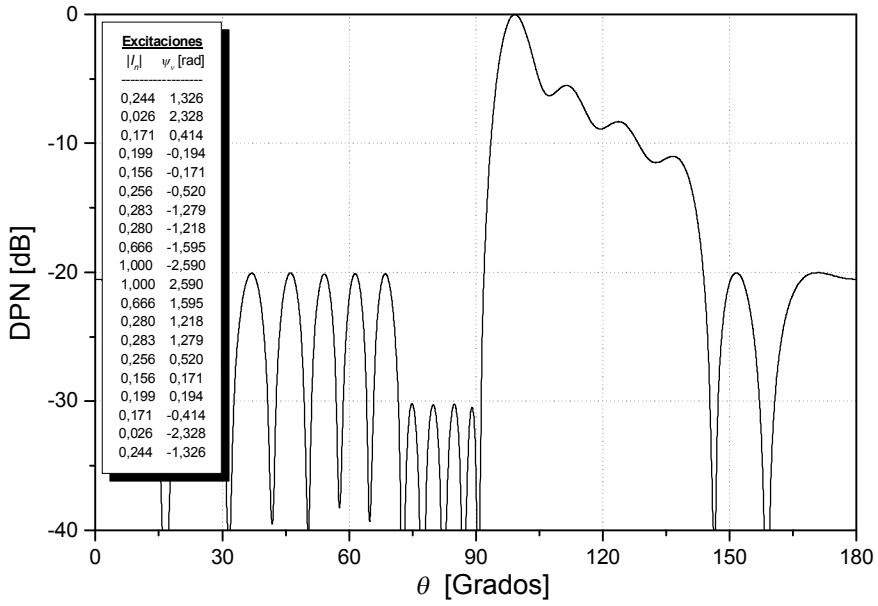



**Figura 1-26.** Ejemplo de patrón de radiación obtenido utilizando la técnica de Orchard et. al. generalizada. Se incluye el listado de las excitaciones de la agrupación: amplitudes normalizadas y fases en radianes.

En ese mismo trabajo [RODRÍGUEZ 1999] se considera la extensión de la técnica considerando que las raíces complejas se agrupan en pares conjugados para obtener distribuciones de excitación reales, algo que no será discutido aquí con más detalle, aunque también puede consultarse en [RODRÍGUEZ 1997, RODRÍGUEZ 1998].

### 1.5.7 EFECTOS DE ACOPLO MUTUO. MATRICES DE IMPEDANCIA Y DE DISPERSIÓN. IMPEDANCIA ACTIVA.

El proceso de síntesis aplicado a una agrupación de antenas específica (con factor elemento establecido[37]) consiste, usualmente, en encontrar las posiciones $\mathbf{r}'_n$ de los elementos y una distribución

[37] Existe un amplio conjunto de funciones conocidas que corresponden a antenas utilizadas con asiduidad en la literatura técnica (parches circulares o rectangulares, dipolos, etcétera). También es posible obtener una función aproximada realizando medidas en puntos discretos $(\theta_m,\varphi_m)$ de una antena (elemento) específica y luego estableciendo el valor del campo en cualquier punto $(\theta,\varphi)$ mediante interpolación de las medidas iniciales.

de excitación $I_n$ que produzcan unos valores de campo deseados en cierta región del espacio. La técnica de síntesis se aplica con ayuda de formulaciones teóricas y de algoritmos de optimización, empleando básicamente, para tal fin, la ecuación (1–89). Sin embargo, es posible que al utilizar el conjunto $I_n$, el campo obtenido difiera del hallado durante el proceso de síntesis, debido a que la interacción de los elementos entre sí no puede despreciarse. Se detallan a continuación algunos conceptos útiles con los que es posible determinar esta influencia.

Impedancia Mutua (*Mutual Impedance*): "La impedancia mutua entre dos pares de terminales cualesquiera en una agrupación de dos o más elementos es igual al voltaje de circuito abierto producido en el primer par de terminales dividido por la corriente establecida en el segundo par, manteniendo todos los demás terminales en circuito abierto". En términos matemáticos, la impedancia mutua entre los pares de terminales *m* y *n* de entre *N* antenas se expresa como:

$$Z_{MUT,mn} = Z_{mn} = \left.\frac{V_m}{I_n}\right|_{\substack{I_p=0 \\ \forall p\in[1,N],p\neq n}} \quad [\Omega] \tag{1–111}$$

$\forall m,n\in[1,N]$ y en donde el subíndice *MUT* ha sido descartado porque ello no implica ambigüedad ni confusión.

Se denomina Efecto de Acoplo Mutuo sobre el Patrón de Radiación de una Agrupación de Antenas (*Mutual Coupling Effect on the Radiation Pattern of an Array Antenna*), a "El cambio en el patrón de la antena desde el caso en que una estructura de alimentación particular (líneas de transmisión) está ligada a la agrupación y las impedancias mutuas entre elementos es ignorada al obtenerse la distribución de excitación, al caso en que la misma estructura de alimentación está ligada a la agrupación y las impedancias mutuas entre elementos son incluidas al obtenerse la distribución de excitación".

Efecto de Acoplo Mutuo sobre la Impedancia de Entrada de un Elemento de una Agrupación (*Mutual Coupling Effect –on Input Impedance of an Array Element–*): Para agrupaciones de antenas, es "El cambio de la impedancia de entrada de un elemento de la agrupación desde el caso en los demás elementos están presentes pero en circuito abierto, al caso en que los demás elementos están presentes y son excitados".

Considérese una región en el espacio que contiene una red DM de dispositivos de microondas (antena/s con o sin línea/s de transmisión) compuesta por *N* puertos de entrada–salida de potencia de alimentación. En el caso de entrada de potencia en el puerto $n\in[1,N]$ se estará hablando de onda incidente. En caso de salida de potencia desde el mismo puerto se estará hablando de onda reflejada. La Figura 1-27 ilustra la red de dispositivos, en donde los símbolos

$$\begin{aligned} &\left(V_n^+, I_n^+\right)\text{indican}\left(\text{Voltaje},\text{Corriente}\right)\text{ incidentes, mientras que} \\ &\left(V_n^-, I_n^-\right)\text{indican}\left(\text{Voltaje},\text{Corriente}\right)\text{ reflejados} \end{aligned} \tag{1–112}$$

correspondientes al *n*–ésimo puerto. Dichos valores, que en general son números complejos, se miden respecto a determinados "planos terminales" $t_n$ [POZAR2004] que se encuentran en algún punto de cada uno de los puertos, y esto está determinado tanto por la geometría del sistema como por el criterio del diseñador (estos planos terminales podrían ser, por ejemplo, puntos de soldadura o bien los

extremos de conectores entre un aparato de medida y una o varias líneas de transmisión que alimentan sendas antenas). Los valores de voltaje y de corriente en el puerto *n* son, considerando las ondas incidente y reflejada:

$$\begin{aligned} V_n(z_n)\big|_{z_n=0} &= V_n = \left(V_n^+ e^{-j\gamma z_n} + V_n^- e^{j\gamma z_n}\right)\Big|_{z_n=0} = V_n^+ + V_n^- \\ I_n(z_n)\big|_{z_n=0} &= I_n = \left(I_n^+ e^{-j\gamma z_n} - I_n^- e^{j\gamma z_n}\right)\Big|_{z_n=0} = I_n^+ - I_n^-, \end{aligned} \tag{1–113}$$

donde $\gamma$ representa la Constante de Propagación (*Propagation Constant*) [SADIKU1998] del medio externo al sistema DM, $z_n$ es la distancia normal al plano terminal *n*–ésimo, por lo que $z_n$=0 significa que se tiene en cuenta el voltaje y la corriente en el terminal mismo.

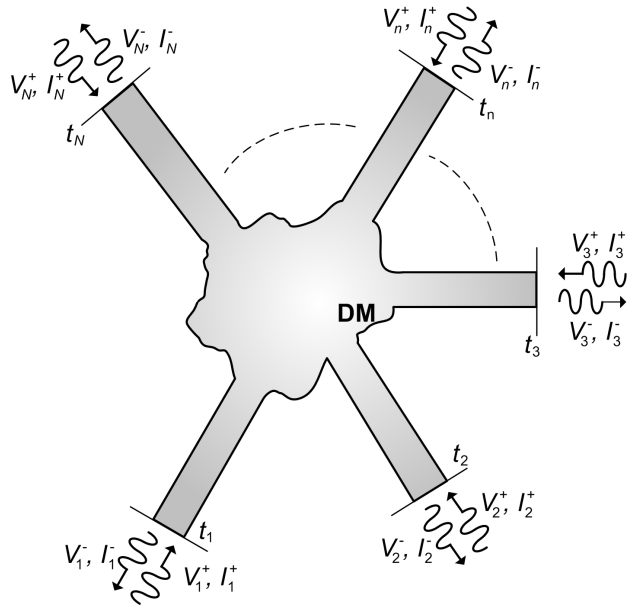



**Figura 1-27.** Red DM de dispositivos de microondas con *N* puertos de entrada–salida. Las $t_n$ indican los planos terminales, en donde se miden, por ejemplo, los parámetros *Z* y *S*.

De acuerdo a la definición de impedancia mutua, la impedancia del puerto *m*–ésimo respecto del *n*–ésimo se define mediante la ecuación (1–111), aplicando, si es necesario, (1–113), mientras que la impedancia de entrada del puerto *n*, denominada Autoimpedancia (*Self–impedance*), viene dada por la expresión (1–114), que es, ni más ni menos, la impedancia mutua del elemento *n* respecto de sí mismo.

$$Z_{nn} = \left.\frac{V_n}{I_n}\right|_{\substack{I_p=0 \\ \forall p\in[1,N],\, p\neq n}} \quad [\Omega], \tag{1–114}$$

La Matriz de Impedancias $[Z]_{N\times N}$ se construye con cada uno de los valores establecidos para las impedancias mutuas y autoimpedancias[38]:

[38] Nota: con la ayuda del teorema de reciprocidad, se puede demostrar que la matriz (1–111) es simétrica, es decir que $Z_{mn}=Z_{nm}$ [ELLIOTT2003].

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} & \cdots & Z_{nN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{Nn} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix}. \qquad (1-115)$$

Si se aplica la ley de Ohm a cada uno de los puertos de la red de terminales $t_n$ de DM, se obtiene la expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} & \cdots & Z_{nN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{Nn} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \Rightarrow [V]_{N\times 1} = [Z]_{N\times N}[I]_{N\times 1} \rightarrow V_m = \sum_{n=1}^{N} Z_{mn} I_n \,, \qquad (1-116)$$

que relaciona los voltajes, las corrientes y las impedancias de los puertos entre sí. Como es natural, la inversa de la matriz de impedancias se denomina Matriz de Admitancias (*Admittance Matrix)* $[Y]=[Z]^{-1}$. Puesto que en general las impedancias son cantidades complejas, para un sistema de $N$ puertos, existen $2N^2$ valores correspondientes a las partes reales e imaginarias de cada una de las impedancias del sistema.

La ecuación (1−116) es sumamente útil. Permite establecer una relación entre los voltajes aplicados a los bornes de los $N$ elementos de un DM (que bien podría ser una agrupación de antenas), y las corrientes que circulan por ellos, considerando la interacción mutua a través de la matriz de impedancias. Para ello también resulta útil el concepto de Impedancia Activa (*Active Impedance*), que corresponde a "la razón entre el voltaje en los bornes de un elemento perteneciente a una agrupación y la corriente que fluye hacia dichos bornes cuando todos los elementos de la agrupación se encuentran excitados". Bajo esta definición, la impedancia activa[39] del elemento $n$–ésimo de la agrupación es, entonces[40]:

$$Z_n^a = \frac{V_n}{I_n} \quad [\Omega]\,. \qquad (1-117)$$

Si durante el proceso de síntesis se ha encontrado la distribución de corriente $I_n$ necesaria para generar un patrón en potencia deseado, con la ecuación (1−116) es posible establecer la distribución de voltaje

[39] Algunos autores prefieren la expresión Impedancia de Inserción (*Embedded Impedance*), la cual, en cierto sentido, da una idea más clara de su definición.

[40] Nótese que, a diferencia de la ecuación (1−111), en (1−117) no se ha especificado $I_p$=0 $\forall p\in[1,N]$, $p\neq n$, ya que es precisamente por esta causa que se denomina impedancia activa o de inserción.

aplicado a los puertos del DM, necesaria para producir dicho conjunto de corrientes, y viceversa: conociendo los voltajes $V_n$ aplicados a cada uno de los elementos de DM es posible obtener las corrientes $I_n$, lo cual se expresa, naturalmente, como:

$$[I]_{N\times 1} = \left([Z]_{N\times N}\right)^{-1}[V]_{N\times 1}\left(\rightarrow I_m = \sum_{n=1}^{N} Y_{mn} I_n,\ \text{con}\ [\mathrm{Y}] = [Z]^{-1}\right). \qquad (1\text{–}118)$$

Para todo esto es necesario, bien calcular la matriz $Z_{mn}$ (o bien su inversa), que, para algunos tipos de elementos conocidos (como dipolos, por ejemplo), resulta factible con la ayuda de expresiones simbólicas más o menos complicadas. De esto se hablará en el siguiente Capítulo.

Además de obtener los valores de los voltajes totales y las corrientes totales en cada uno de los puertos de la red, y de sus relaciones entre sí, resulta de interés conocer las relaciones entre los voltajes incidentes y reflejados de dichos puertos (o bien entre las corrientes incidentes y reflejadas). En dichos casos es útil definir una cierta Matriz de Dispersión (*Scattering Matrix*) $[\mathrm{S}]_{N\times N}$ que relacione los vectores (matrices de una sola columna) de voltajes incidente y reflejado mediante:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_n^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} & \cdots & S_{nN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{Nn} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_n^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \Rightarrow \left[V^-\right]_{N\times 1} = [S]_{N\times N}\left[V^+\right]_{N\times 1}\left(\rightarrow V_m^- = \sum_{n=1}^{N} S_{mn} V_n^+\right), \qquad (1\text{–}119)$$

siendo:

$$S_{mn} = \left.\frac{V_m^-}{V_n^+}\right|_{\substack{V_p^+ = 0 \\ \forall p\in[1,N],\ p\neq n}} \quad [\text{Adimensional}]. \qquad (1\text{–}120)$$

Se observa que el Parámetro $S_{nn}$ representa el coeficiente de reflexión medido en los terminales del puerto *n*–ésimo, mientras que el Parámetro $S_{mn}$ indica la transferencia del voltaje incidente del puerto *n* al voltaje reflejado del puerto *m* (en otras palabras, $S_{mn}$ indica qué fracción del voltaje que "ingresa" por el puerto *n*, "sale" por el puerto *m*, además de considerar el desfase que existe entre ambas cantidades). En el caso especial de un sistema monopuerto (como por ejemplo el de una antena con un único punto de alimentación), resultan apropiadas las medidas de la amplitud del Parámetro $S_{11}$, que se corresponde con la amplitud del coeficiente de reflexión de entrada de la antena[41]:

$$|S_{11}| = \left|\frac{V_1^-}{V_1^+}\right| = |\Gamma_1| \Rightarrow |S_{11}|_{dB} = 20\log_{10}\left(|S_{11}|\right) = 10\log_{10}\left(\left|\frac{V_1^-}{V_1^+}\right|^2\right) \Rightarrow 0 \le |S_{11}|_{dB} \le -\infty\,. \qquad (1\text{–}121)$$

[41] En el caso de un sistema multipuertos, si existe simetría entre los puertos considerados se suele utilizar el símbolo $S_{11}$ para indicar el coeficiente de reflexión de cualquiera de ellos.

Es común tomar este parámetro como referencia para determinar la eficiencia de reflexión de la antena, puesto que son aplicables, según se observa, las ecuaciones (1–78) y (1–80). Como ejemplo, un $S_{11}$ de –10 dB implica una eficiencia de desadaptación

$$\begin{aligned} &10\log_{10}\left(\left|S_{11}\right|^2\right) = 10\log_{10}\left(\left|\Gamma_1\right|^2\right) = -10 \Rightarrow \left|\Gamma_1\right|^2 = 0{,}1 \Rightarrow \\ &\eta_{DA} = \left(1-\left|\Gamma_1\right|^2\right) = 0{,}9 \Rightarrow \eta_{DA,\%} = 90\%, \end{aligned} \tag{1–122}$$

que es el criterio convencional de valor mínimo de $|S_{11}|_{dB}$ tomado en la práctica.

En todos los sistemas radiantes, los parámetros *S* dependen de la frecuencia. Bajo este punto de vista, y según lo establecido en el párrafo anterior, es común definir el ancho de banda del parámetro $S_{11}$ como el rango de frecuencias dentro del cual $|\Gamma_1|^2 \leq 0{,}10$ (o lo que es lo mismo, $|S_{11}|_{dB} \geq -10$). En dicho rango de frecuencias, la antena recibe más del 90% de la potencia incidente (la eficiencia de radiación determinará qué porcentaje de dicha potencia aceptada es transformada en radiación). Una discusión más detallada de las definiciones aquí expuestas, y restringida a los casos de aplicación de estudio, se hará en Capítulos posteriores.

## 1.6 MEDIDAS DE ANTENAS.

### 1.6.1 GENERALIDADES.

Debido a que las antenas son dispositivos físicos, su importancia radica fundamentalmente en la aplicabilidad práctica de los diseños, y es por eso que las medidas de antenas constituyen un tema importante en este campo de investigación. Hay antenas, de geometrías extremadamente complejas, que son intratables desde un punto de vista matemático, y cuyo comportamiento electromagnético sólo puede obtenerse mediante medidas experimentales. A continuación se describirá muy brevemente lo relacionado con las medidas de antenas.

Las medidas permiten especificar, mediante el adecuado uso de equipamiento experimental, el comportamiento de los parámetros físicos de interés de una antena. Los parámetros usuales que caracterizan a una antena son [BALANIS1997]: Patrón o Campo (Amplitud y Fase), Ganancia, Directividad, Eficiencia, Impedancia, Distribución de Corriente y Polarización.

Las medidas de antenas pueden describirse de acuerdo a si son Exteriores (*Outdoor*) o Interiores (*Indoor*). Las primeras se realizan generalmente en ambientes no controlados (cambios climáticos, ruido electromagnético ambiente, etcétera) pero con la ventaja de disponer de suficiente espacio libre como para garantizar que se trabaja en campo lejano, un factor limitante cuando se trabaja con antenas grandes (generalmente, a baja frecuencia, en el rango de los KHz). En estas circunstancias hay que minimizar los factores que puedan perturbar las mediciones. Entre la Antena Bajo Prueba (ABP) y la Antena Fuente (AF) o Antena Sonda[42], no ha de haber objetos de por medio, además, las reflexiones en objetos fuera de la línea de visión entre ambas antenas podrán ser minimizadas si se realizan medidas

[42] En general, resulta indiferente especificar si la ABP será medida en recepción o en transmisión, por lo que el término Antena Fuente no es del todo apropiado. Sin embargo, muchos autores lo utilizan.

en campo abierto. Los factores ambientales (lluvias, humedad, polución excesiva, etc.) no podrán evitarse.

Las medidas exteriores pueden ser de Rango de Reflexión (*Reflection Range*) o de Rango de Espacio Libre (*Free–Space Range*). En el primer caso, la ABP se posiciona a cierta altura sobre la superficie terrestre y a cierta distancia de la AF, de modo que incidan constructivamente sobre ésta la radiación directa (rayo directo) de la AF y su onda reflejada en el suelo. Dentro del rango de espacio libre, existen los Rangos Elevados (*Elevated Ranges*), Inclinados (*Slant Ranges*) y Compactos (*Compact Ranges*). En los rangos elevados, las mediciones son realizadas, generalmente, sobre superficies planas (lo menos abruptas posibles), enfocando directamente la AF hacia la ABP. En este caso, es necesario que ambas antenas sean muy directivas. En los rangos inclinados, la AF está en una posición más elevada que la ABP, evitando, en cualquier caso, las ondas reflejadas del suelo (esto se realiza calculando que en los puntos de reflexión existan valores despreciables de potencia del diagrama de radiación). Los rangos compactos generalmente implican la inclusión de una antena reflectora AR, situando la AF en su foco, consiguiendo así que los rayos emerjan paralelos de la AR, estableciendo condiciones de campo lejano, en espacios más reducidos que los requeridos normalmente por la condición (1–67) establecida en la Sub–Sección 1.5.2. Esta solución, sin embargo, acarrea algunos problemas adicionales, como por ejemplo: dispersión en los bordes de la AR, bloqueo (interposición física) debido a la posición de la AF, combinación de la radiación directa de la AF con la de la AR, depolarización y reflexiones indeseadas [BALANIS1997].

Para evitar los problemas derivados de las medidas exteriores, se recurre a crear ambientes controlados, lo cual repercute no sólo en la fiabilidad de las medidas, sino también en la independencia respecto de los cambios climáticos y las influencias indeseadas, además de garantizar una mayor duración del equipamiento experimental utilizado, ya que el traslado y la exposición a agentes externos (aunque sea intermitente), produce un desgaste mayor que si el equipamiento está inmovilizado y protegido. Por contrapartida, los espacios disponibles son más reducidos, y en casos en que no es posible garantizar la condición (1–67) de campo lejano, se procede a medir en campo cercano, realizando luego el tratamiento de datos correspondiente (Transformaciones Rápidas de Fourier TRF basadas en el Principio de Equivalencia [BALANIS1997], [RAHMAT1995]) para extrapolar a medidas de campo lejano, lo cual implica medidas más lentas y laboriosas, además del correspondiente tratamiento adicional de los datos obtenidos [MIRANDA2002]. Las medidas en campo lejano son a veces denominadas De Configuración Directa, en oposición a las de campo cercano o De Configuración Indirecta, debido a la necesidad de transformar los datos para obtener valores de campo lejano.

Los recintos en donde se realizan estas medidas, y cuyas paredes están recubiertas de materiales absorbentes de radiofrecuencia son las bien conocidas Cámaras Anecoicas (*Anechoic Chambers*). Como se cita en [BALANIS1997], “La disponibilidad de materiales absorbentes (de RF) de muy alta calidad, con características eléctricas mejoradas, ha dotado de ímpetu al desarrollo y a la proliferación de las cámaras anecoicas”. Los materiales absorbentes actuales permiten garantizar muy bajo coeficiente de reflexión bajo incidencia normal (amplitudes de onda reflejada por encima de los –40 dB para frecuencias del orden de los 500 MHz son posibles valores comerciales).

Actualmente existen dos tipos de diseño de cámaras anecoicas: Rectangulares (*Rectangular Chambers*) y De Estrechamiento Progresivo (*Tapered Chambers*), véase Figura 1-28. Las cámaras rectangulares se fabrican para simular las condiciones de espacio libre [IEEESTD1979]. Este tipo de cámaras tiene la desventaja de que las ondas reflejadas por los materiales absorbentes (existentes, a pesar de ellos, sobre todo cuando las ondas inciden oblicuamente) producen un frente no uniforme en la zona de la ABP, ver Figura 1-28 A. Aunque dicho efecto no es de ningún modo crítico, de allí su popularidad.

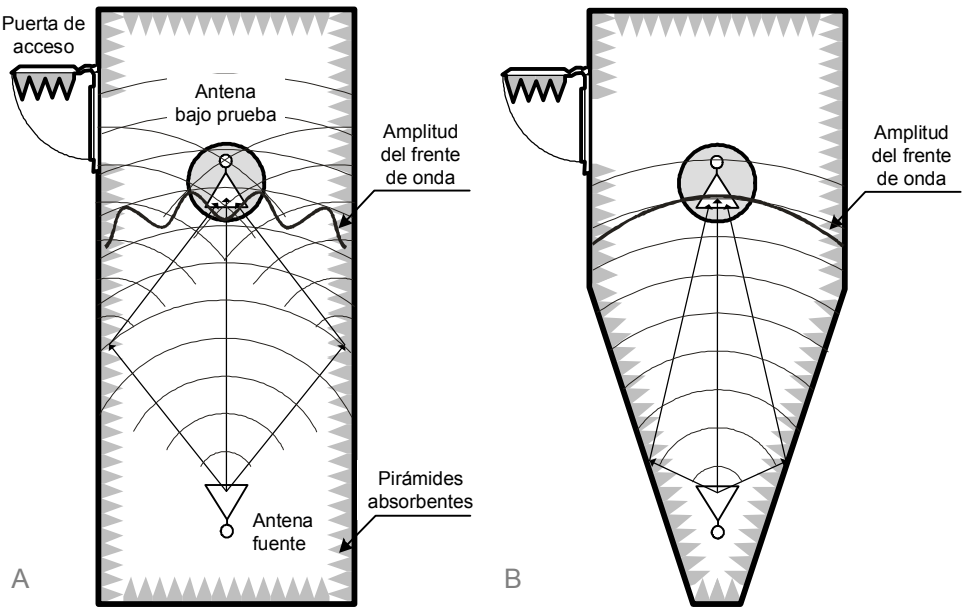



**Figura 1-28.** Esquemas de cámaras anecoicas de medidas de campo.
A: Cámara anecoica rectangular. B: Cámara anecoica con estrechamiento progresivo.

Las cámaras de estrechamiento progresivo, cuya geometría es similar a la de una antena tipo bocina piramidal (tronco de pirámide), permiten obtener un frente amplitud de onda más suave en la zona de la ABP, ver Figura 1-28 B, a costa de desaprovechar el espacio disponible. El frente de onda suave se consigue posicionando la AF cerca del ápice de la pirámide, para que la contribución vectorial de los rayos reflejados en la zona de la ABP produzca un patrón de interferencia de variación lenta.

De acuerdo tanto al tamaño de la cámara como a la frecuencia de trabajo de la antena, será posible, o no, obtener medidas en campo lejano. Es necesario aclarar que, en medidas de antenas, algunos autores [YAGHJIAN1986], [RAHMAT1995], presentan un criterio ligeramente distinto para las zonas cercanas y lejanas a la antena, a saber:

$$\frac{D}{2}\sqrt[3]{\frac{D}{2\lambda}}+\lambda \le R < \frac{2D^2}{\lambda}+\lambda \qquad \text{para la Zona de Fresnel, y}$$

$$R \ge \frac{2D^2}{\lambda}+\lambda \qquad \text{para la Zona de Fraunhöfer,} \tag{1–123}$$

siendo $R$ la distancia del centro de la antena al punto de medida.

Estos criterios (compárese con aquéllos presentados en la Sub–Sección 1.5.2) serán utilizados posteriormente.

En general, para la elección del equipamiento de medida necesario, será preciso considerar [BALANIS1997]:

- **ANTENA FUENTE Y DISPOSITIVOS DE TRANSMISIÓN.**
- **DISPOSITIVOS DE RECEPCIÓN.**
- **SISTEMA DE POSICIONAMIENTO.**
- **SISTEMA DE EXTRACCIÓN Y ALMACENAMIENTO DE DATOS.**
- **SISTEMA DE PROCESAMIENTO DE DATOS.**

En la Figura 1-29 se observa un esquema simplificado con la instrumentación típica utilizada en un sistema de medidas de antenas.

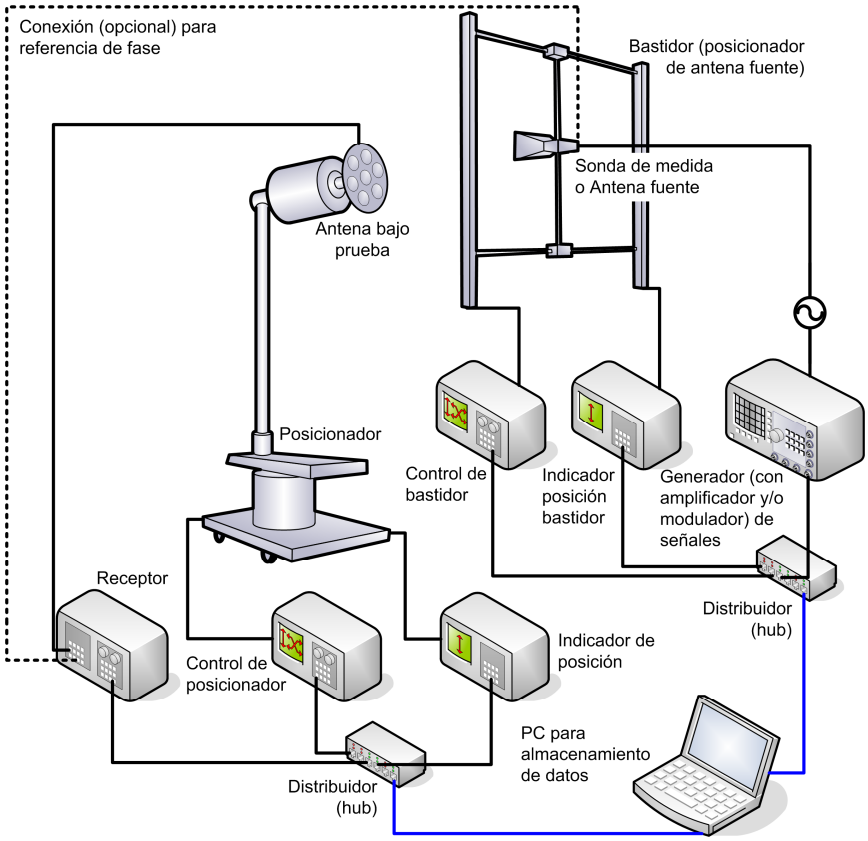



**Figura 1-29.** Diagrama simplificado de un sistema típico de medida de antenas.

### 1.6.1.1 ANTENA FUENTE Y DISPOSITIVOS DE TRANSMISIÓN.

Las AFs, o sondas, son generalmente antenas logaritmo–periódicas[43], parábolas o bien bocinas [IEEESTD1979]. En caso de que se requieran medidas de polarización, se utilizarán antenas

[43] Es bien sabido que las antenas logaritmo–periódicas son, en general, de banda ancha (con resonancias a saltos), lo que les permite trabajar eficientemente en un amplio rango de frecuencias [ELLIOTT2003].

apropiadas. En caso de polarización circular, por ejemplo, se suelen utilizar agrupaciones de antenas logaritmo–periódicas cruzadas.

Como dispositivos de transmisión se utilizan, usualmente, osciladores (generadores) de estado sólido (en la actualidad existen sistemas muy completos, capaces de interactuar con ordenadores personales, a través de software de transferencia y tratamiento de datos a medida del usuario), aunque en algunos casos especiales, se utilizan otro tipo de sistemas. Los sistemas de transmisión han de garantizar Control y Estabilidad de Frecuencia, Pureza Espectral, Control de Niveles de Potencia y, si es necesario, Modulación de la señal [IEEESTD1979].

### 1.6.1.2 Dispositivos de Recepción.

Los dispositivos de recepción corresponden tanto a la antena receptora (en general, la ABP) como al sistema receptor conectado a ella, que puede ser desde un simple bolómetro[44] hasta un sistema de estado sólido con software propio. En muchos casos, el sistema receptor incluye otros dispositivos, como, por ejemplo, el analizador de espectros [MIRANDA2002].

### 1.6.1.3 Sistema de Posicionamiento.

El sistema de posicionamiento corresponde al conjunto de mecanismos servocontrolados sobre el que se monta la ABP y con el que es posible establecer su posición angular respecto de la AF.

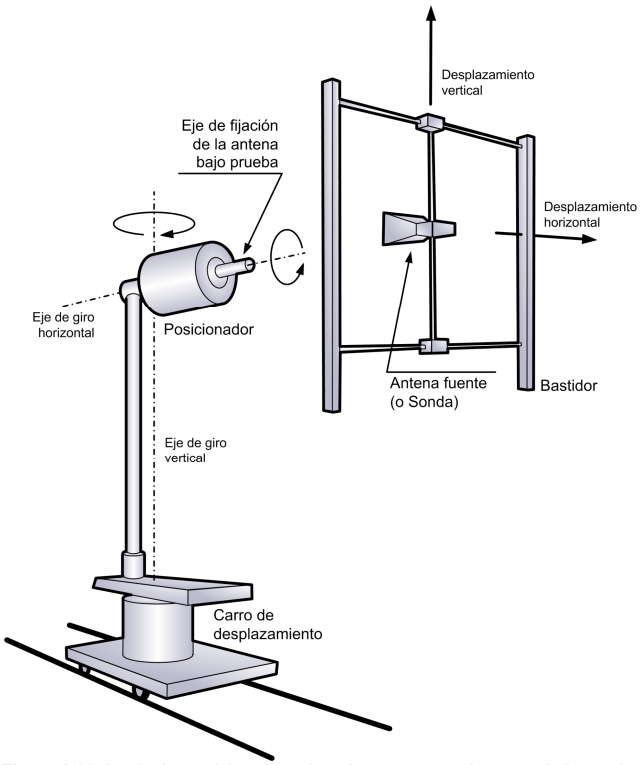



**Figura 1-30.** Izquierda: posicionador sobre el que se monta la antena bajo prueba. Derecha: bastidor sobre el que se monta la antena fuente (o antena sonda).

[44] Un bolómetro es un dispositivo que mide la energía electromagnética por diferencia de temperaturas (www.wikipedia.com).

Estos mecanismos tienen una precisión estipulada por la fracción angular mínima con que es posible desplazar la ABP. En la Figura 1-30 se observa en detalle un esquema de los movimientos disponibles tanto del posicionador (dos ejes de giro, además del desplazamiento del carro sobre rieles) en el que va montada la ABP, como del bastidor (desplazamientos horizontal y vertical) sobre el que va montada la AF.

De acuerdo a la zona en la que se realicen las medidas, se posicionará la AF conformando distintas superficies. Debido a la disponibilidad de herramientas informáticas que permiten realizar cálculos de TRF en tiempo real, en las cámaras anecoicas se realizan sin mayores problemas medidas en campo cercano. Las superficies de medida más utilizadas son:

1. SUPERFICIE PLANA, producida al desplazar la AF horizontal y verticalmente en el bastidor, manteniendo fija la ABP. La distribución uniforme de los puntos de medida se caracteriza por las coordenadas $(x_m,y,z_m)$, ver Figura 1-31, manteniendo $y$=constante. La interdistancia $(\Delta x,\Delta z)=(x_{m+1}-x_m,z_{m+1}-z_m)$ puede estar determinada por el Teorema del Muestreo (*Sampling Theorem*) [RAHMAT1995]. Con esta superficie no es posible medir un hemisferio completo de la antena, ya que para ello habría que contar con una superficie plana infinita. Su truncamiento viene gobernado por consideraciones que aquí no serán descritas (ver [RAHMAT1995]).

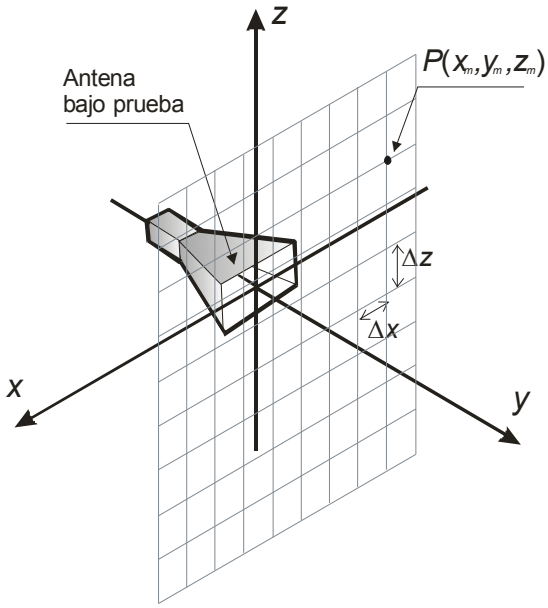



**Figura 1-31.** Superficie plana de medida. $P(x_m,y_m,z_m)$ indica uno de los puntos de medida, obtenidos, en este caso, por traslación de la sonda sobre el plano vertical (ver Figura 1-30). Aquí, $y_m=y$=constante.

2. SUPERFICIE CILÍNDRICA, producida al desplazar la AF sobre el bastidor en sentido vertical, girando la ABP sobre el eje vertical, ver Figura 1-32. En los puntos de medida $(\rho,\varphi_m,z_m)$, se mantiene $\rho$=constante. La interdistancia $(\Delta\varphi,\Delta z)=(\varphi_{m+1}-\varphi_m,z_{m+1}-z_m)$ puede estar determinada nuevamente por el teorema del muestreo. Aquí también existe truncamiento de la superficie (en $z$ y en $\varphi$).

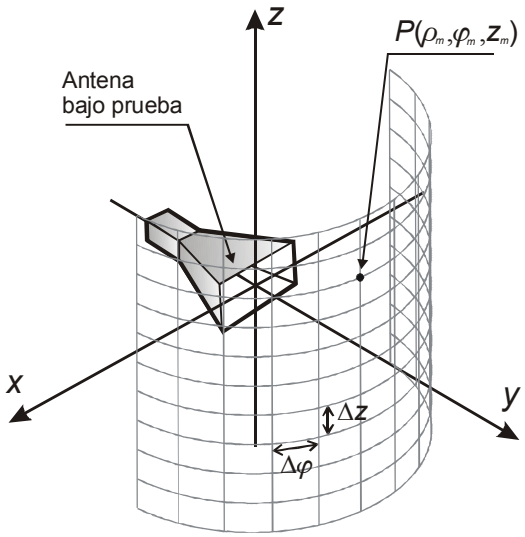



**Figura 1-32.** Superficie cilíndrica de medida. $P(\rho_m,\varphi_m,z_m)$ indica uno de los puntos de medida, obtenidos, en este caso, por una rotación del posicionador de la antena sobre el eje vertical (ver Figura 1-30) y la traslación de la sonda a lo largo del mismo eje . Aquí $\rho_m=\rho$=constante.

3. SUPERFICIE ESFÉRICA, producida al hacer girar la ABP sobre el eje vertical y el eje horizontal, manteniendo la AF en una posición fija, ver Figura 1-33. Los puntos de medida se caracterizan por las coordenadas $(r,\theta_m,\varphi_m)$, manteniendo $r$=constante. La distancia $(\Delta\theta,\Delta\varphi)=(\theta_{m+1}-\theta_m,\varphi_{m+1}-\varphi_m)$ entre puntos adyacentes se determina de la misma manera que en las dos superficies anteriores. Este tipo de medida permite recorrer un hemisferio completo de la antena.

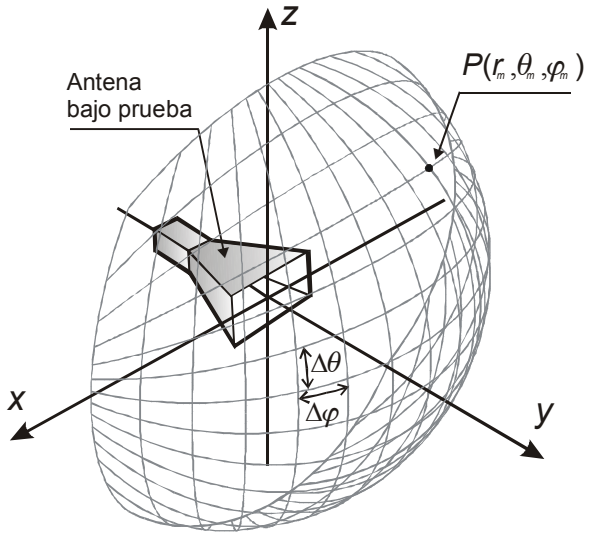



**Figura 1-33.** Superficie esférica de medida. $P(r_m,\theta_m,\varphi_m)$ indica uno de los puntos de medida, obtenidos, en este caso, por la (doble) rotación del posicionador de la antena sobre el punto origen del sistema de coordenadas (ver Figura 1-30). Aquí $r_m=r$=constante.

Existen, además, las superficies de medidas Polar y Bipolar , que aquí no serán descritas (ver [RAHMAT1995]).

Las superficies que se han presentado serán de utilidad en un Capítulo posterior.

Resulta evidente que las medidas han de tener en cuenta los rangos de error cometidos, y sus causas. En [NEWELL1988], por ejemplo, se citan hasta 18 posibles causas de error, seis de las cuales corresponden a errores de sonda (*Probe Errors*): la AF (sonda) se concibe teóricamente como un

dipolo (eléctrico o magnético) ideal, con radiación isotrópica. En la práctica, sin embargo, ésta posee dimensiones finitas, y por lo tanto su patrón de radiación difiere de una sonda ideal. En medidas de campo cercano, se procede a corregir dicho error de sonda mediante un proceso numérico denominado Compensación de Sonda (*Probe Compensation*), utilizando transformadas y antitransformadas de Fourier. Un muy breve resumen de estos temas puede encontrarse en [RAHMAT1995].

Los errores de sonda no sólo atañen a la discrepancia del campo respecto de la AF real, sino también a otros aspectos, como error de posicionamiento. Los 12 errores restantes citados por Newell incluyen, entre otros: Errores de alineación de la ABP, Factor de desadaptación de impedancias, Error por espaciado incorrecto de puntos de medida, Truncamiento de superficie de medida (algo que se ha comentado anteriormente), Errores de medida de fase, Rango dinámico del receptor, Dispersión del recinto, Pérdidas y Errores Aleatorios en Amplitud y Fase, por citar algunos [NEWELL1988]. Por brevedad, no se darán más detalles al respecto.

#### 1.6.1.4 SISTEMA DE EXTRACCIÓN Y ALMACENAMIENTO DE DATOS.

En la actualidad, prácticamente todos los dispositivos de estado sólido que se utilizan como equipos de medida pueden interaccionar con un ordenador personal (o bien con un portátil). En algunos de ellos (los más caros) el sistema de tratamiento de datos es tan avanzado que cuenta con un sistema operativo propio, completamente compatible con los existentes en el mercado. De esta manera, la extracción de datos ya no constituye un problema, sobre todo si el sistema de servomecanismos de posicionamiento está interconectado (como sucede en casi todos los casos) al de extracción de datos (ver Figura 1-29). Actualmente, el almacenamiento de datos se realiza a través de soportes magnéticos o electrostáticos muy fiables, haciendo posible el almacenamiento de datos correspondientes a varias medidas en formatos compatibles, bien con hojas de cálculos, bien con otro tipo de herramienta software de uso común.

#### 1.6.1.5 SISTEMA DE PROCESAMIENTO DE DATOS.

No es necesario que los dispositivos de almacenamiento descritos anteriormente también cuenten con herramientas de tratamiento de datos, aunque en algunos casos esto es posible, de manera que al realizarse las mediciones en campo cercano, se obtengan medidas de campo lejano en tiempo real. El procesamiento de datos se puede realizar mediante la adecuada utilización de hojas de cálculo o bien de software de cálculo numérico, como MATLAB o Mathematica. De este tipo de herramientas se hablará en la Sub–Sección 1.7.6 (ver página 92).

A continuación, se describirán muy brevemente las técnicas de medidas de los parámetros más importantes de una antena.

#### 1.6.1.6 PATRONES DE AMPLITUD Y FASE.

El esquema simplificado de la Figura 1-29 es utilizado en caso de medidas de amplitud y fase de campo. El recorrido de la sonda sobre las superficies de medida especificadas en las Figuras 1-31 a 1-33

permite caracterizar los correspondientes patrones de amplitud (o de amplitud cuadrática, es decir, de potencia relativa) y de fase. En el caso de las mediciones de fase, puesto que éstas son establecidas en relación a la señal de la antena fuente, es necesario disponer de una referencia. Para medidas de campo cercano, es posible obtener dicha referencia mediante la conexión del sistema receptor a la AF mediante una apropiada línea de transmisión, según se observa en la Figura 1-29 (línea de puntos). En medidas de campo lejano, esta referencia se obtiene añadiendo al sistema otra antena [IEEESTD1979].

### 1.6.1.7 MEDIDAS DE GANANCIA.

La ganancia puede medirse directa o indirectamente. En ambos casos se hace uso de la Ecuación de Friis, la cual relaciona las potencias en bornes de la ABP respecto de la potencia de entrada de la AF, en función de sus directividades, eficiencias totales y de la longitud de onda de la frecuencia de trabajo [45]:

$$\frac{P_R}{P_T} = \eta_{RA,R}\eta_{RA,T}\left(1-|\Gamma_T|^2\right)\left(1-|\Gamma_R|^2\right)\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 D_T(\theta_T,\varphi_T) D_R(\theta_R,\varphi_R)\left|\mathbf{a}_T\cdot\mathbf{a}_R^*\right|^2, \qquad (1\text{–}124)$$

$$\frac{P_R}{P_T} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 G_{MAX,T}\, G_{MAX,R}\,. \qquad (1\text{–}125)$$

En (1–124) y (1–125), los subíndices *T* y *R* corresponden a la antena Transmisora y Receptora, respectivamente, ver Figura 1-34. $P_T$ es la potencia medida inmediatamente antes de los bornes de la antena emisora, mientras que $P_R$ es la potencia medida inmediatamente después de los bornes en la antena receptora. Es por eso que se agregan los términos de eficiencia de desadaptación $(1–|\Gamma|^2)$ para cada una de ellas. $D_T$ y $D_R$ son las directividades medidas en ángulos correspondientes a las posiciones relativas de ambas antenas: $(\theta_T,\varphi_T)$ representa el ángulo de posición de la antena *R* respecto de la antena *T*, mientras que $(\theta_R,\varphi_R)$ representa el ángulo de posición de la antena *T* respecto de la *R* (estos ángulos se miden respecto de la direccion de máxima directividad de cada una de ellas). También se han incluido las eficiencias de radiación $\eta_{RA}$ correspondientes, y el término de alineación de los vectores de polarización $\mathbf{a}_T$ y $\mathbf{a}_R$. Por último, $\lambda$ representa la frecuencia de trabajo correspondiente, mientras que *d* es la distancia entre ambas antenas. Nótese que la (1–124) depende de los ángulos que forman las antenas entre sí, de modo que, en principio, esta ecuación es aplicable para la caracterización del patrón de la ABP. La ecuación (1–125) es aplicable cuando las polarizaciones de ambas antenas están alineadas, y cuando ambas se apuntan entre sí en sus respectivos ángulos de ganancia máxima $G_{MAX}$ (máxima directividad).

Si ABP y AF son idénticas, se procede a medir la ganancia absoluta mediante el método de las dos antenas, utilizando la fórmula (1–125), considerando que $G_{MAX,T}=G_{MAX,R}$ y midiendo los valores de *d,* $P_R$ y $P_T$ (y calculando $\lambda$).

[45] No se hará una deducción formal de esta ecuación, puesto que no contribuye sustancialmente al desarrollo de esta Tesis. El lector interesado puede consultar la fuente de donde se obtiene dicha expresión: [BALANIS1997].

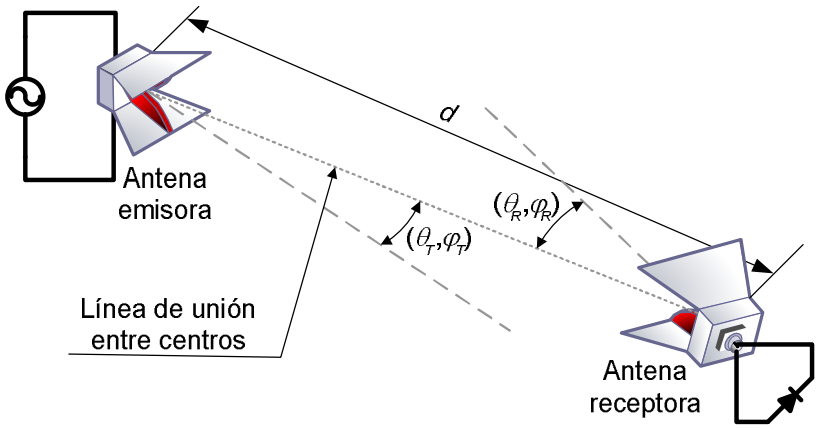



**Figura 1-34.** Esquema válido para interpretar la Ecuación de Friis, ver (1–124).

Si ambas antenas no son iguales, se procede a medir por el método de las tres antenas, que consiste en aplicar la ecuación (1–125) por pares de antenas, utilizando dos AF distintas.

El método más utilizado consiste, sin embargo, en medir la ganancia relativa de la ABP respecto de una antena cuya ganancia es conocida (estándar). Se procede inicialmente a medir el campo de la ABP, con una AF dada. A continuación, se reemplaza la ABP por una antena de ganancia conocida y se mide el campo correspondiente, manteniendo la potencia de entrada invariable, para aplicar la fórmula (1–126), considerando que existe adaptación de impedancias y de polarización [BALANIS 1997]:

$$\left(G_{MAX,ABP}\right)_{dB} = \left(G_{MAX,S}\right)_{dB} + 10\log_{10}\left(\frac{P_{ABP}}{P_S}\right). \qquad (1\text{–}126)$$

siendo $G_{MAX,ABP}$ y $G_{MAX,S}$ las ganancias máximas de la antena bajo prueba y de la antena estándar, respectivamente, mientras que $P_{ABP}$ y $P_S$ son las correspondientes potencias medidas en sus bornes.

#### 1.6.1.8 MEDIDAS DE DIRECTIVIDAD.

Las medidas de directividad no son tan sencillas como las de ganancia [BALANIS 1997]. Sin embargo, un método muy simple puede emplearse para obtener un diagrama aproximado de directividades. Éste consiste en la utilización –una vez que se han realizado las medidas de campo pertinentes– de las fórmulas (1–58) y (1–59), realizando la integración numérica de las ganancias obtenidas al caracterizar el campo (ver párrafos anteriores), recordando que la ganancia es proporcional a la directividad, ver ecuación (1–74). El problema radica en que la doble integración no podrá realizarse en todo el espacio $(0,0)\leq(\theta,\varphi)\leq(\pi,2\pi)$, puesto que, en general, las superficies de medida no rodean por completo a la antena, según se ha visto anteriormente. Además del truncamiento de los límites de integración, también existe el problema del número de puntos de muestreo, lo que redunda en errores de discretización de la función continua. Otros métodos de medidas de directividad más elaborados pueden consultarse en [BALANIS 1997].

### 1.6.1.9 EFICIENCIA DE RADIACIÓN.

La eficiencia de radiación se obtiene calculando la razón entre la ganancia pico (máxima) y la directividad pico, ya que, según se especificó en el párrafo que sigue a la ecuación (1–74), ver página 43:

$$G_{MAX} = \eta_{RA} D_{MAX} \Rightarrow \eta_{RA} = \frac{G_{MAX}}{D_{MAX}}. \qquad (1–127)$$

Las medidas de eficiencia de radiación son, en general, poco precisas para antenas muy directivas con bajas pérdidas, puesto que la dificultad radica, según se ha dicho anteriormente, en el cálculo de la directividad con datos obtenidos en las medidas del patrón de radiación de la antena. En casos en que la antena pueda ser caracterizada mediante un circuito eléctrico equivalente, la medición de la eficiencia de radiación podrá hacerse considerando las resistencias de radiación y la resistencia de la antena, ver ecuación (1–84), página 47, aunque este no es un caso práctico usual, ya que la mayoría de las antenas no tiene una representación sencilla en modelo circuital equivalente.

### 1.6.1.10 MEDIDAS DE IMPEDANCIA DE ENTRADA.

La relación entre la potencia reflejada ($P_{REF}$) desde y la potencia incidente ($P_{ENA}$) en la antena es igual al cuadrado de la amplitud del coeficiente de reflexión $|\Gamma|^2$. Esto puede ser relacionado con la ecuación (1–78):

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_{REF}}{P_{ENA}} = \left|\frac{Z_{EN} - Z_0}{Z_{EN} + Z_0}\right|^2. \qquad (1–128)$$

en donde $Z_{EN}$ es la impedancia de entrada de la antena, y $Z_0$ es la impedancia característica de la línea de transmisión a la que aquélla está conectada. Por otra parte, en estado estacionario, si es posible medir la distancia $x_{MIN}$ desde el extremo (punto de conexión entre la LT y la antena) y el punto en que existe un mínimo de voltaje incidente, se puede obtener la fase $\gamma$ del coeficiente de reflexión mediante la siguiente fórmula [BALANIS1997]:

$$\gamma = \frac{4\pi}{\lambda_g} x_{MIN}, \qquad (1–129)$$

donde $\lambda_g$ es la longitud de onda medida en la LT. Así, la impedancia de entrada de la antena (considerando que no existe acoplo con objetos circundantes), se obtiene mediante la bien conocida relación:

$$Z_{EN} = Z_0\left(\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}\right) = Z_0\left(\frac{1+|\Gamma|e^{j\gamma}}{1-|\Gamma|e^{j\gamma}}\right). \qquad (1–130)$$

Actualmente, sin embargo, se utilizan otros métodos, como la medida a través de puentes de impedancia, líneas ranuradas, o bien mediante el uso de analizadores de redes, por citar algunos.

#### 1.6.1.11 MEDIDAS DE POLARIZACIÓN.

Las medidas de polarización lineal se realizan, comúnmente, midiendo las componentes perpendiculares del campo eléctrico, mediante el apropiado uso de antenas polarizadas linealmente, usualmente dipolos [BALANIS1997]. La dirección de polarización de la ABP se corresponderá con la medida de campo más intensa conforme se rote la AF (dipolo). Una vez establecida la dirección de polarización, podrá procederse a medirse la correspondiente componente perpendicular.

Las medidas de polarización circular pueden llevarse a cabo mediante el uso de AF de sentidos de rotación opuestos, verificando cuál de ellas posee mayor intensidad al realizar las medidas. Para más información al respecto, el lector puede remitirse a la Sub–Sección 1.5.3.

## 1.7 MÉTODOS NUMÉRICOS EN PROBLEMAS DE ANTENAS.

Cuando las fórmulas teóricas son tan complicadas que dificultan la solución analítica –y esto es moneda común en el electromagnetismo en general y en la teoría y el diseño de antenas en particular–, es posible recurrir a métodos no analíticos, entre los que se encuentran los métodos numéricos. Últimamente éstos han ganado popularidad, debido sobre todo al perfeccionamiento y aceleración del cálculo de las máquinas actuales. Sin embargo, como se expresa en [SADIKU1998] (página 697): "*No debemos formarnos la impresión de que las técnicas analíticas hayan sido desplazadas por los métodos numéricos, por anticuadas; estos últimos son más bien complementarios".*

De acuerdo con esto, y para dar una idea general del estado actual de esta herramienta, se presentan a continuación los métodos numéricos más utilizados en el análisis, síntesis y diseño de antenas, poniendo especial énfasis en la técnica que será utilizada en Capítulos posteriores de esta Tesis.

### 1.7.1 MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO (DFDT, FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN).

Este método consiste básicamente en la diferenciación numérica de las ecuaciones de Maxwell, aplicada en forma local. Dado un sistema electromagnético, las ecuaciones diferenciales (1–1) ó (1–26) son resueltas punto a punto, mediante algoritmos de "Salto de Rana" (*Leap Frog Algorithms*, [SCHMID2005]). La idea del método es sencilla y directa, y sus complicaciones provienen de la implementación numérica en sí. Las ecuaciones diferenciales se combinan con las correspondientes condiciones de frontera: por un lado éstas determinan los límites del espacio en donde se va a realizar el cálculo, y qué tipo de límites se imponen en las fronteras de dicho espacio –dichas fronteras son necesarias, ya que, obviamente, no es posible resolver punto a punto un espacio infinito debido a las limitaciones físicas de memoria y de procesamiento, siendo ésta es una de las dificultades que presenta este método–; por otra parte, las posiciones de las fuentes determinan las condiciones iniciales del sistema, y, junto con otros factores, permiten obtener las soluciones pertinentes a cada caso.

El método del DFDT es muy útil en caso de que se requiera conocer el comportamiento de campos en función del tiempo y de la posición, como en regímenes transitorios de medios inhomogéneos (por citar un caso general). Naturalmente, este método también abarca regímenes estables.

La técnica DFDT no será utilizada posteriormente en esta Tesis, por lo que no se proseguirá con su descripción. El lector interesado puede remitirse a [SADIKU1992], [SADIKU1998], o bien al manual de instrucciones del SEMCAD [SCHMID2005], un excelente software que utiliza dicha técnica.

### 1.7.2 MÉTODO DE LOS MOMENTOS (MM, METHOD OF MOMENTS).

El MM se centra en resolver las ecuaciones integrales de campos armónicos en el tiempo, esto es, las ecuaciones del tipo (1–31). En general, es un método más complicado que el DFDT, ya que su implementación requiere de ciertas consideraciones adicionales, además de las condiciones de frontera. Como se ha comentado anteriormente, si se conocieran las distribuciones de densidades de corriente y de carga en todo punto del espacio de muestreo (esto es, el espacio considerado durante los cálculos, que generalmente es infinito), la tarea del diseñador se limitaría a, primero, resolver dichas ecuaciones integrales, obteniéndose, en principio, los valores de **A** y *V* en todo punto deseado, y, a continuación, obtener los demás parámetros aplicando las correspondientes ecuaciones relacionadas. Esto es lo que se hace en casos muy especiales, aplicándose el diagrama de flujo de la Figura 1-2.

En casos más realistas, el problema se complica de manera similar a como se ha comentado en la Sub–Sección 1.5.7: las cargas fuente generan un campo que produce corrientes inducidas, las cuales a su vez se combinan con el campo generado por las cargas fuente. Es posible, sin embargo, simplificar el planteamiento. Los casos más comunes consideran sistemas compuestos, bien por conductores perfectos, bien por materiales magnéticos perfectos, o bien por materiales dieléctricos, a pesar de que el caso más realista es siempre una combinación de los tres. En muchos diseños de utilidad práctica, afortunadamente, uno de los tres casos suele preponderar sobre los otros dos. La simplificación proviene del hecho de que, por ejemplo, para conductores perfectos, la componente tangencial del campo eléctrico total (campos fuente + inducido) en su superficie es cero (condición de contorno homogénea de Dirichlet, [BALANIS1997]), con lo cual las ecuaciones se plantean de acuerdo a esta condición de frontera. Algo similar sucede con los campos magnéticos en el caso de materiales magnéticos perfectos.

Para dar una guía que permita comprender, en líneas generales, la técnica utilizada en los diseños que se presentarán en el Capítulo 6, a continuación se explicará brevemente el MM aplicado a un sistema compuesto por conductores perfectos[46].

Considérese un material conductor perfecto de volumen $\mathcal{V}'$ y superficie $\Lambda'$ inmerso en un campo eléctrico externo $\mathbf{E}_G(\mathbf{r})$ (*Impressed Field* [BALANIS1997])–quizá generado por cargas fuente, aunque aquí no se consideran las causas de su presencia–, obtenido en la zona de muestreo $\Theta$ (en este caso, $\mathbf{r}\in\Theta$), según se representa en la Figura 1-35. Este campo inducirá en el conductor una corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r}'_{CF})$, siendo $\mathbf{r}'_{CF}\in\Lambda'$. Dicha corriente generará un campo inducido $\mathbf{E}_D(\mathbf{r})$ (Campo de Dispersión, *Scattered Field*

[46] En los diseños del Capítulo 6 se diseñan antenas compuestas por conductores y dieléctricos. Se verá, sin embargo, que la idea a desarrollarse es análoga a la que aquí se explica (ver [HARRINGTON1992]) con cierto detalle.

[BALANIS1997]) que se superpondrá a $\mathbf{E}_G$. En dicha Figura, $\mathbf{r'}_l$ representa el vector de posición de las zonas del volumen del conductor, $\mathbf{r'}_l \in \Im'$, mientras que $\mathbf{r}_{CF}$ representa el caso especial en que el punto campo $\mathbf{r}$ se toma sobre la misma superficie frontera.

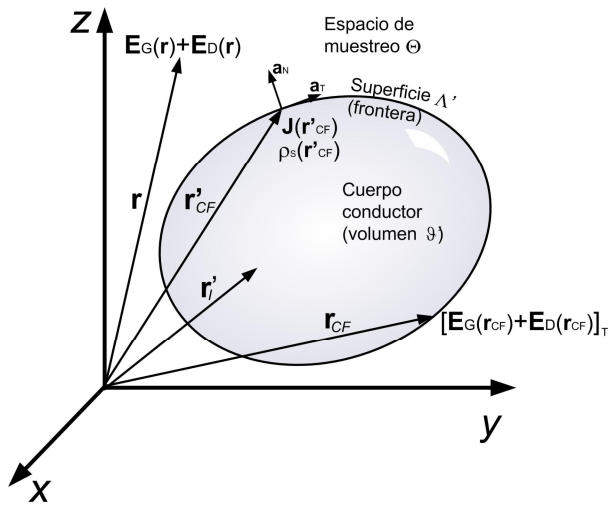



**Figura 1-35.** Detalle de las variables involucradas en el cálculo del MM presentado como ejemplo.

El campo $\mathbf{E}_D(\mathbf{r})$, con $\mathbf{r} \in \Theta$, puede hallarse aplicando las ecuaciones (1–29), (1–30), (1–31), integrando sobre la superficie $\Lambda'$, además de considerar la ecuación de continuidad (1–27):

$$\begin{aligned}
&\mathbf{E}_D(\mathbf{r}) = -\nabla V_D(\mathbf{r}) - j\omega \mathbf{A}_D(\mathbf{r}) \Rightarrow \\
&\mathbf{E}_D(\mathbf{r}) = -\nabla \iint_{\Lambda'} \frac{\rho_S(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' - j\omega \iint_{\Lambda'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi\mu_0^{-1} |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' \Rightarrow \\
&\mathbf{E}_D(\mathbf{r}) = \nabla \iint_{\Lambda'} \frac{\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi j\omega\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' - j\omega \iint_{\Lambda'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi\mu_0^{-1} |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' = \mathscr{L}\{\mathbf{J}\},
\end{aligned} \tag{1–131}$$

siendo $\mathscr{L}\{\}$ el operador que indica las expresiones integrales aplicadas a la densidad de corriente $\mathbf{J}$. Puesto que en la superficie $\Lambda'$ la componente tangencial del campo es igual a cero, se tiene:

$$\begin{aligned}
&\left[\mathbf{E}_G(\mathbf{r}_{CF}) + \mathbf{E}_D(\mathbf{r}_{CF})\right]_T = 0 \Rightarrow \left[\mathbf{E}_G(\mathbf{r}_{CF})\right]_T = -\left[\mathbf{E}_D(\mathbf{r}_{CF})\right]_T = \mathscr{L}_T\{\mathbf{J}\} \Rightarrow \\
&\left[\mathbf{E}_G(\mathbf{r}_{CF})\right]_T = -\left( \nabla \iint_{\Lambda'} \frac{\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi j\omega\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' - j\omega \iint_{\Lambda'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r'}_{CF}) e^{-j\omega \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|}{c}}}{4\pi\mu_0^{-1} |\mathbf{r}-\mathbf{r'}_{CF}|} ds' \right)_T ,
\end{aligned} \tag{1–132}$$

con $\mathbf{r}_{CF} \in \Lambda'$, y en donde el subíndice *T* indica que se trata de la componente tangencial del campo. La ecuación (1–132) es usualmente denominada Ecuación Integral del Campo Eléctrico (EICE, *Electric Field Integral Equation* [BALANIS1989]).

Para transformar (1–132) en un sistema de ecuaciones, resoluble mediante métodos numéricos conocidos, inicialmente se considera que la densidad de corriente (que es la función incógnita en este problema) es una serie finita de funciones de expansión $\mathbf{J}_n$, tales que:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}'_{CF}) = \sum_{n=1}^{N} I_n \mathbf{J}_n(\mathbf{r}'_{CF}), \tag{1–133}$$

donde los $I_n$ son coeficientes (complejos) de expansión. Puesto que el operador $\mathscr{L}_T\{\}$ es lineal, la (1–132) se puede reescribir como:

$$\sum_{n=1}^{N} I_n \mathscr{L}_T\{\mathbf{J}_n\} = [\mathbf{E}_G(\mathbf{r}_{CF})]_T. \tag{1–134}$$

A continuación se define un conjunto de Funciones de Prueba $\mathbf{W}_m$, $m \in [1,N]$ (*Testing Functions* [HARRINGTON 1992]) que son funciones vectoriales tangentes a la superficie de contorno $\Lambda'$. Por último, se define un apropiado producto escalar entre dos funciones vectoriales **U**, **V** continuas en la superficie $\Lambda'$:

$$\langle \mathbf{U} | \mathbf{V} \rangle = \int_{\Lambda'} \mathbf{U} \cdot \mathbf{V}\, ds. \tag{1–135}$$

Estableciendo el producto escalar entre las funciones de prueba y ambos miembros de la (1–134) se obtiene finalmente el sistema de ecuaciones requerido:

$$\sum_{n=1}^{N} I_n \langle \mathbf{W}_m | \mathscr{L}\{\mathbf{J}_n\} \rangle = \langle \mathbf{W}_m | \mathbf{E}_G \rangle \Rightarrow \begin{cases} \langle \mathbf{W}_1 | \mathbf{E}_G \rangle = \sum_{n=1}^{N} I_n \langle \mathbf{W}_1 | \mathscr{L}\{\mathbf{J}_n\} \rangle \\ \langle \mathbf{W}_2 | \mathbf{E}_G \rangle = \sum_{n=1}^{N} I_n \langle \mathbf{W}_2 | \mathscr{L}\{\mathbf{J}_n\} \rangle \\ \cdots \\ \langle \mathbf{W}_m | \mathbf{E}_G \rangle = \sum_{n=1}^{N} I_n \langle \mathbf{W}_m | \mathscr{L}\{\mathbf{J}_n\} \rangle \\ \cdots \\ \langle \mathbf{W}_N | \mathbf{E}_G \rangle = \sum_{n=1}^{N} I_n \langle \mathbf{W}_N | \mathscr{L}\{\mathbf{J}_n\} \rangle \end{cases} \tag{1–136}$$

en donde los subíndices *T* han sido eliminados puesto que la operación de integración (1–135) se realiza proyectando $\mathbf{J}_n$ y $\mathbf{E}_G$ sobre las funciones de prueba (tangenciales a $\Lambda'$). La ecuación (1–136) puede expresarse en una forma más compacta:

$$V_m = \sum_{n=1}^{N} I_n Z_{mn} \rightarrow [V] = [Z][I] \tag{1–137}$$

que resulta ser completamente análoga a la ecuación (1–116), página 70. Los elementos $Z_{mn}$, $I_n$ y $V_m$ se denominan Impedancias Generalizadas, Corrientes Generalizadas y Voltajes Generalizados, respectivamente (*Generalized Impedances, Currents and Voltages* [HARRINGTON 1992]). Como en

aquella ecuacion, la solución de (1−137) se obtiene invirtiendo la matriz [*Z*], obteniéndose la denominada matriz de Admitancias Generalizadas [*Y*] (*Generalized Admittances*):

$$[I] = [Z]^{-1}[V] = [Y][V] \rightarrow I_n = \sum_{m=1}^{N} V_m Y_{mn} \quad . \tag{1−138}$$

Las soluciones del sistema de *N* ecuaciones (1−138) [similar a la (1−118)] son aproximadas, aunque en muchos casos pueden ser exactas [HARRINGTON1992].

Se observa que esta ecuación generalizada para casos de conductores perfectos es particularizable de acuerdo a las características geométricas del problema que el diseñador tiene entre manos, con lo cual es necesario volver a plantear un nuevo sistema de ecuaciones cada vez que el sistema de conductores o bien los campos externos son alterados. Naturalmente, esto se complica aún más si se desea estudiar un sistema compuesto por metales y también por materiales dieléctricos. Afortunadamente, en la actualidad existe en el mercado un conjunto de herramientas de simulación electromagnética basados en el MM que facilitan esta tediosa tarea. Esto se tratará con más detalle en la Sub−Sección 1.7.6.3.

El MM tiene dos limitaciones severas: primero, es lento, ya que se basa en cálculos de integrales, que, en caso de que deban resolverse numéricamente, implican cargas computacionales importantes, sobre todo para sistemas complicados en donde se utilizan geometrías muy irregulares y en los que es necesario disponer de un número de puntos *N* muy grande, ya que esto redunda en un incremento de la matriz de impedancia generalizada, ver ecuación (1−138); segundo, el planteamiento de condiciones de contorno se complica en caso de que se tengan distintos materiales dieléctricos, que, en casos de inhomogeneidad continua, hacen imposible la resolución del problema. Sin embargo, el método tiene una virtud indiscutible: el hecho de que sólo se apliquen condiciones de contorno en los "bordes" de los cuerpos que conforman la geometría a analizar, permite obtener valores de campo en regiones muy alejadas del sistema, siendo, en principio, capaz de calcular valores de campo lejano (regiones infinitas). En la actualidad, el MM es uno de los más utilizados por los diseñadores de antenas.

El lector interesado en la formulación general de los otros casos puede consultar la bibliografía correspondiente [BALANIS1989, HARRINGTON1992, KILDAL2000].

### 1.7.3 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF, FINITE ELEMENT METHOD).

Éste es un método numérico ideado para resolver ecuaciones diferenciales. En contraste con el método DFDT, que se aplica utilizando formas geométricas regulares (segmentos, rectángulos o paralelepípedos), el MEF resuelve ecuaciones diferenciales considerando discretizaciones en regiones irregulares (En 2D: triángulos, cuadriláteros, y polígonos en general; En 3D: pirámides, tetraedros, y poliedros en general), denominadas, según su nombre lo indica, *Elementos Finitos*.

En general, el método consiste en [SADIKU1992, SADIKU1998]:

a) Llevar a estado discreto la región de muestreo (solución) en un número finito de subregiones o elementos (superficies o figuras irregulares).
b) Deducir las ecuaciones que rigen sobre un elemento típico.
c) Proponer funciones genéricas simples dentro de cada elemento (los polinomios de Lagrange son muy utilizados) que sean continuas dentro de cada uno de ellos, y que den una aproximación apropiada a la solución exacta (aunque desconocida). Las funciones propuestas en un elemento *e* cuyo contorno contiene *n* nodos (3 nodos para un triángulo, 4 para un cuadrilátero, por ejemplo) ha de poseer, a lo sumo, *n* coeficientes.
d) Aplicar los valores (conocidos) en las fronteras (nodos) para obtener los coeficientes de las funciones genéricas propuestas en el punto c) para cada elemento. De esta manera, la función genérica aplicada al elemento *e* pasa a ser específica de dicho elemento. Dichas funciones específicas se denominan "funciones de forma".
e) Reunir todos los elementos en la región de muestreo.
f) Resolver el sistema (matricial) de ecuaciones así obtenido.

El MEF no será utilizado posteriormente en esta Tesis, por lo que no se proseguirá con su descripción. Para más información, el lector interesado puede remitirse a [SADIKU1992, SADIKU1998, JIN1993].

### 1.7.4 OTROS MÉTODOS.

Los tres métodos descritos hasta aquí son los más utilizados. En el caso del diseño de antenas, el MM es el más popular, puesto que trabaja en el dominio de la frecuencia, generalmente en espacios no restringidos y con materiales homogéneos, ver Sub–Sección 1.7.2. Sin embargo, para problemas en donde es necesario considerar el comportamiento temporal del sistema radiante, en regiones limitadas y con sistemas compuestos por materiales inhomogéneos, es común el uso del DFDT. El MEF puede considerarse como una solución de compromiso entre el MM y el DFDT. En la literatura técnica actual existen otras aproximaciones numéricas, aplicables a diferentes problemas, como por ejemplo: Método de la Línea de Transmisión, Método de Monte Carlo, etcétera [SADIKU1992]. Estos no serán descritos aquí.

### 1.7.5 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN.

En el campo del electromagnetismo cada vez es más habitual el uso de métodos numéricos de optimización en la resolución de problemas, generalmente de síntesis o de diseño, cuyo enfoque analítico es demasiado complicado como para ser resuelto por métodos convencionales. Diseños de antenas de banda ancha, de filtros, de líneas de transmisión, de reflectores parabólicos, o síntesis de agrupaciones de antenas, por citar algunos, pueden abordarse mediante la optimización (búsqueda de un extremo) de cierta función objetivo que depende de la configuración del sistema y cuyo valor numérico representa una medida cuantitativa de su bondad.

Existe en la actualidad una amplio espectro de dichos algoritmos, que podría dividirse, básicamente, en dos grupos: por un lado, aquéllos basados en herramientas clásicas, como por ejemplo el Método de las Proyecciones (*Space Projections Technique*) [STARK1998] o el de los Gradientes (*Gradient Techniques*) [STENGEL1994]; y por otro lado, aquéllos basados en procesos estocásticos, como el Temple Simulado (*Simulated Annealing*) o los Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*) [RAHMAT1999]. Las ventajas de los algoritmos estocásticos radica en que, por un lado, para aplicarlos no es necesario poseer una función explícita que relacione las variables utilizadas (geometría de la antenas, distribución de excitación de una agrupación, número de elementos, etcétera) con los parámetros de optimización (valores de potencia en distintos puntos del espacio, ancho de banda de ancho de haz, ancho de banda de parámetros S, directividad, nivel de lóbulos laterales, etcétera), lo cual sí es necesario para las técnicas de proyección o de gradientes antes citadas.

Una combinación de los parámetros de optimización (en general, de diferencias cuadráticas entre los valores deseados y los valores obtenidos de los parámetros durante una iteración del algoritmo, según se verá en Capítulos posteriores) es lo que usualmente se denomina Función Objetivo (*Fitness Function, or Cost Function*), y con ella es posible obtener un valor numérico que indica la bondad de una solución conforme se está ejecutando el algoritmo (muchos autores también la denominan Función de Error). En general, se intenta minimizar dicho valor para que los parámetros deseados coincidan con los obtenidos durante la ejecución del algoritmo.

Otra de las ventajas de los algoritmos estocásticos es que no se estancan tan fácilmente en extremos locales de la función a minimizar, un problema común en los métodos clásicos, como el de los gradientes, por ejemplo.

A continuación se detallan dos métodos que serán utilizados frecuentemente (en realidad, una combinación de ellos) en Capítulos posteriores.

#### 1.7.5.1 MÉTODO DE NELDER Y MEAD NM (*OR DOWNHILL SIMPLEX METHOD*).

En un espacio de $N$ dimensiones, un *simplex* (desafortunadamente, este término no tiene traducción al español) es una figura hipergeométrica compuesta por $N$+1 vértices, $N(N+1)/2$ bordes (o aristas) y $(N+1)N(N-1)/6$ caras. En un espacio bidimensional ($N$=2), un simplex corresponde a un triángulo; a $N$=3 le corresponde un tetraedro (no necesariamente regular), etcétera. El Método de Nelder y Mead (N–M) [KIRKPATRICK1983] es una técnica de optimización local que sólo requiere evaluaciones de función, no derivadas. La técnica puede explicarse brevemente tomando un ejemplo sencillo:

Sea una función que depende de $N$=3 variables reales; el algoritmo construye en la iteración inicial un simplex cuyos ($N$+1=4) vértices se sitúan en posiciones aleatorias dentro del espacio de muestreo (dominio o conjunto de los argumentos de la función). Se calcula entonces el coste de la función en cada uno de esos vértices (nodos), y se localizan los que dan como resultado el valor más bajo NCB y el valor más alto NCA. En la siguiente iteración el NCA es trasladado hacia un punto especular, tomando como plano de reflexión a la superficie opuesta, SO, al NCA, ver Figura 1-36 (a) y (b). Esta operación se denomina de Reflexión. En este nuevo punto se calcula el coste de la función.

Según sea este valor con respecto al obtenido en el NCA y al de los demás vértices, en la siguiente iteración se modificará la posición, forma o tamaño del simplex, bien Reflejándose y Expandiéndose el NCA, bien Contrayendo el NCA o bien Contrayendo Múltiplemente el tetraedro, según se observa en las Figuras 1–36 (c), (d) y (e), respectivamente.

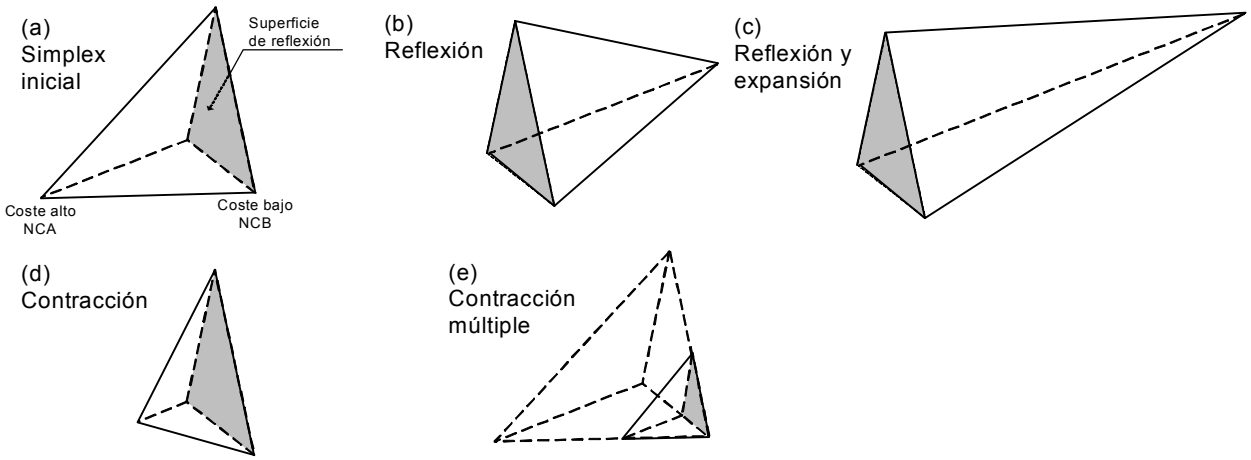



**Figura 1-36.** Posibles operaciones durante la aplicación del método N–M en tres dimensiones (*simplex* de 4 nodos). (a) Configuración inicial del *simplex*. Uno de los nodos posee el coste más alto, o NCA. (b) Reflexión del *simplex* respecto de la superficie opuesta (SO) al NCA. (c) Reflexión y expansión respecto de la SO al NCA. (d) Contracción del NCA respecto de la SO. (e) Contracción múltiple del simplex respecto del nodo de coste bajo.

El algoritmo se detiene cuando el simplex se contrae alrededor del mejor punto del espacio de muestreo (el de coste más bajo).

En [PRESS1992] se presenta un código en lenguaje C de este método. Una explicación más detallada de su funcionamiento se encuentra en el artículo simiente [NELDER1965].

### 1.7.5.2 TEMPLE SIMULADO (TS, SIMULATED ANNEALING).

El nombre del Temple Simulado (TS, *Simulated Annealing*) proviene del templado de metales, muy utilizado en metalurgia, siendo ésta una técnica que comprende el calentamiento y enfriamiento controlados aplicados a un material para reducir sus defectos e incrementar el tamaño de sus cristales [KIRKPATRICK1983]. El calor causa la desestructuración y el cambio aleatorio de las posiciones iniciales de los átomos (que corresponde a un valor de la energía interna del material), a través de la generación de estados de energías más altas (excitación de niveles). El lento enfriamiento al que es expuesto el material conlleva a la obtención de configuraciones con un estado de energía global más bajo que el inicial. El algoritmo del TS intenta reproducir, análogamente, dicho proceso. Para entender el funcionamiento de dicha técnica, resulta útil presentar un seudoalgoritmo simplificado del proceso (corresponde a una modificación del seudocódigo presentado en [BANGERT2005]), en el caso especial en que se aplica la distribución de Boltzmann, con minimización de función de coste:

**PSEUDOALGORITMO DEL TEMPLE SIMULADO**

**DATOS:**

Un conjunto de variables $\{x_n\}\in[a,b]$ y una función de coste $C(x_n)$ con $n$=1…$N$

**RESULTADOS:**

Una solución $S'$ de mínimo coste $C'=C(x_n')$

**INICIO DEL ALGORITMO:**

$T \leftarrow T_{INICIAL}$

$m \leftarrow 1$

Para $n$=1 a $N$ hacer

$^{1}x_n$=aleatorio($a$,$b$) //* Comentario: o bien $^{1}x_n=r$, con $r\in[a,b]$) *//

Fin $n$

$^{1}C=R_{MAX}$ //* Comentario: o bien $^{1}C=C(^{m}x_1, ^{m}x_{2...,}{}^{m}x_N)$ ] *//

Mientras $T>T_{FINAL}$ hacer

Para $m$=2 a $M_{MAX}$ hacer

Para $n$=1 a $N$ hacer

$\delta x_n=\pm$aleatorio($p$,q) //* Comentario: ($q-p$)<<($b-a$) *//

$^{m}x_n \leftarrow {}^{m-1}x_n+\delta x_n$

Fin $n$

$^{m}C \leftarrow C(^{m}x_1, ^{m}x_{2...,}{}^{m}x_N)$

Si $^{m}C<{}^{m-1}C$ o $\exp\{-[(^{m}C-{}^{m-1}C)/kT]>aleatorio(0,1)$ entonces

$S \leftarrow \{^{m}x_n\}$

Fin Si

Fin $m$

$T \leftarrow T-\Delta T$

Fin Mientras

**FIN DEL ALGORITMO**

SIGNIFICADOS DE LOS SÍMBOLOS:

$N$: Número de variables independientes a perturbar.

$\{^{m}x_n\}$: Conjunto de las variables (*con* $n\in$[1,$N$]), en la $m$–ésima sub–iteración del algoritmo.

$S=\{x_n\}$: Conjunto aceptado de las $N$ variables durante una cierta iteración del algoritmo.

$S'$: Conjunto de variables finalmente obtenido por el algoritmo.

$C(^{m}x_1, ^{m}x_{2...,}{}^{m}x_N)$: Valor obtenido por la función de coste en la $m$–ésima sub–iteración del algoritmo.

$^{m}C$: Valor asignado a la función de coste en la $m$–ésima sub–iteración del algoritmo.

$R_{MAX}$: Valor máximo disponible por el compilador del lenguaje para una variable real.

$C'$: Valor mínimo de la función de coste obtenido por el algoritmo.

$M_{MAX}$: Número máximo de iteraciones para cada nivel de temperatura.

$T$: Variable de la temperatura del sistema.

$T_{INICIAL}$: Valor de la temperatura inicial del sistema.

$T_{FINAL}$: Valor de la temperatura final requerida para el sistema (menor que $T_{INICIAL}$).

$k$: Constante de Boltzmann.

`aleatorio(a,b)`: Función que devuelve un valor real aleatorio entre *a* y *b*.

←: Operador que indica asignación de valor.

Se observa que el algoritmo se inicia con una temperatura previamente establecida, asignando valores aleatorios (acotados) a las variables que se desean optimizar y estableciendo un coste lo más elevado posible. Existen diversas variantes a estas condiciones iniciales, según se observa en los comentarios. Por ejemplo, podría asignarse un valor inicial constante a todas las variables (0 ó 1 son valores típicos), y también se podría asignar un valor ${}^{1}C$ igual a la función de coste calculada con los valores iniciales de las variables. Una vez asignados los valores iniciales, se procede a perturbar las variables $x_n$, con valores aleatorios (positivos o negativos) $\delta x_n$. El bucle de la variable (índice) *m* evalúa el coste y se acepta como posible solución si cualquiera de estas dos condiciones se cumple: bien que el coste de la iteración actual sea menor que el coste de la anterior iteración, o bien comparando un valor aleatorio entre cero y uno con la función de distribución de energía de Boltzmann [FEYNMAN 1998] (en el que los valores de energía han sido reemplazados por los valores de las funciones de coste ${}^{m}C$ y ${}^{m-1}C$). En este punto el algoritmo permite que se acepten, aleatoriamente, funciones de coste mayor que el obtenido en la iteración anterior, lo que ayuda a que no se produzcan estancamientos en mínimos locales. El algoritmo finaliza cuando se ha alcanzado la temperatura final, previamente estipulada.

Como es natural, investigaciones posteriores han presentado mejoras al método original del TS. Uno de ellos [PRESS 1992], utiliza el pseudoalgoritmo explicado anteriormente combinado con el Método N–M. Esta combinación, a la que llamaremos técnica NM+TS y que ha dado muy buenos resultados en la literatura técnica, será muy utilizado en Capítulos posteriores, aunque no será explicada con detalle. Más información puede encontrarse en la bibliografía correspondiente [PRESS 1992]

### 1.7.6 HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS DE CÁLCULO.

A partir de la década de los ochenta, el avance tecnológico informático ha inundado prácticamente todos los ámbitos, habiéndose producido una evolución nunca antes vista en este campo. Actualmente, es impensable el desarrollo ulterior de la teoría y el diseño de antenas sin el uso de ordenadores (PCs, Portátiles de escritorio, computadores con multiprocesadores, etcétera). Paralelamente al desarrollo de los dispositivos físicos, esto es, del hardware en general: procesadores, memorias RAM y ROM, tarjetas de uso específico –como por ejemplo de interconexión entre distintas unidades de proceso, o bien de conexión con unidades externas, como dispositivos de medición–, ha habido una mejora ininterrumpida en las herramientas virtuales que se encargan de hacer un uso especializado y eficiente de los dispositivos físicos, esto es, el software. No es el objetivo de esta Sub–Sección presentar al detalle los requerimientos del hardware más conveniente desde el punto de vista del diseñador de antenas. La asequibilidad a máquinas de cálculo de gran potencia es moneda común en nuestros días, y ya nadie

duda de que la mayoría de los científicos tiene un conocimiento más o menos minucioso del funcionamiento y manejo de ordenadores de mediana potencia, disponibles en comercios a costes razonables. Casi lo mismo sucede con el software, y la diferencia en la elección de una herramienta u otra está básicamente gobernada por las necesidades del científico o ingeniero que va a utilizarla, y se sabe que elegir una herramienta específica u otra que realiza la misma tarea está finalmente sujeta a dos factores: calidad y precio (como en incontables aspectos de la vida diaria). Tampoco se intenta dar una idea de dichas especificaciones aquí. Lo que se persigue es simplemente citar algunas de las herramientas más utilizadas en el diseño de antenas, particularizando en las que resultan útiles en los procesos de diseño numérico y/o simbólico. El hecho de que unas herramientas sean más utilizadas que otras viene determinado por fuerzas del mercado (en este caso el mercado científico–técnico), como ser: popularidad del producto (lo que facilita la portabilidad de los trabajos realizados con dicho producto[47]), precisión en sus resultados[48], precio, disponibilidad en el mercado de dicha herramienta, etcétera. A continuación se dará un detalle pormenorizado de las herramientas utilizadas para obtener los resultados que se presentan en esta Tesis.

#### 1.7.6.1 LENGUAJES DE PROGRAMACIÓN.

A pesar de que en décadas anteriores el Fortran ha sido el lenguaje científico por excelencia, últimamente ha sido desplazado por la popularidad de lenguajes ligeramente más versátiles, tales como el C o el C++. Como se ha comentado anteriormente (ver nota número 48 al pie de página), la utilidad de un lenguaje reside no sólo en su fiabilidad y precisión, sino en su portabilidad. Se podría argüir que un lenguaje de programación de uso científico debería de estar estrictamente sujeto a su fiabilidad y precisión, pero si se posee un lenguaje ligeramente menos preciso (cuya diferencia de precisión con el primero es, a los fines prácticos, aceptable) pero que causa menos problemas a la hora de transportar un código de una máquina a otra, es evidente que dicho argumento pierde fuerza. Si se trabaja con una precisión de decimales flotante (*float*), y aún doble flotante (*double*) [SCHILDT2001], el lenguaje C es tan fiable como el Fortran. En términos de velocidad de cómputo, ambos son comparables[49]. En términos de portabilidad, el lenguaje C da menos problemas, de allí su amplia difusión en el mundo técnico actual. En opinión del autor, ambos lenguajes son equiparables para los fines perseguidos en esta Tesis.

[47] La portabilidad se refiere a la capacidad que tiene un software de funcionar en distintas plataformas (diferentes ordenadores con hardware y/o sistema operativos variados), o bien a la capacidad que tiene dicho software para producir datos transportables a otro software que realiza el mismo trabajo pero que ha sido producido por un fabricante distinto (Ejemplo: Código de C++ escrito y compilado en Visual Studio de Microsoft y luego transportado a una máquina que posee Absoft Editor para el mismo lenguaje).

[48] La precisión de un software científico debería de ser un factor excluyente en su selección. Pero aquí se habla de grados de precisión, y, desafortunadamente, existen limitaciones con respecto a este factor. Aquí juega un papel preponderante la portabilidad que se comentaba en la nota anterior. Además, si se va a realizar intercambio de datos entre grupos científicos, es necesario que ambos intercambien un tipo de datos común, y el disponer del mismo software facilita esta tarea (ya que las incompatibilidades se reducen al mínimo).

[49] Las conclusiones que se presentan están sustentadas por análisis y comparaciones realizadas por el autor en un conjunto de cálculos utilizados durante el desarrollo de esta Tesis, en entornos de programación de lenguajes Fortran y C/C++.

El C es un lenguaje estructurado con el que es posible realizar una gran cantidad de operaciones numéricas, aunque, comparativamente hablando, su aprendizaje puede resultar tedioso, ya que si no se sigue una pauta de programación por módulos (separar en funciones las tareas), las estructuras son difíciles de seguir, sobre todo en programas más o menos complicados (de varios cientos de líneas útiles[50]). Si dicha modularización se establece desde un principio, la edición y depuración del código es sencilla y directa. Según el editor/compilador que se utilice, el programador tiene a su disposición un conjunto de funciones básicas (trigonométricas y algebraicas) con las que es posible desarrollar las herramientas numéricas necesarias en el diseño de antenas [SCHILDT2001].

Sin embargo, este lenguaje tiene una desventaja: sus funciones básicas no han sido elaboradas para trabajar con números complejos, con lo cual es necesario adquirir (o codificar) un paquete de funciones programadas para tal fin. Más aún: como con este lenguaje tampoco es posible sobrecargar[51] los operadores elementales (como suma, multiplicación, división y potencia), el trabajo con números complejos se vuelve particularmente enrevesado, ya que, por ejemplo, la simple sentencia `a*(b+c+d)`, donde `a`, `b`, `c` y `d` han sido previamente definidos como números complejos, puede transformarse en algo como `multipicar(a,sumar(b,sumar(c,d))`, lo que no facilita en modo alguno la labor del programador (y diseñador de antenas, claro) a la hora de editar y/o depurar el código.

Con el lenguaje C++ es posible solventar dichas limitaciones. En él se han incorporado las Clases (*Classes*), que son objetos que se pueden definir a voluntad del programador [SCHILDT1995] (dentro de las limitaciones del propio lenguaje, claro). De allí el término "programación orientada hacia objetos" muy utilizada en la jerga de programación. En el caso que se está comentando, un número complejo puede ser definido como una clase (u objeto)[52] en C++. Además, en este lenguaje sí es posible sobrecargar operadores, con lo cual no es necesario renombrar las operaciones elementales. Como el C++ también admite sobrecarga de funciones, es posible redefinir las funciones que estén definidas para números reales y que puedan ser aplicables a números complejos, como raíz cuadrada, potenciación, funciones trigonométricas, etcétera. Es fácil advertir que la sobrecarga tanto de operadores como de funciones facilita la edición, lectura y depuración del código, ya que, por ejemplo, la sentencia `(a+b)*exp(c)` en una línea de código podrá representar una operación con números enteros, de coma flotante, o complejos, dependiendo esto de cómo se hayan definido inicialmente las variables (o constantes) `a`, `b`, y `c`.

El lenguaje C ha pasado a ser un subconjunto del C++, con lo cual es posible asegurar que cualquier programa escrito en C puede ser utilizado en C++ (a igualdad de editor y compilador) [SCHILDT1995].

El uso de clases, como es de esperar, lentifica ligeramente los cálculos, ya que las operaciones sobrecargadas no están definidas a nivel de lenguaje máquina (como sí lo están los operadores de

[50] Una línea útil dentro del código es aquélla que no corresponde a un comentario.

[51] Sobrecargar un operador (los operadores elementales del lenguaje C son "+ – * /", esto es, suma, resta, multiplicación y división) significa redefinirlo para que trabaje con variables distintas de las especificadas en el compilador.

[52] En realidad, un objeto es un elemento de una clase (esto es análogo a decir que un coche específico corresponde a un objeto, y el modelo corresponde a la clase). Pero aquí no se hará distinción entre uno y otro, ver [SCHILDT1995].

números enteros y de coma flotante). Afortunadamente, y a los fines prácticos que usualmente no corresponden a cálculos en tiempos críticos, dicha ralentización es completamente despreciable y no hay razón plausible para no usar el C++ en lugar del C (aunque esto sea, en última instancia, una cuestión de comodidad y de gustos del programador).

El lenguaje C++ es ideal para el cálculo numérico destinado al análisis, síntesis y diseño de antenas –una vez resuelto el problema inicial que acarrea la incorporación de los números complejos a su entorno–, ya que con él es posible construir y ejecutar una gran cantidad de algoritmos de amplia utilidad en este campo. Puesto que algunas herramientas adicionales de optimización han sido puestas a disposición del usuario de este lenguaje (o bien del C), la versatilidad y potencia del software de programación ha sido incrementada enormemente. La codificación de técnicas de optimización como el método de los gradientes, los algoritmos genéticos, o el temple simulado (ver Sub–Sección 1.7.5.2) están disponibles en el "Numerical Recipes in C", un libro que ya es un clásico en la bibliografía científica [PRESS1992] (aunque a estas alturas ya empieza a resultar obsoleto). Este libro, además, posee un amplio conjunto de funciones y algoritmos que facilitan enormemente la labor del programador, tales como: resolución de sistemas de ecuaciones, tratamiento de funciones de Bessel, operaciones matriciales (incluyendo tratamiento de matrices dispersas), etcétera.

Desafortunadamente, el lenguaje no es fácil de manejar cuando se requieren entornos gráficos que generen automáticamente resultados que puedan dar al diseñador de antenas una idea cualitativa de algún parámetro en estudio (tales como diagramas de radiación, curvas de impedancia de entrada, etcétera). Existen algunos paquetes de funciones de tratamientos de gráficos vinculados al lenguaje C que trabajan *casi* a nivel de máquina, aunque con un lenguaje de segunda generación. Los más conocidos son DirectX [SANCHEZ2000] y OpenGL [WRIGHT1992, GLAESER2002, CARR1997]. Estos paquetes de funciones son intratables, sobre todo si al programador le es indiferente trabajar a nivel de lenguaje de máquina (como en el caso de un programador de video juegos) o a un nivel más alto (como en el caso de un diseñador de antenas). El simple hecho de obtener por pantalla una ventana con una curva superpuesta a un sistema de coordenadas cartesiano puede significar varias horas de trabajo (con decenas y hasta algunos cientos líneas de código de por medio), sobre todo si el código se elabora teniendo en cuenta el entorno del sistema operativo.

A los fines prácticos, la utilidad del lenguaje C/C++ se limita al cálculo. En caso de que se requieran más recursos gráficos, es preferible pasar a programas especializados, como MATLAB, Mathematica, Maple, o MathCAD, por citar algunos[53]. En la actualidad dichas herramientas están desplazando, en el contexto científico, a los lenguajes de programación meramente numéricos (o bien con restricciones para crear entornos gráficos, como los que aquí se han comentado). A continuación se describen muy brevemente dos de dichas herramientas, utilizadas, junto al compilador de lenguaje C Visual C++ 6.0 [SPHAR1999], por el autor de esta Tesis en los trabajos que se presentan en los Capítulos 3 a 6.

[53] Existen alternativas a los lenguajes de programación de segunda generación, tales como Visual Basic y Java, preparados para elaborar con cierta facilidad entornos gráficos (con ventanas, botones, cajas de texto, gráficas de barra o polares, etcétera), aunque, en principio, dichos lenguajes no han sido diseñados para trabajar con precisión científica.

### 1.7.6.2 HERRAMIENTAS DE CÁLCULO SIMBÓLICO Y NUMÉRICO. LENGUAJES DE 3º GENERACIÓN.

**MATLAB** [MATLAB2002, MATLAB2002_1]: es un software de cálculo numérico y simbólico, que además cuenta con dispositivos de visualización de resultados. Inicialmente, éste fue un software diseñado para trabajar con matrices (MATLAB es el acrónimo de *MATrices LABoratory*) aunque ha ido evolucionando hasta terminar siendo una de las herramientas de cálculo matemático más completas y utilizadas en la actualidad. Consta de una línea de comandos que interpreta las sentencias que el usuario ingresa mediante teclado. Es un software con una interfaz de usuario amigable, ver Figura 1-37. Cuenta con dos importantes herramientas adicionales: un lenguaje de programación propio, al que el fabricante denomina "códigos .m", muy similar –estructural y sintácticamente– al lenguaje C++ (descrito anteriormente), más un complemento de edición de entorno gráfico similar al Visual Basic (con el que es posible editar ventanas, botones, cajas de texto, etcétera, y muy apropiadas en un entorno de sistemas operativos tales como Windows o MAC), aunque gobernado por el código .m antes mencionado. La potencia de este editor de entornos gráficos ha facilitado la colaboración de diversos programadores ajenos a la empresa fabricante, quienes han hecho posible que el software actual disponga, además, de un conjunto de herramientas (paquetes) adicionales específicas, encaminadas a, por ejemplo: tratamiento de señales, algoritmos de optimización (entre los que se encuentran los algoritmos genéticos, por citar alguno), bioinformática (genética), control de sistemas, redes neuronales y sistemas borrosos, herramientas financieras, procesado de imágenes, etcétera. Estos paquetes adicionales (*toolboxes*) se adquieren separadamente del producto básico.

El cálculo numérico con MATLAB es muy preciso (tratamiento de variables de punto flotante), con un control automático de errores (tales como división por cero, resultados infinitos, incoherencia de datos de entrada, etcétera), lo cual lo convierte en una herramienta muy fiable a la hora de ejecutar algoritmos, además de garantizar resultados de precisión científica. Esta ventaja se potencia con la eficiencia con que ejecuta las operaciones matriciales, ya que el núcleo de cálculo ha sido codificado para optimizar estas operaciones.

El programa cuenta con un gran número de funciones matemáticas (Trigonométricas, Cálculo Integral y Diferencial, Resolución de Sistemas de Ecuaciones, Funciones Especiales, Polinomios, Ajuste de Curvas, etcétera, etcétera), además de poseer comandos específicos para la manipulación de matrices: tratamiento de filas y columnas, funciones para hallar máximos y mínimos, etcétera. Una ventaja añadida es que, en la mayoría de las operaciones, este programa trata a las matrices como variables, con lo cual es posible aplicar una función simultáneamente a un conjunto de valores almacenados matricialmente.

Una utilidad que es bienvenida por aquéllos que están habituados a utilizar hojas de cálculo es que posee un accesorio con el que es posible vincular externamente al Excel (herramienta *excelink*) al entorno de MATLAB, lo que facilita considerablemente la importación y exportación de grandes cantidades de datos (matrices) de un software a otro.

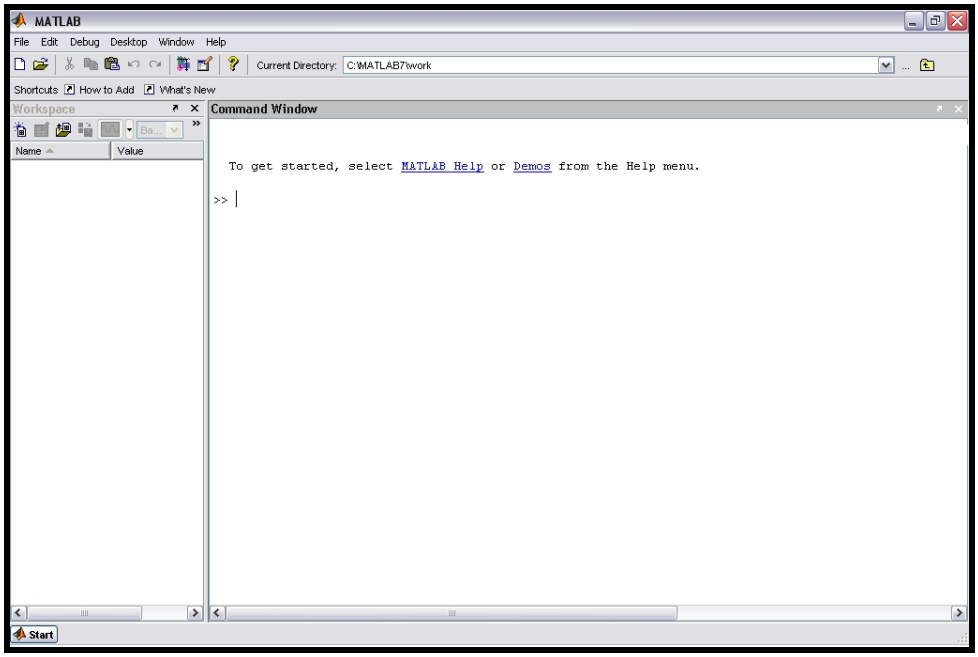



**Figura 1-37.** Entorno de MATLAB. El símbolo >> indica la línea de comandos en donde se teclean las sentencias que el programa ejecuta.

El tratamiento de cálculo simbólico de este programa es aceptable, aunque el uso de expresiones mediante teclado resulta un poco tediosa, y es ligeramente más complicada de interpretar y leer si se comparan con las simbologías utilizadas en un lenguaje matemático de libros y publicaciones científicas.

El punto débil del programa es que tanto la línea de comandos como el lenguaje de programación del editor de códigos son interpretados, esto es, las operaciones no se realizan a nivel máquina, sino que son "traducidas" previamente por un motor virtual. Esto ralentiza enormemente su funcionamiento, y, en igualdad de condiciones, cuando MATLAB compite en velocidad con alguno de sus rivales (Mathematica, MathCad, Maple, por citar algunos), generalmente pierde la batalla. Otro de los defectos del programa es que tiene severas limitaciones en memoria: el programa entra rápidamente en "sobreflujo" (*overflow*) de la pila de memoria[54], y para cálculos con matrices de muchos elementos, a veces es preferible utilizar otros programas de similares características, o bien hacer uso directamente de algún compilador de lenguajes de menor nivel, como por ejemplo Fortran o C/C++. Un tercer talón de Aquiles, aunque el menor de ellos, consiste en la incapacidad del usuario de controlar la administración del procesador y de la memoria RAM cuando el programa está activo, realizando cálculos que absorben grandes cantidades de recursos del ordenador; en tales casos, MATLAB prácticamente acapara al sistema operativo, y no hay manera de administrar convenientemente el uso compartido del hardware disponible.

Actualmente, su supremacía como el programa más utilizado en cálculos matemáticos de ciencias exactas e ingeniería es indiscutible. Algunas de sus características serán comentadas en Capítulos posteriores, cuando se presenten detalles de codificación para representar diagramas de radiación 3D polares de agrupaciones planas de antenas.

[54] Esto significa, a los fines prácticos, que el programa asigna erróneamente direcciones de memoria.

**MATHEMATICA** [WOLFRAM1999]: Este software fue inicialmente concebido para cálculo simbólico y numérico, orientado fundamentalmente a las ciencias físicas. Así como MATLAB ha optimizado las operaciones matriciales, Mathematica ha centrado su eficacia (y eficiencia) en la resolución analítica de ecuaciones de todo tipo: Integración, Diferenciación, Cálculo Vectorial, Funciones Especiales (Funciones de Bessel, Polinomios de Legendre, Polinomios de Hermite, Funciones de Hankel, etcétera), Sistemas de Ecuaciones, Series de Taylor, Transformadas y Antitransformadas de Laplace, Problemas de Sturm–Liouville, etcétera[55]. Posee un entorno de usuario con ventanas flotantes. La ventana principal posee la línea de comandos a través de la cual es posible ingresar las sentencias, lo cual puede realizarse mediante simbología matemática, siendo éste el camino más sencillo, ver Figura 1-38. También es posible editar las ecuaciones mediante un lenguaje que reemplaza la simbología, aunque éste resulta ser bastante enrevesado (algo así como el *LaTex* [KOPKA2003], utilizado para edición de documentos científicos). Afortunadamente, la simbología (sobre todo letras griegas o símbolos matemáticos convencionales) puede ingresarse mediante atajos de teclado (*Shortcuts or Hotkeys*), bastante intuitivo, o bien mediante pulsaciones con el cursor del ratón en una ventana de ayuda de edición, muy similar al utilizado por el editor de ecuaciones del editor de textos MathType, vinculado al Microsoft Word [ANGELL2003].

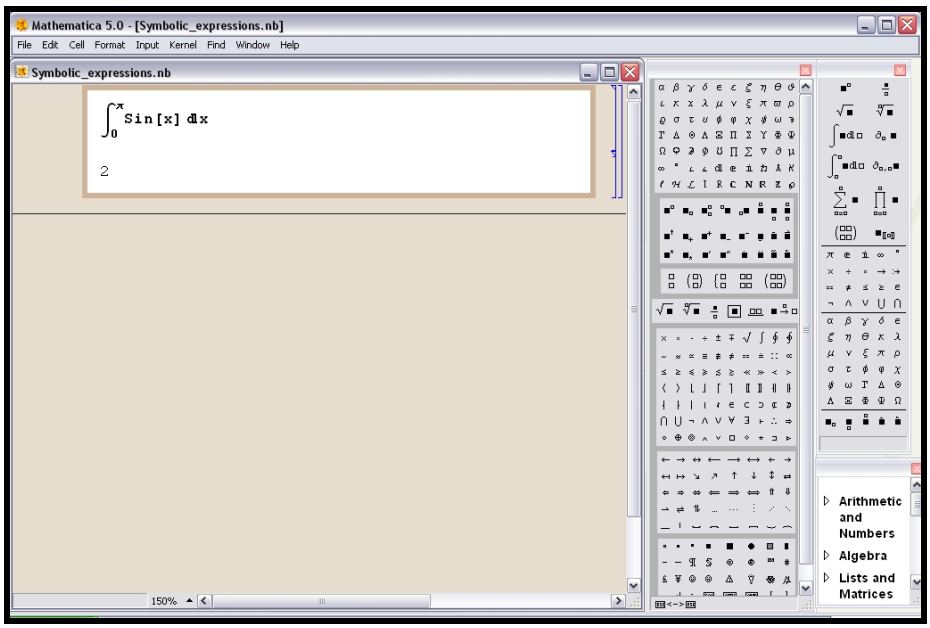



**Figura 1-38.** Entorno de Mathematica. Se observa el cálculo simbólico realizado en la línea de comandos.

Funciones adicionales permiten obtener prácticamente cualquier resultado simbólico que el usuario desea: una vez obtenido un resultado, el programa permite simplificar, factorizar, expandir, utilizar identidades trigonométricas, etcétera, a fin de reducir u organizar el resultado del modo más conveniente (muchas de estas funciones, o funciones similares, también existen en MATLAB).

El programa cuenta con un núcleo (*Mathematica Kernel*) que se activa automáticamente al iniciarse algún proceso interno de cálculo simbólico o numérico. Dicho núcleo también puede activarse

[55] La gran mayoría de estas ramas de la matemática también son tratadas, aunque un poco menos eficientemente, por MATLAB.

en la línea de comandos del sistema operativo (en Windows, el famoso MS–DOS), con lo cual la interfaz de usuario (ventanas como la de la Figura 1-38) es prescindible. El núcleo trabaja prácticamente a nivel máquina, y esto acelera enormemente el cálculo, ya que así evita el lenguaje interpretado (utilizado por MATLAB, como se ha comentado anteriormente). Al igual que MATLAB, posee paquetes adicionales de herramientas específicas: Sistemas de Control, Optimización, Análisis y Procesamiento de Señales, Astronomía, Sistemas Mecánicos, etcétera.

Desafortunadamente, Mathematica no tiene un editor de código de programación en sí, y esto constituye su talón de Aquiles; aunque, en su reemplazo, es posible crear funciones (o procedimientos) que lleven a cabo operaciones en forma de algoritmo. De hecho, el programa tiene a su disposición bucles del tipo *For…Next*, *Do...*, *If…*, además de funciones de lectura y escritura de ficheros, tratamiento y almacenamiento de datos en tablas (matrices) etcétera, idénticos a las de cualquier lenguaje de programación estructurado. Sin embargo, la edición (codificación) de un programa en estas condiciones puede resultar bastante tediosa.

Posee la ventaja de que la ventana del editor de ecuaciones se puede manejar casi como un editor de texto, permitiendo dar formato tanto al texto escrito (comentarios) como al fondo (aunque con ciertas limitaciones), ver por ejemplo la Figura 1-38. El tratamiento de gráficos es eficiente (maneja, en principio, imágenes vectoriales[56]), aunque sus capacidades estéticas son limitadas (comparándolo con MATLAB, por ejemplo). Al parecer, también se han descuidado otros aspectos estéticos, ya que el programa tiene algunas carencias en forma de incompatibilidades que no son fáciles subsanar: el formato de impresión no siempre coincide con el visto en pantalla, y al importar o exportar gráficas muchas veces se pierde calidad, y en algunos tristes casos, la información transportada no se preserva (este tipo de problemas subsiste actualmente con formatos como Metaarchivo de Windows –*Windows Metafile* .wmf– o bien Metaarchivo Mejorado –*Enhanced Metafile* .emf–). Además, la edición de los formatos de las gráficas (título, leyendas, etiquetas, grosor de líneas, mallado en ejes, etcétera) ha de hacerse mediante teclado y no con el uso del ratón, lo cual resulta un poco incómodo. Por lo demás, es un programa altamente recomendable, sobre todo a la hora de realizar cálculos simbólicos.

#### 1.7.6.3 SIMULADORES ELECTROMAGNÉTICOS.

Las herramientas enumeradas en la Sub–Sección anterior están destinadas a resolver sistemas de ecuaciones que se basan en la aplicación estricta de las Ecuaciones de Maxwell. Estas herramientas permiten agilizar el diseño de un sistema radiante, puesto que en muchos casos las soluciones analíticas son, según se ha comentado anteriormente, muy difíciles de manejar, si no imposibles de resolver. Con las herramientas disponibles en el mercado que implementan algunos de los métodos numéricos descritos en las Sub–Secciones 1.7.1 a 1.7.4 es posible facilitar aún más este trabajo. Si el diseñador

[56] En el sistema de tratamiento de gráficos actual, existen, en líneas generales, dos conjuntos de formatos con los que tratar las imágenes: en ficheros de mapas de bits, y en ficheros de trazos vectoriales. La diferencia entre ambos conjuntos está en el método de almacenamiento de las imágenes: los mapas de bits separan una imagen en celdas (bits) que contienen información de las tonalidades presentes en ese punto, mientras que los dibujos vectoriales poseen información de coordenadas y relaciones de líneas o curvas que las unen, descritas por ecuaciones matemáticas. En general, los mapas de bits necesitan más memoria de almacenamiento, por eso es preferible almacenar una gráfica en formato vectorial, aunque esto no siempre es posible, como sucede con las fotografías, por citar un caso.

dispone de uno de estos softwares cuyos entornos gráficos son similares al de un programa de Diseño Asistido por Ordenador, (DAO, *Computer–Aided Design*) como los utilizados en arquitectura o ingeniería industrial, su labor puede estar dirigida simplemente a construir (en el entorno del software) la geometría propuesta y a colocar las fuentes de excitación en las posiciones adecuadas, además de especificar algunos parámetros adicionales, como condiciones de frontera (si es necesario) y materiales utilizados (conductores y dieléctricos). El trabajo previo del diseñador queda tremendamente simplificado, ya que el software procede automáticamente a establecer dichas condiciones de frontera, a utilizar las funciones pertinentes, y a plantear los sistemas de ecuaciones matriciales o bien los algoritmos tipo "salto de rana", según corresponda. Es cierto que esto reduce mucho el trabajo del diseñador, pero aún así no es fácil obtener un sistema radiante con unos parámetros previamente establecidos (valores, o distribuciones deseadas de: patrón de radiación, ancho de banda de parámetros S, comportamiento de impedancia de entrada, etcétera), sobre todo si dicho software se utiliza "a ciegas". En estos casos, obviamente, existen formas más expeditivas de utilizar dichos programas. Una de ellas es realizar una síntesis inicial considerando un modelo teórico más o menos aproximado del sistema radiante que se desea obtener, para analizarlo y así poder especificar en líneas generales la geometría necesaria para alcanzar los objetivos deseados. Una vez establecidas dichas líneas generales, es posible proceder a utilizar el software para reproducir la primera solución obtenida, con el que será posible realizar un segundo acercamiento, un poco más ajustado a la realidad, al modelo requerido. De esta manera podrá continuarse, mediante prueba y error, el ajuste hasta obtenerse los resultados esperados, los que, finalmente, deberán ser validados mediante experimentación. Un refinamiento de esta técnica es utilizar, durante el proceso de síntesis, un algoritmo de optimización[57], como alguno de los descritos en la Sub–Sección 1.7.5. Las herramientas de simulación electromagnéticas actuales tienen severas limitaciones a este respecto: los algoritmos de optimización que pueden implementarse sólo pueden manjear algunos casos sencillos, en los que se perturban sólo unas pocas variables geométricas. Para casos más elaborados, es necesario recurrir al conocido método de codificar en algún lenguaje de programación conocido y compilar para obtener un ejecutable personalizado al caso de interés. Naturalmente, esta metodología es bastante más tediosa y lenta que la utilización directa de los softwares de simulación, aunque esto, por contrapartida, permite obtener una idea cualitativa más acertada del problema que se intenta resolver, lo cual siempre constituye una ventaja para el programador.

A modo de ejemplo, a continuación se describirá brevemente el entorno y la metodología de trabajo del IE3D, una herramienta de simulación basada en el método de los momentos (ver Sub–Sección 1.7.2, página 84). Esta herramienta ha sido utilizada para obtener los resultados presentados en el Capítulo 6.

[57] Es cierto que la mayoría de los programas de simulación electromagnética poseen sus propias herramientas de optimización (algunos de ellos hasta tienen opciones para determinar qué tipo de técnicas habrán de utilizarse). Sin embargo, en la mayoría de los casos, las utilidades de dichas herramientas son, todavía, muy limitadas.

**IE3D**: El software fabricado y distribuido por Zeland [ZELAND2005] consta de varios módulos, cada uno de ellos programados para acometer diversas tareas de edición de geometrías y cálculo de parámetros. Una de ellas es el IE3D, un programa de simulación electromagnética basado en el MM, y orientado fundamentalmente a geometrías planas.

El módulo principal de modelado geométrico del IE3D se denomina MGRID, cuya interfaz de usuario se puede observar en la Figura 1-39. Con él se pueden generar una infinidad de figuras planas (rectángulos, círculos, polígonos, figuras irregulares, curvas, etcétera). Para ello, el módulo considera que las figuras planas son metales y que éstos están impresos en diferentes capas de dieléctricos, por lo que hay que definir cada capa, dándoles un grosor que el programa considera creciente en el eje *z*, y especificando, naturalmente, sus parámetros eléctricos. Las figuras geométricas se crean en planos paralelos al plano *z*=0. En principio es posible generar geometrías tridimensionales, aunque éste no es el punto fuerte del programa, ya que para ello es necesario ir definiendo tantas capas como nodos no–coplanares (respecto del planos paralelos al *z*=0) existan en la geometría a modelar, lo cual dificulta enormemente la labor del usuario. Una vez dibujada la geometría, el usuario tiene a su disposición diversas fuentes de alimentación (de corriente, de voltaje, de onda plana), las que generalmente se han de asociar a algún borde de cualquiera de las figuras que presenta el modelo. A continuación, se especifica el tamaño relativo de los elementos del mallado que el programa realiza automáticamente. El tamaño mínimo de los elementos del mallado es función de la frecuencia máxima de simulación (ya que es posible simular en un rango predeterminado de frecuencias).

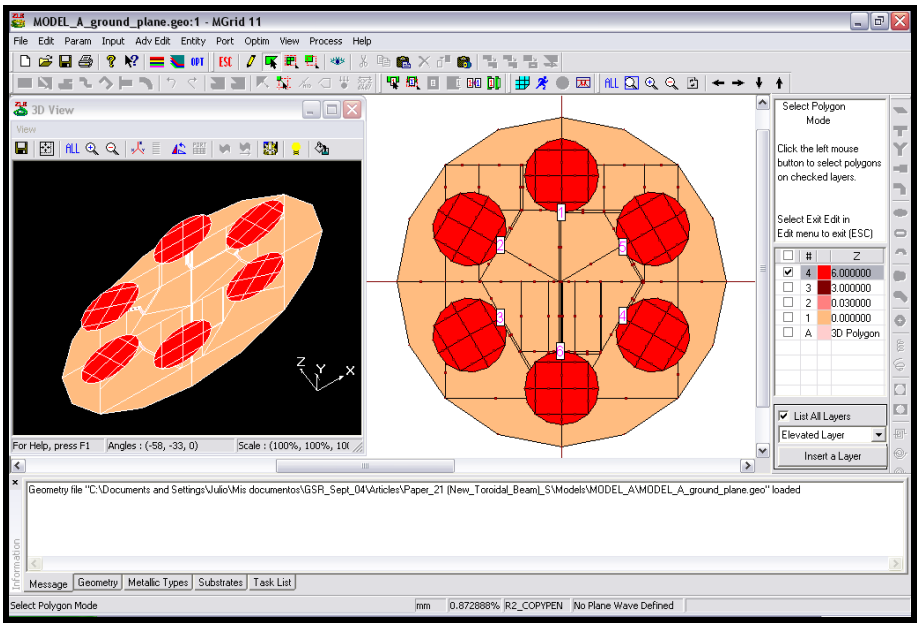



**Figura 1-39.** Interfaz de Usuario MGRID. A la izquierda se observa, en perspectiva, el modelo editado.

El programa divide las geometrías, considerando triángulos y rectángulos de la manera más regular posible (es posible especificar la optimización del mallado). Por último, se ejecuta la simulación, en la que el programa calcula, fundamentalmente, los parámetros *S* del sistema en el rango de frecuencias que el usuario ha establecido. Para calcular los campos, es necesario solicitarlos en el paso previo a la simulación.

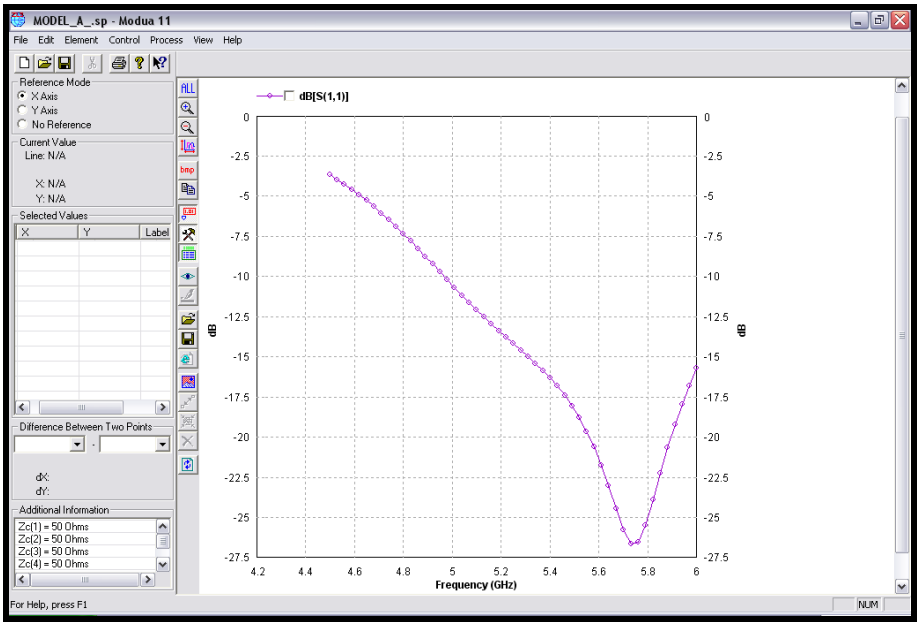



**Figura 1-40.** Interfaz de Usuario Modua.

Una vez finalizada la simulación, el programa ejecuta automáticamente (aunque esto puede ser controlado) el entorno Modua, visualizando la curva $|S_{11}|$ [dB] vs. Frecuencia, ver Figura 1-40. En este entorno se puede editar dicha gráfica, especificando etiquetas, rango de visualización, color de curva, ajuste de la curva a los puntos de simulación (ya que, naturalmente, se simula a frecuencias discretas), escala, etcétera. Es posible especificar otros parámetros, como partes real e imaginaria (o amplitud y fase) de la impedancia de entrada, por ejemplo. También es posible visualizar los resultados en un diagrama de Schmidt [ORFANIDIS2004]. Puesto que los parámetros *S* son funciones de la impedancia característica de la línea de transmisión, ver ecuaciones (1–121) y (1–128), el programa considera automáticamente, durante los cálculos, una impedancia $Z_0$=50Ω, ya que éste es un valor típico en las líneas de transmisión de antenas (cables coaxiales, por ejemplo). Sin embargo, es posible cambiar dicho parámetro, y reajustar la curva a una impedancia característica de la línea de alimentación acorde con las exigencias del usuario. Es posible exportar los datos así obtenidos a ficheros numéricos, por si se desea tratarlos a posteriori, con hojas de cálculo, por ejemplo.

Es posible obtener los patrones de radiación en potencia (módulo al cuadrado del campo eléctrico), en diagramas 2D y 3D, según se especifique. Esto se realiza con la ayuda del módulo PatternView, cuya interfaz de usuario se observa en la Figura 1-41. En este entorno es posible seleccionar diagramas polares o cartesianos, considerando patrones de ganancia, de directividad normalizada, o bien de amplitud de campo, en valores absolutos o bien en decibelios. Es necesario especificar, en el caso de los diagramas bidimensionales, si se desean diagramas que representen un corte [$\varphi$=constante, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$], o bien un cono [$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$, $\theta$=constante]. Varias curvas pueden superponerse en un mismo diagrama, aunque esto tiene sus limitaciones, ya que si hay demasiadas curvas la figura se torna ininteligible, como es de esperar.

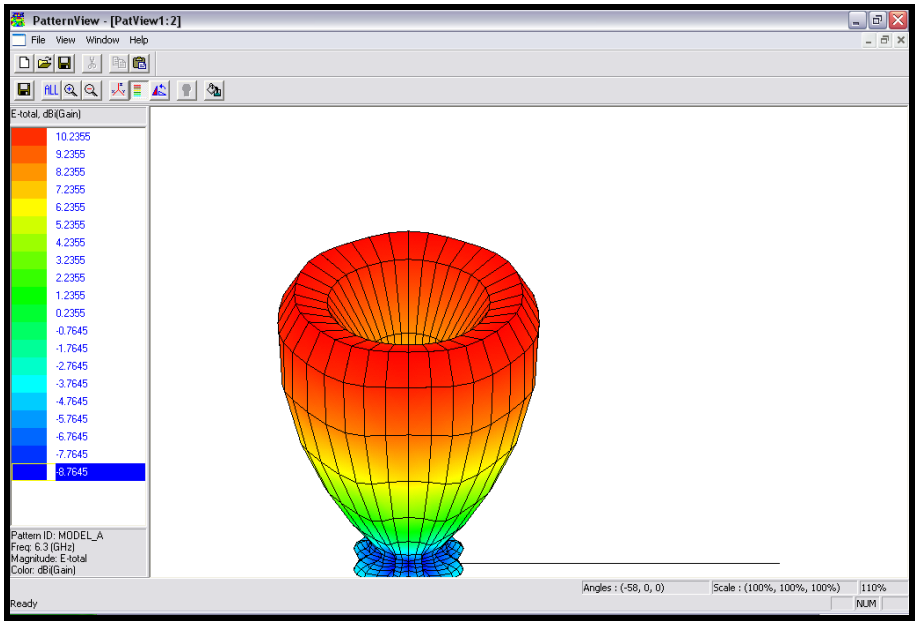



**Figura 1-41.** Interfaz de Usuario PatternView.

En casos de agrupaciones de antenas, es posible especificar al programa que considere un factor de agrupamiento, ver ecuación (1–89), sin considerar acoplo entre elementos, ver Sub–Sección 1.5.7, lo que resulta útil en casos en que se desea simular una agrupación de muchos elementos, ya que así el tiempo de simulación se ve reducido considerablemente. Sin embargo, esta simplificación sólo es aplicable en casos en que los elementos estén lo suficientemente alejados entre sí para que la condición de acoplo despreciable se cumpla. En caso de no poder despreciarse el acoplo es posible especificar una simulación más realista, simulando por separado uno de los elementos de la agrupación, y luego simulando el conjunto, puntualizando, en una etapa previa a la simulación, que ha de existir acoplo entre elementos. Esto ralentiza un poco el proceso de cálculo (respecto del caso sin acoplo), pero aún así resulta más rápida que cuando se considera la simulación del conjunto.

También es posible obtener las distribuciones de corriente (en representación vectorial o bien con figuras de contorno) en las distintas geometrías del sistema radiante. El programa también cuenta con una herramienta de animación con la que es posible visualizar el comportamiento de las distribuciones de corriente en función del tiempo, en un ciclo completo a una de las frecuencias especificadas en la simulación.

El IE3D es un programa robusto, y goza de buena fama en lo que respecta a la fiabilidad de sus resultados, ya que éstos se ajustan bastante a la realidad experimental. En general, para geometrías no demasiado grandes (en términos de longitudes de onda), no presenta mayores problemas de memoria, excepto cuando se consideran dieléctricos de tamaño finito (ya que la extensión de las capas de dieléctricos que antes se han comentado, son consideradas infinitas), en cuyo caso la memoria requerida se incrementa considerablemente, limitando severamente el tamaño mínimo del mallado, lo que se traduce en un aumento en los errores de cálculo.

El problema fundamental de este programa radica en la torpeza con que la interfaz de usuario de MGRID ha sido programada para construir los modelos geométricos, sobre todo si se requieren

geometrías complicadas. En casos en donde la simetría de revolución o bien la distribución regular de elementos idénticos debería de simplificar la tarea, el usuario se encuentra con que no cuenta con todas las herramientas apropiadas para tales fines (por ejemplo, el programa no aporta una herramienta con la que sea posible crear una agrupación de elementos idénticos distribuidos uniformemente en un plano, a menos que no sea utilizando la herramienta de copiar, pegar y rotar). De esta manera, para crear tales geometrías, es preferible construirlas con programas CAD más apropiados (AutoCAD, por ejemplo) y luego importarlas al entorno de MGRID, ya que éste admite geometrías externas en formato *dxf*, por ejemplo. El problema relacionado con el montaje de geometrías complicadas no es exclusivo del IE3D: lo mismo sucede con FEKO, SEMCAD, y otros programas de simulación electromagnética [EMSS2005, SCHMID2005]. En este sentido, más versátil que todos los aquí nombrados es el simulador *Momentum*, de ADS, un programa basado en el MM que no será descrito en esta Tesis[58].

En líneas generales, para diseño de sistemas radiantes compuestos por figuras planas, el IE3D es muy recomendable.

### 1.7.7 APRENDIZAJE DE LAS MÁQUINAS: REDES NEURONALES ARTIFICIALES.

Las RNAs o sistemas neuronales artificiales constituyen en la actualidad un activo campo multidisciplinar, en el que confluyen investigadores procedentes de muy diferentes áreas, como la electrónica, física, matemáticas, informática, ingeniería, biología y psicología. Inicialmente las RNAs se plantearon como un ente matemático capaz de emular el comportamiento del cerebro humano. Sin embargo, la complejidad de éste ha obligado a cambiar dichos objetivos de investigación iniciales por otros mucho más sencillos. En la actualidad, las RNAs se centran en procesos de control, de reconocimiento o bien de previsión, que constituyen objetivos mucho más modestos que la creación de un cerebro artificial, aunque muy útiles desde un punto de vista tecnológico.

Algunas aplicaciones se citan a continuación [MARTINDELBRÍO2001]:

1. Telecomunicaciones: En ecualizadores lineales y canceladores de eco en líneas telefónicas (redes Adaline, con neuronas que trabajan con señales retardadas).
2. Anulación de ruido y vibraciones: Con una neurona Adaline (de un modo similar al de la cancelación de eco en líneas telefónicas) se generan ruidos y vibraciones opuestas a las recibidas, las cuales cancelan el ruido obtenido a la salida de un dispositivo, como puede ser un sistema de aire acondicionado, por ejemplo.
3. Reconocimiento de fraudes, filtros antivirus: en casos en que los comportamientos generan pautas que pueden ser reconocibles por una RNA.
4. Reconocimiento de caracteres impresos o manuscritos: lectura y escaneo de copias impresas, a máquina, o bien de caracteres escritos a mano, como en PDAs (*Personal Digital Assistant*, o

[58] Al parecer, el ADS *Momentum* ha sido diseñado con la idea de "facilidad de uso" como primer objetivo, ya que crear una geometría plana en su entorno es casi tan fácil como hacerlo en el AutoCAD. En cuanto a resultados de la simulación, y tiempo de ejecución de los cálculos, es equiparable a su rival IE3D. Sin embargo, actualmente el ADS es 30 veces más caro (!) que el IE3D.

Agenda Electrónica) y pantallas digitalizadas. En algunos casos se han implementado reconocedores de caracteres manuscritos en formularios.

5. Reconocimiento de habla: Muy utilizado en software que escribe al dictado, o bien en utilidades de electrodomésticos y juguetes. También es utilizado en robots comerciales.
6. Control de calidad: Métodos de control y aseguramiento de calidad en industrias: control en plantas químicas, en industrias productoras de cítricos, control de niveles de ruido en dispositivos de audio, calidad en dispositivos físicos –como altavoces– etcétera.
7. Reconocimiento de sucesos en aceleradores de partículas: En el CERN (Consejo Europeo para la Investigación Nuclear, Ginebra) se han implementado RNAs analógicas para la detección y clasificación, en tiempo real, de la relevancia de ciertos grupos de colisiones de partículas a altas velocidades.
8. Prospecciones petrolíferas: Localización de bolsas subterráneas de gas y petróleo.
9. Lucha contra el narcotráfico: En Carolina del Norte se utiliza un software basado en RNA con el que es posible estimar la procedencia de las distintas muestras de cocaína incautadas, de acuerdo a su composición.
10. Aplicaciones médicas: En algunos casos permite facilitar la labor de los médicos en la detección y marcación de ciertas células cancerígenas, reduciendo los errores de clasificación.
11. Aplicación en predicción de datos: Análisis financieros, predicción de demanda de energía eléctrica de acuerdo a la época del año (considerando la curva de crecimiento en demanda), determinación de riesgo en la concesión de préstamos, análisis de mercados (sistemas expertos), predicción en demanda de billetes de avión, etcétera.
12. Fabricación de productos, control de sistemas de producción, industria de semiconductores: Por ejemplo, control de fabricación de celulosa y papel, posicionamiento y control de electrodos en un horno de arco (esto permite optimizar el uso de la energía eléctrica); en la industria de semiconductores, para optimizar la cantidad (peso y distribución) de material semiconductor a utilizar.
13. En aplicaciones militares: Guiado de misiles (aún en entornos con ruido, como niebla, polvo, etcétera), ayudas al piloto en combate, simuladores de vuelo, etcétera.
14. En el diseño de antenas: Detección de procedencia de señales interferentes y anulación de señal en esa dirección (en tiempo real), control de señal radiada y distribución de potencia, reconocimiento de objetos (en sistemas radar), diseño y optimización de dispositivos radiantes, cálculo electromagnético, etcétera.
15. Otros: Mantenimiento de la calidad de las copias en una fotocopiadora, detección de fallos en motores eléctricos, guiado de camiones y coches en conducción en reversa, automoción (en robótica), aplicaciones biomédicas, síntesis y mejora de medicamentos, control de sistemas de navegación, ayuda para controladores aéreos, etcétera, etcétera.

Una vez realizados los comentarios correspondientes a las aplicaciones de las RNAs, pasaremos a describirlas. Esto se realiza en los siguientes apartados.

### 1.7.7.1 Fundamentos Biológicos.

En la Figura 1-42 [Microsoft2004] se observa una neurona o célula nerviosa. Básicamente, está compuesta por: un cuerpo celular, dentro del cual se alojan el núcleo y la mayor parte del citoplasma (y en el que se producen muchas de las reacciones metabólicas de la célula); unas prolongaciones cortas pero muy ramificadas, que salen del cuerpo celular y que reciben el nombre de Dendritas; y una cola denominada Axón en cuyo extremo se ramifican unos terminales similares a las dendritas. El núcleo es el encargado de contener proteínas y el ADN organizados en cromosomas y mezclados en forma de densas zonas de fibras, en el nucleolo. El axón está rodeado de múltiples capas de membrana celular (mielina, presente en las células de conducción rápida) que componen las Células de Schwann. Las ramificaciones terminales del axón de una neurona se unen a las dendritas del cuerpo celular de otra neurona.

Puesto que las ramificaciones –tanto del cuerpo celular como del axón– son abundantes, es posible que una sola neurona esté interconectada con unas pocas células nerviosas de su entorno pero forme cientos de conexiones entre ellas. Se calcula que el cerebro humano, de aproximadamente un kilogramo y medio de peso, posee entre $10^{10}$ y $10^{11}$ neuronas, con un total de $10^{14}$ o $10^{15}$ conexiones entre sí [Anderson1996]. El impulso se transmite de neurona a neurona a través del axón, viajando a una velocidad promedio de 120 m/s [Anderson1996]. La membrana pre–sináptica se encuentra en los extremos (Sinapsis) de las ramificaciones terminales del axón. Aquéllas se conectan a las membranas post–sinápticas de las ramificaciones terminales de las dendritas.

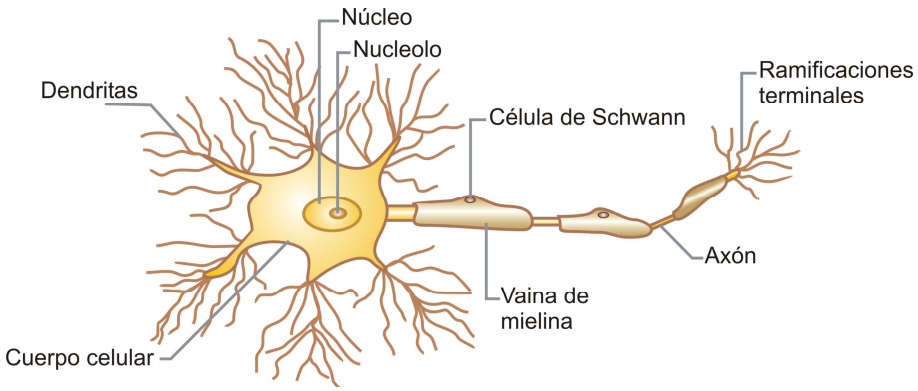



**Figura 1-42.** Detalle de una unidad básica del sistema nervioso: neurona. Fuente: Enciclopedia Encarta, [Microsoft2004].

En medio de dichas membranas se encuentra la hendidura sináptica, a través de la cual se produce el paso de ciertas moléculas denominadas *neurotransmisores* (ver Figura 1-43).

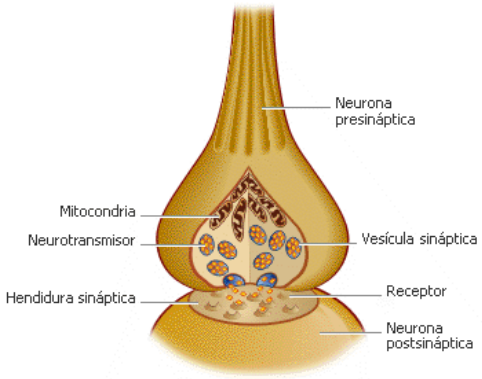



**Figura 1-43.** Detalle de una conexión sináptica. Fuente: Enciclopedia Encarta, [MICROSOFT2004].

Las investigaciones demuestran que la señal nerviosa se recibe en las dendritas de la neurona, y recorre el axón. El axón mantiene un equilibrio químico caracterizado por el aumento de la concentración de iones potasio en su interior y sodio en su exterior. Cuando se transmite una señal, la vaina de mielina que envuelve el axón permite el paso de los distintos iones. Los iones de potasio y sodio cambian de sitio, y generan así una señal eléctrica que se desplaza a lo largo de la membrana. Cuando el impulso llega a una sinapsis, en las ramificaciones terminales, un grupo de vesículas se encargan de liberar los neurotransmisores, que llevan el impulso hasta la neurona siguiente. La primera neurona entra en una etapa de descanso, mientras que el impulso de iones sodio-potasio sigue avanzando por la segunda neurona. Así se produce la transmisión del impulso eléctrico entre distintas neuronas.

El aprendizaje se produce por el refuerzo causado en la sinapsis debido, bien a la repetición de un estímulo entre neuronas, bien al cambio de la intensidad del estímulo en dicho punto (regla de aprendizaje de Hebbs, [HAGAN2002]).

Se podría detallar la organización de las neuronas en el cerebro y el sistema nervioso, pero, puesto que las redes neuronales artificiales actuales sólo establecen relaciones elementales entre sus unidades (agrupándolas, a lo sumo, en varias capas, como se verá a continuación), no se continuará con más explicaciones desde el punto de vista biológico. El lector interesado puede consultar la bibliografía correspondiente ([ANDERSON1996] o [HAYKIN1998], por ejemplo).

### 1.7.7.2 NEURONA ARTIFICIAL.

Un modelo de Neurona Artificial (*Artificial Neuron*) intenta reproducir el comportamiento de una neurona biológica. En la Figura 1-44 se observa un modelo consistente en una neurona de *N* Entradas (*Inputs*, símiles de las conexiones de una dendrita biológica), es decir una Neurona de Múltiples Entradas (*Multiple–Input Neuron*, [HAGAN2002]), denotadas por $p_n$ , con $n$=1, 2, 3…$N$, una Salida $a$ (*Ouput*, símil del axón biológico), una Función de Activación $f$ (*Activation or Transfer Function*, símil de la activación iónica que modifica la permeabilidad del axón), y un Umbral $u$ (*Bias*, símil del umbral de activación de las vesículas sinápticas, o bien de la activación del cambio de la permeabilidad del axón).

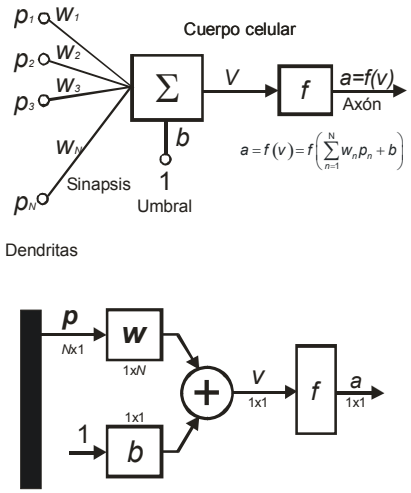



**Figura 1-44.** Modelo de neurona artificial consistente en varias entradas y una salida.

En una neurona tradicional, tanto $p_n$ como $b$ y $a$ son números reales. Usualmente, los valores de $p_n$ se multiplican por sendos Pesos $w_n$ (*Weights*, símil del refuerzo de las sinapsis), los cuales magnifican o reducen, en cierta medida, la importancia de dichos valores. Una vez multiplicados por los pesos, los valores de entradas y umbral se suman, dando como resultado un cierto valor $v$, y dicho resultado se modifica mediante la función de transferencia, que es el valor $a$ que la neurona entrega a la salida.

En notación matricial, las $N$ entradas $p_n$ se representan por el vector columna $\mathbf{p}=[p_1\ p_2\ \ldots\ p_N]^T \in \Re^N$ (es decir, son todos números reales), donde el superíndice T indica transposición, mientras que los pesos correspondientes a una sola neurona se representan por un vector fila $w=[w_1\ w_2\ \ldots\ w_N] \in \Re^N$. Usualmente, el sumatorio se representa por un producto escalar entre ambos, más el umbral $b$:

$$v = \mathbf{w} \cdot \mathbf{p} + b = \sum_{n=1}^{N} w_n p_n + b \qquad (1\text{–}139)$$

El vector de pesos **w** es inherente a la neurona, así como la función $f$ de transferencia. El vector **p** representa los valores de entrada, que son externos a la neurona, y son los datos que se desean tratar. El valor de salida $a$, también externo a la neurona, es el que se desea obtener como respuesta al vector de entrada **p**. A continuación se detalla cómo se obtiene el valor $a$ a la salida de la neurona.

### 1.7.7.3 Funciones de Transferencia.

La selección de la función de transferencia $f$ depende de las necesidades del problema a tratar. En la Tabla 1–1 se listan las funciones de transferencia más utilizadas [Hagan2002], [Demuth2002], [MartinDelBrío2001].

Históricamente hablando, la función de transferencia tipo salto fue el primer intento por establecer una analogía con el disparo (liberación de neurotransmisores) de las vesículas sinápticas, ya que, en cierta manera, representa matemáticamente la activación que permite el paso de la información de una neurona a otra. Las demás funciones fueron propuestas posteriormente, diversificando los tipos de respuestas de una neurona artificial.

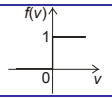
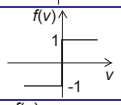
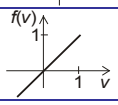
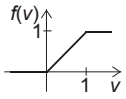
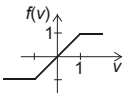
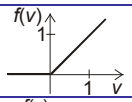
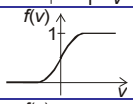
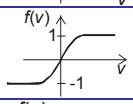
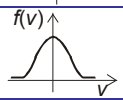
| NOMBRE<br>*f*(v) | EXPRESIÓN<br>SIMBÓLICA | GRÁFICA<br>(CARTESIANA) | ICONO<br>(DIAG. DE FLUJO) |
|---|---|---|---|
| Salto<br>(o Heaviside) | $f(v)=\begin{cases}0 & \text{si } v<0\\1 & \text{si } v\geq 0\end{cases}$ |  | |
| Salto simétrico | $f(v)=\begin{cases}-1 & \text{si } v<0\\+1 & \text{si } v\geq 0\end{cases}$ |  | |
| Lineal | $f(v)=v$ |  | |
| Lineal saturada | $f(v)=\begin{cases}0 & \text{si } v<0\\v & \text{si } 0\leq v\leq 1\\+1 & \text{si } v>1\end{cases}$ |  | |
| Lineal saturada<br>simétrica | $f(v)=\begin{cases}-1 & \text{si } v<-1\\v & \text{si } -1\leq v\leq 1\\+1 & \text{si } v>1\end{cases}$ |  | |
| Lineal positiva | $f(v)=\begin{cases}0 & \text{si } v<0\\v & \text{si } v\geq 0\end{cases}$ |  | |
| Sigmoidea | $f(v)=\left(1+e^{-v}\right)^{-1}$ |  | |
| Tanh Sigmoidea<br>(Sigmoidea simétrica) | $f(v)=\left(e^{v}-e^{-v}\right)/\left(e^{v}+e^{-v}\right)$ |  | |
| Gaussiana | $f(v)=e^{-\sigma v^2}$ |  | |
| Competitiva | $f(v)=\begin{cases}1 & si\ v=v_{\max}\\0 & si\ v<v_{\max}\end{cases}$ | Aplicable a<br>neuronas<br>competitivas | |

**Tabla 1- 1.** Funciones de transferencia más utilizadas.

La respuesta *a* de una neurona artificial, puede entonces representarse (ver Figura anterior) como:

$$a=f\left(\mathbf{w}\cdot\mathbf{p}+b\right)=f\left(\sum_{n=1}^{N}w_n p_n+b\right)=f\left(x+b\right)=f\left(v\right), \qquad (1\text{–}140)$$

en donde se ha representado con *x* el producto interno de las entradas por el vector de pesos, sin incluir el umbral, mientras que en *v* éste sí se incluye. Obsérvese que el valor *b* dentro del sumatorio produce un desplazamiento de las funciones de transferencia de la Tabla 1- 1 sobre el eje *v* (las funciones de transferencia de esta Tabla representan el caso en que *b*=0). Es por eso que a dicho valor se lo denomina umbral, ya que determina el valor mínimo del sumatorio a partir del cual la función *f* da como resultado, en general, un valor mayor o igual que cero. Las funciones de activación utilizadas en una neurona dependen también del tipo de red que se implemente.

Una vez seleccionada la función de transferencia, la selección de pesos se realiza de un modo sistemático, en el denominado Proceso de Entrenamiento (*Training Process*). Esto se comentará luego, con más detalle en la Sub–Sección 1.7.7.5.

### 1.7.7.4 RED NEURONAL: CONCEPTO DE CAPA. ARQUITECTURAS.

La aplicación básica de una sola neurona se limita, en general, a un proceso de clasificación. Un sencillo ejemplo aclarará esto. Supóngase que se tiene un conjunto de *Q* vectores de entrada ${}_{(q)}\mathbf{p}\in\Re^N$, con $q\in[1,Q]$, que son los que se presentan, uno por vez, a la entrada de la RNA [el subíndice (*q*) a la izquierda indica el orden en el conjunto de vectores de entrada]. Supóngase también que se han seleccionado un vector de pesos $\mathbf{w}\in\Re^N$ y un umbral *b,* y que éstos se han asignado a una neurona, luego del proceso de entrenamiento. Si se elige la función tipo Salto para la *f* de la ecuación (1–140), cada uno de los vectores de entrada dará como resultado a la salida un 0 ó un 1, ver Tabla 1–1. Esto significa que los vectores de entrada se separarán en dos conjuntos: los que dan como resultado un 0 y los que dan como resultado un 1. Así, se realiza un proceso simple de clasificación. Esta es la aplicación más básica de una neurona. Algo similar sucede con la función salto simétrico. Las funciones lineal, lineal simétrica, lineal saturada, lineal saturada simétrica y lineal positiva no realizan tal proceso de clasificación, puesto que a la salida de la neurona se obtiene un conjunto continuo de valores. En cualquiera de los casos, sin embargo, se ejecuta una aplicación del espacio *N*–dimensional al espacio unidimensional. Lo mismo sucede con las demás funciones de transferencia.

Bajo este aspecto, el campo de aplicación de una sola NA es muy limitado. La interconexión de varias neuronas amplía enormemente este campo de aplicaciones.

Existen varias maneras de agrupar las NAs, dando lugar a diferentes Arquitecturas (*Neuronal Architectures*), las cuales determinan el comportamiento de la red neuronal. En general, las NAs pueden agruparse en unidades estructurales denominadas Capas (*Layer*). Las NAs de una capa se pueden agrupar, a su vez, formando Grupos Neuronales (*Neuronal Clusters*). En una capa, usualmente las NAs poseen la misma función de activación. La interconexión entre capas (o grupos) es lo que se denomina Red Neuronal Artificial (RNA, *Artificial Neural Network*). La manera de interconectar las capas es lo que determina la arquitectura de la red.

En la Figura 1-45 se observa una cierta capa *k*–ésima. Se observa que cada una de las entradas se conecta a cada una de sus NAs (Entradas Múltiplemente Conectadas, *Fully Connected Inputs*). En este caso, la capa da lugar a un conjunto de escalares a la salida: el vector de salida (de la capa *k*, ver superíndice) ${}^k\mathbf{a}=[{}^ka_1,\ {}^ka_2,\ \ldots,\ {}^ka_M]\ \in\Re^M$. Obsérvese que ahora existe un vector de pesos para cada neurona, y como la capa está compuesta por varias de ellas, el conjunto de los vectores de pesos constituirá la Matriz de Pesos (*Weight Matrix*) ${}^k\mathbf{w}_{M\times N}=[{}^kw_{m\leftarrow n}]$. El subíndice $m\leftarrow n$ significa que el peso proviene de la entrada *n*–ésima y se dirige a la neurona *m*–ésima de la capa *k*. Las salidas de la capa de la Figura 1-45 podrían utilizarse como entradas de una segunda capa, dando lugar a una arquitectura de dos capas.

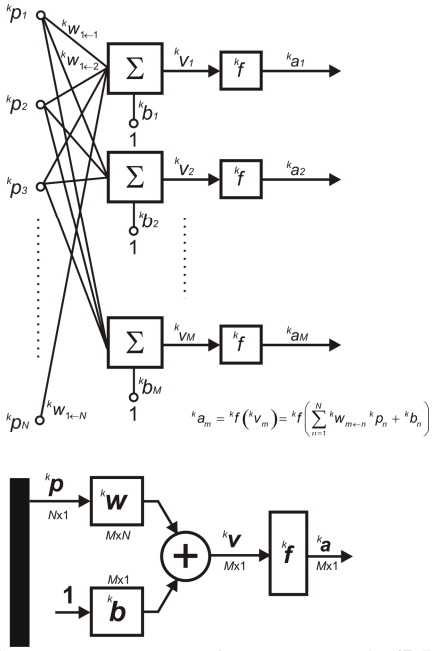


**Figura 1-45.** Modelo de capa, con neuronas completamente conectadas (*Fully Connected Neurons*).

Las salidas de las distintas capas pueden conectarse consecutivamente, obteniéndose una RNA multicapa (*Multilayer Artificial Neural Network*, MANN). Como ejemplo, en la Figura 1-46 se observa el diagrama simplificado de una red neuronal con tres capas: una de Capa de Entrada (*Input Layer*), una Capa Intermedia u Oculta (*Hidden Layer*), y una Capa de Salida (*Output Layer*). Se podrían intercalar más capas en medio, dando como resultado dos o más capas ocultas.

Según se ha explicado anteriormente, la notación utilizada en el caso de una sola capa se ha modificado convenientemente para tener en cuenta que ahora las neuronas pertenecen a distintas capas, simplemente agregando un superíndice a la izquierda de las variables involucradas (pesos, vectores de entrada, etcétera).

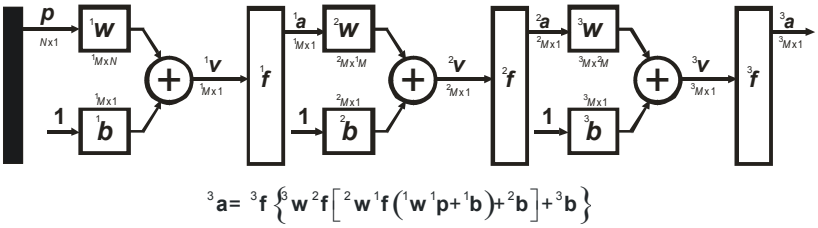


**Figura 1-46.** Diagrama simplificado de una RNA de tres capas.

A continuación se da una definición formal de una capa correspondiente a una RNA, tomando como guía la Figura 1-45.

Una capa de una RNA se caracteriza por:

1. Recibir a su entrada un conjunto de $N$ variables ${}^{k}p_n \in \Re$, $n \in [1, N]$, denominado Vector de Entrada de la capa $k$. El superíndice a la izquierda denota la capa a la que pertenece. Dicho vector de entrada puede ser representado por el vector columna ${}^{k}\mathbf{p}=[{}^{k}p_1\ {}^{k}p_2\ \ldots\ {}^{k}p_N]^{\mathrm{T}} \in \Re^N$.
2. Poseer un conjunto de umbrales ${}^{k}b_m \in \Re$, $m \in [1, M]$. A cada neurona $m$ le corresponde un umbral. El superíndice $k$ a la izquierda denota la capa a la que pertenece. Este es el denominado Vector Umbral[59] ${}^{k}\mathbf{b}=[{}^{k}b_1\ {}^{k}b_2\ \ldots\ {}^{k}b_M]^{\mathrm{T}} \in \Re^M$.
3. Poseer un conjunto de $M \times N$ pesos $[{}^{k}w_{m\leftarrow n}] \in \Re$, $n \in [0,N]$, $m \in [0,M]$, denominado Matriz de Pesos y obtenido a través del correspondiente proceso de entrenamiento. El superíndice a la izquierda del símbolo denota la capa a la que pertenece. El subíndice a la derecha denota "peso proveniente de la neurona $n$–ésima de la capa anterior ($k$–1) que se dirige hacia la $m$–ésima neurona de la capa $k$". El vector de pesos puede ser representado por la matriz ${}^{k}\mathbf{w} \in (\Re^M \times \Re^N)$, ver (1–141).
4. Poseer un conjunto de $M$ neuronas (que conforman la capa $k$). En la arquitectura mostrada en la Figura 1–45, la neurona $m$–ésima recibe la suma de todas y cada una de las $N$ entradas, cuyos valores han sido previamente multiplicados por sus correspondientes pesos ${}^{k}w_{m\leftarrow n}$, más su correspondiente umbral ${}^{k}b_m$, de manera de obtener los valores ${}^{k}v_m \in \Re$ a la salida (antes de pasar por las funciones de transferencia, ver ítem siguiente), lo que puede representarse mediante la expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} {}^{k}v_1 \\ {}^{k}v_2 \\ \vdots \\ {}^{k}v_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{k}x_1 \\ {}^{k}x_2 \\ \vdots \\ {}^{k}x_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{k}b_1 \\ {}^{k}b_2 \\ \vdots \\ {}^{k}b_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{k}w_{1\leftarrow 1} & {}^{k}w_{1\leftarrow 2} & \cdots & {}^{k}w_{1\leftarrow N} \\ {}^{k}w_{2\leftarrow 1} & {}^{k}w_{2\leftarrow 2} & \cdots & {}^{k}w_{2\leftarrow N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^{k}w_{M\leftarrow 1} & {}^{k}w_{M\leftarrow 2} & \cdots & {}^{k}w_{M\leftarrow N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{k}p_1 \\ {}^{k}p_2 \\ \vdots \\ {}^{k}p_{\mathrm{N}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{k}b_1 \\ {}^{k}b_2 \\ \vdots \\ {}^{k}b_M \end{bmatrix} \rightarrow \tag{1–141}$$

$$\rightarrow {}^{k}v_m = \sum_{n=1}^{N} {}^{k}w_{m\leftarrow n}\ {}^{k}p_n + {}^{k}v_m \rightarrow \left[{}^{k}v\right]_{M\times 1} = \left[{}^{k}w\right]_{M\times N}\left[{}^{k}p\right]_{N\times 1} + \left[{}^{k}b\right]_{M\times 1} \rightarrow {}^{k}\mathbf{v} = {}^{k}\mathbf{w}\,{}^{k}\mathbf{p} + {}^{k}\mathbf{b}$$

[obsérvese que ${}^{k}\mathbf{w}\,{}^{k}\mathbf{p}$ ya no es un producto escalar, como en (1–140), sino matricial].

5. Un conjunto de funciones de transferencia ${}^{k}f_m(.) \in \Re$. Cada ${}^{k}f_m$ realiza algún tipo de transformación (cálculo) sobre ${}^{k}v_m$. Usualmente, todas las ${}^{k}f_m$ son iguales en una capa, esto es, ${}^{k}f_m\,({}^{k}v_m) = {}^{k}f\,({}^{k}v_m)$ con $m \in [1,M]$.

[59] La mayoría de los autores, para simplificar la notación, incluye un elemento más al vector de entrada: el número real 1, mientras que a la matriz de pesos le agrega una columna: la de los umbrales. Esto se hará en un capítulo posterior, cuando se utilice el concepto de RNA. Sin embargo, en esta Subsección se mantendrá la notación vista hasta ahora.

6. Un conjunto de $M$ salidas (una por cada neurona de la capa $k$), denominado Vector de Salida, cuyos valores se obtienen a través de la operación antes mencionada $[{}^{k}a_m]=[{}^{k}f({}^{k}v_m)]\in\Re$. El vector de salida puede ser representado por ${}^{k}\mathbf{a}=[{}^{k}a_1\ {}^{k}a_2\ \ldots\ {}^{k}a_M]^{\mathrm{T}}\in\Re^M$.

Las operaciones antes mencionadas constituyen una aplicación $\Re^N\rightarrow\Re^M$, a través de la siguiente transformación:

$$\begin{aligned}{}^{k}\mathbf{a}&=\left[\begin{array}{ccccccc}{}^{k}a_1 & {}^{k}a_2 & \cdots & {}^{k}a_m & \cdots & {}^{k}a_M\end{array}\right]^T=\\&=\left[\begin{array}{ccccccc}{}^{k}f\left({}^{k}v_0\right) & {}^{k}f\left({}^{k}v_1\right) & \cdots & {}^{k}f\left({}^{k}v_m\right) & \cdots & {}^{k}f\left({}^{k}v_M\right)\end{array}\right]^T={}^{k}\mathbf{f}\left({}^{k}\mathbf{w}\,{}^{k}\mathbf{p}+{}^{k}\mathbf{b}\right)\end{aligned}\qquad(1\text{–}142)$$

Desarrollando explícitamente la ecuación (1–142), teniendo en cuenta las capas sucesivas (previas), se tiene la función anidada:

$${}^{k}\mathbf{a}={}^{k}\mathbf{f}\left({}^{v}\mathbf{w}\,{}^{k}\mathbf{f}\left({}^{k-1}\mathbf{w}\,{}^{k-1}\mathbf{f}\left({}^{k-2}\mathbf{w}\,{}^{k-2}\mathbf{f}\left({}^{k-3}\mathbf{w}\,{}^{k-3}\mathbf{f}\left(\cdots{}^{k}\mathbf{f}\left({}^{1}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{p}+{}^{1}\mathbf{b}\right)\cdots\right)+{}^{k-3}\mathbf{b}\right)+{}^{k-2}\mathbf{b}\right)+{}^{k-1}\mathbf{b}\right)+{}^{k}\mathbf{b}\right)\qquad(1\text{–}143)$$

Por ejemplo, aplicando el procedimiento anterior a la Figura 1-46, se obtiene:

$$\begin{aligned}&\text{Capa de Entrada: Entradas: } {}^{1}\mathbf{p}\\&\qquad\text{Salidas: } {}^{1}\mathbf{a}={}^{1}\mathbf{f}({}^{1}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{p}+{}^{1}\mathbf{b})\\&\text{Capa Oculta:}\quad\text{Entradas: } {}^{2}\mathbf{p}={}^{1}\mathbf{a}\\&\qquad\text{Salidas: } {}^{2}\mathbf{a}={}^{2}\mathbf{f}({}^{2}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{p}+{}^{2}\mathbf{b})={}^{2}\mathbf{f}({}^{2}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{a}+{}^{2}\mathbf{b})={}^{2}\mathbf{f}[{}^{2}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{f}({}^{1}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{p}+{}^{1}\mathbf{b})+{}^{2}\mathbf{b}]\\&\text{Capa de Salida:}\quad\text{Entradas: } {}^{3}\mathbf{p}={}^{2}\mathbf{a}\\&\qquad\text{Salidas: } {}^{3}\mathbf{a}={}^{3}\mathbf{f}({}^{3}\mathbf{w}\,{}^{3}\mathbf{p}+{}^{3}\mathbf{b})={}^{3}\mathbf{f}({}^{3}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{a}+{}^{3}\mathbf{b})={}^{3}\mathbf{f}[{}^{3}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{f}({}^{2}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{p}+{}^{2}\mathbf{b})+{}^{3}\mathbf{b}]=\\&\qquad{}^{3}\mathbf{f}[{}^{3}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{f}({}^{2}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{a}+{}^{2}\mathbf{b})+{}^{3}\mathbf{b}]\Rightarrow{}^{3}\mathbf{a}={}^{3}\mathbf{f}\{{}^{3}\mathbf{w}\,{}^{2}\mathbf{f}[{}^{2}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{f}({}^{1}\mathbf{w}\,{}^{1}\mathbf{p}+{}^{1}\mathbf{b})+{}^{2}\mathbf{b}]+{}^{3}\mathbf{b}\}\end{aligned}\qquad(1\text{–}144)$$

### 1.7.7.5 FUNCIONAMIENTO, ENTRENAMIENTO Y VALIDACIÓN.

La selección del número $M$ de neuronas de una capa, de sus funciones de transferencia ${}^{k}\mathbf{f}(.)$ y del número total de capas $K$, es, en general, arbitraria, y está determinada tanto por el problema que el diseñador tiene entre manos como por su experiencia. Sin embargo, una vez que éstas han sido establecidas, la selección de los pesos ${}^{k}\mathbf{w}$, y de los umbrales ${}^{k}\mathbf{b}$, con $k\in[1,K]$, puede ser realizada de un modo sistemático, y éstos son calculados usualmente a través de un algoritmo –aplicado con anterioridad al funcionamiento normal de la RNA– denominado Proceso de Entrenamiento (PE, *Training Process*) [HAGAN2002], [HAYKIN1998]. Dicho proceso consiste en el ajuste –basado en una "regla de aprendizaje" específica– de los valores de la matriz de pesos a través de la presentación secuencial de cierto número $R$ de vectores entrada-salida $\{\{{}_{(r)}\mathbf{p}\},\{{}_{(r)}\mathbf{t}\}\}$ a la RNA, con $r=1,2,\ldots R$, de manera que la distancia Euclídea entre las salidas obtenidas y deseadas es minimizada. Esto se especifica, matemáticamente, estableciendo que, durante la presentación a la RNA del $r$–ésimo vector de entrada,

${}_{(r)}\mathbf{p}$, se obtendrá a la salida el correspondiente vector ${}_{(r)}{}^{K}\mathbf{a}$, cuya distancia respecto del vector deseado ${}_{(r)}\mathbf{t}$ es:

$$ {}_{(r)}E^2 = \left| {}_{(r)}\mathbf{t} - {}_{(r)}{}^{K}\mathbf{a} \right|^2 = \left( {}_{(r)}t_1 - {}_{(r)}{}^{K}a_1 \right)^2 + \left( {}_{(r)}t_2 - {}_{(r)}{}^{K}a_2 \right)^2 + \ldots + \left( {}_{(r)}t_M - {}_{(r)}{}^{K}a_M \right)^2 , \qquad (1\text{–}145) $$

intentando minimizar sus valores (nótese que se representa el valor del vector de la última capa *K*). Aquí es donde se aplica el proceso de entrenamiento.

La idea básica del PE es pasar uno a uno pares de vectores entrada–salida, ajustando la RNA hasta, en algún momento del proceso, obtener los valores mínimos de (1–145)[60]. Este ajuste se hace en los pesos y umbrales de las neuronas [obsérvese que en última instancia, ${}_{(r)}E^2$ de (1–145) es función de los pesos y umbrales]. Más adelante se explica el proceso de modificación de ${}^{k}\mathbf{w}$ y ${}^{k}\mathbf{b}$ ($\forall k \in [1,K]$).

En la mayoría de los casos, luego de que la matriz de pesos y umbrales ha sido determinada, y si el PE ha sido exitoso, la RNA es capaz de responder correctamente, no sólo al conjunto de entradas utilizadas durante el entrenamiento, sino a cualquier otro vector de entrada relacionado, pero no considerado en dicho PE. El conjunto de Pares de Vectores de Entrenamiento (PVE) puede ser obtenido, por ejemplo, a través de algún cálculo numérico. En estos casos, una RNA resulta útil sólo si el cálculo numérico es muy lento. Los PVE pueden ser obtenidos también mediante medidas de algún/os parámetro/s físico/s, si la RNA es requerida para encontrar alguna relación empírica entre dichos PVE[61].

El proceso sistemático se resume de la siguiente manera:

1. Obtener un conjunto de *R* PVE.
2. Establecer el número de entradas de la capa de entrada. Este paso es directo: el número de entradas será igual a la dimensión *N* de los vectores de entrada.
3. Determinar el número de capas a utilizarse. Éste es un proceso de prueba y error, y depende, en gran medida, de la no–linealidad del problema, esto es, de si la relación entre los PVE es complicada, o relativamente simple. Cuanto más complicada sea la relación entre ambos conjuntos, mayor será el número de capas a utilizar. La acertada selección del número de capas dependerá de la experiencia del diseñador de la RNA.
4. Determinar el número de neuronas de las capas de entrada y ocultas. Esto también se hará mediante prueba y error. El número de neuronas de la capa de salida vendrá determinado por la dimensión *M* de los vectores de salida.
5. Una vez establecidos los números de capas y neuronas por cada capa, se establecerán los pesos con un valor inicial (todos iguales a 1, por ejemplo). Lo mismo se hará con los umbrales.

[60] En general, se puede minimizar el promedio de estas *R* distancias, o bien la máxima de entre ellos.

[61] Un ejemplo es el precio de la energía eléctrica, que depende del precio del crudo, de la estación (o día) del año y del consumo regional (o nacional), por citar algunas variables. En este caso, se generan varios vectores de entrada que corresponden a los distintos valores que toman el precio del crudo, la estación (o día) del año y el valor del consumo regional, a los que corresponden los vectores de salida: el precio del combustible. Una vez obtenidos estos datos en un período considerable, se procede a diseñar y entrenar una RNA que permite predecir, con márgenes de error calculados, el precio de la energía eléctrica. Esta aplicación de las RNAs para predecir el precio de la energía ya se ha hecho en varios países, como Canadá, y ha dado muy buenos resultados.

6. Se presentará el primer vector de entrada del conjunto de PVE, y se calcularán las salidas de las distintas capas, mediante el procedimiento detallado anteriormente.
7. Se obtendrá la diferencia cuadrática entre el valor obtenido en la última capa y el valor del vector de salida ${}_{(1)}\mathbf{t}$ deseado, que es par del vector de entrada ${}_{(1)}\mathbf{p}$ que se ha presentado en primera iteración, esto es, se calculará el error ${}_{(1)}E^2$:

$$ {}_{(1)}E^2 = \left| {}_{(1)}\mathbf{t} - {}^{K}_{(1)}\mathbf{a} \right|^2 = \left( {}_{(1)}t_1 - {}^{K}_{(1)}a_1 \right)^2 + \left( {}_{(1)}t_2 - {}^{K}_{(1)}a_2 \right)^2 + \ldots + \left( {}_{(1)}t_M - {}^{K}_{(1)}a_M \right)^2 , \qquad (1\text{–}146) $$

8. Con este valor, y aplicando un algoritmo específico de entrenamiento [HAGAN2002], [HAYKIN1998], se corregirán los valores de los pesos y umbrales de la última capa.
9. Se procederán a corregir las demás matrices de pesos y los demás umbrales, hasta llegar a la primera capa. Esto es lo que se denomina Retropropagación (*Backpropagation*).
10. A continuación se presentará el segundo vector de entrada ${}_{(2)}\mathbf{p}$, y se procederá, aplicando la (1–143), a calcular de nuevo el resultado de la capa de salida .
11. Se obtendrá el error entre el valor obtenido en la última capa y el valor del segundo vector de salida deseado, en analogía con el paso 7.
12. Se repetirán los pasos 8 y 9 (retropropagación hacia las capas anteriores).
13. Se repetirá sistemáticamente el procedimiento hasta llegar al último PVE del conjunto (par *R*–ésimo). Esto determinará el primer bucle de aprendizaje. Se iniciará de nuevo la presentación de los vectores, con el primer PVE del conjunto, hasta completar un segundo bucle.
14. Se repetirán tantos bucles de aprendizaje como se considere necesario. El proceso se detendrá cuando se especifique un cierto valor mínimo de error.
15. Si el error obtenido no converge hacia un mínimo, será necesario reconfigurar la RNA, cambiando el número de capas y/o el número de neuronas de las capas. Se volverá al paso 5.
16. Una vez obtenido un error aceptable, a criterio del diseñador, se procederá a validar la RNA. Esto se hará presentando a la entrada un conjunto de vectores de entrada no utilizados durante el PE. Si las salidas deseadas y obtenidas coinciden, con márgenes de errores por debajo de los establecidos, entonces el diseño de la red habrá terminado.
17. Si la validación no ha sido satisfactoria, aunque el error de entrenamiento haya sido bajo[62], se invocará el bucle desde el paso 15.

Las RNAs presentadas hasta aquí corresponden a las denominadas De Alimentación Hacia Adelante (*Feedforward*), o proalimentadas, puesto que los valores de entrada de las neuronas de las distintas capas se obtienen de las salidas de las neuronas pertenecientes a las capas previas. Además, el proceso de entrenamiento detallado aquí se denomina de retropropagación ya que evidencia el

[62] Un error pequeño y una validación mala implicarán que la red ha "memorizado" los PVE del entrenamiento, pero que no ha sido capaz de "generalizar" el aprendizaje a casos no presentados.

método de corrección hacia atrás de los valores de los pesos y los umbrales de las neuronas que configuran la RNA. Puesto que el comportamiento de la RNA ha sido en todo momento corregido tomando una comparación entre los vectores de salida del conjunto de PVE y los vectores de salida de la última capa, ver (1–145), a este proceso de entrenamiento se denomina, en general, Aprendizaje Supervisado (*Supervised Learning*).

El ajuste consecutivo de pesos y umbrales durante el proceso de entrenamiento se realiza comúnmente mediante el método matemático especial, considerando, por ejemplo, el método de gradientes, y aplicando la regla de las derivadas en cadena a la ecuación (1–145). Sin embargo, existen otros procedimientos distintos de los de los valores cuadráticos [HAYKIN1998]. Puesto que la complejidad y variedad de estos temas está fuera del alcance de esta Tesis, no se darán más detalles al respecto. El lector interesado puede consultar la excelente obra de Hagan [HAGAN2002].

Existe un vasto número de RNAs pertenecientes al conjunto de alimentación hacia delante, con retropropagación en el entrenamiento y con aprendizaje supervisado. Las más utilizadas se denominan Perceptrones (*Perceptrons*), y Adalinas (*Adalines*) [HAYKIN1998]. Éstas se reconocen básicamente por sus arquitecturas, y porque en general combinan funciones de transferencia lineales (a la salida) con no–lineales (en las capas ocultas). En Capítulos posteriores se utilizará el perceptrón. Otros tipos de RNAs se pueden consultar en la bibliografía correspondiente ([MARTINDELBRÍO2001], o bien [HAYKIN1998] o [HAGAN2002], por ejemplo). En la Sub–Sección 3.5.2 se comentarán algunas de las aplicaciones que actualmente encuentran este tipo de herramientas en el campo del electromagnetismo en general, y el de las técnicas orientadas al estudio, fabricación y medidas de antenas, en particular.

# CAPÍTULO 2

## ANTENAS LINEALES Y PLANAS: FUNDAMENTOS. ANTENAS MODULADAS EN EL TIEMPO.

## 2.1 INTRODUCCIÓN

Una vez establecidos los fundamentos correspondientes tanto a la teoría de antenas como a las herramientas matemáticas y numéricas que serán utilizadas a lo largo de esta Tesis, es necesario presentar algunos desarrollos que justifiquen las expresiones simbólicas –y los conceptos relacionados con éstas– en que se basan los trabajos que han sido realizados por el autor durante la etapa de investigación del Doctorado, y que se presentan en Capítulos posteriores. A diferencia de las Sub–Secciones anteriores, en donde los temas se presentaron desde un punto de vista general, a lo largo de este Capítulo se van a utilizar algunas formulaciones ya vistas, pero particularizando las ecuaciones a ciertas configuraciones.

## 2.2 ANTENAS LINEALES CONTINUAS.

Una de las geometrías más estudiadas en la teoría de antenas es la de las densidades lineales de corriente. En los libros elementales de electromagnetismo, por ejemplo, es común que se presente el concepto de radiación de fuentes periódicas a través del desarrollo de las expresiones de campo de los monopolos, o bien de los dipolos infinitesimal y corto, incluyendo a veces los correspondientes cálculos de impedancia de entrada [SADIKU1998]. En todos estos casos, se considera que la antena consiste en un cilindro muy delgado cuya longitud es mucho mayor que su radio. La sencillez de la geometría permite idear modelos simplificados en donde los análisis se centran en considerar solamente la distribución de la densidad de corriente, que depende de una sola variable. En casos más realistas, naturalmente, es necesario tener en cuenta el radio finito, y ello implica abandonar el modelo lineal, lo que generalmente significa tener que recurrir a métodos simbólicos mucho más elaborados, o bien realizar aproximaciones con el uso de alguno de los métodos numéricos descritos en la Sub–Sección 1.7.

La utilidad de analizar casos de distribuciones continuas de corriente lineales es, por sí sola, limitada, puesto que es muy difícil (si no imposible) generar una función de densidad deseada a lo largo de la antena, ya que la solución a este problema dinámico está determinada por las configuraciones de las cargas fuente (y sus campos), las cargas inducidas (y sus campos) y las condiciones de contorno, según se comentó en el Capítulo anterior. Sin embargo, para agrupaciones lineales de antenas de muchos elementos con acoplo mutuo despreciable, los modelos de distribuciones continuas resultan especialmente apropiados, puesto que las discrepancias de las medidas experimentales respecto de los valores teóricos continuos se deben, fundamentalmente, al grado de discretización de la agrupación. Esta similitud con las agrupaciones lineales es lo que hace que las distribuciones continuas sean tan útiles.

A continuación se presentará un breve desarrollo de los modelos de antenas lineales, incluyéndose aquellos casos que son relevantes para el desarrollo ulterior de esta Tesis.

### 2.2.1 DESARROLLOS DE T. T. TAYLOR Y RHODES. DIAGRAMAS TIPO SUMA Y DE HAZ PLANO.

Considérese una fuente (antena) lineal continua de longitud *D* centrada cuyo eje coincide con el eje *z* de un sistema de coordenadas local, ver Figura 2-1.

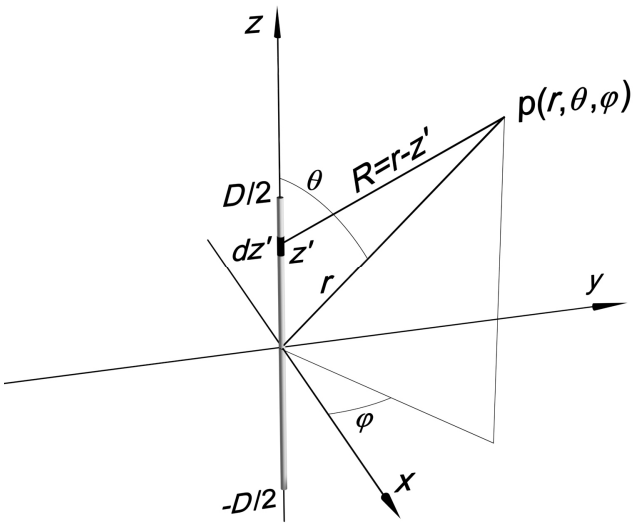



**Figura 2-1.** Fuente lineal continua de longitud *D* dispuesta a lo largo del eje *z*.

De acuerdo a la ecuación (1–31), la expresión del vector potencial magnético producido por dicha antena con densidad de corriente $\mathbf{J}(z')=\mathbf{a}_z g(z')\delta(x')\delta(y')$ es

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\mathbf{A}(\mathbf{r})e^{j\omega t}=\left(\iiint_{v'}\frac{\mathbf{a}_z g(z')\delta(x')\delta(y')e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'\right)e^{j\omega t}=\mathbf{a}_z\left(\int_{-D/2}^{D/2}\frac{g(z')e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z|}{c}}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z|}dz'\right)e^{j\omega t}, \qquad (2\text{–}1)$$

siendo $-D/2 \le z' \le D/2$ la variable que recorre la antena (ver Figura 2-1)[63], en tanto que $g(z')$ es la función compleja de la distribución de la densidad (o Distribución de Corriente, como se llama comúnmente en la literatura técnica –*Current Distribution, or Source Distribution*–) y $\delta()$ es la Función Delta de Dirac, ver Apéndice A.1.1), con la que es posible especificar que **J** es infinitesimalmente delgada a lo largo del eje *z*. La expansión del binomio $|\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z|$ conlleva a[64]:

$$|\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z|=\left[(\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z)\cdot(\mathbf{r}-z'\mathbf{a}_z)\right]^{1/2}=\left(r^2-2rz'\cos\theta+z'^2\right)^{1/2}=r\left[1-\left(\frac{z'}{r}\right)\cos\theta+\mathcal{O}\left(\frac{z'}{r}\right)^2\right], \qquad (2\text{–}2)$$

donde $\mathcal{O}(z'/r)^2\equiv\mathcal{O}(r^{-2})$ significa "términos de segundo orden (y superiores) en $z'/r$". Reemplazando (2–2) en (2–1) se obtiene:

[63] Se ha reemplazado *J*(*z*') por *g*(*z*') para evitar confusiones posteriores con la función de Bessel de primera especie, puesto que las expresiones análogas para fuentes continuas circulares serán desarrolladas más adelante.

[64] Un procedimiento similar se aplica en el Apéndice A.1.4.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{a}_z}{4\pi\,\mu_0^{-1} r}\left\{\int_{-D/2}^{D/2} \frac{g(z')e^{-jkr\left[1-\left(\frac{z'}{r}\right)\cos\theta+\mathcal{O}(z'/r)^2\right]}}{\left[1-\left(\frac{z'}{r}\right)\cos\theta+\mathcal{O}(z'/r)^2\right]}dz'\right\}, \tag{2–3}$$

siendo $k=\omega/c=2\pi/\lambda$ el número de onda [SADIKU1998].

Se procede ahora a simplificar esta expresión estableciendo la condición de campo lejano: $r\geq 2D^2/\lambda$ y $r>>z' \Rightarrow z'/r<<1$, ver ecuación (1–67). Bajo estas circunstancias es común despreciar los términos $\mathcal{O}(r^{-2})$ en el exponente, y los términos de primer orden en adelante en el denominador [SADIKU1998]. Así, la (2–3) se reduce a:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) \cong \frac{\mathbf{a}_z e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r}\left(\int_{-D/2}^{D/2} g(z')e^{jkz'\cos\theta}dz'\right) = \mathbf{a}_z F_O(r)F_E(\theta) \Rightarrow \tag{2–4}$$

$$F_O(r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r}, \tag{2–5}$$

$$\boxed{F_E(\theta) = \int_{-D/2}^{D/2} g(z')e^{jkz'\cos\theta}dz'} \rightarrow \boxed{F_E(u) = \int_{-1}^{1} g(p)e^{j\pi up}dp}. \tag{2–6}$$

En palabras, el vector potencial magnético resultante (2–4) es el producto entre el vector unitario $\mathbf{a}_z$ correspondiente a la orientación del vector densidad de corriente, un Factor de Onda Esférica (2–5) $F_O$ (*Spherical Wave Factor*) y una función directiva (2–6) usualmente denominada Factor Espacial $F_E$ (*Space Factor* [BALANIS1997]), ver Apéndice A.1.4. El resultado particular (2–4) será tenido en cuenta en desarrollos posteriores. Tanto el vector unitario como $F_O$ constituyen factores multiplicativos invariables cuando $r$=constante (consideración usual según se ha comentado en el Capítulo 1); además, en campo lejano, $\mathbf{E}\propto\mathbf{A}_T$ (ver Apéndice A.1.4), por lo que la componente tangencial de (2–3) representa, proporcionalmente, el campo eléctrico generado por la fuente lineal en zonas alejadas de la antena (ya que el campo eléctrico en zonas alejadas de la antena es tangencial). Esta es la razón por la que usualmente se denomina "campo" a $F_E$.

En la última ecuación de (2–6) se han hecho las siguientes sustituciones, que, según se observará, resultan útiles:

$$\left(u = \frac{D}{\lambda}\cos\theta\right) \in \left[-D/\lambda; D/\lambda\right], \quad \left(p = \frac{2z'}{D}\right) \in [-1;1] \tag{2–7}$$

Supóngase que $g(p)$=1 (densidad de corriente de distribución uniforme). La ecuación así obtenida es fácilmente integrable[65]:

[65] La función senc($x$), que define al cociente sen($x$)/($x$), será utilizada posteriormente en varias ocasiones.

$$F_E(u) = \int_{-1}^{1} g(p) e^{j\pi u p} dp = 2\frac{sen(\pi u)}{\pi u} = 2senc(\pi u). \qquad (2\text{–}8)$$

Por ejemplo, si $D$=3$\lambda$, el diagrama de densidad de potencia (promediada en el tiempo) obtenido para los cortes cualesquiera, v. g. $\varphi$ = ±90º (diagrama con simetría rotacional respecto del eje $z$), se observa en la Figura 2-2, obtenido con la expresión $F_{E,NOR,dB}(u)$ del campo normalizado al valor máximo y pasado a decibelios, en concordancia con lo establecido en la Sub–Sección 1.5.5:

$$F_{E,NOR,dB}(u) = 10\log_{10}\left(\frac{|F_E(u)|}{|F_E(u)|_{MAX}}\right)^2 = 10\log_{10}\left(\frac{|F_E(u)|}{|F_E(0)|}\right)^2 = 20\log_{10}|F_{E,NOR}(u)|. \qquad (2\text{–}9)$$

La misma función se observa en las Figuras 1–12 y 1–13.

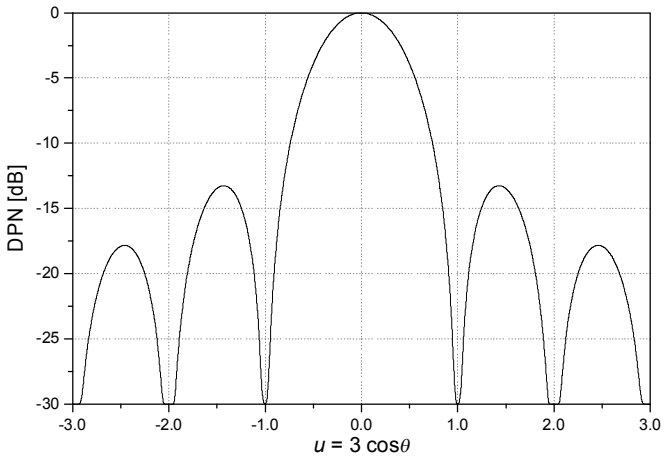



**Figura 2-2.** Corte (espacio $u$) del diagrama de radiación en potencia de una fuente lineal continua de longitud $D$ = 3 $\lambda$ y distribución de excitación uniforme, alineada a lo largo del eje $z$.

Nótese que, según (2–8), los nulos de $u$ están situados en $n$ = ±1, ±2, ±3 ... En 1955, T. T. Taylor [TAYLOR1955] sugirió reposicionar estos nulos para obtener control sobre el nivel de lóbulos laterales (ya que, en general, al desplazar un nulo hacia el haz principal descienden los niveles de los lóbulos más cercanos a éste, mientras que ascienden los niveles de los más alejados) dividiendo la (2–8) por una expresión que anula una cierta cantidad de raíces y multiplicándola por una expresión que reposiciona dichas raíces, análogamente a como se procede cuando se desea reposicionar las raíces de un polinomio. De este modo (obviando el factor 2):

$$F_T(u) = senc(\pi u)\prod_{m=1}^{\bar{n}-1}\left[\frac{1-(u/u_{Tm})^2}{1-(u/m)^2}\right] \qquad (2\text{–}10)$$

representa la función senc($\pi u$) convenientemente modificada, donde $\bar{n}-1$[TAYLOR1955] representa la cantidad de raíces controladas (y, por lo tanto, el número de lóbulos controlados a ambos lados del haz principal). Los valores $u_m$ representan las nuevas raíces de la Función de Taylor $F_T(u)$, calculadas con la expresión [TAYLOR1955]:

$$u_m = u_{Tm} = \bar{n}\sqrt{\frac{K^2 + (m-½)^2}{K^2 + (\bar{n}-½)^2}} \qquad (2\text{–}11)$$

siendo

$$K = \cosh^{-1}\left(10^{-NLL/20}\right), \qquad (2\text{–}12)$$

y *NLL* el nivel general de lóbulos laterales controlados [dB] (medido respecto del haz principal) que el diseñador desea obtener. La expresión correspondiente para la distribución de excitación de este nuevo patrón de radiación se obtiene desarrollando en series de Fourier $g(p)$ y reemplazándola en (2–6), integrando y especificando sus valores para $F_E(n)=F_T(n)$, y truncando el sumatorio [TAYLOR1955][66]:

$$g_T(p) = \sum_{n=-\bar{n}+1}^{\bar{n}-1} F_T(n)\, e^{j\pi n p} \qquad (2\text{–}13)$$

Como ejemplo, se observa la Figura 2-3, obtenida al controlar 5 lóbulos ($\bar{n} = 6$) con *NLL*=–20 dB (decayendo), aplicando la (2–11) a la (2–10), para una antena de longitud 7,5 $\lambda$ (obsérvese que el ancho de haz ha disminuido respecto del de la Figura 2-2 y el número de lóbulos laterales se ha incrementado, debido al aumento del tamaño de la antena). La distribución de amplitud de densidad de corriente (normalizada al valor máximo) que lleva a este diagrama en potencia se obtiene con la ayuda de la ecuación (2–13) y se representa en la Figura 2-4.

La ecuación (2–11) permite encontrar las raíces necesarias para controlar el nivel general de lóbulos laterales. Sin embargo, existe un método desarrollado en [ELLIOTT1976], que consiste en la perturbación aleatoria de dichas raíces (partiendo de las iniciales "puras" de T. T. Taylor) y con el cual es posible controlar el nivel de cada lóbulo, individualmente.

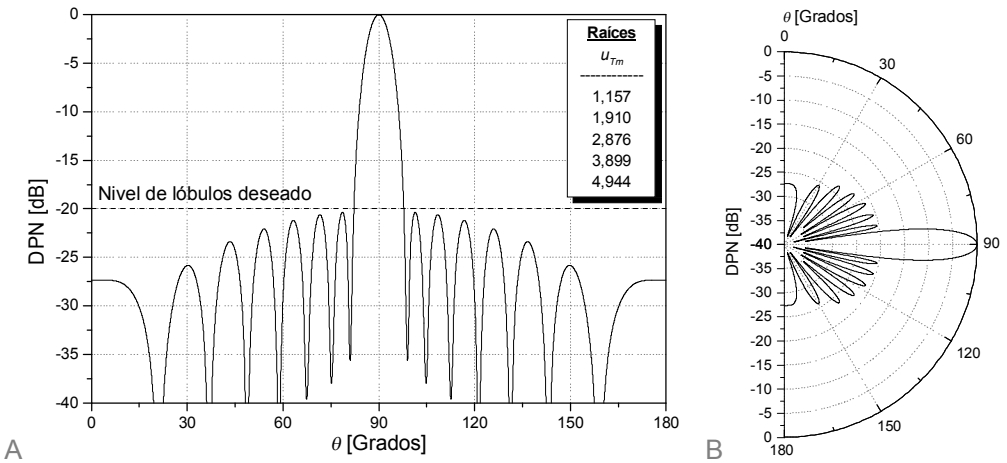



**Figura 2-3.** Dos representaciones del diagrama de Taylor ($\bar{n}$ = 6 , nivel general de lóbulos a –20 dB) de una fuente lineal continua de longitud $D$ = 7,5 $\lambda$ alineada a lo largo del eje $z$. Corte $\varphi$ = 90º.

[66] La fórmula introducida por Taylor en su artículo original es una simplificación de (2–13), considerando que el diagrama es simétrico. Por conveniencia hemos presentado la expresión generalizada que además elimina una constante multiplicativa. Como comentario adicional, obsérvese que $F_T(n)$ implica una singularidad en la ecuación (2–10) para cada valor de $n < \bar{n}$. Esto se resuelve con fórmulas alternativas que aparecen en la literatura técnica (véase por ejemplo [HANSEN1998]).

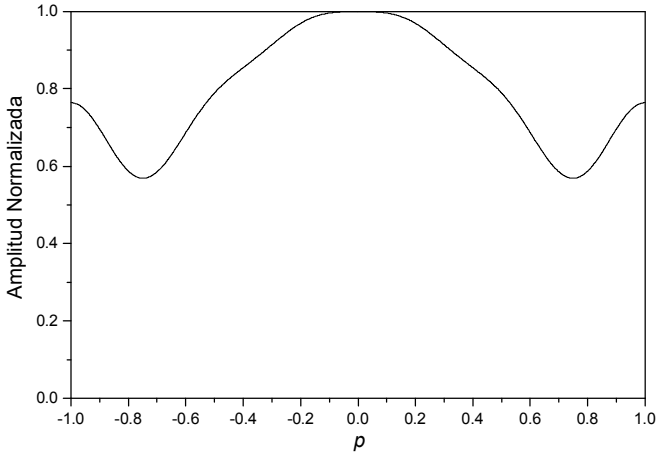



**Figura 2-4.** Distribución de amplitud de excitación con la que es posible generar el diagrama en potencia observado en la figura anterior.

Desafortunadamente, el método de Elliott et al. controla el patrón de potencia con más precisión a cambio de obtener, en muchos casos, distribuciones de amplitud con mínimos relativos muy profundos seguidos de máximos en los extremos de la antena (un efecto denominado "*Edge Brightening*", expresión que en español sería, a falta de mejor traducción, Brillo de Bordes o de Extremos), lo cual dificulta la aplicabilidad del método debido al acoplo electromagnético que esto conlleva. Esto se corrige en la Tesis Doctoral de F. Ares [ARES1993], extendiendo el método de Elliott a funciones de T. T. Taylor con raíces complejas. La ecuación general así obtenida es, sencillamente, la misma que la (2–10), pero con $u_{Tm}$ reemplazada por $u_{Tm}+jv_{Tm}$:

$$F_{T,C}(u) = senc(\pi u)\prod_{m=1}^{\bar{n}-1}\left[\frac{1-\left(\dfrac{u}{u_{Tm}+jv_{Tm}}\right)^2}{1-\left(\dfrac{u}{m}\right)^2}\right]. \qquad (2\text{–}14)$$

la cual permite mantener el control individual de los lóbulos, con un atributo adicional: al perturbar las raíces complejas $u_{Tm}+jv_{Tm}$, es posible minimizar el brillo de extremos. Esto origina, sin embargo, alguna desventaja: $v_{Tq}\neq 0$ con $q \in [1, \bar{n}-1]$ significa que el $q$-ésimo nulo tendrá un nivel distinto de $-\infty$ dB [o lo que es lo mismo, la amplitud de $F_{T,C}(u_{Tq})$ será distinta de cero: el $q$–ésimo nulo estará "rellenado"], con lo cual la directividad máxima del diagrama en potencia disminuirá ligeramente[67]. La expresión de la distribución continua de excitación $g_{T,C}(p)$ que genera dichos patrones de potencia es, también, fácilmente generalizable, simplemente reemplazando $F_T(n)$ por $F_{T,C}(n)$ en (2–13). En este caso, es fácil de comprender que la expresión $g_{T,C}(p)$ ya no es real pura, sino compleja. Las Figuras 2–5 a 2–7, seleccionadas de los resultados expuestos en [ARES1993], permiten comparar los resultados

[67] Un relleno de nulos implica un ligero aumento de la potencia promedio irradiada en la zona de lóbulos laterales. Como la directividad es la relación entre la potencia en un punto y la potencia promediada en el espacio, ver ecuaciones (1–59) y (1–60), es inevitable –si el valor máximo se mantiene– que ésta se reduzca debido al incremento del valor promedio.

obtenidos cuando sólo se controlan los lóbulos individualmente, y cuando se agrega el relleno de 4 nulos para minimizar el brillo de extremos.

El relleno de nulos y el control individual de lóbulos laterales pone a disposición del diseñador la capacidad de generar diagramas de haz plano (*Flat–Topped Beam*), como puede verse en el trabajo realizado por Ares y colaboradores [ARES1993_1][68]. Cuando este tipo de patrones es generado por dispositivos cuya distribuciones de excitación sólo pueden ser reales puras –es decir, por antenas cuyas excitaciones no pueden permitir desfases[69]– es necesario que los nulos rellenados en dichos patrones en potencia (que también son reales) se correspondan con pares de raíces complejas conjugadas (esto es, el $q$–ésimo nulo rellenado en la zona de cobertura del haz plano estará asociado a *dos* raíces: $u_q+jv_q$ y $u_q-jv_q$ [ARES1994]). Esto trae como consecuencia el ensanchamiento inevitable del haz principal, a pesar de que el número de nulos rellenados sea el mismo que para el caso complejo. El ejemplo observado la Figura 2-8 permite demostrar que, con la apropiada selección de las raíces complejas, es posible generar diagramas de haz plano.

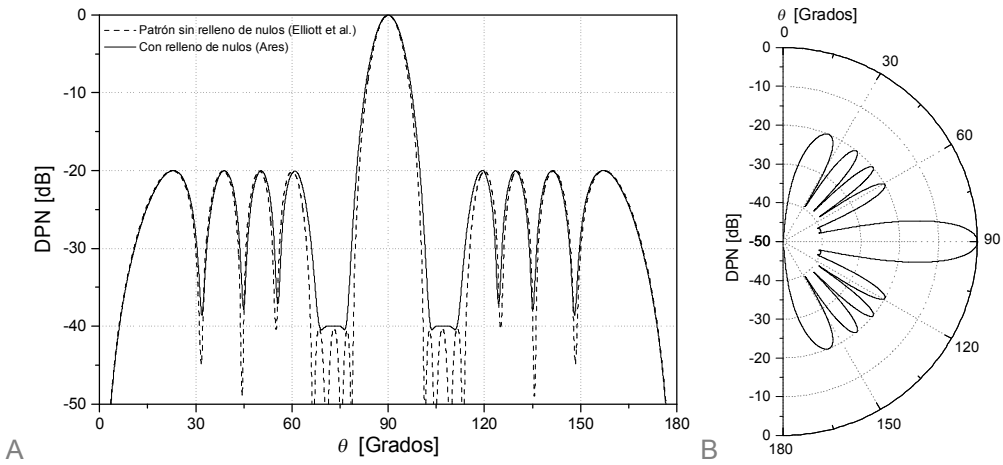



**Figura 2-5.** A: Patrones en potencia con control individual de lóbulos
--- Patrón con raíces reales, — Patrón con raíces complejas (relleno de nulos en las posiciones de las tres primeras raíces).
B: Representación polar del patrón en potencia con relleno de nulos. Cortes $\varphi$ = 90º.

[68] El control de lóbulos y el rellenado de nulos puede generalizarse para obtener diagramas asimétricos (véase, por ejemplo, [ARES1997]).

[69] Esto puede corresponder a agrupaciones de ranuras de guía de ondas de espaciado resonante o dipolos alimentados con líneas microcinta [ARES1994], cuando las distribuciones son convenientemente muestreadas.

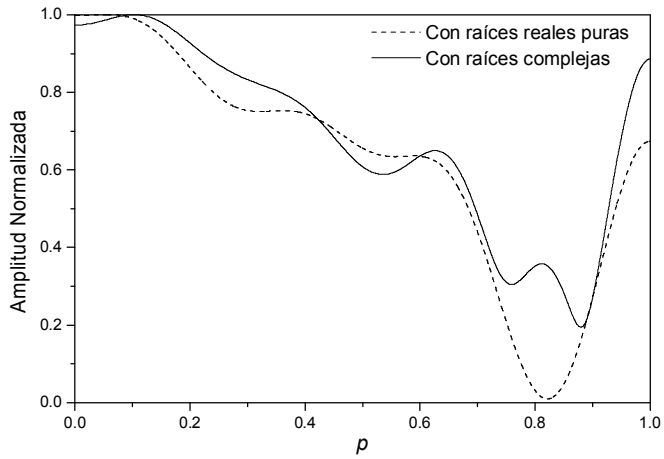



**Figura 2-6.** Distribución de amplitud con la que es posible generar los diagramas de la Figura 2-5. Se observa la reducción del brillo de extremos (por simetría se representa sólo la mitad del diagrama).

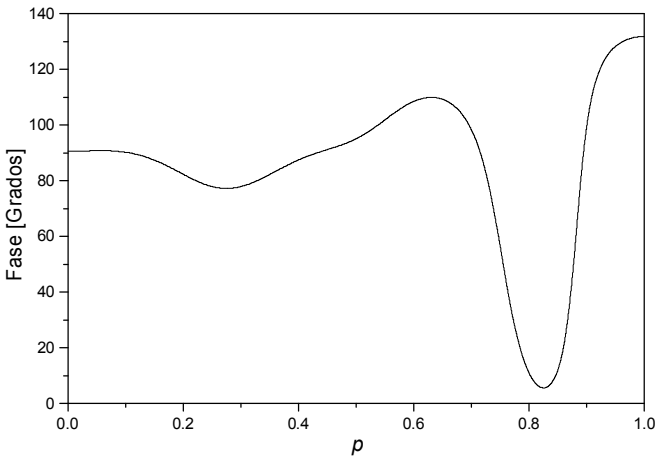



**Figura 2-7.** Distribución de fase de excitación con la que es posible generar el diagrama en potencia de la Figura 2-5 con relleno de nulos (por simetría se representa sólo la mitad del diagrama).

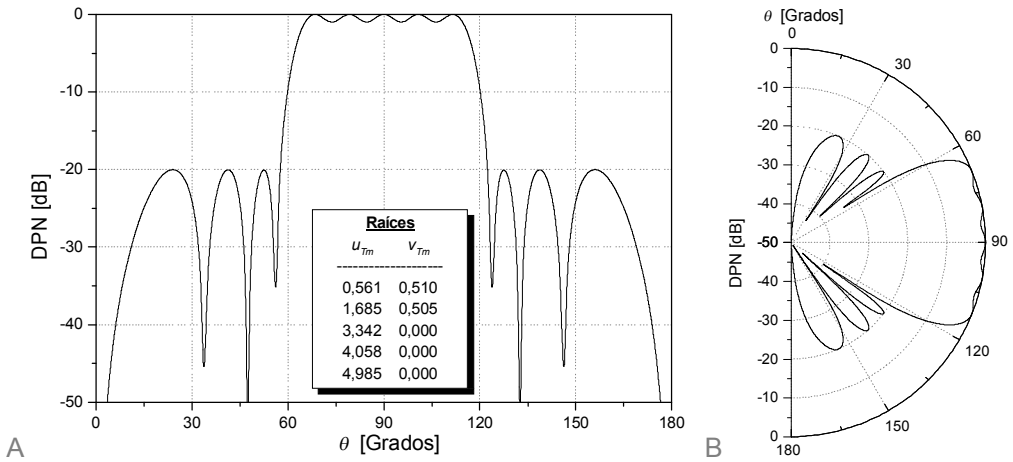



**Figura 2-8.** A: Patrón en potencia de haz plano generado usando la ecuación (2–14).
B: Representación polar del mismo patrón en potencia. Cortes $\varphi$= 90º.

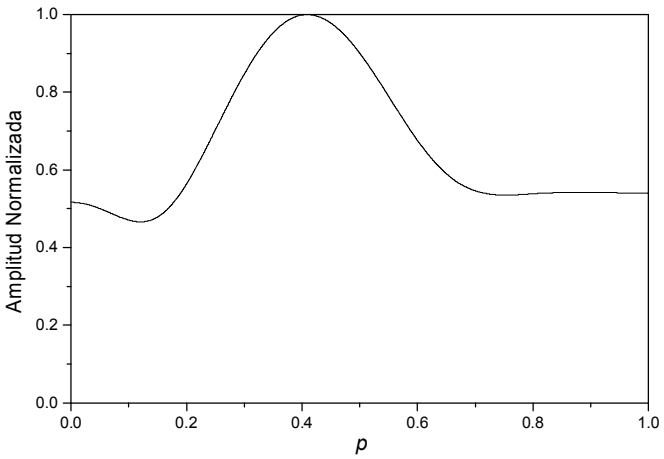



**Figura 2-9.** Distribución de amplitud de excitación con la que es posible generar el patrón de la Figura 2-8.

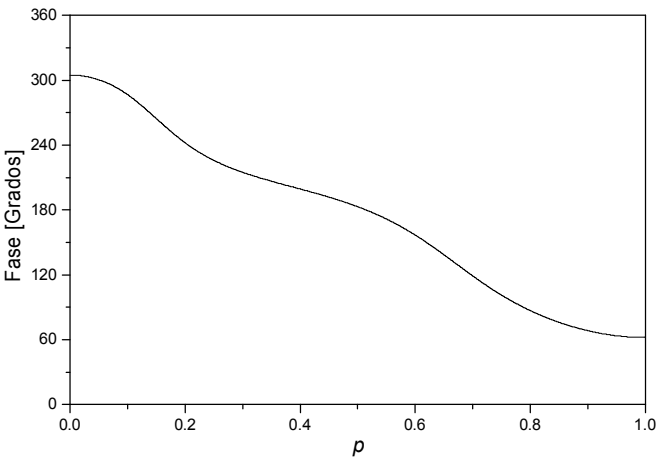



**Figura 2-10.** Distribución de fase correspondiente al diagrama anterior.

En este caso se ha utilizado la fórmula de Taylor ( $\bar{n} = 6$ ) con 2 lóbulos a 0 dB (pertenecientes al haz principal) y 3 lóbulos laterales a –20 dB para una antena de longitud $6\lambda$. Además, para completar cuatro ciclos de rizado en la zona de cobertura (dos a cada lado del máximo en $\theta$=90º), se han rellenado dos nulos a –1 dB (lo cual establece un rizado de ± 0,5 dB en dicha zona, ver Figura 1-18, página 56). Las correspondientes distribuciones de amplitud y fase se observan en las Figuras 2–9 y 2–10.

Un patrón de haz plano análogo, pero de distribución de excitación real se observa en las dos Figuras siguientes (2–11 y 2–12).

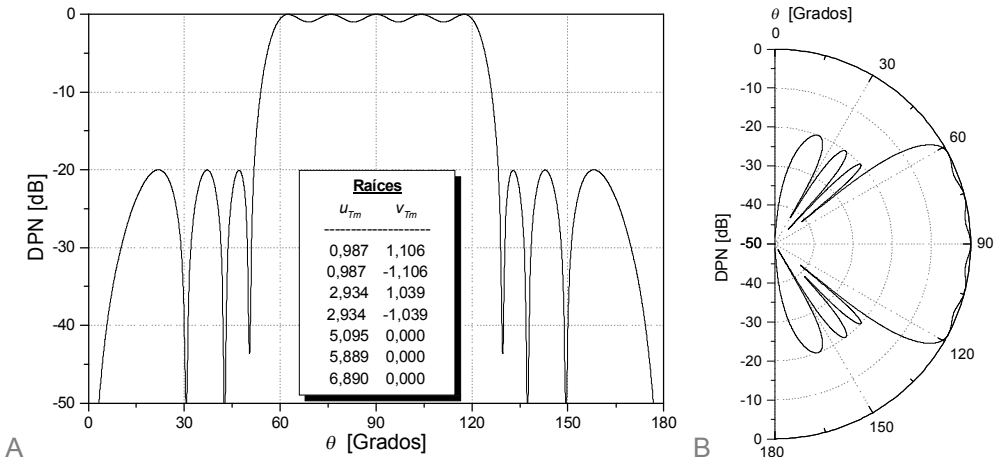



**Figura 2-11.** A: Patrón en potencia de haz plano generado por una distribución de excitación real pura. Compárese el ancho de haz con el del patrón dado anteriormente.
B: Representación polar del mismo patrón en potencia. Cortes $\varphi$= 90º.

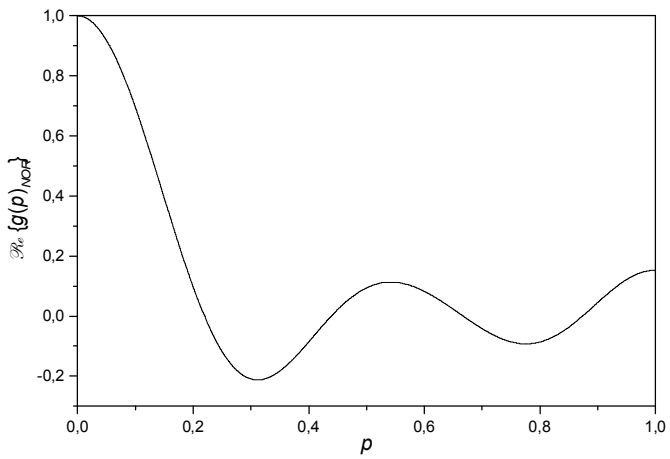



**Figura 2-12.** Distribución de excitación con la que es posible generar el patrón de la Figura anterior. La correspondiente distribución de fase oscila entre dos valores constantes: 0º cuando $\Re e\langle g(p)_{NOR}\rangle \geq 0$ y 180º en caso contrario.

También aquí se han rellenado dos nulos a –1 dB y se han controlado 5 lóbulos laterales. Sin embargo, se ha establecido $\bar{n} = 8$ , tomando así, en la zona de cobertura, 2 pares de raíces complejas conjugadas.

Los diagramas generados con la inclusión de raíces complejas tienen una ventaja adicional: al cambiar los signos de las partes imaginarias de estas raíces, el diagrama en potencia de campo lejano no cambia, aunque sí lo hacen las distribuciones de excitación. Esto permite seleccionar, del conjunto de 2*N* soluciones posibles (siendo *N* el número de raíces complejas conjugadas)[70], la que presenta una distribución de amplitud de excitación más suave. Esto será estudiado en un Capítulo posterior.

El factor espacial de Taylor puede extenderse a distribuciones asimétricas con las que es posible controlar distinta cantidad de lóbulos a la izquierda y a la derecha del haz principal, dando lugar a la siguiente expresión [ARES1997]:

$$F_{T,CA}(u) = senc(\pi u)\left[\frac{\prod_{n\in\Omega_L}\left(1+\frac{u}{z_{TL,n}}\right)\prod_{n\in\Omega_R}\left(1-\frac{u}{z_{TR,n}}\right)\prod_{n\in\Xi_L}\left(1+\frac{u}{u_{TL,n}}\right)\prod_{n\in\Xi_R}\left(1-\frac{u}{u_{TR,n}}\right)}{\prod_{n\in\Omega_L\cup\Xi_L}\left(1+\frac{u}{n}\right)\prod_{n\in\Omega_R\cup\Xi_R}\left(1-\frac{u}{n}\right)}\right], \qquad (2\text{–}15)$$

en donde $z_{TL,n}=u_{TL,n}+jv_{TL,n}$ y $z_{TR,n}=u_{TR,n}+jv_{TR,n}$ representan las raíces complejas correspondientes a los $\Omega_L$ y $\Omega_R$ (conjuntos de índices) nulos rellenos a izquierda y derecha del haz principal ($u$=0), mientras que $u_{L,n}$ y $u_{R,n}$ corresponden a los $\Xi_L$ y $\Xi_R$ (conjuntos de índices) ceros de $F_{T,CA}$ (es decir, a las raíces reales), también a izquierda y derecha. En este caso, $\Omega_L\cup\Xi_L$ corresponde a los $\bar{n}_L-1$ índices (consecutivos) de las raíces controladas a la izquierda del haz principal, mientras que $\Omega_R\cup\Xi_R$ corresponde a los $\bar{n}_R-1$ índices de las raíces controladas a la derecha (nótese que $\Omega_R\cap\Xi_R=\varnothing$).

La correspondiente distribución de corriente es:

$$g_{T,CA}(p) = \sum_{n=-\bar{n}_L+1}^{\bar{n}_R-1} F_{T,CA}(n)\, e^{j\pi np} \qquad (2\text{–}16)$$

En las Figuras 2–13 a 2–15 se observa un ejemplo de patrón asimétrico con la correspondiente distribución de corriente (amplitud y fase) generado con las ecuaciones (2–15) y (2–16).

Naturalmente, (2–15) es la expresión general del factor espacial de la que se pueden deducir los casos particulares anteriormente citados (2–10) y (2–14). Estos últimos sólo se han presentado para facilitar el razonamiento del lector.

El "pedestal" en los extremos de una antena lineal continua es físicamente irrealizable, ya que en dichos puntos se debe cumplir la condición de contorno naturalmente establecida para este tipo de elemento radiante ($|g(D/2)|=|g(-D/2)|=0$). Esto se trata, y se corrige, en [RHODES1972], con el desarrollo de patrones análogos a los de T. T. Taylor y cuyas distribuciones de corriente cumplen las citadas condiciones. Partiendo nuevamente de la expresión (2–1) y siguiendo un razonamiento análogo al descrito anteriormente, se puede obtener el factor espacial de Rhodes [RHODES1972]:

[70] Por ejemplo, si se rellenan 2 nulos, se tienen 2 raíces complejas, y por lo tanto, $2^2$ = 4 soluciones posibles. Esto es análogo a lo establecido para las raíces del círculo de Schelkunoff en agrupaciones de antenas, ver Sub–Sección 1.5.6.2, página 63.

$$F_{Rh}(u) = \frac{\cos(\pi u)}{1-4u^2}\prod_{m=1}^{\bar{n}-1}\left[\frac{1-\left(u/u_{Rh,m}\right)^2}{1-\left[u/(m+½)\right]^2}\right], \qquad (2\text{–}17)$$

donde el significado de los símbolos es análogo al establecido para la ecuación (2–10).

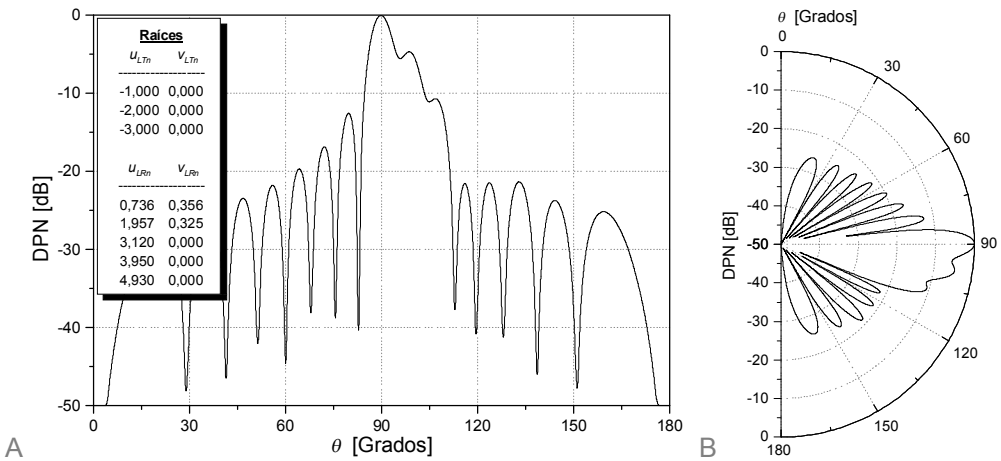



**Figura 2-13.** A: Patrón en potencia asimétrico generado usando la ecuación (2–15).
B: Representación polar. Cortes $\varphi$= 90º.

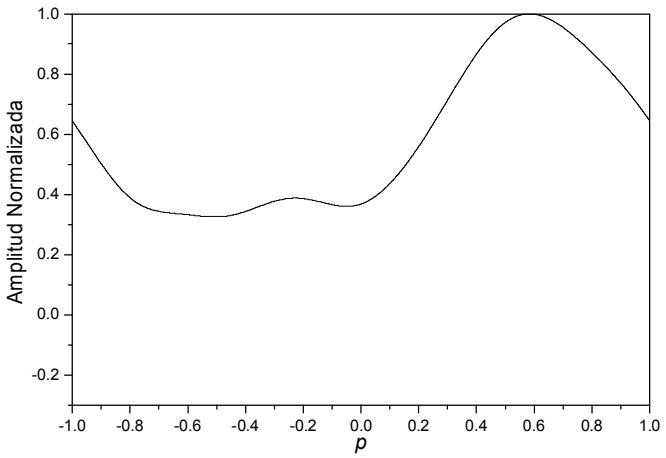



**Figura 2-14.** Distribución de amplitud de excitación con la que es posible generar el patrón de la figura anterior.

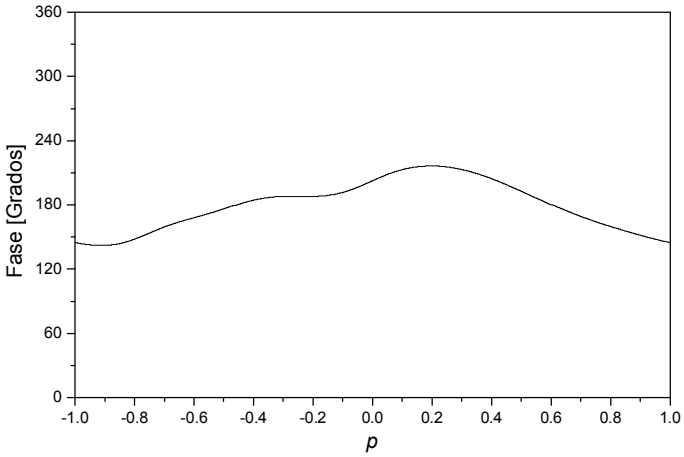



**Figura 2-15.** Distribución de fase correspondiente al diagrama anterior.

Las raíces se calculan con la siguiente expresión:

$$u_m = u_{Rh,m} = (\bar{n}+½)\sqrt{\frac{K^2+(m-½)^2}{K^2+(\bar{n}-½)^2}}\,, \qquad (2\text{–}18)$$

siendo *K* la misma que en (2–12). La distribución de corriente es, en este caso:

$$g_{Rh}(p) = \sum_{n=-\bar{n}+1}^{\bar{n}-1} F_{Rh}(n) e^{j\pi np} \ . \tag{2–19}$$

La correspondiente generalización a patrones con nulos rellenos asimétricos es análoga a la del patrón de T. T. Taylor:

$$F_{Rh,CA}(u) = \frac{\cos(\pi u)}{1-4u^2} \left[ \frac{\prod_{n\in\Omega_L}\left(1+\frac{u}{z_{Rh,L,n}}\right)\prod_{n\in\Omega_R}\left(1-\frac{u}{z_{Rh,R,n}}\right)\ \prod_{n\in\Xi_L}\left(1+\frac{u}{u_{Rh,L,n}}\right)\prod_{n\in\Xi_R}\left(1-\frac{u}{u_{Rh,R,n}}\right)}{\prod_{n\in\Omega_L\cup\Xi_L}\left(1+\frac{u}{n+½}\right)\ \prod_{n\in\Omega_R\cup\Xi_R}\left(1-\frac{u}{n+½}\right)} \right], \tag{2–20}$$

en donde la expresión de la distribución de corriente (2–19) se transforma en:

$$g_{Rh,CA}(p) = \sum_{n=-\bar{n}_L+1}^{\bar{n}_R-1} F_{Rh,CA}(n) e^{j\pi np} \ . \tag{2–21}$$

El desarrollo de los ejemplos de estas distribuciones se deja para el Capítulo 4.

### 2.2.2 Dipolos y Placa a Tierra: Método de las Imágenes.

Como es bien sabido, un dipolo es una antena lineal compuesta por dos cilindros colineales muy delgados ($2L>>r$, siendo $2L$ la longitud total del dipolo y $r$ su radio), separados una distancia (*Gap*) $d$ despreciable (del orden de $r$). El modelo simplificado del dipolo corto ($2L$ del orden de 0,5 $\lambda$) considera que la distribución de corriente es del tipo senoidal, y que la separación $d$ no tiene influencia sobre dicha distribución. En la Figura 2-16 se considera el dipolo $n$–ésimo de una agrupación cualquiera de dichos elementos, con un sistema de coordenadas centrado en el dipolo y con el eje $z_n$ coincidiendo con su eje principal.

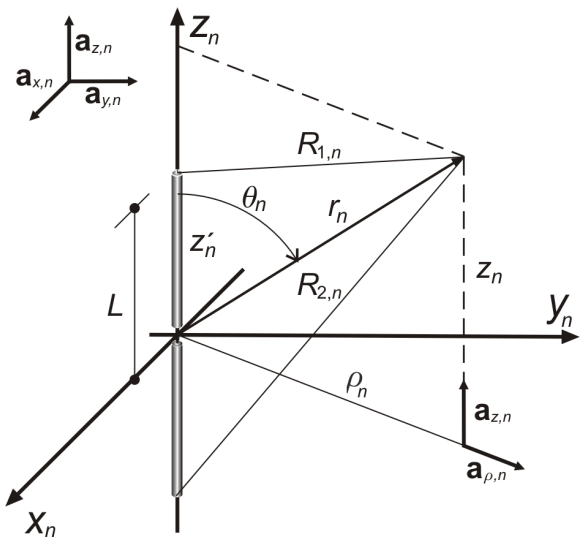



**Figura 2-16.** Esquema para el desarrollo del modelo teórico de dipolo corto.

En la Sub–Sección 2.2.1, páginas 120 y subsiguientes, se han desarrollado los modelos teóricos de T. T. Taylor y D. R. Rhodes considerando que los valores de campo se obtienen en zonas alejadas de la antena. A continuación se presentarán las expresiones de campo cercano del modelo teórico del dipolo[71]. Su utilidad se hará evidente en párrafos posteriores.

Considerando que en (2–1) la distribución de corriente de un dipolo *n* es

$$\mathbf{J}(z_n') = \mathbf{a}_{z_n} g_d(z_n')\delta(x_n')\delta(y_n') = \mathbf{a}_{z_n} I_0 \operatorname{sen}\left[k\left(L-|z_n'|\right)\right]\delta(x_n')\delta(y_n'), \tag{2–22}$$

se obtienen las expresiones de las componentes cilíndricas del campo eléctrico en zonas cercanas a un dipolo corto, ver Apéndice A.2.1:

$$\begin{aligned} E_{\rho_n} &= j30I_0\left[\left(\frac{z_n-L}{\rho_n}\right)\frac{e^{-jkR_{1,n}}}{R_{1,n}}+\left(\frac{z_n+L}{\rho_n}\right)\frac{e^{-jkR_{2,n}}}{R_{2,n}}-2\cos(kL)\frac{z_n}{\rho_n}\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right], \\ E_{z_n} &= -j30I_0\left[\frac{e^{-jkR_{1,n}}}{R_{1,n}}+\frac{e^{-jkR_{2,n}}}{R_{2,n}}-2\cos(kL)\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right]. \end{aligned} \tag{2–23}$$

La expresión correspondiente al campo lejano del dipolo se puede reducir a (ver Apéndice A.2.1):

$$E_{\theta_n} = j60I_0\left(\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right)\left[\frac{\cos(kL\cos\theta_n)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta_n}\right], \tag{2–24}$$

en concordancia con [ELLIOTT2003]. Obsérvese que las ecuaciones (2–23) y (2–24) están referidas al sistema de coordenadas relativo al dipolo *n*–ésimo (dispuesto a lo largo el eje $z_n$), con lo cual es posible obtener el campo radiado por este dispositivo orientado arbitrariamente respecto de un sistema de coordenadas convenientemente elegido mediante la correspondientes transformaciones (rotación y traslación) de cada elemento.

En dispositivos reales, hay que tener en cuenta la línea de alimentación del dipolo, que rompe la simetría rotacional de la ecuación idealizada (2–23).

En muchos casos también se dispone de un plano metálico ubicado paralelamente al eje de la antena, para producir un diagrama de radiación directivo (hacia un hemisferio), ver Figura 2-17.

Si el plano de tierra se encuentra a una distancia *h* del dipolo, siendo ésta menor o igual a $\lambda/4$ [ELLIOTT2003] (un valor muy utilizado en aplicaciones prácticas), el cálculo de su influencia se realiza considerando simplemente que, en lugar del plano de tierra, a una distancia 2*h* y paralelamente al dipolo real se encuentra un dipolo ficticio de las mismas dimensiones y con la distribución de corriente desfasada 180º (método de las imágenes) respecto de aquél. Si se sigue este procedimiento, se obtiene el campo radiado por el dipolo y su imagen (ver Apéndice A.2.2):

[71] En la literatura también existen modelos de campo cercano para las distribuciones de T. T. Taylor (ver, por ejemplo, [HANSEN1984]), que pueden extenderse directamente a las correspondientes distribuciones de Rhodes.

$$E_{\theta_n} = 120 I_0 \left( \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right) \left[ \frac{\cos(kL\cos\theta_n) - \cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta_n} \right] sen(kh\operatorname{sen}\theta_n \operatorname{sen}\varphi_n), \quad (2\text{–}25)$$

en la zona $(0,0) \leq (\theta_n, \varphi_n) \leq (\pi, \pi)$. Si se comparan las ecuaciones (2–24) y (2–25) se observa que sólo hay que multiplicar el campo del dipolo por un término asimétrico en $\varphi_n$, y por una constante que desaparece al hallar los valores normalizados.

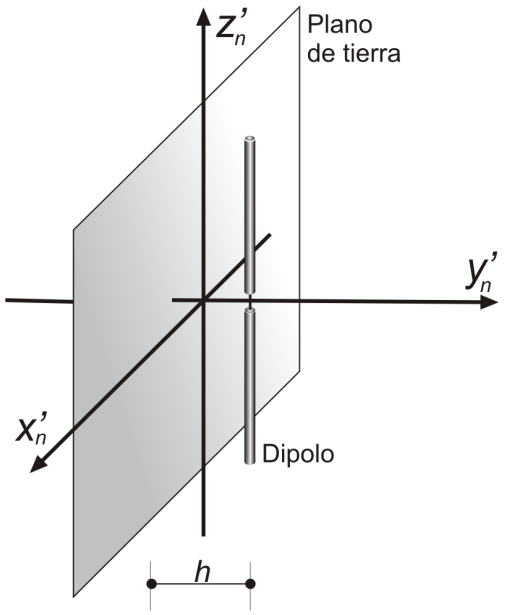



**Figura 2-17.** Esquema para el desarrollo del modelo teórico de dipolo corto con plano de tierra

Los modelos aquí expuestos serán de utilidad en Capítulos posteriores.

### 2.2.3 Acoplo Mutuo entre Dipolos Paralelos, Con Plano de Tierra y Sin Él.

Puesto que la expresión cerrada del campo cercano radiado por un dipolo es conocida, es posible calcular la influencia que éste ejerce sobre otro dipolo cercano.

Considérense dos dipolos *m* y *n* idénticos, dispuestos paralelamente, tal como se observa en la Figura 2-18. En concordancia con la (1–111) –ver página 68–, es posible establecer el acoplo entre ambos midiendo la impedancia de entrada de uno de ellos en circuito abierto, mientras que por el otro circula una corriente previamente establecida. Utilizando el principio de reciprocidad, y considerando el campo inducido en el dipolo *n* debido al campo generado por el dipolo *m*, es posible establecer la impedancia mutua entre ambos como (ver Apéndice A.2.3):

$$Z_{mn} = Z_{nm} = \frac{j30}{\operatorname{sen}^2 kL} \int_{-L}^{L} \left[ \frac{e^{-jkR_{1,mn}}}{R_{1,mn}} + \frac{e^{-jkR_{2,mn}}}{R_{2,mn}} - 2\cos(kL) \frac{e^{-jkr_{mn}}}{r_{mn}} \right] \operatorname{sen}\left[ k\left(L - |z_n|\right) \right] dz_n , \quad (2\text{–}26)$$

considerando las ecuaciones (2–22) y (2–23), y en donde $-L \leq z_n \leq L$ es la variable que recorre el dipolo *n*, y con $R_{1,mn}$, $R_{2,mn}$ y $r_{mn}$ medidas desde el dipolo *m* respecto del dipolo *n*).

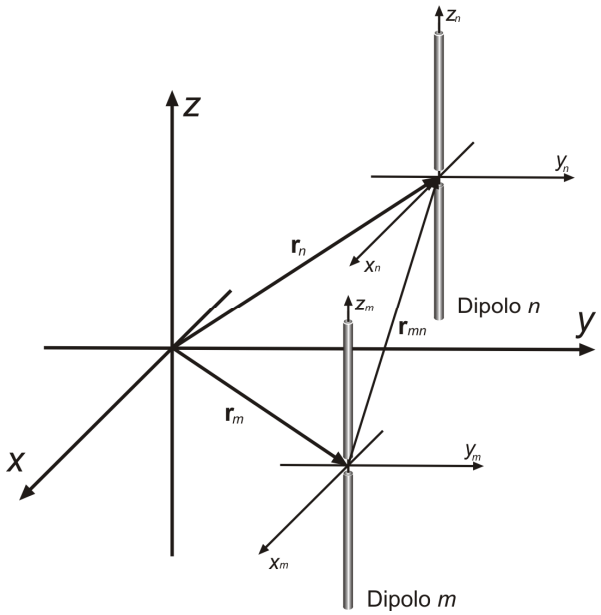



**Figura 2-18.** Disposición de dos dipolos paralelos cuya influencia mutua no es despreciable.

Esta expresión permite calcular la impedancia mutua entre dipolos paralelos, o también la autoimpedancia de un dipolo, tomando una distancia de separación igual al diámetro del dipolo [ORFANIDIS2004]. Dicha integración se puede realizar numéricamente, o bien se puede intentar resolver la integral para obtener una expresión cerrada de dicha ecuación. Algunos autores han desarrollado este tipo de formulación, dando como resultado expresiones bastante complicadas, u obteniendo expresiones más simples pero a costa de perder precisión en el cálculo. En los Capítulos correspondientes, se utilizarán las expresiones dadas en el trabajo de R. C. Hansen [HANSEN1972], que derivan de la (2–26), pero cuya formulación no se dará aquí, por sencillez. Baste con conocerse la expresión exacta (2–26) que puede hacerse tan precisa como sea necesario, con el uso de rutinas apropiadas de integración numérica.

Supóngase ahora una agrupación plana de *N* dipolos paralelos. Si detrás de dicha agrupación, y a una distancia $h=\lambda/4$ de cualquiera de los elementos que la componen, se coloca una placa metálica (ver Figura 2-19), aplicando el método de las imágenes es posible establecer [ELLIOTT2003] que la impedancia mutua entre los elementos *m* y *n* ($m,n=1,2,...N$) $Z_{mn}^{p}$ con la placa presente es igual a la impedancia mutua entre ambos sin considerar la placa, menos la impedancia mutua sin placa entre el dipolo *m* y la imagen del dipolo *n*. De la misma manera, la autoimpedancia del elemento *m* con la placa presente $Z_{mm}^{p}$ es igual a la autoimpedancia del mismo dipolo sin la placa presente menos la impedancia mutua entre el dipolo *m* y su imagen:

$$Z_{mn}^{p} = Z_{mn} - Z_{m,n(IM)}\,, \tag{2–27}$$

siendo $Z_{mn}$ la impedancia mutua entre los dipolos *m* y *n* (sin placa), y $Z_{m,n\,(IM)}$ entre el dipolo *m* y la imagen del dipolo *n*. El cálculo de la impedancia activa se realiza aplicando la definición dada por (1–117).

Todas estas consideraciones serán aplicadas en el Capítulo 3.

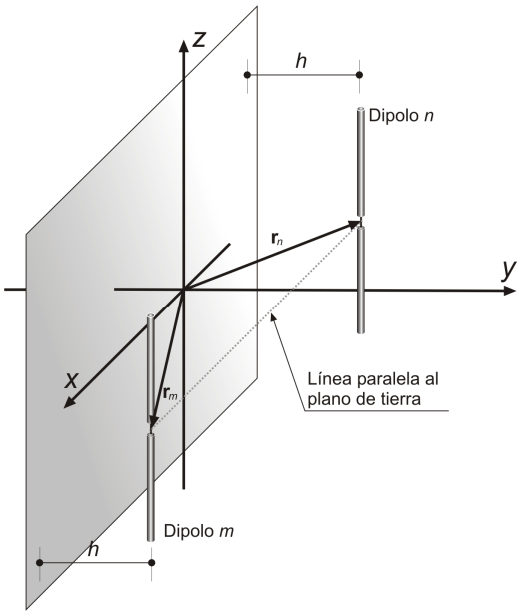



**Figura 2-19.** Disposición plana de dipolos paralelos con plano de tierra.

### 2.2.4 ANTENAS LINEALES DE ONDA VIAJERA.

En los casos anteriores se ha supuesto una distribución de corriente estacionaria a lo largo de una línea infinitesimalmente delgada que se extiende sobre el eje *z*, es decir, una función del tipo $\mathbf{J}(z,t)=\mathbf{a}_z g(z)\delta(x)\delta(y)e^{j\omega t}$, con $|g(-D/2)| = |g(D/2)|$ = constante, siendo $\pm D/2$ los extremos de la fuente (antena). Recuérdese que esta condición se cumple a una frecuencia dada, o, lo que es lo mismo, a una cierta longitud de onda $\lambda$. Eso hace que este tipo de antenas sea de banda estrecha, ya que la condición de amplitud constante en los extremos se pierde rápidamente al desplazarse la frecuencia de la fuente de alimentación. Existen, sin embargo, modelos que consideran a la corriente como una onda que viaja a lo largo de la antena [ELLIOTT2003]. En este caso, resulta obvio establecer que la antena se comporta más bien como un caso intermedio entre una fuente radiante y una línea de transmisión. Una manera de evitar la corriente reflejada es utilizar conductores (o quizá semiconductores) con pérdidas, ya que esto se traduce en un coeficiente de decaimiento distinto de cero, haciendo que la amplitud de corriente, al recorrer la antena, disminuya hasta llegar a valores muy bajos en uno de sus extremos (el contrario al que va conectada la fuente), produciendo una onda reflejada prácticamente despreciable, y por lo tanto evitando la creación de una onda estacionaria a lo largo de su longitud. Otra manera consiste en conectar una carga del tipo resistiva en el extremo opuesto al de la fuente de alimentación de la antena[72], y esto hace que el modelo sea aún más parecido al de una línea de transmisión. Es fácil deducir que ambas soluciones implican una disminución de la eficiencia del sistema radiante, ya que

[72] El comportamiento de antenas a las que se han conectado cargas resistivas como elementos concentrados también es estudiado en otros modelos de antenas, como parches. De esto se hablará en Sub–Secciones posteriores.

parte de la energía entregada a la línea es consumida por la propia antena, o bien por la carga. A pesar de su relativa baja eficiencia, este modelo posee una ventaja primordial: por no tener longitud resonante, produce una respuesta cuasi–plana[73] de la impedancia de entrada en un rango de frecuencias muy grande, es decir: son de banda ancha. Ése es el punto principal de interés del modelo.

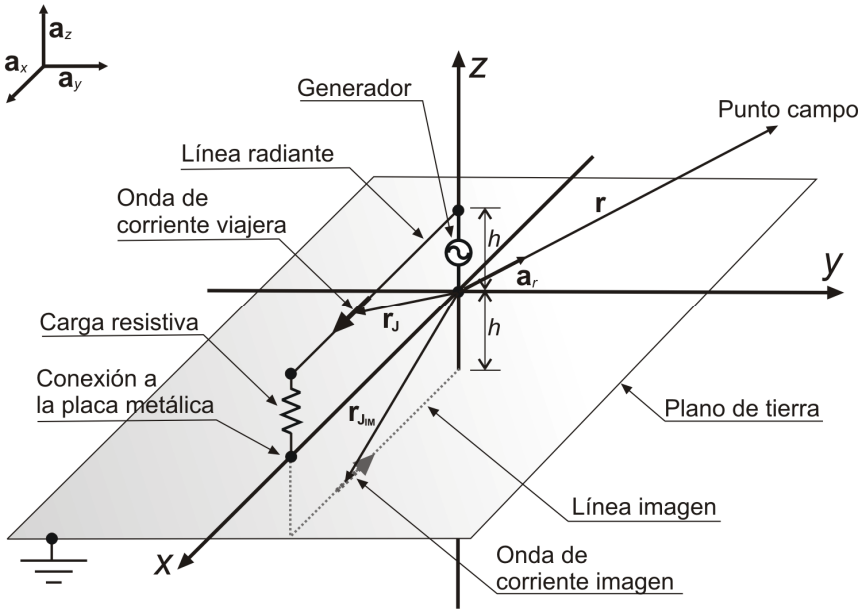



**Figura 2-20.** Antena lineal de onda viajera con carga resistiva y plano de tierra (con su imagen especular incluida).

El modelo idealizado se describe como sigue: supóngase una antena lineal de longitud *L* dispuesta paralelamente al eje *x* de un sistema de coordenadas arbitrario, y separada una distancia *h* de una placa metálica (infinita) ubicada en el plano *z*=0. Siguiendo una de las configuraciones citadas anteriormente, se considera que la antena está conectada a uno de los extremos de una carga resistiva, mientras que el otro extremo de dicha carga se conecta al plano de tierra, según se observa en la Figura 2-20.

La densidad de corriente en la antena es una onda viajera en el sentido positivo del eje *x* (y paralela a él). Aplicando el método de las imágenes, a una distancia 2*h* de la antena real, y paralelamente a ella, se encuentra el conductor virtual, con la densidad de corriente desfasada 180º. En estas condiciones, las densidades de corriente de la antena y de su imagen se pueden expresar como:

$$\mathbf{J}(x',0,h) = \mathbf{J}(\mathbf{a}_x x') = \mathbf{a}_x I_0 e^{-\gamma x'} \delta(y') \delta(z' - h) = \mathbf{a}_x I_0 e^{-(\alpha + j\beta)x'} \delta(y') \delta(z' - h), \tag{2–28}$$

$$\mathbf{J}_{IM}(x',0,h) = \mathbf{J}_{IM}(\mathbf{a}_x x') = -\mathbf{a}_x I_0 e^{-\gamma x'} \delta(y') \delta(z' + h) = -\mathbf{a}_x I_0 e^{-(\alpha + j\beta)x'} \delta(y') \delta(z' + h). \tag{2–29}$$

En estas ecuaciones, el subíndice *IM* significa "línea imagen". El exponente $\gamma$=$\alpha$+j$\beta$ representa la constante de propagación compleja, siendo $\alpha$ y $\beta$ los coeficientes de decaimiento y de fase,

[73] Es bien sabido que un dispositivo tiene una respuesta plana en un rango de frecuencias cuando alguno de sus parámetros ($|S_{11}|$, patrón de potencia, etcétera) mantiene inalterado su valor en dicho rango.

respectivamente. Como la antena se supone conectada a una carga resistiva, la presencia de una onda viajera implica $\alpha$=0 (no es necesario un material con decaimiento) y $\beta$=$k$=2$\pi/\lambda$ (en el aire, o bien en el vacío). Nótese que las $\delta()$ permiten especificar que el vector de posición de **J** es $\mathbf{r}_J$=($x$',0,$h$). Aplicando la (2–1), y teniendo en cuenta la expresión en campo lejano –como se ha hecho en los ejemplos anteriores– se puede obtener el vector potencial magnético (y por lo tanto el correspondiente factor espacial), considerando el principio de superposición:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \overbrace{\iiint_{v'} \frac{\mathbf{a}_x I_0 e^{-jkx'}\delta(y')\delta(z'-h)e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}_J|}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{a}_x x'-\mathbf{a}_z h|}dv'}^{\text{Antena lineal}} - \overbrace{\iiint_{v'} \frac{\mathbf{a}_x I_0 e^{-jkx'}\delta(y')\delta(z'+h)e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{J_{IM}}|}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{a}_x x'+\mathbf{a}_z h|}dv'}^{\text{Imagen de antena lineal}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_x\left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1}r}\right)\left[2j\,\mathrm{sen}(kh\cos\theta)I_0\int_0^L e^{-jkx'(1-\mathrm{sen}\theta\cos\varphi)}dx'\right] = \mathbf{a}_x F_O(r)F_{ELR}(\theta,\varphi) \Rightarrow \tag{2–30}$$

$$\boxed{F_{ELR}(\theta,\varphi) = 2j\,I_0\mathrm{sen}(kh\cos\theta)\int_0^L e^{-jkx'(1-\mathrm{sen}\theta\cos\varphi)}dx' = 2j\,LI_0\mathrm{sen}(kh\cos\theta)e^{-j\mathrm{X}}\mathrm{sencX}}.$$

donde se han especificado las condiciones de campo lejano a (ver Figura 2-20):

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_J| = |\mathbf{r}-(\mathbf{a}_x x'+\mathbf{a}_z h)| = \sqrt{(\mathbf{a}_r r-\mathbf{a}_x x'-\mathbf{a}_z h)\cdot(\mathbf{a}_r r-\mathbf{a}_x x'-\mathbf{a}_z h)} =$$

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_J| = \left[r^2-2(\mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_x)r\,x'-2(\mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_z)r\,h+x'^2+h^2\right]^{1/2} \Rightarrow \tag{2–31}$$

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_J| = r\left[1-\left(\frac{x'}{r}\right)\mathrm{sen}\theta\cos\varphi-\left(\frac{h}{r}\right)\cos\theta+\mathcal{O}\left(\frac{x'}{r}\right)^2\right], \text{ con } \mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_x=\mathrm{sen}\theta\cos\varphi \text{ y } \mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_z=\cos\theta,$$

[la razón $(h/r)^2$ está incluida en $\mathcal{O}(x'/r)^2$]. Similares consideraciones se han tenido con el vector de posición de la densidad de corriente imagen $\mathbf{r}_{J_{IM}} = \mathbf{a}_x x'-\mathbf{a}_z h$ al obtener $F_{ELR}(\theta,\varphi)$. En (2–30), el subíndice *LR* indica "línea radial" –un término que se hará evidente en un Capítulo posterior–, además:

$$\mathrm{X} = \frac{kL}{2}(1-\mathrm{sen}\theta\cos\varphi). \tag{2–32}$$

La densidad de potencia es, entonces, proporcional a:

$$|F_{ELR}(\theta,\varphi)|^2 \propto |\mathrm{sen}(kh\cos\theta)\mathrm{sencX}|^2 = \left|\mathrm{sen}(kh\cos\theta)\frac{\mathrm{senX}}{\mathrm{X}}\right|^2. \tag{2–33}$$

En la Figura Figura 2-21 se presenta un ejemplo ($h$=$\lambda$/4 y $L$=3$\lambda$) del patrón de densidad de potencia (2–33), normalizada y en dB.

Una generalización de la ecuación (2–33) será obtenida un Capítulo posterior.

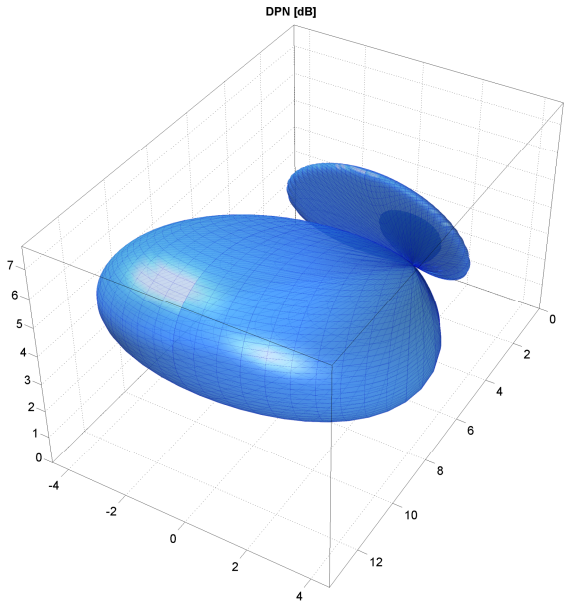



**Figura 2-21.** Patrón en potencia (normalizado y en dB), de una antena lineal de onda viajera con plano de tierra, estableciendo $h$=0,25λ y $L$=3λ.

## 2.3 ANTENAS PLANAS CONTINUAS.

### 2.3.1 DISTRIBUCIONES CIRCULARES DE T. T. TAYLOR Y LUDWIG. DIAGRAMAS TIPO SUMA Y DE HAZ PLANO.

Cinco años después de haber publicado su ya famoso artículo sobre distribuciones lineales continuas, T. T. Taylor generalizó el método aplicándolo a distribuciones circulares continuas [TAYLOR 1960]. A continuación se desarrollan los fundamentos de esta formulación análoga.

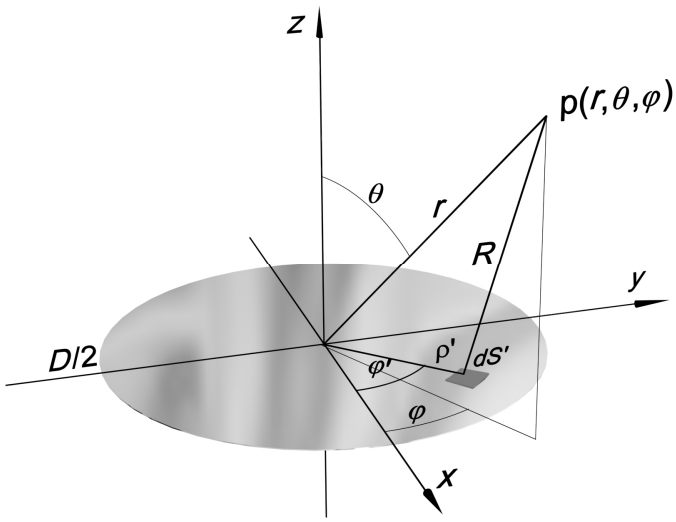



**Figura 2-22.** Fuente circular continua de diámetro $D$ con un sistema de coordenadas ubicado en su centro, con $ds'=\rho' d\varphi' d\rho'$.

Partiendo de la (2–1), y considerando una placa circular metálica cuyo vector densidad de corriente superficial es $\mathbf{J}(\rho',\varphi')=\mathbf{a}_y g(\rho')\delta(z')$ –es decir, la dirección de la densidad es constante[74], y además la su módulo posee simetría rotacional–, se obtiene el potencial vectorial magnético resolviendo la integral en coordenadas cilíndricas, ver Figura 2-22:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\mathbf{A}(\mathbf{r})e^{j\omega t}=\left(\iiint_{v'}\frac{\mathbf{a}_y g(\rho')\delta(z')e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'\right)e^{j\omega t}\Rightarrow$$
$$A(\mathbf{r})=\int_0^{2\pi}\int_0^{D/2}\frac{g(\rho')e^{-j\omega\frac{|\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho|}{c}}}{4\pi\,\mu_0^{-1}|\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho|}\rho'd\rho'd\varphi'. \tag{2–34}$$

Siguiendo pasos análogos a los de la Sub–Sección 2.2.1 (también aplicado en el Apéndice A.1.4), se expande el binomio $|\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho|$,

$$|\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho|=\left[(\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho)\cdot(\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho)\right]^{1/2}=\left[r^2-2r\rho'\text{sen}\theta\cos(\varphi'-\varphi)+\rho'^2\right]^{1/2}\Rightarrow$$
$$|\mathbf{r}-\rho'\mathbf{a}_\rho|=r\left[1-\left(\frac{\rho'}{r}\right)\text{sen}\theta\cos(\varphi'-\varphi)+\mathcal{O}\left(\frac{\rho'}{r}\right)^2\right]. \tag{2–35}$$

Despreciando los términos de segundo orden en el exponente y los términos de primer orden en el denominador de (2–34) se obtiene:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r})\cong\frac{\mathbf{a}_y e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1}r}\left(\int_0^{2\pi}\int_0^{D/2}g(\rho')e^{jk\rho'\text{sen}\theta\cos(\varphi'-\varphi)}\rho'd\rho'd\varphi'\right)=\mathbf{a}_y F_O(r)F_{EC}(\theta)\Rightarrow \tag{2–36}$$

$$\boxed{F_{EC}(\theta)=\int_0^{2\pi}\int_0^{D/2}g(\rho')e^{jk\rho'\text{sen}\theta\cos(\varphi'-\varphi)}\rho'd\rho'd\varphi'}, \tag{2–37}$$

siendo $F_{EC}$ el correspondiente factor espacial. Si se aplica la expansión de Bessel de primera clase, orden $m$ (funciones $J_m$):

$$e^{jk\rho'\text{sen}\theta\cos(\varphi'-\varphi)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}j^m J_m(k\rho'\text{sen}\theta)e^{jm(\varphi'-\varphi)} \tag{2–38}$$

al término exponencial de (2–37) se obtiene

[74] Para los propósitos de esta Tesis, la dirección de **J** no tiene importancia, siempre y cuando sea posible extraer el vector unitario de densidad de corriente superficial fuera de la integral. Elliott, por ejemplo, lo considera paralelo al eje *y* [ELLIOTT2003], como en el desarrollo aquí expuesto.

$$F_{EC}(\theta)=\int_0^{2\pi}\int_0^{D/2} g(\rho')\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m J_m(k\rho'\operatorname{sen}\theta)e^{jm(\varphi'-\varphi)}\right]\rho' d\rho' d\varphi' \Rightarrow$$
$$F_{EC}(\theta)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left\{\left[\int_0^{2\pi} e^{jm(\varphi'-\varphi)}d\varphi'\right]\left[j^m\int_0^{D/2} g(\rho')J_m(k\rho'\operatorname{sen}\theta)\rho' d\rho'\right]\right\}. \quad (2\text{–}39)$$

La primera integral (en $\varphi$') es cero, excepto cuando $m$=0, con lo cual se tiene, finalmente, la función factor espacial en campo lejano para una distribución circular continua con simetría rotacional:

$$F_{EC}(\theta)=\int_0^{D/2} g(\rho')J_0(k\rho'\operatorname{sen}\theta)\rho' d\rho' \rightarrow F_{EC}(u)=\int_0^{\pi} g(\rho)J_0(u\rho)\rho\, d\rho, \quad (2\text{–}40)$$

siendo

$$u=\frac{D}{\lambda}\operatorname{sen}\theta\in\left[0;\frac{D}{\lambda}\right] \quad \rho=\frac{2\pi\rho'}{D}\in[0;\pi]. \quad (2\text{–}41)$$

El factor espacial correspondiente a una distribución uniforme [g($\rho$) = 1] es, consecuentemente:

$$F_{EC}(u)=\int_0^{\pi} J_0(u\rho)\rho\, d\rho=\frac{J_1(\pi u)}{\pi u}, \quad (2\text{–}42)$$

siendo $J_1$ la función de Bessel de primera clase y orden uno. Las Figuras 1–14 a 1–16 representan dicha función (densidad de potencia normalizada, en decibelios) para una fuente circular de diámetro $D$ = 3$\lambda$. La consecuente modificación presentada por Taylor para controlar los $\bar{n}-1$ lóbulos interiores (cercanos al haz principal) es completamente análoga a la utilizada con la distribución lineal [TAYLOR1960], ver Sub–Sección 2.2.1, páginas 120 y subsiguientes:

$$F_{TC}(u)=\frac{J_1(\pi u)}{\pi u}\prod_{m=1}^{\bar{n}-1}\left[\frac{1-\left(u/u_{TC,m}\right)^2}{1-\left(u/\gamma_{1m}\right)^2}\right], \quad (2\text{–}43)$$

siendo

$$u_{TC,m}=\gamma_{1\bar{n}}\sqrt{\frac{K^2+\left(m-\tfrac{1}{2}\right)^2}{K^2+\left(\bar{n}-\tfrac{1}{2}\right)^2}} \quad (2\text{–}44)$$

las raíces que permiten obtener el nivel de lóbulos laterales deseado, calculado con ayuda de la expresión (2–12). En este caso, los valores gamma son las raíces normalizadas de la función de Bessel de primer orden, que cumplen la condición $J_1(\pi\gamma_{1m})$=0, para $m$=0,1,2…

Si se desea obtener un diagrama con ceros rellenos, hay que convertir las correspondientes raíces a valores complejos $z_{TC,m}=u_{TC,m}+jv_{TC,m}$, de un modo análogo a como se hizo con las distribuciones lineales:

$$F_{TC,C}(u) = \frac{J_1(\pi u)}{\pi u} \frac{\prod_{n\in\Omega}\left[1-\left(\frac{u}{z_{TC,n}}\right)^2\right]\prod_{n\in\Xi}\left[1-\left(\frac{u}{u_{TC,n}}\right)^2\right]}{\prod_{n\in\Omega\cup\Xi}\left[1-\left(\frac{u}{\gamma_{1n}}\right)^2\right]}, \qquad (2\text{–}45)$$

donde, una vez más, $\Omega$ representa el conjunto de índices de las raíces complejas, mientras que $\Xi$ representa el conjunto de índices de las raíces reales. Naturalmente, $\Omega \cup \Xi$ es el conjunto de los índices de las raíces controladas, y cuya cantidad indica el número de lóbulos laterales controlados en el patrón de radiación de la antena[75].

La distribución de abertura que corresponde a cualquiera de estas últimas expresiones es:

$$g_{TC,C}(\rho) = \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\bar{n}-1}\frac{F_{TC,C}(\gamma_{1n})}{J_0^2(\gamma_{1n}\pi)}J_0(\gamma_{1n}\rho), \qquad (2\text{–}46)$$

la cual se puede obtener generalizando la ecuación obtenida por Taylor [TAYLOR1960] al caso de raíces complejas.

Como ejemplo de lo establecido, las Figuras 2–23 a 2–25 presentan el patrón en potencia de haz plano generado una antena de $7\lambda$ de diámetro ($\bar{n} = 6$, con relleno de 2 nulos a –1 dB, y 3 lóbulos laterales, fuera de la zona de cobertura, a –20 dB), mientras que las Figuras 2–26 y 2–27 presentan las distribuciones de amplitud y de fase de excitación de la abertura.

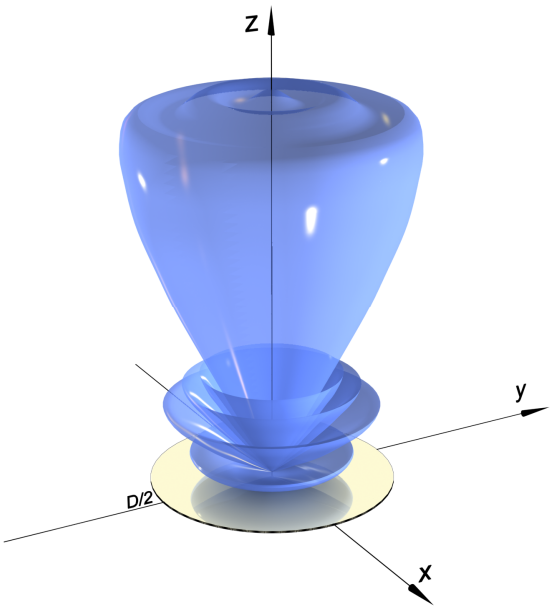



**Figura 2-23.** Diagrama de haz plano generado por una distribución circular de Taylor modificada (con ceros rellenados).

[75] Es útil recordar que las raíces controladas, y por lo tanto los respectivos lóbulos laterales, son consecutivas y contadas desde el primer nulo del lóbulo principal.

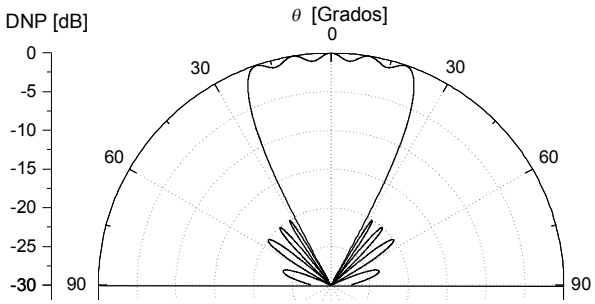



**Figura 2-24.** Corte φ = ±90º del diagrama en potencia observado en la Figura anterior.

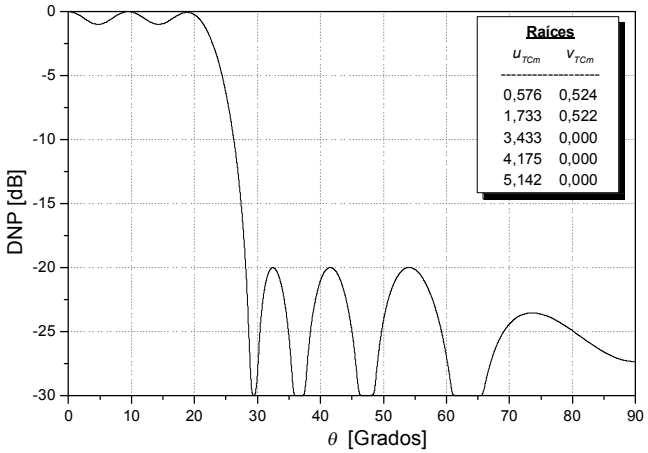



**Figura 2-25.** Proyección cartesiana de la Figura anterior. Corte φ = 90º.

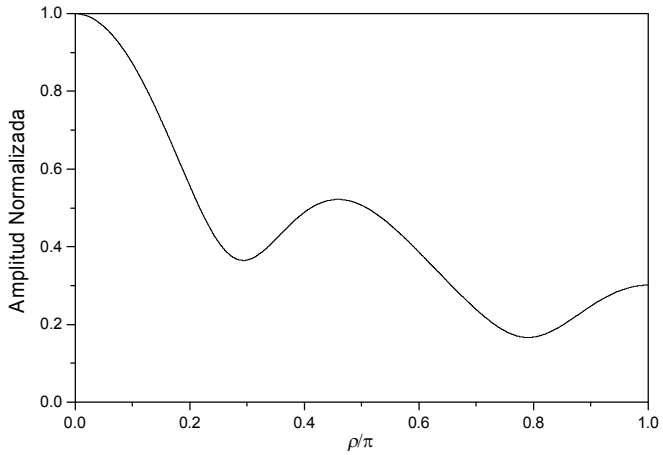



**Figura 2-26.** Distribución de amplitud normalizada que permite generar el patrón de potencia observado en las tres Figuras anteriores.

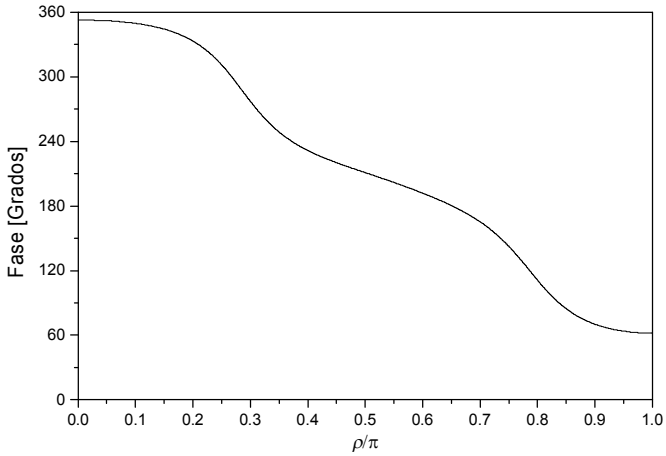



**Figura 2-27.** Distribución de fase que permite generar el patrón de potencia observado en las tres Figuras anteriores.

Naturalmente, diagramas de haz plano generados por distribuciones de excitación reales también son posibles en fuentes circulares. Asimismo son aplicables los criterios relacionados con el orden de multiplicidad de soluciones establecido por el número de raíces complejas que se utilizan al generar el diagrama en potencia (ver Sub–Sección 1.5.6.2, páginas 63 y ss.).

El problema del "pedestal", comentado anteriormente para el caso de distribuciones lineales (ver página 128), también puede ser resuelto realizando la apropiada modificación de la fórmula propuesta por T. T. Taylor. Ludwig trata este problema, estudiando también el caso de aberturas circulares con bloqueo[76]. Aquí sólo se expondrá la fórmula final del factor espacial sin bloqueo, que puede deducirse de manera totalmente análoga a los casos vistos anteriormente, y cuyas raíces son [LUDWIG1982]:

$$u_{Lu,n} = \gamma_{2\bar{n}} \left[ \frac{K^2 + \pi^2 \left(n - \tfrac{1}{2}\right)^2}{K^2 + \pi^2 \left(\bar{n} - \tfrac{1}{2}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \text{ con } K = \cosh^{-1}\left(10^{-NLL/20}\right). \tag{2–47}$$

La expresión generalizada (con raíces complejas) de la citada distribución de Ludwig, como se deduce fácilmente de [LUDWIG1982] es:

$$F_{Lu,C}(u) = 8\frac{J_2(u)}{u^2} \frac{\prod_{n\in\Omega}\left[1-\left(\frac{u}{z_{Lu,n}}\right)^2\right]\prod_{n\in\Xi}\left[1-\left(\frac{u}{u_{Lu,n}}\right)^2\right]}{\prod_{n\in\Omega\cup\Xi}\left[1-\left(\frac{u}{\gamma_{2n}}\right)^2\right]}, \tag{2–48}$$

en donde los símbolos $\Omega$ y $\Xi$ tienen significados análogos a los descritos en Sub–Secciones anteriores. $J_1$ es la función de Bessel (primera clase) de primer orden y $\gamma_{2n}$ es la *n*–ésima raíz de la función de Bessel de segundo orden, es decir $J_2(\gamma_{2n})=0$ [nótese que no se ha multiplicado por $\pi$, como en el caso de la $F_{TC}$, ver párrafo debajo de la ecuación (2–44)]. La correspondiente distribución de abertura se obtiene integrando la siguiente expresión:

$$g_{Integ,Lu,C}(\rho) = -8\rho + 8\sum_{q=1}^{\bar{n}-1} \frac{J_1(\gamma_{2q}\rho)}{J_1(\gamma_{2q})} \frac{\prod_{n\in\Omega}\left[1-\left(\frac{\gamma_{2q}}{z_{Lu,n}}\right)^2\right]\prod_{n\in\Xi}\left[1-\left(\frac{\gamma_{2q}}{u_{Lu,n}}\right)^2\right]}{\prod_{n\in\Omega\cup\Xi}\left[1-\left(\frac{\gamma_{2q}}{\gamma_{2n}}\right)^2\right]}, \tag{2–49}$$

entre 1 y *p* (el subíndice *Integ*, significa "Integrando"), es decir:

$$g_{Lu,C}(p) = \int_1^p g_{Integ,Lu,C}(\rho)\, d\rho \tag{2–50}$$

siendo $p=2\rho/D$. La (2–50) cumple la condición de ser igual a cero en los bordes de la abertura circular $g_{Lu,C}(1)=0$. Este tipo de distribución tiene otra particularidad: puesto que la amplitud decae en los bordes de la antena, el nivel de lóbulos laterales del patrón de Ludwig decae más rápidamente que en el del

[76] Ludwig llama Aberturas Bloqueadas (*Blocked Apertures*) a aquéllas cuya distribución de amplitud tiene forma de anillo (con amplitud cero en el centro del círculo de abertura). Existen otros modelos de bloqueo, que intentan reproducir la "sombra" que producen algunos dispositivos de sujeción en los diagramas de radiación de aberturas, similares, por ejemplo, al soporte de la bocina para una antena parabólica (ver Figura 1-3).

patrón de T. T. Taylor. Este comportamiento también es típico de las distribuciones de Rhodes, presentadas anteriormente.

Estas últimas ecuaciones serán utilizadas en los procesos de síntesis presentados en un Capítulo posterior.

### 2.3.2 ANTENAS DE MICROCINTA. GENERALIDADES.

Una antena de microcinta (*Microstrip Antenna*), también conocida como antena de parche (*Patch Antenna*), citada en la Sub–Sección 1.4, páginas 29 y ss., es "una antena que consiste en un delgado conductor metálico adherido a un sustrato dieléctrico que posee un plano de tierra" [IEEESTD1993]. El conductor metálico tiene, comúnmente, forma regular: rectángulo, círculo, elipse, triángulo, etcétera[77].

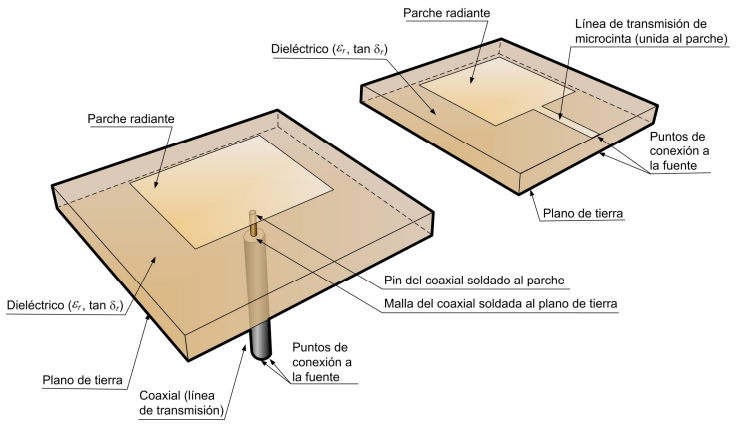



**Figura 2-28.** Antenas de parches cuadrados, y dos tipos usuales de alimentación: Izquierda, mediante pin de coaxial, y Derecha, mediante línea de transmisión microcinta.

Usualmente, una antena de microcinta se alimenta mediante una sonda –pin– coaxial o una línea de transmisión de microcinta, ambas directamente conectadas al parche radiante, según se observa en la Figura 2-28.

Debido a su bajo coste y a su facilidad de fabricación, las antenas de parches han recibido un impulso investigativo enorme en las últimas décadas, llegando a darse formulaciones muy rigurosas –y complicadas– para calcular sus parámetros electromagnéticos. En general, para las antenas de microcinta de geometrías sencillas, como rectángulos, círculos o elipses, y alimentadas según se ha descrito anteriormente, pueden presentarse "recetas" de cálculos con las cuales es posible obtener los parámetros eléctricos con conveniente precisión y relativa sencillez, sobre todo aquéllos correspondientes al campo radiado por dichos dispositivos (véase [BALANIS1997], por ejemplo).

Existen en la actualidad un conjunto de métodos con los cuales es posible tratar el comportamiento de las antenas de parches para encontrar la distribución de corriente en la placa radiante, lo cual constituye el mayor problema en este tipo de dispositivos. El más conocido es el denominado Método de las Cavidades Resonantes (*Resonant Cavities Method*), que consiste en considerar al espacio por debajo del parche como una cavidad (rellena con material dieléctrico), estableciendo las condiciones de

[77] En los últimos años se han puesto de moda las geometrías fractales, que tienen comportamiento resonante multifrecuencia. Para más detalles, véase por ejemplo la Tesis Doctoral [BORJA2001].

contorno apropiadas para obtener los campos interiores, es decir: la región delimitada por conductores eléctricos (parche superior y plano de tierra inferior), y por paredes magnéticas (a lo largo del perímetro del parche) para simular el circuito abierto de la periferia. Estos campos internos determinan la distribución de corriente en el parche, encargada de producir el campo radiado al exterior. Este modelo da resultados bastante precisos, sobre todo si se desea encontrar los campos debidos a resonancias de orden superior [BALANIS1997]. Otros métodos son el del Modelo de Línea de Transmisión (*Transmission Line Model*), y el consabido Método de los Momentos, explicado en la Sub–Sección 1.7.2, en las páginas 84 y ss., el cual puede formularse con la ayuda de la técnica "De Onda Completa" (*Full Wave Method*) [KILDAL2000], consistente en considerar al campo como una superposición infinita de componentes –de allí su nombre–, como en una serie de Fourier.

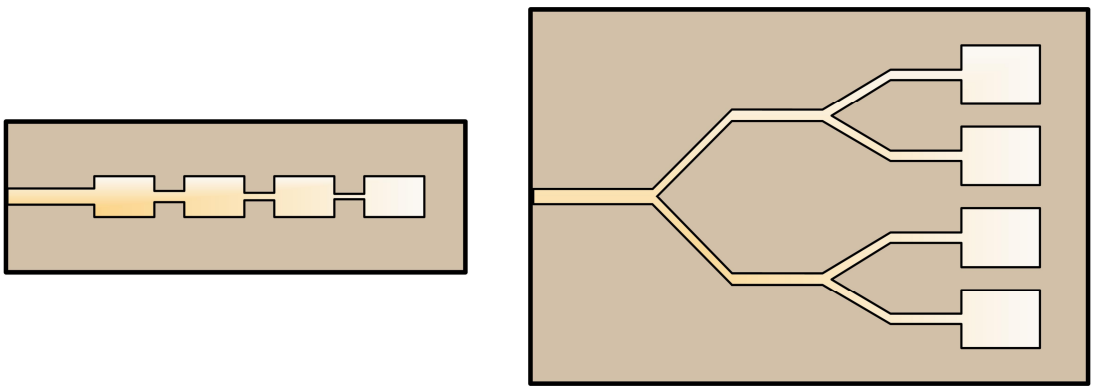


**Figura 2-29.** Agrupaciones de parches con alimentación simple (izquierda) y múltiple (derecha).

Las antenas de microcinta convencionales tiene dos severas desventajas: por un lado son de banda muy estrecha (los modelos suelen tener, a lo sumo, un 1% de ancho de banda de $|S_{11}|$); y por otro son poco eficientes, lo cual se traduce en ganancias bajas. Esto, sin embargo, no ha impedido que las antenas de parches sean investigadas y utilizadas en infinidad de aplicaciones, sobre todo para la construcción de agrupaciones con las cuales es posible obtener diagramas de radiación con un control más preciso del haz principal (ver Sub–Sección 1.5.5, páginas 53 y ss.). En la Figura 2-29 se observan dos modelos de agrupaciones lineales de parches, con alimentación mediante línea de microcinta (uno de ellos es similar al presentado en la Figura 1-3).

En general, si la antena de parche tiene un solo punto de alimentación, entonces produce un campo con polarización lineal, si bien existen modelos asimétricos (elipses o rectángulos con alimentación lateral) con los cuales es posible obtener antenas con polarización elíptica. En casos más elaborados, es posible obtener mejores razones axiales mediante dos o más puntos de alimentación, convenientemente desfasados [POZAR1995].

En casos idealizados, es posible representar el campo lejano generado por algunas geometrías de parches utilizando fórmulas sencillas. Una de las más conocidas es el factor elemento

$$f_e(\theta) = \cos^q \theta, \tag{2–51}$$

que puede representar el campo generado por un parche circular. El exponente es un número real, siendo un valor típico $q$=2, mientras que $\theta$ es el ángulo medido desde la normal a la antena. Existe un mayor número de aproximaciones, algunas de ellas basadas en funciones exponenciales, cuyas potencias dependen generalmente del ángulo respecto de la normal a la antena, aunque en esta Tesis sólo se utilizará la (2–51), en el Capítulo 4.

La literatura técnica ofrece una gran cantidad de información relacionada con las antenas de parches alimentadas por conexión directa con las fuentes (pin o línea microcinta), a la cual se remite al lector si desea obtener más detalles al respecto.

### 2.3.3 PARCHES ACOPLADOS ELECTROMAGNÉTICAMENTE.

Se ha dicho en la Sub–Sección anterior que una de las desventajas de las antenas de parches alimentadas directamente con pin coaxial o con línea microstrip es la banda estrecha de impedancia de entrada [o de parámetro $|S_{11}|$, íntimamente relacionado con la impedancia de entrada, ver ecuaciones (1–121) y (1–128)]. Según Mayhew–Ridgers, un ensanchamiento de banda en antenas de parches se consigue, fundamentalmente, mediante: adaptación de impedancias, resonancias múltiples y/o el uso de materiales con pérdidas [MAYHEW2004]. En general, los dispositivos con resonancias múltiples son complicados, ya que la multirresonancia usualmente se consigue apilando varias capas de dieléctricos y diversificando las geometrías de los parches pertenecientes a cada capa, lo cual dificulta el análisis y el diseño de este tipo de configuraciones. El uso de materiales dieléctricos con pérdidas [PAN2000] no siempre está justificado, debido a la inevitable reducción de eficiencia de la antena que esto acarrea (véase Sub–Sección 1.5.4, páginas 42 y ss.). En una línea análoga de investigación, algunos autores utilizan cargas resistivas concentradas, lo cual aumenta el ancho de banda de impedancia de entrada, a costa de disminuir ligeramente la eficiencia del dispositivo, que ya de por sí es baja [HUANG1998].

En trabajos relativamente recientes, ciertas configuraciones de parches acoplados electromagnéticamente mediante líneas microcinta han dado muy buenos resultados, obteniéndose anchos de banda de parámetros $|S_{11}|$ cercanos al 30% [MAYHEW2004, LUK1998, GUO1997, GUO2004], en algunos casos con valores de ganancia próximos a los 8 dBis. El éxito de esta técnica se basa en la incorporación a la antena de un conductor que se comporta capacitivamente, compensando así la impedancia inductiva del pin utilizado para alimentar dichas configuraciones, compuestas por dieléctricos gruesos [MAYHEW2004]. En la Figura 2-30 se observa un esquema de estas características: el modelo consta de un parche radiante separado de la línea de alimentación por un dieléctrico relativamente grueso (del orden de 0,1 $\lambda$), y ésta separada del plano de tierra por un sustrato de similares características. Las constantes dieléctricas utilizadas son, generalmente, similares a las del aire. Un análisis riguroso de un parche circular acoplado a una línea microcinta rectangular se presenta en la publicación de Davidovitz y Tze Lo [DAVIDOVITZ1989], considerando el método de los momentos basado en la formulación de Galerkin [BALANIS1997], en el dominio de la transformada de Fourier, utilizando las correspondientes funciones diádicas de Green [BALANIS1997], y realizando las integraciones numéricas asociadas mediante un apropiado tratamiento de sus funciones, que convergen lentamente.

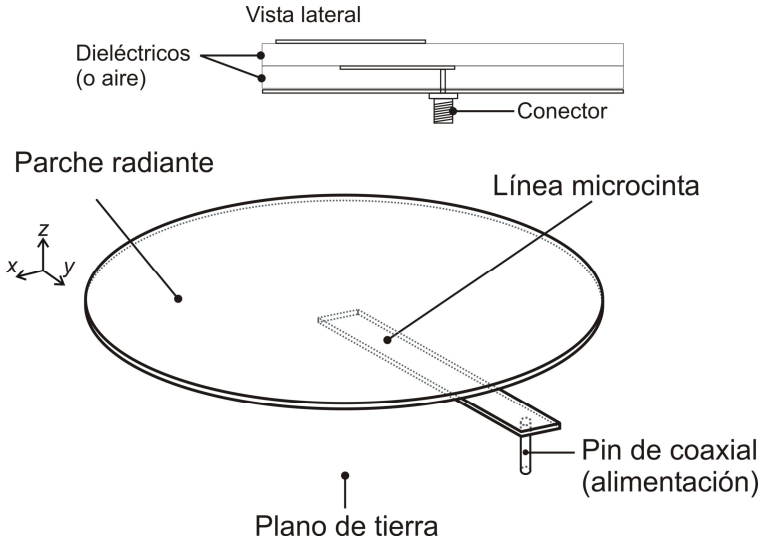



**Figura 2-30.** Parche acoplado electromagnéticamente, con acoplo directo mediante línea de transmisión tipo microcinta rectangular.

Naturalmente, existen otros modelos de parches acoplados electromagnéticamente, en los que varía fundamentalmente la posición y geometría de la microcinta de alimentación. Mayhew–Ridges dedica, por ejemplo, un Capítulo completo de su Tesis [MAYHEW2004] a detallar diversas configuraciones que han sido investigadas para obtener ensanchamiento de banda. La proliferación de estos modelos ha sido tal que resulta imposible dar una descripción, o tan sólo un listado, de todos los modelos de parches acoplados disponibles en la literatura técnica actual.

En un Capítulo posterior se trabajará con modelos similares al de la Figura 2–30, y de él se derivarán otras geometrías con características apropiadas a los requerimientos de diseño, que serán debidamente detallados. En lugar de trabajar con los resultados matemáticos obtenidos para este tipo de geometría en [DAVIDOVITZ1989], se hará uso de la herramienta de software apropiada, evitando así el esfuerzo adicional de codificar y depurar (en algún lenguaje de programación conocido –como C/C++, Fortran, o bien con MATLAB–) el correspondiente programa con el que es posible implementar dicha formulación (ver Sub–Secciones 1.7.2 y 1.7.6.3).

## 2.4 ANTENAS MODULADAS TEMPORALMENTE.

### 2.4.1 MODULACIÓN TEMPORAL DE AGRUPACIONES LINEALES.

La aplicación de modulación temporal a los elementos de una agrupación lineal, utilizada como alternativa para el control de niveles de lóbulos laterales[78], ha resultado ser una técnica exitosa (ver por ejemplo [KUMMER1963, BICKMORE1985, WEEKS1968], y los trabajos de S. Yang [YANG2002] a [YANG2005_1]). El patrón en potencia requerido a la frecuencia portadora se puede obtener mediante la inserción de interruptores entre la fuente de alimentación y algunos de los elementos de la agrupación, ver Figura 2-31**,** según se demostrará a continuación.

[78] Esto se realiza, usualmente, modificando las excitaciones $I_n$ de los elementos que componen la agrupación, ver ecuaciones (1–89) a (1–101).

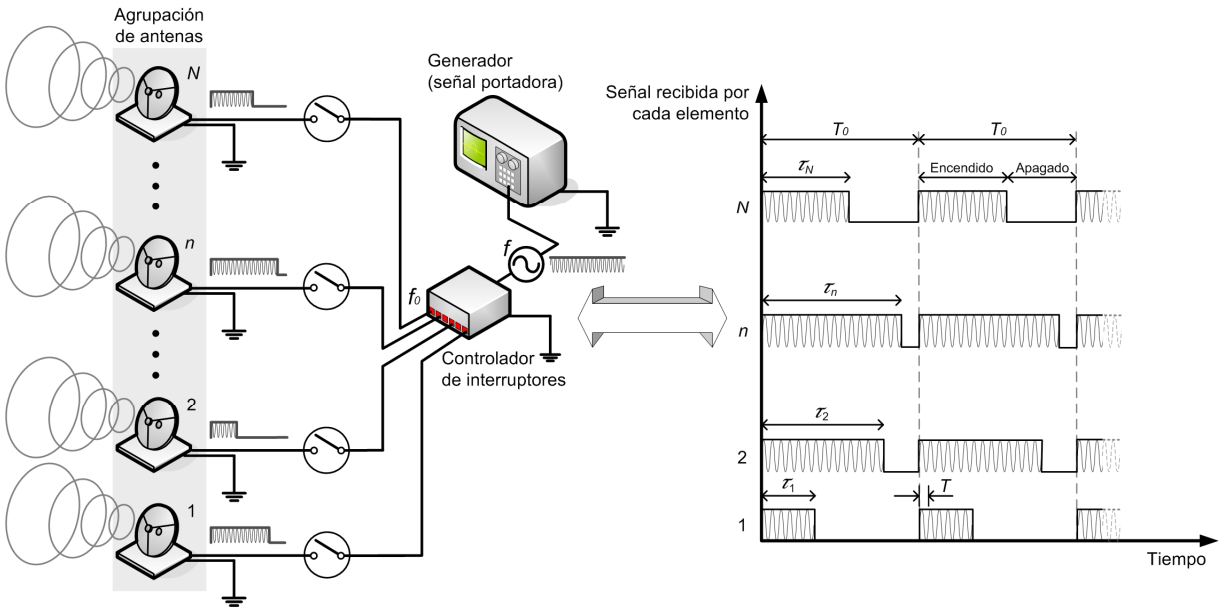



**Figura 2-31.** Esquema de la técnica de modulación temporal (con pulsos rectangulares) de una agrupación de antenas. $T=1/f$ representa el periodo de la señal portadora, mientras que $T_0=1/f_0>>T$ es el periodo de la señal moduladora.

Esta técnica requiere, sin embargo, que las pérdidas generadas por la modulación temporal aplicada a los elementos de la agrupación (que no tiene que ver con la modulación de la señal portadora del generador –necesaria para utilizar la antena en sistemas de comunicación– sino con el encendido y apagado de dichos elementos), sean minimizadas, según se explicará a continuación. Los trabajos iniciales en los que se expone esta técnica han sido aplicados tanto a sistemas radar [KUMMER1963] como a comunicaciones [BICKMORE1985]. Trabajos relativamente más recientes ([YANG2002] a [YANG2005_1]) han conseguido una mejora tanto en el control de la topografía de lóbulos laterales como en la minimización de las pérdidas por armónicos. Dicho control de los lóbulos laterales abre una línea de investigación dirigida a la reconfigurabilidad de agrupaciones de antenas (cambio de diagrama de radiación de una misma antena, mediante la técnica adecuada), considerando que los circuitos necesarios para la modulación temporal son más flexibles y, en principio, más fáciles de fabricar que los circuitos de alimentación convencionales de agrupaciones de antenas.

La modulación temporal de agrupaciones de antenas es especialmente útil en casos en que se utilizan dispositivos electrónicos para control de sistemas radiantes, como por ejemplo el caso de antenas de plasma, cuya línea de investigación está ahora en crecimiento (ver [RAYNER2004], por ejemplo)[79].

[79] Las antenas de plasma son dispositivos cuya geometría se basa en el uso de un gas de electrones, en lugar de metales o semiconductores, como sustancia portadora de las cargas que producen la radiación. Básicamente, y en términos más o menos burdos, un tubo fluorescente convencional puede considerarse como un ejemplo de antena de plasma.

### 2.4.1.1 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LAS AGRUPACIONES LINEALES MODULADAS TEMPORALMENTE.

Considérese la expresión del factor de agrupación de $N$ elementos isotrópicos[80] alineados a lo largo del eje $z$, con el término $e^{j\omega t}$ indicado explícitamente, es decir, la ecuación (1–90)[81]:

$$F(\theta,t) = e^{j\omega t}\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j k z_n \cos\theta} \ , \tag{2–52}$$

donde, como antes, $z_n$ indica la coordenada del $n$–ésimo elemento de la agrupación, el cual está alimentado por una corriente cuyo fasor es el número complejo $I_n = |I_n| e^{j\psi_n}$ . Además, $\omega$=2$\pi$/$T$ es la frecuencia angular de radiofrecuencia de la señal portadora (proveniente del generador). La relación $k$=2$\pi$/$\lambda$=$\omega$/$c$ es bien conocida, siendo $c$ la velocidad de la luz en el vacío. A esta configuración se denominará de "Modo estático", ya que se considera que las $I_n$ son invariables (es decir, al elemento $n$ le llega una amplitud determinada de la señal generada, dada por $|I_n|$, desfasada en el tiempo un cierto ángulo $\psi_n$). Considérese ahora la transformación $I_n \rightarrow I_n g_n(t)$, es decir, las excitaciones de los elementos son moduladas periódicamente en el tiempo a través de una cierta función $g_n(t)=g_n(t+mT_0)$, siendo $T_0$ el período de la modulación y $m$ un número entero (positivo o negativo). Nótese que las funciones moduladoras se eligen bajo la condición de que todas tengan el mismo periodo, aunque sus formas (en el tiempo) pueden ser distintas para los distintos elementos de la agrupación, lo cual se formaliza con el sufijo $n$. Nótese también que no todos los elementos han de estar necesariamente modulados: la elección $g_n$(t)=1 para ciertos valores de $n$ implica que dichos elementos están libres de modulación. Puesto que las $g_n$ son periódicas, se las puede representar en Series de Fourier:

$$g_n(t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{nq} e^{jq\omega_0 t}, \quad \omega_0 = 2\pi/T_0 \, , \tag{2–53}$$

donde los coeficientes de expansión están dados por [IRARRÁZAVAL1999]:

$$G_{nq} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt \ . \tag{2–54}$$

Sustituyendo la (2–53) en la (2–52) se obtiene la expresión formal del campo de la agrupación modulada en el tiempo:

$$F(\theta,t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} F_q(\theta,t) \, , \tag{2–55}$$

[80] Como se verá en lo que sigue, la consideración de elementos no isotrópicos no altera, en esencia, las conclusiones del análisis. En todo caso, la generalización se podrá obtener sin mayores problemas incluyendo el factor elemento en las correspondientes expresiones simbólicas que se presenten en este desarrollo.

[81] Puede emplearse el signo negativo en el exponente, así que se usa indistintamente $e^{j\omega t}\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j k z_n \cos\theta}$ o bien $e^{j\omega t}\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{-j k z_n \cos\theta}$ .

$$F_q(\theta,t) = e^{j\omega t}\sum_{n=0}^{N-1} I_n\, G_{nq} e^{jkz_n\cos\theta} e^{jq\omega_0 t}\ . \tag{2–56}$$

Naturalmente, la ecuación (2–56) es general, ya que puede utilizarse para cualquier función $g_n(t)$, con tal de considerar la (2–54). En el caso que se está investigando, se tiene, ver Figura 2-31:

$$g_n(t) = \begin{cases} 1 & \text{para} \quad mT_0 < t \le mT_0 + \tau_n \\ 0 & \text{para} \quad mT_0 + \tau_n < t \le (m+1)T_0 \end{cases} \quad , \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots . \tag{2–57}$$

Esta última ecuación describe un tren infinito de pulsos rectangulares, cada uno de duración $0<\tau_n\le T_0$. Para simplificar el procedimiento que se presenta a continuación, resulta útil restringir el análisis al rango $(0,T_0]$, teniendo en cuenta que todos los pulsos modulados están dentro del período máximo $T_0$.

La ecuación (2–57) puede escribirse entonces como:

$$g_n(t) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad 0 < t \le \tau_n \\ 0 & \text{si} \quad \tau_n < t \le T_0 \end{cases} . \tag{2–58}$$

Más aún: considérese la función Salto de Heaviside $H(t)$, definida como (ver Tabla 1–1):

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ 1 & \text{si} \quad t \ge 0 \end{cases} . \tag{2–59}$$

Con esta definición, $g_n(t)$ puede reescribirse como:

$$g_n(t) = H(t) - H(t-\tau_n). \tag{2–60}$$

Los coeficientes de expansión pueden calcularse fácilmente, resolviendo la integral (2–54) para la expresión (2–60), considerando que $\omega_0=2\pi/T_0$:

$$\begin{aligned} &G_{nq} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\left[H(t) - H(t-\tau_n)\right]e^{-jq\omega_0 t}dt = \frac{1}{T_0}\int_0^{\tau_n} e^{-jq\omega_0 t}dt = \frac{1}{T_0}\left(e^{-j\frac{2\pi}{T_0}q\tau_n} - 1\right) \Rightarrow \\ &G_{nq} = \xi_n \operatorname{senc}(q\pi\xi_n)\, e^{-jq\pi\xi_n}, \ \ \xi_n = \tau_n/T_0\ , \end{aligned} \tag{2–61}$$

siendo $\xi_n$ el ancho de pulso temporal normalizado. En este caso, la ecuación (2–55) se transforma en:

$$F(\theta,t) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \xi_n e^{jkz_n\cos\theta}\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty} \operatorname{senc}(q\pi\xi_n) e^{jq(\omega_0 t - \pi\xi_n)}\right] e^{j\omega t} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} F_q(\theta,t)\,. \tag{2–62}$$

Nótese que $\xi_n=1\Rightarrow g_n=1$, puesto que sólo el término $q=0$ es distinto de cero en (2–62).

Para $q$=0 se tiene:

$$F_q(\theta,t)\Big|_{q=0} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \xi_n e^{jkz_n\cos\theta} \operatorname{senc}(q\pi\xi_n) e^{jq(\omega_0 t-\pi\xi_n)} e^{j\omega t}\Big|_{q=0} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \xi_n e^{jkz_n\cos\theta} e^{j\omega t}, \quad (2\text{–}63)$$

estableciéndose una ecuación análoga a la del factor de agrupación convencional, ver (2–52), aunque ahora dicha expresión está controlada por las "Excitaciones dinámicas", $I_n\xi_n$: este es el "Modo dinámico" de la agrupación. Este modo puede ser aislado de la serie (2–62) mediante la utilización de un filtro de banda estrecha centrado en la frecuencia angular $\omega$, y aquí es donde cuenta la aplicabilidad de la técnica, ya que así es posible controlar el diagrama de radiación de la antena emitido a la frecuencia portadora mediante la adecuada selección de las excitaciones dinámicas.

Para $q\neq0$ se obtiene:

$$F_q(\theta,t)\Big|_{q\neq0} = \sum_{n\in\wp} I_n \xi_n e^{jkz_n\cos\theta} \operatorname{sinc}(q\pi\xi_n) e^{jq(\omega_0 t-\pi\xi_n)} e^{j\omega t}, \quad (2\text{–}64)$$

siendo $\wp$ el conjunto de los $M$ elementos que son modulados en el tiempo. Este término corresponde a señales indeseadas radiadas a las frecuencias laterales $q\omega_0+\omega$, y se denominan usualmente "Radiación de Banda Lateral" o simplemente "Radiación Lateral" (RBL, *Sideband Radiation*, [YANG2002]). Las expresiones generales (para una modulación distinta de la de pulsos rectangulares), son las siguientes:

$$F_0(\theta,t) = \mathrm{e}^{j\omega t} \sum_{n=0}^{N-1} I_n G_{n0}\, \mathrm{e}^{jkz_n\cos\theta}, \quad (2\text{–}65)$$

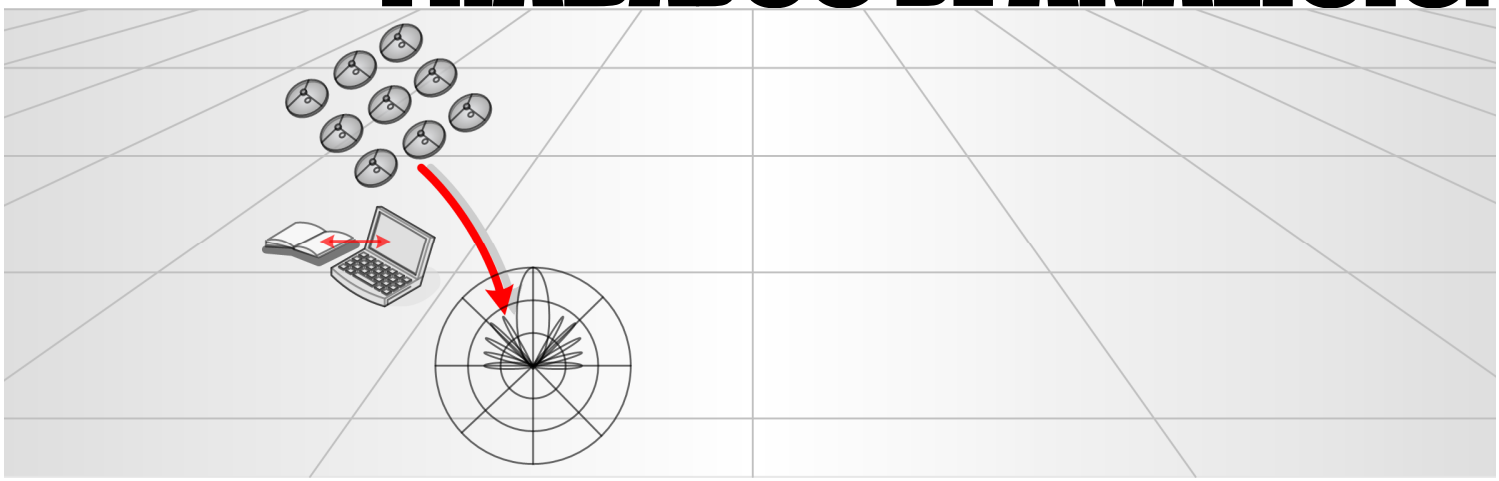
$$F_q(\theta,t)\Big|_{q\neq0} = \mathrm{e}^{j\omega t} \sum_{n=0}^{N-1} I_n\, G_{nq}\, \mathrm{e}^{jkz_n\cos\theta}\ \mathrm{e}^{jq\omega_0 t}. \quad (2\text{–}66)$$

Queda claro que es preferible minimizar la radiación lateral tanto como sea posible, de manera de hacer que el modo dominante sea el principal ($q$=0), pero teniendo en cuenta que la topografía de dicho diagrama pueda ser controlada. Desde este punto de vista, sería deseable disminuir los factores $G_{nq}$ de la (2–66), e incrementar la separación de frecuencia angular $q\omega_0$ con respecto a la frecuencia portadora $\omega$, para así disminuir la amplitud de la radiación lateral, y facilitar el filtrado de la frecuencia fundamental. Ambas condiciones no son fáciles de conseguir: la primera porque los factores $G_{nq}$ están relacionados con las funciones $g_n(t)$, cuya selección está gobernada por la necesidad de obtener el apropiado conjunto de valores $G_{n0}$; la segunda porque $\omega_0$ ha de ser intuitivamente mucho menor que la frecuencia portadora, o de otra manera el modelo de fasores que se está considerando ($I_n$ constantes) resulta inválido. Estas consideraciones están íntimamente relacionadas con la forma y el período de la función moduladora. Esto se examina con más detalle en el Capítulo 3. En ese mismo Capítulo también se analizarán otros dos aspectos de las agrupaciones con elementos modulados en el tiempo: la utilidad de este tipo de antenas para transmitir señales de comunicación (aún considerando que los elementos están siendo alimentados con señales pulsátiles que nada tienen que ver con la señal moduladora encargada de

producir información inteligible para ser transmitida), y la determinación explícita de las pérdidas generadas en la radiación lateral $q \neq 0$ (así como su relación con la radiación generada en el modo fundamental $q=0$).

# SEGUNDA PARTE:

# TRABAJOS DE ANÁLISIS.



# Capítulo 3

## Análisis de Distribuciones Continuas y Discretas. Rutinas Numéricas de Cálculo.

## 3.1 INTRODUCCIÓN.

A partir de aquí, y hasta el Capítulo 6 inclusive, se describen los trabajos de investigación realizados por el autor durante la etapa de Tesis del Tercer Ciclo.

En este Capítulo se procede a analizar el comportamiento de geometrías correspondientes a distribuciones continuas y agrupaciones de antenas (bien isotrópicas, bien de elementos cuyos campos de radiación pueden ser modelados analíticamente).

En la primera parte se analizan ciertas particularidades del comportamiento de las raíces de las distribuciones continuas de Taylor (explicadas con cierto detalle en la Sub–Sección 2.2.1, páginas 120 y ss.), para el caso de patrones de radiación de haz perfilado simétrico. El análisis de las raíces de T. T. Taylor tiene algunas reminiscencias con el análisis de las raíces del círculo de Schelkunoff, presentado en la Sub–Sección 1.5.6.2. La novedad del análisis presentado en este Capítulo consiste en ayudar a determinar con antelación las cantidades y los tipos de soluciones de distribuciones de excitación continua que se pueden llegar a obtener al rellenar varios nulos en un diagrama de radiación simétrico, previamente establecido por el diseñador. En otras palabras: una vez establecido el número de ceros rellenados, el diseñador podrá precisar cuántas distribuciones de excitación distintas generan el mismo diagrama de radiación, y cuántas de ellas son simétricas o asimétricas, reales o complejas.

En la segunda parte se realiza un análisis numérico exhaustivo para dos pares de configuraciones de agrupaciones lineales de dipolos (dispuestos paralelamente, bien alineados con el eje principal de la agrupación, bien a noventa grados de dicho eje y además considerando la presencia y/o ausencia de un plano metálico infinito frente al conjunto de elementos), utilizando las raíces del factor de agrupación, correspondientes al círculo de Schelkunoff, aunque en este caso se considera el análisis de los tipos de soluciones obtenidos según la combinación de los signos de las partes reales de dichas raíces. En este último caso, también se procede a analizar el comportamiento de ciertos parámetros de las soluciones obtenidas en función de la frecuencia. La contribución de este estudio consiste en la obtención de una idea aproximada por parte del diseñador de la influencia tanto del acoplo mutuo entre dipolos paralelos pertenecientes a una agrupación lineal, como de la presencia o ausencia del plano de tierra en los anchos de banda de ciertos parámetros de utilidad, los cuales serán definidos convenientemente.

En la tercera parte (Sub–Sección 3.4) se procede a aplicar la técnica numérica de pseudoinversión de matrices para predecir la distribución de excitación de una agrupación plana de dipolos, mediante la medida (simulada) de valores de campo (complejo) en la región de Fresnel, ver ecuación (1–123) en la página 74. La utilidad principal de esta técnica radica en la posibilidad de su implementación en casos de diagnosis, bien para determinar la distribución de excitación de una agrupación en particular, bien para intentar determinar la presencia de elementos averiados en su configuración.

La cuarta parte está dedicada a presentar brevemente la analogía existente entre la expresión del factor de agrupación de una antena y la correspondiente a una red neuronal artificial de una sola capa, aunque considerando que ésta es complejo–valuada. La contribución de señalar esta analogía consiste, no en su deducción, que es sencilla, sino en sus consecuencias: las técnicas numéricas de campos tan

dispares como la teoría de las agrupaciones de la de las redes neuronales podrán investigarse y traspasarse a de un campo a otro, tal como sucede con otras ramas de la ciencia.

La quinta parte está dedicada al estudio de las consecuencias naturales de aplicar modulación temporal a una agrupación de antenas para el control del patrón de radiación a la frecuencia portadora: se establecen, por un lado, las restricciones para poder garantizar que dicha modulación no afecte a la transmisión de señales, en caso de que la agrupación se diseñe con ese fin, y por otro, las características de los términos de potencia involucrados en el proceso (modos principal y armónicos). Con esto se contribuye a abrir nuevos caminos de investigación en una rama de la teoría de antenas largamente relegada[82].

En la sexta y última parte (Sub–Sección 3.7) se presentan dos herramientas software hechas a medida, mediante código de tercera (lenguaje C++) y cuarta (código–m de MATLAB) generación. Una de ellas permite obtener diagramas de radiación polares en tres dimensiones generados por agrupaciones planas de antenas, cuyo factor elemento es conocido, además de visualizar también las correspondientes distribuciones de amplitud y de fase. La otra consiste en la extensión de la Regla de Integración de Simpson [CHAPRA1999] a integrales dobles, y la subsecuente codificación de una rutina para su aplicación al caso específico de la potencia total radiada por una antena, ver ecuación (1–54), incluida en la expresión del cálculo de la directividad, ver ecuación (1–59). La utilidad de ambas herramientas para el caso de análisis de agrupaciones de antenas (o bien para antenas en general en el caso de la rutina de integración doble) resulta evidente.

## 3.2 INFLUENCIA DE LOS SIGNOS DE LAS RAÍCES COMPLEJAS DE TAYLOR EN DIAGRAMAS DE HAZ PERFILADO SIMÉTRICOS.

### 3.2.1 BASES MATEMÁTICAS.

Se ha comentado en el Capítulo 2 que la topografía de lóbulos laterales de diagramas suma puede ser controlada mediante la apropiada selección de las raíces en las distribuciones de Taylor [TAYLOR1955], [ELLIOTT1975], ver páginas 120 y ss. de esta Tesis. Dicho control puede extenderse también a lóbulos individuales, aún considerando topografías asimétricas (respecto del lóbulo principal, según se observa en [ELLIOTT1976]). También se ha comentado que la inserción a raíces complejas dentro de la ecuación de Taylor permite obtener diagramas de radiación con ceros rellenos [ARES1993_1], lo cual implica disponer de una mayor libertad en el control de haces, sobre todo si interesa contar con zonas de cobertura amplias, como en el caso de sistemas satelitales, en donde es necesario cubrir ciertas zonas específicas de la superficie terrestre, por citar un ejemplo. En dicho Capítulo se había desarrollado la expresión con la que es posible obtener cualquiera de los casos aquí

[82] Es posible que el olvido de esta antigua técnica (data de la década del 60, ver Sub–Sección 2.4, páginas 146 y ss.), se debe fundamentalmente a los niveles de pérdidas en armónicos que genera la modulación, que en aquella época no habían sido controlados. Con las nuevas técnicas de optimización, es posible minimizar dichas pérdidas. Esto es lo que se hace en la Sub–Sección 5.3, páginas 295 y subsiguientes.

citados, la cual estaba dada por el factor espacial de la ecuación (2–15). En ese caso, si se considera que todas las raíces ($z_{TL,n} = u_{TL,n}+jv_{TL,n}$ y $z_{TR,n} = u_{TR,n}+jv_{TR,n}$) son complejas (lo cual implica que todos los ceros controlados han sido rellenados), y que hay $\bar{n}_L - 1$ raíces (lóbulos) controladas a la izquierda del haz (zona u<0) y $\bar{n}_R - 1$ raíces (lóbulos) controladas a la derecha, dicha ecuación puede escribirse como:

$$F_{T,CA}(u) = senc(\pi u)\left[\frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1}\left(1+\frac{u}{z_{TL,n}}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1}\left(1+\frac{u}{n}\right)}\right]\left[\frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1}\left(1-\frac{u}{z_{TR,n}}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1}\left(1-\frac{u}{n}\right)}\right], \qquad (3\text{–}1)$$

donde la expresión $u=(D/\lambda)\cos\theta$ está dada en (2–7). Los valores $u_{TL,n}$ y $u_{TR,n}$ controlan las posiciones de las raíces (i.e., la posición de sus ceros), mientras que los valores $v_{TL,n}$ y $v_{TR,n}$ controlan el nivel de relleno de los nulos en dichas posiciones. Una notable propiedad de (3–1) es que, una vez establecido un conjunto de raíces $\{z_{TL,n}, z_{TR,n}\}$, el patrón en potencia (amplitud cuadrática del factor espacial) obtenido permanecerá inalterado si cualquiera de los valores de dicho conjunto se reemplaza por su complejo conjugado, de manera muy similar a lo que ocurría con las raíces del círculo de Schelkunoff pertenecientes al polinomio derivado del factor de agrupación de antenas, ver Sub–Sección 1.5.6.2, páginas 63 y subsiguientes. Sin embargo, este cambio de signo en cualquiera de las partes imaginarias de las raíces modificará tanto el diagrama de fase del patrón (es decir, la distribución del argumento de $F_{T,CA}$ en función de $u$) –lo cual no es perjudicial en modo alguno, ya que usualmente la fase del diagrama no es un parámetro relevante en el diseño de antenas–, como la distribución de abertura (amplitud y fase) asociada a éste, y cuya expresión está dada por la ecuación (2–16).

Un detallado examen de la propiedad de los signos de dichas raíces permite establecer, por un lado, el número de soluciones (dependiente del número de combinaciones de signos que pueda establecerse) que generan el mismo patrón en potencia, y, por otro, las principales características de las distintas distribuciones de excitación $g_{T,CA}(p)$. Más aún: si el patrón en potencia es simétrico, el número de soluciones disponibles se incrementa, dependiendo esto de de cómo se agrupan las raíces. Esto se analiza a continuación.

La discusión se inicia estableciendo la simetría, haciendo $\bar{n}_R = \bar{n}_L = \bar{n}$ en (3–1). Llamando $\mathcal{I}=\{z_n\}=\{u_n+jv_n\}$, con $n\in[1, \bar{n}-1]$ al conjunto de raíces obtenidas mediante un apropiado método de síntesis (como por ejemplo el método utilizado en [ARES1993_1][83]), las cuales, una vez remplazadas en los productos encerrados entre corchetes en (3–1), generan cierto diagrama de radiación simétrico. La elección de dicha simetría será justificada en el ítem [A], ver párrafos posteriores. El valor $v_n$ es diferente de cero sólo si un nulo es necesario en la posición determinada por $u_n$, según se ha comentado

[83] Este método, basado en el de una publicación anterior ([ORCHARD1985]), permite encontrar las raíces complejas de una distribución de T. T. Taylor partiendo de unos valores iniciales de raíces [las $u_n$ "naturales", definidas en la ecuación (2–11)], y perturbando sistemáticamente sus valores –utilizando, básicamente, el método de los gradientes– hasta obtener el patrón en potencia requerido. Para una discusión de un método análogo, ver Sub–Sección 1.5.6.2, páginas 63 y subsiguientes.

anteriormente. Sea $Q \leq \bar{n} - 1$ el número de ceros rellenos, contados desde el primer nulo y hacia un lado del diagrama ($u$ creciente, o $u$ decreciente). La posibilidad de cambiar los signos de las raíces permite obtener $2^{2Q}$ soluciones distintas[84] (correspondientes a las distribuciones de abertura $g_{T,CA}$ y a los diagramas de fase de $F_{T,CA}$), incluyendo aquellos casos en que una de las distribuciones resulta ser la imagen especular de otra. El análisis publicado en la literatura previa [ARES1993_1] es considerado en el ítem [A], mientras que las dos posibilidades restantes, que no han sido analizadas con anterioridad (pero están inspiradas en un trabajo análogo [KIM1988]), son consideradas en los ítems [B] y [C].

[A]. El reemplazo de $\mathcal{Z}$ dentro de los corchetes de (3–1) implica $u_{TL,n}=u_{TR,n}=u_n$, y $\pm v_{TL,n}=\pm v_{TR,n}=\pm v_n$, y determina $2^Q$ soluciones distintas, considerando que la selección $+v_n$ o $-v_n$ está disponible siempre que un nulo sea rellenado en la posición $u_n$. Las distribuciones de abertura obtenidas mediante esta selección son simétricas, y el diseñador tiene a su disposición la selección de una de ellas, mediante la aplicación de algún criterio específico, como por ejemplo elegir la distribución de amplitud que posea la menor pendiente[85] máxima, brillo de extremos reducido, menor rango dinámico (este concepto será definido a continuación), etcétera.

[B]. El reemplazo de $\mathcal{Z}$ dentro del corchete izquierdo y de $\mathcal{Z}^*$ dentro del corchete derecho de (3–1) determina, de nuevo, $2^Q$ soluciones distintas, considerando que la combinación de signos es posible; pero en este caso las $v_n$ a la izquierda han de ser opuestas a las de las derecha. Esto significa $u_{TL,n}=u_{TR,n}=u_n$, y $\pm v_{TL,n}=\mp v_{TR,n}=\mp v_n$, dando como resultado una $g_{T,CA}(p)\in\Re$ asimétrica, con una distribución de fase de abertura constante a trozos, oscilando entre dos valores (salto discreto): 0 o 180º. Esta posibilidad, que no ha sido mencionada en publicaciones anteriores a [ARES1993_1], es consecuencia –como en [A]– de la simetría del patrón en potencia, considerando las condiciones mencionadas a las raíces.

[C]. Los casos restantes ofrecen $2^{2Q}-2\times 2^Q=2^{2Q}-2^{Q+1}$ nuevas soluciones de distribución de abertura compleja, pero asimétrica. Nótese que no se imponen condiciones adicionales a las raíces, excepto, naturalmente, que no cumplan con aquéllas establecidas en los dos ítems anteriores.

### 3.2.2 EJEMPLOS.

Si se aplica el método utilizado en [ARES1993_1], es posible sintetizar, como ejemplo para enseñar el alcance del método aquí expuesto, un diagrama de haz plano generado por una antena de longitud $D=10\lambda$, rellenando $Q=\bar{n}-1=8$ nulos, estableciendo 4 lóbulos laterales a 0 dB (potencia

[84] Esto se deduce fácilmente de la siguiente manera: si se tienen $Q$ nulos rellenos tanto a la izquierda como a la derecha del haz principal, se tendrán $2Q$ nulos rellenos en total, y por lo tanto $2^{2Q}$ soluciones distintas (puesto que cada nulo relleno da lugar a 2 posibles signos de $v_n$).

[85] La pendiente de la distribución de amplitud es, naturalmente, su derivada $\partial_p|g_{T,CA}(p)|$. La pendiente máxima de una distribución es el máximo valor absoluto de dicha derivada en el rango $p\in[-1,1]$, ver (2–7). Obviamente, cuanto menor sea la pendiente máxima de una distribución, más suave será su curva. Obsérvese que en los puntos $p=\pm 1$ las derivadas han de calcularse considerando el límite unilateral, ya que la función $g_{T,CA}$ no se ha definido para $-1>p>1$.

normalizada), y los restantes a −20 dB. Para generar una zona plana de cobertura, se han rellenado dos nulos a cada lado del lóbulo principal hasta obtener una potencia de −1 dB (lo cual implica un valor de rizado de ± 0,5 dB, ver Figura 1-18, página 56, para la definición de rizado). Los demás nulos se han rellenado hasta −25 dB. El patrón en potencia obtenido se observa en la Figura 3-1 (con el listado de los valores de las raíces incluido).

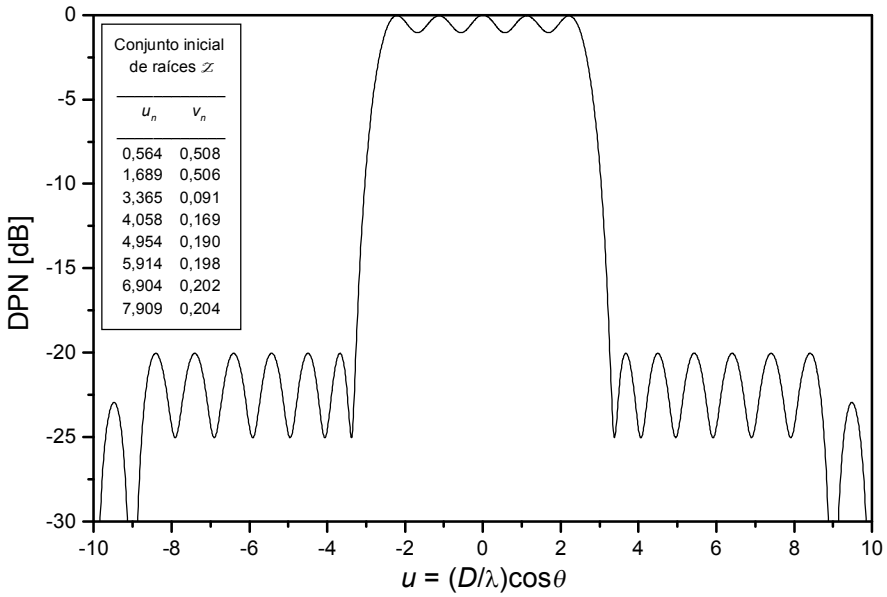



**Figura 3-1.** Patrón simétrico de haz plano con 16 nulos rellenos (8 a cada lado del haz principal).

Este patrón en potencia puede ser generado por $2^{2\times 8}$=65.536 distribuciones de excitación distintas. Puesto que resulta prácticamente imposible representar gráficamente todas las opciones disponibles, se presentan a continuación seis de ellas, estableciendo los siguientes criterios de selección:

- Para el caso de distribuciones de abertura complejas (simétricas [A] y asimétricas [C]), se ha calculado el rango dinámico definido como $R_\delta=|g_{T,CA}(p)|_{MAX}/|\ g_{T,CA}(p)|_{MIN}$ con $p\in[-1,1]$.
- Para el caso de distribuciones de abertura reales [B] se han calculado la máxima pendiente de la amplitud normalizada de $D_{gMAX}=\{|\partial_p|g_{T,CA}(p)|_{NOR}|\}_{MAX}$, con

$$\left|g_{T,CA}(p)\right|_{NOR} = \left|g_{T,CA}(p)\right| \Big/ \left|g_{T,CA}(p_0)\right|, \qquad (3\text{–}2)$$

siendo $p_0\in[-1,1]$ el punto en donde la amplitud de excitación alcanza su valor máximo.

En la Figura 3–2 se muestran los mejores y los peores casos del conjunto de soluciones disponibles. Según se observa, el $|R_\delta|_{MIN}$=1,91 corresponde a una solución complejo–simétrica (CS), mientras que el $|R_\delta|_{MAX}$=(1901,00) corresponde a un caso complejo–asimétrico (CA). La pendiente en los casos reales asimétricos (RA) está restringida entre los valores $0{,}72\leq D_{gMAX}\leq 1{,}65$.

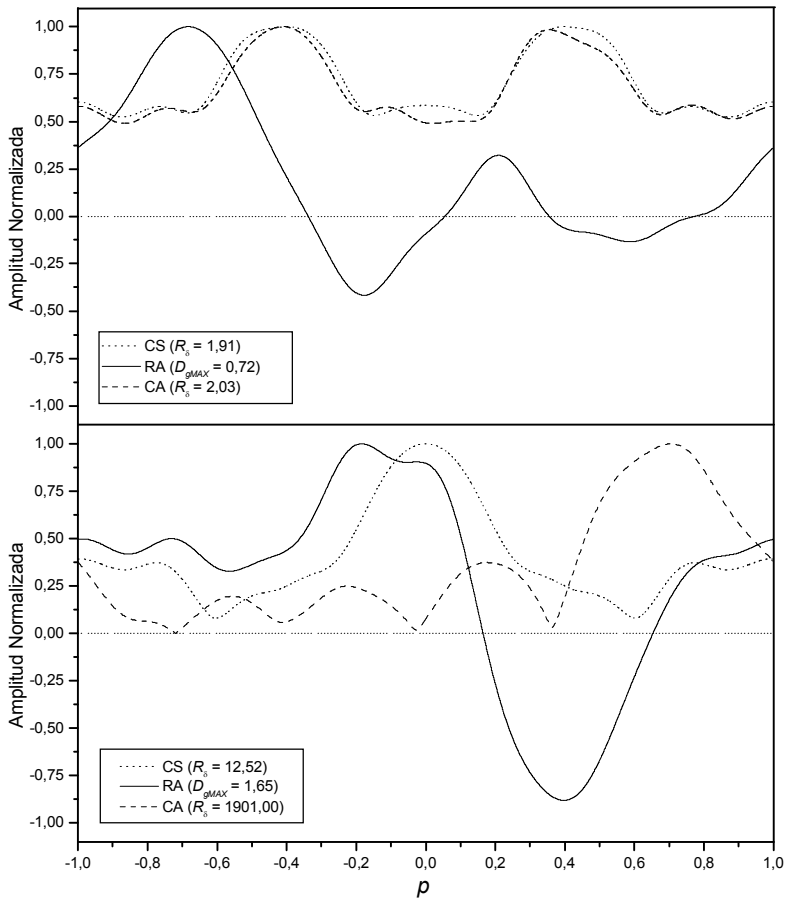



**Figura 3-2.** Distribuciones de amplitud con las que se obtienen los peores y mejores valores de los parámetros establecidos en la Sub–Sección de ejemplos. La gráfica superior corresponde a los mejores valores.

### 3.2.3 CONCLUSIONES.

Es posible obtener $2^{2Q}$ soluciones diferentes si se rellenan $Q$ nulos a cada lado del haz principal del diagrama de radiación, explotando la característica de simetría. En trabajos previos se han considerado los $2^Q$ casos que corresponden a distribuciones simétricas complejo–valuadas, las cuales son útiles, mediante la apropiada discretización de las distribuciones, para Agrupaciones Lineales Alimentadas Centralmente (*Corporate–Fed Arrays*). En estas últimas Sub–Secciones se ha visto que se pueden obtener adicionalmente $2^{2Q}–2^Q$ soluciones asimétricas ($2^Q$ corresponden a distribuciones de abertura reales, y las restantes a distribuciones complejas), útiles, por ejemplo, para ser aplicadas a Agrupaciones Lineales Alimentadas Lateralmente (*End–Fed Arrays*). Las distribuciones de aberturas reales y simétricas sólo están disponibles si se hace corresponder a cada una de las raíces complejas de $F_{T,CA}(u)$ su correspondiente par conjugado, según se detalla en [ARES1994], pero los conjuntos de raíces requeridos en dichos casos no coinciden con aquéllos presentados aquí. Además, el ancho de haz del patrón de potencia obtenido de esa manera se ensancha considerablemente para la misma cantidad de nulos rellenos.

## 3.3 ANÁLISIS DE ANCHOS DE BANDA DE AGRUPACIONES LINEALES DE DIPOLOS.

Se ha demostrado, ver Sub–Sección 1.5.6.2 (página 63 y subsiguientes), que el problema de sintetizar una agrupación lineal que genere un patrón de haz perfilado mediante el rellenado de $Q$ nulos permite la selección de la mejor (en términos de criterios relacionados con la distribución de excitación) de entre $2^Q$ soluciones alternativas de distribución de excitación. Esta multiplicidad de soluciones ha sido tenida en cuenta en trabajos anteriores [KIM1988] para seleccionar la distribución de excitación que tenga menores posibilidades de ser afectada por el acoplo mutuo entre elementos, de manera análoga a como se ha procedido en las Sub–Secciones anteriores. Como en el caso de agrupaciones de dipolos (o de cualquier otro tipo de elemento), usualmente se ha considerado que dicho efecto depende en gran medida del rango dinámico $R_\delta=|I_n|_{MAX}/|I_n|_{MIN}$, $\forall n\in[0,N-1]$, o bien de la variabilidad $V_\delta=(|I_n|/|I_{n\pm1}|)_{MAX}$, $\forall n\in[1,N-2]$, siendo $N$ el número de elementos que componen la agrupación.

Utilizando la característica de multiplicidad, a continuación se examinan los anchos de banda de la calidad del patrón de radiación o de la impedancia de entrada correspondientes a agrupaciones lineales de dipolos, comparando las $2^Q$ soluciones disponibles generadas por una distribución real ($I_n\in\Re$ $\forall n\in[0,N-1]$) simétrica que genera un patrón en potencia de haz plano aproximadamente igual al de la publicación de Kim y Elliott citada anteriormente, aunque para esto será necesario introducir elementos adicionales en la agrupación, según se verá en las siguientes Sub–Secciones. También se examina la influencia de un plano de tierra cercano a la agrupación, con características similares a las presentadas en la Sub–Sección 2.2.2, páginas 130 y subsiguientes.

### 3.3.1 AGRUPACIÓN LINEAL DE DIPOLOS PARALELOS.

#### 3.3.1.1 SOLUCIÓN GENERAL SIN PLANO DE TIERRA.

Considérese una agrupación, similar al de la Figura 3-3, de $N$=20 dipolos de longitud $2L=\lambda_D/2$ y radio $a$=0,004763 $\lambda_D$ (un valor establecido en [ELLIOTT2003]), todos ellos paralelos al eje $x$ y equiespaciados una distancia $d=\lambda_D/2$ a lo largo del eje z, siendo $\lambda_D$ la longitud de onda de la frecuencia de diseño. Para esta agrupación se ha utilizado el método de Orchard y colaboradores [ORCHARD1985], ver Sub–Sección 1.5.6.2, para encontrar una solución al problema de sintetizar un patrón en potencia de haz plano (*flat top beam*) generado con $Q$=6 nulos rellenos, un ancho de haz de aproximadamente 52º entre primeros nulos (a izquierda y a derecha del haz principal), ±0,5 dB de rizado, y un nivel máximo de lóbulos laterales de –20 dB (ver Figura 3-4, línea continua), considerando la correspondiente transformación de la ecuación (2–24) aplicada a cada elemento, y luego utilizando el principio de superposición, ver Sub–Sección 1.5.6, para hallar el patrón normalizado radiado en campo lejano[86]. Este método permitió encontrar directamente el conjunto de $N$–1 raíces considerando la

[86] El principio de superposición es aplicable, ya que el acoplo mutuo entre elementos se tiene en cuenta, ver párrafos posteriores.

ecuación (1–102), de las cuales $Q$ eran complejas $\varpi_q = e^{a_q + j\,b_q}$ (siendo $q$ los índices que corresponden a dicho sub–conjunto) tras lo cual se procedió a estudiar las $P$–1=$2^Q$–1=$2^6$–1=63 distribuciones de excitación restantes que son capaces de radiar el mismo patrón en potencia, según lo establecido en la Sub–Sección 1.5.6.2, mediante la generación de todas las combinaciones de signos de los seis valores $a_q \neq 0$.

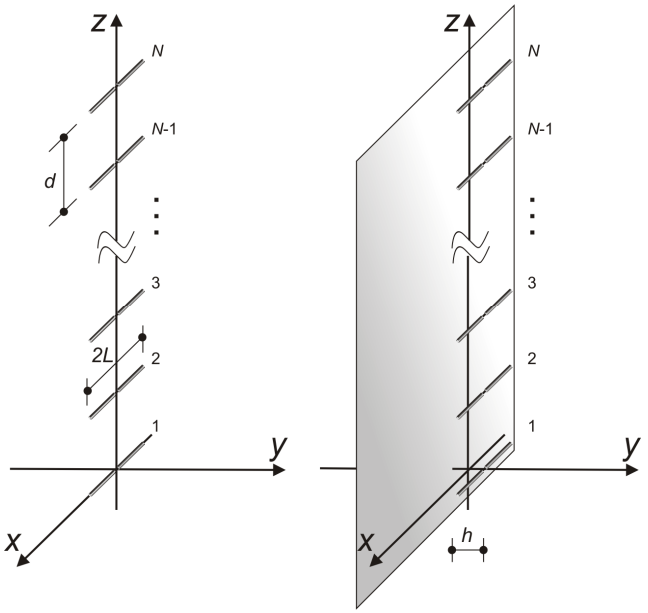



**Figura 3-3.** Agrupación lineal de dipolos paralelos (derecha, con plano de tierra infinito), distribuidos a lo largo del eje *z*, y alineados paralelamente al eje *x*.

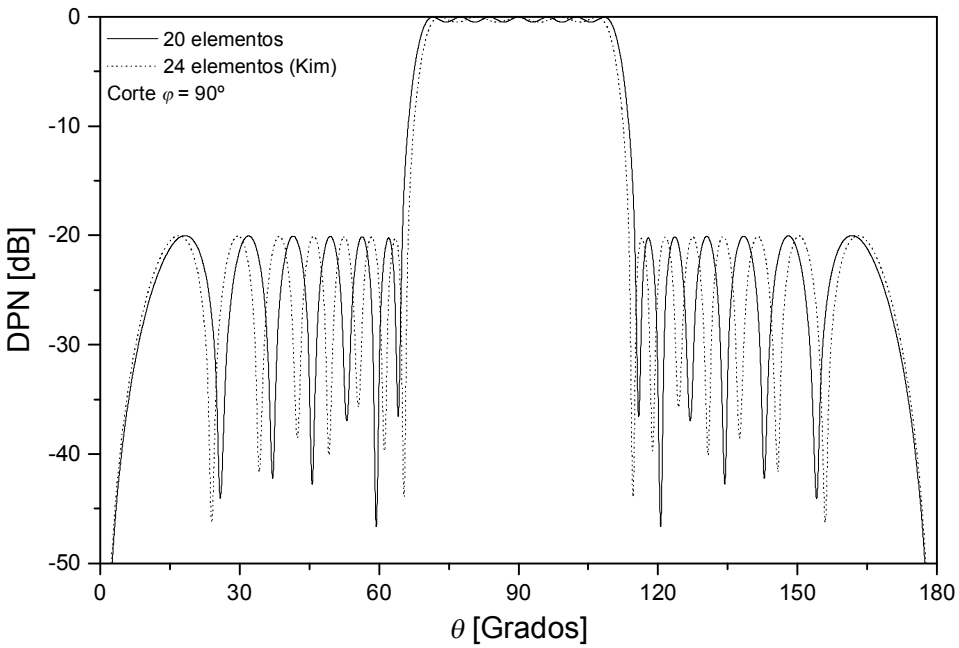



**Figura 3-4.** Línea continua: Patrón en potencia de haz plano con $Q$=6 nulos rellenos, ancho de haz de primer nulo de 52º, rizado de ±0,5 dB y nivel de lóbulos laterales a –20 dB, generado por una agrupación de 20 dipolos paralelos separados $\lambda_D/2$. Línea de puntos: Patrón similar, con $Q$=8 nulos rellenos, generado por una agrupación de 24 dipolos separados $\lambda_D/2$, con una distribución de excitación real ($I_n \in \Re$).

Para cada una de las $P$ distribuciones de excitación ${}^{(p)}[I_n]$ obtenidas ($p \in [1,P=64]$), se calcularon las correspondientes distribuciones de voltajes ${}^{(p)}[V_n]$ requeridas, mediante la ecuación (1−116) aplicada sucesivamente, con $N$=20, calculando las impedancias mutuas y autoimpedancias ${}^{(p)}[Z_{mn}]$ mediante la formulación simplificada por R. C. Hansen [HANSEN1972], y obtenida de la expresión (2–26), ver Sub−Sección 2.2.3 (allí se ha explicado que la autoimpedancia se obtiene considerando en la $Z_{mn}$ la distancia es igual al diámetro del dipolo). A continuación se calcularon las correspondientes impedancias activas ${}^{(p)}[Z^a{}_n]$= ${}^{(p)}[R^a{}_n+jX^a{}_n]$ utilizando la (1−117).

Finalmente, se investigaron la tolerancia de las soluciones a desviaciones en frecuencia, respecto de la de diseño $f_D$=c/$\lambda_D$ en términos de las características de impedancia activa ${}^{(p)}\left|Z_1^a\right|$, ${}^{(p)}\left|R_1^a\right|$, ${}^{(p)}\left|X_1^a\right|$, ${}^{(p)}\left|Z_{10}^a\right|$, ${}^{(p)}\left|R_{10}^a\right|$ y ${}^{(p)}\left|X_{10}^a\right|$, es decir los módulos de las impedancias, resistencias y reactancias de los elementos del borde y del centro de la agrupación, teniendo en cuenta que éstos serán los más afectados con el cambio de frecuencia, ya que son los que reciben la influencia de la mayor cantidad de elementos cercanos, y también porque la mayoría de las agrupaciones que generan un haz plano, como es el caso en estudio, son diseñadas en base a esas impedancias. Por otra parte, también se consideraron los cambios producidos en los valores máximos ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$, ${}^{(p)}|R^a|_{MAX}$ y ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$. Respecto del patrón en potencia, se estudiaron las variaciones del rizado ${}^{(p)}\{\rho_{\mathrm{MAX}}\}$ en la zona de cobertura, del nivel de lóbulos laterales ${}^{(p)}\{NLL\}$ y de ancho de haz de mitad de potencia ${}^{(p)}\{A_{H,-3\mathrm{dB}}\}$, medidos en el plano $xy$. Para cada solución, se fijaron los valores de voltaje ${}^{(p)}[V_n]$ obtenidos para cada una de las $P$ soluciones disponibles[87], para luego, variando la frecuencia en saltos ${}^{(p)}\Delta f = \Delta f = f_D/300$, calcular inicialmente las impedancias mutuas ${}^{(p)}[Z_{mn}]$ y luego la distribución de excitación correspondiente ${}^{(p)}[I_n]$ −aplicando la (1−118)− y los patrones en potencia resultantes. De esta manera se determinaron ${}^{(p)}f_H = {}^{(p)}f_{H^*} - \Delta f$ y ${}^{(p)}f_L = {}^{(p)}f_{L^*} + \Delta f$ (donde ${}^{(p)}f_{H^*}$ y ${}^{(p)}f_{L^*}$ son, respectivamente, la menor frecuencia mayor que $f_D$ y la mayor frecuencia menor que $f_D$ a las cuales las características consideradas para la solución $p$ difieren en más de una determinada cantidad $\delta$ respecto de su valor a $f_D$)[88], y se calcularon los anchos de banda, en tanto por ciento, con la fórmula

$$ {}^{(p)}BW_{\%} = 100\frac{\left[{}^{(p)}f_H - {}^{(p)}f_L\right]}{f_D}. \qquad (3–3) $$

Para ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$, ${}^{(p)}|R^a|_{MAX}$, ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$, y las correspondientes propiedades de los elementos 1 y 10, ver párrafos anteriores, se consideraron variaciones $\delta_{\left|Z^a\right|_{MAX}} = \delta_{\left|R^a\right|_{MAX}} = \delta_{\left|X^a\right|_{MAX}} = \ldots = 15\%$ respecto de los correspondientes valores de dichas características a la frecuencia de diseño $f_D$; para el ancho de haz de

[87] Mediante consulta directa, el Dr. R. C. Hansen (autor de [HANSEN1998]) les comentó al autor y al director de esta Tesis que, de acuerdo a su experiencia, las agrupaciones que irradian patrones de haz perfilado son, la mayoría de las veces, diseñadas a voltaje constante.

[88] Nótese que esta es la definición usual de ancho de banda, ver página 37.

−3 dB, se tomó $\delta_{AH}$=±2º, para el rizado, $\delta_R$=±0,5 dB; y para el nivel de lóbulos laterales, $\delta_{NLL}$=±3 dB para niveles mayores a −20 dB y $\delta_{NLL}$=±∞ en cualquier otro caso.

### 3.3.1.2 Solución Real Simétrica Sin Plano de Tierra.

Para sintetizar una agrupación con distribución de excitación real pura que genere un patrón en potencia similar al de la Sub−Sección anterior, se consideró una agrupación compuesta por *N*=24 elementos con 8 raíces $e^{a_q+jb_q}$ fuera del círculo de Schelkunoff (ver Sub−Sección 1.5.6.2), cada una de ellas junto a $e^{a_q-jb_q}$ y $e^{-a_q+jb_q}$ [KIM1988]; con este tamaño de agrupación y dichas restricciones, aplicando el método de Orchard et al. [ORCHARD1985] se obtuvo la solución única cuyo patrón de densidad de potencia se observa en la Figura 3−4 (línea de puntos). Se eligió este patrón, ya que al incrementarse el número de nulos rellenos se ensanchaba excesivamente el haz. Para esta solución se calcularon los mismos anchos de banda que los especificados en la Sub−Sección 3.3.1.1, excepto que $^{(p)}\left|Z_{10}^{a}\right|$, $^{(p)}\left|R_{10}^{a}\right|$ y $^{(p)}\left|X_{10}^{a}\right|$, fueron reemplazados por $^{(p)}\left|Z_{12}^{a}\right|$, $^{(p)}\left|R_{12}^{a}\right|$ y $^{(p)}\left|X_{12}^{a}\right|$, respectivamente (elementos de la primera mitad de las correspondientes agrupaciones de 20 y 24 elementos).

### 3.3.1.3 Solución General Con Plano de Tierra.

Se repitieron todos los cálculos descritos anteriormente, pero para el caso de una agrupación lineal ubicada en el plano $y=h/2=\lambda_D/8$, con un plano de tierra (infinito) ubicado en $y=-h/2=-\lambda_D/8$, ver Figura 3-3 (derecha).

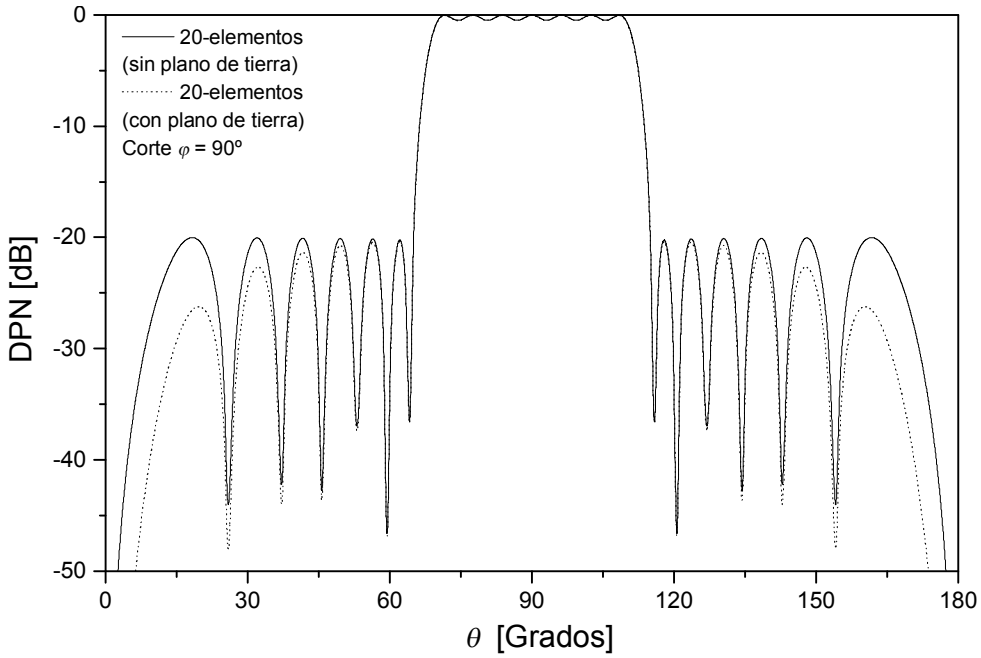



**Figura 3-5.** Línea continua: Patrón en potencia de haz plano de la Figura 3-4 (línea continua). Línea de puntos: Patrón obtenido cuando un plano de tierra es ubicado detrás de la agrupación a una distancia $\lambda_D/4$ (manteniendo la distribución de corriente $I_n$ inalterada).

En este caso, las distribuciones de excitación ${}^{(p)}[I_n]$ fueron las mismas que las especificadas anteriormente. Los voltajes ${}^{(p)}[V_n]$ fueron hallados utilizando la ecuación (1–116), aplicada consecutivamente a las *P* soluciones, pero esta vez al calcularse las impedancias mutuas ${}^{(p)}[Z_{mn}]$ se tuvo en cuenta el método de las imágenes, establecido en la ecuación (2–27), ver Sub–Sección 2.2.3, teniendo en cuenta que el cálculo numérico de dichas impedancias fue realizado con la simplificación a la integral numérica dada en [HANSEN1972], como antes. El patrón en potencia se calculó considerando también el método de las imágenes, aplicando la (2–25) convenientemente transformada y utilizando el principio de superposición, tomando las medidas en el plano principal *yz*. Para la determinación de los anchos de banda, dichos voltajes ${}^{(p)}[V_n]$ fueron fijados y las impedancias activas ${}^{(p)}[Z_n^a]$ fueron calculadas, como antes, usando la ecuación (1–117). En la Figura 3-5 se observan los patrones generados por las agrupaciones de *N*=20 elementos (*Q*=6 nulos rellenos), con (línea continua) y sin (línea de puntos) plano de tierra.

### 3.3.1.4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Por sencillez, los resultados principales están resumidos en la Tabla 3–1, en la que los símbolos entre paréntesis indican el tipo de distribución de corriente: (R)eal, (C)ompleja, (S)imétrica o (A)simétrica.

A continuación se citan los resultados más relevantes obtenidos luego de realizar una cuidadosa investigación de las soluciones generadas.

Sin el plano de tierra, los rangos de los anchos de banda de rizado para el caso de la agrupación de 20 elementos fueron desde el 13,33 % (ocho soluciones), a 15,17% (dos soluciones, siendo una de ellas la solución con todas las raíces "fuera" del círculo de Schelkunoff). Los anchos de banda de *NLL* estuvieron limitados entre 39,17% y 41,17%, mientras que los anchos de banda de ancho de haz (–3 dB) oscilaron entre 7,67% (dos soluciones, una de ellas correspondiente a la de mayor ancho de banda de rizado) y 8,83%.

Respecto de las variaciones relativas de impedancias de la agrupación, los extremos de los rangos fueron más dispares: el ancho de banda ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$ varió de 5,17% (todas las raíces fuera, y todas las raíces dentro del círculo) a 15,83%; en la mayoría de los casos el ancho de banda de ${}^{(p)}|R^a|_{MAX}$ varió entre 11,17% y 23,00% (dos soluciones, una de ellas correspondiente a la de menor ancho de banda de *NLL*), a pesar de que ocho soluciones tuvieron anchos de banda significativamente más estrechos, oscilando entre 1,33% y 5,17% (este último asociado al mayor ancho de banda de ancho de haz). El ancho de banda de ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$ osciló, en la mayoría de los casos, entre 1,33% (seis soluciones, una de ellas coincidente con el caso de menor ancho de banda de *NLL*) y 6,83% (coincidiendo con el menor ancho de banda de ${}^{(p)}|R^a|_{MAX}$), con las excepciones de las soluciones con todas las raíces dentro y todas las raíces fuera del círculo, cuyos anchos de banda de ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$ fueron de 24,67%. Casi todos los anchos de banda de ${}^{(p)}|Z^a{}_1|_{MAX}$ estuvieron en el rango de 13,00% a 18,17% (las dos excepciones fueron de 8,83% –solución de todas las raíces dentro–, y de 9,83%); casi todos los anchos de banda de ${}^{(p)}|R^a{}_1|$ estuvieron entre 20,00% y 22,33% (con la única excepción de la solución con todas las raíces dentro, de un 18,33%); y todos los anchos de banda de ${}^{(p)}|X^a{}_1|$ estuvieron entre 1,00% y 2,17%. Casi todos los

anchos de banda de $^{(p)}|Z^a_{10}|$ oscilaron entre 10,00% y 13,83% (con la única excepción de la solución con todas las raíces dentro, con un valor del 5,50%); casi todos los anchos de banda de $^{(p)}|R^a_{10}|$ oscilaron entre 14,67% y 19,83% (aunque siete de ellos fueron del 20,00 al 24,00%, y dos fueron, específicamente, del 10,00% y del 12,83%); por último, todos los anchos de banda de $^{(p)}|X^a_{10}|$ excepto dos de ellos fueron del 1,00% o del 0,67%, siendo una de las excepciones de 0,83% y la otra de 3,00%.

| Número de elementos | Anchos de Banda (%) | Sin plano de tierra | | Con plano de tierra | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Max | Min | Max | Min |
| 20 | **Rizado** | 15,17 (CS) | 13,33 (CA) | 19,33 (RA) | 14,67 (CA) |
| | ***NLL*** | 41,17 (CA) | 39,17 (CS) | 73,50 (CS) | 68,86 (RA) |
| | **–3dB** | 8,83 (CA) | 7,67 (CS) | 8,50 (CA) | 7,83 (CS) |
| | $^{(r)}\|Z^a\|_{MAX}$ | 15,83 (CA) | 5,17 (RA) | 15,67 (CS) | 2,00 (RA) |
| | $^{(r)}\|R^a\|_{MAX}$ | 23,00 (RA) | 1,33 (RA) | 19,00 (CA) | 7,67 (RA) |
| | $^{(r)}\|X^a\|_{MAX}$ | 24,67 (RA) | 1,33 (CS) | 5,67 (CA) | 2,33 (RA) |
| | $^{(r)}\|Z^a_1\|$ | 18,17 (CA) | 8,83 (RA) | 8,17 (RA) | 5,67 (RA) |
| | $^{(r)}\|R^a_1\|$ | 22,33 (CA) | 18,83 (RA) | 11,67 (CA) | 8,67 (RA) |
| | $^{(r)}\|X^a_1\|$ | 2,17 (RA) | 1,00 (CA) | 4,00 (RA) | 2,33 (CA) |
| | $^{(r)}\|Z^a_{10}\|$ | 13,83 (RA) | 5,50 (RA) | 18,50 (CA) | 4,33 (RA) |
| | $^{(r)}\|R^a_{10}\|$ | 24,00 (CS) | 10,00 (RA) | 20,50 (CA) | 4,50 (RA) |
| | $^{(r)}\|X^a_{10}\|$ | 3,00 (RA) | 0,67 (CA) | 4,50 (RA) | 1,00 (CA) |
| 24 (RS) | **Rizado** | 8,67 | | 10,17 | |
| | ***NLL*** | 30,33 | | 73,67 | |
| | **–3dB** | 8,17 | | 8,00 | |
| | $^{(r)}\|Z^a\|_{MAX}$ | 4,33 | | 3,17 | |
| | $^{(r)}\|R^a\|_{MAX}$ | 3,33 | | 9,00 | |
| | $^{(r)}\|X^a\|_{MAX}$ | 13,00 | | 3,50 | |
| | $^{(r)}\|Z^a_1\|$ | 7,50 | | 5,33 | |
| | $^{(r)}\|R^a_1\|$ | 16,50 | | 7,83 | |
| | $^{(r)}\|X^a_1\|$ | 2,50 | | 4,00 | |
| | $^{(r)}\|Z^a_{10}\|$ | 11,50 | | 9,17 | |
| | $^{(r)}\|R^a_{10}\|$ | 16,50 | | 12,67 | |
| | $^{(r)}\|X^a_{10}\|$ | 0,67 | | 2,00 | |

**Tabla 3- 1**. Anchos de banda máximos y mínimos para los parámetros considerados en el estudio.

La inserción del plano de tierra provocó un estrechamiento de las bandas de $^{(p)}|R^a|_{MAX}$ y $^{(p)}|X^a|_{MAX}$ de las 64 soluciones: la banda de $^{(p)}|R^a|_{MAX}$ osciló entre 7,67% y 19,00%, mientras que la de $^{(p)}|X^a|_{MAX}$ estuvo

entre el 2,33% y el 5,67% (en particular, los valores excepcionalmente anchos de las soluciones de todas las raíces fuera y todas las raíces dentro del círculo desaparecieron). En contrapartida, los rangos de los anchos de banda de ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$, ${}^{(p)}|Z^a{}_{10}|$, ${}^{(p)}|R^a{}_{10}|$, ${}^{(p)}|X^a{}_{10}|$, ${}^{(p)}|X^a{}_1|$, rizado y nivel de lóbulos laterales, se ensancharon ligeramente. En los últimos cuatro casos, sin embargo, el mayor efecto del plano de tierra fue incrementar el rango de anchos de banda (de 13,33–15,17% a 14,67–19,33% para el rizado, de 39,17–41,17% a 68,83–73,50% para el nivel de lóbulos laterales, de 1,00–2,17% a 2,33–4,00% para $|X^a{}_1|$ y de 0,67–3,00% a 1,00–4,50% para el ${}^{(p)}|X^a{}_{10}|$ (ningún ancho de banda de ${}^{(p)}|X^a{}_{10}|$ fue más estrecho cuando el plano de tierra estaba presente, respecto de los correspondientes anchos de banda cuando se quitaba el plano); mientras que en todas las soluciones, excepto cinco de ellas, el mayor efecto sobre las bandas de ${}^{(r)}|Z^a{}_{10}|$ y ${}^{(p)}|R^a{}_{10}|$ fue estrecharlas. Los rangos de las bandas de ${}^{(p)}|Z^a{}_1|$ y ${}^{(p)}|R^a{}_1|$ fueron estrechados, y los valores de banda disminuidos, de 8,83–18,17% a 5,67–8,17% para ${}^{(p)}|Z^a{}_1|$ y de 18,33–22,33% a 8,67–11,67% para ${}^{(p)}|R^a{}_1|$. En varios casos, pero no en todos, las soluciones con valores extremos de ancho de banda mantuvieron sus valores extremos en ambos casos (con plano de tierra y sin él).

Las dos soluciones obtenidas con la agrupación de 24 elementos dieron cuenta del coste de imponer la restricción a las excitaciones de ser reales y simétricas. Sin el plano de tierra, la mayoría de las bandas fueron menores que para la agrupación de 20 elementos, o similares a los valores más pequeños obtenidos para dicha agrupación, con valores de 8,67% para el rizado, 30,33% para el *NLL*, 4,33% para el ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$, 3,33% para el ${}^{(p)}|R^a|_{MAX}$, 7,50% para ${}^{(p)}|Z^a{}_1|$, 16,50% para ${}^{(p)}|R^a{}_1|$ y 0,67% para ${}^{(p)}|X^a{}_{10}|$ (sólo las bandas de ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$ con un 13,00%, y la de ${}^{(p)}|X^a{}_1|$, con un 2,50%, fueron más anchas que las de la agrupación de 20 elementos). Con plano de tierra, se observaron, en general, las mismas diferencias cualitativas con respecto a la correspondiente agrupación compuesta por 20 elementos, siendo la desviación más notable la de la banda de *NLL*, con un valor del 73,67%.

#### 3.3.1.5 Conclusiones.

La multiplicidad de soluciones generadas por el relleno de nulos permite seleccionarlas de acuerdo a ciertos parámetros de interés (principalmente los anchos de banda de ${}^{(p)}|X^a|_{MAX}$ y ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$). La inserción del plano de tierra duplica, aproximadamente, el ancho de banda del nivel de lóbulos laterales (incremento de 70%). Las soluciones de distribuciones de excitación reales simétricas obtenidas al incrementar el número de elementos de la agrupación generalmente tienen anchos de banda más limitados que aquellas soluciones que no son reales simétricas.

### 3.3.2 Agrupación Lineal de Dipolos Colineales.

En esta Sub–Sección se procede a realizar un análisis similar a los expuestos anteriormente, pero esta vez considerando agrupaciones lineales de dipolos alineados con el eje de la agrupación, ver siguiente Figura.

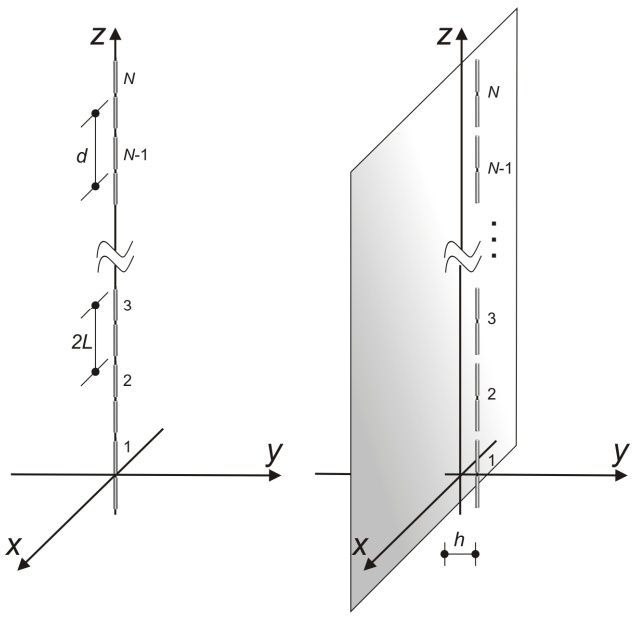



**Figura 3-6.** Agrupación lineal de dipolos colineales (derecha, con plano de tierra infinito), distribuidos a lo largo del eje *z* y alineados paralelamente al mismo eje.

### 3.3.2.1 Solución General y Solución Real Simétrica, Con y Sin Plano de Tierra.

Esta vez se consideraron agrupaciones de $N$=10 y $N$=20 dipolos colineales, de longitud $2L=\lambda_D/2$ y radio $r_D$=0,004763 $\lambda_D$ (ver [ELLIOTT2003]), como antes, alineados a lo largo del eje *z*, con sus centros separados una distancia $d=\lambda_D/2$, ver Figura 3-6. Para cada una de dichas agrupaciones se utilizó nuevamente el método de Orchard et al. [ORCHARD1985] para sintetizar un diagrama de haz plano simétrico con $Q$=2 (cuando $N$=10) o $Q$=6 (cuando $N$=20), con un rizado de ±0,5 dB y $NLL$=–20 dB (uniforme). Como antes, se determinó un conjunto de $N$–1 raíces, de las cuales $Q$ eran complejas $\varpi_q = e^{a_q + j b_q}$ , de las que se obtuvieron las $P$–1=$2^Q$–1=3 (para $N$=10) o $P$–1=$2^Q$–1=63 (para $N$=20) restantes mediante la apropiada combinación de signos de los exponentes $a_q$, según se ha visto en las Sub–Secciones anteriores. Para cada solución se calcularon entonces las autoimpedancias y las impedancias mutuas como antes, mediante la utilización de la (2–26) –considerando de nuevo la simplificación de R. C. Hansen [HANSEN1972]–, las cuales fueron luego utilizadas para obtener los conjuntos de voltajes de entrada ${}^{(p)}[V_n]$ mediante la ecuación matricial (1–116), estableciendo ${}^{(p)}[I_n]$ como las obtenidas con el método de Orchard et. al. A continuación se calcularon las correspondientes impedancias activas ${}^{(p)}[Z^a{}_n]={}^{(p)}[R^a{}_n+jX^a{}_n]$ mediante (1–117). Los anchos de banda investigados fueron los del cambio del rizado, nivel de lóbulos laterales ($NLL$), ancho de haz de –3 dB, e impedancia activa máxima ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$. Con este objetivo, de la misma manera que en las Sub–Secciones anteriores, se fijaron los voltajes ${}^{(p)}[V_n]$ obtenidos, y, partiendo de la frecuencia de diseño, se procedió a ejecutar un algoritmo numérico para recorrer rangos de frecuencias hacia la derecha (ascendentes) y hacia la izquierda (descendentes), a saltos de ${}^{(p)}\Delta f=\Delta f=f_D/300$. Para cada secuencia, se recalcularon las

impedancias ${}^{(p)}[Z_{mn}]$, se resolvió el sistema (1–118) para obtener las excitaciones ${}^{(p)}[I_n]$, para así calcular los correspondientes patrones en potencia resultantes de la aplicación del principio de superposición, considerando los correspondientes factores elemento (2–24), además de las impedancias activas (o de inserción), según la ecuación (1–117). De esta manera, para cada uno de los parámetros de interés (rizado, etc.) se determinaron ${}^{(p)}f_H$ y ${}^{(p)}f_L$ (ver Sub–Secciones anteriores), con el ancho de banda establecido por la ecuación (3–3). Los valores $\delta$ para los parámetros a analizar fueron: $\delta_{|Z^a|_{MAX}} = 15\%$ respecto del valor ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$ a la $f_D$; para el ancho de haz a –3dB, $\delta_{AH}=\pm 2º$, para el rizado, $\delta_R=\pm 0{,}5$ dB; y para el nivel de lóbulos laterales, $\delta_{NLL}=\pm 3$ dB para niveles mayores a –20 dB y $\delta_{NLL}=\pm\infty$ en cualquier otro caso.

Una vez que las agrupaciones de 10 y 20 elementos fueron analizadas según lo establecido, se procedió a investigar los mismos parámetros pero para agrupaciones con distribuciones de excitación reales simétricas que radiaran un patrón de aproximadamente el mismo ancho de haz plano que en los casos de 10 y 20 elementos. Para este propósito, al igual que en el caso de la agrupación lineal compuesta por dipolos paralelos, fue necesario incrementar los valores de *N* y *Q* para obtener patrones similares a los especificados para las agrupaciones de 10 y 20 elementos, estableciendo *N*=12 y *Q*=4 para igualar el patrón de la primera, y *N*=24, *Q*=8 para igualar el patrón de la segunda agrupación [KIM1988]. Como en el caso de dipolos paralelos, las soluciones con el método de Kim–Elliottt son únicas.

Finalmente, todos los cálculos mencionados anteriormente fueron repetidos con agrupaciones compuestas por los mismos *N* y *Q*, pero con un plano de tierra a una distancia $\lambda_D/4$ de aquéllas, considerando que en este caso las impedancias y el factor elemento han de ser convenientemente modificados, aplicando las fórmulas (2–27) y (2–25) respectivamente. Para los cálculos, los patrones se tomaron en el plano principal *yz*.

### 3.3.2.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Los anchos de banda máximo y mínimo obtenidos con agrupaciones sin plano de tierra se pueden observar en la Tabla 3–2, los cuales se comparan con los resultados obtenidos para agrupaciones de dipolos paralelos obtenidas anteriormente (ver Tabla 3–1). En las dos columnas de la derecha de esta Tabla se observan los tipos de distribuciones de corriente, especificadas como en el caso de agrupaciones de dipolos paralelos. El resultado más relevante con los dipolos paralelos es el incremento de los anchos de banda de rizado y *NLL*, y esto seguramente se debe al menor acoplo electromagnético existente entre dipolos contiguos (comparando con el acoplo de dipolos paralelos). La banda del ancho de haz ha cambiado muy poco, y la banda de máxima amplitud de impedancia activa ${}^{(p)}|Z^a|_{MAX}$ es ligeramente más estrecha (excepto en el caso de 24 elementos con distribución de excitación real simétrica) con la nueva orientación de los dipolos. Hubo diferencias similares entre ambos tipos de agrupaciones con la inserción del plano de tierra, ver Tabla 3–3. Para cada tipo de agrupación (dipolos paralelos o colineales), el plano de tierra tuvo efectos poco pronunciados (excepto en casos específicos comentados anteriormente), especialmente para el caso de dipolos alineados.

| Número de elementos | Ancho de Banda (%) | Dipolos Paralelos | | Dipolos Colineales | | Tipo | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Max | Min | Max | Min | Max | Min |
| 10 | Rizado | 13,00 | 11,33 | 151,00 | 68,67 | RA | CS |
| | NLL | 57,17 | 54,17 | 188,83 | 149,83 | CS | CS |
| | –3dB | 9,67 | 8,83 | 9,83 | 9,00 | RA | CS |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 14,67 | 10,50 | 10,33 | 8,50 | RA | CS |
| 12 | Rizado | 10,33 | | 138,17 | | RS | |
| | NLL | 42,50 | | 167,67 | | | |
| | –3dB | 6,83 | | 6,67 | | | |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 9,33 | | 8,67 | | | |
| 20 | Rizado | 15,17 | 13,33 | 127,17 | 40,83 | RA | CA |
| | NLL | 41,17 | 39,17 | 107,00 | 100,67 | CS | RA |
| | –3dB | 8,83 | 7,67 | 8,33 | 7,50 | CA | CA |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 15,83 | 5,17 | 15,33 | 1,67 | CS | RA |
| 24 | Rizado | 8,67 | | 127,83 | | RS | |
| | NLL | 30,33 | | 121,83 | | | |
| | –3dB | 8,17 | | 8,00 | | | |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 4,33 | | 10,50 | | | |

**Tabla 3- 2**. Anchos de banda de rizado, *NLL*, ancho de haz a –3 dB y $^{(p)}|Z^a|_{MAX}$ de agrupaciones de dipolos colineales, sin plano de tierra.

| Número de elementos | Ancho de Banda (%) | Dipolos Paralelos | | Dipolos Colineales | | Tipo | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Max | Min | Max | Min | Max | Min |
| 10 | Rizado | 15,00 | 14,00 | 152,00 | 62,67 | RA | CS |
| | NLL | 70,83 | 69,83 | 191,17 | 191,00 | RA | CS |
| | –3dB | 9,83 | 9,33 | 9,67 | 8,67 | RA | CS |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 14,83 | 9,33 | 9,67 | 7,83 | RA | CS |
| 12 | Rizado | 11,50 | | 136,00 | | RS | |
| | NLL | 67,50 | | 190,33 | | | |
| | –3dB | 6,83 | | 6,50 | | | |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 4,83 | | 8,00 | | | |
| 20 | Rizado | 19,33 | 14,67 | 129,50 | 34,33 | RA | CA |
| | NLL | 73,50 | 68,83 | 200,00 | 105,50 | CA | CS |
| | –3dB | 8,50 | 7,83 | 8,50 | 7,67 | RA | CS |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 15,67 | 2,00 | 13,33 | 1,67 | CA | RA |
| 24 | Rizado | 10,17 | | 129,50 | | RS | |
| | NLL | 73,67 | | 200,00 | | | |
| | –3dB | 8,00 | | 8,33 | | | |
| | $\|Z^a\|_{MAX}$ | 3,17 | | 10,17 | | | |

**Tabla 3- 3**. Listado análogo al de la Tabla 3–2, considerando el plano de tierra a $\lambda_D/4$ de la agrupación.

#### 3.3.2.3 Conclusiones.

Las agrupaciones lineales de dipolos de longitud $\lambda_D/2$ alimentados para radiar patrones en potencia de haz plano poseen anchos de banda de rizado y *NLL* mayores cuando los dipolos son colineales en lugar de paralelos. Esto es atribuible, en parte, a la disminución del acoplo entre elementos colindantes, que es menor cuando los dipolos están alineados a lo largo de un mismo eje.

### 3.3.3 Conclusiones para Ambos Casos.

Los ejemplos presentados a lo largo de la Sub–Sección 3.3 dan una idea aproximada de la influencia tanto del acoplo entre elementos como de la presencia de un plano de tierra en el comportamiento de los anchos de banda de ciertos parámetros de interés (impedancia activa, rizado, etc.). Para obtener una aproximación más detallada de dichas influencias, resultará útil considerar más casos (diferente número de dipolos, distintas distancias entre elementos, etcétera), recurriendo a un análisis estadístico con el que sea posible cuantificar con más precisión las conclusiones parciales aquí expuestas. Esto se sugiere para un trabajo posterior. Naturalmente, podrán aplicarse criterios análogos para considerar agrupaciones planas, o bien conformadas, de dipolos, o bien de otros elementos cuyo acoplo mutuo sea cuantificable mediante expresiones analíticas.

## 3.4 Diagnóstico de Agrupaciones de Antenas Mediante la Técnica de la Pseudo–inversión de Matrices.

### 3.4.1 Trabajos Previos.

En la literatura previa se han presentado diversas técnicas para localizar elementos defectuosos en una agrupación de antenas. Algunas de estas técnicas intentan, por ejemplo, recuperar la distribución de excitación mediante medidas de campo (ver [Rodríguez2000] o [Lee1988]). Uno de los procedimientos más simples y eficientes se basa en la solución directa de un sistema de ecuaciones especificado tanto por las medidas de campo, como por los parámetros geométricos y de distribución de excitación de la agrupación. Si el número de medidas de campo (amplitud y fase) es igual al número de elementos de la agrupación, se aplica la técnica de inversión de matrices para así obtener las excitaciones que generan dichos valores de campo. Sin embargo, en algunos casos el sistema de ecuaciones es sobredeterminado, porque el número de medidas es mayor que el número de elementos de la agrupación. Otras veces, el sistema puede estar mal condicionado, con lo cual es imposible garantizar la fiabilidad, y la robustez, de la técnica utilizada. En dichos casos es necesario considerar métodos alternativos que solventen dichos problemas. Una de dichas alternativas, por ejemplo, aparece en un trabajo de Gattoufi y colaboradores en el que se utiliza el método de la regularización de matrices [Gattoufi1997] para calcular la distribución de excitación de una agrupación plana de dipolos paralelos, mediante valores de campo simulados numéricamente, medidos en campo cercano en un plano paralelo al de la agrupación.

A continuación se presentará, como complemento de dicho trabajo, una técnica basada en la descomposición de valor singular (SVD, *Singular Value Decomposition* [WEISSTEIN1999]) –cuya posibilidad ha sido comentada en [GATTOUFI1997]– usando la pseudoinversa de Moore–Penrose [MATLAB2002] (función '`pinv`'), que es óptima en el sentido del error mínimo cuadrático [BRONSON1988], y aplicada a una agrupación plana de dipolos paralelos, considerando acoplo mutuo entre elementos (algo que se menciona en el trabajo de Gattoufi et al., pero que no se especifica con claridad si ha sido considerado al realizar los cálculos). Durante la simulación se consideran, además de un plano, otras dos superficies usualmente utilizadas en medidas de campo cercano [YAGHJIAN1986] (ver Sub–Sección 1.6.1.3): un semicilindro y una semiesfera (también podría considerarse la medida plana bi–polar [RAHMAT1995], pero esto se evita por brevedad). Como prueba de la robustez de la técnica, se agregan a la simulación, de modo deliberado, tanto fallos en las excitaciones de los elementos como errores en las medidas de campo, según se describe a continuación.

### 3.4.2 DESARROLLO DEL MÉTODO.

Considérese una agrupación plana ubicada en el plano *xz* compuesta por $N=N_x \times N_z$ dipolos paralelos de longitud $2L$ alineados paralelamente al eje *z* y uniformemente espaciados en un mallado rectangular de separaciones $\delta_x$ y $\delta_z$ con contorno rectangular (ver Sub–Sección 1.5.6, páginas 56 y ss.), según se observa en la Figura 3-7.

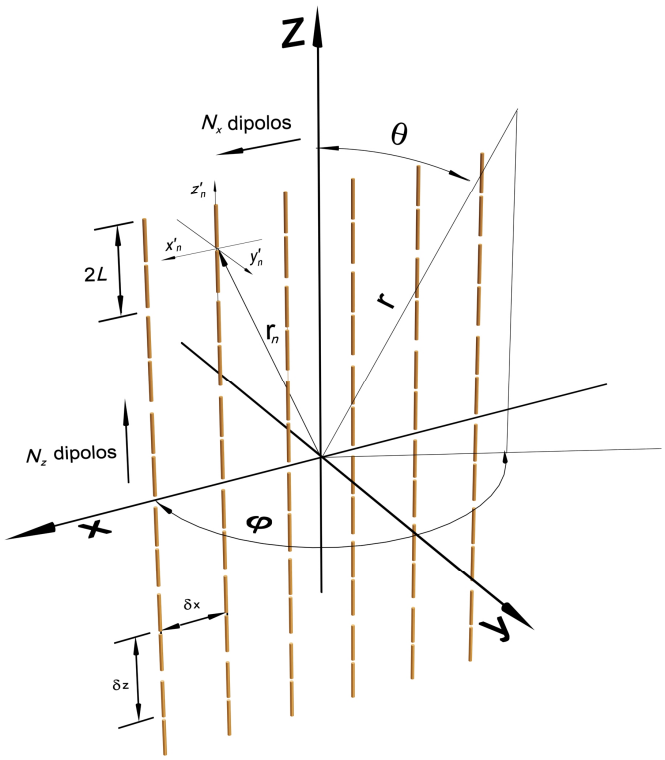



**Figura 3-7.** Agrupación de dipolos paralelos, distribuidos regularmente (mallado rectangular, contorno rectangular) sobre el plano *xz*, y alineados paralelamente al eje *z*.

Para obtener los valores de campo eléctrico en cercanías de la antena,

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} I_n \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}) \quad (\text{con } N=N_x N_z,) \tag{3–4}$$

se utilizan las expresiones (2–23) convenientemente modificadas (desplazadas) para cada dipolo de la agrupación, expresadas en (3–4) con los vectores $\mathbf{E}_n(\mathbf{r}_n,\mathbf{r})$ y considerando, a continuación, la correspondiente superposición (suma vectorial) de todos ellos, según se observa. El vector de posición del centro de cada dipolo es $\mathbf{r}_n=\mathbf{a}_x x_n+\mathbf{a}_z z_n$, contándose los elementos de 1 a $N$. El vector de posición del punto campo $\mathbf{r}$ está especificado por las coordenadas esféricas $(r,\theta,\varphi)$. En (3–4), $I_n$ es, naturalmente, el fasor (variable compleja) que representa la corriente que circula por el $n$–ésimo dipolo y que permite obtener el diagrama de radiación requerido durante el diseño. Para evitar complicaciones, se utilizará una distribución separable (ver Sub–Sección 1.5.6.1) tipo Chebyshev ($\Rightarrow[I_n]\in\Re \ \ \forall n\in[1,N]$, ver [ELLIOTT2003]) con dos niveles de lóbulos laterales distintos, medidos con respecto a los planos principales normales a la agrupación ($xy$ e $yz$, ver Figura 3-7).

La expresión (3–4), convenientemente desarrollada se transforma en:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} I_n \left[ \mathbf{E}_{z_n}(\mathbf{r}_n,\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\rho_n}(\mathbf{r}_n,\mathbf{r}) \right]. \tag{3–5}$$

Como las medidas en campo cercano se realizan en puntos pertenecientes a ciertas superficies, como planos, cilindros o esferas, ver Sub–Sección 1.6.1.3 (páginas 76 y ss.), es necesario especificar la componente tangencial del campo $\mathbf{F}(\mathbf{r})\rightarrow F_T(\mathbf{r})$ de la (3–5) sobre la superficie requerida, siendo $F_T\in\mathscr{C}$ un escalar.

$$F_T(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} I_n E_{T,n}(\mathbf{r}_n,\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} e_n I_n \tag{3–6}$$

Si además se tiene en cuenta que se tomarán $M$ puntos de medidas de campo complejo–valuado, se tendrá la correspondiente modificación de (3–6), pasándose a un sistema de ecuaciones, expresado matricialmente como:

$$F_T(\mathbf{r}_m) = \sum_{n=1}^{N} I_n E_{T,n}(\mathbf{r}_n,\mathbf{r}_m) \Rightarrow [F_m]_{M\times 1} = [e_{mn}]_{M\times N}[I_n]_{N\times 1} \tag{3–7}$$

Si $M>N$, el sistema a resolver es sobredeterminado, lo cual obliga a aplicar alguna de las técnicas que se han comentado en la Sub–Sección anterior, y específicamente la pseudo–inversa de Moore–Penrose para el trabajo que aquí se presenta. En cualquier caso, la distribución de corriente pueden obtenerse, una vez realizadas las medidas de campo, calculando $[e]^{\Omega}$, en donde $\Omega$ representa

una inversión de matriz (que en nuestro caso no tiene interés)[89] o una pseudo–inversión, según corresponda, y

$$\left[I_{R,n}\right] = \left[e_{mn}\right]^{\Omega}\left[F_m\right], \tag{3–8}$$

en donde el subíndice *R* significa "valor recuperado".

El acoplo mutuo entre elementos se considera mediante la obtención de la matriz de impedancia mutua [$Z_{no}$] –con $n,o$=1,2,…,$N$– calculada con las expresiones de R. C. Hansen [HANSEN1972], de modo análogo a como se ha hecho en Sub–Secciones anteriores.

Para el caso de la simulación de agrupaciones defectuosas, es difícil establecer a priori el tipo de fallo que afectará a un elemento cualquiera de la agrupación, ya que aquél podría tener como origen las más diversas causas, de las cuales se pueden citar algunas:

- Una avería de la red de alimentación o de la fuente generadora, o quizá de las líneas de transmisión (deterioro de coaxiales, por citar un caso), lo que conllevaría a la modificación de la distribución de voltaje que reciben los dipolos en sus bornes.
- La exposición de los materiales conductores y dieléctricos a agentes climáticos (presencia de óxido, humedad, calor excesivo, frío excesivo, lluvias, etc.) lo cual podría implicar un cambio en sus características eléctricas: conductividad, permitividad, etc. Esto podría conllevar a la modificación de la distribución de corriente de los dipolos, puesto que las autoimpedancias e impedancias mutuas sufrirían cambios.
- Deformación de las geometrías de los dipolos debidas a golpes, resquebrajamiento de metales debidos a cambios climáticos (exposición a la intemperie), etcétera, lo que redundaría en la modificación de las autoimpedancias e impedancias mutuas nuevamente, y por lo tanto en la distribución de corriente de la agrupación[90].

Además de los fallos que podrían producirse en una agrupación debido a la modificación de los parámetros físicos de sus elementos, también podría suceder que las propias medidas de campo tuviesen errores, bien aleatorios, como por ejemplo las medidas de posición (aunque los equipamientos actuales de medidas ya son muy precisos), o bien sistemáticos (es decir, aquéllos que pueden tener un valor constante, el cual, convenientemente calibrado, puede ser medido y compensado durante las mediciones).

[89] Esto es así porque, como se verá, las ecuaciones (3–7) y (3–8) son utilizadas en este método, y si se aplica la inversa directa, no hay duda de que los resultados no diferirán uno de otro. En cambio, puesto que la pseudoinversa es una "inversa óptima en el sentido del error cuadrático mínimo" [WEISSTEIN1999], los valores [$I_n$] pueden diferir al pasar de una ecuación a otra. Además, este estudio se ha realizado teniendo en cuenta que la gran mayoría de las veces $M>N$, de manera que las inversas directas no son aplicables.

[90] En realidad, en todos los casos de averías habría modificaciones en los tres grupos de parámetros: [$V_n$], [$Z_{no}$] e [$I_n$].

Como una primera aproximación al problema, aquí se establecen lo siguientes criterios de simulación de fallos, combinados con simulaciones de errores, para comprobar la robustez del método numérico propuesto:

**[F.1]. FALLOS EN LAS CORRIENTES**: que un 20% de las $N$ corrientes iniciales establecidas en los dipolos ha sufrido modificaciones aleatorias, $[I_n \pm \delta_{In}] \in \mathscr{C}$, con $n \in \Theta_{Nm}$, siendo $\Theta_{Nm}$ el conjunto de $N_m$=0,2$N$ índices[91] –no repetidos– elegidos arbitrariamente mediante la aplicación de la función `aleatorio(1,N)` y $\delta_{In} \in \mathscr{C}$ la perturbación aleatoriamente seleccionada –cuya amplitud varía entre 0 y 0,2$|I_n|_{MAX}$, y cuya fase varía entre 0 y 2$\pi$–. Una vez perturbadas las corrientes, se genera el campo deformado, el cual será utilizado como punto de partida para la aplicación del método de pseudo–inversión, ver ítems [**S**].

**[F.2]. FALLOS EN LOS VOLTAJES:** que un 20% de los $N$ voltajes iniciales aplicados a los elementos ha sufrido modificaciones aleatorias (amplitud y fase). En este caso, se procede de la siguiente manera: mediante la ecuación (1–116), y con los valores iniciales de $[I_n]$ que se especifican de acuerdo a los criterios del estudio (aquí se utiliza una distribución separable, según se ha comentado anteriormente), se obtienen, calculando previamente las $[Z_{no}]$, los valores de voltaje que permitirían obtener el diagrama de radiación requerido. Se observa que así se tienen en cuenta los acoplos entre elementos. Una vez obtenidos los $[V_n]$, se procede a perturbar una fracción de ellos, aleatoriamente elegidos, $[V_n \pm \delta_{Vn}] \in \mathscr{C}$, con $n \in \Theta_{Nm}$, siendo $\Theta_{Nm}$ el conjunto de $N_m$=0,2$N$ índices –no repetidos– elegidos arbitrariamente mediante la aplicación de la función `aleatorio(1,N)` y $\delta_{Vn} \in \mathscr{C}$ la perturbación aleatoriamente seleccionada –cuya amplitud varía entre 0 y 0,2$|V_n|_{MAX}$, y cuya fase varía entre 0 y 2$\pi$–. Una vez perturbados, se aplica la ecuación (1–118) para obtener las nuevas excitaciones, las cuales generarán un campo deformado (respecto del campo original), el cual será utilizado como punto de partida para la aplicación del método de pseudo–inversión, ver ítems [**S**].

**[E.1]. ERRORES ALEATORIOS:** se considera que las partes real e imaginaria de los valores de campo $[F_m]$ cambian aleatoriamente a lo sumo ±10% de sus correspondientes máximos, previamente calculados.

**[E.2]. ERRORES SISTEMÁTICOS:** se considera que las amplitudes de los valores de campo $[F_m]$ están desplazados un 10%.

Por otra parte, se considera

[91] Para que $N_m$ sea entero, $N$ ha de ser múltiplo de 5.

**[S]** Que las medidas de campo utilizadas para aplicar la ecuación (3–7) se obtienen con la (3–6), establecidas convenientemente sobre 3 superficies distintas:

**[S.1]** Sobre un plano paralelo a la agrupación, especificando para los puntos campo las siguientes posiciones en un reticulado uniforme, ver Figura 1-31: $\mathbf{r}_m=(x_m,y_m,z_m)$ con $y_m$=constante=$R_K$, $-R_K\le x_m\le R_K$, $-R_K\le y_m\le R_K$, con $m\in[1,M]$, siendo $R_K$ un valor seleccionado arbitrariamente que cumpla los requisitos de campo cercano, ver (1−123).

**[S.2]** Sobre un semicilindro cuyo eje coincide con el eje *z* de la agrupación, especificando para los puntos campo las siguientes posiciones en un reticulado uniforme, ver Figura 1-32: $\mathbf{r}_m=(\rho_m,\varphi_m,z_m)$ con $\rho_m$=constante=$R_K$, $\alpha_L\le\varphi_m\le\alpha_H$, $-R_K\le z_m\le R_K$, $m\in[1,M]$, siendo $R_K$ el mismo que en **[S.1]**, y en donde $\alpha_L$ y $\alpha_H$ representan los ángulos mínimo y máximo de recorrido de $\varphi$.

**[S.3]** Sobre una semiesfera cuyo centro coincide con el centro de la agrupación, especificando para los puntos campo las siguientes posiciones en un reticulado uniforme, ver Figura 1-33: $\mathbf{r}_m=(r_m,\varphi_m,z_m)$ con $r_m$=constante=$R_K$, $\alpha_L\le\theta_m,\varphi_m\le\alpha_H$, con $m\in[1,M]$, siendo $R_K$, $\alpha_L$ y $\alpha_H$ los mismos que en **[S.1].**

### 3.4.3 EJEMPLO.

Considérese una agrupación de $N$=100 dipolos (con $N_x$ = $N_y$ =10) cada uno de longitud $L_D$=2$L$=0,5 $\lambda$, y radio $r_d$=0,004763 $\lambda$, distribuidos en un mallado rectangular con $\delta_x$=$\delta_y$=0,5$\lambda$. Con estos datos, la longitud máxima de la antena (diagonal establecida entre los extremos de los dipolos de dos vértices opuestos) es $D$=6,727$\lambda$. La distribución de excitación de la agrupación sin fallos se obtiene al escoger una distribución separable tipo Chebyshev con *NLL* a −20 dB y a −25 dB medidos en planos perpendiculares al de la agrupación (*xy*, *zy*, respectivamente), ver Figura 3-8. La constante de medida se selecciona de manera de respetar los requerimientos de campo cercano establecidos con (1−123), zona de Fresnel. Así, el valor $R_K$=19,845 $\lambda$, cumple con:

$$\frac{D}{2}\sqrt[3]{\frac{D}{2\lambda}}+\lambda=6{,}04\lambda\le R_K<\frac{2D^2}{\lambda}+\lambda=91{,}50\lambda\,, \qquad (3\text{–}9)$$

Para especificar un número de medidas diferente del número de elementos de la agrupación, se selecciona un mallado de $M$=30x30 puntos, uniformemente espaciados, según se especificó en la Sub−Sección anterior. En este caso, se tiene:

Para [S.1],

$\Delta x=x_{m+1}-x_m=\Delta z=z_{m+1}-z_m=2R_K/(M^{0,5}-1)=1{,}37\lambda$ (el plano de medida tiene un área de $4R_K^2$).

Para [S.2],

$\alpha_L$=5º, $\alpha_H$=175º $\Rightarrow \Delta\varphi=\varphi_{m+1}-\varphi_m=(\alpha_H-\alpha_L)/(M^{0,5}-1)=(175º-5º)/(30-1)=5{,}86º$; $\Delta z=z_{m+1}-z_m=1{,}37\lambda$.

Para [S.3],

$\alpha_L$=5º, $\alpha_H$ =175º $\Rightarrow \Delta\theta=\Delta\varphi=\varphi_{m+1}-\varphi_m$= 5,86º.

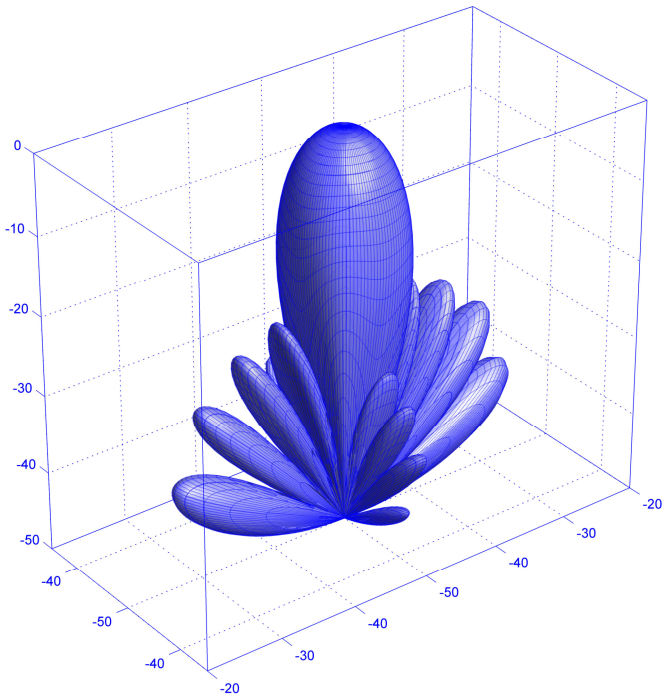



**Figura 3-8.** Patrón en potencia (escala en decibelios) con distribución de excitación separable tipo Chebyshev, con dos niveles de *NLL* (–20 y –25 dB), considerando el factor elemento del dipolo.

En la Tabla 3–4 se da el listado de los errores porcentuales máximos (en valor absoluto) en amplitud y en fase de las excitaciones, calculados como

$$e_{|I_n|,\%} = \max\left\{\frac{\left||I_{R,n}|-|I_n|\right|}{|I_n|}\right\} \quad ;\text{con } n\in[1,N], \tag{3–10}$$

para la amplitud, y

$$e_{\psi_n,\%} = \max\left\{\frac{|\psi_{R,n}-\psi_n|}{|\psi_n|}\right\} \quad ;\text{con } n\in[1,N],\ 0\le\psi_{R,n},\psi_n\le 2\pi, \tag{3–11}$$

para la distribución de fases $\psi_n$ de los elementos de la agrupación, considerando que $I_{R,n}=|I_{R,n}|e^{j\psi_{R,n}}$ y que $I_n=|I_n|e^{j\psi_n}$, y en donde el subíndice *R* indica "recuperado", como antes, obtenido con la aplicación de la ecuación (3–8). En la columna "Fallo" se especifican los tipos de fallos simulados para los elementos: Ninguno, F.1→ Fallos en corrientes, F.2→ Fallos en voltajes. En la columna "Error" se listan los tipos de errores simulados en las medidas de campo, N→sin errores, mientras que E.1 y E.2 indican, según se ha establecido anteriormente, errores aleatorios y sistemáticos, respectivamente.

| Superficie | Fallo | Error | $e_{\lvert In\rvert,\%}$ % | $e_{\psi n,\%}$ % |
|---|---|---|---|---|
| **Plano (S.1)** | Ninguno | N | 0,006 | 0,004 |
| | | E.1 | 9,722 | 7,667 |
| | | E.2 | 1,361 | 3,002 |
| | F.1 | N | 0,007 | 0,026 |
| | | E.1 | 9,971 | 8,392 |
| | | E.2 | 0,788 | 3,211 |
| | F.2 | N | 0,008 | 0,009 |
| | | E.1 | 8,697 | 9,642 |
| | | E.2 | 2,177 | 4,433 |
| **Cilindro (S.2)** | Ninguno | N | 0,007 | 0,002 |
| | | E.1 | 9,184 | 9,413 |
| | | E.2 | 0,661 | 1,368 |
| | F.1 | N | 0,008 | 0,001 |
| | | E.1 | 8,300 | 9,671 |
| | | E.2 | 1,688 | 2,873 |
| | F.2 | N | 0,008 | 0,009 |
| | | E.1 | 8,919 | 9,043 |
| | | E.2 | 0,259 | 1,677 |
| **Esfera (S.3)** | Ninguno | N | 0,008 | 0,002 |
| | | E.1 | 6,965 | 6,664 |
| | | E.2 | 0,552 | 4,826 |
| | F.1 | N | 0,008 | 0,015 |
| | | E.1 | 8,002 | 9,012 |
| | | E.2 | 3,800 | 5,050 |
| | F.2 | N | 0,009 | 0,013 |
| | | E.1 | 7,840 | 8,440 |
| | | E.2 | 0,006 | 7,060 |

**Tabla 3- 4.** Listado de errores máximos obtenidos al aplicar la pseudoinversión para obtener los valores de excitación con medidas de campo. Se especifican las superficies de medida utilizadas, y los tipos de fallos y errores simulados.

Se observa que tanto $e_{|I_n|,\%}$ como $e_{\psi_n,\%}$ son muy pequeños cuando no se han simulado errores en las medidas de campo, lo cual es de esperar, ya que el error cometido en ese caso es atribuible solamente a la pseudo–inversión al utilizarse la (3–8) con los valores de campo obtenidos con la (3–7). En los otros dos casos, sin embargo, se observa que los errores en amplitud y fase de excitación son del orden de los E.1 y E.2, esto es, no sobrepasan el 10%. Las Figuras 3–8 a 3–14 representan las distribuciones de amplitud de excitación de los elementos obtenidos para las 3 superficies de medida consideradas, con diversos tipos de fallos de elementos y de errores de medidas.

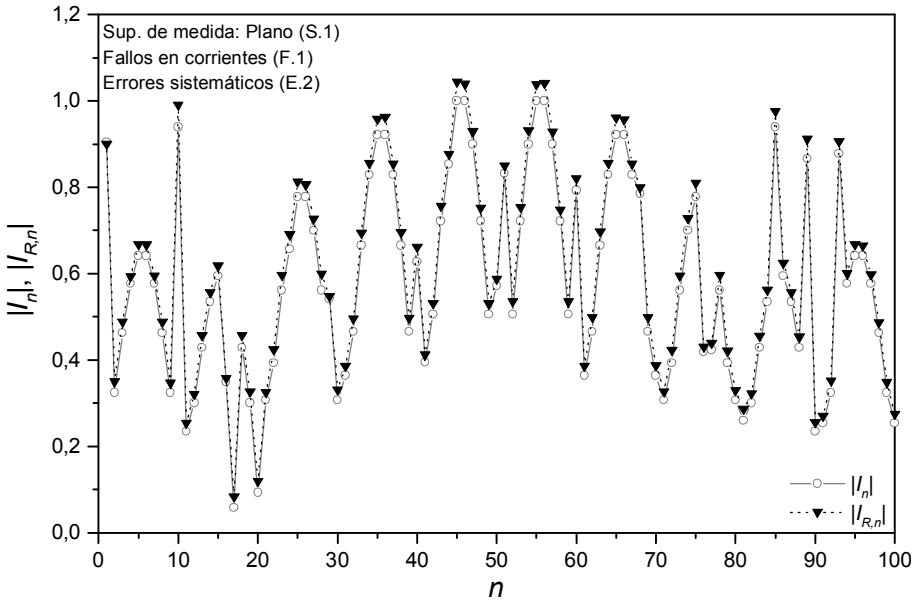



**Figura 3-9.** Distribuciones de amplitud obtenidas de las medidas de campo sobre un plano paralelo a la agrupación. Para las especificaciones de los fallos de elementos y errores de medida, ver texto.

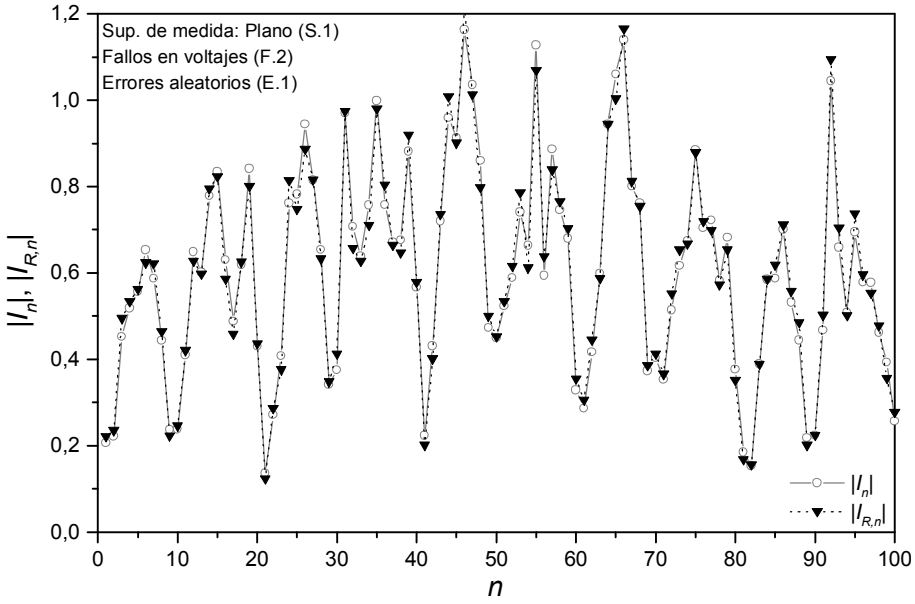



**Figura 3-10.** Distribuciones de amplitud obtenidas de las medidas de campo sobre un plano paralelo a la agrupación. Para las especificaciones de los fallos de elementos y errores de medida, ver texto.

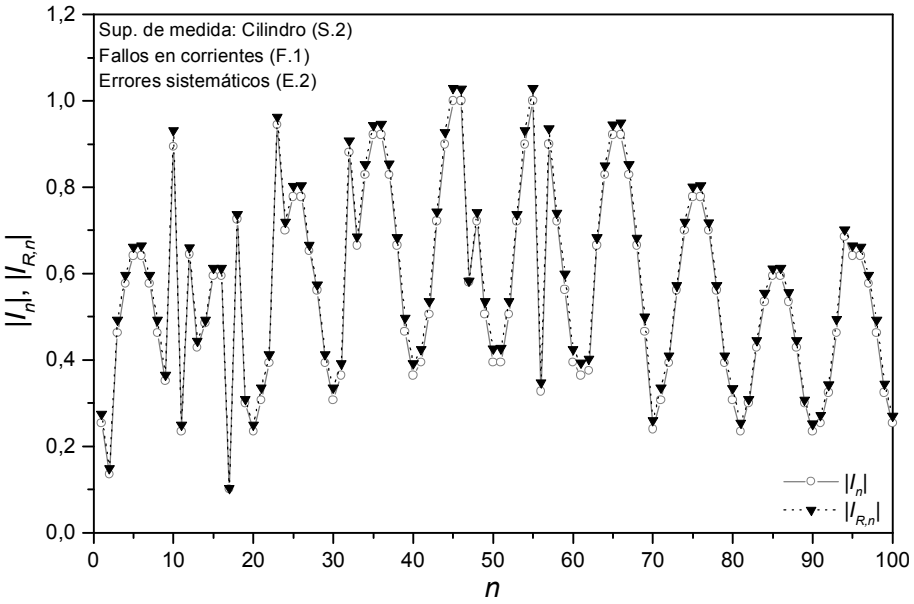



**Figura 3-11.** Distribuciones de amplitud obtenidas de las medidas de campo sobre un semicilindro con su eje paralelo a los dipolos de la agrupación. Para las especificaciones de los fallos de elementos y errores de medida, ver texto.

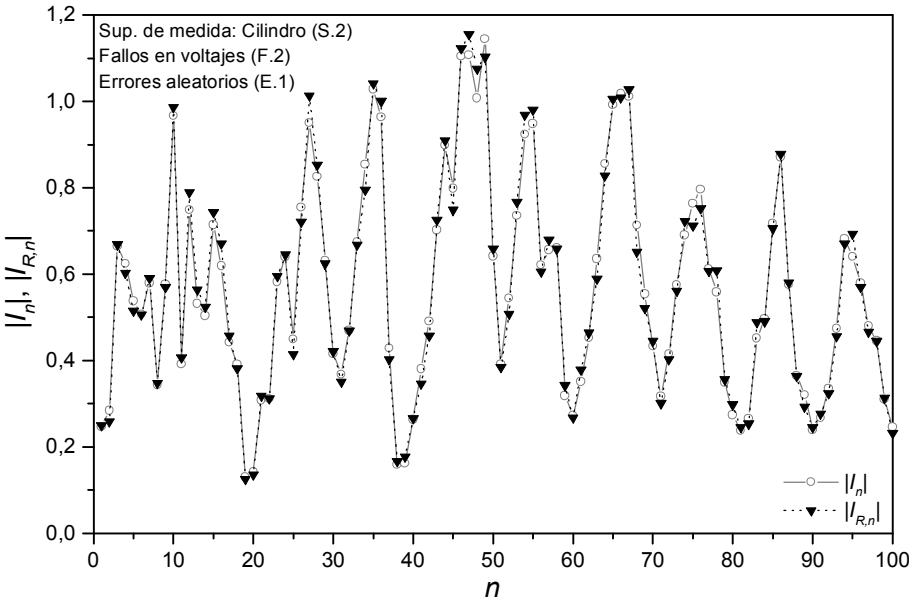



**Figura 3-12.** Distribuciones de amplitud obtenidas de las medidas de campo sobre un semicilindro con su eje paralelo a los dipolos de la agrupación. Para las especificaciones de los fallos de elementos y errores de medida, ver texto.

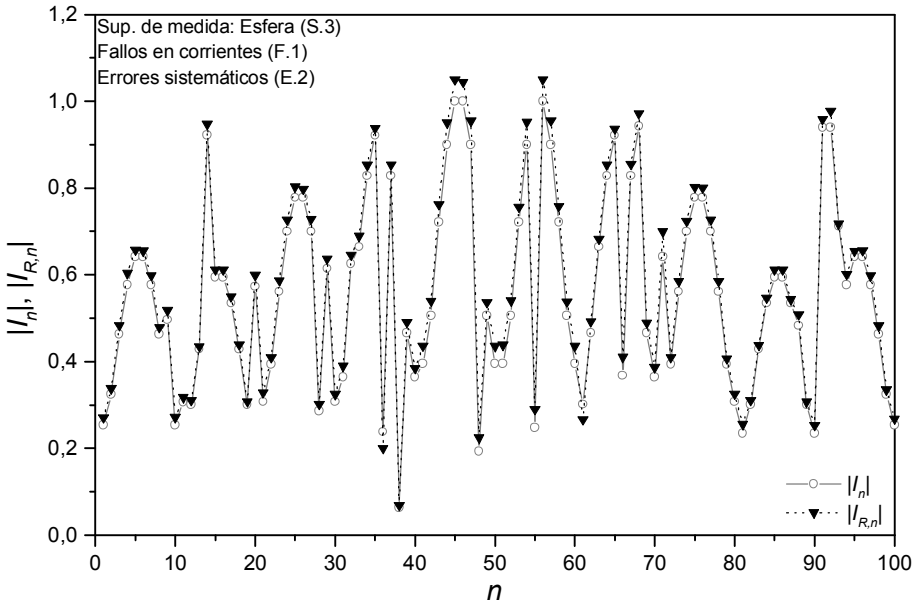



**Figura 3-13.** Distribuciones de amplitud obtenidas de las medidas de campo sobre una semiesfera concéntrica con la agrupación. Para las especificaciones de los fallos de elementos y errores de medida, ver texto.

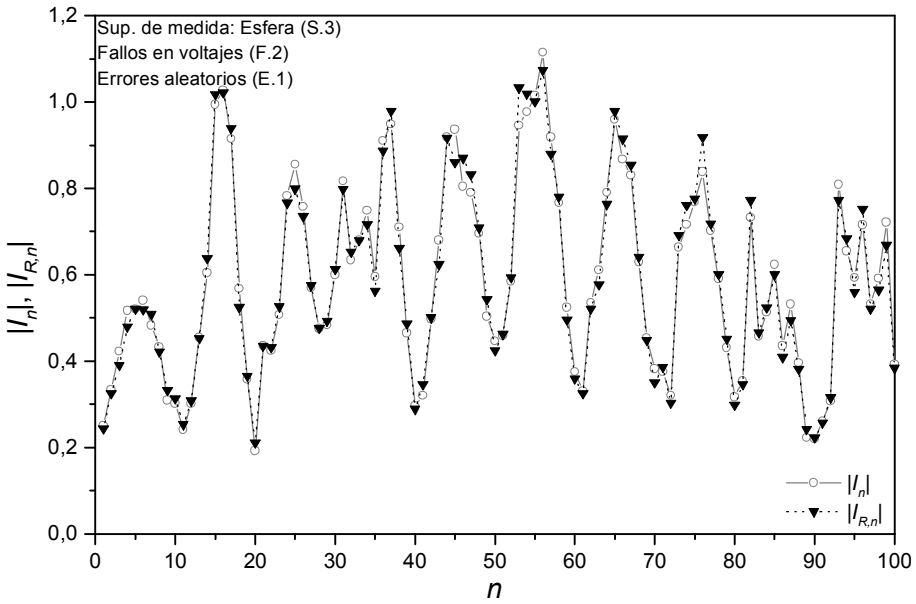



**Figura 3-14.** Distribuciones de excitación obtenidas de las medidas de campo sobre una semiesfera concéntrica con la agrupación, Caso E.1, F.2 (ver texto). Se consideró que 20 elementos tuvieron fallos de voltaje.

### 3.4.4 CONCLUSIONES.

La técnica presentada puede utilizarse como una herramienta numérica fiable para el diagnóstico de agrupaciones de antenas mediante medidas de campo cercano (en amplitud y en fase).

Como comentario final, resulta útil aclarar que se utilizaron más ejemplos, con distintos números de dipolos, y diversificando sus posiciones, y en todos ellos los resultados, que aquí no se presentan por brevedad, fueron similares.

## 3.5 ANALOGÍA ENTRE EL FACTOR DE AGRUPACIÓN Y LA EXPRESIÓN DE UNA RED NEURONAL COMPLEJO–VALUADA.

### 3.5.1 COMENTARIOS PRELIMINARES.

A continuación se demuestra que si las variables con las que trabajan las redes neuronales artificiales convencionales se consideran complejas, la formulación obtenida, que es completamente análoga a la del factor de agrupación de elementos (isotrópicos y no isotrópicos), puede utilizarse para extender la utilidad de dichas estructuras de inteligencia artificial al análisis, la síntesis y el diseño de antenas. En esta Sub–Sección se estudiará el caso correspondiente al análisis. El estudio de casos de síntesis y diseño se efectuará en Capítulos posteriores (pertenecientes a las Tercera y Cuarta Partes de esta Tesis, respectivamente).

### 3.5.2 INTRODUCCIÓN: APLICACIONES DE LAS RNAS EN ANTENAS.

Según se ha comentado en la Sub–Sección 1.7.7 (ver página 104), las redes neuronales artificiales (RNA) han resultado ser muy útiles en una amplia gama de aplicaciones científicas, industriales y empresariales [HAYKIN1998]. En implementaciones relacionadas con las antenas, se han encontrado varios campos de aplicación, como, por ejemplo [CHRISTODOULOU2001]: en agrupaciones de antenas, para control de señal y de potencia radiadas; en aplicaciones radar, para detección y reconocimiento de objetivos; en dispositivos de microondas, para diseño y optimización; y aún en cómputo de problemas de electromagnetismo, para reducir el número de operaciones en algunos tipos de cálculos numéricos. En el diseño de agrupaciones de antenas, varios trabajos de Christodoulou, Southall, O'Donnel y Mailloux (algunos de ellos con otros colaboradores), resultan de interés ([CHRISTODOULOU2001], [SOUTHALL1995], [MAILLOUX1997]). Los trabajos presentados por dichos autores se basan en RNAs de variables reales que son las que, en principio, fueron utilizadas por los pioneros de dicho campo (el primer trabajo relacionado con las RNAs se atribuye a McCullogh y Pitts, correspondiente a un artículo publicado en 1943 [HAYKIN1998]). Sin embargo, algunos autores han advertido que, en temas como procesamiento de señales –o campos científicos en los que se utilizan lenguajes matemáticos análogos–, la utilización de RNAVC (Redes Neuronales Artificiales de Variable Compleja) conlleva algunas ventajas, tal como sucede al pasar de matemáticas con números reales a las simbologías con ecuaciones exponenciales complejas en análisis de señales [KIM1990], [NITTA2003]. En ciertos casos, las RNAVC poseen arquitecturas más simples, y, consecuentemente, los tiempos de cómputo que requieren sus funcionamientos resultan ser menores.

El desarrollo expuesto a continuación, junto con el tema relacionado descrito en la Sub–Sección 4.9, ver páginas 279 y ss., permitirá demostrar que las RNAVC pueden resultar muy útiles como herramientas de inteligencia artificial alternativas aplicadas al campo de investigación de las antenas.

### 3.5.3 EN QUÉ CONSISTE LA ANALOGÍA.

[92]Según se estableció en la Sub–Sección 1.7.7.4, una capa de una neurona realiza una aplicación entre dos espacios vectoriales $\Re^N \to \Re^M$ mediante la ecuación (1–142):

$$\begin{aligned} {}^k\mathbf{a} &= \left[ {}^k a_1 \quad {}^k a_2 \quad \cdots \quad {}^k a_m \quad \cdots \quad {}^k a_M \right]^T = \\ &= \left[ {}^k f\left( {}^k v_0 \right) \quad {}^k f\left( {}^k v_1 \right) \quad \cdots \quad {}^k f\left( {}^k v_m \right) \quad \cdots \quad {}^k f\left( {}^k v_M \right) \right]^T = {}^k\mathbf{f}\left( {}^k\mathbf{w}\,{}^k\mathbf{p} + {}^k\mathbf{b} \right). \end{aligned} \tag{3–12}$$

Si ahora se restringe el estudio a una RNA con una sola capa, el símbolo *k* (que indica el número de capa) es redundante, por lo cual, la (3–12) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \left[ a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_m \quad \cdots \quad a_M \right]^T = \\ &= \left[ f\left( v_0 \right) \quad f\left( v_1 \right) \quad \cdots \quad f\left( v_m \right) \quad \cdots \quad f\left( v_M \right) \right]^T = \mathbf{f}\left( \mathbf{w} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{b} \right). \end{aligned} \tag{3–13}$$

Considérese ahora que el vector **b=0**, en este caso se tendrá[93]:

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}\left( \mathbf{v} \right) = \mathbf{f}\left( \mathbf{w} \cdot \mathbf{p} \right), \tag{3–14}$$

donde $\mathbf{v} \in \Re^M$. Si, además, se considera que la **f**() es un vector de funciones lineales, ver Tabla 1–1, la (3–14) se reduce a la simple ecuación matricial:

$$\mathbf{a} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{p} \to \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{1\leftarrow 1} & w_{1\leftarrow 2} & \cdots & w_{1\leftarrow N} \\ w_{2\leftarrow 1} & w_{2\leftarrow 2} & \cdots & w_{2\leftarrow N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^k w_{M\leftarrow 1} & w_{M\leftarrow 2} & \cdots & w_{M\leftarrow N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{\mathrm{N}} \end{bmatrix} \to a_m = \sum_{n=1}^{N} w_{m\leftarrow n} p_n \,, \tag{3–15}$$

Compárese esta ecuación con el factor de agrupación discretizado a varios puntos de medida de campo, ecuación (3–7):

---

[92] En lo que sigue, se observará que el tema aquí descrito también tiene íntima relación con el desarrollo presentado en la Sub–Sección 3.4 dedicada al diagnóstico de agrupaciones de antenas, con lo cual el razonamiento será muy sencillo de seguir, ya que gran parte del camino ha sido allanado con explicaciones previas.

[93] En realidad, esto no es necesario, ya que **b** en la (1–141) puede ser absorbido por la matriz de pesos, considerándose como una columna más de **w**, y agregando a **p** un 1 como fila adicional (aunque en este caso variarán las dimensiones), así:

$$\begin{bmatrix} {}^k w_{1\leftarrow 1} & {}^k w_{1\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{1\leftarrow N} \\ {}^k w_{2\leftarrow 1} & {}^k w_{2\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{2\leftarrow N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^k w_{M\leftarrow 1} & {}^k w_{M\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{M\leftarrow N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^k p_1 \\ {}^k p_2 \\ \vdots \\ {}^k p_{\mathrm{N}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^k b_1 \\ {}^k b_2 \\ \vdots \\ {}^k b_M \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} {}^k w_{1\leftarrow 1} & {}^k w_{1\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{1\leftarrow N} & {}^k b_1 \\ {}^k w_{2\leftarrow 1} & {}^k w_{2\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{2\leftarrow N} & {}^k b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ {}^k w_{M\leftarrow 1} & {}^k w_{M\leftarrow 2} & \cdots & {}^k w_{M\leftarrow N} & {}^k b_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^k p_1 \\ {}^k p_2 \\ \vdots \\ {}^k p_{\mathrm{N}} \\ 1 \end{bmatrix}$$



USC UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

$$[F_m]_{M\times 1} = [e_{mn}]_{M\times N}[I_n]_{N\times 1} \rightarrow [F] = [e][I] \rightarrow F_m = \sum_{n=1}^{N} e_{mn} I_n \qquad (3\text{–}16)$$

Para que las ecuaciones sean idénticas, hay que extender la (3–15) al campo complejo, e identificando:

$$[a] \equiv [F] \in \mathbb{C}\,;\ [w] \equiv [e] \in \mathbb{C}\,;\ [p] \equiv [I] \in \mathbb{C}\,. \qquad (3\text{–}17)$$

Es decir, se ha hecho corresponder los valores de campo de la agrupación a las salidas de la RNA, a la matriz [*e*] del factor de agrupación a la matriz de pesos [*w*], y la distribución de excitación al vector de entrada de la RNA.

En este caso la analogía es trivial: se puede diseñar una RNAVC sin tener un proceso de entrenamiento previo, simplemente hallando la matriz [*e*] (o bien se podría decir que el proceso de entrenamiento consiste precisamente en calcular los valores de dicha matriz). Una vez fijada la matriz [*e*], la RNACV responderá correctamente a cualquier vector de entradas [*p*] complejo–valuado, ya que simplemente estará representándose la ecuación del factor de agrupación de la antena.

### 3.5.4 Conclusiones.

La sencillez de la analogía permite comparar los desarrollos analíticos investigados en ambas áreas: por un lado, el estudio del factor de agrupación (que implica el uso de ecuaciones lineales) podría resultar útil en el campo de las RNAVC, un tema que actualmente se encuentra prácticamente en sus inicios; por otra parte, la literatura técnica que concierne a las RNAs (incluyendo métodos de entrenamiento, tratamiento de diversas arquitecturas, etcétera, etcétera) podría aplicarse inversamente: al estudio de las agrupaciones de antenas isotrópicas. Nótese, sin embargo, que la analogía puede mantenerse aun considerando elementos no isotrópicos, simplemente haciendo que el factor elemento esté convenientemente incluido en la matriz [*e*].

En la parte correspondiente a métodos de síntesis se presentarán más discusiones basadas en esta analogía.

## 3.6 Análisis de la Señal y de las Pérdidas en Potencia de Agrupaciones Lineales Moduladas en el Tiempo.

A continuación se desarrollan dos temas muy importantes a la hora de implementar modulación temporal a una agrupación de antenas, parte de cuyas implicaciones ya se han tratado en la Sub–Sección 2.4, ver páginas 146 y subsiguientes.

En la Sub–Sección siguiente se demostrará cuál es la influencia de dicha modulación en caso de que se aplique a una agrupación preparada para transmitir señales de comunicación de banda limitada, ya que resulta natural preguntarse si aquélla interferirá con la información que se intenta enviar. Según se verá, para que la incidencia sea nula, deberán establecerse ciertas relaciones entre las frecuencias en

juego, esto es, la de la portadora, la de los pulsos de la modulación para el control del haz, y la de la modulación de la señal para generar información inteligible (se estudiará la modulación en amplitud, por ser la más conocida en la teoría de señales).

Cuando se implementa este tipo de perturbación en la señal de alimentación de la antena, de manera de obtener control en el patrón de potencia a la frecuencia de la portadora, se había visto que se generan pérdidas que oscilan a frecuencias múltiplos de la frecuencia de modulación. En párrafos posteriores también se deducirán las expresiones simbólicas cerradas de dichas pérdidas, discriminando los modos (fundamental y armónicos). Además, se introducirán ciertos parámetros para que el diseñador tenga a su disposición cantidades numéricas que le indiquen con precisión la eficiencia de la agrupación, una vez se le ha aplicado modulación a su señal portadora–alimentadora.

### 3.6.1 ANÁLISIS DE LA SEÑAL.

Según se ha comentado, la pregunta que surge inmediatamente cuando se aplica modulación temporal a una agrupación de antenas preparada para transmitir señales de comunicación es: ¿Sufrirá la señal alguna distorsión cuando ciertos pulsos que no tienen nada que ver con la señal misma se apliquen a algunos de los elementos de la antena? A continuación se demuestra que, en principio, la respuesta es negativa: la señal radiada por una ALMT (Agrupación Lineal Modulada en el Tiempo) mantiene sus propiedades de información. En lo que sigue se restringe el análisis a transmisión de banda limitada.

En el dominio del tiempo, la señal radiada por la ALMT es proporcional a la parte real del campo establecido con la ecuación (2–55) –para agrupaciones de elementos no isotrópicos, léase la nota 80 al pie de la página 148–:

$$s(\theta,t) \propto \mathscr{R}e\left\langle \sum_{q=-\infty}^{\infty} F_q(\theta,t) \right\rangle = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \mathscr{R}e\left\langle F_q(\theta,t) \right\rangle = \sum_{q=-\infty}^{\infty} s_q(\theta,t) \tag{3–18}$$

En el caso $q$=0, se tiene:

$$s_q(\theta,t)\big|_{q=0} = s_0(\theta,t) = \mathscr{R}e\left\langle F_q(\theta,t)\big|_{q=0} \right\rangle = \mathscr{R}e\left\langle e^{j\omega t} \sum_{n=0}^{N-1} I_n G_{n0} e^{jkz_n\cos\theta} \right\rangle, \tag{3–19}$$

bajo el supuesto de que $I_n$ es un fasor que varía lentamente en el tiempo, lo cual es cierto en señales de amplitud modulada (recuérdese que la frecuencia de la señal moduladora ha de ser mucho menor que la de la portadora). Un examen de la (3–19) indica que la modulación original se conserva, lo mismo que la frecuencia portadora $\omega$, aún cuando se han aplicado pulsos rectangulares a algunos de los elementos de la agrupación.

Para el caso $q\neq0$, se tiene en cambio:

$$s_q(\theta,t)\Big|_{q\neq 0} = \mathscr{R}e\left\langle F_q(\theta,t)\Big|_{q\neq 0}\right\rangle = \mathscr{R}e\left\langle e^{j(q\omega_0+\omega)t}\left[\sum_{n\in\wp} I_n G_{nq} e^{-jq\pi\xi_n} e^{jkz_n\cos\theta}\right]\right\rangle, \tag{3–20}$$

lo cual puede ser interpretado de dos maneras: o bien la modulación de la señal se conserva, pero la frecuencia angular $\omega$ sufre un desplazamiento $q\omega_0$, o bien la frecuencia angular se conserva, pero cierta modulación de fase $q\omega_0$ se agrega a la señal modulada. Ambos puntos de vista son equivalentes: aquí se adoptará, en lo que sigue, el primero de ellos.

Considérese ahora una señal cuyo ancho de banda (angular) $\Delta\omega_s=2\omega_s$ está centrada a la frecuencia $\omega$. Las condiciones que han de imponerse son las siguientes:

a) $\omega >> \omega_s$, según se especifica cuando se trabaja con señales de banda limitada;

b) $\omega >> \omega_0$ (siendo $\omega_0=2\pi/T_0$ la frecuencia de los pulsos de modulación aplicados a la agrupación, ver Sub–Sección 2.4), porque una frecuencia $\omega_0$ comparable a la $\omega$ implicaría una seria interferencia entre las señales portadora y moduladora (perteneciente a los pulsos);

c) la amplitud de los armónicos indeseados han de ser filtrados, con lo cual es necesario filtrar las frecuencias $q\omega_0+\omega$, $\forall q\neq 0$;

d) el requisito establecido en el ítem c) debe ser implementado bajo la restricción $\omega_0 > \omega_s$, de modo de filtrar la radiación de banda lateral sin penalizar la información útil;

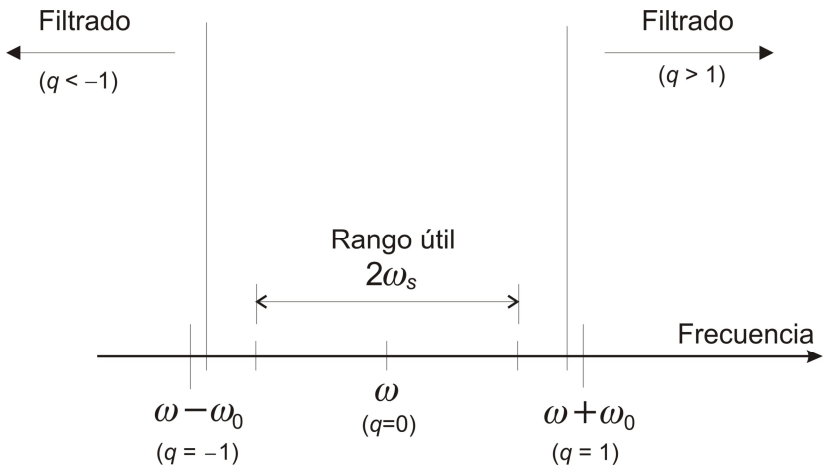



**Figura 3-15.** Representación de las frecuencias que se involucran en las agrupaciones de antenas para comunicaciones con elementos modulados temporalmente: $\omega$ (frecuencia portadora), $\omega_s$ (banda de modulación de la señal) y $\omega_0$ (frecuencia moduladora de pulsos).

Como consecuencia de los puntos antes citados, es obligatorio establecer $\omega >> \omega_0 > \omega_s$, es decir:

$$T_s > T_0 >> T\,, \tag{3–21}$$

en donde $T$ es el período de la portadora y $T_s$ es el periodo de la máxima frecuencia de la señal moduladora (de la señal de comunicación). La ecuación (3–21) establece los requisitos que han de ser

verificados cuando se selecciona la función de modulación temporal de los elementos, $g_n(t)$, ver Sub–Sección 2.4. En la Figura 3-15 se observa una representación de las frecuencias angulares relacionadas con las condiciones (3–21).

### 3.6.2 PÉRDIDAS DE POTENCIA EN ARMÓNICOS.

Ahora se consideran las pérdidas en potencia debidas a la radiación de banda lateral (términos armónicos con $q \neq 0$). Para simplificar la discusión, se despreciarán los cambios debidos a la modulación de la señal (para transmisión de información), e inicialmente se asumirá el caso más simple de modulación temporal con pulsos rectangulares, es decir, $g_n(t)$ especificada por la ecuación (2–57) ó (2–58). Además, el término de factor elemento también será ignorado, ya que ello no alterará los resultados que a continuación se presentan.

Sea la agrupación lineal de elementos isotrópicos considerada en la Sub–Sección 2.4. Si $T_0$, $\xi_n$ y $z_n$ se han fijado, la ecuación (2–62) puede reescribirse como:

$$F(\theta,t)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n \xi_n e^{jkz_n\cos\theta}\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty}\operatorname{senc}(q\pi\xi_n)e^{jq(\omega_0 t-\pi\xi_n)}\right]e^{j\omega t}=\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left|\mu_q\right|e^{j\left[(\omega+q\omega_0)t+\phi_q\right]}, \tag{3–22}$$

$$\mu_q(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n \xi_n \operatorname{senc}(q\pi\xi_n)e^{j(kz_n\cos\theta-q\pi\xi_n)}=\left|\mu_q\right|e^{j\phi_q}, \tag{3–23}$$

La factorización establecida en (3–23) se basa en asumir que, según se ha comentado anteriormente, $I_n$ varía lentamente con el tiempo, con lo cual puede decirse que todos los valores de implicados en $\mu_q$ son independientes del tiempo[94]. Puesto que todos los armónicos han de tenerse en cuenta, y, además, el mínimo periodo que abarca las modulaciones de todos los elementos de la agrupación es $T_0$, se procederá a calcular la densidad de potencia promediada en el tiempo sobre dicho periodo:

$$\begin{aligned}\tilde{P}(\theta)&=\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\left[\mathscr{R}e\left\langle F(\theta,t)\right\rangle\right]^2 dt=\\&=\frac{1}{T_0}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left|\mu_q\right|^2\int_0^{T_0}\cos^2\left[(\omega+q\omega_0)t+\varphi_q\right]dt+\\&+\frac{1}{T_0}\sum_{\substack{p,q=-\infty\\ p\neq q}}^{\infty}\left|\mu_p\right|\left|\mu_q\right|\int_0^{T_0}\left\{\cos\left[(\omega+p\omega_0)t+\varphi_p\right]\cos\left[(\omega+q\omega_0)t+\varphi_q\right]\right\}dt=\tilde{P}_1(\theta)+\tilde{P}_2(\theta),\end{aligned} \tag{3–24}$$

[94] Aquí se observa que la generalización a agrupaciones no isotrópicas consiste en insertar los correspondientes términos de factor elemento en la expresión de $\mu_q$.

(sobre la controversia que puede aparecer en seleccionar dicho periodo, y en haber seleccionado la parte real del campo al cuadrado, en lugar de su amplitud al cuadrado, véase el Apéndice A.1.3[95]), donde:

$$\tilde{P}_1(\theta) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left|\mu_q\right|^2 \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{\operatorname{sen}\left[4\pi\left(b+q\right)+2\varphi_q\right] - \operatorname{sen}\left(2\varphi_q\right)}{4\pi\left(b+q\right)}\right\}, \tag{3–25}$$

y

$$\tilde{P}_2(\theta) = \sum_{\substack{p,q=-\infty \\ p\neq q}}^{\infty} \frac{\left|\mu_p\right|\left|\mu_q\right|}{2\pi}\left\{\frac{\cos\left[\pi\left(p-q\right)+\left(\varphi_p-\varphi_q\right)\right]\operatorname{sen}\left[\pi\left(p-q\right)\right]}{\left(p-q\right)} + \right. \\ \left. + \frac{\cos\left[\pi\left(2b+p+q\right)+\left(\varphi_p+\varphi_q\right)\right]\operatorname{sen}\left[\pi\left(2b+p+q\right)\right]}{\left(2b+p+q\right)}\right\}, \tag{3–26}$$

siendo $b=T_0/T>>1$, ver Ecuación (3–21). El límite superior del sumando de la derecha dentro de las llaves en la (3–25) es igual a $1/[2\pi(b+q)]$. Este término es despreciable, puesto que $b>>1$, a menos que $q$ sea negativo y del orden de $b$. En dicho caso, sin embargo, $\mu_q \to 0$, ver ecuación (3–23) tomando $q>>1$. Consideraciones similares son aplicables a la (3–26). Por lo tanto, se puede establecer que:

$$\tilde{P}(\theta) = \frac{1}{2}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left|\mu_q(\theta)\right|^2 = \frac{1}{2}\left|\mu_0(\theta)\right|^2 + \frac{1}{2}\sum_{\substack{q=-\infty \\ q\neq 0}}^{\infty}\left|\mu_q(\theta)\right|^2 . \tag{3–27}$$

La potencia total radiada por la agrupación es la suma de las contribuciones en todo el espacio, lo que se establece como una ecuación análoga a la (1–54) simplificada para el caso de simetría de la agrupación (y cuyo promedio temporal se toma en $T_0$ –el periodo de las modulaciones temporales–, y no en $T$ –el periodo de la portadora–):

$$\mathscr{P} = \int_0^{\pi}\frac{1}{2}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left|\mu_q(\theta)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\left|\mu_0(\theta)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta + \frac{1}{2}\sum_{\substack{q=-\infty \\ q\neq 0}}^{\infty}\int_0^{\pi}\left|\mu_q(\theta)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta . \tag{3–28}$$

El último término representa las pérdidas en potencia, desarrolladas término a término.

El resultado establecido en la (3–28) es importante, porque separa las potencias radiadas por el término fundamental $q=0$ (es decir, la densidad de potencia deseada), de aquéllas radiadas por los demás términos $q\neq 0$ (las densidades de potencia de los armónicos). Resulta evidente que dicha expresión no está limitada al caso de modulación temporal con pulsos rectangulares, ya que el factor de excitación dinámica [$\xi_n$ senc($q\pi\xi_n$)] puede ser reemplazado por la función apropiada $G_{nq}$, obtenida de (2–54) con una $g_n(t)$ distinta de la (2–57).

[95] El hábito de quienes trabajan en el diseño y análisis de antenas puede jugar una mala pasada y hacer dudar respecto de si hay que realizar la integral de la amplitud al cuadrado del campo, o de su parte real al cuadrado. Quizá resulte útil ver el Apéndice A.1.3, o bien la Sub–Sección 1.5.1, para intentar aclarar cualquier tipo de dudas al respecto.

Naturalmente, la ecuación (3–28) indica que la RBL depende fuertemente de los factores de excitación dinámica, además de especificar que sólo los elementos modulados temporalmente contribuyen a su aparición. La relevancia de esta radiación indeseada puede controlarse reduciendo el número *M* de elementos modulados en el tiempo, o quizá seleccionando apropiadamente la función de modulación $g_n(t)$.

Resulta conveniente definir la eficiencia dinámica:

$$\eta_d = \frac{\frac{1}{2}\int_0^{\pi} |\mu_0(\theta)|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}{\mathscr{P}} = \frac{1}{1+\frac{\sum_{\substack{q=-\infty \\ q\neq 0}}^{\infty} \int_0^{\pi} |\mu_q(\theta)|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}{\int_0^{\pi} |\mu_0(\theta)|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}} = \frac{1}{1+\sum_{\substack{q=-\infty \\ q\neq 0}}^{\infty} \alpha_q}, \tag{3–29}$$

donde

$$\alpha_q = \frac{\int_0^{\pi} |\mu_q(\theta)|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}{\int_0^{\pi} |\mu_0(\theta)|^2 \operatorname{sen}\theta d\theta} \tag{3–30}$$

es la contribución parcial del *q*–ésimo armónico a la reducción de la eficiencia total. Puesto que las integrales de esta última razón son siempre positivas, la eficiencia máxima $\eta_d$=1 se alcanza si y solo si todos los modos son iguales a cero, según se esperaba.

### 3.6.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN.

Considérese una agrupación lineal compuesta por 30 elementos isotrópicos separados 0,7$\lambda$. Sea $I_{CH,n}\in\Re$, con $0\leq I_{CH,n}\leq 1$ y $n\in[0,29]$ la distribución estática normalizada de un patrón tipo Dolph–Chebyshev radiado por dicha agrupación, cuyo *NLL* se sintetiza a –20 dB [BALANIS1997]. Llámese a esta configuración de excitación "Caso Chebyshev Estático" (CCE). Considérese separadamente la misma geometría pero con una distribución de excitación estática uniforme ($I_{U,n}$=1, $n\in[0,29]$), y llámese a esta configuración "Caso Estático Uniforme" (CEU). Si se aplica modulación temporal de pulsos rectangulares a los elementos del CEU, y los $\xi_{U,n}$ se seleccionan numéricamente iguales a las excitaciones del CCE (i.e. $\xi_{U,n}=I_{CH,n} \Rightarrow I_{U,n}\,\xi_{U,n}=I_{CH,n}$), se obtiene un patrón en el modo fundamental (*q*=0) cuya topografía de lóbulos laterales es exactamente la misma que la del correspondiente CCE, dando como resultado el Caso Chebyshev Dinámico (CCD). Este procedimiento puede ser generalizado para obtener cualquier topografía conocida mediante algún método de síntesis aplicado a las excitaciones estáticas de una agrupación. Sin embargo en estos casos tan sencillos generalmente se obtiene una RBL muy alta, como se observa en la Figura 3-16 en la que se han representado los patrones *q*=0, 1 y 2 (corte $\varphi$=90º). Nótese que la componente *q*=1 está sólo 7,12 dB por debajo del máximo del modo *q*=0. Si se aplica la

ecuación (3–29) a este caso se obtiene una eficiencia dinámica muy baja: 62,86% ($\alpha_1$ =0,213 y $\alpha_2$=0,031).

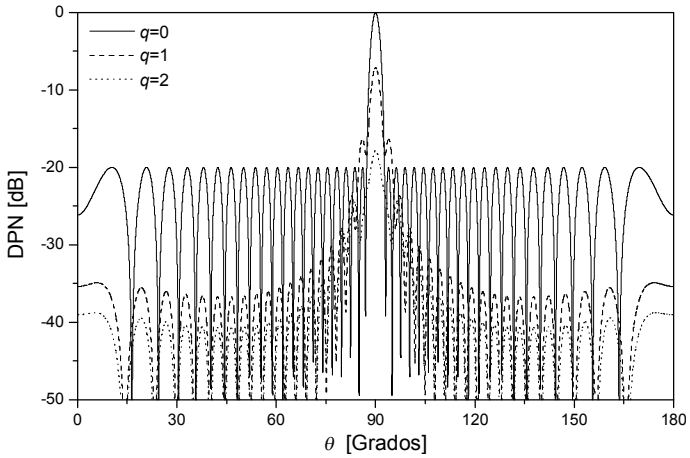



**Figura 3-16.** Caso dinámico con topografía Chebyshev a -20 dB de nivel de lóbulos laterales.

Esto indica que ha de aplicarse un proceso de optimización para recalcular los valores $\xi_n$ del CCD, intentando mantener la topografía del patrón principal lo más inalterada posible.

En la Sub–Sección 5.3, páginas 295 y ss., se aplicará un método de síntesis considerando modulación temporal con pulsos rectangulares. Si se aplica a la configuración descrita una técnica similar a la especificada en dicha Sub–Sección, intentando mantener el *NLL* monotónicamente cercano a –20 dB, mientras que la RBL es minimizada, se logra aumentar la eficiencia dinámica hasta un valor del 96,09 %, reduciendo la amplitud máxima de la componente *q*=1 a 30 dB por debajo del máximo del patrón *q*=0 (con $\alpha_1$=0,008 y $\alpha_2$=0,003), ver Figura 3-19 (*NLL*=–20,04 dB).

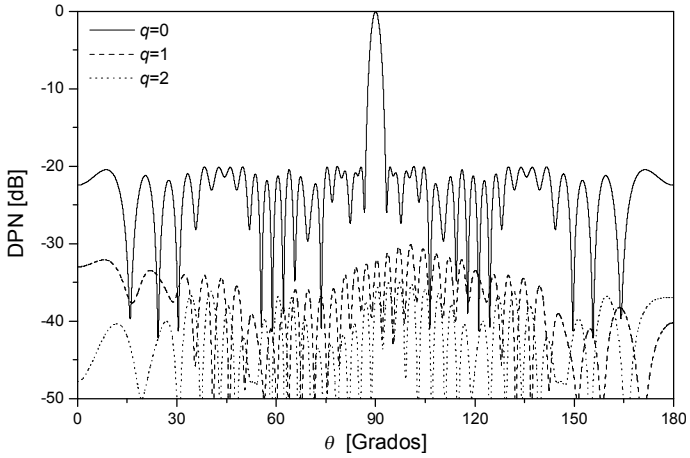



**Figura 3-17.** Diagramas en potencia del caso dinámico optimizado.

Comparando ambos resultados, se observa que los parámetros $\alpha_1$ y $\alpha_2$ son excelentes indicadores de la eficiencia dinámica. El ligero cambio en la topografía de lóbulos laterales del caso optimizado está justificado por la simplificación que ha sufrido la estructura de alimentación de la agrupación, ya que

ahora se puede controlar el patrón en potencia con la simple inserción de dispositivos interruptores discretos.

### 3.6.4 Conclusiones.

La transmisión de señales es posible con las agrupaciones a cuyos elementos se ha aplicado modulación temporal, siempre y cuando se impongan ciertas restricciones, ver desigualdades (3–21), a las frecuencias angulares involucradas en el proceso (frecuencias portadora, de las funciones de modulación, y de la señal). Las pérdidas en potencia para el caso de modulación temporal con pulsos rectangulares han sido formuladas explícitamente, lo que da al diseñador la posibilidad de calcularlas término a término. En la Sub–Sección 2.4 se presentaron los fundamentos de las agrupaciones moduladas temporalmente. Volviendo a dicho apartado y examinando la ecuación (2–54) se observa que, para el caso del modo fundamental $q$=0, los coeficientes $G_{n0}$ coinciden con el área bajo la curva $g_n(t)$. Por consiguiente, la forma de la función de modulación temporal es irrelevante con respecto al diagrama de radiación deseado, con tal de que el área bajo la curva se mantenga constante. Esta simple consideración sugiere la investigación de distintas funciones de modulación (cuyas áreas bajo la curva son iguales) y su influencia en los modos armónicos. Esto se propone como investigación futura.

## 3.7 Herramientas de Análisis Numéricos.

### 3.7.1 Visualización de Diagramas en 3D con MATLAB.

En la enseñanza de cualquier tema en el que estén involucrados cálculos numéricos, y/o analíticos, son de inestimable ayuda los paquetes de software preparados para manipular ecuaciones, algoritmos numéricos y/o representaciones gráficas en 2 ó 3 dimensiones. Esto último, a la vez que aleccionador, resulta especialmente útil para estimular la curiosidad del alumno, ya que permite obtener rápidamente y con muy poco esfuerzo una estimación cualitativa del comportamiento de los diagramas de radiación generados por las agrupaciones de antenas. Además de esta utilidad, se observa que con muy pocos recursos se obtienen resultados gráficos de muy alta calidad estética, lo cual, aún en el campo científico, es siempre deseable. Esto sucede con herramientas de altas prestaciones, tales como Mathematica [Wolfram1999], MATLAB [Matlab2002_1] (ver Sub–Sección 1.7.6.2, páginas 96 y ss.), MathCAD [Benker2000], y otros paquetes similares con los cuales, con un mínimo conocimiento del manejo de sus funciones es posible crear gráficos muy instructivos y detallados en muy poco tiempo.

A continuación se presenta un algoritmo codificado en MATLAB con el cual se obtienen diagramas polares en 3 dimensiones de los patrones en potencia generados por agrupaciones planas de antenas –considerando el factor elemento–, contando así con una herramienta muy útil a la hora de hacer ver al alumno las características generales de este tema, siempre presente en asignaturas relacionadas con la teoría de antenas. Como utilidad adicional, se agregan líneas de código de manera que las distribuciones relativas de amplitud y fase de los elementos radiantes también sean visualizadas en sendos diagramas espaciales. Nótese que a lo largo de esta Tesis se han venido representando diversos diagramas polares

en 3 dimensiones. Para generar dichas gráficas se ha utilizado (con ligeras modificaciones) la aplicación que a continuación se detalla.

#### 3.7.1.1 FORMULACIÓN: RADIACIÓN DE UNA AGRUPACIÓN DE ANTENAS.

En la Sub–Secciones 1.5.6 y 1.5.6.1, ver páginas 56 y ss., se ha establecido que una agrupación de $N$ radiadores dispuestos sobre el plano $xy$ –cuyas posiciones se especifican mediante las coordenadas $(x_n,y_n)$– y con un factor elemento $f_e(\theta,\varphi)$ que es función de las coordenadas esféricas usuales, posee una expresión de campo lejano de variable compleja[96]dada por la simplificación de la ecuación (1–97) reemplazada en la (1–89)[97]:

$$A(\theta,\varphi) = f_e(\theta,\varphi)\sum_{n=1}^{N} I_n e^{jk\,\mathrm{sen}\theta(x_n\cos\varphi + y_n\,\mathrm{sen}\varphi)} = f_e(\theta,\varphi)\sum_{n=1}^{N}|I_n|\,e^{j\left[\psi_n + k\,\mathrm{sen}\theta(x_n\cos\varphi + y_n\,\mathrm{sen}\varphi)\right]}. \qquad (3\text{–}31)$$

en donde $|I_n|$ y $\psi_n$ representan las amplitudes y fases relativas de cada uno de los elementos que conforman el agrupamiento, siendo, como antes, $k=2\pi/\lambda$ el número de onda correspondiente a la longitud de onda $\lambda$ a la frecuencia de trabajo. La expresión (3–31) es la utilizada para calcular el diagrama de densidad de potencia polar en 3D, con el código generado y editado en el entorno de MATLAB, tal como se describe en la Sub–Sección siguiente.

#### 3.7.1.2 EL CÓDIGO.

Según se ha comentado en la Sub–Sección 1.7.6.2, además de la utilización de funciones en la línea de comandos, MATLAB dispone de una herramienta de edición de código con un lenguaje de programación interpretado, denominado "código–m", cuya sintaxis es muy similar a la del C++. La creación y edición de dichos códigos se obtiene simplemente invocando la función `edit`, tal como se detalla más adelante.

El código presupone la creación de 3 ficheros:

1) `pos_excit.txt`: es el archivo que será leído por el programa principal al ejecutarse, y que tendrá un listado de los valores de las excitaciones y las posiciones de los elementos de la agrupación de antenas, con el siguiente formato:

[96] Puesto que el programa que se presentará a continuación calcula sólo valores de densidad de potencia, no es necesario considerar la expresión de la polarización del campo.

[97] Recuérdese que en esta fórmula se considera que los elementos son idénticos y orientados en la misma dirección, lo cual conlleva a tener una única expresión de $f_e$ que multiplica al sumatorio de la ecuación (3–31), además de obviar su carácter vectorial. En todo caso, cuando se requiera el campo generado por elementos isotrópicos, será suficiente con establecer $f_e(\theta,\varphi)=1$. También podría utilizarse la fórmula más general de un campo radiante distinto para cada elemento, insertándolo dentro del sumatorio. En este caso, sin embargo, el carácter no–vectorial de la fórmula no es aplicable. Lógicamente, es posible escribir el correspondiente código en MATLAB para dicho caso, aunque aquí se tratará solamente el de la fórmula propuesta. Nota: es fácil deducir que el signo (–) del exponente también puede utilizarse, lo cual sólo producirá una reflexión especular del diagrama de radiación. Aquí se ha seleccionado el signo (+).

```
x_coord TAB y_coord TAB amplitud TAB fase \n
```
(3–32)

en donde `x_coord` e `y_coord` representan los valores de las $(x_n,y_n)$, expresados en unidades de $\lambda$, mientras que amplitud y fase (en radianes) representan los valores de su correspondiente excitación. `TAB` y `\n` son, respectivamente, espaciado con tabulación y salto de línea. Se evitará tener un salto en la última línea (fila), para que el programa calcule correctamente el número total de elementos.

2) `pot_3d_polar.m`: es el fichero que contendrá el código completo, listado a continuación. Es el programa principal.

3) `felem.m`: es el fichero que contendrá codificada la función $f_e(\theta,\varphi)$ y que deberá, al igual que `pos_excit.txt` , encontrarse en el mismo directorio que el ejecutable principal (ver ítem anterior). Como es de esperar, dicha función recibirá dos parámetros como argumentos, y devolverá como resultado un número real.

Se comienza invocando, en la línea de comandos de MATLAB, la función `edit`, así:

```
edit pot_3d_polar.m
```

Tras lo cual, el programa preguntará si se desea que el fichero (que no existe, a menos que el lector tenga otro con el mismo nombre) sea creado. Obviamente, se selecciona la opción de aceptar.

A continuación se lista el código principal, cuyas líneas han sido numeradas, para mayor claridad:

Las líneas iniciales se encargan de leer el fichero `'pos_excit.txt'`, almacenando en las matrices correspondientes los valores de excitaciones y posiciones. A continuación se establecen los parámetros de distancia máxima `d_max` respecto del origen del sistema de coordenadas y amplitud máxima de la distribución. Luego, ésta se normaliza respecto de su valor máximo (línea 5). A continuación se abre la figura que exhibirá el diagrama, se le da un color de fondo y se establecen los marcadores (líneas 6, 7 y 8). Luego se da formato a sus correspondientes etiquetas. Las líneas 12 a 14 establecen los títulos de los ejes y las fuentes utilizadas. Finalmente, las líneas 15 y 16 ajustan las características de los ejes cartesianos. Más información sobre estas funciones se obtiene de la ayuda de MATLAB [MATLAB2002_1].

```
1. clear;
2. [X,Y,AMP,PHA]=textread('pos_excit.txt','%f %f %f %f');
3. nelem=size(AMP,1);
4. dist=sqrt(X.*X+Y.*Y); dmax=max(max(dist));if dmax==0 dmax=1; end; max_amp=max(max(AMP));
5. AMP=AMP/max_amp;
6. fig_amp=figure('Name','Distribucion de Amplitud','NumberTitle', 'off');
7. colordef(fig_amp,'white');
```

```
8. plot3(X,Y,AMP,'bo','MarkerFaceColor','white','MarkerSize',10);
9. axis([-dmax dmax -dmax dmax 0 1]);
10.tick_pos=(0:0.2:1);
11.set(gca,'ZTick',tick_pos,'ZTickLabel',tick_pos);
12.xlabel('x/\lambda','FontSize',12,'position',[0 1.4*dmax 0],'HorizontalAlignment','center');
13.ylabel('y/\lambda','FontSize',12,'position',[1.4*dmax 0 0],'HorizontalAlignment','center');
14.zlabel('Amplitud Normalizada','FontSize',12);
15.grid on; axis square; box on;
16.camproj('perspective'); view(140,20);
```

A continuación se ejecutan pasos análogos para representar la distribución de fase (en grados)

```
17.PHADEG=180*PHA/pi;
18.fig_pha=figure('Name','Distribucion de Fase','NumberTitle', 'off');
19.colordef(fig_pha,'white');
20.plot3(X,Y,PHADEG,'ro','MarkerFaceColor','white','MarkerSize',10);
21.axis([-dmax dmax -dmax dmax 0 360]);
22.tick_pos=(0:60:360);
23.set(gca,'ZTick',tick_pos,'ZTickLabel',tick_pos);
24.xlabel('x/\lambda','FontSize',12,'position', [0 1.4*dmax 0],'HorizontalAlignment','center');
25.ylabel('y/\lambda','FontSize',12,'position',[1.4*dmax 0 0],'HorizontalAlignment','center');
26.zlabel('Fase [Grados]','FontSize',12);
27.grid on; axis square; box on;
28.camproj('perspective'); view(140,20);
```

Posteriormente, se escribe la porción de código encargado de generar el diagrama polar 3D del patrón en potencia propiamente dicho. Fundamentalmente, `nivel_db` indica el nivel mínimo en decibelios utilizado en la gráfica, mientras que `n_points_theta` y `n_points_phi` son los números de puntos utilizados para crear la superficie (paramétrica en $\theta$ y $\varphi$) del patrón en potencia. La línea 30 pregunta al usuario si desea dibujar el diagrama en todo espacio o sólo en un hemisferio. Una vez seleccionada una opción, se crean los puntos $\theta$ y $\varphi$ en el rango correspondiente.

```
29.level_db= 50; n_points_theta=121;n_points_phi=121; itheta=0; iphi=0; fphi=2*pi;
30.whole = input('Hemisferio (0) o todo el espacio (1)?:\n');
31.if whole==0; ftheta=pi/2; else ftheta=pi; end;
32.THETA=linspace(itheta,ftheta,n_points_theta)';
33.PHI=linspace(iphi,fphi,n_points_phi);
```

Las líneas 34 a 43 calculan la función *A*, ver ecuación (3–31). Mientras que las 44 a 51 se encargan de normalizarla y pasarla a dB.

```
34.for m=1:n_points_theta,
35.for n=1:n_points_phi,
36.temp_field=0;
37.for r=1:nelem,
```

```
38.temp_field=temp_field+AMP(r)*exp(i*(PHA(r)+2*pi*(sin(THETA(m))*(X(r)*cos(PHI(n))+Y(r)*sin(PHI
   (n))))));
39.end;
40.temp_field=temp_field*felem(THETA(m),PHI(n));
41.RADIUS(m,n)=abs(temp_field);
42.end;
43.end;
44.RADIUS=RADIUS/max(max(RADIUS));
45.for m=1:n_points_theta,
46.for n=1:n_points_phi,
47.if(RADIUS(m,n)<10^(-level_db/20)) RADIUS(m,n)=0;
48.else RADIUS(m,n)=20*log10(RADIUS(m,n))+level_db;
49.end;
50.end;
51.end;
```

Las siguientes líneas crean las matrices que almacenarán los valores parametrizados de los cambios de coordenadas:

$$\begin{aligned} x &= r\,\text{sen}\theta\cos\varphi \\ y &= r\,\text{sen}\theta\,\text{sen}\varphi \\ z &= \cos\theta \end{aligned} \qquad (3\text{–}33)$$

en donde *r* (cuyos valores puntuales están almacenados en la matriz `RADIUS`) representa el valor del patrón en potencia, normalizada y pasada a decibelios. Esto se observa con claridad en las líneas 52 a 54. A continuación, se invoca la función `figure`, seguida de la función `surf`, que se encarga de representar gráficamente los valores almacenados en las matrices `XX`, `YY` y `ZZ`. Las líneas 56 a 64 realizan ajustes a la gráfica [MATLAB2002_1]. Finalmente, se limpia el búfer de memoria.

```
52.XX=sin(THETA)*cos(PHI).*RADIUS;
53.YY=sin(THETA)*sin(PHI).*RADIUS;
54.ZZ=cos(THETA)*ones(1,n_points_phi).*RADIUS;
55.fig_power=figure('Name','Potencia Normalizada [dB]','NumberTitle', 'off');
56.ps=surf(XX,YY,ZZ,'EdgeColor', 'blue','EdgeAlpha', 0.50, 'LineWidth', 1.00);
57.set(ps,'FaceColor',[ 0.502 0.502 1.000]);alpha(0.80); title('DPN [dB]');
58.tick_pos=(-level_db:10:level_db); ticks=abs(tick_pos)-level_db;
59.set(gca,'XTick',tick_pos,'XTickLabel',ticks);
60.set(gca,'YTick',tick_pos,'YTickLabel',ticks);
61.set(gca,'ZTick',tick_pos,'ZTickLabel',ticks);
62.set(gca,'XColor', 'blue','YColor', 'blue','ZColor', 'blue');
63.axis equal; axis auto; box on;
64.camlight; lightangle(0,45);lighting gouraud; camproj('perspective');
65.clear;
```

Sólo queda por editar el código correspondiente al factor elemento, para lo cual se ha de invocar nuevamente a la función:

```
edit 'felem.m'
```

y cuyas líneas de código son, sencillamente, las que se detallan a continuación:

```
function fel=felem(theta,phi)
fel=cos(theta).^2;
```

correspondientes a $f_e(\theta,\varphi)=\cos^2\theta$ .

Obviamente se puede modificar este código, de acuerdo a las características del factor elemento utilizado en la agrupación. Esta función no está limitada a expresiones meramente analíticas, ya que podría codificarse un factor elemento obtenido de mediciones discretas en laboratorio, y cuyos resultados en posiciones intermedias $(\theta,\varphi)$ podrían ser calculados utilizando algún método de interpolación.

### 3.7.1.3 EJEMPLOS.

El código anterior ha sido escrito teniendo en cuenta que el patrón en potencia a representar sería el del la Figura 3-18, tomando el hemisferio superior $(0,0)\leq(\theta,\varphi)\leq(\pi/2,2\pi)$. La distribución de excitación se representa en la Figura 3-19 (A: Amplitud normalizada. B: Fase en grados). Los valores de las posiciones y de la amplitud y fase se especifican en el siguiente listado, con el formato presentado en (3–32).

```
-1.2500   -1.2500   1.0000   0.0000
-1.2500   -0.7500   1.0000   0.0000
-1.2500   -0.2500   1.0000   0.0000
-1.2500    0.2500   1.0000   0.0000
-1.2500    0.7500   1.0000   0.0000
-0.7500   -1.2500   1.0000   0.0000
-0.7500   -0.7500   1.0000   0.0000
-0.7500   -0.2500   1.0000   0.0000
-0.7500    0.2500   1.0000   0.0000
-0.7500    0.7500   1.0000   0.0000
-0.2500   -1.2500   1.0000   0.0000
-0.2500   -0.7500   1.0000   0.0000
-0.2500   -0.2500   1.0000   0.0000
-0.2500    0.2500   1.0000   0.0000
-0.2500    0.7500   1.0000   0.0000
 0.2500   -1.2500   1.0000   0.0000
 0.2500   -0.7500   1.0000   0.0000
 0.2500   -0.2500   1.0000   0.0000
 0.2500    0.2500   1.0000   0.0000
 0.2500    0.7500   1.0000   0.0000
 0.7500   -1.2500   1.0000   0.0000
 0.7500   -0.7500   1.0000   0.0000
 0.7500   -0.2500   1.0000   0.0000
 0.7500    0.2500   1.0000   0.0000
 0.7500    0.7500   1.0000   0.0000
```

**Tabla 3- 5.** Distribución de posiciones y de excitaciones que generan las Figuras 3–18 y 3–19.
Formato de escritura de fichero `x_coord TAB y_coord TAB amplitud TAB fase \n.`

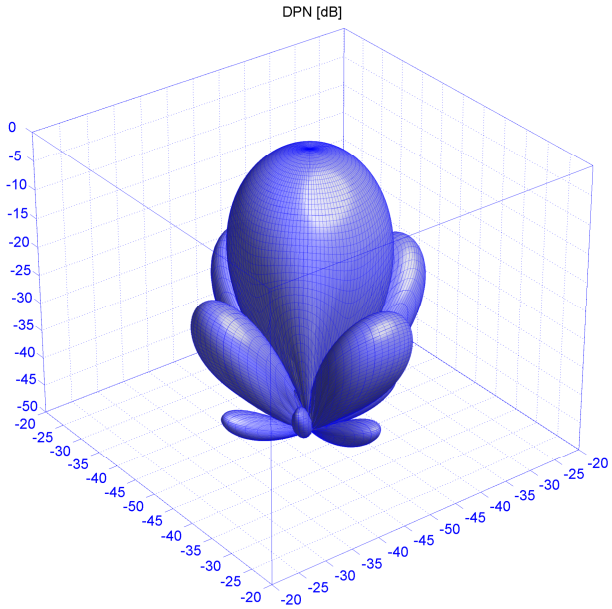



**Figura 3-18.** Patrón en potencia generado por una agrupación de 5x5 elementos uniformemente excitados. Se ha utilizado $f_e(\theta,\varphi)=\cos^2\theta$.

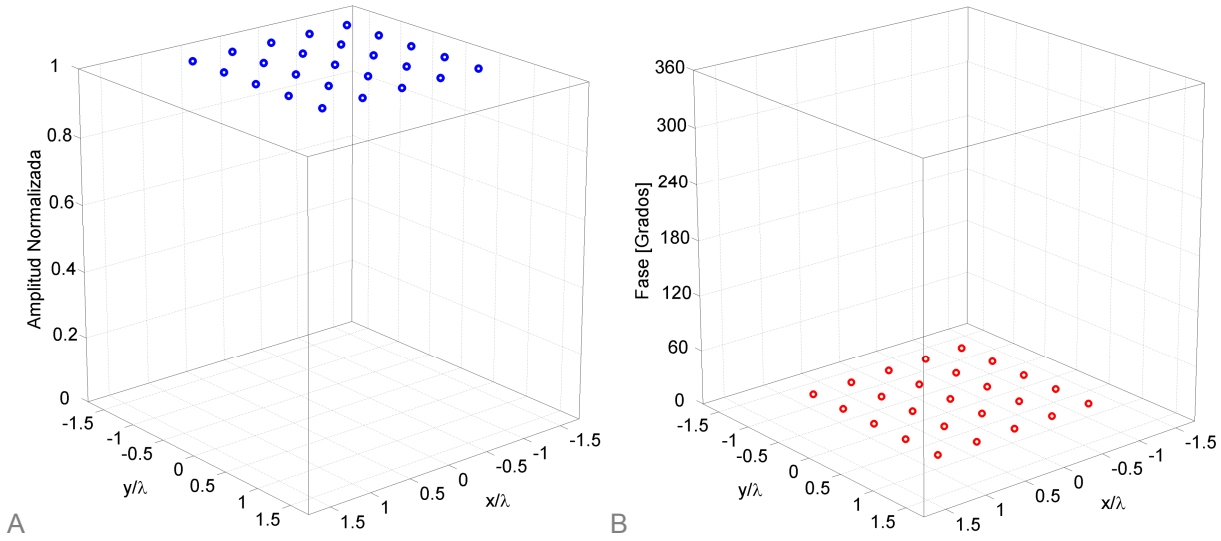



**Figura 3-19.** Distribución de excitación que genera el patrón de la Figura 4–61. A: Distribución de amplitud uniforme. B: Distribución de fase uniforme. Nótese cómo se distribuyen en un rectángulo los elementos de la agrupación plana.

La Figura 3-20 muestra el patrón en potencia de una agrupación plana compuesta por 20x20 elementos uniformemente espaciados una distancia $\delta_x=\delta_y=0{,}5\lambda$, tomando $f_e(\theta,\varphi)=1$, esto es, elementos isotrópicos. Las excitaciones han sido generadas de tal manera que corresponden a una distribución separable, ver Sub–Sección 1.5.6.1, con un diagrama de haz plano (obtenido con el método desarrollado en [ORCHARD 1985]) en el plano *xz* (nivel de lóbulos laterales a –25 dB y rizado ±0,5 dB en la zona

de cobertura), y un patrón del tipo Chebyshev [ELLIOTT2003] en el plano *yz* (nivel uniforme de lóbulos laterales a –20 dB). Las correspondientes distribuciones de amplitud y fase se observan en la Figura 3-21, A y B, respectivamente. No se listan las posiciones y los valores de excitación de los 400 elementos por una obvia limitación en espacio.

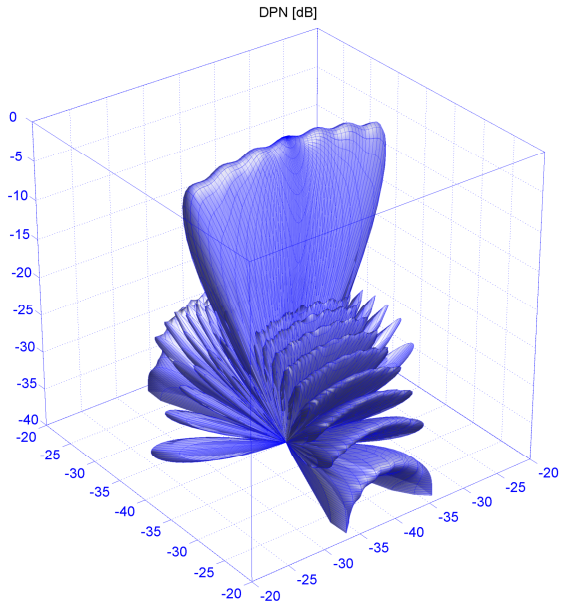



**Figura 3-20.** Patrón en potencia generado por una agrupación de 20x20 elementos con distribución de excitación separable, tipo patrón de haz plano en un plano principal y Chebyshev en el plano perpendicular. Se ha utilizado $f_e(\theta,\varphi)$=1.

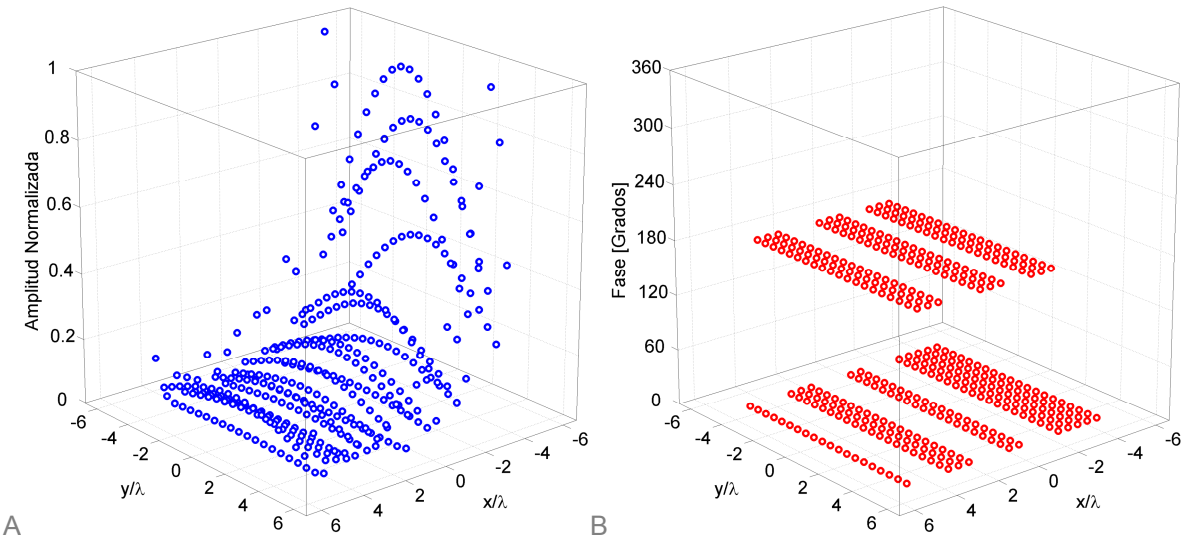



**Figura 3-21.** Distribución de excitación que genera el patrón de la Figura 4–63. A: Distribución de amplitud. B: Distribución de fase. Nótese cómo se distribuyen en un rectángulo los elementos de la agrupación plana.

La Figura 3-22 muestra el patrón en potencia generado por una agrupación de 20 dipolos verticales de longitud 0,5λ, uniformemente distribuidos en un círculo de radio igual a 1,76λ, todos ellos con excitación uniforme (amplitud 1 y fase 0).

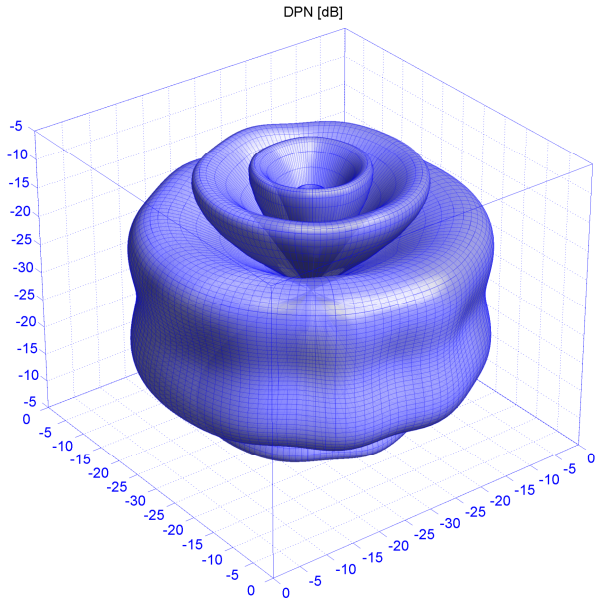
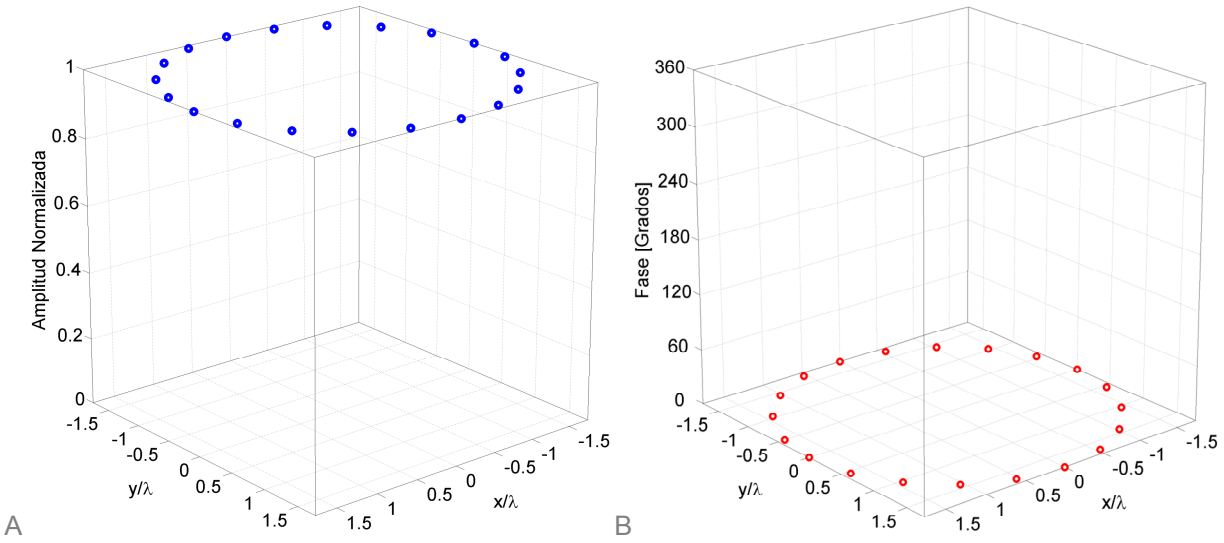



**Figura 3-22.** Patrón en potencia generado por una agrupación de 20 dipolos verticales de longitud 0,5 $\lambda$, alineados en un círculo de radio 1,76 $\lambda$, con distribución de excitación uniforme. Se ha utilizado el factor elemento de la ecuación (2–24).

El factor elemento de un dipolo orientado a lo largo del eje *z* se lista a continuación, deducido en la Sub–Sección 2.2.2, ver ecuación (2–24), considerando que en campo lejano y para *r*=constante, sólo interesa la expresión entre corchetes si se desea calcular el patrón en potencia normalizado (las frases a las que precede el símbolo "%" son comentarios, como antes):

```
function fel=felem(theta,phi)
beta_half_length=pi*0.5; % Un dipolo de longitud 0,5 lambda
den=sin(theta);          % Denominador
if(den==0.00) fel=0.00; % Para theta=0, el factor elemento es cero
else fel= (cos(beta_half_length*cos(theta))-cos(beta_half_length))/den;
end;
```




A B

**Figura 3-23.** Distribución de excitación que genera el patrón de la Figura 3-22. A: Distribución de amplitud uniforme. B: Distribución de fase uniforme. Nótese cómo los elementos de la agrupación se distribuyen en un círculo.

En la Tabla 3–6 se especifican los valores de posiciones y excitaciones para este último ejemplo.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.7600 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.6739 | 0.5436 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.4242 | 1.0340 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.0352 | 1.4234 | 1.0000 | 0.0000 |
| 0.5449 | 1.6735 | 1.0000 | 0.0000 |
| 0.0014 | 1.7600 | 1.0000 | 0.0000 |
| -0.5423 | 1.6744 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.0329 | 1.4250 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.4226 | 1.0363 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.6731 | 0.5463 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.7600 | 0.0028 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.6748 | -0.5409 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.4258 | -1.0318 | 1.0000 | 0.0000 |
| -1.0374 | -1.4217 | 1.0000 | 0.0000 |
| -0.5476 | -1.6726 | 1.0000 | 0.0000 |
| -0.0042 | -1.7600 | 1.0000 | 0.0000 |
| 0.5396 | -1.6752 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.0306 | -1.4267 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.4209 | -1.0386 | 1.0000 | 0.0000 |
| 1.6800 | -0.4990 | 1.0000 | 0.0000 |

**Tabla 3- 6.** Distribución de posiciones y de excitaciones que generan las Figuras 3–22 y 3–23.
Formato de escritura de fichero `x_coord TAB y_coord TAB amplitud TAB fase \n`

#### 3.7.1.4 Conclusiones.

A través de las figuras se observa que, utilizando el lenguaje de programación interpretado de MATLAB, es posible obtener gráficos de potencia generados por agrupaciones planas de antenas con relativa rapidez. Los ejemplos son aleccionadores y se observa que pueden llegar a resultar muy útiles, no sólo para la enseñanza, sino también como herramienta de diagnóstico de diagramas obtenidos por cualquier método conocido de síntesis. Es posible modificar el código a conveniencia, ya que la información del nivel de lóbulos laterales puede darse a través de un gradiente de colores, por ejemplo, lo cual podría resultar más cómodo y preciso que el método aquí utilizado de establecer los niveles en el enrejado de los ejes cartesianos, véanse las Figuras correspondientes al patrón en potencia. También, con modificaciones más elaboradas, es posible representar diagramas polares tridimensionales de patrones radiados por otro tipo de antenas, como por ejemplo distribuciones continuas (ver, como ejemplo, la Figura 2-21, página 137).

### 3.7.2 Cálculo de Directividades Usando la Regla de Simpson en 2D.

En la Sub–Sección 1.5.1 se ha dado la definición de directividad, presentándose la correspondiente formulación cuya expresión general está representada por la ecuación (1–59), ver página 35, y sus correspondientes derivaciones para casos especiales. Cuando la integral del denominador de dicha expresión ha de ser realizada numéricamente, el cálculo de la directividad

consume, en general, mucho tiempo de cómputo, en comparación con el cálculo de otros parámetros que son requeridos comúnmente en análisis y/o síntesis de antenas utilizando expresiones analíticas. Si el cálculo de la directividad es requerido repetidas veces, como por ejemplo en procesos de síntesis que hacen uso de algún proceso de optimización, dicho cálculo puede convertirse en el factor que impone mayores limitaciones de tiempo de cómputo en el momento de implementarse el algoritmo con algún tipo de software de cálculo. Bien es cierto que la carga computacional, en términos de números de operaciones, puede ser aliviada si se aplican consideraciones de simetría, como por ejemplo en agrupaciones compuestas por elementos isotrópicos. Otros ejemplos podrían ser bien el del caso de una agrupación con elementos cuyo campo radiante $f_e$ puede ser factorizado fuera del sumatorio que calcula el campo total radiado –ver ecuación (1–89)–, para los cuales parte –o todo– el cálculo de la doble integral implicada puede ser reducido a una combinación lineal de las excitaciones de los elementos [KIM1988_1], o bien el de antenas lineales o de algunas geometrías que poseen simetría rotacional, e. g. ver ecuación (1–63), con las que la doble integral se reduce a una integral de una sola variable. Estas consideraciones especiales, sin embargo, no siempre son aplicables, y esto se hace más evidente, por ejemplo, en el caso en que la intensidad de campo $U(\theta,\varphi)$ es conocida solamente mediante un conjunto de medidas de campo en puntos discretos $(\theta_m,\varphi_m)$ del espacio (y cuyos valoras en puntos intermedios, se obtiene mediante la correspondiente interpolación). Es bien conocido que existen ciertas aproximaciones a la fórmula de la directividad, mucho más simples –y por lo tanto con métodos de cálculo más ágiles en términos de números de operaciones matemáticas– [BALANIS1997, CHEN1976], pero éstas son sólo aproximaciones, y de ninguna manera son aplicables universalmente a todos los casos. Si dichas aproximaciones no resultan suficientes para el grado de precisión requerido, o bien no son aplicables, el diseñador de antenas tiene a su disposición un conjunto de rutinas de integración numérica utilizadas por herramientas software muy conocidas, como (ver Sub-Sección 1.7.6) MATLAB [MATLAB2002], Mathematica [WOLFRAM1999] o IMSL[98] [VISUAL1997]. También es posible utilizar algoritmos de integración numérica que han sido previamente desarrollados y luego publicados para que el usuario tenga la oportunidad de personalizar el código de acuerdo a sus necesidades, como en el ya clásico *Numerical Recipes* [PRESS1992], por ejemplo.

Bajo estas consideraciones, a continuación se presenta una rutina escrita en C++ (pero, naturalmente, adaptable a cualquier otro lenguaje de programación de alto nivel –como Fortran o Pascal–, o de bajo nivel –como ensamblador–) basada en la generalización de la regla de Simpson a dos dimensiones[99]. Algunas comparaciones con rutinas conocidas permiten llegar a la conclusión de que las rutinas de integración propuestas permiten, en la mayoría de los casos, acelerar el proceso de cálculo en

[98] IMSL es un paquete que contiene un conjunto de rutinas de cálculo matemático muy utilizadas, como Funciones de Bessel, Trigonométricas, Estadísticas, etcétera. Inicialmente IMSL fue codificada en lenguaje Fortran, pero actualmente existe una versión para C/C++ [VISUAL1997].

[99] Sorprendentemente, la generalización de la regla de Simpson a 2 dimensiones no es fácil de encontrar en la literatura técnica. Al parecer, la formulación presentada a continuación no ha sido publicada con anterioridad –hasta donde el autor pudo averiguar mediante consultas en bases de datos y libros de bibliotecas a su alcance, por un lado, y mediante búsquedas sistemáticas mediante un navegador de Internet, por otro–.

comparación con las herramientas utilizadas por las herramientas software antes citadas, según se observa a continuación.

### 3.7.2.1 LA REGLA DE SIMPSON EN DOS DIMENSIONES.

Considérese inicialmente la Regla de Simpson en una dimensión. Para aproximar una integral definida $I=\int_a^b f(x)\,dx$, inicialmente se la descompone en una suma de integrales en intervalos más pequeños:

$$I=\sum_{n=0}^{N-1} I_n, \quad I_n=\int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x)\,dx \tag{3–34}$$

donde $x_0=a$ y $x_N=b$. A continuación se aplica una fórmula de cuadratura a cada $I_n$, es decir, se aproxima $I_n$ a una combinación lineal $I_n=\sum_{k=0}^{K} w_k f(x_{n,k})$ de los valores de una $f$ especificada en $K$ puntos $x_{n,k}$ en el intervalo $[x_n,x_{n+1}]$. La Regla de Simpson es una fórmula cuadrática que utiliza tres puntos ($x_{n,0}=x_n$; $x_{n,1}=x_n+½\,\Delta x=½\,(x_n+x_{n+1})$ y $x_{n,2}=x_n+\Delta x=x_{n+1}$, donde $\Delta x=x_{n+1}-x_n$), y requiere que la aproximación sea, de hecho, exacta para polinomios de órdenes 0, 1 y 2. En particular, si se aplica a los polinomios $f(x)=1$, $f(x)=x$, y $f(x)=x^2$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
w_0 1 &+ w_1 1 &+ w_2 1 &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} 1\,dx &&= \Delta \\
w_0\,x_n &+ w_1\left[(x_n+x_{n+1})/2\right] &+ w_2\,x_{n+1} &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} x\,dx &&= ½(x_n+x_{n+1})\Delta \\
w_0\,x_n^2 &+ w_1\left[(x_n+x_{n+1})^2/4\right] &+ w_2\,x_{n+1}^2 &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} x^2\,dx &&= ⅓(x_n^2+x_n x_{n+1}+x_{n+1}^2)\Delta
\end{aligned} \tag{3–35}$$

que puede ser resuelta, obteniéndose $w_0=w_2=\Delta/6$, y $w_1=4\Delta/6$. Entonces:

$$I\approx(\Delta/6)\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{k=0}^{2} q_k f(x_{n,k}) \tag{3–36}$$

siendo $\Delta=(b-a)/N$, y $\{q_0,q_1,q_2\}=\{1,4,1\}$, con un error que puede demostrarse es del orden de $\Delta^4$ [CHAPRA1999]. Finalmente, teniendo en cuenta que $x_{n,2}=x_{n+1,0}=x_{n+1}$, la ecuación anterior se transforma en:

$$I\approx(\Delta/6)\sum_{i=0}^{2N} Q_i f(u_i) \tag{3–37}$$

siendo $u_i=x_0+i\Delta/2$ ($i$=0, 1, …, 2$N$) y con $Q_i$ siguiendo la secuencia 1, 4, 2, 4, 2, …, 2, 4, 2, 4, 1; es decir, $Q_0=Q_{2N}=1$, y $Q_i=2$ si $i$ es par ($i\neq 0, 2N$), o $Q_i=4$ si $i$ es impar.

La generalización de la deducción presentada a integrales calculadas en áreas rectangulares consideradas en 2 dimensiones es directa. Para aproximar la integral definida doble $J=\int_a^b\int_c^d f(x,y)\,dy\,dx$,

inicialmente se la descompone en una suma tomada sobre $N \times M$ rectángulos idénticos de tamaños $[x_n,x_{n+1}]\times[y_m,y_{m+1}]$,

$$J = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} J_{nm}, \quad J_{nm} = \int_{x_n}^{x_{n+1}}\int_{y_m}^{y_{m+1}} f(x,y)\,dy\,dx \tag{3–38}$$

siendo $x_0=a$, $x_N=b$, $y_0=c$, e $y_M=d$; a continuación se aplica a cada $J_{nm}$ una cuadratura de 3x3 puntos definidos en cada dirección con la Regla Unidimensional de Simpson, que se requiere sea exacta para todos los monomios del tipo $f(x,y)=x^r y^s$ ($r,s$=0,1,2). Dicho requerimiento conlleva a un sistema de 9 ecuaciones con 9 incógnitas, de la forma:

$$\sum_{k=0}^{2}\sum_{l=0}^{2} w_{k,l}\,(x_{n,k})^r\,(y_{m,l})^s = \int_{x_n}^{x_{n+1}}\int_{y_m}^{y_{m+1}} x^r y^s\,dy\,dx = \left(\frac{x_{n+1}^{r+1}-x_n^{r+1}}{r+1}\right)\left(\frac{y_{m+1}^{s+1}-y_m^{s+1}}{s+1}\right) \tag{3–39}$$

el cual puede resolverse para obtener la solución:

$$w_{k,l} = (1/36)\Delta_x\Delta_y q_{k,l} \tag{3–40}$$

siendo $\Delta x=x_{n+1}-x_n=(b-a)/N$, $\Delta y=y_{m+1}-y_m=(d-c)/M$, y en donde las $q_{k,l}$ son los elementos de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3–41}$$

Finalmente, entonces,

$$J \approx (1/36)\Delta_x\Delta_y \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{2}\sum_{l=0}^{2} q_{k,l} f(x_{n,k},y_{m,l}) \tag{3–42}$$

con un error que, puede demostrarse, es del orden de $\Delta x^4+\Delta y^4$. Si se toma en cuenta que $x_{n,2}=x_{n+1,0}=x_{n+1}$ e $y_{m,2}=y_{m+1,0}=y_{m+1}$, la ecuación (3–42) se transforma en

$$J \approx (1/36)\Delta_x\Delta_y \sum_{i=0}^{2N}\sum_{j=0}^{2M} Q_{i,j} f(u_i,v_j) \tag{3–43}$$

siendo $u_i=x_0+i\Delta x/2$, $v_i=y_0+j\Delta y/2$, y la $Q_{i,j}$ sigue la secuencia unidimensional de Simpson en los bordes del dominio de integración (i.e., si $i$ es 0 o $2N$, o si $j$ es 0 o $2M$), y en el interior del dominio sigue la doble secuencia $Q_{i,j}=Q_{0,j}\,Q_{i,0}$, según se observa a continuación:

| $Q_{ij}$ | $i$=0 | $i$=1 | $i$=2 | $i$=3 | · | · | · | $i$=2$N$-3 | $i$=2$N$-2 | $i$=2$N$-1 | $i$=2$N$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $j$=0 | 1 | 4 | 2 | 4 | · | · | · | 4 | 2 | 4 | 1 |
| $j$=1 | 4 | 16 | 8 | 16 | · | · | · | 16 | 8 | 16 | 4 |
| $j$=2 | 2 | 8 | 4 | 8 | · | · | · | 8 | 4 | 8 | 2 |
| $j$=3 | 4 | 16 | 8 | 16 | · | · | · | 16 | 8 | 16 | 4 |
| · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · |
| · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · |
| · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · | · |
| $j$=2$M$-3 | 4 | 16 | 8 | 16 | · | · | · | 16 | 8 | 16 | 4 |
| $j$=2$M$-2 | 2 | 8 | 4 | 8 | · | · | · | 8 | 4 | 8 | 2 |
| $j$=2$M$-1 | 4 | 16 | 8 | 16 | · | · | · | 16 | 8 | 16 | 4 |
| $j$=2$M$ | 1 | 4 | 2 | 4 | · | · | · | 4 | 2 | 4 | 1 |

### 3.7.2.2 RUTINA DE INTEGRACIÓN DIRECTA, SIN CONTROL DE PRECISIÓN.

La rutina de doble integración más sencilla que implementa la regla de Simpson, codificada en C++ y denominada `dintsimp`, se presenta a continuación considerando que tiene como argumentos: el puntero[100] `funcp` de llamada a la función que se va a utilizar como integrando (que depende, naturalmente, de dos variables) dentro del dominio rectangular cerrado [`ix`,`fx`]×[`iy`,`fy`] dividido en `Ndiv`×`Ndiv` rectángulos. Con valores bajos de `Ndiv`, esta rutina es realmente mucho más rápida que las que se discuten en la Sub−Sección siguiente. Sin embargo, tiene la obvia desventaja de no controlar automáticamente el nivel de precisión de la integración numérica, con lo cual, el diseñador ha de ajustar el error cometido por la integración según criterios de prueba y error, y dicho error dependerá fuertemente de la variabilidad de la función utilizada como integrando. En términos rigurosos, no es posible afirmar que dicha rutina es más rápida que cualquiera de las que se discutirán a continuación, ya que los tiempos son comparables sólo si las precisiones son comparables (por esta razón, esta rutina no será considerada en la comparación que se presenta a continuación). No obstante, se tiene entre manos una excelente ventaja: en caso de que se utilice la función `dintsimp` para hallar valores de directividad (o de cualquier otro parámetro que necesite doble integración numérica durante la ejecución de algún algoritmo de optimización), es posible aprovechar la velocidad de la rutina con valores `Ndiv` bajos en las iteraciones iniciales del algoritmo de optimización, cuando los valores obtenidos por la integración son poco influyentes, ya que al principio los valores de la función de coste son, generalmente, altos. Así, conforme la función de coste tiende a su valor esperado (cero en todos los trabajos que se presentan en esta Tesis) –es decir, cuando el algoritmo de integración va convergiendo-, se puede obligar a incrementar `Ndiv` –y por lo tanto a reducir el error cometido durante la integración numérica- afinando la precisión del resultado. Esto requiere cierto esfuerzo adicional por parte del diseñador, sobre todo a la

[100] En lenguaje C++, se denomina puntero a la manera en que se llaman a las funciones. También se consideran los punteros para otro tipo de llamadas a variables. En rigor, esta es una descripción un poco burda, pero la explicación detallada de este tema queda fuera de los objetivos de esta Tesis. Para más detalles, se puede consultar el excelente libro [SCHILDT1995].

hora de estimar cuál será el número de divisiones adecuado a la variabilidad de la función del integrando. El código presentado en la siguiente Sub–Sección corrige automáticamente este problema[101].

```
double dintsimp(double (*funcp)(double,double), double ix, double fx, double iy,
double fy, int Ndiv)
{
	int i,j,totaldiv=2*Ndiv;
	double x,y,yv,s=0.00;

	// Determinar deltas
	double dx=(fx-ix)/(double)totaldiv;
	double dy=(fy-iy)/(double)totaldiv;

	// Estas pequeñas matrices tendrán el control de los coeficientes
	double a[]={2.00,4.00}, b[]={1.00,2.00};

	// Calcular...
	// Vertices:
	s+=funcp(ix,iy)+funcp(fx,iy)+funcp(ix,fy)+funcp(fx,fy);

	// Puntos interiores:
	for(i=1,x=ix+dx,yv=iy+dy;i<totaldiv;i++,x+=dx,yv+=dy)
	{
		s+=a[i%2]*((funcp(x,iy)+funcp(x,fy))+(funcp(ix,yv)+funcp(fx,yv)));
		for(j=1,y=iy+dy;j<totaldiv;j++,y+=dy)
			s+=4.00*b[j%2]*b[i%2]*funcp(x,y);
	}
	return s*dx*dy/9.00;
}
```

### 3.7.2.3 RUTINA DE INTEGRACIÓN ITERATIVA, CON PRECISIÓN PREVIAMENTE ESTIPULADA.

La rutina que se presenta a continuación –también codificada en C++ y denominada `dintsimpit`– integra numéricamente una función apuntada por `funcp` dentro del dominio rectangular cerrado [`ix`, `fx`]×[`iy`, `fy`], como en `dintsimp`, pero esta vez la ecuación (3–43) se utiliza repetidas veces (con $M$=$N$) para obtener mallados progresivamente más finos del dominio, deteniendo el algoritmo cuando cierto criterio de convergencia se satisface o bien cuando se alcanza un número máximo de iteraciones, especificado por el usuario. Como antes, para facilitar la lectura del código, se han agregado comentarios en donde se consideraron necesarios.

[101] Es útil notar que podría haberse establecido números de divisiones distintos para ambas variables, obteniéndose un mallado de `Ndivx`×`Ndivy` puntos. Esta corrección puede hacerse fácilmente, y se deja como propuesta.

```
double dintsimpit(double (*funcp)(double,double), double ix, double fx,
            double iy, double fy,int nbdivmin , int niter , double precision)
{
/*****************************************************************
 funcp = puntero a la función que será integrada (el integrando)
 x,y = argumentos del integrando
 ix,iy,fx,fy = valores iniciales y finales que definen el dominio
 niter = número máximo de iteraciones que el algoritmo utilizará
 precision = precisión absoluta requerida
 nbdivmin = número de divisiones "grandes" del dominio de integración
            en la primera iteración.
 nsdivmin = número de "pequeñas" divisiones del dominio de integración
            en la primera iteración.
 nsdivmax = número de "pequeñas" divisiones en la iteración niter-ésima
 relscale = número actual de pequeñas divisions dividido por nsdivmin
 n_points_max = máximo número de puntos en cada dimensión (cada variable).
 grid_size = n_points_max * n_points_max
 minstep_x, minstep_y = tamaño de las "pequeñas" divisiones en cada dimensión
 dx, dy = tamaño actual de las "pequeñas" divisiones en cada dimensión.
 f_val = vector que almacena los valores calculados del integrando
 flags = vector booleano con el que se especifican los puntos en los cuales
        el integrando ya ha sido calculado (para evitar cálculos redundantes)
 index = lugares en los vectores f_val y flags
 edge_x, edge_y = valores que indican los bordes del dominio.
 old_s, new_s = valores viejo y nuevo de la integral.
 sum = suma parcial acumulada en cada iteración
 a = vector de constantes utilizado para acelerar el proceso.
 i,j,k,m,n = contadores
 coeff = coeficiente que multiplica al valor del integrando en el punto actual,
         ver esquema de Qij de la Sub-Sección 3.7.2.1.
*****************************************************************/

int index,i,j,k,m,n,relscale =(int)pow(2,niter-1),nsdivmin=2*nbdivmin,
nsdivmax=nbdivmin*(int)pow(2,niter);
int n_points_max=nsdivmax+1, grid_size=n_points_max*n_points_max;
double coeff, sum, old_s, new_s, *f_val, a[]={4,2};
double  x,y,dx,dy,minstep_x=(fx-ix)/(double)nsdivmax,minstep_y=(fy-iy)/(double)nsdivmax;
bool *flags, edge_x, edge_y;
f_val=new double[grid_size]; flags=new bool[grid_size];
for(i=0;i<grid_size;i++) { f_val[i]=0; flags[i]=0;}
      for(i=0;i<niter;i++)
      {
            // dx, dy y relscale no pueden ser cero:
```

```
        if(relscale==0) relscale=1;
        dx=minstep_x*(double)relscale;
        dy=minstep_y*(double)relscale;

        // Inicializar suma:

        sum=0;
        for(j=0,x=ix,m=0;j<n_points_max;j+=relscale,m++,x+=dx)
        {
               edge_x=(j==0 || j==nsdivmax);
               for(k=0,y=iy,n=0;k<n_points_max;k+=relscale,n++,y+=dy)
               {
                      edge_y=(k==0 || k==nsdivmax);
                      index=j+k*n_points_max;

               // Si el punto considerado es un vértice, el coeficiente es 1:

                      if(edge_x && edge_y) coeff=1;

               // si no, el valor de coeff depende de dónde se encuentra el punto
               // si en un borde o en paridades de m y n:

else   coeff=(((double)(m%2)+1)*((double)(n%2)+1))*a[(int)(edge_x || edge_y)];

               // Si el integrando aún no ha sido calculado
               // en el punto actual, calcularlo ahora:

                      if(flags[index]==0)
                      {
                             f_val[index]=funcp(x,y);
                             flags[index]=1;
                      }

                      // Ahora agregar el término actual a la suma:

                      sum+=coeff*f_val[index];
               }
        }

        // En la primera iteración, sólo establecer old_s y new_s
        // y reducir relscale:

        if(i==0) { old_s=new_s=sum*dx*dy/9.00; relscale/=2; continue; }
```

```
            // si no, actualizar old_s y new_s ...

            else { old_s=new_s; new_s=sum*dx*dy/9.00; }

            // ... verifica el criterio de parada ...

            if(fabs(old_s-new_s)<=precision)
            {
                  delete[] f_val,flags;
                  return new_s;
            }

            // ... y reducir relscale si la precisión deseada
            // no ha sido alcanzada aún

            relscale/=2;
      }

      // Si aquí aún se está en dintsimpit, limpiar memoria; ...

      delete[] f_val,flags;

      // ... si no se ha forzado un cálculo de una sola iteración
      // se anuncia que el algoritmo no ha podido converger; ...

      if(niter!=1)
      {
      cout << "La subrutina dintsimpit no pudo converger a la precisión ";
      cout << " requerida en el número de iteraciones establecido." << endl;
      }
      //... y se da como resultado el mejor valor que ha sido posible obtener:

      return new_s;
}
```

#### 3.7.2.4 APLICACIÓN Y COMPARACIÓN CON OTROS MÉTODOS DE INTEGRACIÓN.

Para verificar el funcionamiento de `dintsimpit`, a continuación se compara su rendimiento (en términos de tiempo de cómputo) con algunas herramientas de integración numérica bidimensional: la rutina `dblquad` de MATLAB [MATLAB2002], `NIntegrate` de Mathematica [WOLFRAM1999], `TWODQ` de la librería IMSL desarrollada en lenguaje Fortran [VISUAL1997], y `dqsimp`, una aplicación anidada (para obtener la doble integración) de la versión en C++ del algoritmo de integración en una variable

`qsimp`, del *Numerical Recipes in C* [PRESS1992]. Como ejemplo se han utilizado cada uno de los métodos para calcular el denominador de la ecuación que representa la directividad (1–59), ver ecuación (1–54), considerando una agrupación de 10 elementos isotrópicos equiespaciados una distancia $\lambda/2$ a lo largo del eje *z* y uniformemente excitados, cuya expresión de campo se reduce, de (1–91), a:

$$F(\theta,\phi) = \frac{\operatorname{sen}\left(5\pi\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)} \tag{3–44}$$

A pesar de que la simetría de la distribución geométrica de esta agrupación permite resolver fácilmente la integral, dando como resultado un valor de $10\times4\pi$=125,6637; esta expresión sirve como cualquier otra equivalente para comparar las eficiencias de las rutinas antes citadas. En el caso de la función `NIntegrate`, se utilizó una precisión de tres decimales (`AccuracyGoal`=3), y la función `Timing[]` para determinar su tiempo de cómputo. En el caso de `dblquad`, se utilizó con el parámetro de tolerancia de error igual a $10^{-3}$, con las funciones `tic()` y `toc()` para obtener el correspondiente tiempo de cálculo. Las demás rutinas fueron interrumpidas cuando la diferencia entre el valor de la integral obtenida en sucesivas iteraciones y el del valor exacto fue menor que $10^{-3}$, y sus tiempos de cómputo fueron calculados utilizando rutinas de temporización ad hoc. En todos los casos, $F(\theta,\varphi)$ fue calculada directamente utilizando la ecuación (3–44), sin intentar simplificar dicha expresión a una forma más adecuada, en términos computacionales. Todos los cálculos fueron realizados en un PC con un procesador Athlon XP 1800 trabajando a una frecuencia de reloj de 1,533 GHz.

En la Tabla 3–7 se observan los tiempos consumidos por cada método para calcular la integral deseada 200 veces. Como era de esperar, la rutina de MATLAB (versión 6.0) es, significativamente, la más lenta (además de no conseguir la precisión deseada), puesto que el código se ejecuta mediante un intérprete, según se comentó en la Sub-Sección 1.7.6.2. El hecho de que las rutinas –codificadas por profesionales– `NIntegrate` y `TWODQ` son ligeramente más lentas que las rutinas en C++ puede ser atribuido a que han sido diseñadas para integraciones de funciones generales en dominios que no son necesariamente rectangulares, de modo que probablemente emplea métodos que no son del todo eficientes para dominios rectangulares.

| RUTINA | TIEMPO (S) | RESULTADO |
|---|---|---|
| `dqsimp` (C++) | 0,75 | 125,664 |
| `dintsimpit` (C++) | 1,27 | 125,664 |
| `TWODQ` (IMSL Fortran) | 1,45 | 125,664 |
| `NIntegrate` (Mathematica) | 2,21 | 125,664 |
| `dblquad` (MATLAB) | 13,11 | 125,667 |

**Tabla 3- 7.** Tiempos obtenidos por las rutinas para calcular 200 veces el denominador de la ecuación (1–59), considerando el campo generado por una agrupación lineal de 10 elementos, ver ecuación (3–44).

Para una verificación más exhaustiva, las dos rutinas codificadas en C++ fueron utilizadas para calcular –con una precisión absoluta igual a 0,1– las directividades en el punto ($\pi/4$, $\pi/4$) de una sucesión

de agrupaciones planas de $N_x \times N_y$ elementos (con $N_y=N_x+5$), cada uno con una expresión de campo lejano $f_e(\theta)=\cos^2\theta$, y distribuidos en un mallado rectangular con una distancia de $\lambda/2$ entre elementos contiguos en cualquiera de las direcciones *x* o *y*, con una distribución de excitación separable, ver Sub-Sección 1.5.6.1 [ELLIOTT2003], cuyo valor para el elemento (*m*,*n*)-ésimo, es $I_{mn}=I_m I_n$, siendo $I_m$ e $I_n$ las excitaciones respectivas a los elementos *m* y *n* de sendas agrupaciones lineales que generan patrones tipo Chebyshev con lóbulos laterales a un nivel uniforme de −25 dB respecto de sus correspondientes haces principales, los cuales fueron desplazados de la posición angular central mediante el desfase de valor $\pi/4$ entre elementos sucesivos [ELLIOTT2003]. La rutina que utiliza `dintsimp` para realizar este cálculo se lista a continuación:

```
/*********************************************************************
Rutina que utiliza dintsimpit para calcular la directividad de una
agrupación plana de antenas en la dirección (pi/4,pi/4). La potencia
radiada en una dirección (th,ph) está dada por la función power, y la
integral en el denominador de la ecuación (1—59) está dada por la función
integrand. La llamada a dintsimpit especifica que el denominador de la
ecuación (1—59) se calcula con una precisión de 0,001 en, a lo sumo, 3
iteraciones, habiéndose dividido inicialmente el dominio de integración en
11 divisiones "grandes" en cada dirección -N=M=11 en ecuación (3—43)-.
*********************************************************************/

/*
#include <math.h>
#include <iostream.h>
#define PI 3.1415926535897932
double power(double theta, double phi);
double integrand(double theta, double phi);
double dintsimpit(double (*funcp)(double,double), double ix, double fx,
      double iy, double fy,int nbdivmin , int niter , double precision);
int main(void)
{
      double th=PI/4, ph=PI/4;
      double denom=dintsimpit(integrand,0,PI/2,0,2*PI,11,3,1E-3);
      if(denom<=0)
      {
            cout << "Problemas con el denominador. Programa detenido." << endl;
            return 0;
      }
      cout << "Directividad =" << 4*PI*power(th,ph)/denom << endl;
      return 0;
}
```

```
// Definición de la función encargada de calcular la potencia
double power(double theta, double phi)
{
	// EL CÓDIGO DE LA POTENCIA HA DE INSERTARSE AQUÍ
}

// Definición de la función integrando
double integrand(double theta, double phi)
{
	return power(theta,phi)*sin(theta);
}

double dintsimpit(double (*funcp)(double,double), double ix, double fx,
	double iy, double fy,int nbdivmin , int niter , double precision)
{
	// AQUÍ VA EL CÓDIGO LISTADO ANTERIORMENTE PARA LA FUNCIÓN dintsimpit
}
```

En la Figura 3-24 se observa que, para agrupaciones de más de, aproximadamente, 2000 elementos, la función `dintsimpit` ha obtenido, sistemáticamente, mejores resultados que `dqsimp`. A pesar de que la causa de la repentina discontinuidad en el rendimiento de esta última función no es totalmente clara, podría deberse a la precisión requerida por la función anidada `qsimp`, que no coincide con la precisión global requerida por la integración doble. La rutina `dintsimpit` utiliza, obviamente, más memoria que `dqsimp`, pero este no parece ser un problema a tener en cuenta debido a que las capacidades de almacenamiento actuales sobrepasan con creces las necesidades de esta última función.

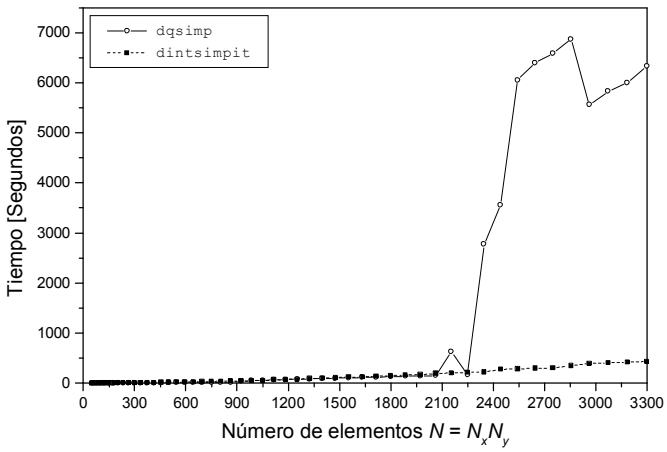



**Figura 3-24.** Comparación del tiempo de cómputo de las rutinas de integración `dqsimp` (`qsimp` anidada) y `dintsimpit`.

#### 3.7.2.5 CONCLUSIONES.

El cálculo de directividades puede ser un problema que incrementa considerablemente el tiempo de ejecución de un algoritmo de optimización durante el diseño o la síntesis de antenas. Las rutinas presentadas y examinadas en este estudio utilizan la regla de Simpson generalizada a dos dimensiones, y al parecer son más rápidas para cálculos de dobles integrales que las rutinas de propósito más general incluidas en las herramientas de cálculo matemático más populares, como IMSL (para Fortran), Mathematica o MATLAB. Nótese que `dintsimpit` puede comportarse casi idénticamente a `dintsimp` si se especifica `niter`=1, y `bdivmin`=`Ndiv`, con lo cual el tiempo de ejecución de el segundo algoritmo decrece enormemente. Resulta útil, como último comentario, manifestar que, haciendo `Ndiv`=21 en `dintsimp`, el tiempo de cálculo de la doble integral (utilizada durante la comparación con la que fue posible obtener la Tabla 3–7) se reduce a 0,31 segundos si se utiliza esta última función, con un resultado idéntico al de `dintsimpit` (125,664).

# TERCERA PARTE:

# TRABAJOS DE SÍNTESIS.

# Capítulo 4

## Síntesis de Distribuciones Continuas y Discretas.

## 4.1 INTRODUCCIÓN.

La utilidad de los procesos de síntesis en el diseño de antenas es indiscutible. Puesto que actualmente existe un amplio conocimiento tanto cualitativo como cuantitativo de las más diversas geometrías de antenas, una parte de la literatura técnica se centra en investigar nuevos procesos para obtener la configuración que permita radiar un patrón en potencia con una distribución espacial deseada (caracterización de patrones de radiación), y quizá también con cierta distribución en frecuencia (caracterizaciones de anchos de banda) previamente establecida.

En este Capítulo se presentan varios procesos de síntesis, casi todos ellos ejecutados con la ayuda de la técnica de optimización del Temple Simulado, mediante la apropiada selección de sendas funciones de coste que tienen en cuenta los parámetros deseados, según se comentará en los apartados correspondientes.

La primera Sub–Sección (4.2) está dedicada a la obtención de diversos patrones de radiación con simetría en octantes, utilizando agrupaciones planas de elementos isotrópicos. En este caso se impone la condición adicional de que los patrones han de ser generados por la misma distribución de amplitud de excitaciones (fijada de antemano o bien optimizada), realizando la conversión de un diagrama a otro (reconfigurabilidad) mediante el correspondiente cambio en la distribución de fases, un procedimiento usualmente denominado “Síntesis Sólo en Fase” [Bucci1991].

En la segunda Sub–Sección se procede a aprovechar las distribuciones continuas de Rhodes [Rhodes1972] para sintetizar diversos patrones de radiación generados por fuentes lineales. Aquí se hace hincapié en la ventaja de utilizar estas distribuciones en reemplazo de las de Taylor, debido a la imposibilidad física de obtener estas últimas, según se comentó en la Sub–Sección 2.2.1. A continuación se procede a aplicar procedimientos de síntesis análogos, pero considerando distribuciones circulares continuas de Ludwig, ver Sub–Sección 2.3.1, en páginas 137 y subsiguientes.

En la Sub–Sección 4.5 se comparan las bondades de dos procesos de síntesis (Temple Simulado y Método de los Cuadrados Mínimos con Restricciones) aplicadas a agrupaciones lineales de antenas isotrópicas, estando ambos procesos encaminados a obtener el mayor rendimiento, en términos de distribución de amplitud de excitación. En la Sub–Sección 4.6 se realiza una comparación análoga de técnicas, pero aplicada a distribuciones continuas circulares.

La Sub–Sección 4.7 está dedicada a la utilización de las distribuciones continuas de Taylor (lineal y circular, discretizadas a agrupaciones lineales y de anillos concéntricos, respectivamente), modificadas mediante la conveniente inserción de ciertos términos de fase que permiten agregar grados de libertad al sistema, y que facilitan los procesos de síntesis aplicados a agrupaciones lineales y circulares.

El Capítulo culmina con la síntesis de una agrupación circular de antenas de onda viajera (descritas en la Sub–Sección 2.2.4), diseñadas para generar un patrón de radiación toroidal capaz de trabajar a frecuencias típicas de comunicación de redes inalámbricas.

En todos los casos, la contribución de los trabajos se centra en presentar técnicas que resulten útiles a la hora de conseguir patrones de radiación de características preestablecidas.

## 4.2 SÍNTESIS DE DIAGRAMAS CON SIMETRÍA EN OCTANTES GENERADOS POR AGRUPACIONES PLANAS DE ELEMENTOS ISOTRÓPICOS.

### 4.2.1 FUNDAMENTOS.

Debido a que el tamaño de las antenas está sujeto a consideraciones físicas, la dificultad de ajustarlas a satélites u otros sistemas de múltiples funciones crece con el número de dichas funciones, sobre todo si se usa una antena distinta para cada utilidad del sistema. En este contexto es deseable que una sola antena sea capaz de generar múltiples patrones de radiación, estando las correspondientes distribuciones de excitación comandadas por dispositivos interruptores–secuenciadores. Además, es también deseable que las distintas distribuciones de excitación correspondientes a una antena multi–patrón tengan una distribución de amplitud común, ya que la implementación técnica es menos complicada si se varía sólo la fase de las excitaciones que si se varían las amplitudes y las fases en conjunto para pasar de un diagrama de radiación a otro.

En artículos previos del Grupo de Sistemas Radiantes, se han presentado trabajos de síntesis de agrupaciones lineales de antenas de patrón múltiple en los que la distribución de amplitud del conjunto de excitaciones disponibles se prefijó [DÜRR2000] o fue optimizada conjuntamente con las distintas distribuciones de fase de excitación [DÍAZ2000]. En éste, las excitaciones fueron optimizadas directamente, mientras que en aquél se utilizó una modificación del método de Woodward–Lawson (descrito brevemente en [ELLIOTT2003]). Aquí se presenta la generalización del método de optimización directa –para los casos de amplitud prefijada y de amplitud optimizada en conjunto– a agrupaciones planas, siendo éste un problema que ya ha sido abordado previamente por Bucci y colaboradores, pero mediante el uso de operadores de proyección en espacios vectoriales [BUCCI1991], cuya versatilidad es más restringida que la del método que aquí se presenta.

### 4.2.2 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO.

Considérese una agrupación plana de elementos isotrópicos de mallado y contorno rectangulares, con simetría en octantes[102]. La expresión del campo radiado por dicha agrupación está dada por la ecuación (1–94), presentada en la Sub–Sección 1.5.6.1 (página 60). Para una distribución de amplitudes de excitación prefijada $|I_{mn}|$ ($m,n\in[1,L]$), siendo $4L^2$ el número total de elementos que componen la agrupación), y un conjunto de $P$ características deseadas del patrón objetivo (por ejemplo: nivel de lóbulos laterales, directividad, rizado en la zona de cobertura, etcétera), la distribución de fases de excitación correspondiente a cada patrón $q$ se puede determinar con el uso del algoritmo NM+TS ([PRESS1992]), ver Sub–Sección 1.7.5.2, mediante la perturbación de las $L^2/2$ distintas fases

[102] La simetría en octantes no es esencial, ya que el método es aplicable aún en casos de asimetría. Más aun: según se observará, el método es aplicable a antenas planas con elementos distribuidos arbitrariamente en un plano. Tanto la simetría como el mallado uniforme y el contorno rectangular permiten simplificar las formulaciones utilizadas, y por lo tanto acelerar el algoritmo de síntesis.

(pertenecientes a un octante), de modo que se busca minimizar una función de coste expresada con las especificaciones antes citadas como variables. Por ejemplo, si sólo se desea alcanzar un cierto nivel general de lóbulos laterales y un valor de rizado –ambos previamente estipulados– para el patrón $q$, una función de coste apropiada puede ser, en ese caso:

$$C = \sum_{q=1}^{Q} C_q = \sum_{q=1}^{Q} c_{SLL,q} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + c_{R,q} \left( R_{D,q} - R_q \right)^2 , \tag{4–1}$$

siendo el primer término la desviación cuadrática del nivel máximo de lóbulos laterales $NLL_q$ respecto del nivel deseado $NLL_{D,q}$ fuera de la región de cobertura (ver más adelante, en ejemplos, región $Z_{NLL}$), y el segundo la desviación cuadrática del nivel de rizado en la zona de cobertura (región $Z_C$). Los coeficientes constantes $c_{NLL,q}$, y $c_{R,q}$ son valores (pesos) seleccionados para acentuar o quitar importancia a una de las desviaciones cuadráticas.

Si la distribución de amplitud no está prefijada, pero es la misma para todos los patrones radiados por la agrupación, el proceso de optimización ha de utilizarse para perturbar conjuntamente las $L^2/2$ amplitudes y las $QL^2/2$ fases. La función de coste será entonces la suma de varios términos similares a $C_q$ de la ecuación (4–1), y generalmente incluirá uno o varios términos que maximicen el suavizado de la distribución de amplitud para minimizar el acoplo mutuo entre elementos. Un parámetro muy utilizado para este propósito es el Rango Dinámico (*Dynamic Range Ratio*) $RD = |I_{mn}|_{MAX} / |I_{mn}|_{MIN}$, estando, consecuentemente, el correspondiente término cuadrático expresado por $c_{RD}\,(RD_D - RD)^2$, siendo $c_{DR}$ el coeficiente de peso (nótese que se ha eliminado el subíndice $q$, ya que la distribución de amplitud en este caso es común a todos los patrones). Así, la función de coste estará dada por:

$$C = \sum_{q=1}^{Q} \left[ c_{SLL,q} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + c_{R,q} \left( R_{D,q} - R_q \right)^2 \right] + c_{RD} \left( RD_D - RD \right)^2 . \tag{4–2}$$

### 4.2.3 EJEMPLOS.

Como ejemplo, considérese una agrupación cuadrada compuesta por 16×16 elementos [⇒$L$=16/2=8 en (1–94)] equiespaciados la misma distancia $d_x=d_y=\lambda/2$ ($\lambda$ es la longitud de onda de diseño) en las direcciones $x$ e $y$. Se requiere que la antena genere un patrón suma de aproximadamente 7,5º de ancho de haz de primer nulo, un haz plano circular y un haz plano cuadrado, estos últimos con un ancho de haz de primer nulo de aproximadamente 47º. Las gráficas de las máscaras utilizadas durante el proceso de síntesis se observan en la Figura 4-1 (establecidas en el espacio $uv$). En este caso, las máscaras indican las zonas de cobertura (centro de las gráficas) $Z_C$, las zonas sin control o de transición (las figuras concéntricas de la zona de cobertura) $Z_T$ y la zona de lóbulos laterales $Z_{NLL}$ (exterior) del patrón de densidad de potencia.

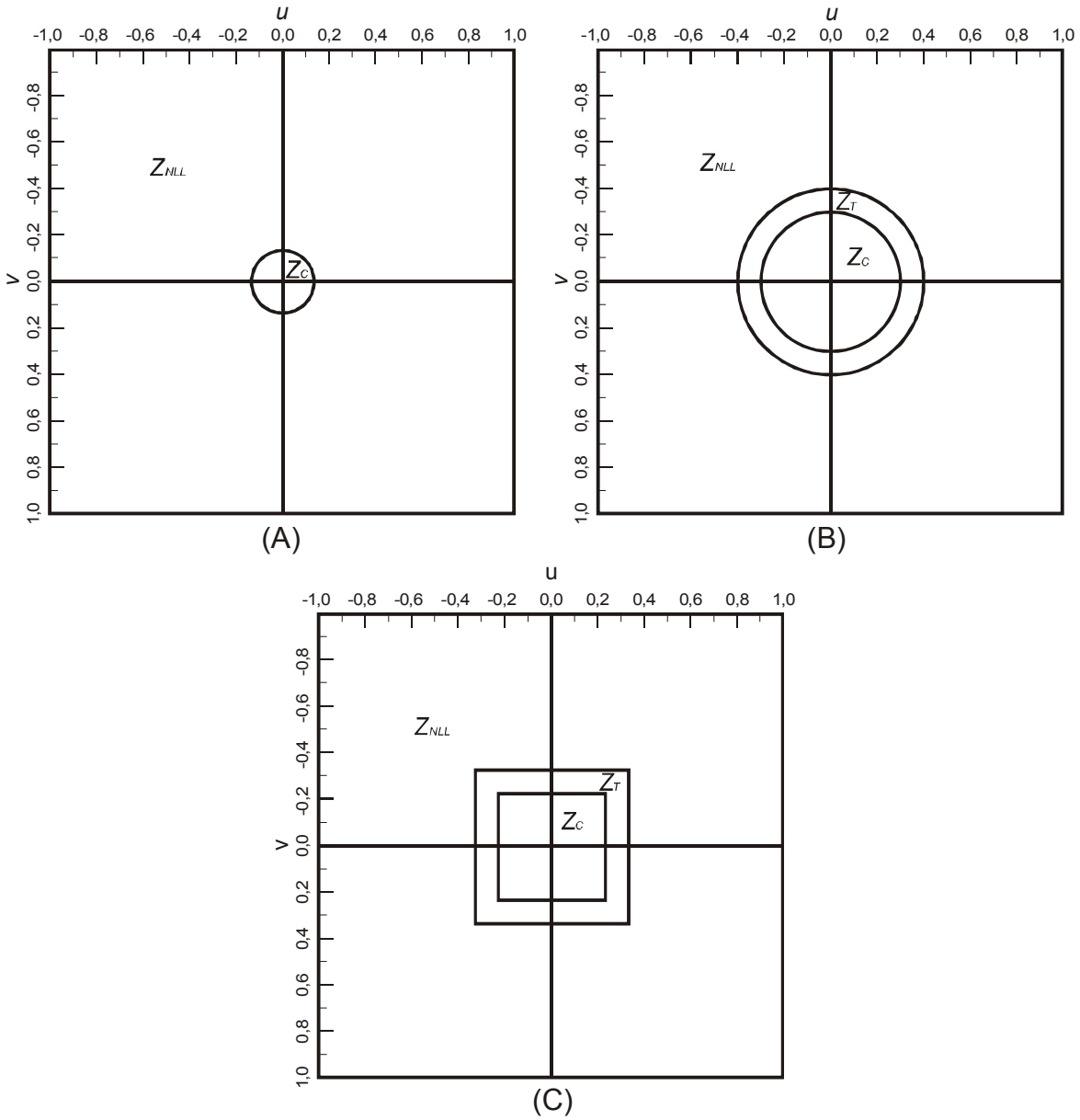



**Figura 4-1.** Máscaras utilizadas durante los procesos de síntesis. (A).Diagrama tipo suma (7,7º de ancho de haz de primer nulo); (B).Diagrama de haz plano circular; (C).Diagrama de haz plano cuadrado. Se observan las zonas de cobertura, de transición y de lóbulos laterales ($Z_C$, $Z_T$ y $Z_{NLL}$).

Se han sintetizado tres tipos de distribuciones de excitación:

[DU]. De amplitud uniforme, perturbando las fases de las excitaciones hasta encontrar la solución óptima, de acuerdo a la función de coste (4–1), siendo $c_{R,1}$=0; considerando que $q$=1 corresponde al diagrama suma [máscara (A), Figura 4–1].

[DG]. De amplitud tipo Gaussiana,

$$I_{mn} = e^{-c_G\left[\frac{(2m-1)^2+(2n-1)^2}{(2L-1)^2}\right]}, \qquad (4\text{–}3)$$

siendo $c_G$=0,8 la constante de decaimiento de la distribución de excitación, calculado de tal manera que el *RD*=5 quede fijado. Se utiliza nuevamente la (4–1) como función de coste, con los mismos parámetros que en DU.

[DOC]. De amplitud de excitación optimizada conjuntamente, común para los tres patrones, utilizando la función de coste (4–2) con $RD_D$=20;

En todos los casos, el patrón de densidad de potencia se calcula tomando la amplitud cuadrática del campo en decibelios, es decir, teniendo en cuenta la (1–87):

$$G(u,v) = 10\log_{10}\left|F(u,v)\right|^2_{NOR} = 20\log_{10}\frac{\left|F(u,v)\right|}{\left|F(u_{MAX},v_{MAX})\right|}, \tag{4–4}$$

siendo $(u_{MAX},v_{MAX})$ la posición en donde *F* alcanza su máxima amplitud.

Para las tres condiciones de las excitaciones, el nivel máximo de lóbulos laterales (*NLL*) y de rizado de los correspondientes patrones se listan en la Tabla 4–1, junto con los tiempos de cómputo del algoritmo, usando un PC con procesador AMD–K6–2 a 500 Mhz[103].

| DISTRIBUCIÓN DE AMPLITUD | PATRÓN | *NLL* [dB] | RIZADO [dB] | TIEMPO DE CÓMPUTO [S] |
|---|---|---|---|---|
| DU | Suma | –20,9 | –– | 206 |
| | Circular | –9,0 | 0,20 | 207 |
| | Cuadrado | –9,0 | 0,11 | 222 |
| DG | Suma | –20,7 | –– | 169 |
| | Circular | –14,0 | 0,20 | 178 |
| | Cuadrado | –15,0 | 0,13 | 156 |
| DOC | Suma | –18,8 | –– | 624 |
| | Circular | –19,2 | 0,23 | |
| | Cuadrado | –19,9 | 0,18 | |

**Tabla 4- 1.** Nivel de lóbulos laterales, rizado y tiempos de cómputo del algoritmo de cada patrón obtenidos bajo las condiciones establecidas durante el proceso de síntesis.

En las Figuras 4–2 (A)–(C) se presentan los patrones $G(u,v)$ obtenidos con una distribución de amplitud uniforme (caso DU). Se observa que se han obtenido niveles bajos de rizado para los patrones de haz plano (±0,1 y ±0,2 dB) –medidos éstos como la mitad de la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de *G* en la zona de cobertura–. Para el patrón suma se ha obtenido un *NLL* satisfactorio (–21 dB),

[103] Obsérvese que con un procesador actualizado los tiempos se reducirían a menos de un minuto en la mayoría de los casos.

pero la condición de amplitud uniforme es demasiado estricta para permitir *NLL*s menores a los –9 dBs en los casos de patrones de haz plano.

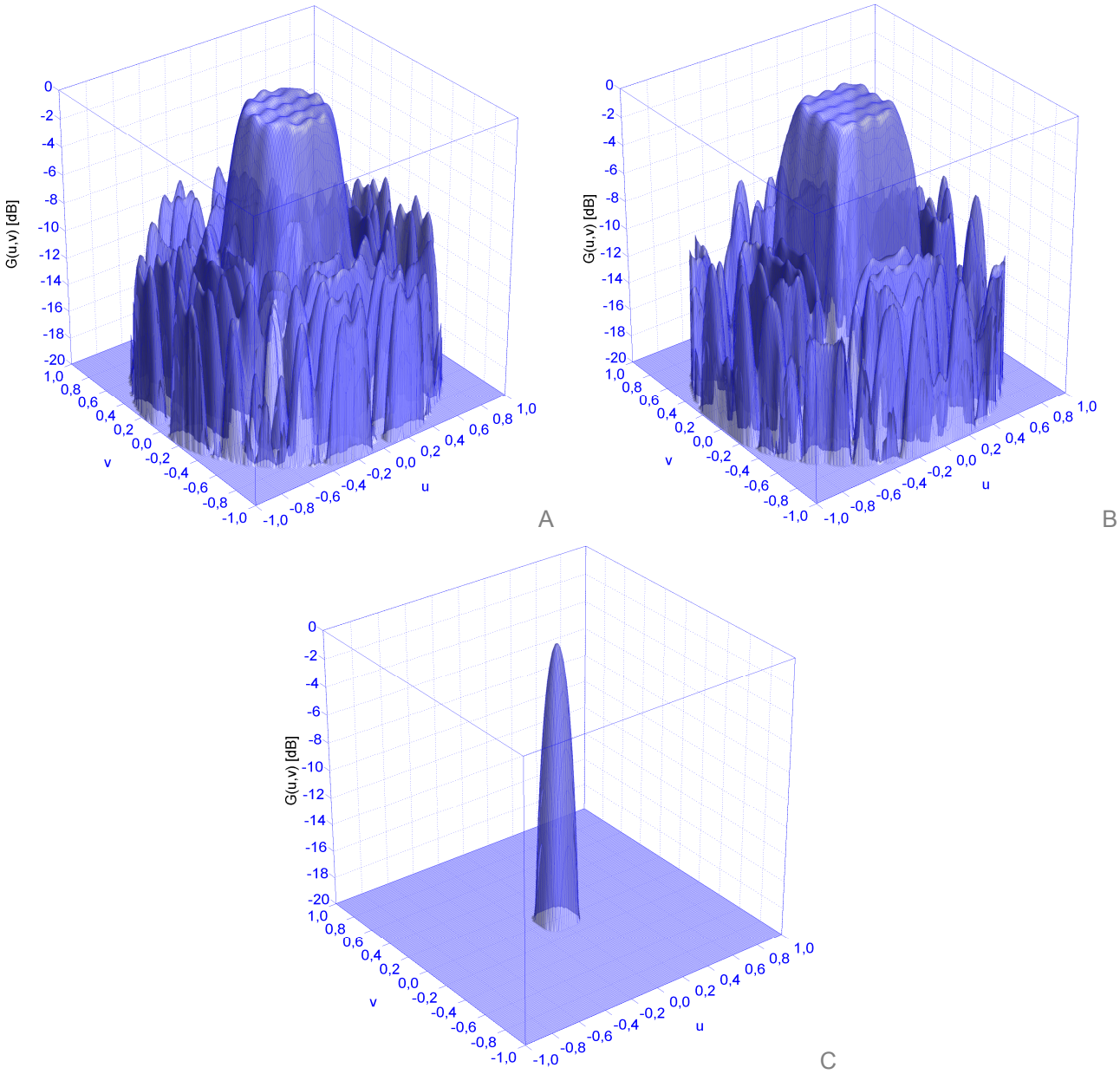



**Figura 4-2.** Patrones de densidad de potencia normalizada (en dB) obtenidos en el proceso de síntesis DU. (A). Haz de contorno circular; (B). Haz de contorno cuadrado; (C). Haz tipo suma.

Se obtuvieron mejores *NLL*s para el caso de amplitud Gaussiana (DG), de –14, y –15 dB, según se observa en la Figura 4–3 (A) y (B), sin alterar el *NLL* del haz tipo suma (–21 dB). Los rizados en este caso han sido del mismo orden que los del caso DU.

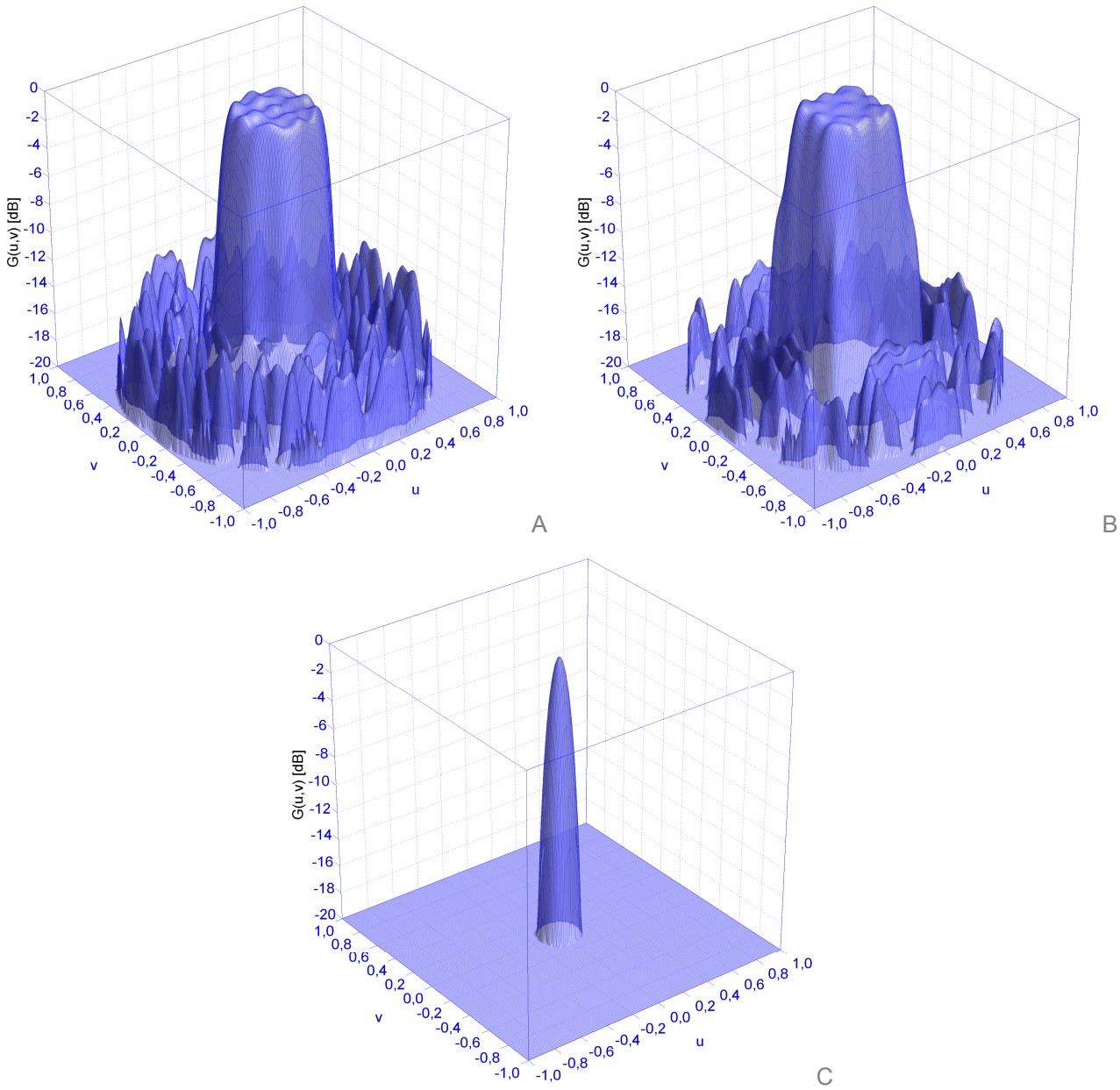



**Figura 4-3.** Patrones de densidad de potencia normalizada (en dB) obtenidos en el proceso de síntesis GA. (A). Haz de contorno circular; (B). Haz de contorno cuadrado; (C). Haz tipo suma.

Finalmente, la optimización de una amplitud común conjuntamente con las fases ha dado como resultado patrones de haz plano con mejores *NLL* –con rizados del orden de ±0,25 dB– a costa de reducir el mismo parámetro en el patrón tipo suma. El rango dinámico obtenido en este caso fue de 14,9. En la Figura 4–4 se observan los tres patrones.

Nótese que el tiempo de cómputo de la síntesis DOC fue aproximadamente igual que la suma de los tiempos de cómputo de las síntesis DU o DG. Obviamente, dichos tiempos de cómputo dependen fuertemente del número de puntos de campo utilizado; en este trabajo el patrón ha sido calculado en un mallado de 60x60 puntos en el rango $[-1,-1] \leq (u,v) \leq [1,1]$.

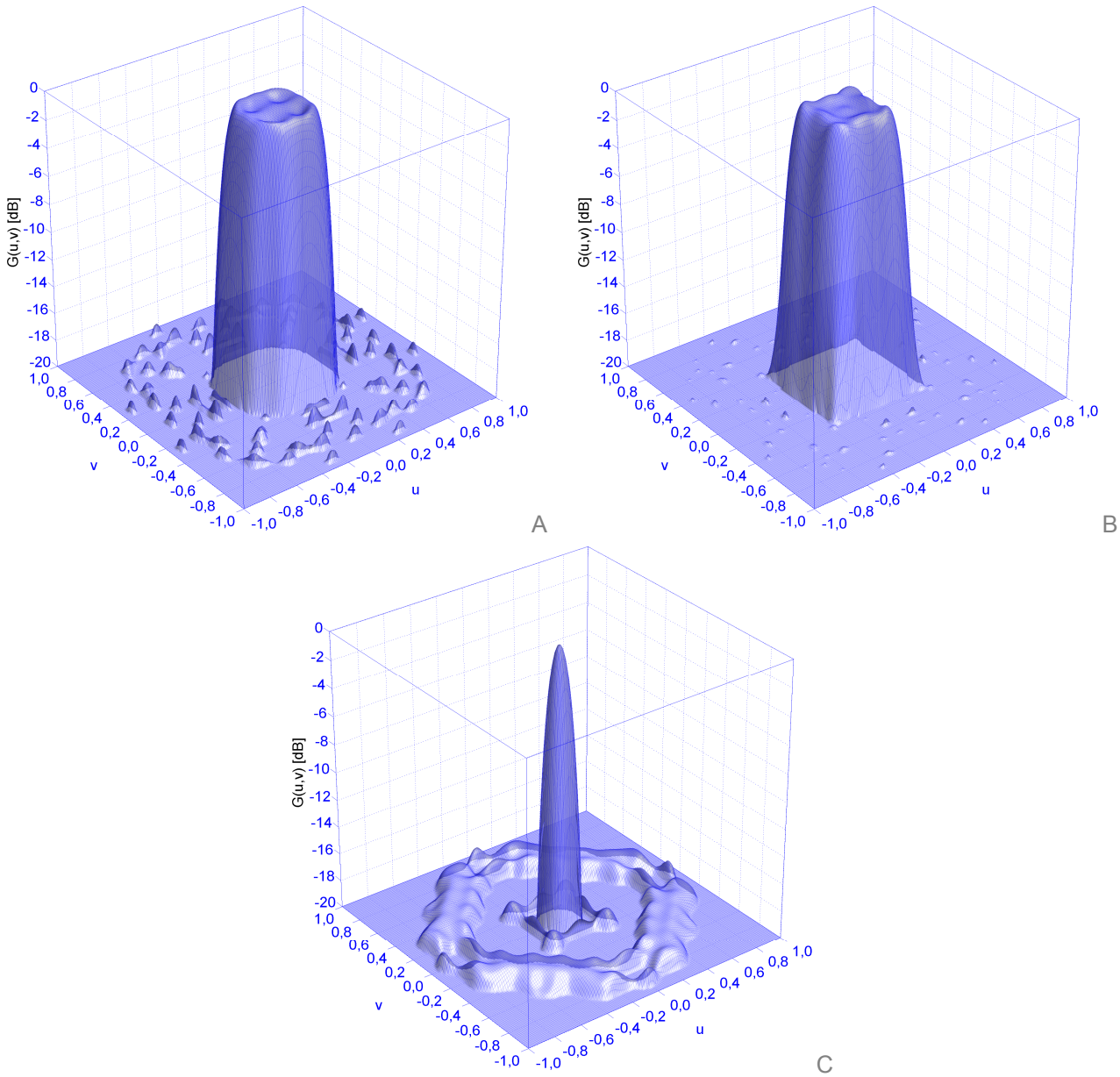



**Figura 4-4.** Patrones de densidad de potencia normalizada (en dB) obtenidos en el proceso de síntesis DOC. (A). Haz de contorno circular; (B). Haz de contorno cuadrado; (C). Haz tipo suma.

En las Tablas 4–2 a 4–4 se listan los valores de amplitud y de fase (en radianes) de un cuadrante perteneciente a la agrupación para cada uno de los casos.

| m / n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Amplitudes** | | | | | | | | |
| **1** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **2** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **3** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **4** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **5** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **6** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **7** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **8** | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Circular [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 3,109 | 2,781 | 2,156 | 1,615 | 0,908 | 0,439 | 2,273 | 5,535 |
| **2** | 2,781 | 2,568 | 1,634 | 1,306 | 0,751 | 0,830 | 5,670 | 4,448 |
| **3** | 2,156 | 1,634 | 1,445 | 0,905 | 0,258 | 0,033 | 5,970 | 4,295 |
| **4** | 1,615 | 1,306 | 0,905 | 6,045 | 0,114 | 0,063 | 5,234 | 3,939 |
| **5** | 0,908 | 0,751 | 0,258 | 0,114 | 6,153 | 5,554 | 4,435 | 3,602 |
| **6** | 0,439 | 0,830 | 0,033 | 0,063 | 5,554 | 4,997 | 4,064 | 2,044 |
| **7** | 2,273 | 5,670 | 5,970 | 5,234 | 4,435 | 4,064 | 4,217 | 2,367 |
| **8** | 5,535 | 4,448 | 4,295 | 3,939 | 3,602 | 2,044 | 2,367 | 0,340 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Cuadrado [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 0,542 | 0,245 | 6,148 | 5,705 | 5,188 | 4,939 | 4,183 | 2,601 |
| **2** | 0,245 | 0,537 | 5,436 | 5,091 | 5,015 | 4,511 | 4,502 | 2,013 |
| **3** | 6,148 | 5,436 | 5,361 | 4,284 | 4,310 | 3,787 | 2,171 | 2,290 |
| **4** | 5,705 | 5,091 | 4,284 | 4,149 | 4,022 | 3,768 | 2,657 | 0,498 |
| **5** | 5,188 | 5,015 | 4,310 | 4,022 | 3,367 | 2,967 | 2,312 | 1,314 |
| **6** | 4,939 | 4,511 | 3,787 | 3,768 | 2,967 | 3,331 | 2,031 | 0,548 |
| **7** | 4,183 | 4,502 | 2,171 | 2,657 | 2,312 | 2,031 | 4,996 | 0,201 |
| **8** | 2,601 | 2,013 | 2,290 | 0,498 | 1,314 | 0,548 | 0,201 | 4,335 |
| **Fases Patrón Suma [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 0,828 | 0,873 | 1,055 | 0,922 | 0,456 | 0,898 | 0,981 | 0,917 |
| **2** | 0,873 | 1,123 | 0,919 | 0,851 | 0,763 | 0,461 | 1,351 | 1,426 |
| **3** | 1,055 | 0,919 | 1,091 | 0,906 | 0,482 | 0,329 | 1,008 | 1,343 |
| **4** | 0,922 | 0,851 | 0,906 | 0,224 | 1,669 | 0,022 | 0,814 | 2,374 |
| **5** | 0,456 | 0,763 | 0,482 | 1,669 | 1,647 | 1,854 | 6,173 | 0,237 |
| **6** | 0,898 | 0,461 | 0,329 | 0,022 | 1,854 | 1,608 | 3,756 | 1,617 |
| **7** | 0,981 | 1,351 | 1,008 | 0,814 | 6,173 | 3,756 | 0,224 | 5,927 |
| **8** | 0,917 | 1,426 | 1,343 | 2,374 | 0,237 | 1,617 | 5,927 | 0,889 |

**Tabla 4- 2.** Distribuciones de excitación del proceso de síntesis de amplitud uniforme (DU). Se lista un cuadrante.

| n \ m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Amplitudes** | | | | | | | | |
| **1** | 0,993 | 0,965 | 0,911 | 0,836 | 0,746 | 0,646 | 0,544 | 0,446 |
| **2** | 0,965 | 0,938 | 0,886 | 0,813 | 0,725 | 0,628 | 0,529 | 0,433 |
| **3** | 0,911 | 0,886 | 0,836 | 0,768 | 0,685 | 0,593 | 0,500 | 0,409 |
| **4** | 0,836 | 0,813 | 0,768 | 0,704 | 0,628 | 0,544 | 0,459 | 0,375 |
| **5** | 0,746 | 0,725 | 0,685 | 0,628 | 0,560 | 0,486 | 0,409 | 0,335 |
| **6** | 0,646 | 0,628 | 0,593 | 0,544 | 0,486 | 0,421 | 0,354 | 0,290 |
| **7** | 0,544 | 0,529 | 0,500 | 0,459 | 0,409 | 0,354 | 0,299 | 0,244 |
| **8** | 0,446 | 0,433 | 0,409 | 0,375 | 0,335 | 0,290 | 0,244 | 0,200 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Circular [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 3,421 | 3,126 | 2,460 | 1,490 | 1,198 | 0,211 | 2,159 | 5,259 |
| **2** | 3,126 | 3,033 | 1,801 | 1,210 | 0,742 | 0,782 | 5,390 | 5,034 |
| **3** | 2,460 | 1,801 | 1,383 | 0,994 | 0,602 | 0,340 | 5,718 | 4,428 |
| **4** | 1,490 | 1,210 | 0,994 | 0,265 | 0,351 | 5,639 | 4,769 | 4,196 |
| **5** | 1,198 | 0,742 | 0,602 | 0,351 | 6,138 | 5,076 | 5,116 | 3,794 |
| **6** | 0,211 | 0,782 | 0,340 | 5,639 | 5,076 | 4,654 | 4,008 | 1,220 |
| **7** | 2,159 | 5,390 | 5,718 | 4,769 | 5,116 | 4,008 | 3,704 | 2,782 |
| **8** | 5,259 | 5,034 | 4,428 | 4,196 | 3,794 | 1,220 | 2,782 | 1,742 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Cuadrado [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 1,019 | 0,385 | 0,046 | 5,480 | 5,082 | 5,142 | 4,125 | 2,523 |
| **2** | 0,385 | 0,600 | 5,717 | 5,325 | 4,893 | 4,157 | 4,262 | 1,912 |
| **3** | 0,046 | 5,717 | 5,230 | 4,403 | 4,471 | 3,915 | 2,214 | 2,210 |
| **4** | 5,480 | 5,325 | 4,403 | 4,034 | 3,730 | 3,225 | 2,560 | 1,087 |
| **5** | 5,082 | 4,893 | 4,471 | 3,730 | 3,496 | 2,813 | 2,386 | 1,322 |
| **6** | 5,142 | 4,157 | 3,915 | 3,225 | 2,813 | 2,673 | 1,213 | 0,293 |
| **7** | 4,125 | 4,262 | 2,214 | 2,560 | 2,386 | 1,213 | 5,234 | 6,040 |
| **8** | 2,523 | 1,912 | 2,210 | 1,087 | 1,322 | 0,293 | 6,040 | 5,086 |
| **Fases Patrón Suma [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 2,787 | 0,767 | 1,629 | 0,695 | 0,922 | 1,002 | 1,004 | 0,860 |
| **2** | 0,767 | 6,228 | 0,440 | 1,627 | 0,951 | 1,133 | 1,292 | 1,142 |
| **3** | 1,629 | 0,440 | 1,297 | 2,142 | 6,238 | 0,739 | 1,153 | 1,146 |
| **4** | 0,695 | 1,627 | 2,142 | 0,444 | 2,355 | 0,666 | 1,215 | 1,366 |
| **5** | 0,922 | 0,951 | 6,238 | 2,355 | 2,252 | 0,324 | 0,496 | 0,901 |
| **6** | 1,002 | 1,133 | 0,739 | 0,666 | 0,324 | 1,340 | 2,537 | 1,214 |
| **7** | 1,004 | 1,292 | 1,153 | 1,215 | 0,496 | 2,537 | 6,241 | 0,996 |
| **8** | 0,860 | 1,142 | 1,146 | 1,366 | 0,901 | 1,214 | 0,996 | 1,124 |

**Tabla 4- 3.** Distribuciones de excitación del proceso de síntesis de amplitud Gaussiana (DG). Se lista un cuadrante.

| n \ m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Amplitudes** | | | | | | | | |
| **1** | 1,000 | 0,834 | 0,442 | 0,420 | 0,394 | 0,329 | 0,154 | 0,135 |
| **2** | 0,834 | 0,608 | 0,352 | 0,362 | 0,328 | 0,269 | 0,140 | 0,141 |
| **3** | 0,442 | 0,352 | 0,348 | 0,268 | 0,258 | 0,184 | 0,117 | 0,125 |
| **4** | 0,420 | 0,362 | 0,268 | 0,271 | 0,204 | 0,157 | 0,117 | 0,104 |
| **5** | 0,394 | 0,328 | 0,258 | 0,204 | 0,159 | 0,102 | 0,069 | 0,104 |
| **6** | 0,329 | 0,269 | 0,184 | 0,157 | 0,102 | 0,107 | 0,112 | 0,105 |
| **7** | 0,154 | 0,140 | 0,117 | 0,117 | 0,069 | 0,112 | 0,082 | 0,078 |
| **8** | 0,135 | 0,141 | 0,125 | 0,104 | 0,104 | 0,105 | 0,078 | 0,074 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Circular [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 3,353 | 3,118 | 2,868 | 1,433 | 1,27 | 0,663 | 2,105 | 5,211 |
| **2** | 3,118 | 3,131 | 1,809 | 1,327 | 0,99 | 0,993 | 6,248 | 5,109 |
| **3** | 2,868 | 1,809 | 1,739 | 1,085 | 0,882 | 0,529 | 5,471 | 4,396 |
| **4** | 1,433 | 1,327 | 1,085 | 0,937 | 0,361 | 6,183 | 5,251 | 4,168 |
| **5** | 1,27 | 0,99 | 0,882 | 0,361 | 0,03 | 5,428 | 5,492 | 4,515 |
| **6** | 0,663 | 0,993 | 0,529 | 6,183 | 5,428 | 5,297 | 5,003 | 3,835 |
| **7** | 2,105 | 6,248 | 5,471 | 5,251 | 5,492 | 5,003 | 3,383 | 2,018 |
| **8** | 5,211 | 5,109 | 4,396 | 4,168 | 4,515 | 3,835 | 2,018 | 0,825 |
| **Fases Patrón Haz Plano Contorno Cuadrado [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 0,356 | 0,546 | 1,101 | 2,007 | 2,484 | 2,825 | 3,202 | 5,021 |
| **2** | 0,546 | 0,821 | 1,365 | 2,195 | 2,574 | 2,745 | 3,725 | 5,361 |
| **3** | 1,101 | 1,365 | 1,73 | 2,629 | 3,07 | 3,587 | 4,623 | 0,105 |
| **4** | 2,007 | 2,195 | 2,629 | 3,527 | 4,334 | 4,789 | 5,907 | 1,141 |
| **5** | 2,484 | 2,574 | 3,07 | 4,334 | 4,51 | 5,268 | 3,704 | 5,673 |
| **6** | 2,825 | 2,745 | 3,587 | 4,789 | 5,268 | 5,107 | 4,092 | 1,158 |
| **7** | 3,202 | 3,725 | 4,623 | 5,907 | 3,704 | 4,092 | 0,118 | 2,764 |
| **8** | 5,021 | 5,361 | 0,105 | 1,141 | 5,673 | 1,158 | 2,764 | 2,453 |
| **Fases Patrón Suma [radianes]** | | | | | | | | |
| **1** | 4,205 | 0,771 | 5,985 | 0,434 | 0,242 | 0,495 | 0,149 | 0,324 |
| **2** | 0,771 | 0,715 | 3,31 | 0,646 | 6,003 | 0,426 | 0,154 | 0,163 |
| **3** | 5,985 | 3,31 | 0,417 | 5,715 | 0,08 | 0,431 | 0,314 | 0,274 |
| **4** | 0,434 | 0,646 | 5,715 | 5,847 | 0,479 | 0,397 | 0,501 | 0,195 |
| **5** | 0,242 | 6,003 | 0,08 | 0,479 | 0,219 | 0,342 | 0,502 | 0,163 |
| **6** | 0,495 | 0,426 | 0,431 | 0,397 | 0,342 | 0,524 | 0,429 | 0,248 |
| **7** | 0,149 | 0,154 | 0,314 | 0,501 | 0,502 | 0,429 | 0,691 | 0,37 |
| **8** | 0,324 | 0,163 | 0,274 | 0,195 | 0,163 | 0,248 | 0,37 | 1,142 |

**Tabla 4- 4.** Distribuciones de excitación del proceso de síntesis de amplitud sintetizada en común (DOC). Se lista un cuadrante.

Para dar una idea intuitiva más clara tanto de las distribuciones de excitación como de la distribución espacial de la densidad de potencia, en las Figuras 4–5 y 4–6 se observan diversas gráficas tanto de las distribuciones de amplitud y de fase, por separado, como de los patrones en potencia polares del caso DOC.

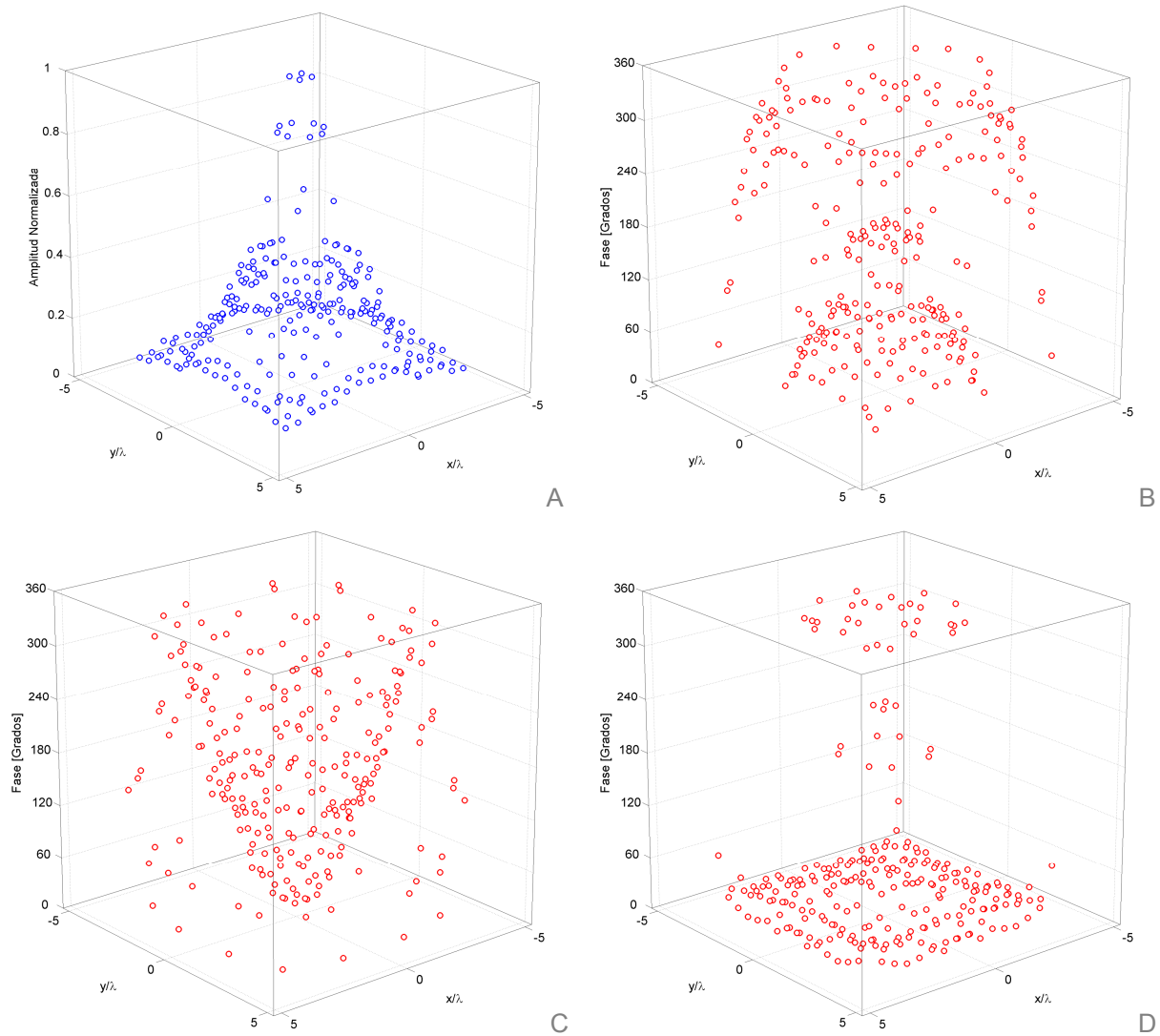



**Figura 4-5.** Distribuciones de excitación obtenidas en el proceso de síntesis DOC. (A). Distribución de amplitud común; (B). Distribución de fase del patrón de haz plano y contorno circular; (C). Distribución de fase del patrón de haz plano y contorno cuadrado; (D). Distribución de fase patrón suma.

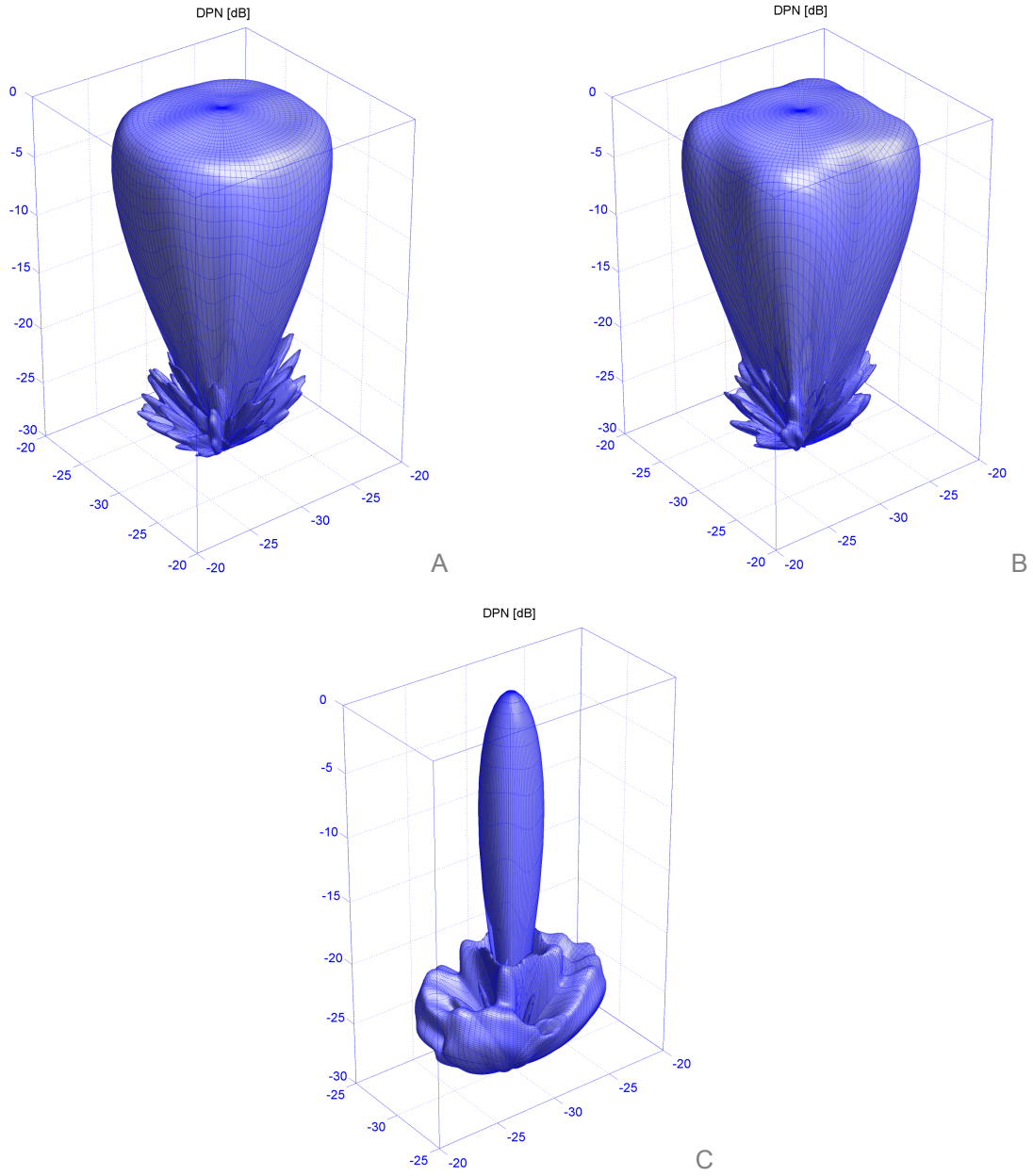



**Figura 4-6.** Patrones polares 3D de densidad de potencia normalizada (en dB) obtenidos en el proceso de síntesis DOC. (A). Haz de contorno circular; (B). Haz de contorno cuadrado; (C). Haz tipo suma.

### 4.2.4 CONCLUSIONES.

Con la ayuda de la técnica del Temple Simulado (NM+TS) es posible sintetizar agrupaciones planas que generan varios patrones en potencia, sujetas a la restricción de amplitud común, bien prefijadas, o bien optimizadas en conjunto (con rango dinámico reducido). Los tiempos de cómputo obtenidos son razonablemente buenos, obtenidos con un PC convencional, aunque no son lo suficientemente pequeños como para obtener una aplicación en tiempo real.

## 4.3 SÍNTESIS ÓPTIMAS DE FUENTES LINEALES CONTINUAS UTILIZANDO DISTRIBUCIONES DE RHODES.

### 4.3.1 INTRODUCCIÓN.

A continuación se presentan un conjunto de patrones en potencia obtenidos con las apropiadas técnicas de optimización basadas en la perturbación de las raíces de las distribuciones de Rhodes. Los resultados obtenidos incluyen patrones simétricos y asimétricos, patrones suma con control individual de lóbulos laterales, patrones de haz plano generados por distribuciones de excitación reales y patrones suma con distribuciones de amplitud suavizadas.

### 4.3.2 FUNDAMENTOS.

Las soluciones usuales al problema de minimizar el ancho de haz del patrón suma generado por una distribución de densidad de corriente lineal, para un nivel de lóbulos laterales dado corresponden a las distribuciones de Taylor presentadas en la Sub–Sección 2.2.1, dada por la distribución de corriente de la ecuación (2–13) y del patrón (2–10) [TAYLOR1955].

Según se ha comentado en la misma Sub–Sección, Rhodes puntualizó el error de T. T. Taylor al considerar que unos valores de amplitud de excitación distintos de cero en los bordes de la fuente lineal eran físicamente imposibles. Rhodes también demostró que la amplitud de la componente del campo eléctrico perpendicular al borde de la antena debe ser proporcional a la distancia al borde de la fuente lineal, y que la componente paralela ha de tender a cero cuadráticamente según se aproxima al borde [RHODES1972]. La solución presentada por éste se describió mediante las ecuaciones (2–17) y (2–19), ver Sub–Sección 2.2.1, páginas 120 y subsiguientes. Comparada con la distribución de Taylor para los mismos valores de $K$, ver ecuación (2–12), el patrón de Rhodes posee un ancho de haz de primer nulo ligeramente más ancho, aunque permite el uso de valores de $\bar{n}$ más grandes sin el peligro de obtener un patrón superdirectivo[104], y, para u> $\bar{n}$, posee un decaimiento ligeramente mayor del nivel de lóbulos hacia valores crecientes de $|u|$. La distribución de amplitud de excitación de Rhodes tiende linealmente a cero en los bordes de la antena, aunque con una pendiente ($\partial_p|g_{Rh}(p)|$) muy abrupta, precedida por un máximo relativo muy pronunciado, de manera que el problema de brillos de extremo típico de las distribuciones de Taylor (sobre todo para grandes valores de $\bar{n}$) también permanece en las soluciones propuestas por Rhodes.

En la literatura previa, en un trabajo de Elliott [ELLIOTT1976] y en varios del profesor Ares [ARES1993_1, ARES1994, ARES1997, ARES1998], se ha demostrado que, utilizando un patrón suma de Taylor como punto de partida en procesos de síntesis apropiadamente seleccionados, pueden obtenerse diversos tipos de patrones de haz perfilado. Específicamente, los trabajos citados se

[104] Según el [IEEESTD1993], la Superdirectividad (*Superdirectivity*) es "la condición que ocurre cuando la eficiencia de iluminación de la antena excede significativamente el 100%". Esto significa que la directividad de una antena no puede hacerse tan grande como se quiera, ya que esto se obtiene a costa de incrementar el Q de la antena, es decir, la relación entre la energía almacenada promedio y la energía radiada por ciclo.

perturban las raíces de $F_{T,CA}$, ver ecuación (2–15), para obtener patrones suma con niveles de lóbulos laterales controlados individualmente [ELLIOTT1976], patrones de haz perfilado simétricos [ARES1993_1] y asimétricos [ARES1997], con distribuciones de abertura reales que permiten generar patrones de haz perfilado [ARES1997] y [ARES1994], y con distribuciones de abertura con brillo de extremos minimizado y que generan patrones suma, diferencia y de haz perfilado [ARES1998]. A continuación se presentan resultados similares pero utilizando distribuciones de Rhodes, con lo cual es posible obtener distribuciones de densidad de corriente de amplitud cero en los bordes de la antena.

### 4.3.3 MÉTODO.

El método propuesto consiste en utilizar la ecuación (2–20) de la Sub–Sección 2.2.1 para obtener patrones con ceros rellenados (lo cual implica, según se ha comentado en dicha sección, la utilización de raíces complejas en la ecuación de Rhodes modificada) con control de la topografía de lóbulos laterales a ambos lados del haz principal. La correspondiente distribución de abertura (densidad de corriente) se obtiene utilizando la ecuación (2–21). En cada aplicación específica, los valores óptimos de las raíces perturbadas $z_{Rh,L,n} = u_{Rh,L,n} + j\, v_{Rh,L,n}$ y $z_{Rh,R,n} = u_{Rh,R,n} + j\, v_{Rh,R,n}$ [con $v_{Rh,L,n} = 0$ o $v_{Rh,R,n} = 0$ en caso de que los nulos $L,n$ y $R,n$, respectivamente, no estén rellenados, ver en (2–20) los productos que abarcan las raíces con índices pertenecientes a $\Xi_L$ y $\Xi_R$] se calculan utilizando una técnica de optimización apropiada que minimiza una cierta función de coste $C$ encargada de penalizar la desviación de los parámetros de diseño patrón y/o de la distribución de abertura, respecto de unos valores deseados previamente establecidos, según se explica a continuación.

### 4.3.4 EJEMPLOS.

En esta Sub–Sección se ejemplifica el alcance del método comentado anteriormente, mediante la síntesis de diversos diagramas de radiación, con unas características deseadas que serán previamente establecidas, considerando, en algunos casos, ciertas restricciones en las distribuciones de abertura. Estos ejemplos se establecen para antenas lineales de una longitud fijada de antemano $D$=10$\lambda$, y utilizando en todos los casos el Temple Simulado (NM+TS) [PRESS1992] como técnica de optimización, ver Sub–Sección 1.7.5.2, páginas 90 y subsiguientes.

#### 4.3.4.1 PATRONES SUMA SIMÉTRICOS CON LÓBULOS LATERALES A DISTINTOS NIVELES.

Si se desea obtener un patrón suma simétrico con los primero siete lóbulos laterales controlados a los siguientes niveles:

$$NLL_{D,1} = NLL_{D,2} = NLL_{D,3} = -40 \text{ dB},$$
$$NLL_{D,4} = NLL_{D,5} = NLL_{D,6} = NLL_{D,7} = -20 \text{ dB}, \tag{4–5}$$

siendo $NLL_{D,q}$ el nivel deseado para el $q$–ésimo lóbulo (a ambos lados del haz principal), en dB, entonces, la ecuación (2–20) ha de utilizarse haciendo $\Omega_R = \Omega_L = \varnothing$, $\Xi_L = \Xi_R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ y $u_{Rh,L,n} = -u_{Rh,R,n}$, para, de esta manera, minimizar la función de coste:

$$C = \sum_{q=1}^{7} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 . \tag{4–6}$$

El patrón obtenido mediante este método, junto al listado de las raíces, se observa en la Figura 4-7. Para este caso, aplicando la (1–63), con,

$$U_{NOR}(\theta) = \frac{\left| F_{Rh,CA}(\theta) \right|^2}{\left| F_{Rh,CA}(\theta_{MAX}) \right|^2} = \left( \frac{\left| F_{Rh,CA}(u) \right|}{\left| F_{Rh,CA}(u_{MAX}) \right|} \right)^2 , \tag{4–7}$$

[siendo $\theta_{MAX} = \pi/2 \Rightarrow u_{MAX} = 10\cos(\pi/2) = 0$ la posición angular de la amplitud máxima de $F_{R,CA}$], se obtiene una directividad pico igual a 15,23. En casos de patrones asimétricos se utiliza la ecuación (1–61), convenientemente simplificada. La correspondiente distribución de amplitud $|g_{Rh,CA}(p)|$ se observa en la Figura 4-8 (la distribución de fase es cero en este caso, $\forall p \in [-1,1]$). Nótese que, como se esperaba, la amplitud decae linealmente a cero en los bordes de la antena. El brillo de extremos de esta distribución de abertura es muy pronunciado. La minimización de este efecto se trata en la Sub–Sección 4.3.4.6.

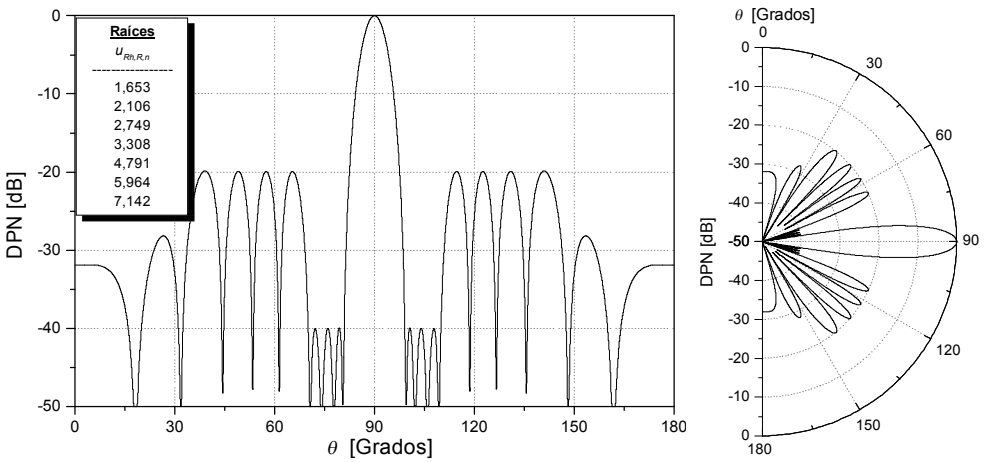



**Figura 4-7.** Patrón suma simétrico obtenido con las especificaciones (4–5) y usando la función de coste (4–6).

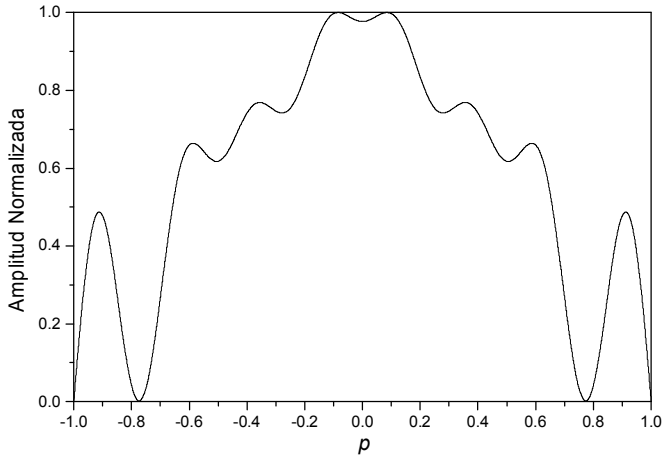



**Figura 4-8.**Distribución de amplitud continua capaz de generar el patrón de la Figura 4-7.

#### 4.3.4.2 PATRÓN SIMÉTRICO DE HAZ PLANO CON NIVELES DE LÓBULOS LATERALES CONTROLADOS.

Si se desea obtener un patrón de haz plano simétrico rellenando los primeros dos nulos a cada lado del haz principal, además de mantener los primeros tres lóbulos laterales (fuera de la zona de cobertura) a niveles deseados $NLL_{D,q}$ , entonces, en la (2–20) ha de hacerse: $\Omega_R = \Omega_L = \{1, 2\}$, $\Xi_L = \Xi_R = \{3, 4, 5\}$, $u_{Rh,L,n} = -u_{Rh,R,n}$, y $v_{Rh,L,n} = -v_{Rh,R,n}$, minimizando la función de coste:

$$C = \sum_{q=1}^{5} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + \sum_{q=1}^{2} \left( Z_{D,q} - Z_q \right)^2 . \tag{4–8}$$

siendo $Z_q$ el valor de nivel de densidad de potencia en la posición del $q$–ésimo nulo (es decir en $u=u_{Rh,R,q}$ o bien $u=u_{Rh,L,q}$, con $q$=1,2) medido desde el valor máximo, mientras que $Z_{D,q}$ es el valor deseado de dicho parámetro, ambos calculados en dB. En el ejemplo que se presenta, se consideran los siguientes valores deseados:

$$\begin{gathered} NLL_{D,1} = NLL_{D,2} = 0 \text{ dB}, \\ NLL_{D,3} = NLL_{D,4} = NLL_{D,5} = -20 \text{ dB}, \\ Z_{D,1} = Z_{D,2} = -1 \text{ dB}, \end{gathered} \tag{4–9}$$

obteniéndose el patrón representado en la Figura 4-9, con la correspondiente distribución de amplitud de la Figura 4-10.

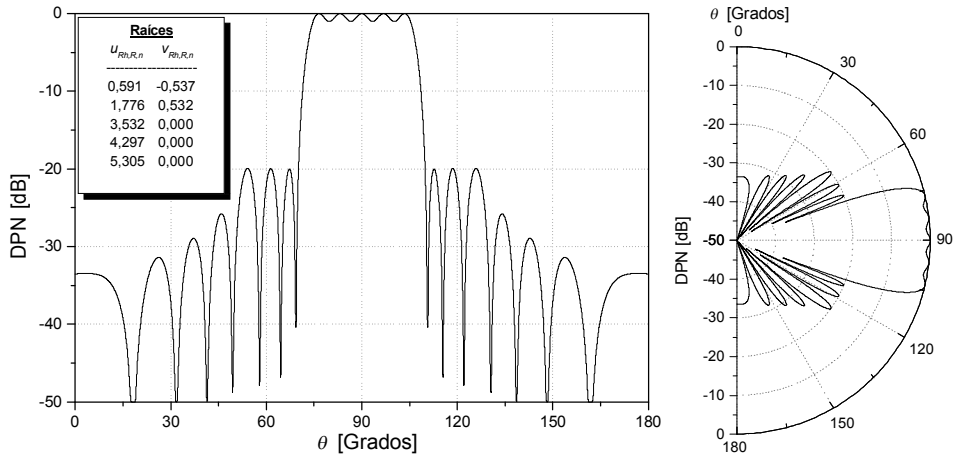



**Figura 4-9.** Patrón de haz plano simétrico obtenido con las especificaciones (4–9) y usando la función de coste (4–8).

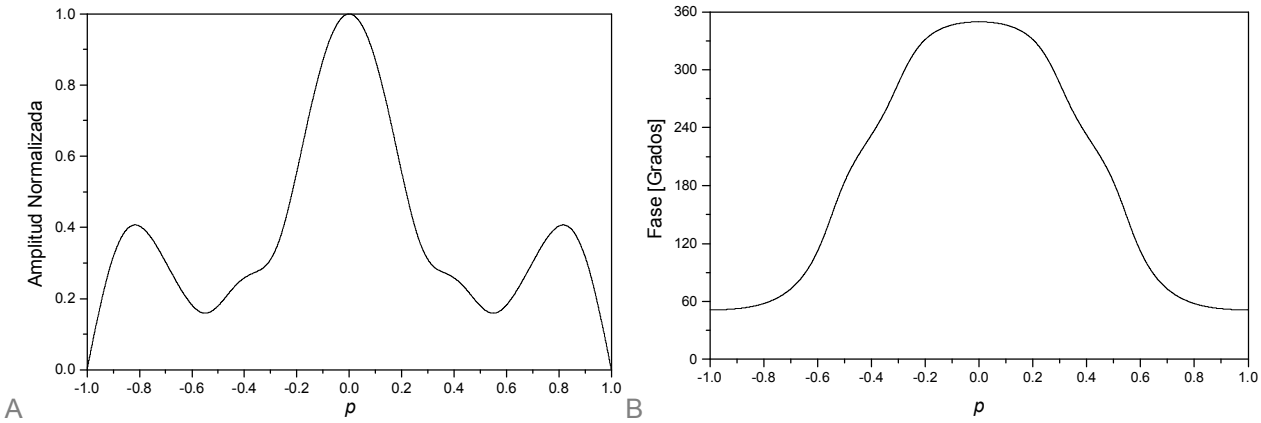



**Figura 4-10.** A: Distribución de amplitud continua capaz de generar el patrón de la Figura 4-9.
B: Distribución de fase correspondiente.

### 4.3.4.3 Patrones Simétricos de Haz Perfilado Generados por Distribuciones Reales, con Control de NLL.

Si se desea obtener un patrón de haz plano simétrico con relleno de nulos generado por una distribución de excitación real, es necesario que cada una de las raíces complejas de $F_{Rh,CA}(u)$ esté acompañada por su correspondiente raíz compleja conjugada. Con esta restricción, en la (2–20) se establece: $\Omega_R = \Omega_L = \{1, 2, 3, 4\}$, $\Xi_L = \Xi_R = \{5, 6, 7\}$, $u_{Rh,L,n} = -u_{Rh,R,n}$, y $v_{Rh,L,n} = -v_{Rh,R,n}$, $u_{Rh,R,2} = u_{Rh,R,1}$, $u_{Rh,R,4} = u_{Rh,R,3}$, $v_{Rh,R,2} = -v_{Rh,R,1}$, y $v_{Rh,R,4} = -v_{Rh,R,3}$. Para los mismos *NLL* y rizados deseados especificados en la Sub–Sección anterior, con la función de coste (4–8), se obtienen el patrón de la Figura 4-11, generado por la distribución de excitación real representada en la Figura 4-12. El precio pagado por asegurar una distribución de excitación real utilizando pares de raíces conjugadas es el ensanchamiento del haz principal, según se observa comparando las Figuras 4–9 y 4–11.

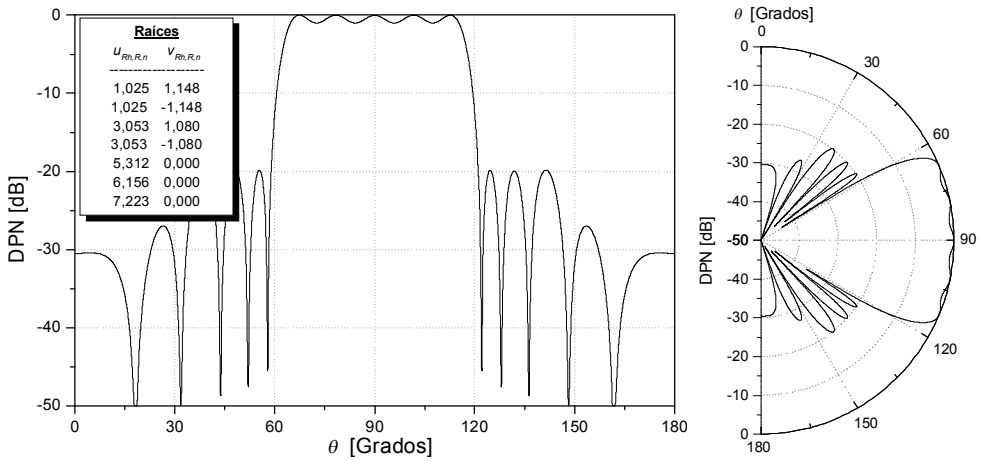



**Figura 4-11.** Patrón de haz plano generado con una distribución de excitación real simétrica.

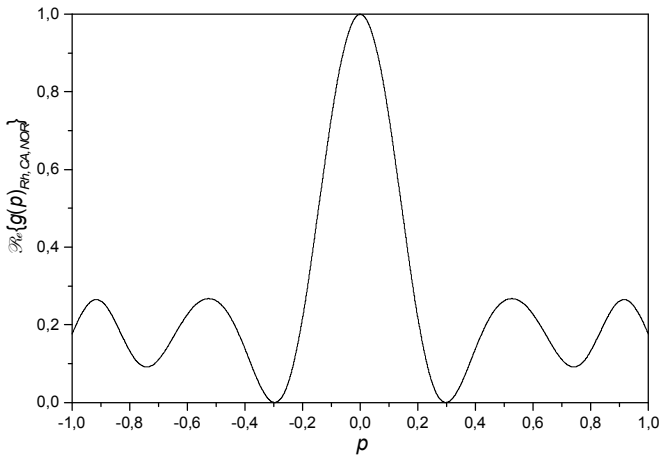



**Figura 4-12.** Parte real de la distribución de abertura que genera el patrón de la Figura 4-11.

### 4.3.4.4 Patrones Suma Asimétricos.

Si se desea obtener un patrón suma con un nivel de lóbulos laterales de $NLL_{R,D,q}$=–25 dB a la derecha del haz principal ($u$ >0 es decir $\theta$>90º) y $NLL_{L,D,q}$=–15 dB a la izquierda, se establece: $\Omega_R$ = $\Omega_L$ =∅, $\Xi_L$ = $\Xi_R$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, sin restricciones de simetría para $u_{Rh,L,n}$ y $u_{Rh,R,n}$. La función de coste es, en este caso:

$$C = \sum_{q=1}^{7} \left( NLL_{L,D,q} - NLL_{L,q} \right)^2 + \sum_{q=1}^{7} \left( NLL_{R,D,q} - NLL_{R,q} \right)^2 . \qquad (4\text{–}10)$$

Los resultados se observan en las Figuras 4–13 y 4–14. Nótese que, como en todos los patrones de radiación asimétricos sin nulos rellenos, la distribución de amplitud de excitación es simétrica, mientras que la distribución de fase es antisimétrica.

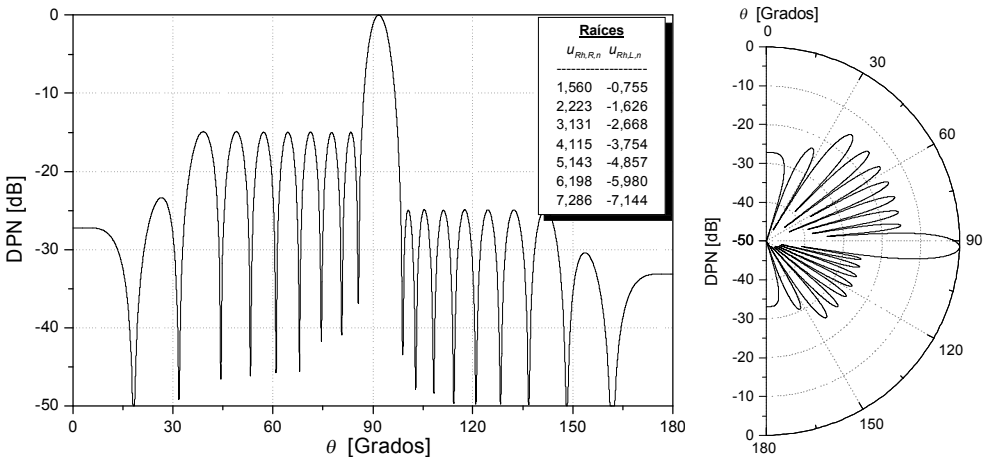



**Figura 4-13.** Patrón suma asimétrico sintetizado utilizando la función de coste (4–10), con *NLL* de –15 y –25 dB. Nótese el ligero desplazamiento del máximo del haz principal respecto de la posición central ($\theta$=90º); este efecto se discute en [ELLIOTT2003]

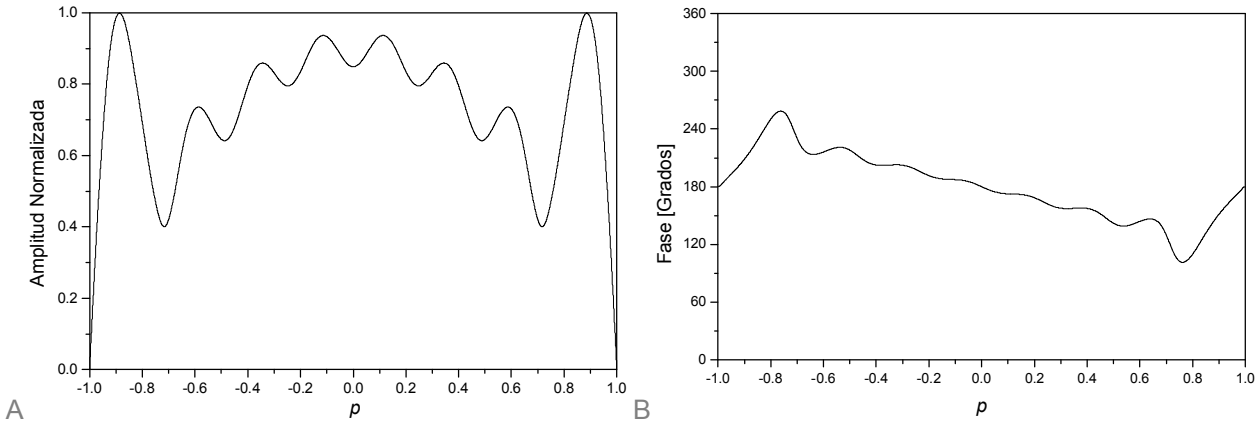



**Figura 4-14.** A: Distribución de amplitud continua capaz de generar el patrón de la Figura 4-13.
B: Distribución de fase correspondiente.

Las distribuciones de amplitud y de fase son, de hecho, similares a las obtenidas por Elliott en [ELLIOTT1976], partiendo de una distribución de Taylor, particularmente en lo que concierne a los picos de brillos de extremo; aparte del comportamiento de la amplitud en los extremos de la antena, la mayor diferencia entre la distribución de amplitud del trabajo de Elliott y la de la Figura 4-14, es que esta última tiene mayor amplitud en el centro de la abertura.

### 4.3.4.5 Patrón Cosecante Cuadrado con NLLs Asimétricos.

Se desea obtener un patrón tipo cosecante cuadrado, ver Sub–Sección 1.5.5.1, páginas 53 y ss., con, a lo sumo, ± 1 dB de rizado en la zona de cobertura, mediante el rellenado de los dos primeros nulos a la derecha del haz principal, y, al mismo tiempo, limitar los tres primeros lóbulos a la derecha del haz perfilado (valores crecientes de *u*) a –25 dB, y los tres primeros de la izquierda a –20 dB. Se establece entonces $\Omega_L = \varnothing$, $\Omega_R = \{1,2\}$, $\Xi_L = \{1, 2, 3\}$, $\Xi_R = \{3, 4, 5\}$, utilizando la función de coste:

$$C = \sum_{q=1}^{3} \left( NLL_{L,D,q} - NLL_{L,q} \right)^2 + \sum_{q=1}^{5} \left( NLL_{R,D,q} - NLL_{R,q} \right)^2 + \sum_{q=1}^{2} \left( Z_{R,D,q} - Z_q \right)^2 , \tag{4–11}$$

con

$$\begin{gathered} NLL_{R,D,1} = -5 \text{ dB},\ NLL_{R,D,2} = -10 \text{ dB},\ Z_{R,D,1} = -6 \text{ dB},\ Z_{R,D,2} = -11 \text{ dB}, \\ NLL_{R,D,3} = NLL_{R,D,4} = NLL_{R,D,5} = -25 \text{ dB}, \\ NLL_{L,D,1} = NLL_{L,D,2} = NLL_{L,D,3} = -20 \text{ dB}, \end{gathered} \tag{4–12}$$

cuyos resultados se presentan en las Figuras 4–15 y 4–16.

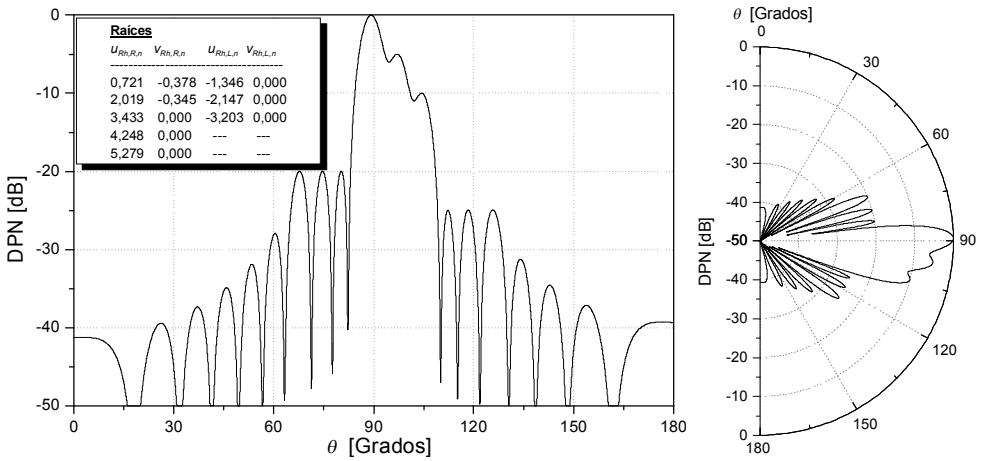
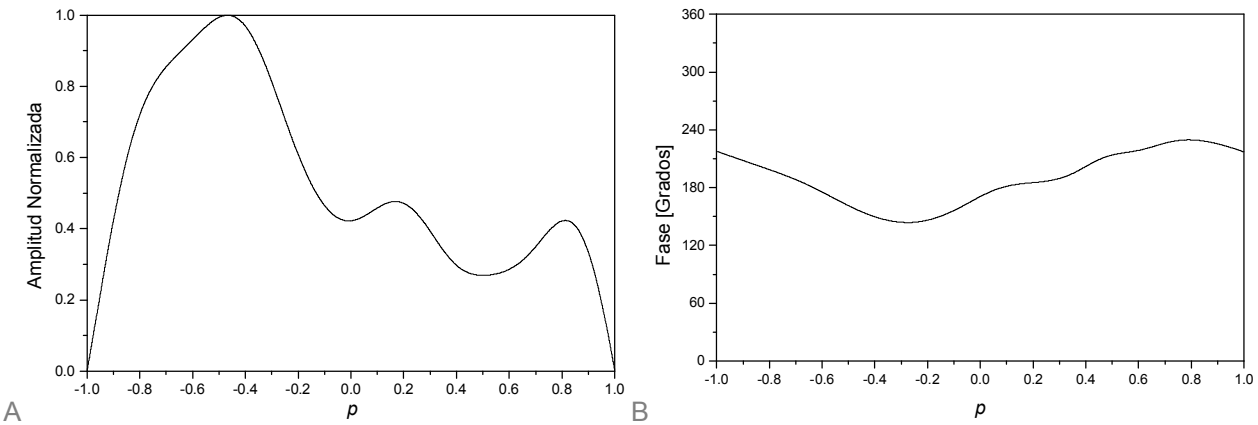



**Figura 4-15.** Patrón cosecante cuadrado con niveles de lóbulos laterales asimétricos, sintetizado utilizando la función de coste (4–11), con los valores deseados (4–12). Rizado ±1 dB, *NLL*s a –20 y –25 dB.




A B

**Figura 4-16.** A: Distribución de amplitud continua capaz de generar el patrón de la Figura 4-15. B: Distribución de fase correspondiente.

### 4.3.4.6 PATRONES SUMA SIMÉTRICOS GENERADOS POR DISTRIBUCIONES DE ABERTURA SUAVIZADAS.

Se puede obtener un patrón que posea las mismas especificaciones dadas en la Sub–Sección 4.3.4.1 pero radiado por una distribución de abertura más suave si se utiliza el relleno de nulos. Para ello, se ha de seleccionar $\Omega_R = \Omega_L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $\Xi_L = \Xi_R = \varnothing$ y $u_{Rh,L,n} = -u_{Rh,R,n}$, con la función de coste (4–6) convenientemente modificada, considerando los ceros rellenos $Z_q$ y el término correspondiente a la variabilidad $V$ de la distribución de amplitud:

$$C = c_1 \sum_{q=1}^{7} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + c_2 \sum_{q=1}^{Q} \left( Z_{D,q} - Z_q \right)^2 + c_3 \left( V_D - V \right)^2 , \tag{4–13}$$

siendo $Q$=4 si $Z_q < Z_{D,q}$ para $4 < q \leq 7$, y $Q$=7 en cualquier otro caso (es decir, los tres primeros nulos se rellenan a los niveles especificados por $Z_{D,1}$, $Z_{D,2}$ y $Z_{D,3}$, mientras que para los restantes se piden valores menores o iguales a $Z_{D,4}$, $Z_{D,5}$, $Z_{D,6}$ y $Z_{D,7}$); $V = \max\{R_s\}$, donde $R_s$ es la diferencia entre el pico $s$–ésimo y el mínimo adyacente de la distribución de amplitud; naturalmente, $c_n$ son los coeficientes de peso del coste. En este ejemplo, los valores deseados son:

$$\begin{gathered} NLL_{D,1} = NLL_{D,2} = NLL_{D,3} = -40 \text{ dB}, \\ NLL_{D,4} = NLL_{D,5} = NLL_{D,6} = NLL_{D,7} = -20 \text{ dB}, \\ Z_{D,1} = Z_{D,2} = Z_{D,3} = Z_{D,4} = -41 \text{ dB}, \; Z_{D,5} = Z_{D,6} = Z_{D,7} = -25 \text{ dB}, \; V_D = 0{,}1; \end{gathered} \tag{4–14}$$

cuyos resultados se presentan en las Figuras 4–17 y 4–18.

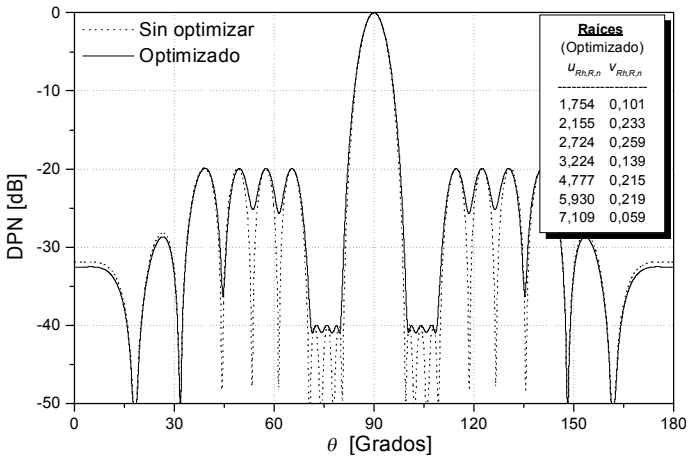



**Figura 4-17.** ——Patrón suma simétrico obtenido en esta Sub–Sección con minimización de variabilidad, función de coste (4–13).
– – – Patrón suma simétrico obtenido en la Sub–Sección 4.3.4.1 sin control de variabilidad (sin relleno de nulos).

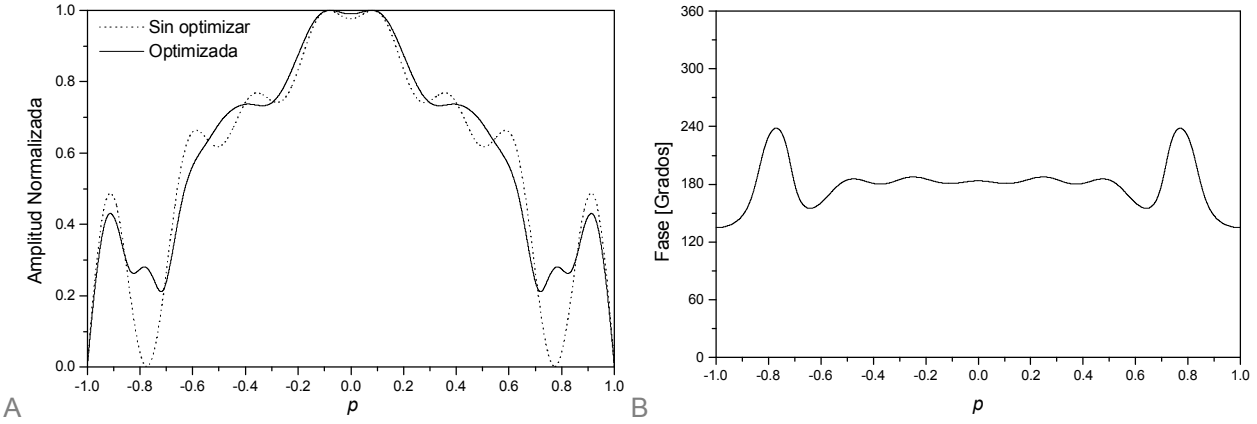



**Figura 4-18.** A: Distribuciones de amplitud que generan los patrones de la Figura 4–17. Nótese la reducción del brillo de extremos para el caso del patrón con relleno de nulos. B: Distribución de fase correspondiente al patrón con relleno de nulos.

### 4.3.4.7 PATRONES TIPO RHODES SIN BRILLO DE EXTREMOS.

Finalmente, se puede aplicar la técnica aquí descrita para mejorar las distribuciones de amplitud originales de Rhodes, sin elevar considerablemente la topografía de lóbulos laterales y además manteniendo, aproximadamente, la directividad pico del patrón. Por ejemplo, para un patrón de Rhodes con $\bar{n}$ =9 y un *NLL* de –20 dB, seleccionando $\Omega_R = \Omega_L = \varnothing$, $\Xi_L = \Xi_R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $u_{Rh,L,n} = -u_{Rh,R,n}$,, $u_{Rh,L,n} = v_{Rh,R,n} = 0$, y $NLL_{D,q} = -20$ dB, utilizando la función de coste (4–15):

$$C = c_1 \sum_{q=1}^{8} \Delta_{NLL,q}^2 \, H\left(\Delta_{NLL,q}\right) + c_2 \left(D_D - D\right)^2 + c_3 \left(V_D - V\right)^2 , \qquad (4\text{–}15)$$

siendo $D$ la directividad pico del patrón, $D_D$ su valor deseado (la del patrón original de Rhodes, en este caso igual a 18,92), $\Delta_{NLL,q} = \left(NLL_q - NLL_{D,q}\right)$, y $H$ la función salto de Heaviside, definida en la página 149, ecuación (2–59). La aplicación de $H$ permite que $C$ obligue a mantener los niveles de lóbulos laterales menores o iguales a los niveles deseados. Las líneas continuas de las Figuras 4–19 y 4–20 muestran los resultados obtenidos con $V_D$=0,1; mientras que las curvas correspondientes a la solución de Rhodes se presentan en líneas de puntos. Nótese que el brillo de extremos ha desaparecido, ver Figura 4-20, a costa de disminuir ligeramente la directividad (1,3%), a un valor de 18,67.

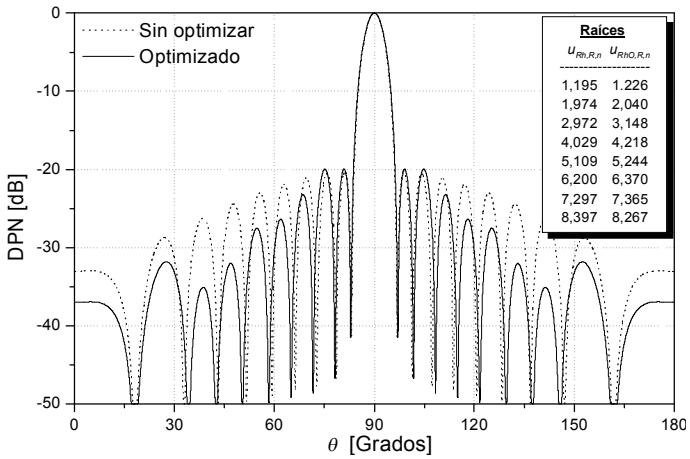



**Figura 4-19.** Patrón suma simétrico (línea continua) con distribución de amplitud optimizada, similar al patrón de Rhodes $\bar{n}$ = 9, *NLL*=–20 dB (línea de puntos). En el listado, $u_{RhO,R,n}$ corresponde a las raíces del patrón optimizado.

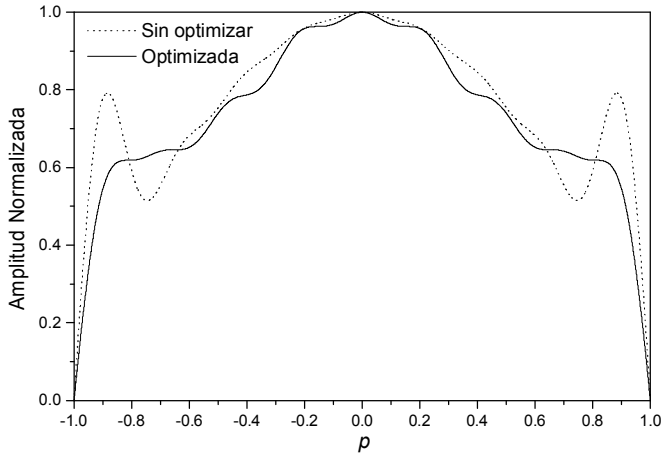



**Figura 4-20.** Distribuciones de amplitud que generan los patrones de la Figura 4-19. Nótese la eliminación del brillo de extremos.

### 4.3.5 CONCLUSIONES.

Con los ejemplos expuestos se demuestra que, mediante la apropiada técnica de optimización de las raíces de los patrones de Rhodes, se pueden modificar o mejorar algunos de sus parámetros, o bien de los parámetros de las correspondientes distribuciones de excitación, manteniendo inalterado el comportamiento lineal con decaimiento a cero en los bordes de la antena. De esta manera, es posible conseguir diagramas de haz perfilado simétricos y asimétricos, patrones suma con niveles de lóbulos laterales controlados individualmente, y distribuciones de amplitud que son más suaves que las de los patrones originales de Rhodes. Para los ejemplos de las Sub–Secciones 4.3.4.1 a la 4.3.4.5, el método de Orchard [ORCHARD 1985], expuesto en la Sub–Sección 1.5.6.2 para el caso de agrupaciones de antenas (utilizando las raíces del círculo de Schelkunoff) es también aplicable (considerando en este caso las raíces de la distribución de Rhodes en vez de las raíces de Schelkunoff, y el patrón de Rhodes en vez del factor de agrupación), y converge más rápidamente –de hecho, sólo son necesarias dos o tres

iteraciones del algoritmo–, pero no puede solucionar los problemas expuestos en las Sub–Secciones 4.3.4.6 y 4.3.4.7. Finalmente, debe señalarse que el muestreo de las distribuciones de abertura permite generalizar los ejemplos aquí expuestos a agrupaciones de antenas, y si eso se lleva a cabo, las agrupaciones lineales resultantes pueden ser optimizadas utilizando técnicas adecuadas para tal fin.

## 4.4 SÍNTESIS ÓPTIMAS DE FUENTES CIRCULARES CONTINUAS UTILIZANDO DISTRIBUCIONES DE LUDWIG.

### 4.4.1 INTRODUCCIÓN.

Las distribuciones de Ludwig constituyen una generalización de las distribuciones circulares de T. T. Taylor, véase Sub–Sección 2.3.1, páginas 137 y ss. Al igual que sucedía con las distribuciones de Rhodes correspondientes a las fuentes lineales, los patrones de Ludwig tienen un decaimiento de lóbulos laterales más pronunciados que los patrones de Taylor. A continuación se demuestra que, mediante la técnica de optimización basada en el Temple Simulado (NM+TS), y análogamente a las síntesis efectuadas en la Sub–Sección 4.3, las raíces de los patrones de radiación de Ludwig pueden perturbarse, para obtener diagramas de radiación modificados o mejorados, optimizando a su vez, si es necesario, las distribuciones de amplitud de excitación. Los ejemplos que se presentan incluyen patrones de haz perfilado, patrones suma con niveles de lóbulos laterales controlados individualmente, y patrones suma con distribuciones de amplitud con brillo de bordes eliminado.

### 4.4.2 FUNDAMENTOS.

En la Sub–Sección 2.3.1 se presentó el desarrollo teórico de distribuciones de abertura circulares, detallándose el caso de densidad de corriente con simetría rotacional. El estudio que se presenta ahora y en las siguientes Sub–Secciones se basa en dicho desarrollo.

Para una abertura circular de diámetro $D$ con excitación real y simetría rotacional, T. T. Taylor [TAYLOR1960] demostró que si la amplitud de excitación en los bordes es proporcional a $(1-p^2)^{\alpha}$, en donde $p=2\rho/D$ [siendo $\rho$ la distancia al centro de la abertura, ver (2–50) y comentarios subsiguientes], entonces los lóbulos laterales más alejados del haz principal decaen como $u^{(\alpha+3/2)}$, estando $u$ dada por la relación (2–41). Las distribuciones circulares que llevan su nombre, que fueron diseñadas para minimizar el ancho de haz para un nivel de lóbulos laterales dado, corresponden al caso en que $\alpha=0$. Al igual que Rhodes en el caso de la distribución lineal, Ludwig [LUDWIG1982] generalizó para los casos $\alpha>0$ –considerando que la distribución de amplitud de excitación de Taylor era físicamente imposible por poseer un valor distinto de cero en los bordes de la abertura–, y exploró el comportamiento de las distribuciones resultantes para el caso más simple: $\alpha=1$.

En trabajos previos, Elliott y Stern [ELLIOTT1988, ELLIOTT1990], y Ares y Rodríguez [ARES1998] han demostrado que, utilizando patrones circulares de Taylor como puntos de partida y utilizando técnicas de optimización apropiada, es posible conseguir patrones de haz perfilado con simetría rotacional [ELLIOTT1988], patrones de haz perfilado con simetría rotacional y topografía de

lóbulos laterales no trivial obtenida con distribuciones de excitación real [ELLIOTT1990], y distribuciones de abertura más suaves que las de los patrones circulares de Taylor [ARES1998]. A continuación se presenta una aplicación análoga, pero utilizando distribuciones de Ludwig, lo que conlleva a resultados similares.

### 4.4.3 MÉTODO.

De manera análoga a como se explicó en la Sub–Sección 4.3.3, el método propuesto consiste en utilizar la ecuación (2–48) de la Sub–Sección 2.3.1 para obtener patrones con ceros rellenados (lo cual implica utilizar de raíces complejas en la ecuación de Ludwig modificada) con control de la topografía de lóbulos laterales. La distribución de abertura que genera dicho patrón se obtiene utilizando la ecuación (2–50). En cada aplicación específica, los valores óptimos de las raíces complejas perturbadas $z_{Lu,n} = u_{Lu,n} + j\, v_{Lu,n}$ se calculan partiendo de las raíces reales originales de Ludwig –fijando de antemano el nivel de lóbulos laterales y el valor de $\bar{n}$ – y utilizando una técnica de optimización apropiada que minimiza una cierta función de coste *C,* encargada de penalizar la desviación de los parámetros de diseño patrón y/o de la distribución de abertura respecto de unos valores deseados previamente establecidos, similarmente a como se hizo en el caso de las distribuciones lineales continuas.

### 4.4.4 EJEMPLOS.

En esta Sub–Sección se ejemplifica el potencial de la técnica aquí expuesta, sintetizando distribuciones de abertura –optimizadas o sin optimizar– para obtener varios patrones con diversos requerimientos, establecidos previamente. Todos los ejemplos consideran una abertura circular de radio $a=D/2=5\lambda$, y en todos los casos la técnica de optimización consiste en el uso del Temple Simulado (NM+TS) [PRESS1992], ver Sub–Sección 1.7.5.2.

#### 4.4.4.1 PATRÓN TIPO SUMA CON LÓBULOS LATERALES DEPRIMIDOS.

Si el nivel deseado del primer lóbulo lateral alrededor del haz principal tipo suma ($NLL_{D,1}$) es de –40 dB, mientras que los tres siguientes ($NLL_{D,2}$= $NLL_{D,3}$= $NLL_{D,4}$) es de –20 dB, entonces se establece $\bar{n}$ =5, estableciendo la función de coste

$$C = \sum_{q=1}^{4} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 , \qquad (4\text{–}16)$$

haciendo $\Omega = \varnothing$ en (2–48), y correspondientemente en (2–49) al calcular la distribución de excitación.

El patrón obtenido mediante esta técnica, junto a las raíces optimizadas, se observa en las Figuras 4–21 y 4–22 [*u* y *v* dadas, en este último caso, por las expresiones (1–87)], mientras que la distribución de amplitud normalizada se observa en la Figura 4-23 (la distribución de fase es cero).

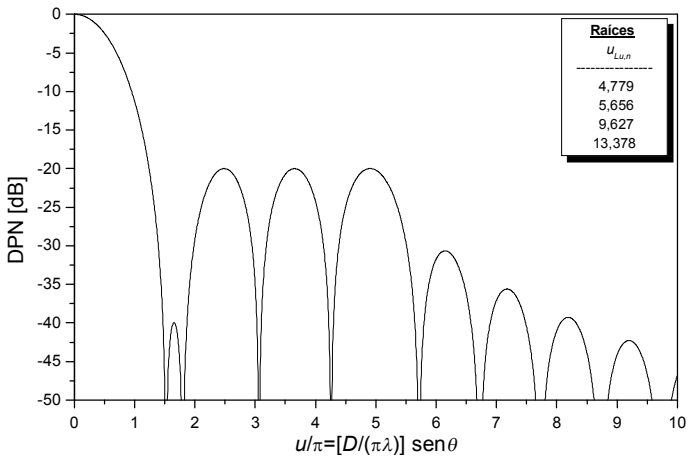



**Figura 4-21.** Patrón suma obtenido con la función de coste (4–16).

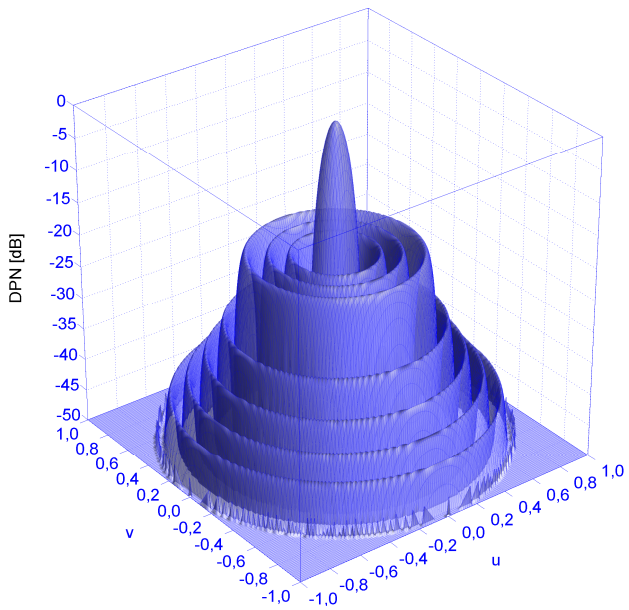



**Figura 4-22.** Patrón suma tridimensional (espacio *uv*) obtenido con la función de coste (4–16).

La directividad pico $Dir_{MAX}$ se calcula con la expresión (1–63), haciendo

$$U_{NOR}(\theta)=\frac{\left|F_{Lu,C}(\theta)\right|^2}{\left|F_{Lu,C}(\theta_{MAX})\right|^2}=\left(\frac{\left|F_{Lu,C}(u)\right|}{\left|F_{Lu,C}(u_{MAX})\right|}\right)^2, \qquad (4\text{–}17)$$

(ver comentarios a continuación de dicha fórmula), siendo $\theta_{MAX}$ el ángulo en donde se obtiene la máxima amplitud del patrón. Para el ejemplo que aquí se presenta, $\theta_{MAX}$=0, lo que da $D_{MAX}$= 530. Nótese que, puesto que durante la optimización sólo se han controlado los niveles de lóbulos laterales, el precio pagado por una buena directividad es la irregularidad de la distribución de amplitud, con un brillo de extremos muy pronunciado. La minimización de este comportamiento indeseado se presenta en la Sub–Sección 4.4.4.4.

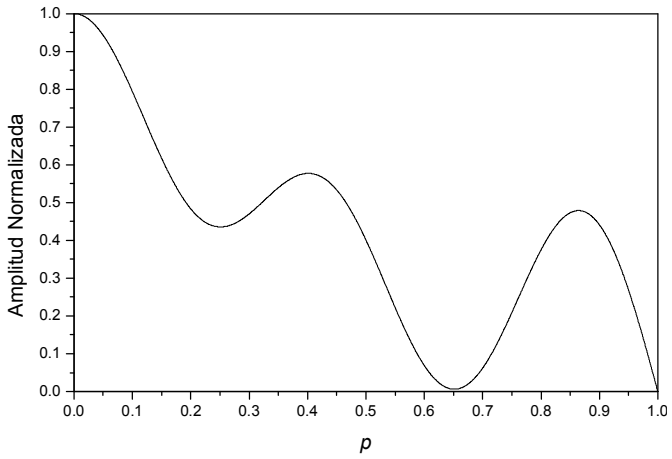



**Figura 4-23.** Distribución de amplitud normalizada que genera el patrón de la Figura 4-21.

### 4.4.4.2 Patrón de Haz Plano con Lóbulos Laterales Controlados.

Si se desea obtener un patón de haz plano rellenando los primeros $Q$ nulos a $Z_{D,q}$ dB por debajo del máximo nivel, y, al mismo tiempo, se controlan los primeros $Q+r$ lóbulos laterales a ciertos niveles $NLL_{D,q}$, entonces hay que hacer $\Omega=\{1, 2, \ldots, Q\}$, y $\Xi=\{Q+1, Q+2, \ldots, Q+r\}$ en (2–48), utilizando la función de coste análoga a la (4–8). Por ejemplo, si se desea rellenar $Q=2$ nulos y controlar $Q+r=5$ lóbulos laterales ($r=3$ lóbulos fuera de la zona de cobertura de haz plano), se ha de utilizar el coste:

$$C = \sum_{q=1}^{5} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + \sum_{q=1}^{2} \left( Z_{D,q} - Z_q \right)^2 . \tag{4–18}$$

siendo, como antes, $Z_q$ el valor de nivel de densidad de potencia medido en la posición del $q$–ésimo nulo medido desde el valor máximo, calculado en dB. En el ejemplo que se presenta, se consideran los siguientes valores deseados:

$$\begin{gathered} NLL_{D,1} = NLL_{D,2} = 0 \text{ dB}, \\ NLL_{D,3} = NLL_{D,4} = NLL_{D,5} = -20 \text{ dB}, \\ Z_{D,1} = Z_{D,2} = -1 \text{ dB}, \end{gathered} \tag{4–19}$$

con lo cual, aplicando la técnica del NM+TS, se obtiene el patrón de las Figuras 4–24 y 4–25, siendo esta última la representación polar del diagrama (en el espacio real). La correspondiente distribución de excitación se observa en la Figura 4-26 (amplitud y fase).

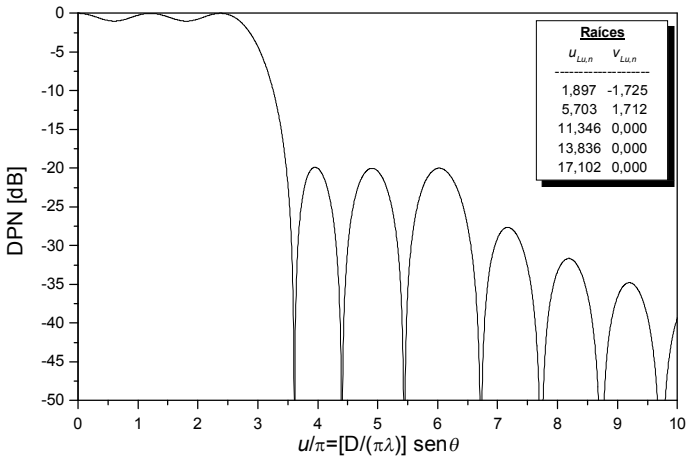



**Figura 4-24.** Patrón de haz plano obtenido con la función de coste (4–18), aplicándose las especificaciones (4–19).

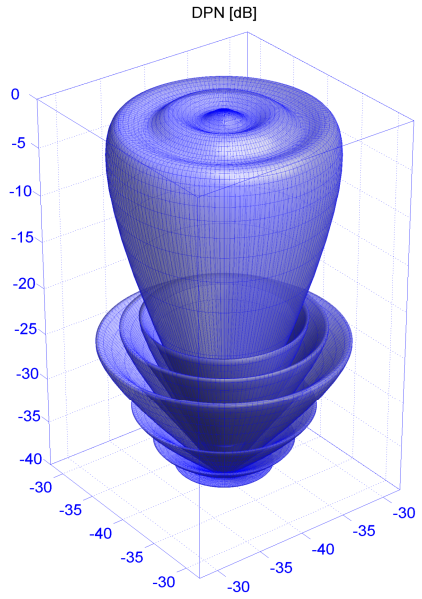



**Figura 4-25.** Patrón suma tridimensional (espacio real) correspondiente a la Figura 4-24.

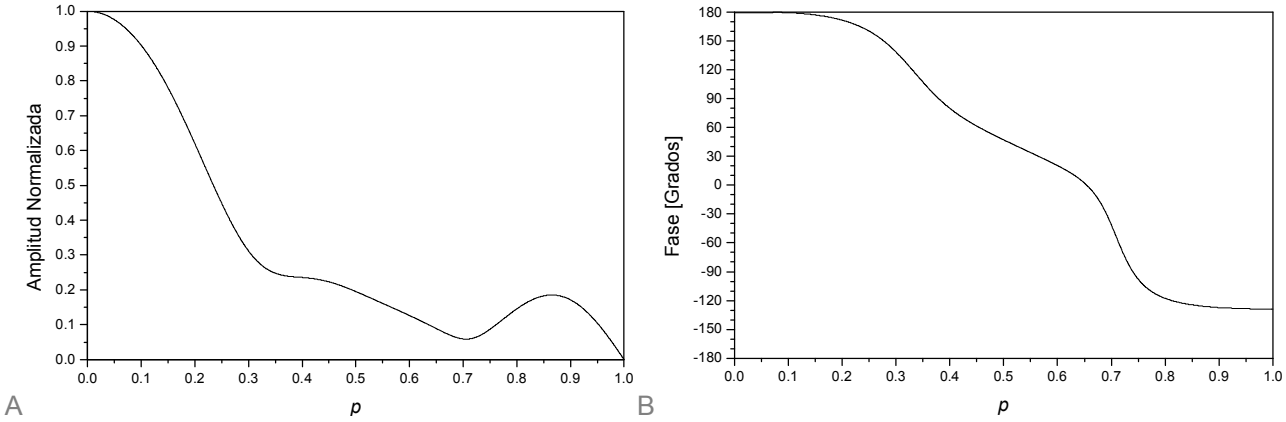



**Figura 4-26.** A: distribución de amplitud normalizada que genera el patrón de la Figura 4–24. B: correspondiente distribución de fase.

### 4.4.4.3 PATRÓN DE HAZ PLANO CON LÓBULOS LATERALES CONTROLADOS GENERADO CON UNA ABERTURA REAL PURA.

Si se establece el mismo procedimiento que en la Sub–Sección anterior, pero considerando raíces complejas conjugadas para obtener una distribución de abertura real, utilizando la misma función de coste (4–18), pero considerando en (2–48) que $\Omega$ = {1, 2, 3, 4}, y $\Xi$ = {5, 6, 7}, además, teniendo en cuenta que $v_{Lu,1}$=– $v_{Lu,2}$, $v_{Lu,3}$=– $v_{Lu,4}$ y $u_{Lu,1}$= $u_{Lu,2}$, $u_{Lu,3}$= $u_{Lu,4}$, se obtiene el patrón representado en las Figuras 4–27 y 4–28, con la correspondiente distribución de excitación (real pura) de la Figura 4-28.

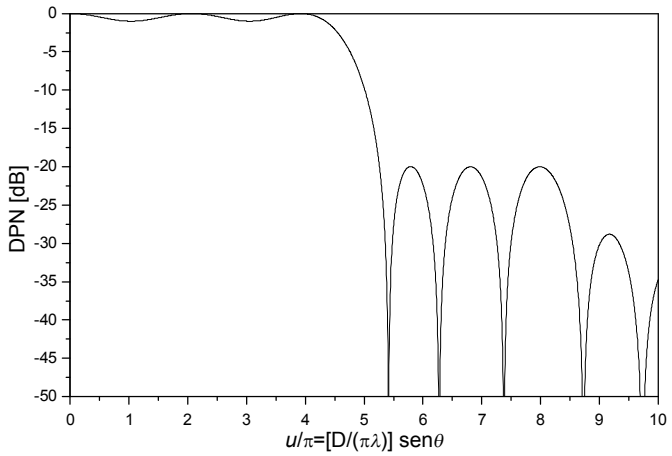



**Figura 4-27.** Patrón de haz plano obtenido con la función de coste (4–18), obtenido con una distribución de excitación real pura.

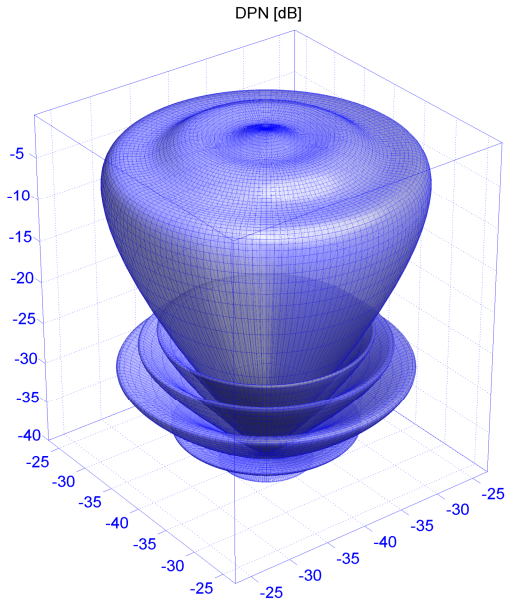



**Figura 4-28.** Patrón de haz plano tridimensional (espacio real) correspondiente a la Figura 4-27.

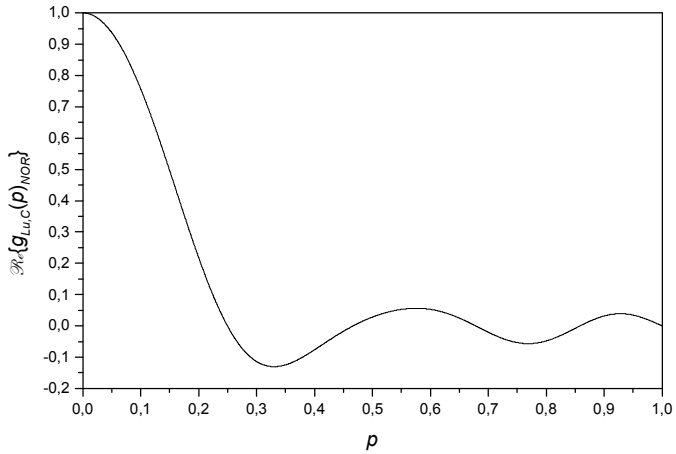



**Figura 4-29.** Parte real de la distribución de abertura normalizada que genera el patrón de la Figura 4-27.

### 4.4.4.4 PATRÓN SUMA CON DISTRIBUCIÓN DE AMPLITUD SUAVIZADA.

Un patrón que satisface las mismas especificaciones que aquél presentado en la Sub–Sección 4.4.4.1 también puede sintetizarse optimizando la distribución de amplitud si se permite el relleno de nulos, modificando ligeramente la función de coste (4–16), agregando un término para controlar el nivel de los nulos rellenos, y otro para controlar la suavidad (variabilidad) de la distribución de excitación, similarmente a como se procedió en la Sub–Sección 4.3.4.6:

$$C = c_1 \sum_{q=1}^{4} \left( NLL_{D,q} - NLL_q \right)^2 + c_2 \sum_{q=1}^{Q} \left( Z_{D,q} - Z_q \right)^2 + c_3 \left( V_D - V \right)^2 , \qquad (4\text{–}20)$$

siendo $Z_{D,q}$ el nivel de nulo relleno, como antes, con $Q$=2 si $Z_q<Z_{D,q}$ para $2<q\leq4$ y $Q$=4 en otro caso (forzando a $Z_1$ y $Z_2$ a adoptar los valores deseados, pero permitiendo que los otros dos puedan alcanzar valores más bajos). Además, $V$=max{ $R_p$ }, siendo $R_p$ la diferencia entre el $p$–ésimo máximo relativo de la distribución de amplitud (contados desde el centro hacia el borde de la antena) y el valor más bajo de los mínimos que se encuentran en sus flancos, y $V_D$, naturalmente, su valor deseado. Como antes, $c_m$ representan coeficientes de peso. Estableciendo $\Omega$ = {1, 2, 3, 4}, $\Xi$ = ∅, $Z_{D,1}$=$Z_{D,2}$=–41 dB, $Z_{D,3}$=$Z_{D,4}$=–21 dB, y $V_D$=0,05, con los $NLL_{D,q}$ iguales a los de la Sub–Sección 4.4.4.1 se obtiene el patrón de la Figura 4-30, generado por la distribución de excitación representado en la Figura 4-31. Obsérvese en la Figura 4-30 que uno de los nulos ha sido rellenado hasta convertir los lóbulos segundo y tercero en uno solo.

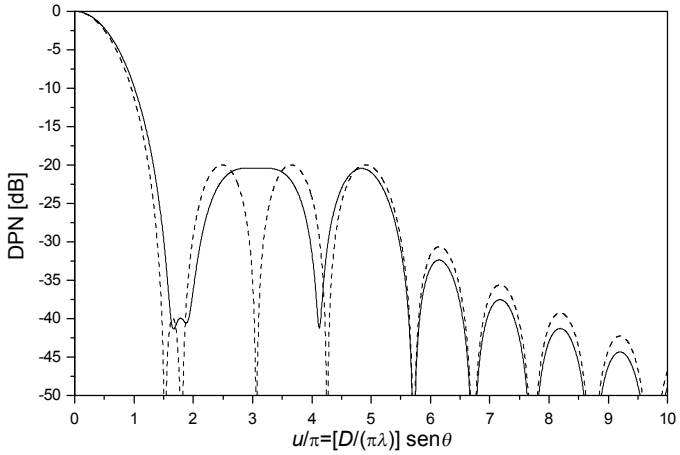



**Figura 4-30.** ——Patrón suma obtenido en esta Sub–Sección con minimización de variabilidad, función de coste (4–20).
– – – Patrón suma simétrico obtenido en la Sub–Sección 4.4.4.1 sin control de variabilidad (sin relleno de nulos).

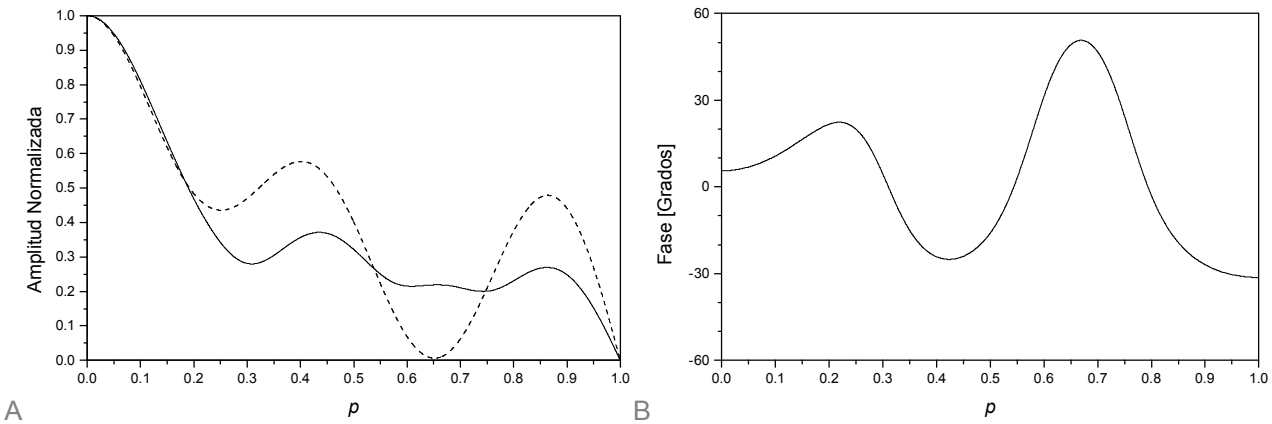



**Figura 4-31.** A: Distribuciones de amplitud que generan los patrones de la Figura 1-30. Nótese la reducción del brillo de extremos para el caso del patrón con relleno de nulos (línea continua). B: Distribución de fase correspondiente al patrón con relleno de nulos.

El precio pagado por suavizar la distribución de abertura (el brillo de extremos prácticamente ha desaparecido) es una ligera reducción (del orden de 5,5%) de la directividad, de 530 a 501.

### 4.4.4.5 PATRONES DE LUDWIG SIN BRILLO DE EXTREMOS.

Finalmente, se aplica la técnica para obtener un patrón similar al de Ludwig, pero con una distribución de amplitud sin brillo de extremos. Como ejemplo se toma un patrón de Ludwig con $\bar{n}$ =8 y *NLL* de −25 dB. Haciendo $\Omega=\varnothing$, $\Xi=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $NLL_{D,q}$=−25 dB, y utilizando la función de coste:

$$C = c_1 \sum_{q=1}^{8} \Delta_{NLL,q}^2 \; H\left(\Delta_{NLL,q}\right) + c_2 \left(D_D - D\right)^2 + c_3 \left(V_D - V\right)^2 , \qquad (4\text{–}21)$$

siendo el significado de la simbología completamente análogo al de la ecuación (4−15) de la Sub−Sección 4.3.4.7. De esta manera se obtiene el patrón requerido. La directividad deseada es, en este caso, $D_D$=538, que corresponde al patrón de Ludwig seleccionado como punto de partida. El patrón resultante se observa en la Figura 4-32 en línea continua, y se lo compara con el patrón original, en línea de puntos.

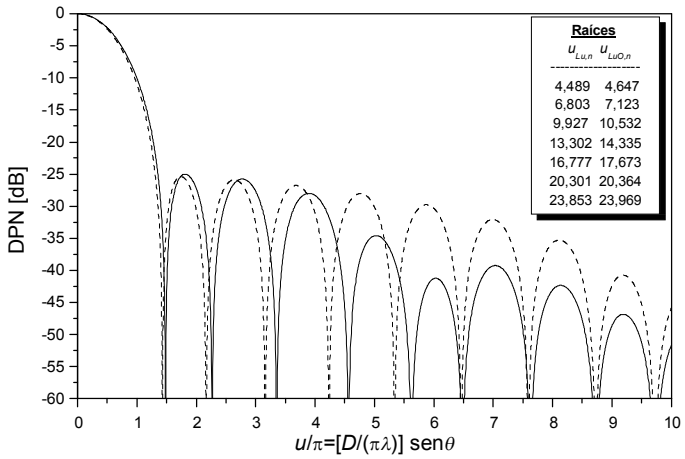



**Figura 4-32.** Patrón suma (línea continua) con distribución de amplitud optimizada, similar al patrón de Ludwig $\bar{n}$ = 8, *NLL*=−25 dB (línea de puntos). Las raíces $u_{Lu0,n}$ corresponden al caso optimizado.

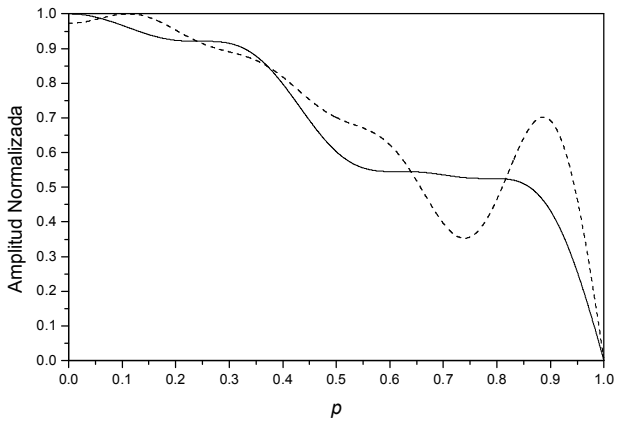



**Figura 4-33.** Distribuciones de amplitud que generan los correspondientes patrones de la Figura 4-32. Nótese la eliminación del brillo de extremos.

Obsérvese en la Figura 4-33 que la distribución de amplitud optimizada (línea continua) es monotónica (pendiente de igual signo en toda la curva, desde el centro hacia los bordes), habiéndose eliminado por completo el brillo de bordes. En contrapartida, la directividad se ha reducido ligeramente (aproximadamente un 3,4%) hasta un valor igual a 520.

### 4.4.5 Conclusiones.

Los ejemplos presentados hasta aquí muestran que, mediante el uso de apropiadas técnicas de optimización, las raíces de los patrones de radiación de Ludwig pueden ser modificadas para mejorar o modificar las características de los patrones y/o las distribuciones de excitación sin alterar el comportamiento de decaimiento a cero de la amplitud en los bordes de la antena. De esta manera es posible conseguir diagramas de haz perfilado con control individual de lóbulos laterales utilizando distribuciones de excitación bien reales o complejas, y también modificar diagramas suma para obtener distribuciones de amplitud más suaves que las correspondientes a los patrones originales de Ludwig. Es obvio que la técnica presentada puede ser implementada utilizando agrupaciones planas de antenas con contorno circular, mediante el adecuado muestreo de las distribuciones continuas descritas en esta Sub–Sección (después de lo cual, el patrón generado por la agrupación puede ser optimizada nuevamente). El método descrito también es generalizable a la síntesis de distribuciones de aberturas con bloqueo, utilizando para ello las formulaciones deducidas en el artículo original de Ludwig [Ludwig1982].

## 4.5 Síntesis de diagramas de radiación de agrupaciones lineales con elevada eficiencia de alimentación.

### 4.5.1 Introducción.

Las agrupaciones de antenas de distribución de excitación uniforme son siempre deseables, puesto que sus redes de alimentación son comparativamente más fáciles de implementar; además, esa distribución asegura que la potencia emitida al espacio que rodea la antena es máxima. Sin embargo, dicha distribución no permite una apropiada explotación del patrón en potencia, basada en el control de la topografía de lóbulos laterales. En un trabajo previo [Virga2001], se ha demostrado que el Método de los Cuadrados Mínimos con Restricciones (MCMR, *Constrained Least–Squares Method*) aplicado a la síntesis de agrupaciones lineales de elementos isotrópicos, con distribuciones de amplitud de excitación sujetas a restricciones –como su nombre lo indica– constituye una herramienta útil para el diseñador de antenas. Con dicha herramienta es posible obtener una distribución de amplitud que posee un segmento central uniforme y con decaimiento monotónico en los bordes. Este método, cuyos fundamentos se describen en un artículo previo de Iglehart [Iglehart1979], impone restricciones tanto sobre la amplitud máxima de los elementos de la agrupación, como sobre la Razón de Voltaje Efectiva (*RVE*, *Effective Voltage Ratio*), que es un coeficiente correspondiente al valor promedio de la distribución de amplitud de excitación. Más aún: el MCMR puede especificarse para minimizar la energía promedio

medida desde el primero (o el segundo, de acuerdo a las consideraciones del diseñador) de los nulos del patrón en potencia, en un diagrama suma simétrico [VIRGA2001].

Por otra parte, en la Sub–Sección 1.7.5.2 se ha dicho que el Temple Simulado modificado (NM+TS) es una técnica de optimización global muy versátil, la cual ha sido utilizada también para una gran variedad de aplicaciones relacionadas con las agrupaciones de antenas (ver [RODRÍGUEZ2003] y [RAHMAT1999], por ejemplo). En principio, es posible valerse del NM+TS para aplicaciones relacionadas con las agrupaciones lineales, mediante la utilización de la adecuada función de coste para obtener resultados similares a los del MCMR. A pesar de que el NM+TS es, en general, un algoritmo lento (en términos de tiempo de cómputo), su mayor ventaja consiste en el número y la diversidad de parámetros que puede controlar, simplemente insertando términos apropiados en la función de coste que el programa maneja, según se ha visto en los ejemplos de las Sub–Secciones 4.2, 4.3 y 4.4. Como resumen, podría establecerse que el método analítico MCMR sólo resuelve algunos problemas específicos, pero lo hace de un modo eficiente, mientras que el NM+TS puede resolver una gran variedad de problemas relacionados, incluyendo topografías de lóbulos laterales complicadas, aunque a costa de ralentizar el proceso de optimización.

A continuación se comparan los resultados obtenidos con patrones de radiación de lóbulos laterales muy bajos, generados por agrupaciones lineales de elementos isotrópicos con distribuciones de amplitud altamente eficientes, utilizando los métodos citados.

## 4.5.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS.

### 4.5.2.1 MÉTODO DE LOS CUADRADOS MÍNIMOS CON RESTRICCIONES.

Considérese una agrupación lineal de elementos isotrópicos con un número par de elementos ($N$=2$M$) alineados a lo largo del eje $z$, y con una distribución de excitación $I_n \in \Re_{>0}$ $n \in [1,N]$, ver ecuación (1–90). Considérese además que la distribución de excitación es simétrica respecto del centro (localizado en el punto $z$=0) de la agrupación. El MCMR puede aplicarse minimizando el valor cuadrático promedio ponderado de la (1–90) (es decir, la densidad de potencia promediada en el tiempo radiada por la agrupación, o, lo que es equivalente, su densidad de energía para cada valor de $\theta$, ver comentarios en la nota 14 al pie de la página 27), según se explica en [VIRGA2001], en cierta región angular en donde se encuentran los lóbulos laterales (desde el primer o el segundo nulo hasta el final de la zona de radiación de la antena, lo que correspondería a $\theta \to 0$ para los lóbulos por encima del haz principal $-\theta$ decrecientes–, o bien a $\theta \to \pi$ para los lóbulos por debajo del haz principal), estando las excitaciones sujetas a las siguientes restricciones:

$$I_n = \begin{cases} \leq 1 \text{ si } n \in [1,2M], \\ 0 \text{ en otro caso}; \end{cases} \tag{4–22}$$

$$RVE = \frac{1}{2M}\sum_{n=1}^{2M} I_n = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M} I_n \ , \tag{4–23}$$

siendo esta última simplificación una consecuencia de considerar una distribución de amplitud simétrica respecto del centro de la agrupación. Si *RVE*=1, la distribución es uniforme; en cambio, si *RVE*<1, la distribución de amplitud obtenida con el MCMR estará atenuada progresivamente en los extremos. La prueba de que esta distribución de excitación es óptima se da en un trabajo análogo aplicado a la teoría de filtrado de señal [SHNIDMAN 1975].

En este trabajo el MCMR se implementa para minimizar la energía (por ciclo de oscilación de la señal portadora) de lóbulos laterales promediada angularmente más allá del segundo nulo ($\theta_{2^o\text{nulo}} \leq \theta \leq \pi$, siendo $\theta_{2^o\text{nulo}}$ su posición, medida desde máximo del haz principal, en un corte $\varphi$=constante cualquiera –ya que el diagrama posee simetría rotacional–). El concepto de $NLL_{AV}$ (Nivel de Lóbulos Laterales Promedio –*Average Sidelobe Level*–) es el mismo que el de intensidad promedio [ver ecuación (1–64) de la Sub–Sección 1.5.1 definida para la intensidad normalizada], en donde la zona angular establecida para hallar el promedio se corresponde con la perteneciente a los lóbulos laterales. En el caso de una agrupación lineal de elementos isotrópicos, la expresión de $NLL_{AV}$, procedente de (1–64), se simplifica:

$$NLL_{AV} = \frac{\iint\limits_{\omega} U_{NOR}\, d\omega}{\iint\limits_{\omega} d\omega} = \frac{\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\theta_a}^{\theta_b} \left|F(\theta)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \; d\theta \; d\varphi}{\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\theta_a}^{\theta_b} \operatorname{sen}\theta \; d\theta \; d\varphi} \Rightarrow$$

$$NLL_{AV} = \frac{2\pi \int\limits_{\theta_a}^{\theta_b} \left|F(\theta,\phi)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \; d\theta}{2\pi \int\limits_{\theta_a}^{\theta_b} \operatorname{sen}\theta \; d\theta} = -\frac{1}{\cos\theta_b - \cos\theta_a} \int\limits_{\theta_a}^{\theta_b} \left|F(\theta)\right|^2 \operatorname{sen}\theta \; d\theta \Rightarrow , \tag{4–24}$$

$$\boxed{NLL_{AV} = \frac{1}{\cos\theta_a + 1} \int\limits_{\theta_a}^{\pi} \left| \sum_{n=1}^{2M} I_n e^{-jkz_n\cos\theta} \right|^2 \operatorname{sen}\theta \; d\theta},$$

siendo, en este caso, $\theta_a = \theta_{2^o\text{nulo}}$. Nótese que se ha establecido $\theta_b = \pi$, con lo cual $\theta_{2^o\text{nulo}}$ ha de tomarse por debajo del plano $\theta = \pi/2$, más allá del haz principal. El MCMR se inicia considerando $I_n = 1 \ \forall n \in [1, 2M]$, pero, puesto que $\theta_{2^o\text{nulo}}$ depende de la distribución de excitación, el cálculo del $NLL_{AV}$ –que se realiza antes de obtener las nuevas $I_n$– no es del todo preciso. Los resultados se mejoran utilizando un método iterativo, en donde la posición del segundo nulo se calcula con las nuevas excitaciones, y este dato es re–insertado, volviéndose a calcular una nueva distribución de excitación con el $NLL_{AV}$ modificado. El ciclo se repite hasta que la posición del 2º nulo no cambia. De esta manera se obtienen resultados significativamente mejorados.

### 4.5.2.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL TEMPLE SIMULADO.

La técnica que utiliza el Temple Simulado (NM+TS) aplicada al problema aquí expuesto consiste en minimizar una función de coste con la cual se controlan los parámetros de interés:

$$C = c_1\left(RVE_D - RVE\right) + c_2\Delta_{NLL}^2\, H\left(\Delta_{NLL}\right) + c_3\left(1/Dir\right)^2 + c_4 NLL_{AV}\,, \tag{4–25}$$

en donde el subíndice *D* indica, como en funciones de coste utilizadas anteriormente, valor deseado. La diferencia $\Delta_{NLL}$=*NLL*–*NLL*$_D$ hace uso de la función salto de Heaviside *H*, ver ecuación (2–59), para minimizar el nivel de lóbulos laterales por debajo de cierto valor deseado *NLL*$_D$. El tercer término permite minimizar la directividad *Dir*, mientras que el cuarto permite minimizar el nivel de lóbulos laterales promedio. Para obtener los valores iniciales de $I_n$, en este caso se utiliza una distribución lineal de Taylor discretizada uniformemente, ver Sub–Sección 2.2.1, haciendo coincidir el valor de los extremos de la distribución continua con los últimos elementos de la agrupación (de hecho, se toma la mitad de la agrupación, por la simetría citada anteriormente). Se ha seleccionado este tipo de distribución de excitación porque permite acelerar el proceso de optimización con el NM+TS, perturbando, no las excitaciones directamente, ya que eso conllevaría a un elevado número de variables (sobre todo para agrupaciones de muchos elementos), sino las raíces de Taylor. En este caso, el número de variables se reduce a $\bar{n}-1$, que, aunque tomando valores altos (cercanos a 10, como se ha hecho en este trabajo), es menor que *M*. Los valores de los coeficientes de peso $c_q$ se seleccionan para producir diferentes patrones y distribuciones de excitación, según se observa en la Sub–Sección siguiente.

### 4.5.3 EJEMPLOS: COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

Considérese una agrupación lineal de *N*=30 ($\Rightarrow$*M*=15) elementos equiespaciados una distancia *d*=0,5$\lambda$. El MCMR y el NM+TS fueron utilizados para obtener patrones en campo lejano con *RVE*=0,9; 0,8 y 0,7. En el caso del MCMR, la densidad de energía promedio más allá del segundo lóbulo se minimiza para un *RVE* fijado de antemano. Para el primer caso de optimización con el NM+TS, denominado NM+TS$_1$, se maximiza la directividad para un *RVE*$_D$ y *NLL*$_D$ establecidos, mientras que el *NLL*$_{AV}$ no se tiene en cuenta. Los pares *RVE*$_D$–*NLL*$_D$ seleccionados se observan en (4–26), junto con los valores de los coeficientes $c_q$ (*q*=1,2,3,4):

$$\text{NM+TS}_1 \rightarrow \begin{cases} c_1 = 10 \\ c_2 = 1 \\ c_3 = 0{,}5 \\ c_4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} RVE_D = 0{,}9 \rightarrow NLL_D = -17 \\ RVE_D = 0{,}8 \rightarrow NLL_D = -20 \\ RVE_D = 0{,}7 \rightarrow NLL_D = -25 \end{cases} . \tag{4–26}$$

Naturalmente, cuanto más uniforme es la distribución (*RVE* más cercano a 1), menos control se puede esperar tener sobre el nivel de lóbulos laterales.

La segunda optimización con el temple simulado, NM+TS$_2$, minimiza el nivel promedio de lóbulos laterales para un *RVE*$_D$ previamente establecido, dejando los otros dos parámetros fuera de control, según se deduce de los valores de $c_q$ de (4–27):

$$\text{NM+TS}_2 \rightarrow \begin{cases} c_1 = 1 \\ c_2 = 0 \\ c_3 = 0 \\ c_4 = 4{,}5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} RVE_D = 0{,}9 \\ RVE_D = 0{,}8 \\ RVE_D = 0{,}7 \end{cases}. \qquad (4\text{–}27)$$

En la Tabla 4–5 se comparan los resultados obtenidos con los tres métodos, en la que se incluye el valor $NLL_{AVS}$, correspondiente al nivel promedio de lóbulos laterales calculado a partir del segundo nulo.

| MÉTODO | *RVE* | *Dir* | *NLL* [dB] | $NLL_{AV}$ [dB] | $NLL_{AVS}$ [dB] |
|---|---|---|---|---|---|
| NM+TS$_1$ | 0,9 | 29,24 | –17,00 | –24,70 | –25,30 |
| NM+TS$_2$ | | 28,80 | –14,24 | –27,21 | –33,42 |
| MCMR | | 28,89 | –14,47 | –27,37 | –33,11 |
| NM+TS$_1$ | 0,8 | 28,73 | –20,09 | –28,52 | –29,29 |
| NM+TS$_2$ | | 27,55 | –17,47 | –30,51 | –36,39 |
| MCMR | | 26,92 | –16,43 | –29,79 | –40,10 |
| NM+TS$_1$ | 0,7 | 27,26 | –25,00 | –30,61 | –30,65 |
| NM+TS$_2$ | | 25,78 | –23,64 | –35,98 | –39,39 |
| MCMR | | 25,41 | –18,86 | –32,12 | –50,24 |

**Tabla 4- 5.** Tabla comparativa de los resultados obtenidos utilizando el MCMR, el NM+TS$_1$ y NM+TS$_2$.

En las Figuras 4–34 a 4–45 se han representado tanto los patrones en potencia obtenidos con los tres métodos para $RVE_D$=0,9; 0,8 y 0,7; así como las correspondientes distribuciones de amplitud, comparadas en diagramas comunes (excepto para los patrones en potencia, considerando que la superposición de tres diagramas en una sola figura dificultaba la diferenciación entre uno y otro, debido a que eran muy similares).

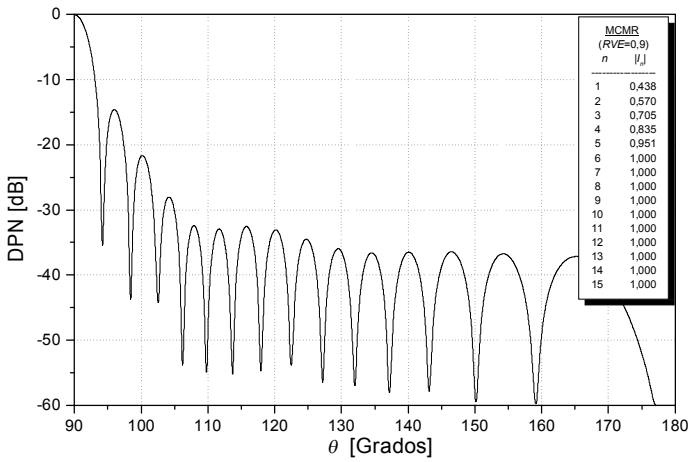



**Figura 4-34.** Patrón obtenido con el MCMR, con *RVE*=0,9. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

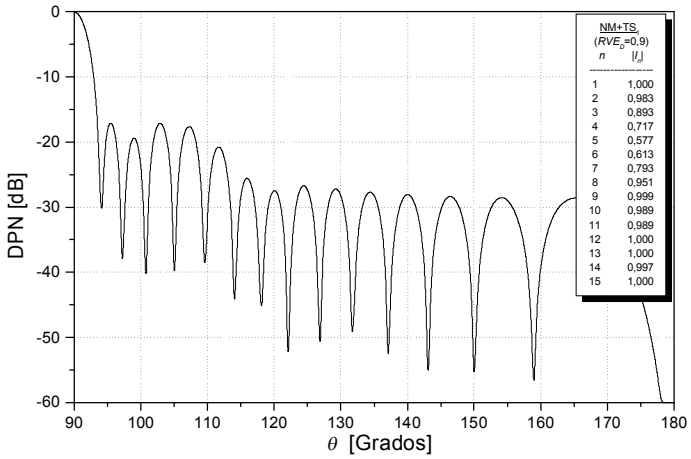



**Figura 4-35.** Patrón obtenido con el NM+TS$_1$, con $RVE_D$=0,9. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

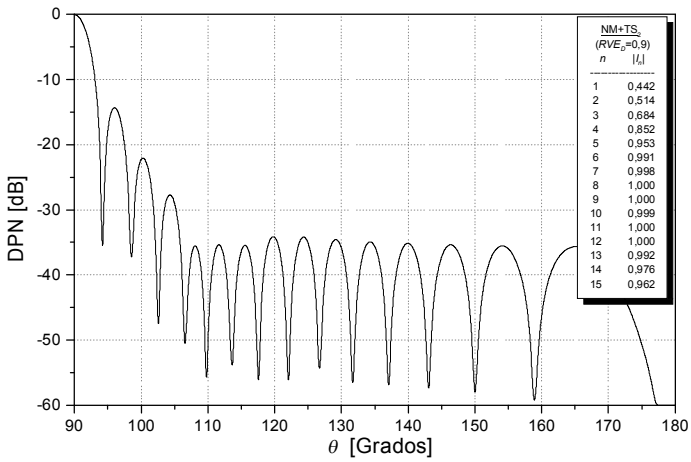



**Figura 4-36.** Patrón obtenido con el NM+TS$_2$, con $RVE_D$ =0,9. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

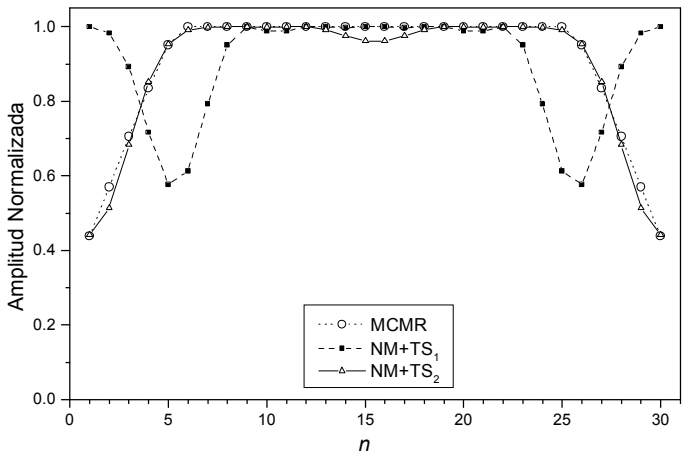



**Figura 4-37.** Comparación de las distribuciones obtenidas con el MCMR y con el NM+TS para *RVE* =0,9, las cuales generan los patrones de las Figuras 4–34 a 4–36.

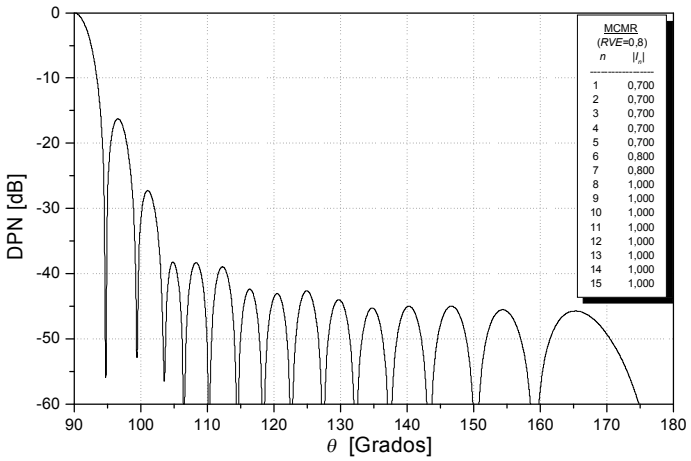



**Figura 4-38.** Patrón obtenido con el MCR, con *RVE*=0,8. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

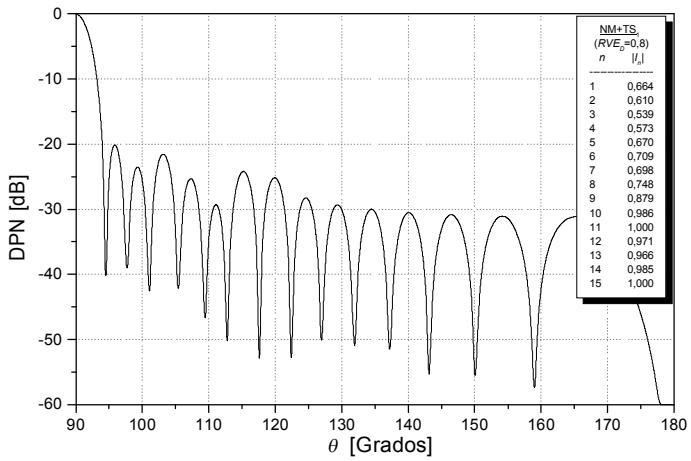



**Figura 4-39.** Patrón obtenido con el NM+TS$_1$, con $RVE_D$=0,8. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

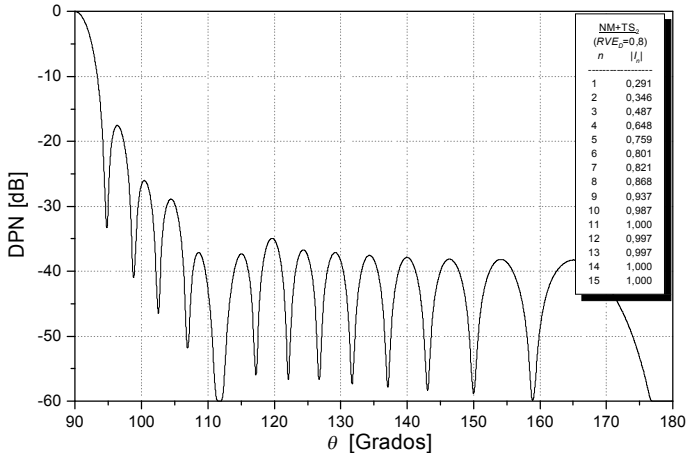



**Figura 4-40.** Patrón obtenido con el NM+TS$_2$, con $RVE_D$=0,8, incluyendo la distribución de amplitud de los primeros 15 elementos.

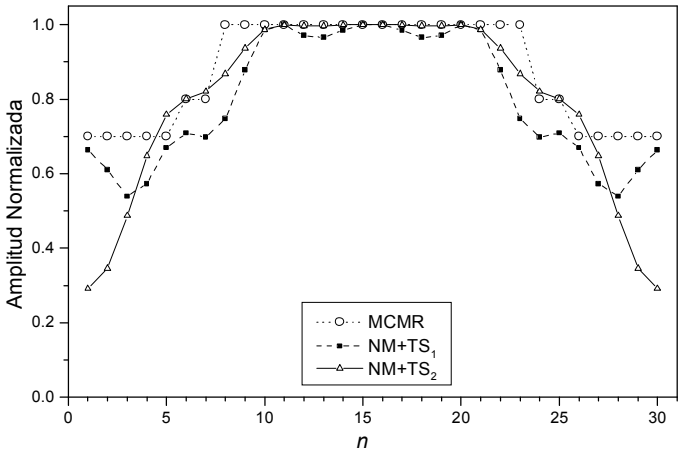



**Figura 4-41.** Comparación de las distribuciones obtenidas con el MCMR y con el NM+TS para *RVE*=0,8, las cuales generan los patrones de las Figuras 4–38 a 4–40.

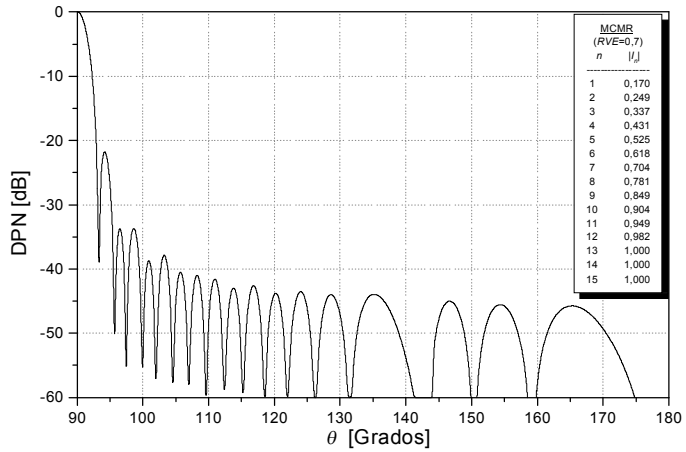



**Figura 4-42.** Patrón obtenido con el MCMR, con *RVE*=0,7. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

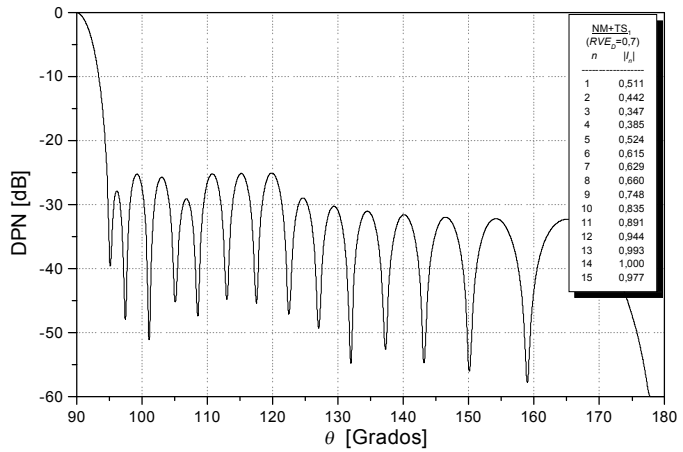



**Figura 4-43.** Patrón obtenido con el NM+TS$_1$, con *RVE*$_D$=0,7. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

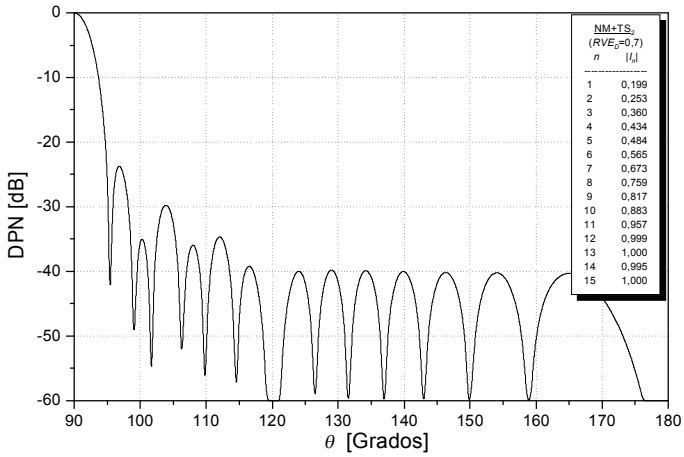



**Figura 4-44.** Patrón obtenido con el NM+TS$_2$, con $RVE_D$=0,7. Se incluye la distribución de amplitud (primera mitad de la agrupación).

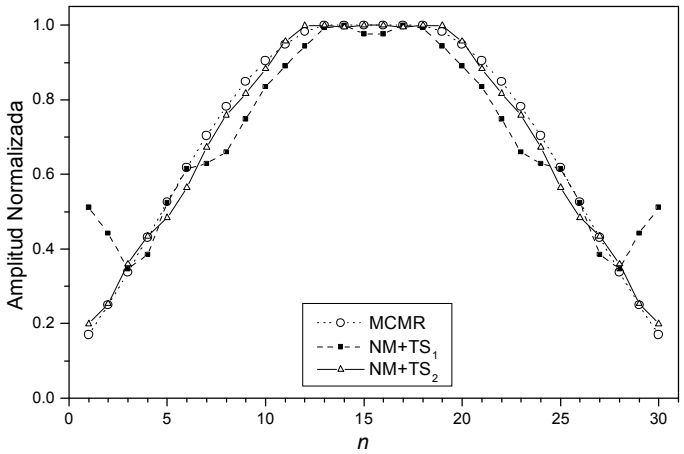



**Figura 4-45.** Comparación de las distribuciones obtenidas con el MCMR y con el NM+TS para *RVE*=0,7, las cuales generan los patrones de las Figuras 4–42 a 4–44.

De la Tabla 4–5 se observa que con la solución NM+TS$_1$ se obtiene la mayor directividad –calculada con la ecuación (1–63), con $U_{NOR}(\theta)=|F(\theta)|^2/|F(\pi/2)|^2$– y el mayor nivel de lóbulos laterales promedio. Las distribuciones de los casos MCMR y NM+TS$_2$ tienen valores comparables tanto en directividades como en niveles máximos y promedio de lóbulos laterales. Para *RVE*=0,7 y 0,8 el nivel de lóbulos laterales máximo es mayor en el caso del MCMR. El primer lóbulo es excluido para hallar la densidad de energía promedio en el caso del MCMR, mientras que el NM+TS$_2$ lo incluye en la minimización del $NLL_{AV}$. Las distribuciones de MCMR y NM+TS$_2$ están en excelente acuerdo, y tienen un descenso monotónico más allá de la región central uniforme. Las distribuciones del NM+TS$_1$ tienen brillo de extremos, característico de los diagramas de T. T. Taylor con valores de $\bar{n}$ elevados, según se ha comentado en la Sub–Sección 2.2.1 (en todos los ejemplos expuestos, se utilizó $\bar{n}$ =8).

### 4.5.4 CONCLUSIONES.

Los resultados demuestran que con los términos apropiados en la función de coste, el NM+TS puede obtener diagramas y distribuciones similares a las obtenidas con el MCMR. Dichos resultados también dan cuenta de las formas de las funciones de distribución de excitación derivadas en [IGLEHART1979] y [SHNIDMAN1975]. La ventaja del NM+TS reside en la versatilidad para implementar variaciones respecto del MCMR, de manera de obtener distintas topografías de lóbulos laterales. El brillo de extremos que aparece en las distribuciones de amplitud obtenidas con el NM+TS podría reducirse si se agrega el término correspondiente de penalización a dicho comportamiento en la función de coste, según se ha visto en Sub–Secciones anteriores con las distribuciones continuas. Sin embargo, esto también puede mejorarse si en lugar de utilizarse las distribuciones de Taylor, se trabajase con las distribuciones de Rhodes (ver Sub–Secciones 2.2.1 y 4.3). En dicho caso, las distribuciones de amplitud podrían comportarse similarmente a los casos que se obtuvieron con el MCMR, con un segmento central uniforme y decaimientos hacia los extremos de la agrupación. Una extensión directa del método se presenta a continuación, considerando distribuciones circulares con simetría rotacional.

## 4.6 CONTROL DE LA TOPOGRAFÍA DE LÓBULOS LATERALES EN DISTRIBUCIONES CIRCULARES CONTINUAS MUY EFICIENTES.

### 4.6.1 INTRODUCCIÓN.

A continuación, y en completa analogía con los ejemplos desarrollados para distribuciones lineales continuas en la Sub–Sección 4.5, se presentan dos métodos aplicables a distribuciones circulares con simetría rotacional que permiten controlar ciertos parámetros del patrón en potencia –tales como el nivel máximo de lóbulos laterales, el nivel promedio de lóbulos laterales, directividad máxima, etc.–, estableciendo de antemano un nivel promedio deseado para la distribución de amplitud. Por un lado, se expone la extensión del método analítico basado en los cuadrados mínimos, al cual se aplican restricciones tanto al valor máximo de la amplitud de la distribución de abertura como a su valor medio (MCMR, según lo visto anteriormente), y por otro, se comparan los resultados con aquéllos obtenidos con la aplicación del NM+TS, mediante la apropiada modificación de la función de coste (4–25) presentada anteriormente. Como antes, el NM+TS permite controlar algunos parámetros adicionales en el diagrama de radiación, a costa de ser un método computacionalmente más lento.

### 4.6.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS.

#### 4.6.2.1 GENERALIDADES.

La expresión de campo lejano de una abertura circular con simetría rotacional y distribución continua de excitación $g(\rho)$, con $0 \le \rho \le \pi$, está dada por la ecuación (2–40), según se ha visto en la Sub–Sección 2.3.1, la cual se reduce a la (2–43) en caso de que se consideren distribuciones circulares

de T. T. Taylor, con una distribución de densidad de corriente expresada por la (2–46), que es función tanto de la variable $\rho$, como de las raíces y del parámetro $\bar{n}$. El control de $g(\rho)$ en (2–40), y por lo tanto del patrón en potencia, se puede realizar bien por modificación directa de dicha función, o a través de la apropiada selección de las raíces $u_{TC,m}$ en (2–43), lo que permite el control individual de los $\bar{n}-1$ primeros lóbulos laterales del patrón, medidos desde el haz principal y en ángulos crecientes de $\theta$. Para la modificación directa de la función $g$ puede ser utilizado el MCMR, mientras que para la selección de las raíces $u_{TC,m}$ se puede aprovechar el NM+TS, tal y como se ha descrito en la Sub–Sección anterior para el caso de distribuciones lineales. Esto se explica a continuación.

### 4.6.2.2 MÉTODO DE LOS CUADRADOS MÍNIMOS, CON RESTRICCIONES.

Para el caso de distribuciones circulares, la restricción impuesta a la distribución de densidad de corriente es:

$$\begin{cases} 0 \le g(\rho) \le 1 \text{ para } 0 \le \rho \le \pi \\ g(\rho)=0 \text{ para } \rho > \pi, \end{cases} \tag{4–28}$$

con $g(\rho)\in\Re_{>0}$, naturalmente.

La generalización de la razón de voltaje efectiva *RVE* es directa:

$$RVE_C = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} g(\rho)\,d\rho\,, \tag{4–29}$$

que no es más que el promedio de la amplitud de excitación, como antes, y en donde el subíndice *C* indica “circular continua”. En analogía con las distribuciones discretas lineales, cuando $RVE_C$ =1, la distribución de abertura es uniforme, mientras que cuando $RVE_C$<1, la distribución es monotónica decreciente en los bordes de la antena. Ya se ha comentado que este método de minimización está basado en un trabajo analítico previo [SHNIDMAN 1975].

Las soluciones así obtenidas permiten obtener distribuciones de abertura caracterizadas por una región central uniforme seguidas por regiones monotónicamente decrecientes en los bordes. El MCMR consiste en tomar la distribución de abertura constante a trozos, y para obtener una mejor aproximación al evaluar las integrales (2–40) y (4–29), se realiza un ajuste de $g(\rho)$ tomando un polinomio de orden 10, dado por la siguiente expresión:

$$g(\rho) = \sum_{m=0}^{10} p_m \rho^m\,. \tag{4–30}$$

### 4.6.2.3 APLICACIÓN DEL TEMPLE SIMULADO.

La perturbación directa de las raíces de las distribuciones circulares de Taylor se realiza utilizando la función de coste general:

$$C = c_1\left(RVE_{C,D} - RVE_C\right) + c_2\Delta_{NLL}^2\, H\left(\Delta_{NLL}\right) + c_3\left(1/Dir\right)^2 + c_4 NLL_{AV} + \\ + c_5\left[F_{TC,NOR}\left(0\right) - 1\right]^2 + c_6\left[g_{TC}\left(0\right) - 1\right]^2, \tag{4–31}$$

El significado de los cuatro primeros términos son análogos a los de la función de coste (4–25). El término correspondiente a $c_5$ permite maximizar el patrón en potencia en $\theta$=0 (normal a la antena), mientras que el último término maximiza la distribución de densidad de corriente en el centro de la abertura.

### 4.6.2.4 EJEMPLOS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

Se considera como ejemplo una abertura circular de diámetro $D$=15$\lambda$ y se aplican los métodos presentados anteriormente, estableciendo, por sencillez, un único valor promedio $RVE_C$=0,9 para el método del MCMR, valor que coincide con $RVE_{C,D}$ en el método del NM+TS. La distribución de abertura se mantiene, durante la aplicación del método, constante a trozos (esto es, anillos concéntricos) separados $\Delta\rho = \pi\lambda/D$, lo cual establece un total de 15 aros concéntricos. El MCMR permite encontrar la amplitud de cada uno de dichos anillos, que son discretizados de la ecuación (4–30). El conjunto de coeficientes así obtenidos es el siguiente: $p_m$ = {$p_0$; $p_1$;…; $p_{10}$} = {0,9995; 0,0720; –1,6508; 10,7850; 10,3270; –403,8200; 1922,3000; –4389,7000; 5409,0000; –3449,6000; 891,5900}.

Con el método del NM+TS se especifican dos optimizaciones: una, denominada NM+TS$_{C,1}$, con la cual se desea maximizar la directividad, manteniendo el nivel de lóbulos laterales controlado por debajo de cierto nivel. Los parámetros de la función de coste son, para este caso:

$$\text{NM+TS}_{C,1} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 100 \\ c_2 = 10 \\ c_3 = 1 \\ c_4 = 0 \\ c_5 = c_6 = 4 \end{cases} \rightarrow \left\{ RVE_{C,D} = 0{,}9 \rightarrow NLL_D = -20\,. \right. \tag{4–32}$$

En la otra optimización, denominada NM+TS$_{C,2}$, permite minimizar el nivel promedio de lóbulos laterales, calculada con la ecuación (4–33), siendo $F_{EC}$ el factor espacial de la ecuación (2–40), estableciéndose los valores de coeficientes (4–34) para la función de coste.

$$NLL_{AV} = \frac{2\pi \int_{\theta_a}^{\pi/2} \left|F_{EC}(\theta)\right|_{NOR}^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}{2\pi \int_{\theta_a}^{\pi/2} \operatorname{sen}\theta \, d\theta} \Rightarrow \boxed{NLL_{AV} = \frac{1}{\cos\theta_a} \int_{\theta_a}^{\pi/2} \left|F_{EC}(\theta)\right|_{NOR}^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta}\,, \tag{4–33}$$

$$\text{NM+TS}_{C,2} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 4{,}5 \\ c_2 = c_3 = 0 \\ c_4 = 1 \\ c_5 = c_6 = 0{,}5 \end{cases} \rightarrow \{RVE_{C,D} = 0{,}9\,. \tag{4–34}$$

En la Tabla 4–6 se observan los valores obtenidos para un conjunto de parámetros significativos de la abertura considerada tales como directividad pico *Dir*, eficiencia de abertura $\eta_{Dir}$ {obtenida, ver (1–86), como la relación porcentual entre la directividad pico del diagrama optimizado y la directividad pico de la abertura de distribución uniforme de densidad de corriente con el mismo diámetro, que resulta ser $Dir_{U,MAX} = D^2\pi^2/\lambda^2 = 2220{,}66$; ver [BALANIS1997]}, *NLL* (nivel de lóbulos laterales) máximo, $NLL_{AV}$ (promedio, como antes), y $NLL_{AVS}$ medido a partir del segundo nulo (esto es, sin tomar en cuenta el primer lóbulo lateral). Los resultados obtenidos con ambos métodos se comparan con los de una distribución de amplitud uniforme. En la Figura 4–46 se representa el patrón en potencia obtenido con el MCMR, mientras que en las Figuras 4–47 y 4–48 se dan los diagramas correspondientes para los casos $\text{NM+TS}_{C,1}$ y $\text{NM+TS}_{C,2}$, respectivamente. En la Figura 4–49 se comparan las correspondientes distribuciones de abertura.

| MÉTODO | $ERV_C$ | *Dir* | $\eta_{Dir}$ [%] | *NLL* [dB] | $NLL_{AV}$ [dB] | $NLL_{AVS}$ [dB] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Uniforme | 1,00 | 2220,66 | 100,00 | –17,57 | –38,32 | –40,80 |
| MCMR | 0,90 | 2109,39 | 94,99 | –18,02 | –40,78 | –44,51 |
| $\text{NM+TS}_{C,1}$ | | 2179,29 | 98,14 | –20,02 | –44,51 | –39,80 |
| $\text{NM+TS}_{C,2}$ | | 2160,54 | 97,29 | –19,31 | –39,80 | –43,96 |

**Tabla 4- 6.** Tabla comparativa de los resultados obtenidos utilizando el MCMR, el $\text{NM+TS}_{C,1}$ y $\text{NM+TS}_{C,2}$.

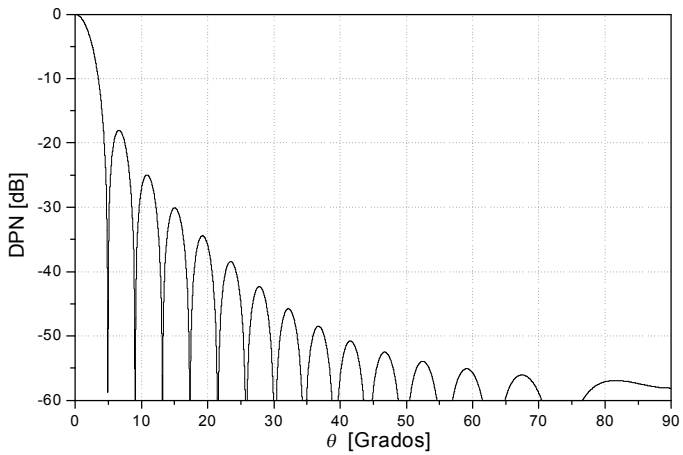



**Figura 4-46.** Patrón $\varphi$–simétrico obtenido con el MCMR, con *RVE*=0,9.

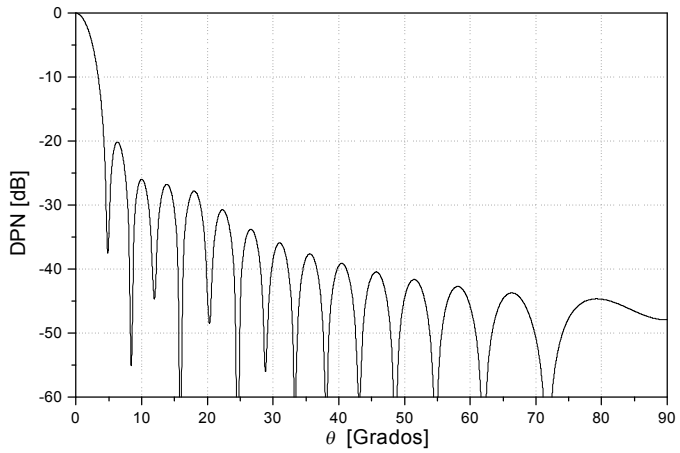



**Figura 4-47.** Patrón $\varphi$–simétrico obtenido con el NM+TS$_{C,1}$, con $RVE_D$=0,9.

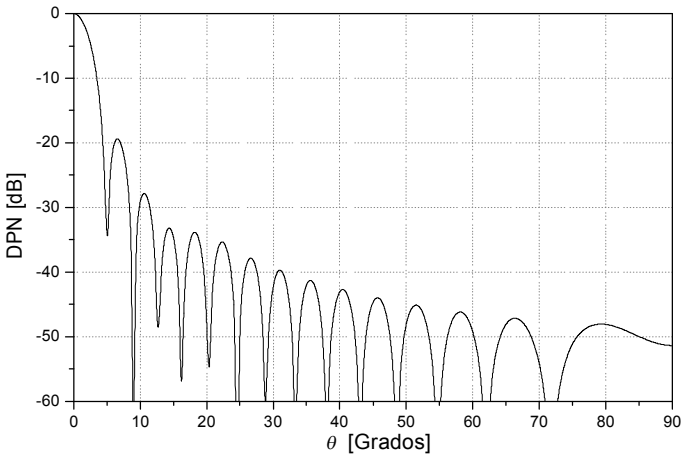



**Figura 4-48.** Patrón $\varphi$–simétrico obtenido con el NM+TS$_{C,2}$, con $RVE_D$=0,9

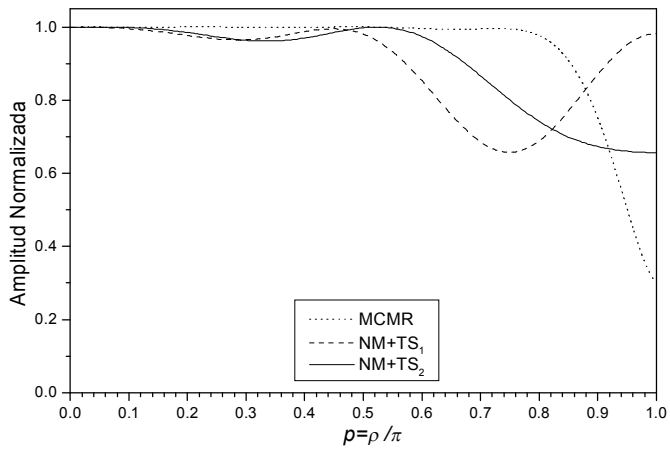



**Figura 4-49.** Comparación de las distribuciones circulares $\varphi$–simétricas obtenidas con el MCMR y con el NM+TS para *RVE*=0,9, las cuales generan los patrones de las Figuras 4–46 a 4–48.

De la Tabla y las gráficas se observa que ambos métodos son comparables. La ventaja del NM+TS radica, fundamentalmente, en proporcionar un mayor control de los parámetros del patrón en potencia, como en el caso de las agrupaciones lineales presentado anteriormente.

### 4.6.3 Conclusiones.

Se observa que, utilizando los métodos de MCR y NM+TS, es posible el control de los parámetros del patrón en potencia generado por una distribución circular $\varphi$–simétrica, fijando de antemano el valor promedio de la distribución de abertura. Estas distribuciones pueden ser muestreadas para el cálculo de las excitaciones de agrupaciones circulares, tanto con enrejado circular como con enrejado rectangular, como una extensión directa del método.

## 4.7 Síntesis de Patrones de Agrupaciones Lineales y de Anillos Concéntricos.

### 4.7.1 Introducción.

Se sabe que, en general, en los procesos de síntesis se intentan obtener patrones de radiación con características establecidas por la aplicación que concierne al diseño; sin embargo, en la mayoría de los casos, no se aplican restricciones al diagrama de fase del campo radiado. Esto se traduce en cierto grado de libertad que puede aprovecharse, bien directamente, variando la fase del campo en ciertos puntos de muestreo y calculando las distribuciones de excitación que generan dichas muestras de campo [Cid1999, Cid2000], o bien indirectamente, simplemente permitiendo que la fase del campo varíe como resultado de la perturbación directa de otros parámetros de control (muchas veces sin siquiera prestar atención al comportamiento de dicha fase, como se ha visto en los ejemplos presentados hasta ahora). Algunos métodos directos presentados en trabajos previos han modificado los patrones con la técnica de Woodward–Lawson [Cid1999, Cid2000] (la cual es una versión de la técnica de muestreo de Shannon para reconstrucción de señales de comunicación [Unser2000] adaptada a la teoría de antenas [Balanis1997]), pero dichas soluciones están limitadas a agrupaciones planas con enrejado rectangular, ver Sub–Sección 1.5.6. Aquí se describirá un método que combina las propuestas directa e indirecta, perturbando distribuciones de T. T. Taylor muestreadas a agrupaciones lineales o circulares (anillos concéntricos de elementos). Dichos métodos se ilustran con la síntesis de agrupaciones de elementos que, para reducir la influencia del acoplo mutuo en las correspondientes distribuciones de excitación, están separados unos de otros una distancia de al menos $0{,}7\lambda$.

### 4.7.2 Conceptos Iniciales.

#### 4.7.2.1 Agrupaciones Lineales.

En la Sub–Sección anterior se ha visto que se pueden aplicar diversos procesos de síntesis a agrupaciones lineales, discretizando apropiadamente las distribuciones continuas de T. T. Taylor y

tomando dichos valores discretos como coeficientes de excitación de estas agrupaciones. Durante el proceso de optimización se perturban las raíces del patrón continuo, lo cual redunda en una reducción de la cantidad de variables a utilizarse, ya que, en general, un número reducido de raíces perturbadas es suficiente para controlar el diagrama de radiación, sin tener que recurrir a perturbar directamente las excitaciones, cuya numerosidad podría llegar a ser prohibitiva, sobre todo en el caso de agrupaciones con muchos elementos. Aquí se presenta un método que, aparte de perturbar las raíces, también varía las fases de los campos muestreados, los cuales son utilizados para reconstruir la distribución de abertura que resulta ser una conveniente modificación de la (2–13). A continuación se deduce su expresión. Supóngase que la distribución de excitación $g_T(p)$ es simétrica respecto del centro de la antena. La (2–13) puede simplificarse, según se observa:

$$g_T(p)=\sum_{n=-\bar{n}+1}^{\bar{n}-1}F_T(n)e^{j\pi np}=\sum_{n=-\bar{n}+1}^{-1}F_T(n)e^{j\pi np}+F_T(0)+\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)e^{j\pi np}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow g_T(p)=\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(-n)e^{-j\pi np}+F_T(0)+\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)e^{j\pi np}=F_T(0)+\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)\left(e^{-j\pi np}+e^{j\pi np}\right)\Rightarrow \quad (4\text{–}35)$$
$$\boxed{g_T(p)=F_T(0)+2\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)\cos(\pi np)},$$

puesto que $F_T(n)=F_T(-n)$. Según se observa, esta distribución de abertura es real y simétrica. Si ahora se aplica, arbitrariamente, sendos términos de desfases a cada uno de los términos de la ecuación, se obtiene la distribución compleja:

$$g_T(p)=F_T(0)+2\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)\cos(\pi np)\rightarrow \boxed{g_{T\delta}(p)=F_T(0)e^{j\delta_{T,0}}+2\sum_{n=1}^{\bar{n}-1}F_T(n)e^{j\delta_{T,n}}\cos(\pi np)}. \quad (4\text{–}36)$$

El método consiste en perturbar tanto las raíces del patrón $u_{T,n}$, como los desfases $\delta_{T,n}$, para, luego de muestrear la (4–36) a las distribuciones de excitación $I_n$ de una agrupación lineal de elementos equiespaciados, calcular el diagrama de radiación correspondiente con la ecuación (1–91), optimizando, con el uso del NM+TS, ciertos parámetros mediante la selección de una función de coste establecida en la Sub–Sección de ejemplos. Resulta útil aclarar que las raíces perturbadas, $u_{T,n}$, en este caso son reales puras. El muestreo ulterior se realiza haciendo corresponder $g_{T\delta}(-D/2)\rightarrow I_1$, y $g_{T\delta}(D/2)\rightarrow I_N$, y los $N$–2 puntos restantes de muestreo convenientemente equiespaciados a lo largo de la longitud $D$ de la antena lineal, para hacerlos corresponder con las demás $I_n$ de la agrupación.

#### 4.7.2.2 AGRUPACIÓN DE ELEMENTOS NO ISOTRÓPICOS DISTRIBUIDOS EN AROS CONCÉNTRICOS.

En este caso se perturban las raíces $u_{TC,n}$ y los desfases de una distribución de T. T. Taylor circular modificada, obtenida de modo similar al de la Sub–Sección anterior, agregando los correspondientes términos $\delta_{TC,n}$, partiendo de la ecuación (2–46):

$$g_{TC}(\rho)=\frac{2}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\bar{n}-1}\frac{F_{TC}(\gamma_{1n})}{J_0^2(\gamma_{1n}\pi)}J_0(\gamma_{1n}\rho)\rightarrow\boxed{g_{TC\delta}(\rho)=\frac{2}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\bar{n}-1}\frac{F_{TC}(\gamma_{1n})e^{j\delta_{TC,n}}}{J_0^2(\gamma_{1n}\pi)}J_0(\gamma_{1n}\rho)}\,, \qquad (4\text{–}37)$$

considerando una abertura de radio *D*/2. En cada iteración del proceso de optimización, la distribución de la derecha de (4–37) es muestreada a una agrupación constituida por anillos concéntricos de elementos equiespaciados distribuidos en el plano *xy*, estableciendo que los elementos del anillo más cercano al centro toman el valor común $g_{TC\delta}(0)$, mientras que los más alejados toman el valor del borde de la abertura circular continua $g_{TC\delta}(\pi)$, según se explica con más detalle en la siguiente Sub–Sección.

## 4.7.3 EJEMPLOS.

### 4.7.3.1 AGRUPACIÓN LINEAL.

Considérese como ejemplo una agrupación lineal de 19 elementos separados $0{,}7\lambda$ que genera un patrón de Chebyshev [BALANIS1997] de –20 dB de nivel de lóbulos laterales, con una distribución de excitación tan suave como sea posible, con brillo de extremos reducido. Esto se puede obtener durante el proceso de síntesis mediante el uso de la siguiente función de coste:

$$C=c_1\left|NLL_{MAX}-NLL_{MAX,D}\right|+c_2\left|NLL_{MIN}-NLL_{MIN,D}\right|+c_3\left(\frac{|I_n|}{|I_{n\pm1}|}\right)_{MAX}+c_4\left|\psi_n-\psi_{n\pm1}\right|_{MAX}\,, \qquad (4\text{–}38)$$

en donde $NLL_{MIN}$ y $NLL_{MAX}$ son los niveles mínimo y máximo de lóbulos laterales (en dB, relativos al máximo del patrón), $NLL_{MIN,D}$ = $NLL_{MAX,D}$ = –20, $I_n=|I_n|e^{j\psi_n}$ es, naturalmente, la excitación del *n*–ésimo elemento, mientras que $c_q$ ($q$=1,2,3,4) son los coeficientes de peso. Procediendo según se ha detallado en la Sub–Sección 4.7.2.1, con $\bar{n}$ =15 se obtiene el patrón y la distribución de abertura presentados en las Figuras 4–50 y 4–51 respectivamente, en las que también se presentan, las distribuciones convencionales de Chebyshev, con el fin de comparar ambos casos.

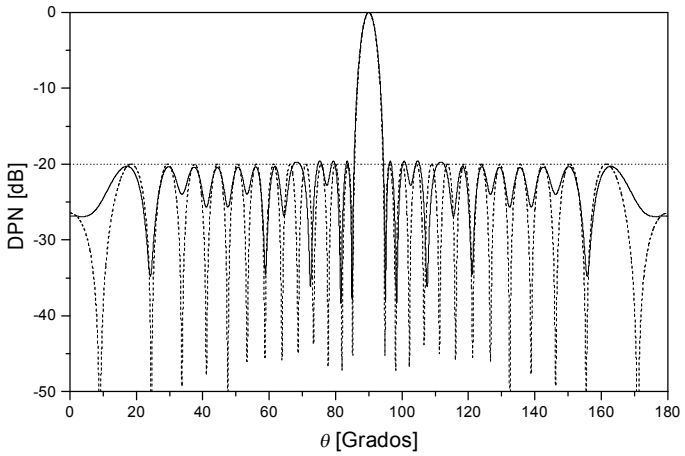



**Figura 4-50.** Patrones en potencia con –20 dB de *NLL*. Chebyshev, línea de puntos, y Optimizado, línea continua.

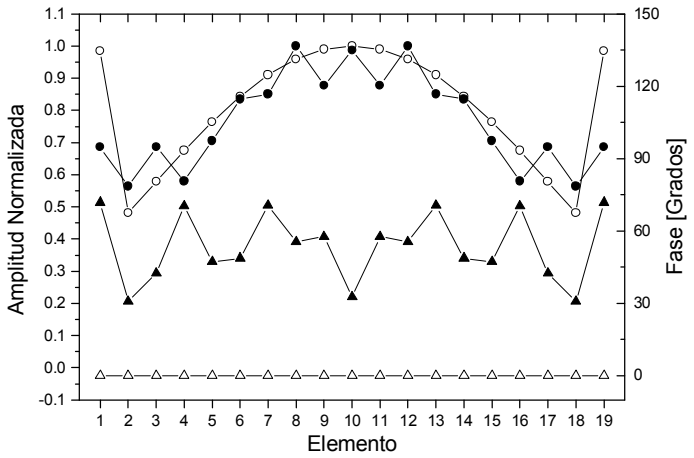



**Figura 4-51.** Distribuciones de amplitud que generan los patrones presentados en la Figura 4–50. Los círculos (triángulos) indican amplitudes (fases). Figuras huecas (llenas) indican las soluciones de Chebyshev (optimizadas).

Si se restringe el método para perturbar sólo las raíces $u_{Tn}$ (haciendo $\delta_n$=0, $\forall n \in [1,N]$), se obtienen resultados significativamente peores, especialmente en relación a la suavidad de la distribución de amplitud, según se observa en la Tabla 4–7.

| | **Chebyshev** | **Variando $u_{Tn}$ y $\delta_{T,n}$ (mejora)*** | **Variando $u_{Tn}$ solamente (mejora)*** |
|---|---|---|---|
| **Directividad** | 24,53 | 23,41 (-4,60) | 23,89 (-2,60) |
| **$\|I_n\|_{MAX}/\|I_n\|_{MIN}$** | 2,08 | 1,77 (14,90) | 2,39 (-14,90) |
| **$(\|I_n\|/\|I_{n\pm1}\|)_{MAX}$** | 2,05 | 1,22 (40,50) | 2,00 (2,40) |
| **Ancho de haz de –3dB [º]** | 3,98 | 3,98 (0,00) | 3,98 (0,00) |
| **Ancho de haz primer nulo [º]** | 9,70 | 10,00 (-3,10) | 10,2 (-5,20) |
| **$NLL_{MAX}$–$NLL_{MIN}$ [dB]** | 0,00 | 0,70 (3,09) | 1,50 (5,15) |

**Tabla 4- 7.** Parámetros de la agrupación lineal. (*: Estos valores se comparan respecto de la solución de Chebyshev).

### 4.7.3.2 ELEMENTOS DISTRIBUIDOS EN ANILLOS CONCÉNTRICOS

Considérese ahora una agrupación compuesta por anillos concéntricos enumerados de $k$=1 a 10, desde el centro hacia la periferia, cada uno de ellos conteniendo 4$k$ elementos radiantes distribuidos uniformemente en cada anillo, según se observa en la Figura 4-52.

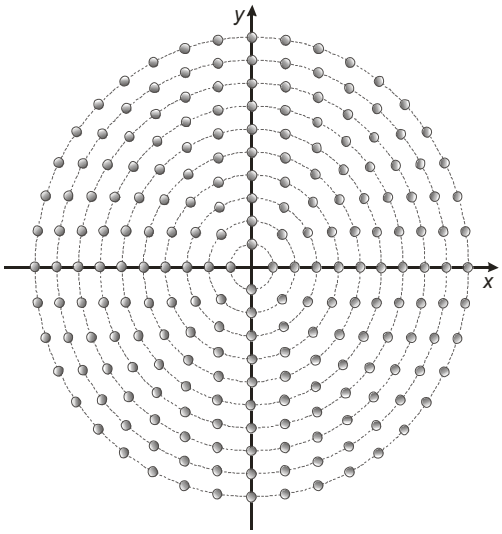



**Figura 4-52.** Geometría inicial de la distribución de los elementos de la agrupación.

Los elementos han sido simulados considerando un factor elemento común $f_e$ (campo lejano) dado por la siguiente expresión:

$$f_e(\theta) = \begin{cases} \cos^p\theta & \text{si } 0 \le \theta \le \pi/2 \\ 0 & \text{si } \theta > \pi/2 \end{cases}, \qquad (4\text{–}39)$$

con $p$=0,753 (lo que implica un valor de directividad de 7 dB de su patrón en potencia ver Figura 4-53), para luego aplicar las ecuaciones (1–101) y (1–89) de la Sub–Sección 1.5.6.1, considerando que sólo se desea hallar la amplitud de campo, no su dirección de polarización.

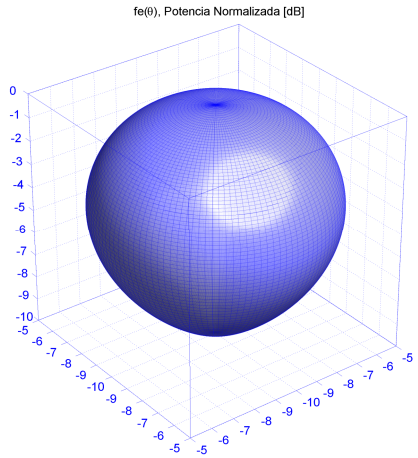



**Figura 4-53.** Patrón generado por cada uno de los elementos de la agrupación circular.

La distancia entre anillos contiguos (es decir, entre los círculos sobre los que se distribuyen los elementos) seleccionada fue de 0,7λ. En este caso, se procedió a sintetizar una distribución de abertura suave que generara un haz suma con nivel máximo de lóbulos laterales de –25 dB, utilizando la función de coste:

$$C = c_1 \Delta_{NLL}^2 \; H\left(\Delta_{NLL}\right) + c_2 \left( \frac{|I_n|}{|I_{n\pm1}|} \right)_{\text{MAX}} , \tag{4–40}$$

siendo $\Delta NLL = NLL_{\text{MAX}} + 25$ y $H$, como en casos anteriores, la función salto de Heaviside, ver ecuación (2–59). En la Figura 4-54 se comparan los patrones en el corte $\varphi$=0º, para el patrón discretizado de Taylor a –25 dB con mayor eficiencia (línea de puntos, correspondiente a $\bar{n}$ =5, ver [HANSEN1998]), y el resultado de optimizar según el proceso detallado en la Sub–Sección 4.7.2.2, con $\bar{n}$ =5, como en el otro caso. Si se fijan los $\delta_n$=0, se obtienen, naturalmente, valores similares a los del patrón original de Taylor, ver Tabla 4–8. Dichos patrones presentan lóbulos indeseados (*grating lobes*) debido a las distancias entre elementos contiguos. Para aminorar este comportamiento, se adaptó el procedimiento de destrucción de la simetría, presentada por Agrawal [AGRAWAL1978], que consiste en rotar los aros individualmente un ángulo $\alpha_k$, y cuyos valores fueron optimizados simultáneamente con las raíces $u_{TCn}$ y los desfases $\delta_{TC,n}$. El resultado se observa en la Figura 4–56, línea continua. Las correspondientes distribuciones de excitación (amplitud y fase) se presentan en la Figura 4–57, comparándolas con las correspondientes a las distribuciones de Taylor.

| | **Taylor –25 dB, $\bar{n}$ = 5** | **Parámetros Perturbados** | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $u_{TC,n}$, $\delta_{TC,n}$ y $\alpha_k$ | $u_{T,Cn}$ y $\delta_{TC,n}$ | $u_{T,Cn}$ |
| **Directividad** | 1276,00 | 1282,00 (0,50) | 126,00 (–1,00) | 1263,00 (-1,00) |
| $\|I_n\|_{MAX}/\|I_n\|_{MIN}$ | 2,24 | 2,12 (5,35) | 2,32 (-3,57) | 2,33 (-4,00 %) |
| $(\|I_n\|/\|I_{n\pm1}\|)_{MIN}$ | 1,30 | 1,14 (12,30) | 1,14 (12,30) | 1,14 (12,30) |
| **Ancho de Haz de –3 dB [º]** | 4,30 | 4,36 | 4,36 | 4,40 |
| **Ancho de Haz Primer Nulo [º]** | 10,80 | 10,80 | 11,16 | 11,22 |
| **Nivel Lóbulo Indeseado [dB]** | –14,74 | –24,20 | –14,64 | –14,80 |

**Tabla 4- 8.** Parámetros de la agrupación lineal. (*: Estos valores se comparan respecto de la solución de Chebyshev).

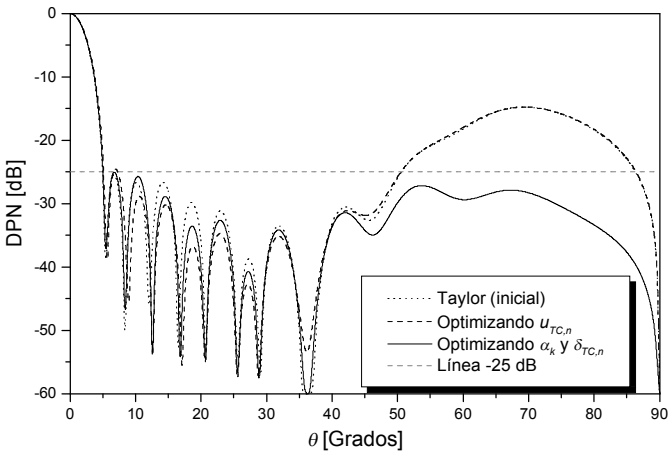



**Figura 4-54.** Cortes $\varphi$=0 de los patrones en potencia generados por la agrupación de 220 elementos distribuidos en 10 anillos concéntricos, separados 0,7$\lambda$.
..... Taylor $\bar{n}$ =5 a –25 dB; - - - - Optimizado, variando $u_{TC,n}$, con $\bar{n}$ = 5;
—— Como en - - - -, pero optimizando los ángulos de rotación $\alpha_k$ y las fases $\delta_{TC,n}$.

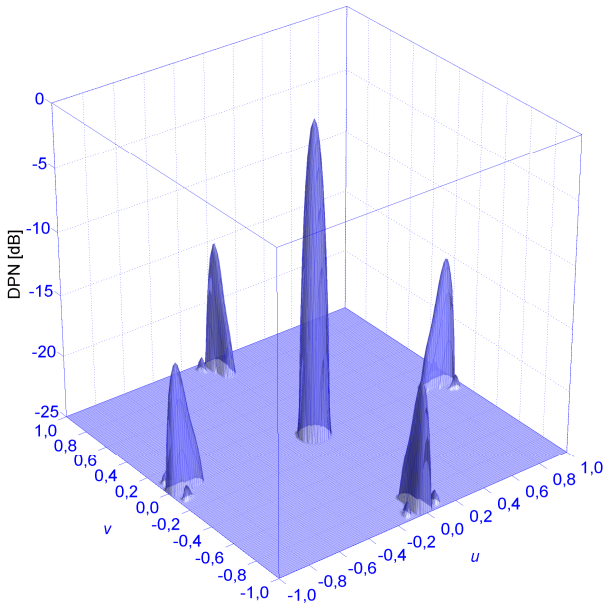



**Figura 4-55.** Patrón en potencia (3D,espacio *uv*) inicial (Taylor $\bar{n}$ =5 a –25 dB)

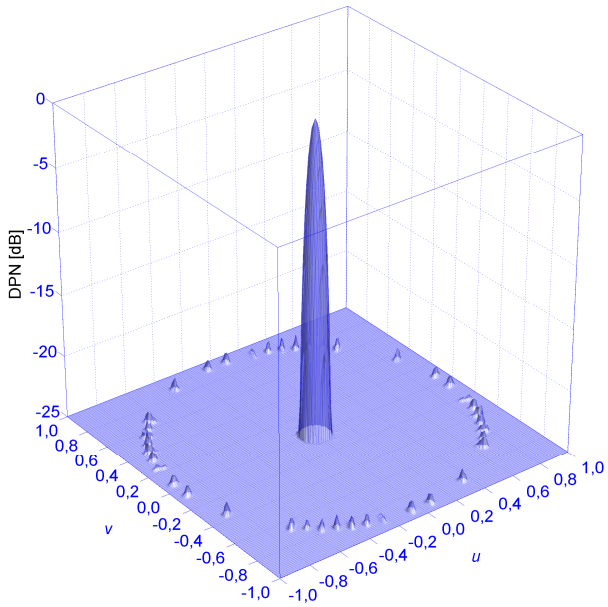



**Figura 4-56.** Patrón en potencia (3D,espacio *uv*) optimizado.

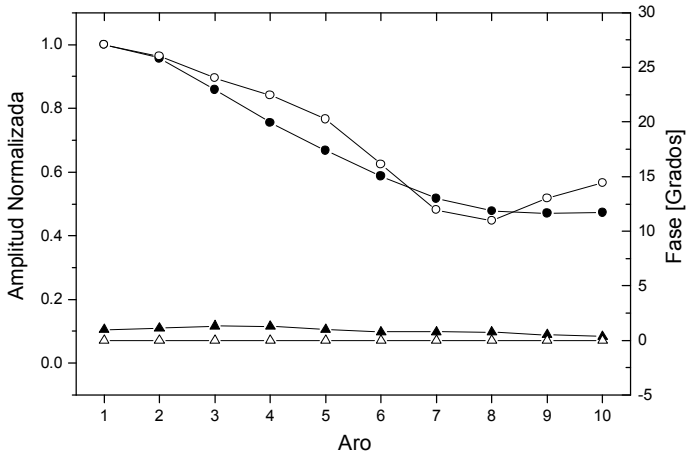



**Figura 4-57.** Círculos: Distribuciones de amplitud de los aros concéntricos de la agrupación circular. Triángulos: Distribuciones de fase. En ambos casos, Huecos: Taylor inicial; Rellenos: Optimizado.

| $k$ | $\alpha_k$ |
|---|---|
| 1 | 5,09 |
| 2 | -1,36 |
| 3 | 0,19 |
| 4 | -1,60 |
| 5 | 0,74 |
| 6 | 6,88 |
| 7 | 8,04 |
| 8 | 3,65 |
| 9 | –0,03 |
| 10 | -3,79 |

**Tabla 4- 9.** Rotaciones de los aros. En algunos casos, las rotaciones son muy pequeñas y, en el caso práctico, podrían igualarse a cero.

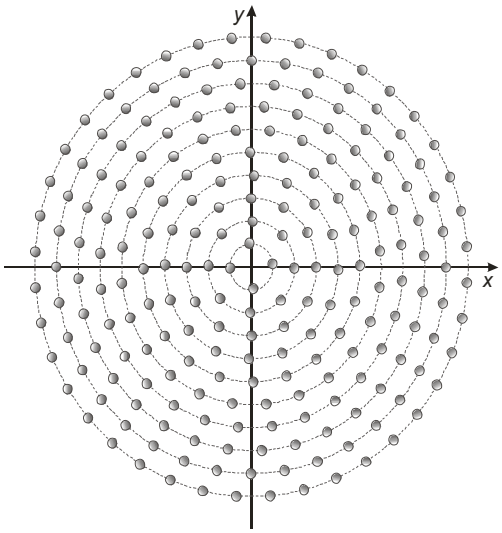



**Figura 4-58.** Distribución optimizada (con rotaciones, ver Tabla 4—9) de los elementos de la agrupación.

En la Tabla 4–9 se presentan los valores de las rotaciones de cada uno de los aros de la agrupación (el signo menos indica rotación en el sentido de las agujas del reloj, considerando que el diseñador ve la agrupación desde el eje positivo *z*, hacia el origen de coordenadas, recordando que la agrupación está distribuida en el plano *xy*, ver Figura 4-52), mientras que en la Figura 4-58 se observa la correspondiente distribución de elementos, una vez hechas las rotaciones. La configuración inicial de distribución de excitación en este caso particular se seleccionó utilizando la distribución circular de Taylor más eficiente, según se ha explicado anteriormente. Sin embargo, si se elige como punto de partida del proceso de optimización cualquier otra configuración que presenta un comportamiento acentuado de brillo de extremos, se observa una mejora más pronunciada en la distribución de amplitud resultante una vez finalizado el proceso de optimización.

### 4.7.4 Conclusiones.

Se observa que la perturbación directa de las fases muestreadas, en conjunto con otros parámetros de control, pueden mejorar significativamente los patrones iniciales, si éstos se comparan con los resultados obtenidos al finalizar los procesos de optimización aquí propuestos. El brillo de extremos de los patrones típicos de Chebyshev puede ser reducido significativamente en agrupaciones lineales. Esto, sin embargo, tiene su contrapartida: una pequeña pérdida de directividad, y la necesidad de que los elementos estén desfasados (aunque los valores de desfases son pequeños). En relación a las agrupaciones planas, el método propuesto también reduce el brillo de extremos, pero además permite eliminar los lóbulos indeseados por debajo de niveles aceptables, incrementando la directividad, todo esto a expensas de utilizar, como en el caso de las agrupaciones lineales, una distribución de excitación compleja.

## 4.8 SÍNTESIS DE UNA ANTENA MULTIRRADIAL PARA APLICACIONES WLAN.

### 4.8.1 INTRODUCCIÓN.

Las antenas utilizadas en Redes Inalámbricas LAN (*Local Area Network*, entre las que se incluyen las redes WLAN o HiperLAN [OHRTMAN2003]) para comunicación entre varios computadores u ordenadores –que se instalan, generalmente, en la parte superior (techo) de los recintos para mantener una amplia zona de cobertura– han de radiar patrones cónicos (toroidales) de manera de prevenir la interferencia del haz principal debido a su reflexión en el suelo o en las paredes del recinto, y maximizar la radiación en la zona de ubicación de los equipos receptores, ver Figura 4-59. Por ejemplo, considerando un plano de trabajo de unos 0,70 m, y que el techo se encuentra entre 1,6 y 2,3 m sobre este plano, es fácil deducir que, para un ángulo máximo de cobertura $\theta_F$=65º (siendo $\theta$ el ángulo respecto de la normal a la antena, ver Figura 4-59), es posible cubrir un recinto de unos 49 m$^2$, aproximadamente, siendo ésta una medida perfectamente factible en habitaciones diseñadas para trabajar con computadores en red.

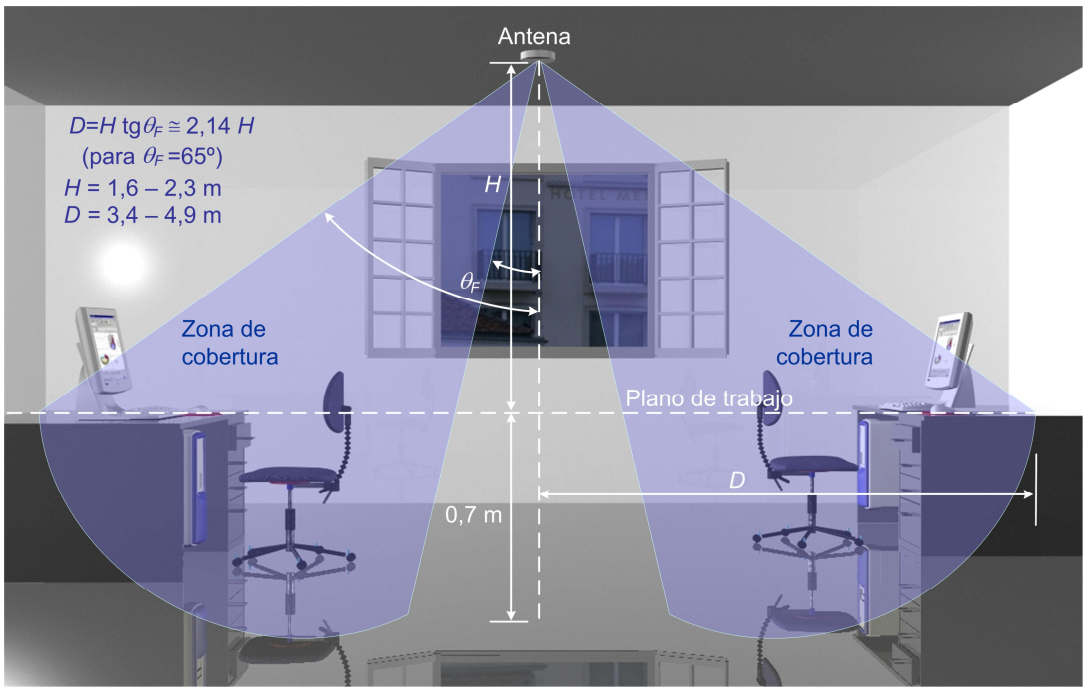



**Figura 4-59.** Justificación del diagrama toroidal de una antena diseñada para trabajar en redes LAN.

Para este tipo de aplicaciones, es conveniente que el patrón de radiación cumpla los siguientes requisitos:

a) Simetría en $\varphi$ (i. e., simetría rotacional respecto del eje normal a la antena), presentando una intensidad de campo uniforme en una zona más o menos extensa, conformando un tipo de haz denominado comúnmente toroidal o cónico;

b) Ancho de haz con una cobertura tan amplia como sea posible (10º≤$\theta$≤65º), para abarcar las

estaciones receptoras, pero evitando, simultáneamente, reflexión de la radiación en el suelo y en las paredes del recinto;

c) Polarización lineal;

d) Buen ancho de banda (en términos de impedancia de entrada e integridad del patrón de radiación);

e) También es deseable que los dispositivos sean de tamaño reducido, y de implementabilidad sencilla, aunque esto es deseable para todas las antenas sin importar su aplicación.

Los patrones cónicos pueden conseguirse con agrupaciones de antenas de parches, pero ya se ha comentado en la Sub-Sección 2.3.2, páginas 143 y subsiguientes, que ese tipo de diseños son, en general, de banda estrecha, lo que las hace inadecuadas para su utilización cuando se requieren múltiples frecuencias, o bien cuando se desea transmitir un gran volumen de información. A continuación se presenta un nuevo concepto de diseño: la antena multirradial de onda viajera, con la cual es posible obtener un patrón de radiación toroidal cuyas características se mantienen en un amplio rango de frecuencias, a expensas de reducir la eficiencia un 50%, lo cual, para este tipo de aplicaciones, no resulta ser un parámetro limitante de diseño.

### 4.8.2 MÉTODO.

Considérese una agrupación de *N* líneas de longitud *L* distribuidas radialmente, según se observa en la Figura 4-60, y a una distancia *h* por encima de una placa metálica infinita ubicada en el plano *z*=0. Todas las líneas se unen en un punto común de alimentación, y cada una de ellas termina en una carga concentrada –un chip resistivo, por ejemplo– cuyo valor coincide con la impedancia de la línea, de manera de producir una onda viajera que se asume sin atenuación a lo largo aquélla, tal como se ha explicado en la Sub-Sección 2.2.4, ver página 134 y subsiguientes.

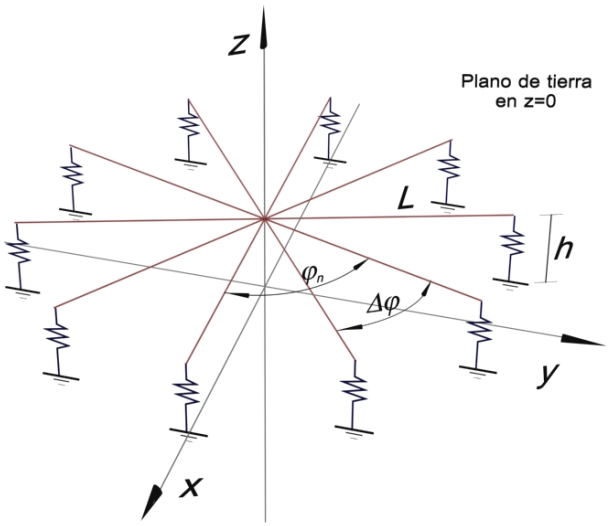



**Figura 4-60.** Geometría propuesta: agrupación circular de antenas lineales de onda viajera con carga resistiva y plano de tierra (imágenes especulares no incluidas, por sencillez)

Puesto que todas las líneas están igualmente excitadas (y además tienen la misma longitud y la misma carga en sus extremos), el patrón generado es simplemente la superposición de los campos generados por cada, considerando que el acoplo electromagnético entre ellas es despreciable. En este caso, la suma vectorial de *N* términos iguales a los de la ecuación (2–30) conduce a las componentes del campo (ver Apéndice A.3.1):

$$A_\theta = \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\cos\theta \sum_{n=1}^{N} \cos(\varphi - \varphi_n) \frac{\operatorname{sen} X_n}{X_n} e^{-jX_n}, \tag{4–41}$$

$$A_\varphi = -\operatorname{sen}(kh\cos\theta) \sum_{n=1}^{N} \operatorname{sen}(\varphi - \varphi_n) \frac{\operatorname{sen} X_n}{X_n} e^{-jX_n}, \tag{4–42}$$

donde

$$X_n = \frac{kL}{2}\left[1 - \operatorname{sen}\theta\cos(\varphi - \varphi_n)\right] \text{ y } \varphi_n = (n-1)\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}(n-1), \tag{4–43}$$

siendo $\Delta\varphi$=2$\pi$/*N* el ángulo entre líneas radiales contiguas, ver Figura 4-60, y *k*=2$\pi$/$\lambda$ el número de onda, (como en casos anteriores).

Para un número de elementos *N* dado, y considerando una frecuencia de diseño $f_D$= 5,2 GHz, ($\lambda_D$=5,76 cm), en el proceso de síntesis se utiliza el NM+TS (ver Sub–Sección 1.7.5.2) para optimizar los parámetros apropiados (ver resultados) minimizando una función de coste cuyos parámetros perturbados son la distancia *h* de una línea cualquiera a la placa metálica, y *L*, la longitud de cada una de ellas. Para mantener limitado el tamaño de la antena, se establecieron las siguientes restricciones:
$0{,}05\lambda_D < h < 0{,}50\lambda_D$ y $0{,}50\lambda_D < L < 1{,}33\lambda_D$.

Una vez sintetizados los valores de *h* y *L*, se procedió a investigar diversos anchos de banda, considerando como frecuencia de corte: a) Un cierto valor de directividad mínima $Dir_{MIN}$ dentro de la zona de cobertura (55º<$\theta$<65º), para asegurar que la antena mantiene sus características de radiación dentro de la banda; b) Una densidad de potencia normalizada máxima $P_{0,MAX}$ en la zona 0º≤$\theta$≤10º, para establecer que el valor de potencia radiada hacia el suelo es despreciable dentro de la banda en estudio; y c) Una razón axial mínima $R_A$=|$E_\theta$|/|$E_\varphi$|=|$A_\theta$|/|$A_\varphi$|, para verificar la pureza de la polarización $\theta$. Para este fin, y puesto que cada criterio corresponde a un valor de ancho de banda distinto, se establecieron límites en estos últimos parámetros, para, a continuación, calcularse sus valores haciendo un barrido de frecuencias con saltos $\Delta f = f_D/300$ de manera de determinar los correspondientes valores de frecuencia máxima y mínima, $f_H$ y $f_L$ (definidas, como en la Sub-Sección 3.3, como la frecuencia más baja mayor que $f_D$ y la frecuencia más alta menor que $f_D$ a las cuales el correspondiente límite del parámetro bajo consideración era sobrepasado); de esta manera, el ancho de banda, en tanto por ciento, fue calculado con la ecuación:

$$BW_{\%} = 100\frac{[f_H - f_L]}{f_D}. \tag{4–44}$$

Los límites de cada uno de los parámetros fueron establecidos con los siguientes valores: 3 dBi

para $Dir_{MIN}$; –3 dB para $P_{0,MAX}$; y 1000 para $R_A$. Cuando $Dir<Dir_{MIN}$, $R_A<1000$ o $P_0>P_{0,MAX}$, se consideraba que se había alcanzado la frecuencia máxima o mínima, de acuerdo a las definiciones antes citadas de $f_H$ y $f_L$.

### 4.8.3 RESULTADOS.

En la práctica, resultó suficiente optimizar la directividad *Dir* en la zona de cobertura, minimizando la función de coste $(1/Dir)^2$, ya que las soluciones obtenidas de esta manera presentaban comportamientos satisfactorios para los demás parámetros de interés. Para $N$=10 los valores óptimos de $h$ y $L$ a la frecuencia de diseño fueron de 0,5 $\lambda_D$ y 1,0 $\lambda_D$, respectivamente, obteniéndose con este modelo una $Dir_{MIN}(\lambda_D)$ = 5,59 dBi, $P_{0,MAX}(\lambda_D)$ = –55 dB y $R_A$> 1000. En la Figura 4-61 se observa el patrón en potencia calculado en el plano $\varphi$ = 90º, mientras que en la Figura 4-62 se observa el correspondiente patrón polar en 3D (ambos obtenidos a la frecuencia de diseño). Los anchos de banda fueron del 62% para $Dir_{MIN}$ ($f_L$ = 4,32 GHz, $f_H$ = 7,54 GHz), e infinito (valor muy elevado) tanto para $P_{0,MAX}$ como para $R_A$. La potencia $P_{0,MAX}$ nunca sobrepasó los –20 dB; y para $\theta$ correspondiente a la zona de cobertura, el rizado a lo largo de la coordenada $\varphi$ nunca excedió los ± 0,25 dB.

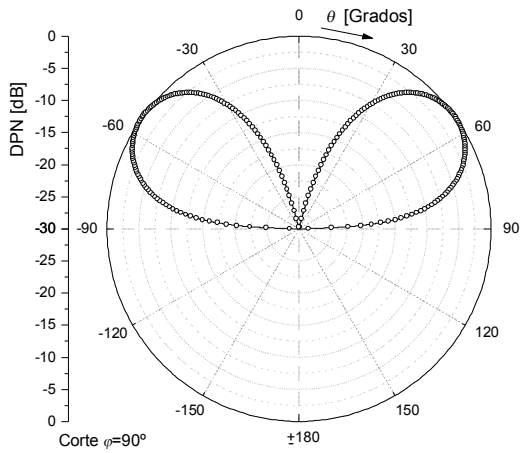



**Figura 4-61.** Patrón de potencia normalizado obtenido con $N$ = 10, $L=\lambda$, $h=\lambda/2$. (corte $\varphi$=90º).

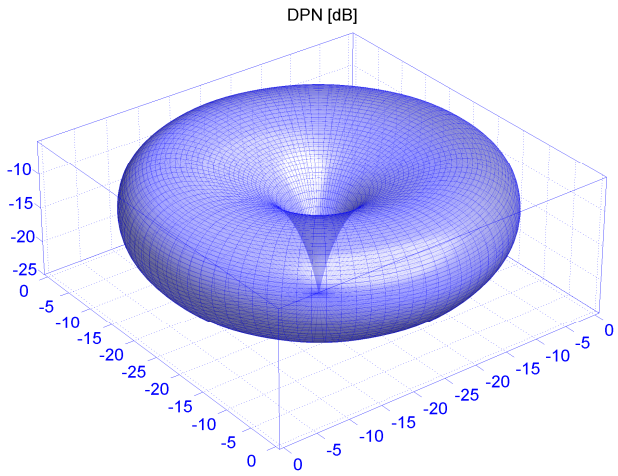



**Figura 4-62.** Patrón de potencia 3D obtenido con $N$ = 10, $L=\lambda$, $h=\lambda/2$.

### 4.8.4 CONCLUSIONES.

En principio, es posible aplicar este nuevo concepto para el diseño de una antena preparada para comunicaciones con satélites, las cuales podrían ser instaladas en el techo de los automóviles, ya que una aplicación de este tipo también requiere patrones toroidales [VICENTE2002, ARES2003]. En este caso, sin embargo, es necesario establecer una fase progresiva en las excitaciones de los distintos elementos (con lo cual ya no sería posible utilizar un solo punto de alimentación para todas las líneas radiales) para poder conseguir polarización circular, lo cual limitaría inevitablemente el ancho de banda. Además, las pérdidas del orden del 50% en las cargas concentradas al final de cada una de las líneas serían ciertamente casi intolerables, mientras que en aplicaciones WLAN o HiperLAN esto no resulta ser prohibitivo.

## 4.9 SÍNTESIS DE DIAGRAMAS DE RADIACIÓN UTILIZANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES COMPLEJO–VALUADAS.

### 4.9.1 COMENTARIOS PRELIMINARES.

En la Sub–Sección 3.5 se ha descrito la analogía existente entre las expresiones de campo de una agrupación de antenas y la de una red neuronal de una capa con función lineal, convenientemente extendida a variables complejas. En dicho apartado se presentó una de las aplicaciones de dicha analogía, considerada desde el punto de vista del análisis. A continuación, y tomando como punto de partida las fórmulas presentadas en dicha Sub–Sección, se presentará la aplicación de la analogía al proceso de síntesis del campo generado por una agrupación de antenas isotrópicas (aunque fácilmente extensible a elementos no isotrópicos).

### 4.9.2 SÍNTESIS Y DIAGNOSIS.

Si en la ecuación (3–16), [*e*] es invertible, el problema de encontrar una distribución de excitación que genere una distribución de campo en ciertos puntos dados es resuelto directamente (ver Sub–Sección 3.4.2, páginas 174 y ss.):

$$[I] = [e]^{-1}[F] \tag{4–45}$$

(donde las características geométricas de la antena y de la frecuencia de diseño han sido fijadas de antemano). Puesto que, según se ha comentado en Sub–Secciones anteriores, en mediciones de antenas es usual tener más puntos de medida de campo que número de elementos, la (3–16) constituye, en muchos casos, un sistema de ecuaciones sobredeterminado, y su solución se encuentra aplicando algunos métodos matemáticos específicos, como por ejemplo hallando la matriz pseudoinversa de Moore–Penrose, ver Sub–Sección 3.4. De hecho, como allí se explicó, en dichos casos se procede a utilizar la ecuación (3–8), es decir, se reemplaza $[e]^{-1}$ de (4–45) por $[e]^{\Omega}$. En este caso, la expresión lineal

de la red neuronal complejo–valuada, ecuación (3–15), se puede comparar con la (3–8) si se tienen en cuenta las siguientes correspondencias:

$$[a] \equiv [I] \in \mathbb{C}\,;\, [w] \equiv [e]^{\Omega} \in \mathbb{C}\,;\, [p] \equiv [F] \in \mathbb{C}\ , \tag{4–46}$$

(donde, como antes, $[e]^{\Omega}$ representa, la inversa o la pseudoinversa de [*e*], de acuerdo a si esta matriz es, o no, cuadrada). De esta manera, se puede utilizar la RNACV (red neuronal artificial complejo–valuada) para encontrar la correspondiente distribución de excitación, tomando como vectores de entrada las medidas (complejas) de campo, o bien los campos calculados numéricamente. Como en la Sub–Sección 3.5.3, no es necesario utilizar un proceso de entrenamiento (o, en otras palabras, el cálculo de $[e]^{\Omega}$ constituye el proceso de entrenamiento de la red). Así entonces, la RNACV estará disponible para síntesis de patrones de radiación –tomando pares de vectores medida de campo vs. distribuciones de excitación como variables–, o bien para diagnosis de agrupaciones, puesto que si los valores de campo medido que se presentan a la RNACV como vectores de entrada pertenecen a cierta distribución de excitación previamente establecida, ésta será capaz de encontrarla (o dará una solución aproximada, que será óptima en el sentido de los mínimos cuadrados [BRONSON 1988]), aún si la agrupación tiene algunos elementos defectuosos. El siguiente ejemplo se dará para ver una de las posibles aplicaciones de esta analogía.

### 4.9.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN.

Considérese una agrupación lineal compuesta por 8 elementos isotrópicos equiespaciados una distancia $\lambda/2$ a lo largo del eje *z*. La RNACV más simple que se puede diseñar para obtener la distribución de excitación perteneciente a ciertos valores de campo (amplitudes y fases) medidos en puntos angulares equiespaciados $\theta \in$ [6º, 174º] se compone de 8 entradas (las medidas de campo), 8 neuronas en una capa, y 8 salidas (la correspondiente distribución de excitación), siempre considerando que se está tratando con una RNACV. Como se ha establecido anteriormente, las funciones de transferencia son iguales a la identidad. La matriz de pesos se obtiene por la simple inversión de [*e*], como se ha establecido en la Sub–Sección anterior.

En la Figura 4–63 se observa un patrón en potencia sintetizado utilizando el método de Orchard, ver Sub–Sección 1.5.6.2, y que consiste en un patrón de haz plano radiado por la agrupación con un nivel de lóbulos laterales de –25 dB por debajo del valor máximo. Los círculos en el diagrama de radiación indican las posiciones angulares de los "puntos de medida" (de una simulación numérica) del patrón (amplitud y fase).

En la Figura 4–64 se comparan las distribuciones de excitación (amplitud y fase) esperadas y obtenidas. Como se observa, la RNACV responde correctamente a las entradas. Varios ejemplos fueron simulados posteriormente, y con todos ellos se obtuvieron resultados similares, no considerados aquí por brevedad[105].

[105] Uno de los casos, por ejemplo, fue el de una RNACV con la misma arquitectura, pero compuesta por 150 puntos de medida de campo complejo (las entradas de la RNACV), fue simulada también, con resultados muy similares a los que aquí se han

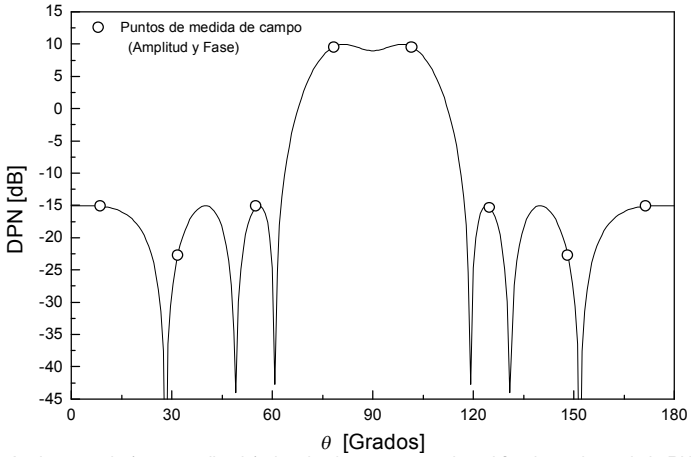



**Figura 4-63.** Patrón de potencia (no normalizado) sintetizado para comprobar el funcionamiento de la RNACV dada en el ejemplo. Los círculos indican las posiciones angulares de medida de campo (amplitud y fase).

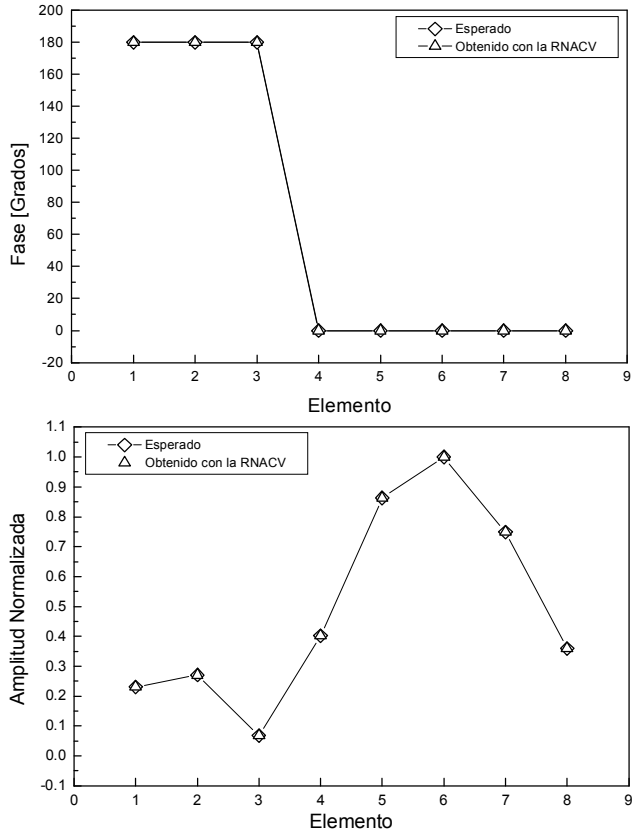



**Figura 4-64.** Comparación entre los valores esperados y obtenidos (con la RNACV) de las distribuciones de amplitud y fase de la agrupación de antenas consideradas en el ejemplo.

presentado. En dicho caso, la inversión de [e] fue realizada por medio de la función '`pinv`' de MATLAB [MATLAB2002], ver Sub–Sección 3.4, páginas 172 y subsiguientes.

### 4.9.4 VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LAS RNACVS APLICADAS A LOS CASOS PRESENTES.

No es posible realizar una comparación directa de la arquitectura de RNACV presentada en esta Sub–Sección (y en la 3.5) con aquéllas dadas en la literatura técnica previa a este trabajo y aplicadas a propósitos similares (arquitectura de Funciones Base Radiales en RNAs preparadas para estimar la dirección angular de llegada de una señal, o "*beamforming*" para cancelación de interferencias, por ejemplo, aplicada a agrupaciones de antenas [CHRISTODOULOU2001, SOUTHALL1995], o bien procedimientos de síntesis comparados con distintas arquitecturas de RNAs descritas en [SHAVIT2004], en donde se trabaja con la misma agrupación de antenas y el mismo diagrama de radiación que los aquí expuestos), del mismo modo que dos conjuntos de variables, uno real y el otro complejo, no son directamente comparables. Sin embargo, se puede observar que las RNACVs presentan algunas ventajas sobre las RNAs de variables reales, como el tiempo requerido para el proceso de entrenamiento, que es relativamente lento para RNAs usuales [CHRISTODOULOU2001, MAILLOUX1997, SOUTHALL1995, SHAVIT2004], y reducido a una inversión directa (o a una pseudoinversión) matricial en las RNACVs consideradas. Una segunda ventaja la constituye el número de capas: en las RNAs convencionales, usualmente se requieren una o más capas ocultas (a continuación de la primer capa), máxime si el problema a resolver es no lineal [HAYKIN1998], como en aquellos casos relacionados con la radiación de agrupaciones de antenas, mientras que las RNACVs estudiadas en esta Tesis sólo necesitan una capa para el mismo tipo de problemas. Como contrapartida, cada valor complejo (de los vectores de entrada y salida, y de la matriz de pesos) de esta última está ligado a dos valores reales (las partes reales e imaginarias). La tercera ventaja tiene que ver con las funciones de transferencia, que en las RNAs convencionales están relacionadas con funciones exponenciales, tangentes hiperbólicas o funciones sigmoideas, ver Tabla 1–1, que se utilizan con frecuencia en las capas ocultas [HAYKIN1998], y cuya selección siempre implica esfuerzos computacionales adicionales. Como se ha comentado anteriormente, las RNACVs expuestas en esta Tesis usan la identidad como única función de transferencia. Por último, una cuarta ventaja es que el número de neuronas necesarias en una RNACV es igual al número de salidas, con lo cual se elimina el proceso de selección de dicha cantidad, que en RNAs convencionales generalmente es el de prueba y error [HAYKIN1998]. El listado de estas ventajas se potencia cuando la implementación de la red neuronal artificial es realizada a través de hardware, ya que cualquier simplificación en la arquitectura o bien en el número y complejidad de los cálculos realizados conlleva a una simplificación de los circuitos implicados.

### 4.9.5 COMENTARIOS FINALES DE IMPORTANCIA.

Se entiende que las analogías dadas en las Sub–Secciones 3.5.3 y 4.9.2 son fácil y claramente visibles, y podría pensarse que se están asignando dos nombres a un mismo problema, ya que la resolución de sistemas de ecuaciones matriciales no es una técnica novedosa. En cierto sentido, esto es cierto: una vez establecidas las ecuaciones (3–15) y (3–16) –y sus correspondientes contrapartidas al

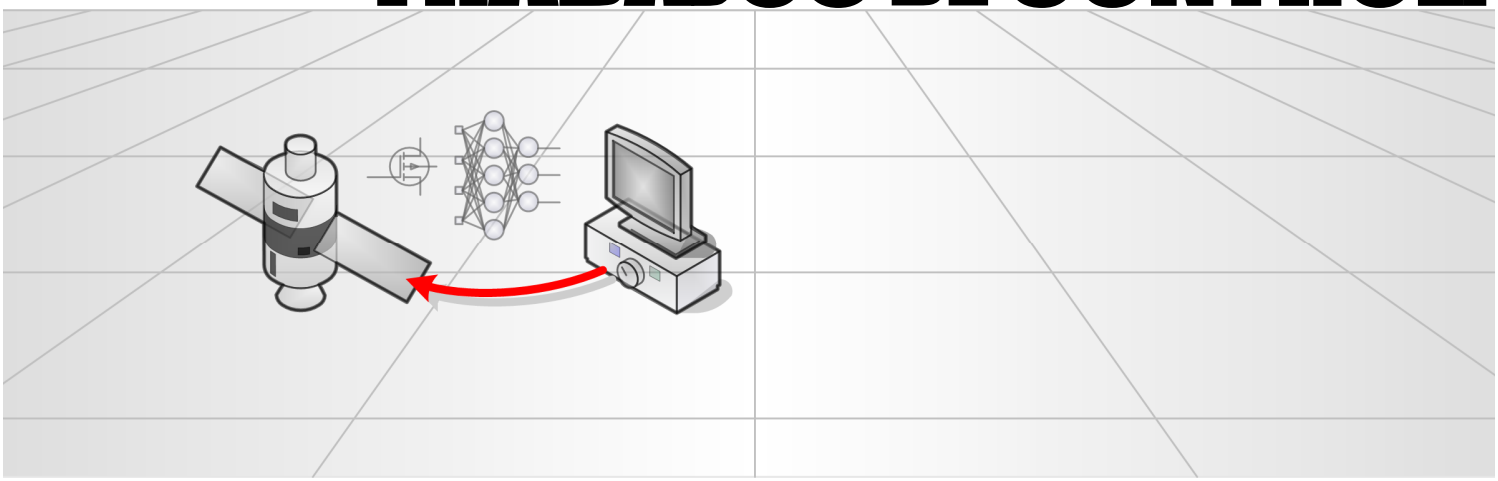
usarse el problema inverso establecido en la Sub–Sección 4.9.2–, por diferentes caminos y con diferentes significados, la analogía directa de las RNACVs en el tema de las agrupaciones de antenas se encuentra rápidamente. Sin embargo,

a) Más importante que dichas analogías es el hecho de que las RNAs puedan ser incorporadas naturalmente al diseño de antenas, simplemente permitiendo que sean complejo–valuadas. En otros problemas relacionados con antenas, en donde cualesquiera de las analogías dadas aquí no pueden ser aplicadas, seguramente será necesario algún proceso de entrenamiento destinado a una RNACV de arquitectura distinta a la aquí considerada. En dichos casos, las ideas expresadas en [KIM1990] o [NITTA2003] serán de utilidad.

b) Como se ha comentado anteriormente, una de las ventajas de las RNAs es que se pueden implementar con cierta facilidad como dispositivos hardware. Se observa que el permitir que éstas manejen variables complejas no implica modificaciones severas de sus estructuras físicas, y probablemente serán más fáciles de construir debido a la simplificación de sus arquitecturas. Dichas simplificaciones las harán muy apropiadas para operaciones en tiempo real en este tipo de aplicaciones.

# CUARTA PARTE:

# TRABAJOS DE CONTROL



# Capítulo 5

## Uso de Redes Neuronales Artificiales. Reconfigurabilidad Mediante Modulación Temporal.

## 5.1 INTRODUCCIÓN

Las técnicas que se describen a continuación han sido agrupados bajo el concepto de "Control" porque estas pueden implementarse, mediante hardware incluido en la propia antena o mediante software en un sistema de radiocontrol a distancia, en sistemas que requieran reconfigurabilidad en tiempo real (algo que no se podía llevar a cabo con los procesos de síntesis detallados en el Capítulo anterior, debido a la relativa lentitud de los procesos, en términos de tiempos de cómputos con los dispositivos de cálculo actuales).

La primera parte se dedica a describir una técnica basada en RNAs, ver Sub–Sección 1.7.7, capaz de reconfigurar la distribución de excitación de una agrupación plana de antenas para posicionar un nulo en su diagrama de radiación, con el fin de evitar interferencias en tiempo real[106]. La contribución de este trabajo reside en la rapidez de la respuesta a un requerimiento de posicionamiento de nulo del usuario, y a su fiabilidad. Otros procesos de síntesis son, en general, más lentos y menos robustos.

En la segunda parte se describe el uso de modulación temporal para obtener un patrón del tipo Chebyshev con una agrupación lineal de distribución excitación estática uniforme. La contribución de este trabajo de investigación consiste en la facilidad de implementación de la técnica, la cual se reduce a agregar dispositivos interruptores rápidos para obtener el diagrama de radiación deseado, en contrapartida a las complicaciones derivadas de construir redes de alimentación convencionales (con divisores de potencia, desfasadores, etcétera).

## 5.2 FIJADO DE NULOS EN TIEMPO REAL EN DIAGRAMAS DE AGRUPACIONES PLANAS: USO DE RNAS.

### 5.2.1 COMENTARIOS INICIALES.

En un trabajo previo [RODRÍGUEZ2002], el Grupo de Sistemas Radiantes ha desarrollado un método de síntesis capaz de posicionar un cuasi–nulo (es decir, un valor de densidad de potencia que no alcanza el valor cercano a $-\infty$ dB respecto del máximo absoluto, ver Sub–Sección 1.5.5.1) en el patrón del haz global radiado por una agrupación de antenas instalada en un satélite geoestacionario. Dicha agrupación estaba compuesta por 52 agrupaciones activas y 12 inactivas. Dicha síntesis fue llevada a cabo con ayuda de la técnica del NM+TS, cuya versatilidad y eficiencia fue demostrada en Sub–Secciones anteriores. A pesar de que dicha técnica tiene ventajas, el método es demasiado lento para ser implementado en aplicaciones de control en tiempo real. Por ejemplo, si se utiliza un PC con un

[106] El Grupo de Sistemas Radiantes (de la Universidad de Santiago de Compostela), en colaboración con el Laboratorio RNASA (de la Universidad de La Coruña) han implementado esta técnica, mediante contrato con una empresa nacional de investigaciones espaciales, en una antena satelital actualmente en funcionamiento. El autor de esta Tesis, que pertenece actualmente al GSR, también participó en dicho proyecto.

procesador Athlon XP 1800 (trabajando a 1,53 GHz), el algoritmo tarda unos 40 minutos en encontrar una solución óptima.

En la Sub-Sección 3.5.2 se ha comentado que los progresos alcanzados en las investigaciones de RNAs han posibilitado su uso exitoso tanto en el tratamiento de señales como en la síntesis u optimización relacionados con la radiación electromagnética, por citar algunos. Como ejemplos de interés, Zooghby, Christodoulou et al. [ZOOGHBY1997, ZOOGHBY1998] han implementado y validado experimentalmente una RNA capaz de detectar la dirección de llegada de una señal incidente. En una publicación posterior de los mismos autores se ha presentado una RNA de funciones radiales base (*Radial-Basis-Function Neural Network*) capaz de rechazar interferencias mediante la cancelación adaptativa en agrupaciones circulares de antenas [ZOOGHBY1999].

A continuación se presenta un método, simulado en el entorno de MATLAB (utilizando un paquete de simulación específicamente codificado para tratamiento de redes neuronales, denominado `nntool` [DEMUTH2002]), que implementa una red neuronal artificial capaz de llevar a cabo un proceso síntesis de la agrupación estudiada en [RODRÍGUEZ2002] en tiempo real. El vector de salida de esta RNA, una vez entrenada, presenta la distribución de excitación (compleja) con la cual es posible obtener un diagrama de radiación con un cuasi–nulo fijado en una posición previamente establecida por la máscara discretizada presentada como vector de entrada. La ventaja fundamental de esta RNA, comparada con aquélla presentada en [ZOOGHBY1998], consiste en que el patrón en potencia de la antena se degrada muy poco después de haber posicionado el cuasi-nulo, según se observa a continuación.

### 5.2.2 MÉTODO.

Las características más relevantes de la agrupación utilizada como ejemplo para el proceso de diseño de la RNA se presentan en la Tabla 5–1.

| | |
|---|---|
| Sub–agrupaciones activas | 52 |
| Sub–agrupaciones pasivas (vertices) | 12 |
| Número de elementos de cada sub–agrupación | 8 |
| Dimensiones de la antena | 600 x 600 $mm^2$ |
| Distancia entre sub–agrupaciones | 75 mm |
| Banda Rx | 7,90–8,15 [GHz] |
| Banda Tx | 7,25–7,50 [GHz] |
| Zona de cobertura (cono de $\theta$ máximo) | $\theta_C$ = 8,7º |

**Tabla 5- 1.** Parámetros relevantes de la agrupación de antenas.

Rx y Tx significan "Modo Recepción" y "Modo Transmisión", respectivamente, ya que la antena trabaja en dos bandas distintas, según esté transmitiendo o recibiendo sendas señales. Cuando la agrupación se instala en un satélite geoestacionario, puede generar ocho patrones de radiación fundamentales. Los cuatro patrones radiados en modo Rx son: un haz global diseñado para cubrir una zona específica de la superficie terrestre; un haz fijo tipo suma que apunta hacia cierta dirección angular preestablecida; y, finalmente, dos haces móviles capaces de escanear un hemisferio terrestre completo.

El modo Tx utiliza el mismo número de haces, y con las mismas especificaciones, que el modo Rx. La zona de cobertura –esto es, la zona de iluminación del haz global de la agrupación– es el cono encerrado por $(0,0) \leq (\theta,\varphi) \leq (\theta_C, 2\pi)$, siendo $\theta$ el ángulo medido desde la normal al plano de la antena. En la Figura 5-1 se observa la configuración geométrica de la antena, compuesta por 52 subagrupaciones activas (cada subagrupación está compuesta por 8 elementos, ver Tabla 5–1) representadas por cuadrados sombreados, y 12 inactivas, representadas por cuadrados en blanco.

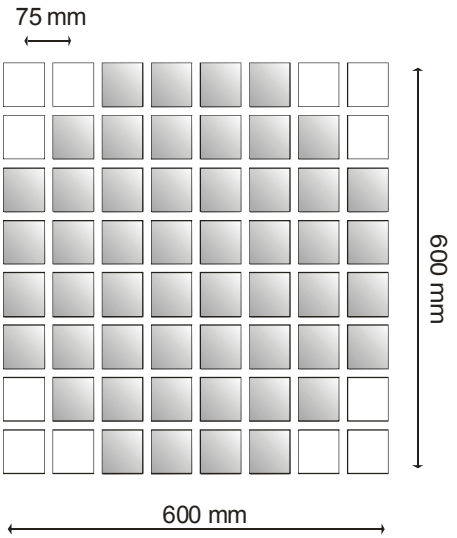



**Figura 5-1.** Configuración geométrica de la agrupación. Los cuadros sombreados indican sub–agrupaciones activas.

La solución propuesta para contrarrestar interferencias consiste en posicionar un cuasi–nulo en el diagrama de recepción en la zona angular desde donde proviene la señal indeseada, establecido por las coordenadas angulares $(\theta_{CN},\varphi_{CN})$ dentro de la zona de cobertura del haz global, a la frecuencia central de la banda Rx igual a 8,025 GHz (se considera que la señal interferente ha sido captada previamente por algún método de detección convenientemente diseñado). En el momento en que la posición requerida para el nulo es conocida, se genera una máscara de 11x11=121 puntos de muestreo uniformemente separados en el espacio *uv* [previa transformación de las coordenadas $(\theta,\varphi)$, ver ecuación (1–87)], con un cuasi-nulo localizado en dicha posición. Seleccionando $(-0{,}2;-0{,}2) \leq (u,v) \leq (0{,}2;0{,}2)$ se obtiene una zona de cobertura suficiente para abarcar el haz global de la antena.

Por definición, ver Sub–Sección 1.5.1, un problema de síntesis de una agrupación de antenas generalmente consiste en encontrar la distribución de excitación de los elementos que la componen (a veces, el proceso de síntesis también incluye encontrar la geometría más adecuada al problema, aunque, en muchos casos sólo se tratan búsquedas de distribuciones de excitación) para generar un patrón con unas características específicas, previamente establecidas por el diseñador. Por otra parte, en el problema de análisis, dada una distribución de excitación (y la geometría de la agrupación), se desea investigar el comportamiento del patrón de radiación conforme los parámetros antes citados cambian de alguna manera previamente estipulada. Consecuentemente, el proceso de síntesis puede verse como la formulación inversa de cierta (previamente desconocida) distribución de excitación. En muchos casos,

esto puede reducirse a un caso de funciones discretizadas (como por ejemplo cuando se desea que exista cierta distribución de campo en puntos específicos del espacio, tal y como se trató el problema en la Sub–Sección 3.4), con lo cual se puede hablar de aplicaciones de espacios vectoriales del tipo $\Re^M \rightarrow \Re^N$. En la Sub–Sección 3.5 esto se trata especificando una analogía entre las expresiones del factor de agrupación y de una red neuronal artificial de variables complejas (de una sola capa y con funciones de transferencia lineales). Algunos autores, como Funahashi [FUNAHASHI1989], han demostrado el teorema que establece que las redes neuronales de variables reales con funciones de transferencia no–lineales pueden ser consideradas como "aproximadores universales de funciones". Esto significa que, en teoría, cualquier función continua sujeta a ciertas restricciones [HAYKIN1998] puede ser aproximada arbitrariamente con tanta precisión como se quiera por una RNA con las funciones de transferencia adecuadamente seleccionadas. Dicho teorema permite acometer el problema de diseño de una RNA investigando las características más relevantes de los datos (vectores entrada–salida) manipulados. Se ha dicho (Sub–Sección 1.7.7.4) que la selección del tipo y de la arquitectura de una RNA son cuestiones que hacen uso de la experiencia del diseñador –y de su paciencia– ante el uso del método de prueba y error, ya que actualmente no se cuenta con un método sistemático para realizar dichas tareas [HAYKIN1998]. Sin embargo, para la aproximación de funciones no lineales (como es el caso de la transformación de medidas de campo en distribuciones de excitación de una agrupación de antenas), las arquitecturas tipo perceptrón multicapa con alimentación hacia adelante (Sub–Sección 1.7.7.5) resultan particularmente adecuadas. Ése es el tipo de arquitectura adoptado, finalmente, para el presente trabajo de investigación[107].

### 5.2.3 APLICACIÓN

El diseño de la RNA convencional, basado en un proceso de prueba y error, ha dado como resultado óptimo un perceptrón de 4 capas. El muestreo del patrón de densidad de potencia, medido en dBs, constituye el vector de entrada $\mathbf{P}=[P_p]$, con $1 \leq p \leq 121$. La distribución de excitación compleja de los 52 elementos activos se separa en partes real e imaginaria, para constituir dos vectores de salida $\mathbf{R_E}=[\mathscr{Re}\langle I_n\rangle]_{52x1}=[R_{E,n}]$, e $\mathbf{I_M}=[\mathscr{Im}\langle I_n\rangle]_{52x1}=[I_{M,n}]$. Cada uno de ellos se obtiene utilizando sendas RNAs de idéntica arquitectura, pero con diferentes matrices de peso obtenidas mediante los correspondientes procesos de entrenamiento. Por un lado, se han utilizado **P** y $\mathbf{R_E}$ como vectores de entrada y salida, respectivamente, para la primera red, mientras que para la segunda se han utilizado, correspondientemente, **P** e $\mathbf{I_M}$. Los procesos de entrenamiento han sido ejecutados utilizando para cada caso 200 pares de vectores entrada–salida, previamente generados, mientras que otros 25 han sido utilizados para validación. Dichos pares han sido obtenidos utilizando la técnica desarrollada en [RODRÍGUEZ2002], comentada anteriormente. Por el tiempo que cada proceso de optimización necesitaba para converger a una solución adecuada, fue necesario utilizar varios PC para generar los casos de entrenamiento. En la Figura 5-2 se observa un esquema para cualquiera de las dos RNAs (de

[107] También se probaron arquitecturas RBF, que han sido extensamente aplicadas en problemas relacionados con agrupaciones de antenas [CHRISTODOULOU2001], aunque, desafortunadamente, con ellas se obtuvieron resultados muy desalentadores.

variables reales), siendo ${}^3\mathbf{a}=[{}^3a_n]$ la representación de $[R_{E,n}]$ o $[I_{M,n}]$, según corresponda (con $n$=1,2,…52). Cada una de las redes está compuesta por: 121 neuronas en la capa de de entrada (los puntos de muestreo del campo), 52 neuronas en la capa de salida (una salida por cada sub–agrupación de la antena), 100 neuronas en la primera capa oculta, y 80 en la segunda capa oculta. Las demás características se listan en la Tabla 5–2, incluyendo el tipo de entrenamiento utilizado y los errores cometidos (tanto durante el entrenamiento como durante la validación de los datos).

| PARÁMETRO | VALOR |
|---|---|
| Arquitectura de la red | Perceptrón multicapa |
| Función de entrenamiento de la red | "Resilient Backpropagation Algorithm" [DEMUTH2002] |
| Número de nodos de entrada | 121 |
| Número de neuronas de primera capa | 100 |
| Número de neuronas de segunda capa | 80 |
| Número de neuronas de salida | 52 (para cada red) |
| Funciones de transferencia | Tanh Sigmoidea (ver Tabla 1–1) |
| Error de entrenamiento ($\mathbf{R_E}$) | 1,13% |
| Error de entrenamiento ($\mathbf{I_M}$) | 1,36% |
| Error de validación ($\mathbf{R_E}$) | 3,75% |
| Error de validación ($\mathbf{I_M}$) | 4,70% |

**Tabla 5- 2.** Parámetros relevantes de la agrupación de las RNAs diseñadas y entrenadas.

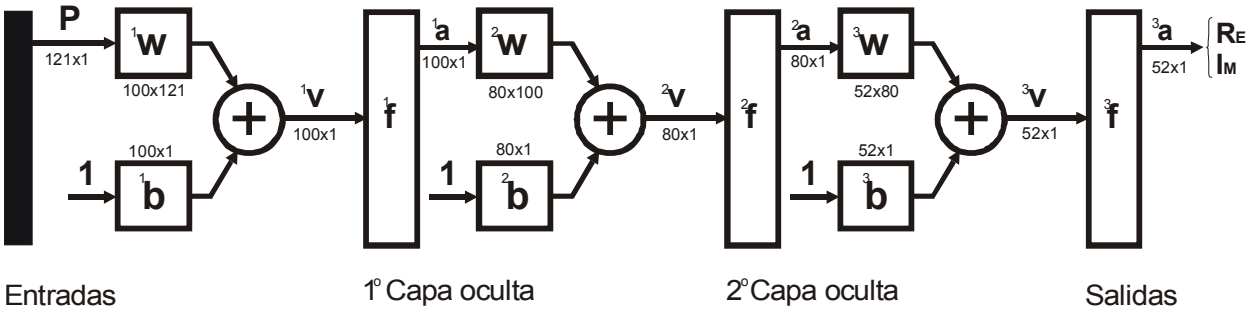



**Figura 5-2.** Esquema de las RNAs diseñadas para la síntesis del posicionamiento del nulo en el patrón de radiación de la agrupación plana. La salida ${}^3\mathbf{a}=\mathbf{R_E}$ ($=\mathbf{I_M}$) corresponde a la arquitectura de la RNA cuyas salidas son las partes reales (imaginarias) de las 52 excitaciones de la agrupación.

En la Figura 5-3 se representa el patrón en potencia deseado (espacio *uv*), con un cuasi-nulo localizado en $(u_{cn};v_{cn})=(-0{,}1;-0{,}087)\rightarrow(\theta_{cn};\varphi_{cn})=(7{,}62º;41{,}02º)$, que está a –10,59 dB por debajo del máximo absoluto. El haz sintetizado en ese caso posee un rizado de ±0,98 dB en la zona de cobertura (ver Figura 1-18). En la Figura 5-4 se representa la respuesta de la RNA, luego de haber sido entrenada y validada. Si se compara con la Figura 5-3, se observa la excelente respuesta de la RNA, con un rizado ligeramente degradado a ±1,15 dB, y con un cuasi nulo –8,54 dB por debajo del máximo absoluto. Mientras que el algoritmo para obtener el patrón de la Figura 5-3 tardó unos 36 minutos, el de la Figura 5-4 fue generado por la RNA en menos de un segundo. Hay que tener en cuenta que el proceso de síntesis se ejecutó con la ayuda de un compilador de lenguaje C, mientras que la RNA ha sido ejecutada en el entorno MATLAB –`RNA tool package` [DEMUTH2002]–. Con toda seguridad se podría decir que

el proceso de obtención de la distribución de excitación con una RNA ejecutada con la ayuda de un compilador C/C++ sería considerablemente menor que la fracción de segundo citada anteriormente.

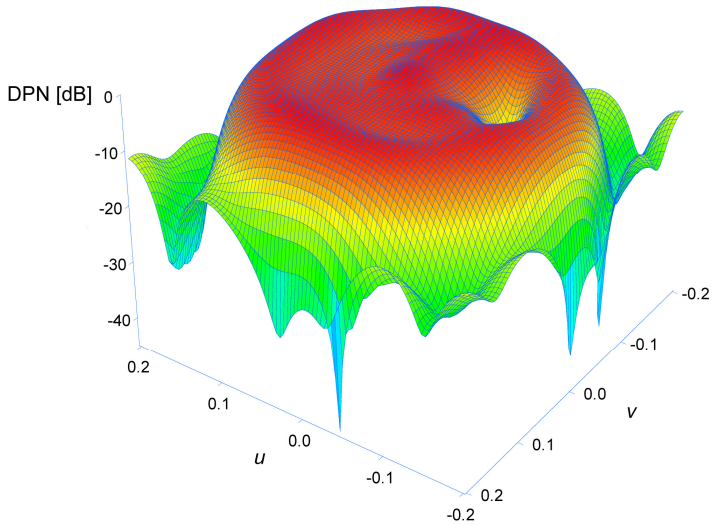



**Figura 5-3.** Patrón de potencia deseado con un cuasi–nulo ubicado en ($u_{cn}$=–0,1;$v_{cn}$=–0,087) a –10,59 dB por debajo del valor máximo en la zona de cobertura. Rizado obtenido: ±0,98 dB.

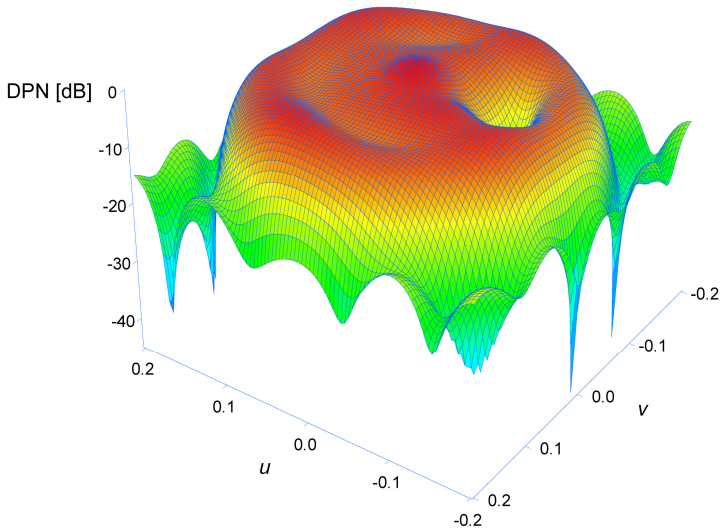



**Figura 5-4.** Patrón de potencia obtenido con la RNA una vez entrenada. Este ejemplo corresponde a la máscara presentada a la RNA con los valores de la Figura 5-3. Cuasi–nulo a –8,54 dB por debajo del valor máximo en la zona de cobertura. Rizado obtenido: ±1,15 dB.

### 5.2.4 Conclusiones.

La arquitectura del perceptrón multicapa presentada aquí permite sintetizar un diagrama de radiación que contrarresta una señal de interferencia incidiendo en un punto correspondiente a la zona de cobertura, posicionando un nulo allí mismo, con una respuesta que podría ejecutarse en tiempo real. Cabe aclarar que los $N_u \times N_v$=15×15=225 pares de vectores entrada–salida generados para el entrenamiento y la validación de las redes de los datos reales e imaginarios se han generado

considerando que las posiciones de los nulos estuviesen restringidas a la zona cuadrada $(-0,1;-0,1)\leq(u;v)\leq(0,1;0,1)$, formando un mallado rectangular regular de separación

$$\Delta u = \frac{u_{MAX} - u_{MIN}}{(N_u - 1)} = \frac{0,1-(-0,1)}{(15-1)} = 0,014$$
$$\Delta v = \frac{v_{MAX} - v_{MIN}}{(N_v - 1)} = \frac{0,1-(-0,1)}{(15-1)} = 0,014. \qquad (5\text{–}1)$$

En otras palabras: se generaron 225 casos distintos con los nulos ubicados consecutivamente en una cuadrícula de 15x15 posiciones.

Podría pensarse que dicho mallado conlleva a obtener una base de datos, pero éste no es suficientemente denso como para evitar el posicionamiento de un nulo en puntos que no fueron considerados en este proceso.

Se observa que, como aplicación inmediata de esta herramienta, es posible diseñar la implementación en hardware de la propia antena (con Tecnología VLSI: *Very Large Scale Integration* –es decir Escala de Integración Muy Grande– refiriéndose este término a la densidad de dispositivos semiconductores integrados en un chip), que conllevaría la ventaja de escalabilidad y portabilidad[108] [MARTINDELBRÍO2001], aunque también es posible manipular los datos desde una base terrestre (hablando de aplicaciones satelitales, naturalmente) con un software de diseño y ejecución de RNAs adecuadamente más veloz (una solución en C++ sería perfectamente viable [ROGERS1997]) que el MATLAB [DEMUTH2002] para esta aplicación específica.

Recuérdese que la red ha sido construida considerando por separado dos RNAs, una para la parte real y otra para la parte imaginaria de los vectores de salida. Esto último puntualiza la conveniencia de considerar seriamente la investigación de las aplicaciones de las RNAs complejo–valuadas, desarrolladas muy brevemente en las Sub–Secciones 3.5 y 4.9.

## 5.3 CONTROL DEL PATRÓN GENERADO POR AGRUPACIONES LINEALES DE MEDIANTE MODULACIÓN TEMPORAL.

### 5.3.1 INTRODUCCIÓN: ESTADO ACTUAL DEL ARTE.

En las Sub–Secciones 2.4 y 3.6 se han presentado los fundamentos de la modulación temporal aplicadas a los elementos de una agrupación de antenas y se ha demostrado que con dicha técnica no sólo es posible controlar el diagrama de radiación a la frecuencia de la señal portadora, sino que también se han especificado las restricciones que han de aplicarse a las frecuencias involucradas en el proceso para evitar distorsión de la señal en caso de que ésta sea utilizada para transmisión de información útil en banda estrecha. Adicionalmente, se han presentado las expresiones con las cuales es posible

[108] La Escalabilidad se refiere a la facilidad para ampliar el hardware mediante el adecuado uso de placas ensamblables, por citar un caso. La portabilidad ya se ha comentado en la Sub-Sección 1.7.6.1, ver nota 47 al pie de la página 92.

calcular las pérdidas de banda lateral causadas por la propia técnica. En esta Sub–Sección se procede a hacer uso de estas últimas expresiones, con el fin de obtener un control del patrón en potencia radiado por la antena a la frecuencia portadora, minimizando, simultáneamente, las pérdidas por armónicos inherentes a la técnica.

En un trabajo reciente, se ha utilizado una técnica de minimización de la radiación de banda lateral denominada algoritmo de evolución diferencial (*Differential Evolution Algorithm*) [YANG2002]. En dicho trabajo, la técnica se aplica a una distribución estática (para la definición de distribución de excitación estática ver Sub–Sección 2.4.1.1, página 148 y ss.) de Taylor, realizando un control de nivel de lóbulos laterales del patrón del modo fundamental. En [YANG2005_1], se utilizan los algoritmos genéticos [RAHMAT1999] para producir modulación temporal compuesta por sub–pulsos rectangulares, aunque en ese caso el control de radiación lateral no es tan bueno.

A continuación se demuestra que la técnica del Temple Simulado puede aplicarse para obtener un muy buen control sobre el nivel de lóbulos laterales de patrones suma, minimizando, simultáneamente, el nivel de radiación de banda lateral (pérdidas en armónicos).

### 5.3.2 MÉTODO.

Se recordará que en la Sub–Sección 2.4.1.1 se obtuvieron las expresiones cerradas de los modos principal $q$=0, ecuación (2–63), y armónicos, $q\neq 0$, ecuación (2–64), radiados por una agrupación de antenas con algunos elementos modulados temporalmente mediante trenes de pulsos rectangulares. Esta simple implementación de interruptores tipo encendido–apagado (diodos de disparo rápido, por ejemplo) da al diseñador la opción de establecer $I_n$=1 $\forall n\in[0,N-1]$ (es decir, distribución estática uniforme), puesto que el ajuste del patrón en potencia del modo fundamental se realiza mediante la apropiada selección de las $\xi_n=\tau_n/T_0$ (duraciones normalizadas de los pulsos). Dicha distribución estática es muy deseable, puesto que facilita el diseño de la red de alimentación estática. En principio, se podría especular que, utilizando una distribución estática uniforme en la agrupación, el simple reemplazo de los valores numéricos de $\xi_n$ por una distribución estática (normalizada a su valor máximo), como por ejemplo una distribución de Chebyshev, o bien una de Villeneuve –la cual resulta ser la análoga a las distribuciones de Taylor pero para agrupaciones lineales, ver [MCNAMARA1989]–, pero dicho patrón se obtiene a costa de generar una radiación lateral inaceptablemente elevada, según se ha comentado en la Sub–Sección 3.6.3, páginas 191 y subsiguientes. Este comportamiento es el que obliga a recalcular las distribuciones de los pulsos $\xi_n$, buscando minimizar los patrones de los armónicos ($|q|>1$), intentando mantener las características iniciales del patrón en potencia del modo fundamental. Esta misma técnica de optimización da al diseñador la opción adicional de reconfigurar la agrupación para que radie distintos patrones en el modo fundamental, simplemente cambiando la distribución $\xi_n$, sin tener que re–diseñar la red de alimentación estática (lo cual siempre conlleva una complicación técnica que muchas veces no es fácil de resolver). Ejemplos de estos casos se presentan a continuación, haciendo uso apropiado de la técnica del Temple Simulado, ver Sub–Sección 1.7.5.2.

## 5.3.3 DESCRIPCIÓN Y EJEMPLOS.

### 5.3.3.1 REDUCCIÓN DEL *NLL* DEL PATRÓN DE UNA AGRUPACIÓN LINEAL, A UNA FRECUENCIA *f*.

Como primer ejemplo, considérese una agrupación lineal de $N$=30 elementos isotrópicos equiespaciados una distancia $0{,}7\lambda_f$ entre elementos contiguos (lo que implica $z_n=0{,}7n\lambda_f$, siendo $\lambda_f$ la longitud de onda a la frecuencia portadora $f=c/\lambda_f$). El NM+TS se utiliza entonces para perturbar los valores $\xi_n$, minimizando la función de coste

$$C_A = c_{A,1}H(\Delta_f)\Delta_f^2 + c_{A,2}H(\Omega_f)\Omega_f^2$$
$$con\begin{cases}\Delta_f = NLL_{O,f} - NLL_{D,f}\\ \Omega_f = M_{O,f} - M_{D,f}\end{cases} \qquad (5\text{–}2)$$

con la que es posible controlar el diagrama de radiación de la agrupación, siendo *NLL* el nivel de lóbulos laterales del patrón de densidad de potencia fundamental. Los subíndices "*O*" y "*D*" significan valores obtenido (durante el proceso de optimización) y deseado, respectivamente, a la frecuencia *f*. *H* es la función de Heaviside definida con (2–59), mientras que *M* representa el máximo valor de cualquiera de los dos primeros modos de los patrones de banda lateral ($|q|$=1 ó 2). Los pesos $c_{A,1}$ y $c_{A,2}$ permiten controlar la importancia de los dos términos de $C_A$. En este ejemplo se ha establecido $NLL_{D,f}$=–20 dB, $M_{D,f}$=–30 dB, ambos relativos al máximo valor del patrón en modo fundamental. Además, se ha especificado una frecuencia de modulación (usando tren de pulsos rectangulares) $f_0=1/T_0=f/60$. Los patrones de densidad de potencia [promediados en el tiempo, correspondientes a las amplitudes cuadráticas de las $\mu_q$, ver ecuaciones (3–22) y (3–23) de la Sub–Sección 3.6.2] controlados se observan en la Figura 5-5 (corte $\varphi$=0º), habiéndose representado los patrones fundamental ($q$=0) y dos primeros armónicos ($q$=1 y $q$=2 –los patrones $q$=–1 y $q$=–2 son simétricos respecto de sus homólogos, es decir, el patrón $q$=–1 es la imagen especular del patrón $q$=1 respecto del eje $\theta$=90º de la Figura 5-5; lo mismo pasa con $q$=–2 y $q$=2). Los valores finalmente obtenidos fueron de –20,04 dB para el *NLL* del modo fundamental, y de –30,08 dB para el máximo del patrón del primer armónico. En la Figura 5-6 se observa la distribución de los valores $\xi_n$, los cuales, una vez reemplazados en la ecuación (3–23) generan los patrones (módulo al cuadrado, normalizado al valor máximo del modo fundamental, y pasado a dBs) antes citados, haciendo $I_n$=1, $\forall n$=1,2,…30. Nótese que los $\xi_n$ muy pequeños o muy próximos a 1 no son deseables, ya que ello implica una rápida respuesta de disparo de los diodos involucrados en el apagado y encendido de los elementos de la agrupación. Por tal motivo, es preferible hacer $\xi_1=\xi_3=\xi_4=\xi_5=0$ (eliminación o apagado continuo) y $\xi_{23}$=1 (encendido continuo), ver Figura 5-6. En ese caso, se obtienen patrones en potencia muy similares a los de la Figura 5-5, representados en la Figura 5-7. Se observa que, si bien se ha mantenido casi intacto el *NLL* del modo fundamental (–20,01 dB) se ha reducido el nivel del máximo del primer armónico (–31,93 dB): esto es de esperar, puesto que se han dejado de modular temporalmente cinco elementos, con lo cual su contribución a los armónicos es nula. Esto se percibe claramente en la ecuación (2–64), en donde se indica que el nivel (amplitud cuadrática del

campo) del $q$–ésimo armónico depende de los elementos del conjunto $\wp$ que corresponde a los índices de aquéllos que están modulados temporalmente. Una consideración más rigurosa debería de tener en cuenta los tiempos mínimos de conexión–desconexión de los dispositivos involucrados en la modulación, para así poder establecer cuáles son los elementos susceptibles de ser eliminados (o bien encendidos continuamente) de acuerdo a los valores de la distribución de pulsos $\xi_n$.

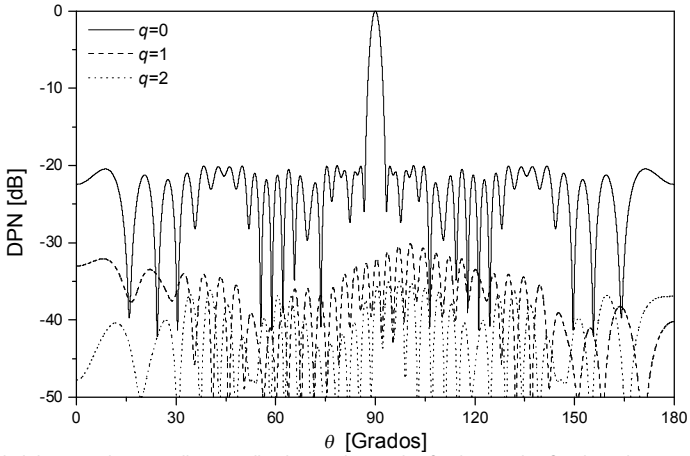



**Figura 5-5.** Densidad de potencia promedio normalizada para los modos fundamental $q$=0 y dos primeros armónicos ($q$=1,2).

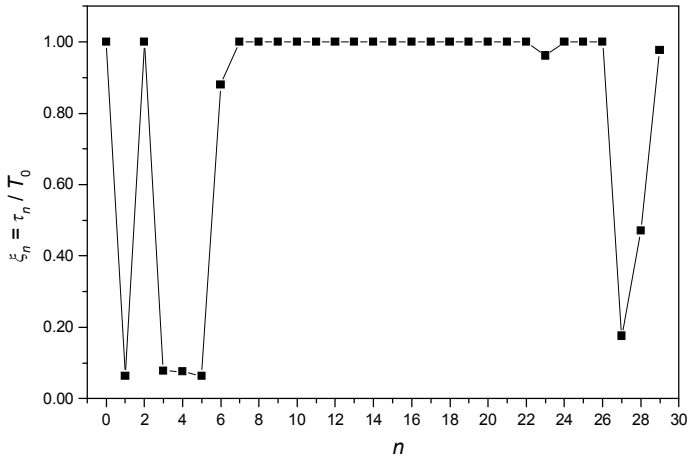



**Figura 5-6.** Distribución de las duraciones de los pulsos normalizados.

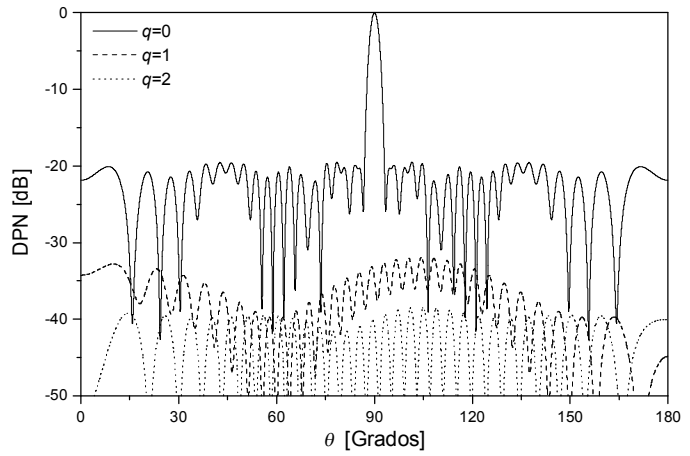



**Figura 5-7.** Densidad de potencia promedio normalizada para los modos fundamental $q$=0 y dos primeros armónicos ($q$=1,2) cuando $\xi_1=\xi_3=\xi_4=\xi_5=0$ y $\xi_{23}=1$. Se observa que el nivel de armónicos ha bajado (ver Figura 5-6).

### 5.3.3.2 REDUCCIÓN DEL *NLL* DEL PATRÓN EN POTENCIA DE UNA AGRUPACIÓN DE DIPOLOS, A DOS FRECUENCIAS (*F* Y 2*F*)

Utilizando un método similar es posible controlar el nivel de lóbulos laterales de una agrupación de dipolos colineales, que constituye un ejemplo más realista de antena utilizada. Esto puede obtenerse mediante la inclusión del factor elemento de campo lejano de un dipolo de longitud 2*L* –cuyo eje coincide con el de la agrupación– con lo cual se obtiene la expresión de campo, ver ecuaciones (2–24) y (2–63):

$$F_0(\theta,t)=\left[\frac{\cos(kL\cos\theta)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta}\right]e^{j\omega t}\sum_{n=0}^{N-1}\xi_n\, e^{jkz_n\cos\theta} \tag{5–3}$$

para el modo fundamental, considerando que $I_n$=1 $\forall n\in[0,N-1]$, y obviando el factor de onda esférico de la (2–24), ya que se considera, como en la mayoría de los casos de cálculo de patrones en potencia, $r$=constante, además de normalizarse su valor. Esta expresión se utiliza para obtener $|\mu_0|^2$.

Para los modos $q\neq0$, $|\mu_q|^2$ se obtiene tiene considerando, ver ecuación (2–64):

$$F_q(\theta,t)\Big|_{q\neq0}=\left[\frac{\cos(kL\cos\theta)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta}\right]\sum_{n\in\wp}I_n\xi_n e^{jkz_n\cos\theta}\operatorname{sinc}(q\pi\xi_n)e^{jq(\omega_0t-\pi\xi_n)}e^{j\omega t} \tag{5–4}$$

en donde, como antes, $\wp$ representa el conjunto de índices de los elementos cuyos $\xi_n$ difieren de uno y de cero.

Las condiciones impuestas durante la optimización, la cual perturba las variables correspondientes a los pulsos $\xi_n$ y las posiciones $z_n$, pueden resumirse como sigue:

A) Minimizar el nivel de lóbulos laterales del patrón fundamental ($q$=0) a dos frecuencias portadoras distintas $f$ y 2$f$, por debajo de dos niveles deseados $NLL_{D,f}$ y $NLL_{D,2f}$. Se sabe que al duplicar la frecuencia portadora es posible que aparezcan lóbulos indeseados (*Grating Lobes*) si los elementos de la agrupación están espaciados uniformemente. Para disminuir el nivel de dichos lóbulos es necesario modificar las posiciones de los elementos, rompiendo la periodicidad en la distribución espacial, de manera similar a como se ha trabajado en la Sub–Sección 4.7.3.2, ver páginas 269 y subsiguientes. Esto justifica la perturbación de los valores $z_n$.

B) Intentar suprimir las radiaciones de banda lateral ($|q|$=1 ó 2) a $f$ y 2$f$, reduciendo sus amplitudes máximas por debajo de los niveles $M_{D,f}$=$M_{D,2f}$ (es decir, el mismo para ambas frecuencias), considerando, como en el ejemplo anterior, $f_0$=1/$T_0$=$f$/60. Así, se establecerá $NLL_{D,f}$=–17 dB, $NLL_{D,2f}$=–15 dB, $M_{D,f}$=$M_{D,2f}$=–30 dB, y se utilizará la función de coste análoga a $C_A$:

$$C_B=\sum_{p=1}^{2}\left[c_{B,1,pf}H(\Delta_{pf})\Delta_{pf}^2+c_{B,2,pf}H(\Omega_{pf})\Omega_{pf}^2\right]$$
$$\text{con}\quad\begin{cases}\Delta_{pf}=NLL_{O,pf}-NLL_{D,pf}\\ \Omega_{pf}=M_{O,pf}-M_{D,pf}\end{cases} \tag{5–5}$$

Los patrones obtenidos con este método, a *f* y 2*f*, se observan en las Figuras 5–8 y 5–9 respectivamente ($NLL_f$=–17,77; $NLL_{2f}$=–16,58; $M_f$=$M_{2f}$=–31,93; todos ellos expresados en dB), ambos generados por una agrupación de dipolos de longitud $2L=\lambda_f/2$, cuyas distribuciones de $\xi_n$ y $z_n$ se listan en la Tabla 5–3. Las posiciones se han restringido al rango $0{,}7\lambda_f \leq z_n \leq 0{,}95\lambda_f$.

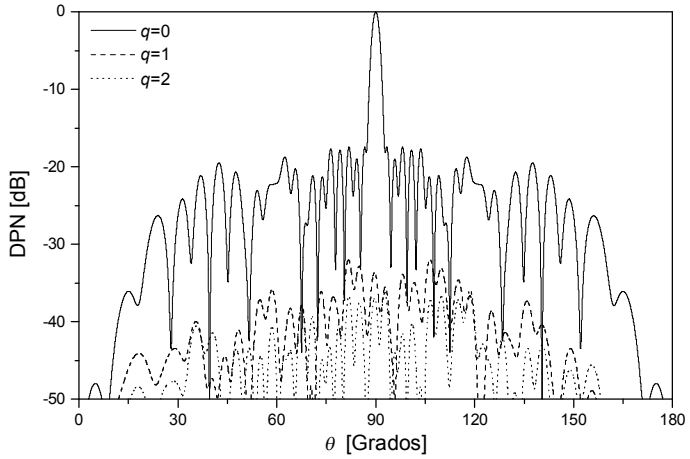



**Figura 5-8.** Densidad de potencia promedio normalizada (a la frecuencia *f*) para los modos fundamental *q*=0 y dos primeros armónicos (*q*=1,2) de una agrupación de dipolos colineales alineados a lo largo del eje *z*, optimizando $\xi_n$ y $z_n$.

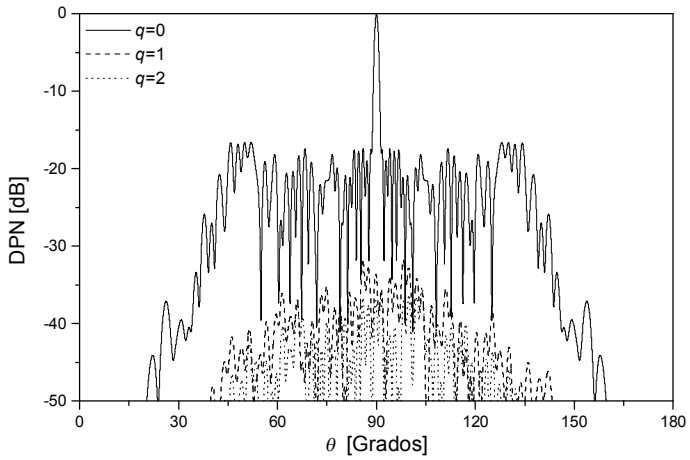



**Figura 5-9.** Densidad de potencia promedio normalizada (a la frecuencia 2*f*) para los modos fundamental *q*=0 y dos primeros armónicos (*q*=1,2) de una agrupación de dipolos colineales alineados a lo largo del eje *z*, optimizando $\xi_n$ y $z_n$.

Estableciendo los criterios $\xi_n<0{,}1 \Rightarrow \xi_n=0$ o bien $\xi_n>0{,}9 \Rightarrow \xi_n=1$ (lo cual implica que para todos los elementos $0{,}1 \leq \xi_n \leq 0{,}9$), es posible obtener los patrones de las Figuras 5–10 y 5–11 (en este caso se suprimen los elementos 3, 24, 25 y 27, y se alimentan continuamente los elementos 0 y 20).

| $n$ | $z_n$ (en $\lambda_f$) | $\xi_n$ |
|---|---|---|
| 0 | 0,000 | 0,982 |
| 1 | 0,700 | 0,887 |
| 2 | 1,400 | 1,000 |
| 3 | 2,105 | 0,005 |
| 4 | 2,820 | 1,000 |
| 5 | 3,770 | 1,000 |
| 6 | 4,497 | 1,000 |
| 7 | 5,.201 | 1,000 |
| 8 | 5,905 | 1,000 |
| 9 | 6,612 | 1,000 |
| 10 | 7,316 | 1,000 |
| 11 | 8,021 | 1,000 |
| 12 | 8,779 | 1,000 |
| 13 | 9,566 | 1,000 |
| 14 | 10,516 | 1,000 |

| $n$ | $z_n$ (en $\lambda_f$) | $\xi_n$ |
|---|---|---|
| 15 | 11,466 | 1,000 |
| 16 | 12,166 | 1,000 |
| 17 | 12,866 | 1,000 |
| 18 | 13,567 | 1,000 |
| 19 | 14,517 | 0,626 |
| 20 | 15,224 | 0,916 |
| 21 | 16,174 | 1,000 |
| 22 | 16,883 | 0,120 |
| 23 | 17,834 | 1,000 |
| 24 | 18,535 | 0,009 |
| 25 | 19,483 | 0,005 |
| 26 | 20,184 | 1,000 |
| 27 | 20,884 | 0,004 |
| 28 | 21,584 | 0,899 |
| 29 | 22,284 | 1,000 |

**Tabla 5- 3.** Posiciones y duraciones de pulsos de los elemento optimizados con la función de coste $C_B$.

Considerando el criterio $0,1 \leq \xi_n \leq 0,9$ se pueden eliminar los elementos 3, 24, 25 y 27, y alimentar continuamente los elementos 0 y 20.

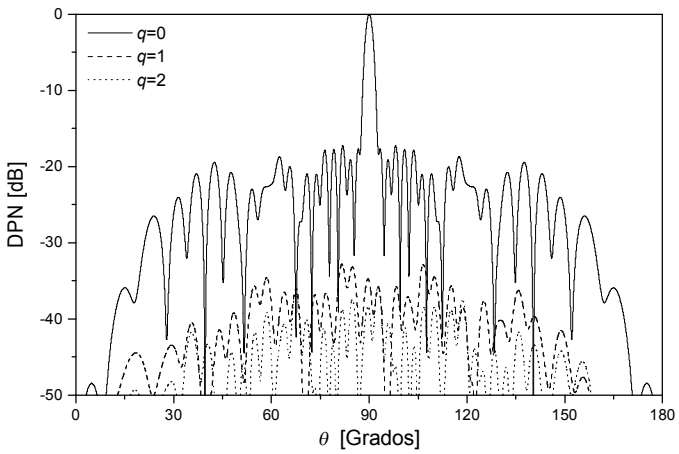



**Figura 5-10.** Densidad de potencia promedio normalizada (a la frecuencia *f*) para los modos fundamental $q$=0 y dos primeros armónicos ($q$=1,2) de la solución de la Tabla 5–3 cuando a los elementos se les ha aplicado el criterio de $0,1 \leq \xi_n \leq 0,9$.

Compárese con la Figura 5-8: los patrones de modo fundamental son prácticamente iguales.

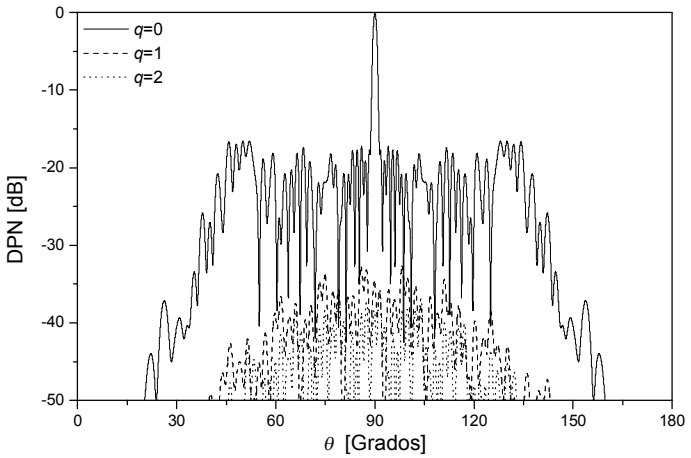



**Figura 5-11.** Densidad de potencia promedio normalizada (a la frecuencia 2*f*) para los modos fundamental *q*=0 y dos primeros armónicos (*q*=1,2) de la solución de la Tabla 5–3 cuando a los elementos se les ha aplicado el criterio de $0{,}1 \leq \xi_n \leq 0{,}9$. Compárese con la Figura 5-9.

### 5.3.3.3 ANÁLISIS DE ALGUNOS PARÁMETROS DE LOS PATRONES OBTENIDOS EN EL EJEMPLO ANTERIOR.

Para observar el comportamiento de la agrupación obtenida en el ejemplo anterior, a continuación se realiza un breve análisis en ancho de banda (entre *f* y 2*f*) de algunos de sus parámetros. En la Figura 5-12 se observa el valor del nivel máximo de lóbulos laterales del patrón en modo fundamental (*q*=0) en función de la frecuencia. También se ha representado el valor máximo de la amplitud del patrón del primer armónico (*q*=1). Según se observa, ambos parámetros tienen una respuesta cuasi–plana dentro de la banda de frecuencias considerada.

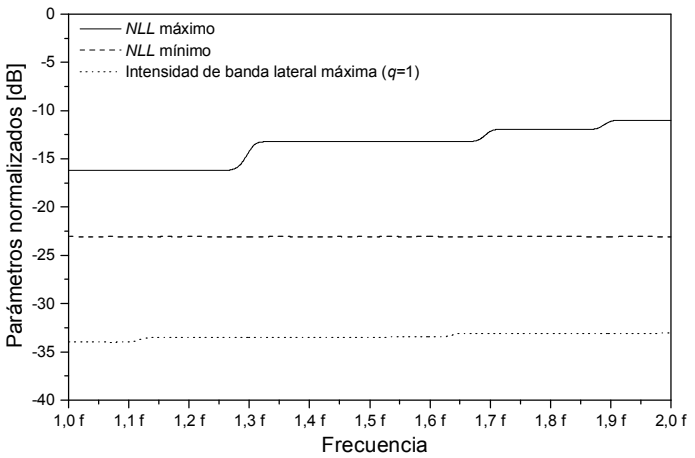


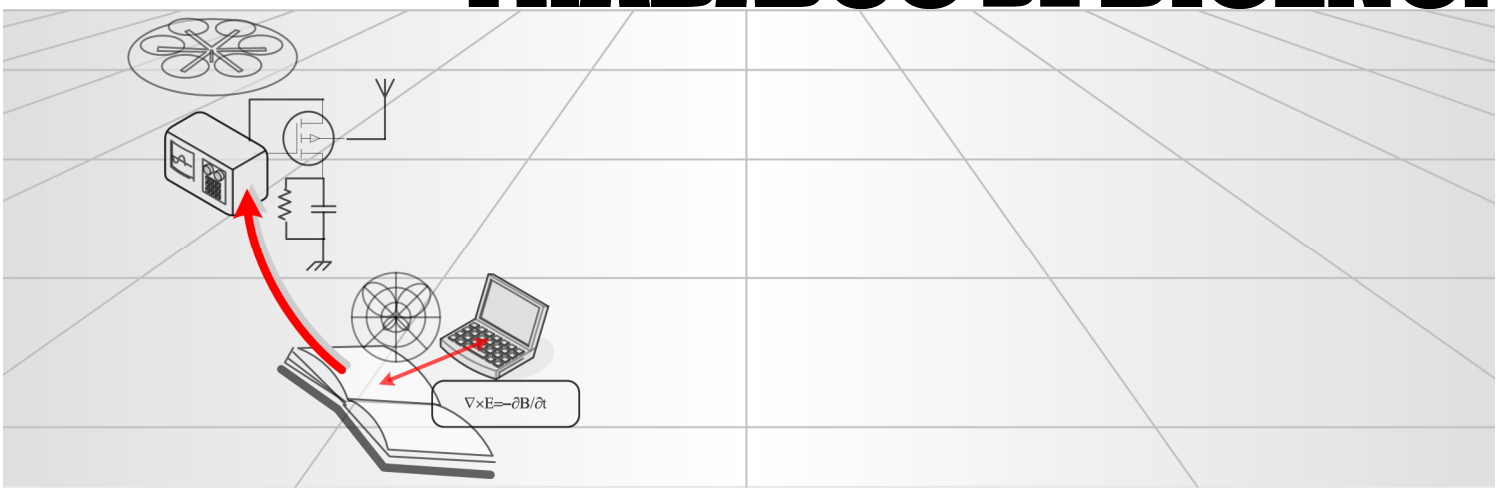

**Figura 5-12.** Densidad de potencia promedio normalizada para los modos fundamental *q*=0 y dos primeros armónicos (*q*=1,2).

### 5.3.4 CONCLUSIONES.

La inserción de dispositivos de encendido y apagado en la red de alimentación de una agrupación de antenas con una distribución (estática) de excitación uniforme permite tener control sobre el nivel de lóbulos laterales del patrón a frecuencia fundamental, mediante la adecuada selección de los pulsos de modulación temporal. Si los elementos de la agrupación no se ubican en posiciones equiespaciadas, es posible obtener una agrupación con una respuesta de banda ancha. A este respecto, sin embargo, hay que hacer dos aclaraciones: por un lado, si se utilizan dipolos, cuyo modelo es, básicamente, de banda estrecha, hay que tener en cuenta también la modificación de sus impedancias, procediéndose de un modo similar a como se ha hecho en la Sub–Sección 2.2.3 (esto no se ha considerado aquí); por otro lado, esta primera consideración trae como consecuencia el análisis de los efectos de acoplo mutuo entre elementos de la agrupación. Sin embargo, antes de aplicar las fórmulas establecidas en la Sub–Sección 2.2.3, es necesario realizar un estudio de la influencia de los pulsos aplicados a los dipolos, para especificar si éstos influyen, o no, en los resultados, ya que hay que prestar atención a la presencia de los armónicos, de manera similar a como se ha hecho en la Sub–Sección 3.6.2 dedicada al estudio de las pérdidas término a término de la agrupación. Esto se deja para un trabajo futuro.

# QUINTA PARTE:

# TRABAJOS DE DISEÑO.



# CAPÍTULO 6

## DISEÑO: ANTENAS PARA COMUNICACIONES WLAN.

## 6.1 INTRODUCCIÓN.

En este Capítulo se presenta un conjunto de diseños destinados a aplicaciones en las que se requieran diagramas de radiación cónicos, similares a los descritos en la Sub–Sección 4.8, páginas 275 y subsiguientes. Estos diseños se realizan con la ayuda de una herramienta software de simulación basada en el método de los momentos. La corrección de algunos de los resultados numéricos así obtenidos se verifica con la construcción y medida de dos prototipos experimentales. Para especificar la bondad de las configuraciones presentadas, las cuales comparten características de radiación y de impedancia comunes, se realiza una comparación entre ellas, mediante el correspondiente cálculo de ciertos parámetros conocidos en la literatura técnica, y comentados en Capítulos posteriores, como ancho de banda de $S_{11}$, razón axial, rizado, etcétera. También se definen otros parámetros, no publicados con anterioridad en la literatura técnica, como $S_{11}$ promedio, desviación estándar ponderada de $S_{11}$ dentro del ancho de banda, desviación media cuadrática de haz en la zona de cobertura, etcétera. La contribución a la literatura técnica del trabajo de investigación descrito en este Capítulo es dual: por un lado se presentan diseños que cumplen con gran precisión los requerimientos establecidos para antenas de comunicaciones WLAN; por otro se definen Parámetros de Calidad que podrán ser utilizados posteriormente, fuera del contexto específico en el que aquí se presentan.

## 6.2 DISEÑO DE AGRUPACIONES DE ANTENAS QUE GENERAN DIAGRAMAS TOROIDALES: APLICACIÓN A REDES WLAN.

### 6.2.1 INTRODUCCIÓN.

Se sabe que los diagramas cónicos (toroidales) generados por antenas que radian campos polarizados linealmente son muy útiles en diferentes aplicaciones. Un claro ejemplo de ello es su uso en Redes de Área Local (*Local Area Networks*, que incluyen los estándares WLAN e HiperLAN, operando en las bandas S –2 a 4 GHz– y C –4 a 8 GHz– [OHRTMAN2003]): los dispositivos radiantes han de ser instalados en el techo de los recintos que alojan y administran las estaciones computadoras, tal y como se ha descrito en la Sub–Sección 4.8.1, citándose allí las características más relevantes requeridas para este tipo de aplicaciones. Respecto de dichas características, en la literatura técnica se observa que muchas de las líneas de investigación se han dirigido a obtener soluciones basadas en antenas de parches, debido a su facilidad de fabricación y bajo coste, pero a costa de obtener configuraciones de banda estrecha en términos de impedancia de entrada, una característica que constituye la mayor desventaja de este tipo de dispositivos radiantes, según se ha comentado en la Sub–Sección 2.3.2. En dicha Sub–Sección se han especificado los posibles caminos a seguir para obtener un ensanchamiento de banda [MAYHEW2004]: uso de múltiples resonancias, de materiales con pérdidas o bien mediante adaptación de impedancias. También se ha dicho que últimamente las soluciones con parches acoplados electromagnéticamente (PAEMs) han dado muy buenos resultados,

con un ensanchamiento de la banda de $|S_{11}|$ que puede alcanzar valores de hasta un 30%, indicándose la causa de dicho ensanchamiento. Desafortunadamente, las soluciones de PAEMs propuestas poseen una simetría rotacional no muy buena, debido a que las líneas de transmisión alimentadoras (por acoplo) poseen geometrías asimétricas [DAVIDOVITZ1989, GUO1997, GUO2004].

Es razonable pensar que varios PAEMs asimétricos distribuidos en una agrupación circular pueden generar un haz toroidal, siempre y cuando el patrón de cada elemento se seleccione apropiadamente. Dicha distribución espacial sugiere por sí sola la posibilidad de extender la técnica utilizando un solo elemento con simetría rotacional, con una configuración geométrica similar a la de la agrupación mencionada. Desde estas perspectivas se investigan las configuraciones presentadas a continuación.

### 6.2.2 AGRUPACIÓN CIRCULAR DE PARCHES CIRCULARES.

Según se ha dicho anteriormente, se explora la posibilidad de que la agrupación de varios elementos de parches acoplados a alimentadores con forma de L dispuestos a lo largo de un círculo puede radiar un haz toroidal, bajo la condición de que cada elemento radie un patrón suma cuya amplitud máxima está ligeramente desplazada de la normal del plano del parche radiante. Si la agrupación se construye de manera de evitar (o al menos minimizar) el acoplo electromagnético entre elementos, la impedancia de entrada de cada elemento variará muy poco, aun cuando estén distribuidos en un grupo. De acuerdo a esto, para el diseño de una agrupación adecuada es necesario un procedimiento compuesto por dos pasos: primero, el diseño de un PAEM que satisface el requerimiento de buen ancho de banda de impedancia de entrada, además del desplazamiento del máximo del haz suma que éste radia; y segundo, el diseño de una agrupación circular compuesta por los elementos diseñados en el paso anterior, ubicados tan cerca como sea posible entre sí para obtener un ensanchamiento de haz, pero separados la distancia necesaria para evitar una severa reducción del ancho de banda de $|S_{11}|$. Esto puede obtenerse con la ayuda de alguna de las herramientas software basadas en el Método de los Momentos disponibles en el mercado (en este trabajo se ha utilizado el IE3D, ver Sub–Sección 1.7.6.3 [ZELAND2005], una herramienta basada en el Método de los Momentos, ver Sub–Sección 1.7.2), y según se explica en las siguientes Sub–Secciones.

### 6.2.3 ETAPA I: DISEÑO DE UN PAEM.

En la Figura 6-1 se observa la geometría del elemento (similar al descrito en la Sub–Sección 2.3.3) diseñado en esta primera etapa. Consiste en un parche circular radiante de radio $R_R$, con una línea de alimentación de microcinta (LM) de ancho $w_M$ y longitud $l_M$, ubicada debajo del parche a una distancia $h_{FR}$; un pin de cable coaxial que alimenta la LM y, finalmente, un plano de tierra infinito[109] localizado a una distancia $h_{GF}$ debajo de la LM, con un dieléctrico de dos capas (no presentado en la figura por sencillez), con $\varepsilon_r$=1, para evitar pérdidas en los sutratos.

[109] La selección de un plano de tierra infinito reduce el tiempo de cómputo requerido por el simulador a costa de perder precisión en el cálculo. Sin embargo, una precisión demasiado alta no es de importancia crítica en este estadio, por lo que los refinamientos en el cálculo se dejan para los estadios finales del diseño, según se detalla más adelante.

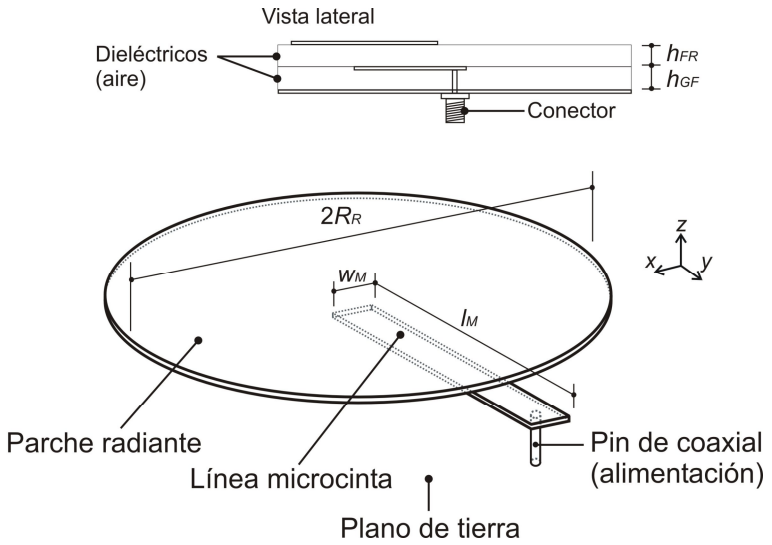



**Figura 6-1.** Parche acoplado electromagnéticamente, con acoplo directo mediante línea de transmisión tipo microcinta rectangular.

La LM se ubica paralelamente a un radio del parche, y sus dimensiones y posición se ajustan de tal manera de producir una adaptación de impedancias óptima, en términos del ancho de banda relativo, definido con la ecuación (6–1), siendo $f_H$ y $f_L$ las frecuencias superior e inferior dentro de las cuales la amplitud de $S_{11}$ (en lo que sigue, $S_{11}$ representará $|S_{11}|$, a menos que se indique lo contrario) se mantiene por debajo de –10 dB (ver Sub–Sección 1.5.7, página 72), mientras que $f_C$ es la frecuencia central:

$$BW_{\%} = 100\left(\frac{f_H - f_L}{f_C}\right), \text{ siendo } f_C = \frac{f_H + f_L}{2} \ . \qquad (6\text{–}1)$$

Inicialmente, el parche se selecciona con un radio menor que $\lambda_D/2$ (la mitad de la longitud de onda a la frecuencia de diseño), para asegurar que radiará un patrón suma. Este valor se ha de modificar convenientemente, de modo que se produzca un desplazamiento apropiado de la banda, puesto que el tamaño del parche controla la frecuencia de máxima resonancia (en términos de $S_{11}$). La adaptación –y el ensanchamiento de banda– de la impedancia de entrada también se controla con las distancias $h_{GF}$ y $h_{FR}$. La apropiada selección de dichos parámetros ($R_R$, $h_{GF}$ y $h_{FR}$), mediante prueba y error, determina el comportamiento del parche radiante. En la Figura 6-2 se observa un diagrama de flujo del proceso de diseño explicado a continuación.

Se considera que los cambios de los parámetros durante el proceso de prueba y error (u "optimización manual") son del orden del 10% de sus correspondientes valores iniciales. Es difícil especificar con precisión las secuencias de dichos cambios, estando éstas enormemente influenciadas por la experiencia del diseñador. En líneas generales, el proceso podría resumirse cualitativamente así:

Se selecciona un radio inicial del parche igual a $\lambda_D/4$. Conforme se aumente el radio, el patrón incrementará su ganancia, pero a costa de estrechar el haz. También es natural suponer que el incremento del radio hará que la frecuencia central se desplace hacia valores más bajos, ya que la longitud de onda de resonancia natural del parche será más grande. El efecto contrario será producido

con la disminución del radio del parche. El diseñador decidirá el punto de compromiso entre ancho de haz, ganancia requerida del patrón y frecuencia central requerida para seleccionar finalmente el radio del parche.

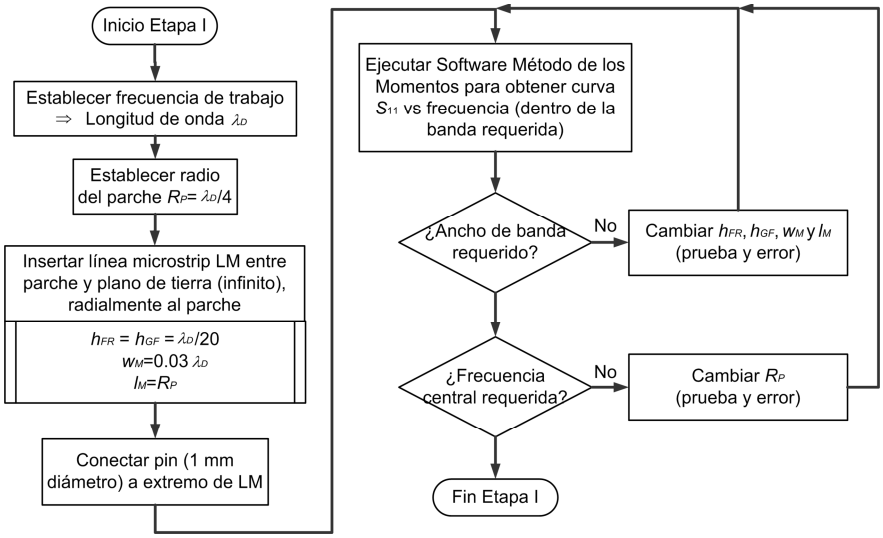



**Figura 6-2.** Diagrama de flujo del proceso de diseño correspondiente a la Etapa I, basado en la técnica de prueba y error.

Por otra parte, el desplazamiento horizontal de la LM respecto del centro del parche tendrá dos efectos: la inclinación del haz suma respecto de la normal al parche (lo que determinará, en última instancia, el apuntamiento del haz toroidal), y el cambio de la impedancia de entrada (y por lo tanto del ancho de banda de $S_{11}$) de la antena.

La selección de un valor inicial de $l_M$ igual al radio del parche está justificada por el hecho de que la mayor parte del acoplo se produce en la zona en que la LM y el parche están más cerca. Un valor inicial de $w_M$ igual a $\lambda_D/20$ es una ligera aproximación al radio del pin de alimentación, sólo como punto de partida. Finalmente, las alturas $h_{GF}$ y $h_{GR}$ se han considerado iguales entre sí en el proceso de prueba y error, ya que esto es suficiente para alcanzar los parámetros deseados (en otras palabras: la complicación adicional de seleccionar $h_{GF}$ y $h_{GR}$ distintos no produce resultados significativamente mejores). El proceso de cambio de estas alturas permite hallar un compromiso entre las impedancias inductiva (largo del pin) y capacitiva (tamaños de LM y el parche radiante, además de distancia entre ambos y entre LM y la placa a tierra). La posición de LM también produce variación en el valor de la razón axial, aunque la experiencia del autor permite asegurar que este punto de diseño no es crítico.

### 6.2.4 ETAPA II: DISEÑO DE LA AGRUPACIÓN CIRCULAR.

La segunda etapa consiste en distribuir varios elementos, diseñados en la Etapa I, a lo largo de un círculo, ver Figura 6-3 (ejemplo de 6 parches), para luego realizar cambios adicionales hasta que se alcancen las especificaciones deseadas.

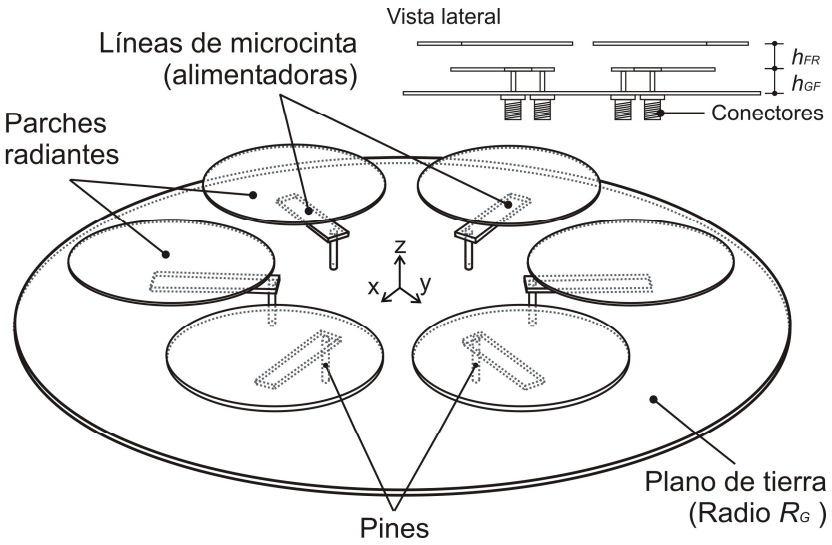



**Figura 6-3.** Agrupación de seis parches obtenidos en la Etapa I.

La simetría rotacional y el ancho del haz principal del toroide se controlan por el número de elementos (la primera por una cuestión obvia de superposición de campos, y la segunda por la cuestión también obvia de aumento del tamaño global de la antena conforme se agregan elementos a la agrupación). Además, dicho número juega un papel importante en la adaptación de impedancias de los elementos de la agrupación (cada elemento está alimentado individualmente mediante su correspondiente pin), puesto que los elementos no pueden ser dispuestos demasiado cerca unos de otros, debido al incremento del acoplo electromagnético entre ellos, lo que afecta al ancho de banda de $S_{11}$ que su cambio produce. El parámetro que ha de ser determinado también en esta etapa es el radio del plano de tierra $R_G$, cuyo valor se determina según la energía de radiación posterior (a mayor $R_G$, menores niveles de lóbulos posteriores, como es de esperar), y por el desplazamiento en frecuencia de $S_{11}$ obtenidos. El correspondiente diagrama de flujo de este estadio se observa en la Figura 6-4.

Esta distribución de elementos es fácil de diseñar pero, desafortunadamente, tiene un defecto, comentado anteriormente: el número de líneas coaxiales necesarias para la alimentación es igual al número de elementos de la agrupación. Esto requiere del diseño adicional de una red de alimentación por debajo del plano de tierra, lo cual representa un esfuerzo agregado al de los estadios explicados hasta ahora. Una alternativa a esta solución se describe en la siguiente Sub–Sección.

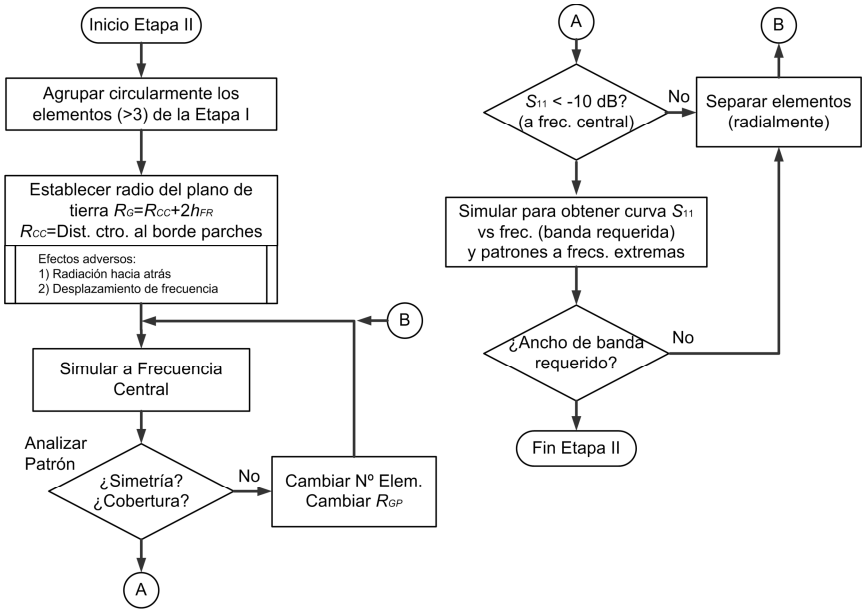



**Figura 6-4.** Diagrama de flujo del proceso de diseño correspondiente a la Etapa II.

### 6.2.5 Etapa III: Agrupación Circular con un Punto Único de Alimentación.

Un diseño alternativo, enfocado a reducir la complejidad de la red de alimentación necesaria para el modelo presentado en la Sub-Sección 6.2.4 se obtiene agrupando las LMs y conectando el pin de un solo coaxial en el centro, tal como se observa en la Figura 6-5.

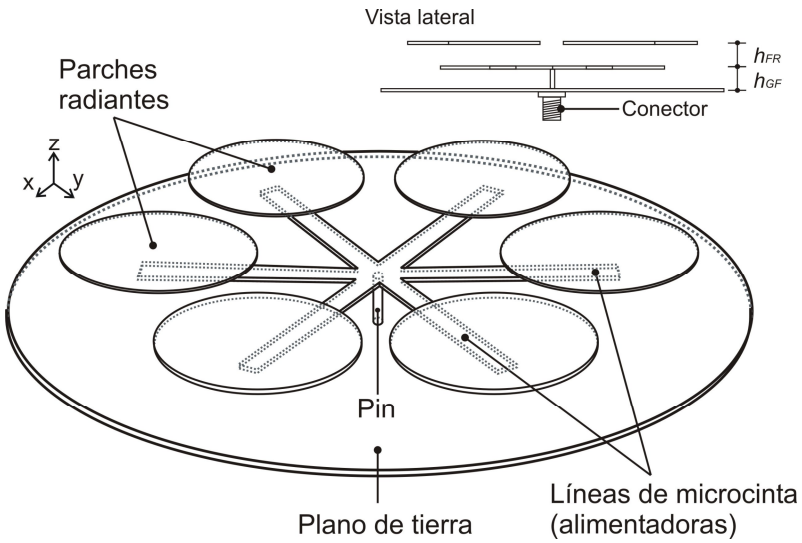



**Figura 6-5.** Agrupación de seis parches con un solo punto de alimentación: Etapa III.

En este caso, la presencia de campos de acoplo en la zona central de la agrupación, y el correspondiente cambio de impedancia de entrada medido en el punto de conexión del pin coaxial (distinto, naturalmente al de cada uno de los elementos de la agrupación anterior), requerirá,

indudablemente, el cambio de las longitudes iniciales, y los anchos, de cada una de las LMs, según se especifica en el diagrama de flujo de la Figura 6-6.

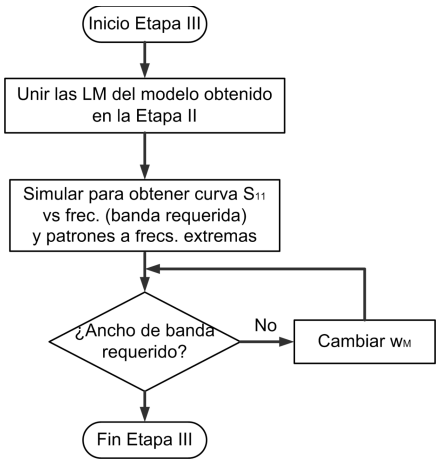



**Figura 6-6.** Diagrama de flujo del proceso de diseño correspondiente a la Etapa III.

Es necesario puntualizar que esta es una solución alternativa que no siempre produce los mejores resultados, aún insertando transiciones (saltos de ensanchamiento en $w_M$) entre el pin coaxial y las LMs obtenidas en la primera etapa.

### 6.2.6 ETAPA IV (ADICIONAL): ARO CIRCULAR RADIADOR CON ALIMENTADOR CIRCULAR.

Las configuraciones de las agrupaciones presentadas en la última Sub–Sección sugieren por sí solas la posibilidad de construir un modelo en el que los parches circulares se reemplazan por un solo aro circular cuyas dimensiones son comparables a las de la agrupación misma, según se esquematiza en la Figura 6-7.

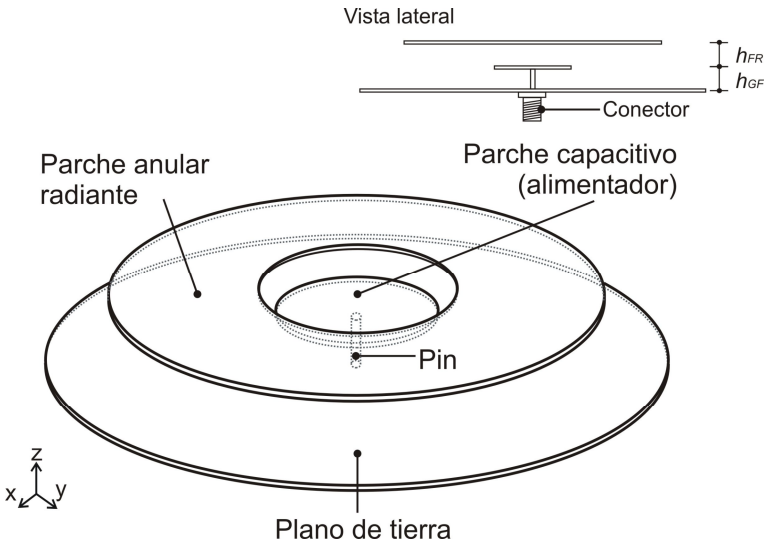



**Figura 6-7.** Parche anular acoplado electromagnéticamente: Etapa IV.

Esto garantiza una excelente simetría rotacional con un modelo simplificado (comparado con el de la agrupación), a costa de la reducción del ancho de banda de $S_{11}$, según se observa en los ejemplos presentados más adelante, ver Sub–Sección 6.2.9.4. El máximo ancho de banda se obtiene mediante la apropiada selección de las distancias verticales $h_{GF}$ y $h_{FR}$, el radio del alimentador circular $R_F$, y los radios interior y exterior ($R_R$ y $R_H$, respectivamente) del aro radiante (considerando que las permitividades de las capas dieléctricas son iguales a las del aire $\varepsilon_{r1}$= $\varepsilon_{r2}$=1, como en los diseños anteriores). No se presenta el diagrama de flujo, debido a su sencillez.

### 6.2.7 ETAPA V: PARCHE CIRCULAR (RELLENO) RADIANTE CON ALIMENTADOR CIRCULAR.

Una última simplificación de los diseños descritos en la Sub–Sección 6.2.6 se obtiene fácilmente cerrando el orificio del aro radiante (i.e., haciendo $R_H$=0), el cual, luego del reajuste de las restantes dimensiones, conlleva a una reducción adicional de la banda de $S_{11}$.

Todos los modelos descritos hasta aquí se presentan con ejemplos en la Sub-Sección 6.2.9. Tampoco se presenta el diagrama de flujo, debido a su sencillez.

### 6.2.8 PARÁMETROS UTILIZADOS PARA COMPARAR LOS DIFERENTES MODELOS.

Puesto que todas las antenas diseñadas mediante los procedimientos mencionados anteriormente comparten algunas características comunes, es necesario compararlas en términos de parámetros significativos. A continuación se hará uso de algunos parámetros convencionales, como ancho de banda de $S_{11}$ (definida anteriormente) y su valor promedio en dicha banda, ancho de haz (en términos de cierta ganancia mínima, convenientemente establecida), y ganancia máxima a frecuencias central y límites ($f_C$, $f_L$ y $f_H$). Pero además se definirán otros parámetros que también permitan especificar la bondad de los diseños, según se explica a continuación.

Inicialmente se define la Desviación Estándar Ponderada de $S_{11}$ (*Weighted Standard* $S_{11}$ *Deviation*) dentro del ancho de banda, $\xi$, como:

$$\xi = \left( \frac{1}{f_H - f_L} \int_{f_L}^{f_H} \left[ S_{11}(f) - S_{11,AV} \right]^2 Exp\left[ -\left| f - f_C \right| / \Delta \right] df \right)^{1/2} . \qquad (6\text{–}2)$$

En dicha ecuación, $f_H$ y $f_L$ son las frecuencias superior e inferior definidas en Sub–Secciones anteriores, las cuales especifican el ancho de banda obtenido. $S_{11,\,AV}$ es el Valor Promedio de $S_{11}$ (*Average* $S_{11}$):

$$S_{11,AV} = \frac{1}{f_H - f_L} \int_{f_L}^{f_H} S_{11}(f)\, df , \qquad (6\text{–}3)$$

y $\Delta$ (en unidades de frecuencia) es un factor de ponderación que se puede elegir como la mitad del ancho de banda mínimo requerido, según se explica a continuación.

La filosofía que conlleva a la definición de la ecuación (6–2) es la siguiente. La necesidad de mantener $S_{11}$ por debajo de cierto valor previamente establecido ha sido comentada en la página 72, ver ecuación (1–122). Pero también es deseable que sus oscilaciones dentro de la banda $f_L \leq f \leq f_H$ permanezcan limitadas, puesto que una dependencia demasiado acentuada de $S_{11}$ con la frecuencia podría degradar una uniforme recepción de la señal dentro del ancho de banda considerado (ya que variaría la impedancia de entrada de la antena). Esto, obviamente, obliga a mantener a desviación cuadrática estándar $[S_{11}(f)\text{-}S_{11,AV}]^2$ bajo control. Sin embargo, la desviación de $S_{11}$ respecto de su valor promedio[110], cerca de los límites del ancho de la banda, es inevitable, puesto que en dichos puntos la amplitud de $S_{11}$ forzosamente alcanza su valor máximo permitido (en otras palabras: así se define el ancho de banda de $S_{11}$). Consecuentemente, la contribución de $S_{11}$ en esta subregión de frecuencia a la desviación cuadrática media ha de ser reducida, en comparación con una contribución similar en el centro de la banda en donde $S_{11}$ tiene más libertad de cambiar; y allí es donde cuenta el término exponencial de ponderación que aparece en la ecuación (6–2). La selección del factor $\Delta$ tiene en cuenta la amplitud del coeficiente de peso: cuanto menor es $\Delta$, más "estrecha" es la función exponencial de ponderación, y viceversa. Como conclusión, es posible afirmar que una medida del buen comportamiento de una antena implica, entre otras cosas, valores pequeños del factor $\xi$.

El parámetro $\xi$ especifica el comportamiento de la antena como carga para la red de alimentación. Para juzgar el comportamiento de los modelos considerados como sistemas radiantes, es necesario el uso de otros parámetros, según se observa a continuación.

La intensidad normalizada de campo $F_X(\theta,\varphi)$, a frecuencias central $X=C$ y de extremos $X=L,H$ se define como:

$$F_X(\theta,\varphi) = \left|E_X(\theta,\varphi)\right|^2 \Big/ \left|E_C(\theta_0)\right|^2 , \qquad (6\text{–}4)$$

en la que $\theta_0$ es la dirección de máxima radiación de haz principal a la frecuencia central[111], y $|E_X(\theta,\varphi)|^2$ es la componente copolar del campo eléctrico (valor cuadrático) radiado, el cual representa la componente $E_\theta$ en los modelos aquí diseñados, siendo $E_\varphi$ la correspondiente componente contrapolar[112] [ecuación (1–71), página 41].

Resulta de interés definir un parámetro de calidad que describe la desviación de la forma del diagrama de radiación cuando se pasa de la frecuencia central a cualquiera de las frecuencias extremas.

---

[110] Existen varias definiciones alternativas del parámetro $\xi$, siendo una de ellas el tomar la diferencia cuadrática de $S_{11}(f)$ respecto del valor cero ($-\infty$ dB), que es, naturalmente, el valor deseado de $S_{11}$ para cualquier antena, es decir

$$\xi = \left( \frac{1}{f_H - f_L} \int_{f_L}^{f_H} S_{11}^2(f)\, Exp\left[ -\left| f - f_C \right| / \Delta \right] df \right)^{1/2} .$$

Para casos prácticos, sin embargo, $S_{11}$=0 es muy improbable, y es más conveniente considerar la diferencia respecto de $S_{11,AV}$.

[111] Se asume implícitamente que $\theta_0$ es independiente de $\varphi$. Si no es el caso (como en la mayoría de los modelos que aquí se presentan), se ha de considerar un valor promedio en el rango $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

[112] En lo que sigue de este Capítulo, $E$ y $F$ se referirán, a menos que se indique lo contrario, a las componentes copolares del campo y de la intensidad normalizada, respectivamente.

A este respecto, una medida conveniente es la Desviación Media Cuadrática del Haz (*Square Mean Beam Deviation*) en la zona de cobertura:

$$\eta_X = \left[ \left( \frac{1}{2\pi} \right) \left( \frac{1}{\Delta\theta_C} \right) \int_0^{2\pi} \int_{\theta_{IC}}^{\theta_{FC}} \left[ F_X(\theta,\varphi) - F_C(\theta,\varphi) \right]^2 d\theta \; d\varphi \right]^{1/2}, \tag{6–5}$$

siendo $\Delta\theta_C=\theta_{FC}-\theta_{IC}$ la apertura angular nominal del haz[113], a la frecuencia central, respecto de la dirección de máxima radiación $\theta_0$, y definida como la región dentro de la cual la ganancia es mayor que 3 dBi. Resulta evidente que un valor pequeño de $\eta_X$ implicará un mejor comportamiento de la antena dentro del ancho de banda operativo (ya que significará que, en promedio, la desviación del patrón a cierta frecuencia extrema *–L* o *H–* respecto del patrón a frecuencia central, y dentro de la zona de cobertura, también será pequeña).

Otro parámetro de calidad es el rizado del diagrama de radiación, conforme se recorre la coordenada $\varphi$. Definiendo el Valor Promedio de la Intensidad de Campo como función de $\theta$:

$$F_{C,AV}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_C(\theta,\varphi) d\varphi, \tag{6–6}$$

el rizado máximo a frecuencia central se puede definir como[114]:

$$\rho_{MAX} = \max\left\{ \left| 10\log_{10}\left[ F_C(\theta,\varphi) / F_{C,AV}(\theta) \right] \right| \right\}, \tag{6–7}$$

Como es usual, un valor más pequeño de $\rho_{MAX}$ implica un mejor rizado de la antena, estando calculado este valor en la zona de cobertura $(\theta_{IC},0)\leq(\theta,\varphi)\leq(\theta_{FC},2\pi)$.

La pureza de polarización se define, a la frecuencia central, del modo usual, ver Sub–Sección 1.5.3,

$$AR_{MIN} = \mathrm{Min}\left\{ 10\log_{10}\left[ \left| E_{\theta,C}(\theta,\varphi) \right|^2 \Big/ \left| E_{\varphi,C}(\theta,\varphi) \right|^2 \right] \right\}, \tag{6–8}$$

de manera de poder determinar su peor valor dentro de la zona de cobertura $(\theta_{IC},0)\leq(\theta,\varphi)\leq(\theta_{FC},2\pi)$.
Nótese que los parámetros introducidos hasta aquí proveen números, y no gráficas, lo cual resulta ventajoso a la hora de determinar el comportamiento de una antena o de un conjunto de sistemas radiantes comparables entre sí.

Para facilitar la lectura de las siguientes Sub–Secciones, en la Tabla 6–1 se listan las definiciones de los parámetros más relevantes definidos a lo largo de este Capítulo.

[113] Nuevamente, se asume implícitamente que $\Delta\theta_C$ es independiente de $\varphi$. Si éste no es el caso –como sucede en varios modelos aquí presentados– se ha de tomar el valor promedio en el rango $0\leq\varphi\leq2\pi$.

[114] Una definición similar puede establecerse para frecuencias extremas, aunque esto no se incluye aquí por sencillez.

| PARÁMETRO | DEFINICIÓN |
|---|---|
| $N_E$ | Número de elementos (parches radiantes) de la agrupación. |
| $N_P$ | Número de pines (alimentadores) de la agrupación. |
| **LM** | Línea microstrip (de alimentación). |
| $h_{GF}$ | Distancia vertical desde el plano de tierra al alimentador (LM o parche circular, según corresponda). |
| $h_{FR}$ | Distancia vertical desde el alimentador (LM o parche circular, según corresponda) al parche radiante. |
| $w_M$ | Ancho de LM. |
| $l_M$ | Longitud de LM. |
| $R_F$ | Radio del alimentador (parche circular). En los modelos A, B y C, representa la distancia horizontal desde el centro de la agrupación al borde externo de cualquiera de las LMs. |
| $R_R$ | Radio externo de cada parche radiante. |
| $R_H$ | Radio interno (orificio) de cada parche radiante. |
| $R_{CC}$ | Distancia horizontal entre el centro de la agrupación y el centro de cualquiera de los parches radiantes. |
| $R_G$ | Radio del plano de tierra. |
| $f_D$ | Frecuencia de diseño (o de trabajo). |
| $f_X$ | Frecuencias inferior, ($X$=$L$), superior ($X$=$H$) o central ($X$=$C$). |
| $f_{CE}$, $f_{CS}$ | Frecuencias centrales de las curvas $S_{11}$ correspondientes a los modelos experimental y simulado, respectivamente, ver ecuación (6–9). |
| $\sigma_{\%}$ | Desplazamiento en frecuencia de $f_{CE}$ respecto de $f_{CS}$, expresada en tanto por ciento, ver ecuación (6–9). |
| $BW_{\%}$ | Ancho de banda de $S_{11}$, expresada en tanto por ciento, ver (6–1). |
| $S_{11,AV}$ | $S_{11}$ promedio dentro de la banda operativa $BW$, ver (6–3). |
| $\xi$ | Desviación estándar ponderada de $S_{11}$ (respecto de su valor promedio) dentro de la banda operativa $BW$, ver (6–2). |
| $\theta_{I,X}$ | Ángulo $\theta$ mínimo de la zona de cobertura de 3 dBi a la frecuencia $f_X$. Si no se utiliza el subíndice $X$, entonces corresponde a la frecuencia central. |
| $\theta_{F,X}$ | Ángulo $\theta$ máximo de la zona de cobertura de 3 dBi a la frecuencia $f_X$. Si no se utiliza el subíndice $X$, entonces corresponde a la frecuencia central. |
| $\Delta\theta_X$ | Zona angular de cobertura (3 dBi de ancho de haz) a la frecuencia $f_X$. Si no se utiliza el subíndice $X$, entonces corresponde a la frecuencia central. |
| $F_X$ | Intensidad de campo normalizada, ver (6–4), a $f_C$, $f_H$ ó $f_L$. |
| $G_{MAX}$ | Máxima ganancia absoluta polarizada (componente $E_\theta$) dentro de $\Delta\theta$. |
| $\eta_X$ | Desviación media cuadrática de la ganancia absoluta (respecto de aquélla a $f_C$), a $X$=$L$ ó $X$=$H$, ver (6–5). |
| $\rho_{MAX}$ | Máximo rizado dentro de la zona de cobertura a $f_C$, ver (6–7). |
| $AR_{MIN}$ | Razón axial mínima medida dentro de la zona de cobertura, a $f_C$, ver (6–8). |

**Tabla 6–1.** Lista de parámetros utilizados a lo largo de este Capítulo.

### 6.2.9 EJEMPLOS DE DISEÑOS NUMÉRICOS.

A continuación se presentan varios ejemplos, de acuerdo a las líneas de diseño descritas anteriormente. Las Sub–Secciones 6.2.9.1 a 6.2.9.5 se han organizado teniendo en cuenta las etapas de diseño descritas en las Sub–Secciones 6.2.3 a 6.2.7, respectivamente.

#### 6.2.9.1 PARCHE CIRCULAR ALIMENTADO POR UN PIN COAXIAL.

Para una frecuencia de diseño de 5,24 GHz ($\lambda_D$=57,21 mm) –compatible con una de las frecuencias WLAN estándar [OHRTMAN2003]–, y de acuerdo a lo esbozado en la Sub–Sección 6.2.3, ver diagrama de flujo de la Figura 6–2 (el diámetro del pin del coaxial se toma igual a 1 mm), se ha diseñado un prototipo numérico, con las siguientes características geométricas: $R_R$ = 12 mm, $l_M = R_R$, $w_M$ = 1,5 mm, y $h_{GF} = h_{FR}$ = 3 mm. El parámetro $S_{11}$ de este modelo permanece por debajo de –10 dB desde $f_L$=4,96 GHz hasta $f_H$=6,29 GHz, dando una $f_C$=5,61 GHz y un ancho de banda *BW*=23,64%.

Por brevedad, ni la curva del parámetro $S_{11}$ ni el valor de $\xi$ se darán aquí, dejando esta información y las discusiones pertinentes para los casos más relevantes evaluados exhaustivamente en las Sub–Secciones siguientes.

#### 6.2.9.2 AGRUPACIÓN CIRCULAR CON VARIOS PUNTOS DE ALIMENTACIÓN.

Con el elemento diseñado en la Sub–Sección anterior, y aplicando el diagrama de flujo de la Figura 6–4, se han sintetizado dos agrupaciones. El modelo A está compuesto por 6 elementos, ver Figura 6-3. Las características geométricas y los parámetros electromagnéticos de este modelo se presentan en las Tablas 6–2 y 6–3, respectivamente.

El ancho de banda de $S_{11}$ de esta agrupación se ha reducido aproximadamente un 1%, respecto de aquél obtenido con un solo elemento. Se observa una máxima ganancia $G_{MAX}$=10,46 dBi a la frecuencia $f_H$ (radiación hacia atrás siempre por debajo de 0 dBi). En el peor caso (a $f_H$), se obtiene una zona de cobertura $\Delta\theta_H = \theta_{FH} - \theta_{IH}$=33,48º, con una simetría rotacional garantizada por un $\rho_{MAX}$=0,08 dB. Para poder hacer uniforme la comparación de todos los modelos, el parámetro $\xi$ ha sido calculado asumiendo que, en todos los casos, $\Delta$=0,06; que representa el valor $(f_H - f_L)/2$ del modelo F, ver Sub–Sección 6.2.9.5. Un examen de $\eta_L$ y $\eta_H$ permite establecer que, respecto de la frecuencia central, el Modelo A se ha degradado en la misma proporción en las frecuencias extremas.

El Modelo B está compuesto de 4 elementos. Comparándolo con el Modelo A, sus dimensiones se han reducido ($R_G$= 45 mm, y $R_{CC}$ = 22 mm). El ancho de banda de $S_{11}$ es similar al del modelo de 6 elementos (*BW*=21,26%), aunque el parámetro $\xi$ ha decrecido ligeramente. Sin embargo, el $S_{11,AV}$ ha aumentado ligeramente. Dentro de la zona de cobertura, el patrón posee un rizado $\rho_{MAX}$=0,02 dB; que representa un muy buen resultado, a pesar de haber utilizado menos elementos que en el caso anterior (aunque se han distribuido en un círculo de menor radio, acercándolos). La degradación del patrón a $f_H$ se han incrementado, según se observa examinando los parámetros $\eta_H$ (comparar con los del Modelo A).

| Modelo | $N_E$ | $N_P$ | $h_{GF}$ | $h_{FR}$ | $w_M$ | $l_M$ | $R_F$ | $R_R$ | $R_H$ | $R_{CC}$ | $R_G$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Milímetros | | | | | | | | |
| A | 6 | 6 | 3,00 | 3,00 | 1,50 | 12,00 | 34,40 | 12,00 | – | 34,40 | 53,50 |
| B | 4 | 4 | 3,00 | 3,00 | 1,50 | 12,00 | 22,00 | 12,00 | – | 22,00 | 45,00 |
| C | 6 | 1 | 3,00 | 3,00 | 3,20 | – | 32,40 | 13,00 | – | 29,40 | 50,00 |
| D | 1 | 1 | 5,00 | 5,00 | – | – | 10,00 | 68,00 | 6,00 | – | 90,00 |
| E | 1 | 1 | 3,50 | 3,50 | – | – | 5,00 | 30,00 | 5,00 | – | 37,00 |
| F | 1 | 1 | 3,50 | 3,50 | – | – | 15,00 | 70,00 | 0,00 | – | 85,00 |
| G | 1 | 1 | 3,00 | 3,00 | – | – | 10,00 | 31,00 | 0,00 | – | 38,00 |

**Tabla 6–2.** Lista de valores de los parámetros geométricos de los modelos presentados en este Capítulo. Ver Tabla 6–1 para especificar el significado de cada símbolo. Los modelos ($C_{dS}$, $C_{dE}$) y ($E_{dS}$, $E_{dE}$) tienen exactamente los mismos parámetros geométricos que los modelos C y E, respectivamente (ver Sub–Sección 6.2.10), pero con la inclusión de tres láminas de dieléctricos de sujeción (ancho=longitud=120 mm, espesor=0,125 mm) que no afecta las distancias $h_{FR}$ o $h_{GF}$, ver Figuras 6–12 y 6–13.

| | Parámetros relacionados con la frecuencia y con $S_{11}$ | | | | | | | | Parámetros relacionados con el patrón | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Resultados de la simulación ($\varepsilon_r$=1, tan$\delta$=0) | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Modelo | $f_D$ | $f_L$ | $f_C$ | $f_H$ | $BW$ | $S_{11,AV}$ | $\xi$ | $\sigma_{\%}$ | $\theta_{IH}$ | $\theta_{FH}$ | $\Delta\theta_H$ | $G_{MAX}$ | $\rho_{MAX}$ | $AR_{MIN}$ | $\eta_L$ | $\eta_H$ |
| | GHz | | | | % | dB | | % | Grados | | | dBi | dB | | | |
| A | 5,24 | 5,00 | 5,64 | 6,28 | 22,70 | –15,69 | 0,0250 | – | 6,02 | 39,50 | 33,48 | 10,46 | 0,08 | 52,24 | 0,150 | 0,150 |
| B | 5,24 | 5,07 | 5,67 | 6,27 | 21,16 | –15,24 | 0,0203 | – | 8,03 | 37,81 | 29,78 | 7,02 | 0,02 | 45,52 | 0,150 | 0,216 |
| C | 5,24 | 4,88 | 5,42 | 5,96 | 19,93 | –16,73 | 0,0080 | – | 8,70 | 46,17 | 37,47 | 8,01 | 0,09 | 62,85 | 0,114 | 0,127 |
| D | 2,45 | 2,32 | 2,42 | 2,52 | 8,26 | –15,23 | 0,0621 | – | 10,71 | 49,52 | 38,81 | 7,57 | 0,00 | 65,84 | 0,131 | 0,060 |
| E | 5,24 | 4,99 | 5,32 | 5,64 | 12,23 | –14,75 | 0,0368 | – | 11,71 | 48,85 | 37,14 | 7,15 | 0,00 | 74,95 | 0,173 | 0,075 |
| F | 2,45 | 2,39 | 2,45 | 2,51 | 4,90 | –14,70 | 0,0541 | – | 11,38 | 49,52 | 38,14 | 7,60 | 0,00 | 76,24 | 0,090 | 0,088 |
| G | 5,24 | 5,14 | 5,31 | 5,48 | 6,40 | –14,68 | 0,0454 | – | 11,38 | 49,18 | 37,80 | 7,25 | 0,00 | 68,60 | 0,111 | 0,057 |
| Resultados de simulación y experimentación ($\varepsilon_r$=1, tan$\delta$=0, $\varepsilon_{rd}$=4,99, tan$\delta_d$=0,02) | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $C_{dS}$ | 5,24 | 4,52 | 5,08 | 5,63 | 21,87 | –17,47 | 0,0165 | – | 5,00 | 45,00 | 40,00 | 8,56 | 0,10 | 50,11 | 0,334 | 0,051 |
| $E_{dS}$ | 5,24 | 4,80 | 5,11 | 5,41 | 11,95 | –14,86 | 0,0429 | – | 10,00 | 45,00 | 35,00 | 6,36 | 0,01 | 69,93 | 0,407 | 0,148 |
| $C_{dE}$ | 5,24 | 4,38 | 4,96 | 5,53 | 23,21 | –13,63 | 0,0113 | –2,41 | 8,00 | 46,00 | 38,00 | 8,61 | 0,80 | 19,38 | 0,100 | 0,076 |
| $E_{dE}$ | 5,24 | 4,76 | 5,06 | 5,35 | 11,67 | –15,15 | 0,0449 | –0,97 | 12,00 | 52,00 | 40,00 | 6,81 | 0,70 | 30,88 | 0,155 | 0,118 |

**Tabla 6–3.** Lista de valores de los parámetros físicos de los modelos presentados en este Capítulo. Ver Tabla 6–1 para especificar el significado de cada símbolo. Los coeficientes $\varepsilon_r$ y tan$\delta$ corresponden al aire, mientras que $\varepsilon_{r,d}$ y tan$\delta_d$ corresponden a los dieléctricos de sujeción (ver Sub–Sección 6.2.10).

### 6.2.9.3 AGRUPACIÓN CIRCULAR CON UN PUNTO DE ALIMENTACIÓN.

Se puede utilizar el Modelo A como punto de partida para seguir las directrices establecidas en la Sub–Sección 6.2.5, ver diagrama de flujo de la Figura 6–6. Así, luego de modificar las LMs y unirlas en un punto común, se obtiene el Modelo C, cuya geometría se observa en la Figura 6-5. En las Tablas 6–2 y 6–3 se listan sus características geométricas, relativas al patrón que esta antena genera y a su curva

$S_{11}(f)$. Comparándolo con el Modelo A se observa que, además de las dimensiones de las LMs, también se han modificado otros parámetros geométricos ($R_R$, de 12 a 13 mm, reducción del plano de tierra, etc.). En este caso, $R_F$ representa la distancia medida desde el centro de la agrupación al borde extremo de cualquiera de las LMs, según se establece en la Tabla 6–1. En la Figura 6-8 se observa la curva $S_{11}$ vs. frecuencia (A), los diagramas polares del patrón en potencia a frecuencias extremas, variando $\theta$ (B) y variando $\varphi$ (C).

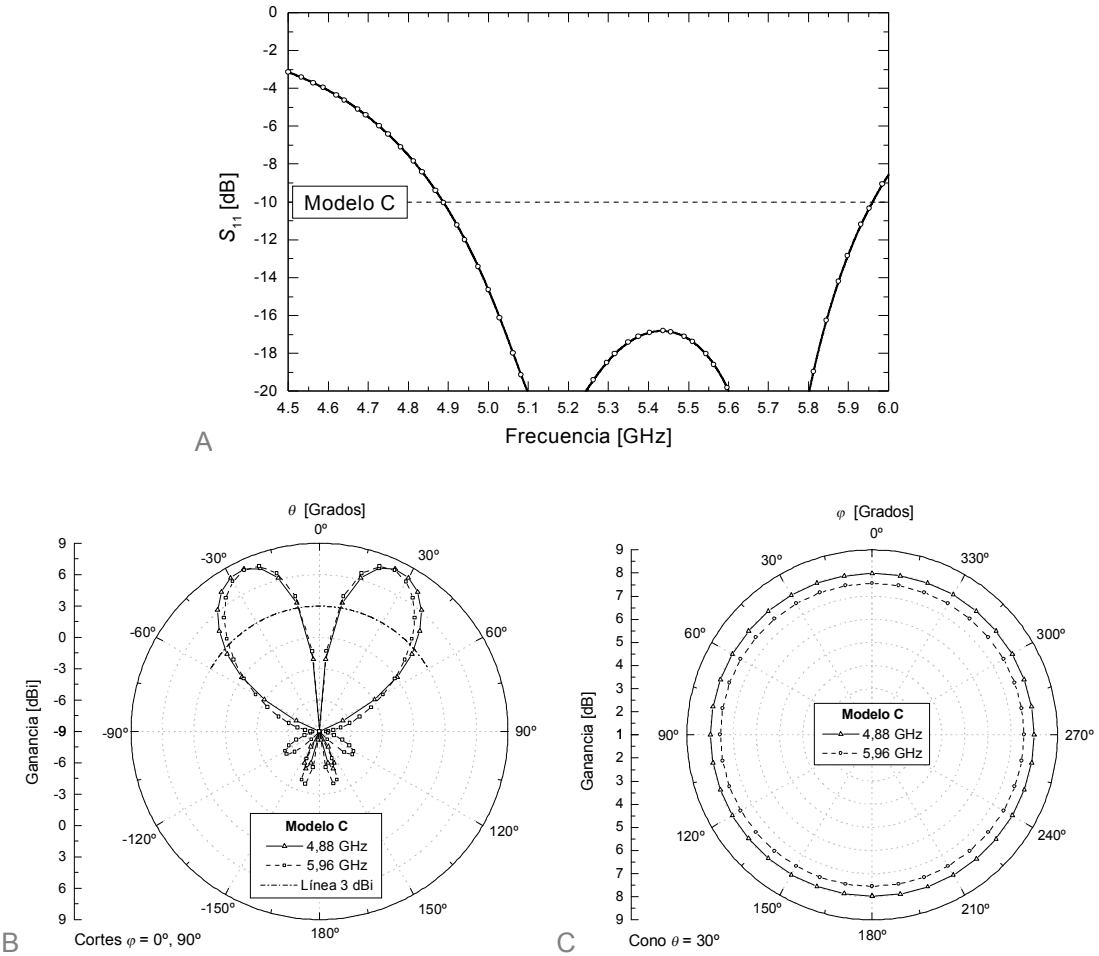



**Figura 6-8.** A. Curva $S_{11}$ vs frecuencia del Modelo C, ver Figura 6-5. B. Patrón en potencia a frecuencias extremas (cortes $\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º). Los límites de la zona de cobertura están determinados por un valor mínimo de 3 dBi. C. Patrón de potencia a frecuencias extremas (corte $\theta$=30º, $0 \leq \varphi \leq 360$º). Obsérvese la excelente simetría rotacional de dichos cortes.

En la Figura 6-9 se observa el patrón en potencia tridimensional generado por esta agrupación. Se observa que este es un prototipo numérico con buen comportamiento: la simetría rotacional puede ser cuantificada por un $\rho_{MAX}$=0,09; el parámetro $\xi$ se ha reducido, lo cual indica una mejor respuesta espectral si se los compara con los Modelos A y B; también se han obtenido mejores valores de $S_{11,AV}$, $\eta_L$ y $\eta_H$; la $G_{MAX}$ es igual a 8,01 dBi (comparar ganancias en Tabla 6–3).

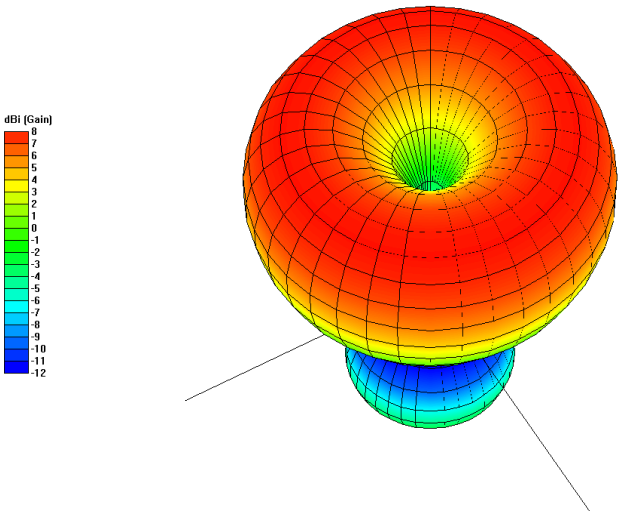



**Figura 6-9.** Figura polar tridimensional del patrón de densidad de potencia radiado por el Modelo C, obtenida con la aplicación IE3D, ver Sub–Sección 1.7.6.3. Nótese la excelente simetría rotacional.

### 6.2.9.4 PARCHE ANULAR RADIANTE CON ALIMENTADOR CIRCULAR.

El procedimiento descrito en la Sub–Sección 6.2.6 se aplica para diseñar dos Modelos adicionales, preparados para trabajar a sendas frecuencias de 2,45 y 5,24 GHz, de acuerdo al estándar de WLAN [OHRTMAN2003] (con un ancho de banda deseado de al menos 2%). Los parámetros de los Modelos resultantes (D y E) se presentan en las Tablas 6–2 y 6–3. Las curvas $S_{11}$ vs. frecuencia y los diagramas en potencia de los correspondientes patrones en potencia se observan en las Figuras 6–10 y 6–11.

La simetría rotacional es mejor que aquélla obtenida en los ejemplos previos (comparar diagramas polares en cortes $\theta$=30º de las Figuras anteriores), puesto que el rizado se ha reducido a un valor nulo (dos decimales de precisión, ver Tabla 6–3). La técnica de diseño se ha reducido significativamente a un proceso de una sola etapa, a expensas de estrechar la banda de $S_{11}$, incrementar el parámetro $\xi$ y reducir ligeramente la $G_{MAX}$ (aproximadamente 0,5 dB por debajo de la ganancia del Modelo C). Sin embargo, el diseño cumple perfectamente los requisitos especificados para las aplicaciones WLAN [OHRTMAN2003].

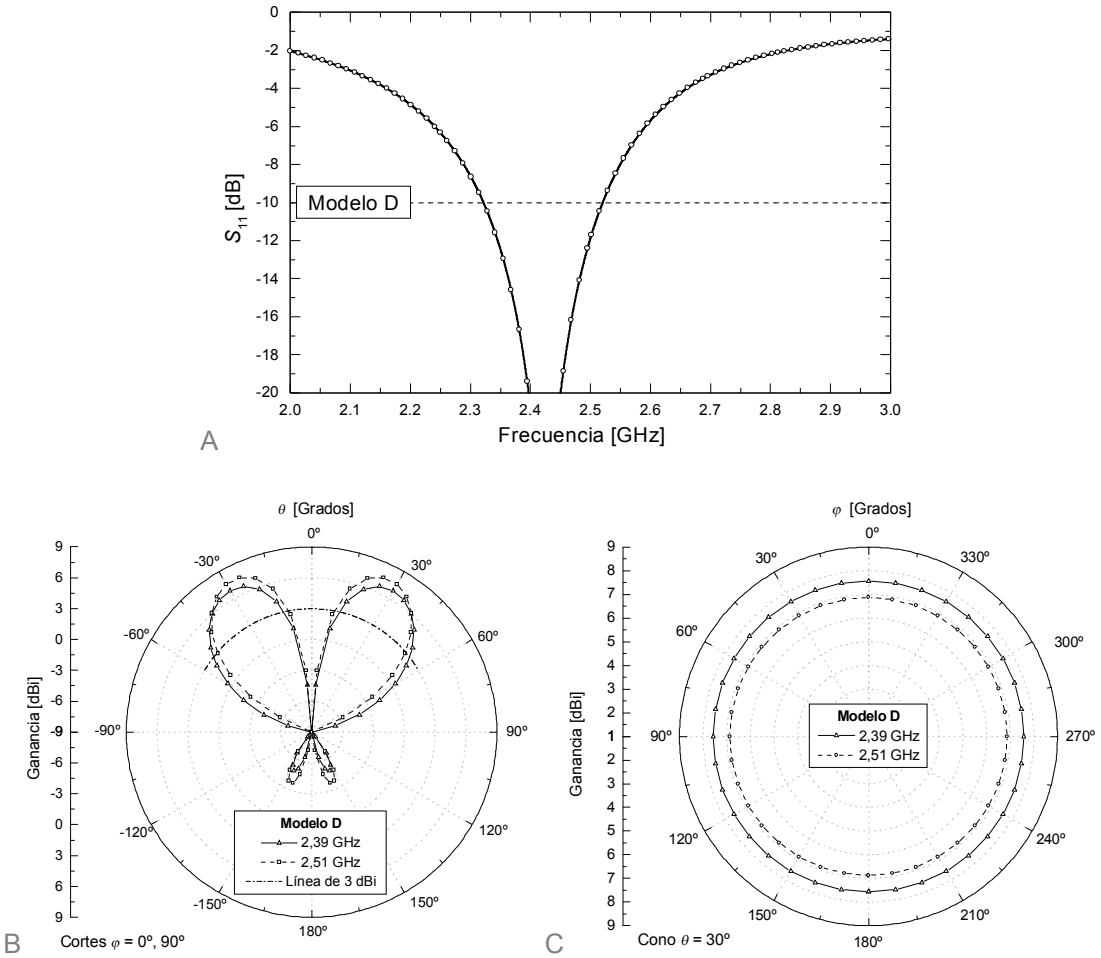



**Figura 6-10.** A. Curva $S_{11}$ vs frecuencia del Modelo D, ver Figura 6-7. B. Patrón en potencia a frecuencias extremas (cortes $\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º). Los límites de la zona de cobertura están determinados por un valor mínimo de 3 dBi. C. Patrón de potencia a frecuencias extremas (corte $\theta$=30º, $0 \leq \varphi \leq 360$º). Obsérvese la excelente simetría rotacional de dichos cortes. Este modelo ha sido concebido para trabajar a una $f_D$=2,45 GHz.

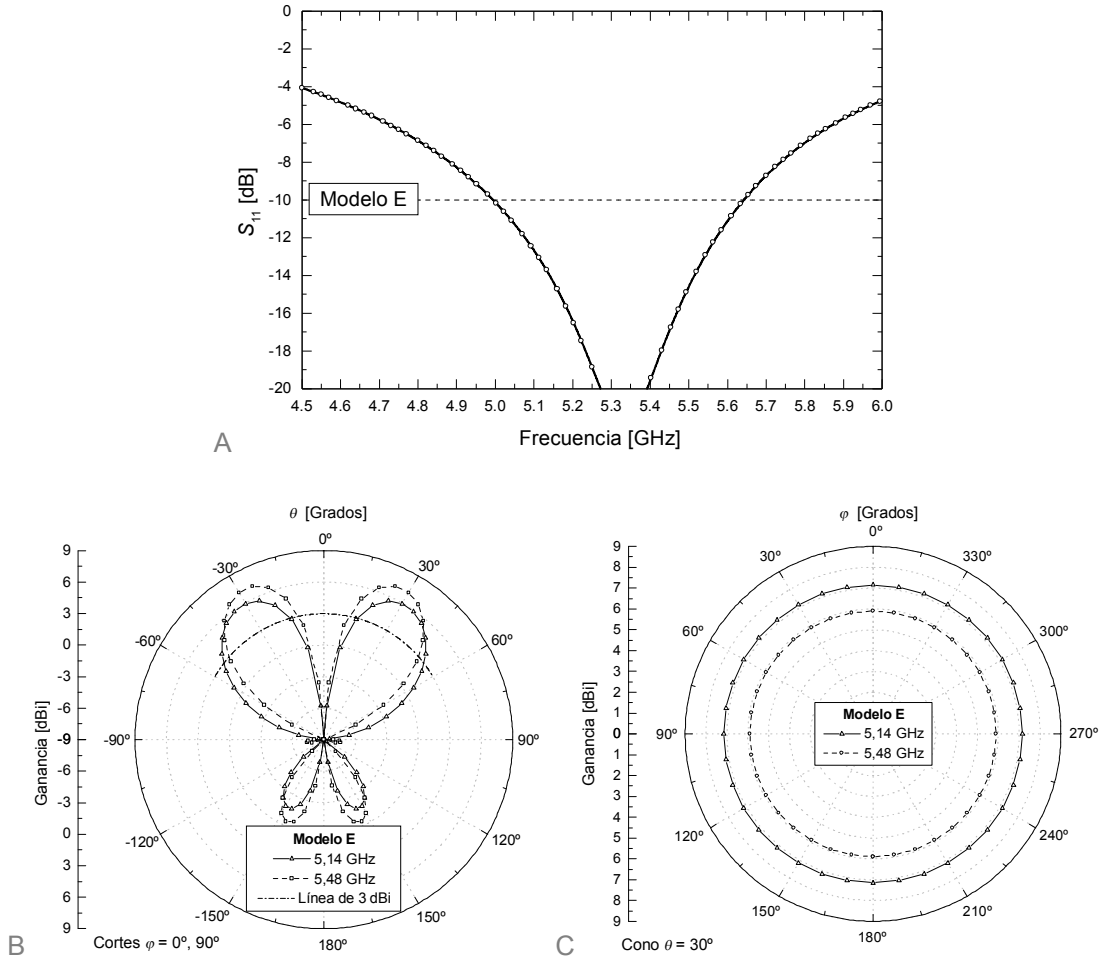



**Figura 6-11.** A. Curva $S_{11}$ vs frecuencia del Modelo E, ver Figura 6-7. B. Patrón en potencia a frecuencias extremas (cortes$\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º). Los límites de la zona de cobertura están determinados por un valor mínimo de 3 dBi. C. Patrón de potencia a frecuencias extremas (corte $\theta$=30º, $0 \leq \varphi \leq 360$º). Obsérvese la excelente simetría rotacional de dichos cortes. Este modelo ha sido concebido para trabajar a una $f_D$=5,24 GHz.

### 6.2.9.5 PARCHE CIRCULAR RADIANTE CON ALIMENTADOR CIRCULAR.

Si el radio interior del parche anular de cualquiera de los modelos presentados en la Sub–Sección anterior se reduce a cero, se pueden obtener prototipos numéricos adicionales, pero a costa de estrechar aún más la banda de $S_{11}$. Sin embargo, aun después de dicha reducción, es posible cumplir perfectamente con los requerimientos del estándar 802.11b para aplicaciones WLAN [OHRTMAN2003]. Como ejemplos de esta técnica, se han obtenido los Modelos F y G. Las curvas $S_{11}$ vs. frecuencia de estos dos nuevos modelos no se presentan aquí por brevedad, sin embargo, las características geométricas y los parámetros físicos se detallan en las Tablas 6–2 y 6–3, respectivamente.

### 6.2.10 PROTOTIPOS EXPERIMENTALES.

Para verificar la validez de los modelos numéricos presentados hasta aquí, se han construido, y medido, dos prototipos experimentales. Inicialmente se eligieron los Modelos C y E como punto de partida, por ser los modelos más sencillos y más pequeños. Si bien es cierto que ambos son fáciles de construir, la única desventaja que poseen es el tallado del dieléctrico que llena los espacios entre las placas metálicas, cuya altura, determinada por el diseño, no es, en general, de un valor comercial estandarizado. Una elección conveniente para el dieléctrico es, por ejemplo, foam, puesto que sus coeficientes eléctricos ($\varepsilon_r$ y tan$\delta$), son similares a los del aire.

Para evitar la antedicha desventaja del tallado, el diseño de dichos modelos fue ligeramente modificado, incorporando, en su lugar, capas delgadas de dieléctrico capaces de soportar las placas metálicas. Dichas capas delgadas se han de sujetar mediante tornillos de teflón, incluyendo, naturalmente, arandelas de separación, obteniéndose, esencialmente, aire entre las placas metálicas, según se observa en las Figuras 6–12 y 6–13, las cuales representan la agrupación de seis parches y el aro radiante circular, respectivamente.

Para continuar con el compromiso técnico de utilizar aire entre las placas metálicas, los dieléctricos de soporte han sido seleccionados tan delgados como ha sido posible, considerando que han de mantener la rigidez física necesaria (para tal fin, se ha incorporado también una placa acrílica por debajo del plano de tierra, la cual no tiene influencia en el comportamiento eléctrico de la antena). Estos Modelos modificados han sido denominados, correspondientemente $C_d$ y $E_d$, siendo el subíndice d un indicativo de que ambos difieren de los Modelos originales C y E únicamente en que se han insertado los correspondientes paneles dieléctricos (es decir que todas sus características geométricas, listadas en la Tabla 6–2, se mantienen intactas).

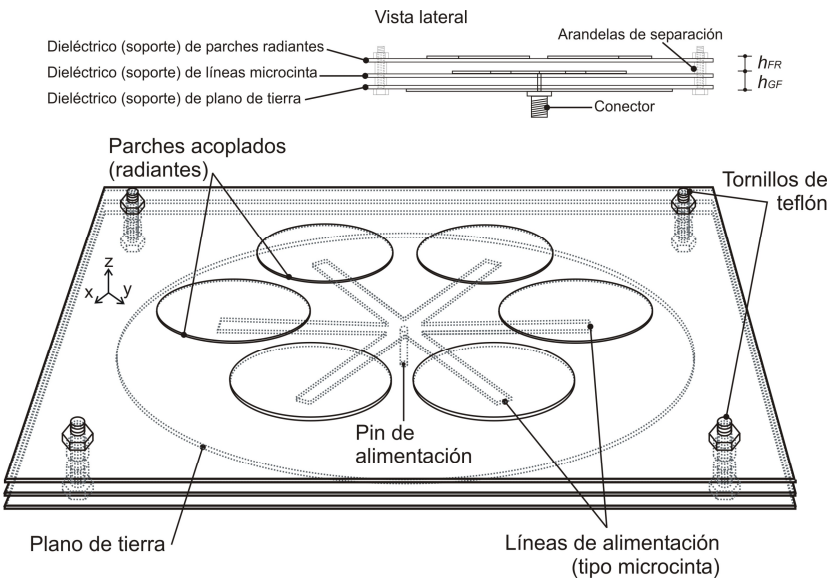



**Figura 6-12.** Agrupación de seis parches con tres paneles dieléctricos: Modelo $C_d$.

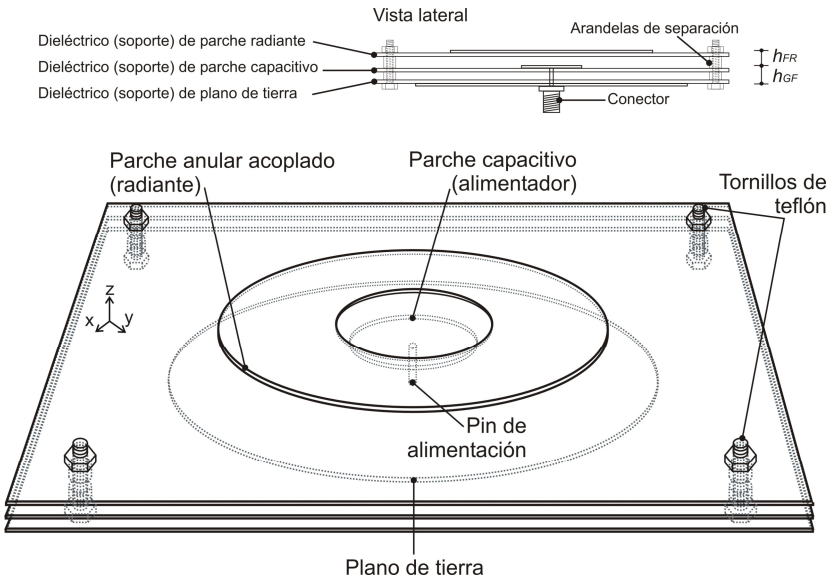



**Figura 6-13.** Parche anular con tres paneles dieléctricos: Modelo $E_d$.

Para dichos paneles dieléctricos se ha elegido FR4, un material muy utilizado en prototipos experimentales de antenas, con una permitividad relativa $\varepsilon_{rd}$=4,99 y una tan$\delta_d$=0,02. Un grosor de 0,125 mm y un área = ancho×largo = 120x120 mm$^2$ fueron convenientemente seleccionados para las capas dieléctricas de manera de poder mantener el comportamiento eléctrico de los modelos iniciales C y E, pero garantizando, a su vez, una rigidez mecánica adecuada a los dispositivos. Las antenas modeladas numéricamente han sido denominadas, correspondientemente, $C_{dS}$ y $E_{dS}$ (donde, en este caso, el subíndice S indica "simulado"), y sus parámetros físicos más relevantes se especifican en la Tabla 6–3. Los correspondientes modelos experimentales se denominan $C_{dE}$ y $E_{dE}$, respectivamente (donde el subíndice E significa "experimental") y sus características también se presentan en la Tabla 6–3. Los prototipos experimentales se observan en las fotografías de las Figuras 6–14 (Izquierda, Modelo $C_{dE}$; Derecha, Modelo $E_{dE}$), 6–15 y 6–16. Nótese que por debajo del plano de tierra se han agregado unas placas de acrílico, para mejorar la rigidez mecánica de los modelos. Estas placas no afectan el comportamiento eléctrico del sistema, y por eso no han sido incluidas en las simulaciones (ni en las Figuras 6–12 y 6–13).

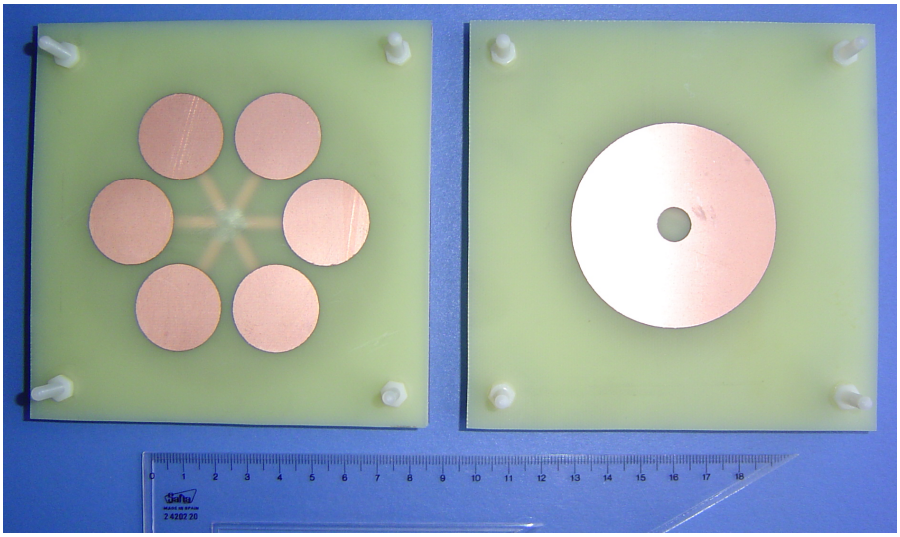


**Figura 6-14.** Fotografía (vista superior) de los prototipos experimentales correspondientes a los Modelos $C_{dE}$ (izquierda) y $E_{dE}$ (derecha).

**Figura 6-15.** Fotografía (perspectiva posterior) del Modelo $C_{dE}$.

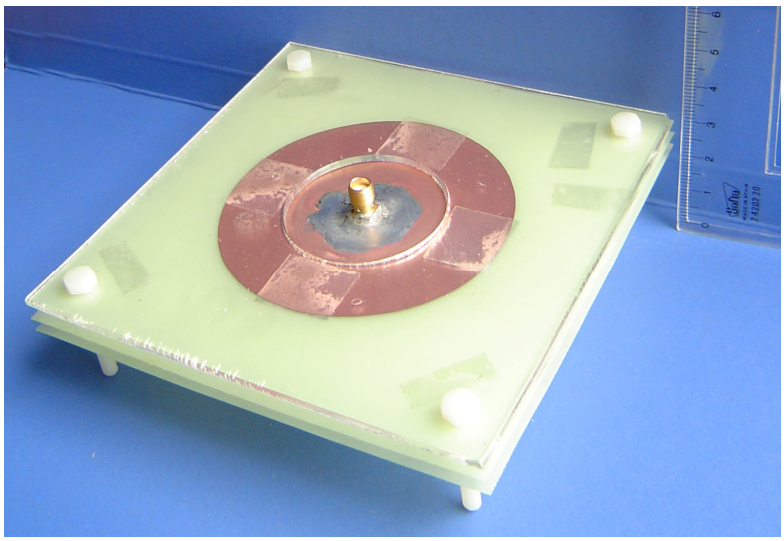


**Figura 6-16.** Fotografía (perspectiva posterior) del Modelo $E_{dE}$.

En las Figuras 6–17 y 6–18 se observan ambas antenas montadas en el sistema de medida de la cámara anecoica en donde se obtuvieron los correspondientes parámetros eléctricos, con un equipamiento similar al descrito en la Sub–Sección 1.6.1.3 (ver Figura 1-29, página 75).

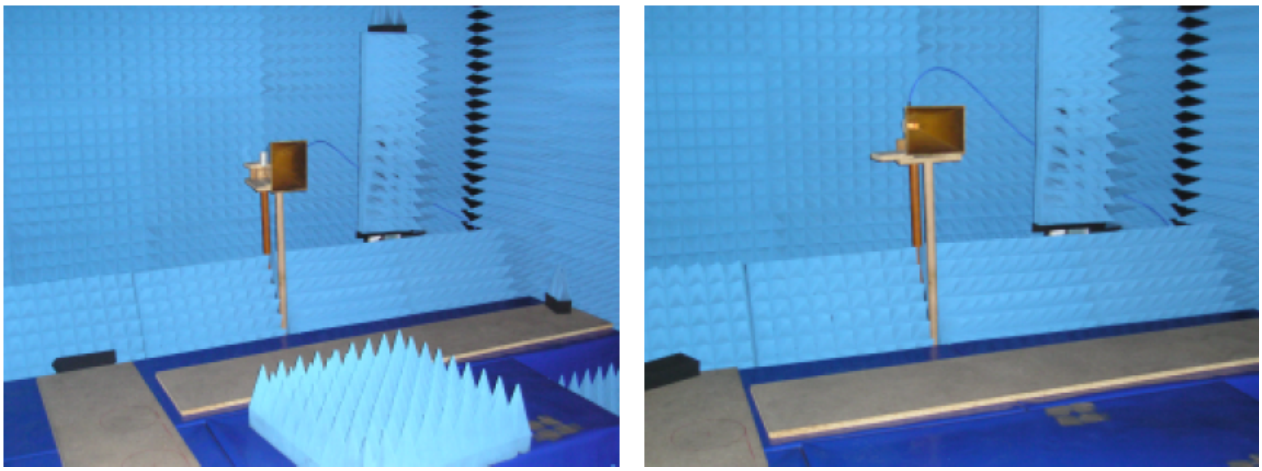


**Figura 6-17.** Disposición de la antena patrón con ambas polarizaciones. Izquierda: Copolar. Derecha: Contrapolar. Cortesía de **GISAR**: Grupo de Ingeniería de Sistemas Antenas y Radiopropagación (Jesús Ramón Pérez López, José Basterrechea Verdeja) de la Universidad de Cantabria, que fueron quienes realizaron las medidas de los prototipos experimentales.

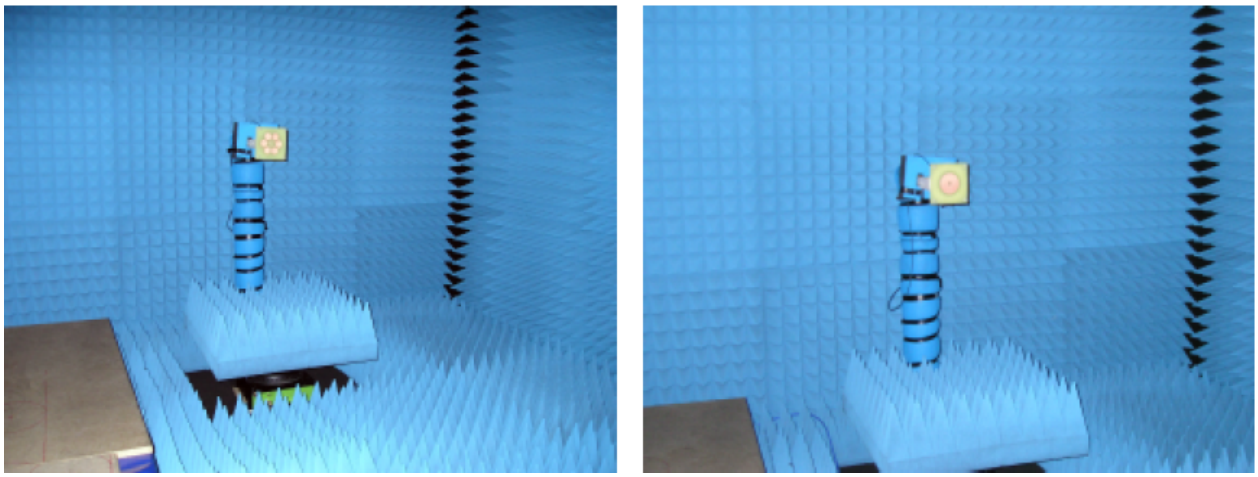


**Figura 6-18.** Antenas sobre el posicionador. Izquierda: Modelo $C_{dE}$. Derecha: Modelo $E_{dE}$. Cortesía de **GISAR**: Grupo de Ingeniería de Sistemas Antenas y Radiopropagación (Jesús Ramón Pérez López, José Basterrechea Verdeja) de la Universidad de Cantabria, que fueron quienes realizaron las medidas de los prototipos experimentales.

En la Figura 6-19 se comparan los valores obtenidos numéricamente y las correspondientes medidas experimentales de los parámetros $S_{11}$ en función de la frecuencia. En la Figura 6-20 se comparan los correspondientes patrones en potencia a la frecuencia central (cortes $\varphi$=0 y 90º), mientras que en la Figura 6–21 se observan las medidas del patrón polar en potencia del modelo $E_{dE}$, medido a las frecuencias $f_C$, $f_L$ y $f_H$[115].

[115] En rigor, las medidas fueron hechas a frecuencias ligeramente distintas, pero estos resultados fueron convenientemente interpolados para obtener las figuras que aquí se observan.

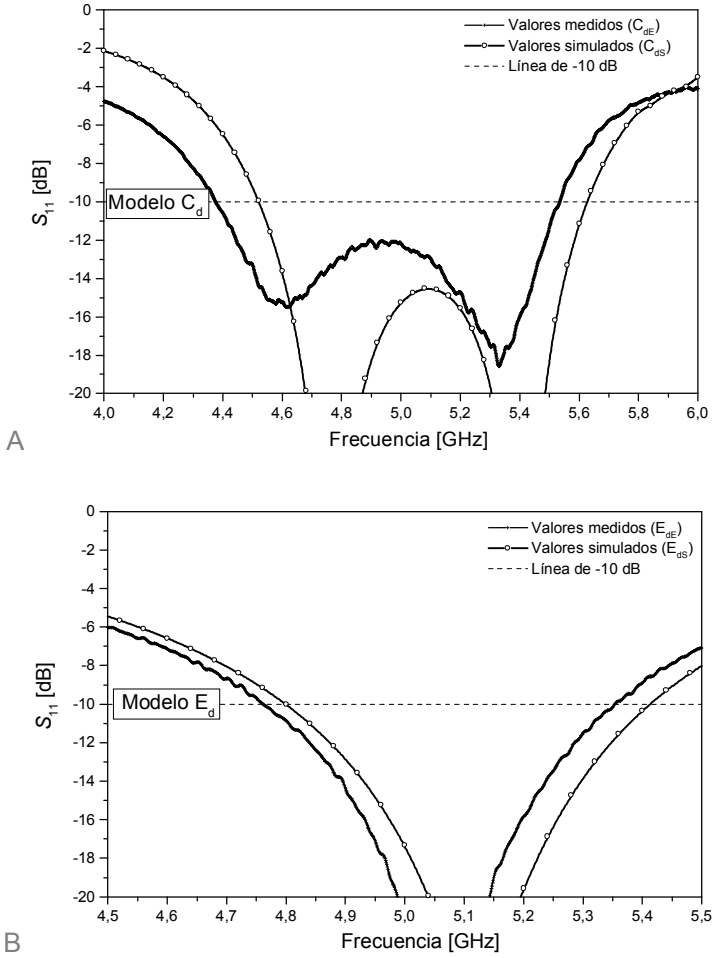



**Figura 6-19.** A. Curva $S_{11}$ vs frecuencia del Modelo $C_d$, ver Figura 6-12. B. Curva correspondiente al Modelo $E_d$, ver Figura 6-13.

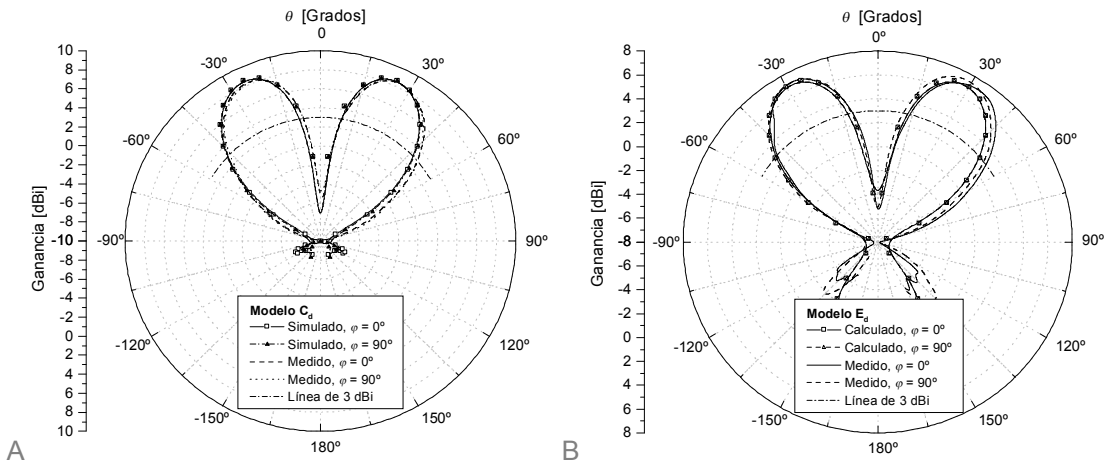



**Figura 6-20.** A. Patrón en potencia a $f_D$=5,24 GHz (cortes $\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º) de los prototipos $C_{dS}$ y $C_{dE}$. B. Patrón en potencia a $f_D$=5,24 GHz (cortes$\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º) de los prototipos $E_{dS}$ y $E_{dE}$.

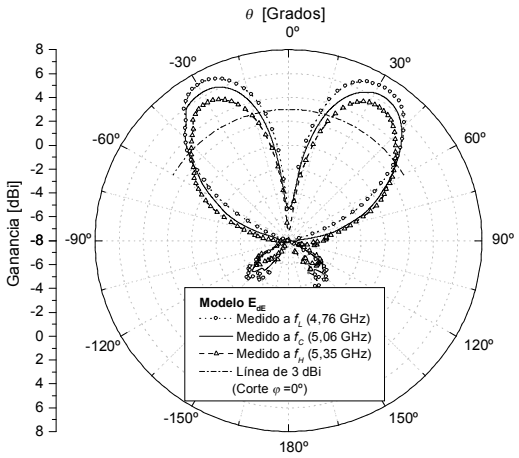



**Figura 6-21.** Patrón en potencia del Modelo $E_{dE}$, medidos a las frecuencias extremas y central ($\varphi$=0º y 90º, con $0 \leq \theta \leq 180$º).

En la Figura 6-19 se observa un ligero desplazamiento de las curvas $S_{11}$ de los modelos experimentales respecto de los numéricos. Para caracterizar dichas discrepancias, se define un parámetro adicional: el desplazamiento porcentual en frecuencia

$$\sigma_{\%} = 100 \frac{\left(f_{CE} - f_{CS}\right)}{f_{CS}}, \tag{6–9}$$

que representa la diferencia relativa entre la frecuencia central del modelo experimental $f_{CE}$, respecto de la frecuencia central del modelo simulado $f_{CS}$. El Modelo $C_D$ presenta un $\sigma_{\%}$=2,4%, mientras que para el Modelo $E_D$, dicho desplazamiento es más pequeño $\sigma_{\%}$=–0,97%[116]. Las gráficas y los datos numéricos revelan una buena concordancia entre los resultados numéricos y los medidos de ambos modelos, y esto valida los diseños numéricos presentados en Sub–Secciones previas.

## 6.3 CONCLUSIONES.

Se han presentado modelos de antenas personalizadas para radiar patrones toroidales linealmente polarizados, los cuales, a pesar de ser de geometrías sencillas, cubren con gran eficacia y eficiencia los requerimientos iniciales de diseño. Se ha intentado dar un listado exhaustivo de parámetros, de manera de comprobar que los modelos cumplen todos los requisitos técnicos previamente establecidos. Quizá son levemente criticables el desplazamiento de la frecuencia central y el hecho de que el haz generado es ligeramente más estrecho que el requerido inicialmente ($10 \leq \theta \leq 65$º). Sin embargo, esto último puede mejorarse si se disminuye la ganancia mínima a 1 dBi (en lugar de 3 dBis, según se ha especificado para la medida del ancho de banda), ya que, por estar los receptores (normalmente PCs) tan cerca de la antena emisora, esto no implicaría una considerable reducción de la potencia de la señal recibida. Se

[116] Dichas desviaciones se deben, muy probablemente, a los errores de cálculo del software utilizado para las simulaciones numéricas [ZELAND2005], los cuales están íntimamente relacionados con las limitaciones de memoria del PC utilizado (dotado de un procesador Intel P4 a 3,6 GHz, con 2GB de memoria RAM). Un mallado más fino seguramente reduciría las discrepancias entre las curvas $S_{11}$ experimentales y simuladas.

observa que las ganancias máximas son superiores a los 6 dBis, lo que significa que las antenas emiten con muy buenos niveles de eficiencia.

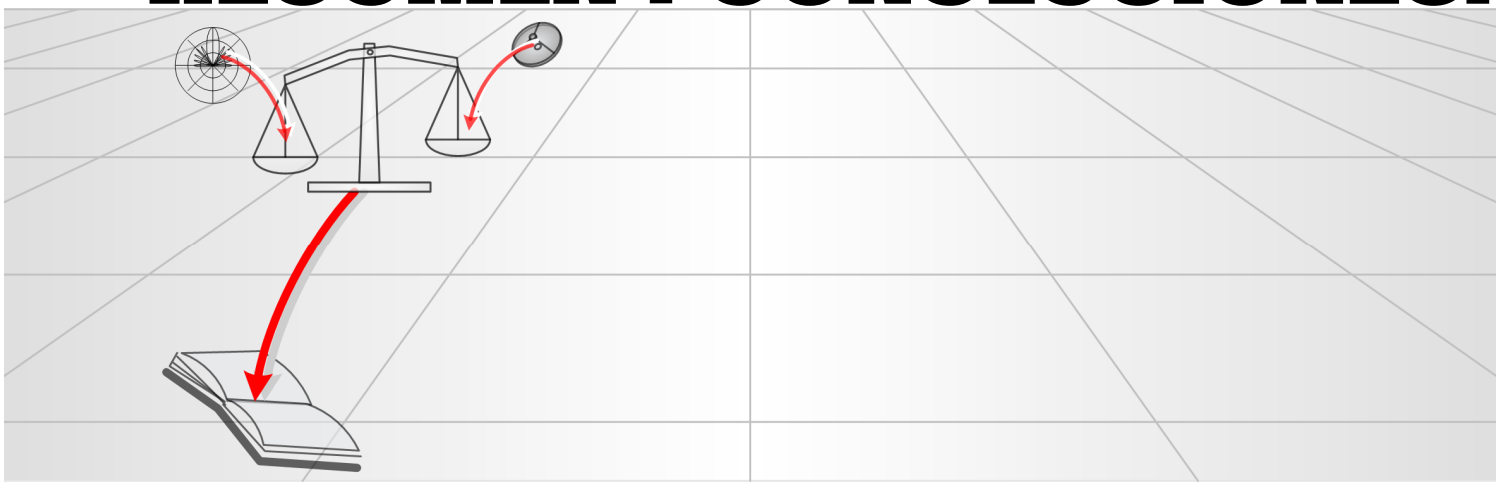
El diseño se ha organizado mediante sucesivas etapas, se han introducido parámetros de calidad convencionales y también se han definido nuevos parámetros, para poder juzgar los diferentes modelos de manera coherente. Las antenas obtenidas resultan ser de bajo coste, pero de muy altas prestaciones, según puede observarse.

En una etapa adicional, y para obtener modelos fáciles de construir, se han insertado paneles dieléctricos a los modelos iniciales. Con dicha modificación se han construido y medido dos prototipos, obteniéndose buena concordancia entre los parámetros simulados numéricamente y los obtenidos mediante medida experimental.

Las técnicas de diseño presentadas en este Capítulo han estado dirigidas a aplicaciones WLAN; obviamente, las aplicaciones de los modelos aquí descritos pueden ir más allá de las redes inalámbricas, siendo útiles para casos en que los requerimientos técnicos sean similares a los establecidos en la Sub–Sección 4.8.1, ver páginas 275 y subsiguientes.

# SEXTA PARTE:

# RESUMEN y CONCLUSIONES.



# Capítulo 7

## Resumen y Conclusiones.

## 7.1 RESUMEN DE LA TESIS.

En esta Tesis se han presentado varios métodos de análisis, síntesis y diseño de antenas de diversos tipos. En la Figura 7–1 (presentada con anterioridad) se esquematiza la organización general de este trabajo.

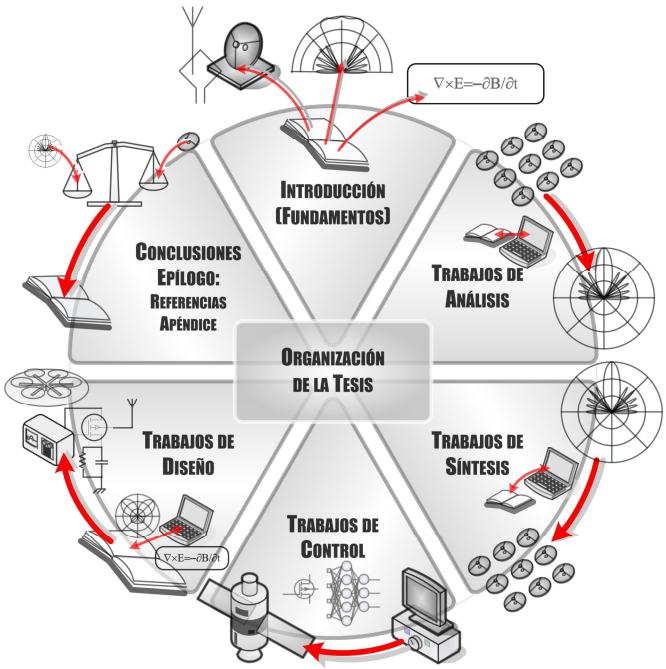



Figura 7—1. Esquema de Organización de la Tesis.

En la **PRIMERA PARTE** (Capítulos 1 y 2) se han descrito los conceptos fundamentales y las formulaciones que se utilizaron en los Capítulos posteriores.

→ La gran mayoría de las descripciones de los temas de interés se han presentado paso–a–paso. Adicionalmente se han realizado deducciones elaboradas en varios Apéndices, al final de la Tesis. Con esto se ha intentado abarcar todos y cada uno de los conceptos y formulaciones en que se basan los trabajos posteriores de la Tesis.

En la **SEGUNDA PARTE** (Capítulo 3) se han descrito diversos trabajos de análisis de varias configuraciones de antenas.

→ Se han analizado las influencias de los tipos de raíces en diagramas simétricos de haz perfilado generados por distribuciones de Taylor, los cuales son útiles para especificar distribuciones de excitación simétricas o asimétricas, reales o complejas, en agrupaciones lineales de elementos, que se pueden considerar como análogas a las distribuciones continuas, convenientemente discretizadas.

→ También se han analizado los comportamientos de algunos parámetros de interés (ancho de haz de mitad de potencia, impedancias activas, rizado, etcétera) de agrupaciones lineales de dipolos paralelos y colineales, con y sin plano de tierra. Dichos análisis pueden ser utilizados para dar ciertas pautas de los anchos de banda y de las variaciones de la distribución de impedancia a los diseñadores interesados en construir esas agrupaciones.

→ Se ha presentado una herramienta numérica útil para el diagnóstico de agrupaciones planas (especificada para dipolos paralelos, pero útil para otro tipo de elementos) mediante la medida de valores de campo complejo en zonas cercanas a la antena. Para obtener una simulación más acorde con la realidad, se han introducido errores de medida (sistemáticos y aleatorios), además de originarse fallos en algunos de los elementos de la agrupación.

→ Se ha presentado el concepto de Red Neuronal Artificial de Variable Compleja (RNAVC), para adaptar las RNAs convencionales (de variable real) al uso del diseño de antenas, en analogía al uso de RNAVCs en análisis de señales. Esto abre nuevas líneas de investigación para trabajos futuros.

→ Se ha presentado el estudio, por un lado, de la influencia de la modulación temporal sobre la señal transmitida por una agrupación lineal de antenas. Se han especificado las restricciones que han de aplicarse a las frecuencias en juego (la frecuencia de la señal de comunicación, la de los pulsos repetitivos y la de la portadora), para evitar distorsión de la señal de comunicación transmitida. Por otra parte, se han presentado expresiones cerradas de las pérdidas en potencia debidas a los armónicos (lo que se denominó radiación en banda lateral). Se ha introducido la definición, nunca vista en la literatura previa, de la eficiencia dinámica como la relación entre la potencia emitida a frecuencia central (portadora) respecto de la potencia emitida por los armónicos. En ambos casos, los resultados son de interés para cuantificar las influencias de la modulación temporal (aplicada a las agrupaciones de antenas).

→ Se ha codificado una rutina en código m de MATLAB para graficar tanto el diagrama polar de radiación en 3D, como la distribución espacial de amplitud y de fase de una agrupación plana de elementos cuyos campos están especificados por un factor elemento que depende de las variables angulares esféricas usuales: $\theta$ y $\varphi$. Esta herramienta tiene una indudable utilidad didáctica, además de servir como herramienta de análisis cualitativo, tanto de campo radiado como de distribución de amplitud, al diseñador de antenas.

→ Se ha presentado una rutina de integración numérica muy rápida, basada en la Regla de Simpson extendida a dos dimensiones. Se ha comparado la rutina con otras disponibles en el mercado, y se han obtenido muy buenos resultados. Para facilitar la tarea al diseñador, se han presentado dos versiones del código: una versión rápida cuya precisión no está controlada, pero que sirve para acelerar procesos de cálculo en donde ésta no es crítica; y una versión más elaborada y más precisa (con control automático de mallado del espacio

de cálculo) pero, por contrapartida, más lenta y con más exigencias de recursos de memoria. A pesar de su sencillez, la rutina de integración, hasta donde el autor de esta Tesis ha podido investigar, no ha sido presentada anteriormente en la literatura técnica.

La **TERCERA PARTE** (Capítulo 4) se ha dedicado a la síntesis de diagramas de radiación tanto de distribuciones continuas como discretas, utilizando, en la gran mayoría de los casos, la técnica del temple simulado.

→ Se ha sintetizado una agrupación plana de elementos isotrópicos con simetría en octante, capaz de generar tres diagramas de radiación distintos (tipo suma, de haz plano con contorno circular y de haz plano con contorno cuadrado), en tres procesos distintos de reconfigurabilidad, con distribución de amplitud común y control sólo en fase. En un primer caso se consideró una distribución de amplitud uniforme, en un segundo caso una distribución tipo gaussiana, y en un tercer caso una distribución de amplitud optimizada conjuntamente. Estos procesos de síntesis son muy útiles para agrupaciones planas capaces de cambiar de diagrama de radiación manteniendo la distribución de amplitud (común a distintas topografías) y variando simplemente la distribución de fases relativas.

→ Se han sintetizado diversos diagramas de radiación aplicando la distribución continua lineal de Rhodes, cuya distribución de amplitud es más realista que la de Taylor, debido a la ausencia de pedestal en los extremos de la antena. Se han considerado distribuciones continuas reales y complejas con control de variabilidad y minimización de brillo de extremos, generando patrones de radiación con y sin rellenado de nulos. Estos procesos de síntesis son útiles en caso de contarse con agrupaciones lineales cuyos diagramas son similares a los estudiados, y cuyas distribuciones de amplitud han de ser suavizadas para reducir el acoplo mutuo entre elementos.

→ En analogía con el ítem anterior, se han sintetizado diagramas de radiación aplicando la distribución continua circular de Ludwig, con una distribución de amplitud tendiente a cero en los bordes de la antena, en contrapartida a la correspondiente distribución de Taylor. También se han considerado distribuciones continuas reales y complejas con control de variabilidad y minimización de brillo de extremos, generando diagramas de radiación con y sin rellenado de nulos. Estos procesos de síntesis son útiles en caso de contarse con agrupaciones circulares cuyos diagramas de radiación son similares a los estudiados, y cuyas distribuciones de amplitud han de ser suavizadas para reducir el acoplo electromagnético entre elementos contiguos.

→ Se han comparado dos herramientas de síntesis (Temple Simulado y Cuadrado Mínimo con Restricciones) de agrupaciones lineales con elevada eficiencia de alimentación. Esta eficiencia ha sido medida a través del valor medio de la distribución de amplitud, considerándose un valor igual a uno como el de eficiencia máxima. Se han detallado las

ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. La misma comparación se ha realizado considerando distribuciones circulares continuas. Con ambas comparaciones el diseñador podrá optar por la técnica de optimización que considere más conveniente.

→ Se han sintetizado diagramas de radiación generados por agrupaciones lineales y circulares (anillos concéntricos) utilizando sendas técnicas basadas en la inserción de variables de fase de campo en las correspondientes distribuciones de Taylor. En el caso de las agrupaciones circulares, se ha hecho uso de la ruptura de simetría geométrica para disminuir el efecto de duplicación de lóbulos principales (*grating lobes*). Ambas técnicas de síntesis dan al diseñador de antenas alternativas válidas para obtener diagramas de radiación deseados con control de sus correspondientes distribuciones de excitación.

→ Se ha presentado un nuevo modelo de antenas radiales que genera un diagrama de radiación tipo toroidal, considerando que por cada hilo de la agrupación existe una onda viajera de corriente (en contraposición al modelo usual de corriente estacionaria). El modelo tiene un muy buen ancho de banda, aunque a costa de perder cierta eficiencia de radiación.

→ Siguiendo en la línea descrita en el Capítulo 3, se ha presentado la técnica de pseudoinversión de matrices para ser aplicada a una Red Neuronal Artificial de Variable Compleja, capaz de ser implementada mediante hardware en un sistema radiante, para aplicaciones en tiempo real.

En la **CUARTA PARTE** (Capítulo 5) se han descrito técnicas de control basadas en la utilización de redes neuronales artificiales convencionales y de modulación temporal.

→ Se ha diseñado una RNA para el fijado de nulos en un diagrama de radiación de haz plano, generado por una agrupación plana de antenas. Este fijado de nulos ha sido concebido para evitar señales indeseadas (interferentes) en la zona de cobertura de la antena bajo estudio. La técnica puede ser aplicada mediante el apropiado diseño de dispositivos hardware instalados en la propia antena, y es suficientemente rápida como para actuar en tiempo real, en combinación con una técnica (no descrita) de detección de la dirección de incidencia de la señal interferente.

→ Se ha controlado un diagrama de radiación generado por una agrupación lineal de dipolos a los que se ha aplicado modulación temporal. La técnica fue aplicada minimizando las pérdidas en banda lateral, alcanzándose eficiencias de radiación superiores al 95%. El comportamiento del diagrama de radiación fue analizado en un rango de frecuencias comprendido entre la frecuencia de trabajo y el doble de su valor. La red de alimentación necesaria para producir el control del diagrama es considerablemente menos compleja que la red de configuración convencional.

La **QUINTA PARTE** (Capítulo 6) ha estado dedicada al diseño y construcción de antenas capaces de radiar haces cónicos (toroidales), aplicable a sistemas de redes WLAN.

→ Se han presentado las justificaciones del estudio y el posterior diseño de las configuraciones de parches circulares alimentados por superficies conductoras acopladas electromagnéticamente y separadas por dieléctricos gruesos (o por aire).

→ A continuación, se ha dividido el diseño en diversas etapas: desde la obtención de un elemento que genera un diagrama tipo suma con comportamiento de banda ancha, hasta la obtención de una agrupación de dichos elementos distribuidos en un círculo, manteniendo las características de banda ancha, pero capaces de generar, en conjunto, un diagrama de radiación tipo toroidal encaminado, inicialmente, a aplicaciones WLAN. Las configuraciones así obtenidas son muy útiles, no sólo para comunicaciones inalámbricas, sino para aplicaciones que requieran especificaciones similares.

→ Se ha simplificado el diseño al máximo, y con esa idea se han construido y medido dos prototipos experimentales. Las medidas han coincidido muy bien con los cálculos numéricos previos. Ambos prototipos sirven para aplicaciones con frecuencia de trabajo en banda C (5,42 GHz).

→ Adicionalmente se ha presentado un conjunto de parámetros de calidad. Varios de estos parámetros han sido obtenidas de la literatura previa, mientras que otros tantos han sido definidos convenientemente para comparar diversos modelos de antenas que compartían características eléctricas comunes. La utilidad de los nuevos parámetros no se limita a los modelos descritos, ya que pueden ser utilizados por quienes los consideren apropiados a sus propósitos de diseño.

## 7.2 CONCLUSIONES GENERALES.

En la presente Tesis se han desarrollado diversas técnicas de análisis, síntesis, diseño y control de antenas, encaminadas a distintas aplicaciones. Las técnicas de análisis abordan temas de interés tanto para distribuciones lineales continuas como para agrupaciones de antenas. Las técnicas de síntesis permiten obtener resultados superiores a los obtenidos mediante otros métodos disponibles en la literatura técnica previa. Se aplican casos de control de patrones de radiación que permiten bien generar nulos o bien reconfigurar haces con técnicas fáciles de implementar y que pueden ejecutarse en tiempo real, algo muy útil en aplicaciones de comunicaciones por satélite, por citar un ejemplo. Los casos de diseño se han centrado en aplicaciones de redes inalámbricas, obteniéndose prototipos experimentales con excelentes prestaciones técnicas.

→ En primer lugar, se han descrito los fundamentos de las formulaciones que se utilizaron en los Capítulos posteriores. La descripción ha sido presentada con el objetivo fundamental de exponer los conceptos de los que se derivan los trabajos de la Tesis.

→ A continuación se han presentado métodos de análisis aplicados tanto a distribuciones lineales continuas como a agrupaciones lineales de dipolos y de elementos isotrópicos. Se han incluido análisis de pérdidas en potencia debidas a la presencia de armónicos en agrupaciones moduladas en el tiempo, justificando su uso como una alternativa viable a la técnica de reconfigurabilidad de agrupaciones de antenas. Se ha comprobado que, bajo ciertas restricciones, las agrupaciones moduladas en el tiempo son capaces de transmitir señales de comunicación. Por otra parte, se han presentado dos códigos de cálculo numérico: una herramienta de análisis de agrupaciones planas de antenas y una rutina de integración doble basada en la aplicación de la Regla de Simpson generalizada. Dichos códigos pueden ser utilizados bien con fines pedagógicos o bien con fines de diseño numérico.

→ Posteriormente se han presentado un conjunto de procesos de síntesis aplicados a distribuciones continuas (lineales y circulares) y a diversas agrupaciones (lineales, planas y circulares). Con estos procesos es posible obtener diversos diagramas de radiación con características deseadas, y generados por distribuciones de corriente a las que se han aplicado algunas restricciones. También se ha desarrollado un modelo teórico de agrupación de antenas radiales capaz de generar un diagrama toroidal. Este tipo de antena ha sido diseñada con fines de transmisión de datos en banda ancha.

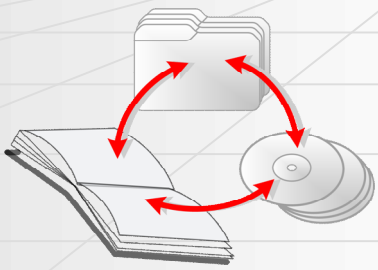
→ Se han utilizado redes neuronales artificiales convencionales para el fijado de nulos en un diagrama de radiación generado por una agrupación plana de antenas. Este control de haz puede realizarse, por ejemplo, mediante la apropiada implementación de la red neuronal en dispositivos hardware, y tiene la ventaja de operar en tiempo real. También se ha utilizado la técnica de modulación temporal para el control de diagramas de radiación

generados por agrupaciones lineales, con una red de alimentación de dispositivos electrónicos (interruptores, como por ejemplo, diodos de disparo rápido) mucho más simple que una red convencional.

→ Finalmente, se han estudiado y diseñado diversas configuraciones de parches alimentados mediante acoplo electromagnético. Estos diseños, encaminados a aplicaciones de redes inalámbricas, se ajustan a un conjunto de especificaciones técnicas (ancho de haz, zona de cobertura, ganancia mínima, etcétera) muy estricto. Puesto que todas las antenas diseñadas comparten algunas características comunes, se las compara en términos de parámetros significativos, haciendo uso de algunos parámetros convencionales, pero además definiendo otros parámetros que permiten especificar la calidad de los diseños. Se han presentado dos prototipos experimentales para validar los diseños numéricos. Las medidas realizadas a dichos prototipos concuerdan con los resultados numéricos previamente obtenidos.

# Epílogo.

## Referencias y Apéndices. Indice Alfabético.



## 8.1 REFERENCIAS.

[AGRAWAL1978]. V. D. Agrawal, "Grating–Lobe Suppression in Phased Arrays by Subarray Rotation", Proceedings of the IEEE, Vol. 66, págs. 347–349.

[ANDERSON1996]. J. A. Anderson, "An Introduction to Neural Networks", Bradford Book, MIT Press.

[ANGELL2003]. D. Angell, P. Kent, B. Heslop, "Word 2003 Bible", Editorial Wiley.

[ARES1993]. F. Ares, "Síntesis de Patrones de Radiación y Optimización de la Excitación de Abertura en Arrays de Antenas", Tesis Doctoral, Universidad de Santiago de Compostela.

[ARES1993_1]. F. Ares, R. S. Elliott, E. Moreno, "Optimised Synthesis of Shaped Line Source Antenna Beams", Electronics Letters, Vol. 29, págs. 1136–1137.

[ARES1994]. F. Ares, R. S. Elliott, E. Moreno, "Synthesis of Shaped Line Source Antenna Beams Using Pure Real Distributions", Electronics Letters, Vol. 30, pp. 280–281.

[ARES1997]. F. Ares, J. A. Rodríguez, "Asymmetric–Shaped Beam Patterns from a Continuous Linear Aperture Distribution", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 15, págs. 288–291.

[ARES1998]. F. Ares, J. A. Rodríguez, "Smooth, Efficient Real Amplitude Distributions with no Edge Brightening for Linear and Circular Near–Taylor Sum Patterns", Electronics Letters, Vol. 34, págs. 611–612.

[ARES2003]. F. Ares, G. Franceschetti, J. Mosig, J. Vaccaro, J. Vassal'lo, E. Moreno, "Satellite Communication with Moving Vehicles on Earth: Two Prototype Circular Array Antennas", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 39, págs. 14-16.

[BALANIS1989]. C. A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", John Wiley and Sons, Inc., New York.

[BALANIS1997]. C. A. Balanis, "Antenna Theory. Analysis and Design", Third Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York.

[BANGERT2005]. P. Bangert, "Downhill Simplex Methods for Optimizing Simulated Annealing are Effective", Proceedings of Algoritmy, págs. 341–347.

[BENKER2000]. H. Benker, "Practical Use of Mathcad: Solving Mathematical Problems with a Computer Algebra System", Springer Verlagm.

[BICKMORE1985]. R. W. Bickmore, "Time Versus Space in Antenna theory", Microwave Scanning Antennas, Vol. III, Capítulo 4, Ed. R. C. Hansen, Peninsula Publishing.

[BORJA2001]. M. C. Borja Borau, "Fractal Microstrip Patch Antennas with Fractal Perimeter and Self-afine Properties", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.

[BRONSON1988]. R. Bronson, "Matrix Operations", Mc Graw–Hill.

[BUCCI1991]. O. M. Bucci, G. Mazzarella, G. Panariello, "Reconfigurable Arrays by Phase–only Control", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 39, págs. 919–925.

[CARR1997]. M. Carr: "Visualization with OpenGL: 3D Made Easy", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 39, págs. 116–120.

[CHAPRA1999]. S. C. Chapra, "Métodos Numéricos para Ingenieros", Editorial Mc Graw Hill, México.

[CHEN1976]. Chen–To–Tai, C. S. Pereira, "An Approximate formula for Calculating the Directivity of an Antenna", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 24, págs. 235–236.

[CHRISTODOULOU2001]. Ch. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Applications of Neural Networks in Electromagnetics", Artech House Publishers.

[CID1999]. J. M. Cid, J. A. Rodríguez, F. Ares, "Shaped Power Patterns Produced by Equispaced Linear Arrays: Optimized Synthesis Using Orthogonal Sin(Nx)/Sin(x) Beams", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 13, págs. 985–992.

[CID2000]. J. M. Cid, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Synthesis of Satellite Footprints by Perturbation of Woodward–Lawson Solutions for Planar Array Antennas", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 14, págs. 3–10.

[DAVIDOVITZ1989]. M. Davidovitz, Yuen Tze Lo, "Rigorous Analysis of a Circular Patch Antenna Excited by a Microstrip Transmission Line", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 37, págs. 949–958.

[DEMUTH2002]. H. Demuth, M. Beale, "Neural Network Toolbox. For use with MATLAB®", The Mathworks User's Guide, versión en pdf de la ayuda de MATLAB 6.5.

[DENNERY1995]. P. Dennery, A. Krzywicki, "Mathematics for Physicists", Editorial Dover Publications.

[DÍAZ2000]. X. Díaz, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Design of Phase–Differentiated Multiple-Pattern Antenna Arrays", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 26, págs. 53–54.

[DÜRR2000]. M. Dürr, A. Trastoy, F. Ares, "Multiple Pattern Linear Antenna Arrays with Single Prefixed Amplitude Distributions: Modified Woodward–Lawson Synthesis", Electronics Letters, Vol. 36, págs. 1345–1346.

[EMSS2005]. E. M. Software & Systems S. A., "FEKO User's Manual", EMSS, Stellenbosch, versión en pdf de la ayuda de FEKO 5.1.

[ELLIOTT1975]. R. S. Elliott, "Design of Line Source Antennas for Narrow Beamwidth and Asymmetric Low Sidelobes", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 23, págs. 100–107.

[ELLIOTT1976]. R. S. Elliott, "Design of Line–Source Antennas for Sum Patterns with Sidelobes of Individual Arbitrary Heights", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 24, págs. 76–83.

[ELLIOTT1988]. R. S. Elliott, G. J. Stern, "Shaped Patterns from a Continuous Planar Aperture Distribution", IEE Proceedings, Pt. H., Vol. 135, págs. 366–370.

[ELLIOTT1990]. R. S. Elliott, G. J. Stern, "Footprint Patterns Obtained by Planar Arrays", IEE Proceedings, Pt. H, Vol. 137, págs. 108–112.

[ELLIOTT2003]. R. S. Elliott, "Antenna Theory and Design", Revised Edition, Wiley Interscience.

[FEYNMAN1998]. R. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, "The Feynman Lectures on Physics" (3 volúmenes), Pearson Education.

[FUJIMOTO1994]. K. Fujimoto, J. R. James (Editores), “Mobile Antenna Systems Handbook”, Artech House Inc.

[FUNAHASHI1989]. K. I. Funahashi, “On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Network”, Neural Networks, Vol. 2, págs. 183–192.

[GATTOUFI1997]. L. Gattoufi, D. Picard, Y. Rahmat–Samii, J. Ch. Bolomey, “Regularized Matrix Method for Near-Field Diagnostic Techniques of Phased Arrays Antennas”, IEEE International Antennas and Propagation Symposium Digest , Vol. 35, págs. 1066–1069.

[GLAESER2002]. G. Glaeser, H. P. Schröker, “Handbook of Geometric Programming using Open Geometry GL”, Springer Professional Computing.

[GRIFFITHS1999]. D. J. Griffiths, “Introduction to Electrodynamics”, Third Edition, Prentice Hall.

[GUO1997]. Y. J. Guo, A. Paez, R. A. Sadeghzadeh, S. K. Barton, “A Circular Patch Antenna for Radio LAN’s”, Electronics Letters, Vol. 45, págs. 177–178.

[GUO2004]. Y. X. Guo, M. Y. Wah Chia, Z. N. Chen, K. M. Luk, “Wide–Band L–Probe Fed Circular Patch Antenna for Conical–Pattern Radiation”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 52, págs. 1115–1116.

[HAGAN2002]. M. T. Hagan, H. B. Demuth, M. Beale, “Neural Network Design”, Editorial Thomson–Learning.

[HANSEN1972]. R. C. Hansen “Formulation of Echelon Dipole Mutual Impedance for Computer”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 20, págs. 780–781.

[HANSEN1984]. R. C. Hansen, “Measurement Distance Effects on Low Sidelobe Patterns”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 32, págs. 591–594.

[HANSEN1992]. R. C. Hansen, “Measurement Distance Effects on Bayliss Difference Patterns”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 40, págs. 1211–1214.

[HANSEN1998]. R. C. Hansen, “Phased Array Antennas”, John Wiley and Sons, Inc., New York.

[HARRINGTON1992]. R. F. Harrington, “Field Computation by Moment Methods”, IEEE Press Series on Electromagnetic Waves, New York.

[HAYKIN1998]. S. Haykin, “Neural Networks: A Comprehensive Foundation”, Second Edition, Pearson Education.

[HUANG1998]. C. Y. Huang, J. Y. Lu, C. F. Yang, K. L. Wong, “Gain–enhanced Compact Broadband Microstrip Antenna”, Electronics Letters, Vol. 34, págs. 138–139.

[IEEESTD1979]. Antenna Standards Committee of the IEEE Antennas and Propagation Group, "IEEE Standard Test Procedures for Antennas. IEEE Std 149–1979", The Institute of Electrical and Electronics Engineers.

[IEEESTD1993]. Antenna Standards Committee of the IEEE Antennas and Propagation Group, "IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas. IEEE Std 145–1993", The Institute of Electrical and Electronics Engineers.

[IGLEHART1979]. S. C. Iglehart, "Design of Weighting Functions Under Peak Amplitude and Effective Radiated Voltage Constraints," IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 15, págs 267–274.

[IRARRÁZAVAL1999]. P. Irarrázaval, "Análisis de Señales", Mc Graw Hill Interamericana.

[JACKSON1998]. J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics", Third Edition, John Wiley and Sons.

[JIN1993]. J. Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics", John Wiley and Sons, Inc.

[KILDAL2000]. P. S. Kildal, "Foundations of Antennas. A Unified Approach", Studentlitteratur.

[KIM1988].Y. U. Kim, R. S. Elliott, "Shaped–Pattern Synthesis Using Pure Real Distributions", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 36, págs. 1645–1649.

[KIM1988_1]. Y. U. Kim, "Peak Directivity Optimization Under Side Lobe Level Constraints in Antenna Arrays", Electromagnetics, Vol. 8, págs. 51–70.

[KIM1990]. M. S. Kim, C. C. Guest, "Modification of Backpropagation Networks for Complex–Valued Signal Processing in Frequency Domain", Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Vol. 3, págs. 27–31.

[KIRKPATRICK1983]. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr., M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, págs. 671–680.

[KOPKA2003]. H. Kopka, P. W. Daly, "Guide to LaTeX", Cuarta Edición, Editorial Addison–Wesley Professional.

[KUMMER1963]. W. H. Kummer, A. T. Villeneuve, T. S. Fong, F. G. Terrio, "Ultra–Low Sidelobes from Time–Modulated Arrays", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 11, págs. 633–639.

[LEE1988]. J. J. Lee, E. M. Ferren, D. P. Woollen, M. K. Lee, "Near–Field Probe Used as a Diagnostic Tool to Locate Defective Elements in an Array Antenna", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 6, págs. 884–889.

[LUDWIG1973]. A. C. Ludwig, "The Definition of Cross Polarization", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 21, págs. 116–119.

[LUDWIG1982]. A. C. Ludwig, "Low Sidelobe Aperture Distributions for Blocked and Unblocked Circular Apertures", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 30, págs. 933–946.

[LUK1998]. K. M. Luk, C. L. Mak, Y. L. Chow, K. F. Lee, "Broadband Microstrip Patch Antenna", Electronics Letters, Vol. 34, págs. 1442–1443.

[MAILLOUX1997]. R. J. Mailloux, H. L. Southall, "The Analogy between the Butler Matrix and the Neural Network Direction–Finding Array", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 39, págs. 27–32.

[MARTINDELBRÍO2001]. B. Martín del Brío, A. Sanz Molina, "Redes Neuronales y Sistemas Borrosos", Segunda Edición Ampliada y Revisada, Editorial Ra–Ma.

[MATLAB2002]. The MATLAB Group, Inc., "MATLAB Functions: Volumes 1–2–3, Documento pdf disponible a través de la Ayuda de MATLAB.

[MATLAB2002_1]. The MATLAB Group, Inc., "Using MATLAB Graphics: 3–D Visualization", Documento pdf disponible a través de la Ayuda de MATLAB.

[MAXWELL1873]. J. C. Maxwell, "A Treatise on Electricity and Magnetism", Dover Publications Inc.

[MAYHEW2004]. G. Mayhew-Ridgers, "Development and Modelling of New Wideband Microstrip Patch Antennas with Capacitive Feed Probes", Tesis Doctoral (Ingeniería Electróncia), Universidad de Pretoria, disponible en http://upetd.up.ac.za/thesis/available/etd-09162004-083016.

[MCNAMARA1989]. D. A. McNamara, "Generalised Villeneuve", IEE Proceedings, Vol. 136, págs. 245–249.

[MICROSOFT2004]. Microsoft Corporation, "Enciclopedia Encarta", Software registrado, ®.

[MIRANDA2002]. J. M. Miranda, J. L. Sebastián, M. Sierra, J. Margineda, "Ingeniería de Microondas", Prentice Hall.

[NELDER1965]. J. A. Nelder, R. Mead, "A Simplex Method for Function Optimization", Computer Journal, Vol. 7, págs. 308-313.

[NEWELL1988]. A. C. Newell, "Error Analysis Techniques for Planar Near–Field Measurements", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 36, págs. 754–768.

[NITTA2003]. T. Nitta, "An Extension of the Back–Propagation Algorithm to Complex Numbers", Neural Networks, Vol. 10, págs. 1391–1415.

[OHRTMAN2003]. F. Ohrtman, K. Roeder, "Wi-Fi Handbook: Building 802.11b Wireless Networks", Mc Graw Hill Professional.

[ORCHARD1985]. H. J. Orchard, R. S. Elliott, G. J. Stern, "Optimising the Synthesis of Shaped Beam Antenna Patterns", IEE Proceedings, Vol. 132, págs. 63–69.

[ORFANIDIS2004]. S. J. Orfanidis, "Electromagnetic Waves and Antennas", disponible en http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/

[PAN2000]. K. H. Pan, J. T. Bernhard, T. G. Moore, "Effects of Lossy Dielectric Material on Microstrip Antennas", Antennas and Propagation for Wireless Communications, 2000 IEEE–APS Conference, págs. 39–42.

[POYNTING1884]. J. H. Poynting, "On the Transfer Energy in the Electromagnetic Field", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 175, págs. 343–346.

[POZAR1995]. D. M. Pozar, D. H. Schaubert (Editores), "Microstrip Antennas", IEEE Press, NJ.

[POZAR2004]. D. M. Pozar, "Microwave Engineering", Third Edition, John Wiley and Sons, Inc.

[PRESS1992]. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, "Numerical Recipes in C", Cambridge University Press.

[RAHMAT1995]. Y. Rahmat–Samii, L. I. Williams, R. G. Yaccarino, "The UCLA Bi–Polar Planar Near–Field Antenna Measurements and Diagnostics Range", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 6, págs. 16–35.

[RAHMAT1999]. Y. Rahmat–Samii, E. Michielssen (Editores), "Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms", John Wiley & Sons. Incluye un capítulo del Prof. Ares, "Application of Genetic Algorithms and Simulated Annealing to Some Antenna Problems".

[RAYNER2004]. J. P. Rayner, A. P. Whichello, A. D. Cheetham, "Physical Characteristics of Plasma Antennas", IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 32, págs. 269–281.

[RHODES1972]. D. R. Rhodes, "On the Taylor Distribution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 20, págs. 143–145.

[RODRÍGUEZ1997]. J. A. Rodríguez, E. Botha, F. Ares, "Extension of the Orchard–Elliott Synthesis Method to Pure Real Non–symmetrical Shaped Patterns", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, págs. 1317–1318.

[RODRÍGUEZ1998]. J. A. Rodríguez, F. Ares, "Smooth, Efficient Real Amplitude Distributions with no Edge–Brightening for Linear and Circular Near–Taylor Sum Patterns", Electronics Letters, Vol. 34, págs. 611–612.

[RODRÍGUEZ1999]. J. A. Rodríguez–González, "Síntesis de Diagramas de Radiación para aplicaciones Radar y de Comunicación por Satélite Utilizando Arrays de Antenas", Tesis Doctoral, Universidad de Santiago de Compostela.

[RODRÍGUEZ2000]. J. A. Rodríguez, F. Ares, H. Palacios, J. Vassal'lo, "Finding Defective Elements in Planar Arrays Using Genetic Algorithms", Progress in Electromagnetics Research, Vol. 29, EMW Publishing, Cambridge, MA, USA, págs. 25–37.

[RODRÍGUEZ2002]. J. A. Rodríguez, F. Ares, A. G. Pino, E. Moreno, "Synthesis of A Geostationary Antenna with Eight Independently Variable Beams", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, págs. 21–29.

[RODRÍGUEZ2003]. J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Sum Pattern Side Lobe Minimization for Linear Arrays with a Uniformly Excited Central Segment", Journal of Electromagnetics Waves and Applications, Vol. 17, págs. 409–417.

[ROGERS1997]. J. Rogers, "Object–Oriented Neural Networks in C++", Editorial Academic Press, San Diego.

[RUDGE1983]. A. W. Rudge, K. Milne, A. D. Olver, P. Knight (Editores), "The Handbook of Antenna Design" (Dos volúmenes), Peter Peregrinus.

[SADIKU1992]. M. N. O. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics", CRC Press.

[SADIKU1998].M. Sadiku, "Elementos de Electromagnetismo", Segunda Edición, Editorial CECSA.

[SANCHEZ2000]. J. Sanchez, M. P. Canton, "DirectX 3D Graphics Programming Bible", Editorial Hungry Minds.

[SCHELKUNOFF1943]. S. A. Schelkunoff, "A Mathematical Theory of Linear Arrays", Bell System Technical Journal, Vol. 22, págs. 80–107.

[SCHILDT1995]. H. Schildt, "C++, Guía de Autoenseñanza", McGraw–Hill.

[SCHILDT2001]. H. Schildt, "C, Manual de Referencia", Cuarta Edición, McGraw–Hill.

[SCHMID2005]. Schmid & Partner Engineering AG, "SEMCAD–X Reference Manual", SPEAG.

[SHAVIT2004]. R. Shavit and I. Taig, "Comparison Study of Pattern-Synthesis Techniques using Neural Networks", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 42, págs. 175–179.

[SHNIDMAN1975]. A. D. Shnidman, "Solution to A Class of Optimization Problems with Amplitude Constraints", IEEE Transactions on Communications, Vol. 23, págs. 979–983.

[SOUTHALL1995]. H. Southall, T. O'Donnell, "Direction Finding in Phased Arrays with A Neural Network Beamformer", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 43, págs. 1369–1374.

[SPHAR1999]. C. Sphar, "Aprenda Visual C++ 6.0 Ya", Editorial Microsoft Press.

[STARK1998]. H. Stark, Y. Yang, "Vector Space Projections", Wiley Series.

[STENGEL1994]. R. F. Stengel, "Optimal Control and Estimation", Dover Publications.

[STUTZMAN1981]. W. L. Stutzman, G. A. Thiele, "Antenna Theory and Design", John Wiley and Sons.

[TAYLOR1955]. T. T. Taylor, "Design of Line Source Antennas for Narrow Beamwidth and Low Sidelobes", IRE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 3, págs. 16–28.

[TAYLOR1960]. T. T. Taylor, "Design of Circular Apertures for Narrow Beamwidth and Low Side Lobes", Transaction IRE, Vol. 8, págs. 17–22.

[UNSER2000]. M. Unser, "Sampling: 50 Years After Shannon", Proceedings of the IEEE, Vol. 88, págs. 569–587.

[VICENTE2002]. M. Vicente Lozano, G. Franceschetti, F. Ares, E. Moreno, "Analysis and Synthesis of a Printed Array for Satellite Communication with Moving Vehicles ", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, págs. 1555–1559.

[VIRGA2001]. K. L. Virga, M. L. Taylor, "Transmit Patterns for Active Linear Arrays with Peak Amplitude and Radiated Voltage Distribution Constraints", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 49, págs. 732–739.

[VISUAL1997]. Visual Numerics, Inc., "IMSL Fortran Subroutines for Mathematical Applications, Volume 1", Documento pdf disponible a través de la Ayuda del Software Pro Fortran 8.2 Absoft Developer Tools.

[WEEKS1968]. W. L. Weeks, "Antenna Engineering", Mc Graw Hill Electronic Science Series.

[WEISSTEIN1999]. E. W. Weisstein, "CRC Concise Encyclopedia of Mathematics", Editorial CRC Press LLC.

[WOLFRAM1999]. S. Wolfram, "The Mathematica Book", Cuarta Edición, Cambridge University Press.

[WONG2002]. K. L. Wong, "Compact and Broadband Microstrip Antennas", Wiley–Interscience.

[WRIGHT1992]. R. S. Wright JR., M. Sweet, "Programación en OpenGL", Anaya Multimedia.

[YAGHJIAN1986]. A. D. Yaghjian, "An Overview on Near–Field Antenna Measurements", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 34, págs. 30–45.

[YANG2002]. S. Yang, Y. Beng Gan, A. Qing, "Sideband Suppression in Time–Modulated Linear Arrays by the Differential Evolution Algorithm", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 1, págs. 173–175.

[YANG2003]. S. Yang, Y. B. Gan, P. K. Tan, "A New Technique for Power–Pattern Synthesis in Time–Modulated Linear Arrays", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 2, págs. 285–287.

[YANG2003_1]. S. Yang, Y. B. Gan, A. Qing, "Moving Phase Center Antenna Arrays with Optimized Static Excitations", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 38, págs. 83–85.

[YANG2004]. S. Yang, Y. B. Gan, P. K. Tan, "Evaluation of Directivity and Gain for Time–Modulated Linear Antenna Arrays", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 42, págs. 167–171.

[YANG2005]. S. Yang, Y. B. Gan, P. K. Tan, "Linear Antenna Arrays with Bidirectional Phase Center Motion", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, págs. 1829–1835.

[YANG2005_1]. S. Yang, Y. B. Gan, A. Qing, and P. K. Tan, "Design of a Uniform Amplitude Time–Modulated Linear Array with Optimized Time Sequences", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, págs. 2337–2339.

[ZELAND2005]. Zeland Inc, "IE3D User's Manual", versión 11.0, documento disponible a través de la ayuda del software Zeland Program Manager.

[ZOOGHBY1997]. A. H. El Zooghby, C. G. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Performance of Radial-Basis Function Networks for Direction of Arrival Estimation with Antenna Arrays", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 45, págs. 1611–1617.

[ZOOGHBY1998]. A. H. El Zooghby, C. G. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Adaptive Interference Cancellation in Circular Arrays with Radial Basis Function Neural Networks", IEEE International Antennas and Propagation Symposium Digest, Vol. 36, págs. 203–206.

[ZOOGHBY1999]. A. H. El Zooghby, H. L. Southall, C.G. Christodoulou, "Experimental Validation of a Neural Network Direction Finder", IEEE International Antennas and Propagation Symposium Digest, Vol. 37, pág. 1592.

## 8.2 PUBLICACIONES DEL AUTOR DURANTE EL PERIODO DEL TERCER CICLO

[1]. J. C. BRÉGAINS, A. Trastoy, F. Ares, E. Moreno, "Synthesis of Multiple-Pattern Planar Antenna Arrays with Single Prefixed or Jointly Optimized Amplitude Distributions", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 32, págs. 74-78, 2002

[2]. J. C. BRÉGAINS, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Optimal Synthesis of Line Source Antennas Based on Rhodes Distributions", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 16, págs. 415-417, 2002

[3]. J. C. BRÉGAINS, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Optimal Synthesis of Line Source Antennas Based on Rhodes Distributions", Progress in Electromagnetics Research, Vol. 36, págs. 1-19, 2002.

[4]. F. Ares, A. Pazos Sierra, J. A. Rodríguez, J. C. BRÉGAINS, J. Dorado, M. Gestal, "Estudio de las Estrategias y Capacidades de Protección Anti-interferencias de la Antena IRMA a Través de un Software de Síntesis de Diagramas de Radiación Basado en Redes Neuronales", Monografía para INSA-INTA, Ref: IRMA/USC-UDC/RPT/001 (54 págs.), 2002.

[5]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, E. Moreno, "Optimal Synthesis of Circular Apertures Based on Ludwig Distributions", Electromagnetics, Vol. 23, págs. 41-53, 2003.

[6]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, E. Moreno, "Near Field Quasi-Null Control with Far Field Sidelobe Level Maintenance in Line Source Distributions", Electronics Letters, Vol. 38, págs. 540-541, 2002.

[7]. J. C. BRÉGAINS, J. Dorado, M. Gestal, J. A. Rodríguez, F. Ares, A. Pazos, "Avoiding Interferences in Planar Arrays Through the Use of Artificial Neural Networks", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, págs. 61-65, 2002. **APARECE EN PORTADA**.

[8]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, E. Moreno, "Near Field Quasi-Null Control with Far Field Sidelobe Level Maintenance in Line Source Difference Patterns", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 17, págs. 1365-1371, 2003

[9]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, E. Moreno, "Effects of Measurement Distance on Measurements of Symmetric Shaped Patterns Generated by Line sources", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 45, págs. 106-109, 2003.

[10]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, A. G. Roederer, "Perturbation of the Phases of Taylor Field Samples in the Synthesis of Linear and Circular Array Antennas", Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 3, págs. 38-40, 2004.

[11]. J. C. BRÉGAINS, F. Ares, E. Moreno, "Measurement Effects on Phi-Symmetric Shaped Patterns Generated by Circular Continuous Apertures", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 45, págs. 68-70, 2003.

[12]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, "Variation in Bandwidths among Solutions to Shaped Beam Synthesis Problems Concerning Linear Arrays of Parallel Dipoles", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, págs. 563-564, 2005

[13]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, "Variation in Bandwidths of Pattern Quality Parameters and Maximum Embedded Impedance Among the Solutions to Shaped Beam Synthesis Problems for Collinear Dipole Arrays, Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 2, págs. 267-268, 2003.

[14]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, G. Franceschetti, A. G. Roederer, "Synthesis of a Multi-radial Line Antenna for Hiperlan", Electronics Letters, Vol. 39, págs. 1162-1163, 2003.

[15]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Visualizing the 3D Polar Power Patterns and Excitations of Planar Arrays with MATLAB", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 46, págs. 108-112, 2004.

[16]. **J. C. BRÉGAINS**, I. C. Coleman, F. Ares, E. Moreno, "Calculating Directivities with the 2D Simpson's Rule", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 46, págs. 106-112, 2004.

[17]. **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "On the Multiplicity of Solutions of Taylor Linear Sources Generating Symmetrical Power Patterns with Filled Nulls", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 3, págs. 169-171, 2004.

[18]. J. Fondevila, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Optimizing Uniformly Excited Linear Arrays through Time Modulation", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 3, págs. 298-301, 2004.

[19]. S. K. Smith, **J. C. BRÉGAINS**, K. L. Melde, F. Ares, "A Comparison of Optimization Techniques for Power Patterns with Low Sidelobes Generated by Linear Arrays with Efficient Excitation Distributions", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 45, págs. 57-60, 2005.

[20]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Matrix Pseudo-inversion Technique for Diagnostics of Planar Arrays", Electronics Letters, Vol. 41, págs. 7-8, 2005.

[21]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, "Analysis, Synthesis and Diagnostics of Antenna Arrays through Complex-Valued Artificial Neural Networks", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 48, págs. 1512–1515, 2006.

[22]. J. Fondevila, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Application of Time Modulation in the Synthesis of Sum and Difference Patterns using Linear Arrays", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 48, págs. 829–832, 2006.

[23]. J. A. Rodríguez, A. Trastoy, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, G. Franceschetti, "Beam Reconfiguration of Linear Arrays by Using Parasitic Elements", Electronics Letters, Vol. 42, págs. 131–132, 2006.

[24]. **J. C. BRÉGAINS,** G. Franceschetti, A. Roederer, F. Ares, "New Toroidal Beam Antennas for WLAN Communications", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 55, págs. 389–398, 2007.

[25]. A. Trastoy, E. López Martín, F. Ares. **J. C. BRÉGAINS**, F. J. Jorge Barreiro, E. Moreno, "900 MHz RF Exposure Experimental Setup and Application to the Study of Effects in Epileptic Rats", Enviado para su publicación.

[26]. **J. C. BRÉGAINS**, J. Fondevila–Gómez, G. Franceschetti, E. Ares, "Analysis of Signal Transmission and Power Losses of Time-Modulated Linear Arrays", Aceptado para su publicación en IEEE Transactions on Antennas and Propagation.

[27]. G. K. Mahanti, S. Das, A. Chakraborty, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, "Design of Reconfigurable Array Antennas with Minimum Variation of Active Impedances", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 5, págs. 541–544, 2006.

[28]. **J. C. BRÉGAINS**, A. Trastoy, F. Ares, E. Moreno, "Síntesis de Múltiples Diagramas de Arrays Planos, con Amplitudes Comunes Preestablecidas o Aleatorias", URSI 2001, XVI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, Libro de *proceedings*, págs. 373–374, Villaviciosa de Odón, Madrid, 2001.

[29]. **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Optimización de Diagramas de Radiación Utilizando Distribuciones Lineales de Rhodes", URSI 2002, XVII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, Libro de *proceedings*, págs. 533–534 (CD-ROM con ISBN 84-8138-518-2), Alcalá de Henares, Madrid, 2002.

[30]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Fijado Simultáneo de Nulos en Campos Cercano y Lejano de Diagramas de Radiación Simétricos tipo Suma", URSI 2003, XVIII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, CD–ROM, ISBN 84-9749-081-9, Universidad de La Coruña, La Coruña, 2003.

[31]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Efectos de la Distancia Sobre los Patrones en Potencia de Haz Perfilado Generados por Distribuciones Continuas Lineales y Circulares", III Encuentro Ibérico de Electromagnetismo Computacional, Residencia Universitaria de Sedano, Burgos, 2003.

[32]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, S. K. Smith, K. L. Melde, "Control de la Topografía de Lóbulos Laterales en Patrones en Potencia Tipo Suma Generados por Distribuciones Circulares Continuas de Elevada Eficiencia", URSI 2004, XIX Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, págs. 76-77 (CD con ISBN. 84-688-7736-0), Barcelona, 2004.

[33]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Uso de MATLAB para la Visualización de Patrones en Potencia 3D Generados por Arrays Planos", URSI 2004, XIX Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, págs. 105-106 (CD con ISBN. 84-688-7736-0), Barcelona, 2004.

[34]. **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez González, F. Ares, E. Moreno, "Sobre la Multiplicidad de Soluciones en la Síntesis de Patrones Simétricos con Ceros Rellenados Generados por Distribuciones Lineales de Taylor", URSI 2004, XIX Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, págs. 118-119 (CD con ISBN 84-688-7736-0), Barcelona, 2004.

[35]. **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Análisis, Síntesis y Diagnosis de Agrupaciones de Antenas a través de Redes Neuronales Complejo-Valuadas", URSI 2005, XX Simposium

Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, pág. 87 (CD con ISBN 84–9705–859–3), Gandia, Valencia, 2005.

[36]. J. A. García, E. Bertran, **J. C. BRÉGAINS**, G. Montoro, F. Ares, L. Cabria, "Aplicación de Técnicas Avanzadas de Linealización a Sistemas de RF/Microondas de Alta Eficiencia, Incluyendo su Integración con las Antenas", URSI 2005, XX Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, págs. 38–39 (CD con ISBN 84–9705–859–3), Valencia, 2005.

[37]. **J. C. BRÉGAINS**, J. Fondevila, G. Franceschetti, F. Ares, E. Moreno, "Estudio de la Transmisión de Señales y de la Pérdida en Potencia de Agrupaciones Lineales Moduladas en el Tiempo", URSI 2006, XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, pág. 87 (CD con ISBN 84–611–2488–X), Oviedo, 2006. **NOMINADO AL PREMIO A LA MEJOR PONENCIA.**

[38]. **J. C. BRÉGAINS**, G. Franceschetti, A. G. Roederer, F. Ares, E. Moreno, "Diseño y Construcción de Dos Prototipos de Antenas de Altas Prestaciones y Bajo Coste para Comunicaciones WLAN", URSI 2006, XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, pág. 205 (CD con ISBN 84–611–2488–X), Oviedo, 2006. **NOMINADO AL PREMIO A LA MEJOR PONENCIA.**

[39]. **J. C. BRÉGAINS**, J. Dorado, M. Gestal, J. A. Rodríguez, F. Ares, A. Pazos, "Avoiding Interferences in Planar Arrays Through the use of Artificial Neural Networks", JINA 2002, Libro de proceedings, págs. 373-374, Niza, Francia, 2002.

[40]. J. A. Rodríguez, P. López, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, E. Moreno, "Almost Uniformly Excited Arrays", Artículo invitado a la sesión especial sobre "Genetics Algorithms in Electromagnetics: Advanced Applications", 2002 IEEE AP-S International Symposium, 1, págs. 322-325, (CDROM con ISBN: 0-7803-7331-6), Boston, Massachusetts, USA, 2002.

[41]. M. Gestal, **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez, J. Dorado, "Neural Networks & Antennas Design: An Application for Avoiding Interferences", Artificial and Natural Neural Networks, IWANN 2003, págs. 751-757 (Vol. 2-ISBN 0302-9743) Maó, Menorca, Spain, 2003.

[42]. S. K. Smith, **J. C. BRÉGAINS**, K. L. Melde, F. Ares Pena, "Analytical and Optimization Methods for Linear Arrays with High Efficiency and Low Sidelobes", 2004 IEEE AP-S International Symposium, CD con ISBN 00-7803-8303-6, Monterrey, California, USA, 2004.

[43]. **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez González, F. Ares Pena, E. Moreno, "Measurement Distance Effects on Symmetric Shaped Patterns Generated by Continuous Linear and Circular Apertures", JINA 2004, págs. 300-301, Niza, Francia, 2004.

[44]. J. Fondevila, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares Pena, E. Moreno, "Optimizing Uniformly Excited Linear Arrays through Time Modulation", Spanish URSI/COST 284 meeting in Innovative Antennas for Emerging Terrestrial & Space-based Applications, Proceedings of the 6th COST 284, 4 páginas en CD con ISBN: 84-688-7736-0, Barcelona, 2004.

[45]. **J. C. BRÉGAINS**, J. Fondevila, G. Franceschetti, F. Ares, "A First Insight into the Analysis of Signal Transmission and Power Losses in Time-Modulated Linear Arrays", 2005 IEEE AP–S International Symposium, 4 páginas en CD con ISBN: 0-7803–8884–4, Washington, 2005.

[46]. J. Fondevila, **J. C. BRÉGAINS**, F. Ares, "Time Modulation Applied to Conformal Arrays", 4th European Workshop on Conformal Array Antennas, 4 páginas en CD con ISBN: 0-7803–8884–4, Estocolmo, 2005.

[47]. E. López Martín, **J. C. BRÉGAINS**, F. J. Jorge Barreiro, E. Moreno, F. Ares, "Microwave Exposure of Rats to Thermal and Non–Thermal 2.45 GHz Radiation Produces Changes on Neuronal Expresssion of Heat Shock Protein (HSP90)", EHE'06 International Conference on Electromagnetic Fields, Health and Environment, 4 páginas en CD con ISBN: 0-7803–8884–4, Madeira, Portugal, 2005.

[48]. J. Fondevila Gómez, **J. C. BRÉGAINS**, G. Franceschetti, F. Ares, "Pattern Synthesis by Using Time-Modulated Linear Arrays" COST284, pág. 208, Barcelona, 2004.

[49]. **J. C. BRÉGAINS**, J. A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, "Measurement Distance Effects on Symmetric Shaped Patterns Generated by Continuous Linear and Circular Apertures", JINA 2004 International Symposium on Antennas", págs 300–301, Niza, Francia, 2004.

[50]. M. T. Jorge Mora, M. J. Misa Agustiño, **J. C. BRÉGAINS**, F. J. Ares Pena, F. J. Jorge Barreiro, E. López Martín, "Pulsed Modulated Fields of GSM Radiation Triggers c–Fos Activation on Brain of Rats Treated with Subconvulsive Doses of Picrotoxin", 4th International Workshop on Biological Effects of EMFs, Creta, Grecia, 2006.

# 8.3 APÉNDICES.

## A.1. APÉNDICES DEL CAPÍTULO 1.

### A.1.1. SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE ONDA.

Se demuestra que la ecuación diferencial:

$$c^{-2}\partial_t^2 u(\mathbf{r},t) - \nabla^2 u(\mathbf{r},t) = g(\mathbf{r},t) \tag{A.1–1}$$

tiene como solución la integral[117]

$$u(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} \frac{g(\mathbf{r}',t')}{4\pi|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|}dv' = \iiint_{v'} \frac{g\left(\mathbf{r}',t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|c^{-1}\right)}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'. \tag{A.1–2}$$

PASO 1: DELTA DE DIRAC.

Resultará útil repasar la definición de la distribución (ya que no es, técnicamente hablando, una función [GRIFFITHS 1999]) Delta de Dirac $\delta(x)$:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty \text{ si } x = 0 \\ 0 \text{ si } x \neq 0 \end{cases}. \tag{A.1–3}$$

siendo la variable $x$ un número real, definida, en principio, en el rango $-\infty \leq x \leq \infty$. Además,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1. \tag{A.1–4}$$

Intuitivamente, la distribución $\delta(x)$ puede ser considerada como el valor límite de una función de área infinitamente "estirada" e infinitesimalmente "delgada" en el entorno de $x$=0, tal y como se hace en [GRIFFITHS 1999]. Un tratamiento un poco más extenso y claro de la $\delta(x)$ puede encontrarse en el conciso libro [DENNERY 1995].

La definición de $\delta(x)$ tiene las siguientes implicaciones, para una $f(x)$ "ordinaria" y una constante $a \in \Re$ dadas:

$$f(x)\delta(x) = f(0)\delta(x), \tag{A.1–5}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(0)\delta(x)dx = f(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = f(0), \tag{A.1–6}$$

$$\delta(x-a) = \begin{cases} \infty \text{ si } x = a \\ 0 \text{ si } x \neq a \end{cases}, \tag{A.1–7}$$

$$f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x), \tag{A.1–8}$$

[117] Naturalmente, si $u(\mathbf{r},t)$ es solución de (A.1—1), también lo es $u(\mathbf{r},t)+ u_0(\mathbf{r},t)$, bajo el supuesto de que $c^{-2}\partial_t^2 u_0(\mathbf{r},t) - \nabla^2 u_0(\mathbf{r},t) = 0$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a). \tag{A.1–9}$$

La correspondiente generalización de esta distribución a una variable independiente vectorial **r**=(*x*,*y*,*z*) es directa:

$$\delta^3(\mathbf{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z) = \begin{cases} \infty \text{ si } \mathbf{r} = (0,0,0) \\ 0 \text{ si } \mathbf{r} \neq (0,0,0) \end{cases}. \tag{A.1–10}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{r})dv = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\delta(y)\delta(z)dx\,dy\,dz = 1. \tag{A.1–11}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{a})dx\,dy\,dz = f(\mathbf{a}). \tag{A.1–12}$$

etcétera, siendo $\mathbf{a}=(a_1,a_2,a_3)\in\Re^3$ un vector constante.

PASO 2: TEOREMA DE LA DIVERGENCIA Y FUNCIÓN DE GREEN.

La distribución $\delta()$ permite eludir (aunque no resolver) algunos problemas incluidos en la teoría de campos, como por ejemplo, en el caso del electromagnetismo, el resultado erróneo producido al aplicarse el teorema de la divergencia a una función vectorial del tipo $\mathbf{a}_r/r^2$. Esto se observa a continuación.

Sea $G(r)=(4\pi r)^{-1}$, denominada Función de Green (en coordenadas esféricas) para el problema electrostático de Coulomb [ORFANIDIS2004]. El gradiente de dicha función es:

$$\mathbf{h}(r) = \nabla G(r) = \partial_r (4\pi r)^{-1}\mathbf{a}_r = -\frac{1}{4\pi r^2}\mathbf{a}_r. \tag{A.1–13}$$

Al aplicar el teorema de la divergencia *a* $\mathbf{h}(r)$, considerando una esfera de radio *r,* se obtiene un resultado absurdo:

$$\begin{aligned} &\oiint_s \mathbf{h}\cdot d\mathbf{s} = \iint_s \nabla G\cdot d\mathbf{s} = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(\mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_r)\frac{\cancel{r^2}}{4\pi\cancel{r^2}}\operatorname{sen}\theta\,d\theta\,d\varphi = -1, \\ &\iiint_v (\nabla\cdot\mathbf{h})dv = \iiint_v (\nabla^2 G)dv = -\iiint_v \left[\frac{1}{r^2}\partial_r\left(\cancel{r^2}\frac{1}{4\pi\cancel{r^2}}\right)\mathbf{a}_r\cdot\mathbf{a}_r\right]dv = 0, \\ &\xrightarrow{\text{Teorema de la Divergencia}} \quad \oiint_s \mathbf{h}\cdot d\mathbf{s} = \iiint_v (\nabla\cdot\mathbf{h})dv \Rightarrow -1 = 0. \end{aligned} \tag{A.1–14}$$

Esto se resuelve si se impone la siguiente igualdad:

$$\nabla\cdot\mathbf{h} = \nabla\cdot\nabla G(r) = \nabla^2 G(r) = -\delta^3(\mathbf{r}). \tag{A.1–15}$$

que conlleva al resultado (A.1–11), con signo cambiado, para la integral de volumen.

PASO 3: SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA CONSIDERANDO UN IMPULSO.

Para resolver la (A.1–1), es posible proceder hallando inicialmente la solución a un impulso, y luego la solución general considerando que la $g(\mathbf{r},t)$ es una suma (integral) de impulsos ponderados. Esto se realiza a continuación.

Considérese una función escalar dependiente del tiempo $f(t)$ ubicada "exactamente" en el origen de coordenadas[118], es decir, $f(t)\delta^3(\mathbf{r})$. Aplicando esta función a la ecuación (A.1–1), se tiene

$$c^{-2}\partial_t^2 u(\mathbf{r},t) - \nabla^2 u(\mathbf{r},t) = f(t)\delta^3(\mathbf{r}). \tag{A.1–16}$$

A continuación se demuestra que la solución a la ecuación (A.1–16) es:

$$u(\mathbf{r},t) = f(t')G(r) = f\left(t - rc^{-1}\right)G(r) = \frac{f\left(t - rc^{-1}\right)}{4\pi r}. \tag{A.1–17}$$

denominada solución causal, debido a la presencia de la variable $t'=t-rc^{-1}$.

Hallando el gradiente (en coordenadas esféricas) y el laplaciano de $f(t')$ se tiene:

$$\nabla f(t') = \partial_r f\left(t - rc^{-1}\right)\mathbf{a}_r = -c^{-1}\partial_{t'} f\left(t - rc^{-1}\right)\mathbf{a}_r = -c^{-1}\partial_t f\left(t - rc^{-1}\right)\mathbf{a}_r, \tag{A.1–18}$$

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\nabla f(t') &= -(\nabla\cdot\mathbf{a}_r)c^{-1}\partial_t f(t') - \left(c^{-1}\mathbf{a}_r\right)\cdot\left[-c^{-1}\mathbf{a}_r\partial_t^2 f(t')\right] \Rightarrow \\ \nabla^2 f(t') &= c^{-2}\partial_t^2 f(t') - 2(cr)^{-1}\partial_t f(t'). \end{aligned} \tag{A.1–19}$$

Además, considerando la identidad:

$$\nabla^2 u = \nabla^2(fG) = 2\nabla f\cdot\nabla G + G\nabla^2 f + f\nabla^2 G \tag{A.1–20}$$

y los resultados (A.1–15), (A.1–18) y (A.1–19), se obtiene:

$$\nabla^2 u(\mathbf{r},t) = c^{-2}G(r)\partial_t^2 f(t') - f(t')\delta^3(\mathbf{r}). \tag{A.1–21}$$

Pero

$$\begin{aligned} \partial_t^2 u(\mathbf{r},t) &= \partial_t^2\left[f(t')G(r)\right] = G(r)\partial_t^2 f(t') \Rightarrow \\ c^{-2}\partial_t^2 u(\mathbf{r},t) &= c^{-2}\partial_t^2 f(t')G(r) \end{aligned} \tag{A.1–22}$$

la cual, reemplazada en (A.1–21) permite demostrar que (A.1–17) es la solución de (A.1–16).

PASO 4: SOLUCIÓN CON POSICIÓN DESPLAZADA.

Un procedimiento similar se puede aplicar para una función impulso desplazada $\mathbf{r}\rightarrow\mathbf{r}'$:

[118] Esa es, precisamente, una de las utilidades de la $\delta()$ [o $\delta^2()$ o bien la $\delta^3()$]: especificar una zona puntual para, por ejemplo, establecer una posición de una carga puntual, o bien una zona lineal para una carga lineal, etc.

$$c^{-2}\partial_t^2 u(\mathbf{r},t) - \nabla^2 u(\mathbf{r},t) = g(\mathbf{r}',t)\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,. \tag{A.1–23}$$

cuya solución resulta ser:

$$u(\mathbf{r},t) = g(\mathbf{r}',t')G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = g\left(\mathbf{r}',t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|c^{-1}\right)\frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\,. \tag{A.1–24}$$

Para cada valor de **r**' se obtiene una solución de la (A.1–23).

PASO 5: SUPERPOSICIÓN (LINEALIDAD).

La solución completa es la suma (integración) para todos los valores de **r**' dentro del volumen *v*' en donde se hallan las fuentes:

$$g(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} g\left(\mathbf{r}',t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|c^{-1}\right)\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}')dv'\,, \tag{A.1–25}$$

con la correspondiente obtención de la superposición de soluciones:

$$u(\mathbf{r},t) = \iiint_{v'} \frac{g\left(\mathbf{r}',t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|c^{-1}\right)}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dv'\,, \tag{A.1–26}$$

que es el resultado que se quería obtener como solución a la ecuación (A.1–1). Si se establece $g(\mathbf{r},t)=\rho(\mathbf{r},t)/\varepsilon_0$, o bien $\mathbf{g}(\mathbf{r},t)=\mu_0^{-1}\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ se obtienen las ecuaciones (1–18) y (1–19), respectivamente.

### A.1.2. LINEALIDAD DE PARTES REAL E IMAGINARIA.

Demostrar que:

$$\partial_t\left(\mathscr{R}e\left\langle e^{j\omega t}\right\rangle\right) = \mathscr{R}e\left\langle \partial_t e^{j\omega t}\right\rangle. \tag{A.1–27}$$

PASO 1: LADO IZQUIERDO DE LA IGUALDAD.

El lado izquierdo de la igualdad conlleva a:

$$\partial_t\left(\mathscr{R}e\left\langle e^{j\omega t}\right\rangle\right) = \partial_t(\cos\omega t) = -\omega\, sen\,\omega t\,, \tag{A.1–28}$$

PASO 2: LADO DERECHO DE LA IGUALDAD. COMPARACIÓN.

El lado derecho implica

$$\begin{aligned}\mathscr{R}e\left\langle \partial_t e^{j\omega t}\right\rangle = \mathscr{R}e\left\langle j\omega e^{j\omega t}\right\rangle = \mathscr{R}e\left\langle j\omega(\cos\omega t + j\,\mathrm{sen}\,\omega t)\right\rangle = \\ = \mathscr{R}e\left\langle j\omega\cos\omega t - \omega\,\mathrm{sen}\,\omega t\right\rangle = -\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t,\end{aligned} \tag{A.1-29}$$

con lo cual la igualdad se cumple (la derivada es un operador lineal).

Del mismo modo, se quiere demostrar que:

$$\int \mathscr{R}e\left\langle e^{j\omega t}\right\rangle dt = \mathscr{R}e\left\langle \int e^{j\omega t} dt\right\rangle . \tag{A.1–30}$$

Del lado izquierdo de la igualdad se obtiene:

$$\int \mathscr{R}e\left\langle e^{j\omega t}\right\rangle dt = \int \cos\omega t\, dt = \frac{\operatorname{sen}\omega t}{\omega} + C_c \tag{A.1–31}$$

donde $C_c \in \Re$ es una constante (en el tiempo) arbitraria correspondiente a la integración de la función coseno. El lado derecho implica:

$$\begin{aligned} &\mathscr{R}e\left\langle \int e^{j\omega t} dt\right\rangle = \mathscr{R}e\left\langle \int \cos\omega t\, dt + j\int \operatorname{sen}\omega t\, dt\right\rangle = \\ &= \mathscr{R}e\left\langle \frac{\operatorname{sen}\omega t}{\omega} + C_c + j\left(-\frac{\cos\omega t}{\omega} + C_s\right)\right\rangle = \frac{\operatorname{sen}\omega t}{\omega} + C_c \end{aligned} \tag{A.1–32}$$

donde evidentemente $C_c$ es la misma que antes, y $C_s \in \Re$ es una constante arbitraria correspondiente a la integración de la función seno. Si se comparan los lados derechos de las dos últimas ecuaciones, la igualdad queda demostrada.

### A.1.3. TEOREMA DE POYNTING CON DISCRIMINACIÓN DE CARGAS.

Se desea obtener el Teorema de Poynting promediado en el tiempo (un periodo), discriminando los términos correspondientes a las pérdidas por conducción debidas a la presencia de metales y dieléctricos. Por otra parte, se desea separar el término correspondiente a la potencia entregada por las fuentes (generadores). Se consideran campos armónicos en el tiempo.

PASO 1: IDENTIDADES.

Para mayor claridad se desarrollarán explícitamente los términos armónicos, considerando que

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\right\rangle, \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\right\rangle, \tag{A.1–33}$$

$$\mathscr{R}e\left\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\right\rangle = \tfrac{1}{2}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{-j\omega t}\right], \mathscr{R}e\left\langle \mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\right\rangle = \tfrac{1}{2}\left[\mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{B}^*(\mathbf{r})e^{-j\omega t}\right], \tag{A.1–34}$$

etcétera. El vector **J** indicará **J**(**r**), el vector **E** indicará **E**(**r**). El mismo criterio se aplicará para los demás vectores y escalares.

PASO 2: VECTOR DE POYNTING.

Se aplican las identidades (A.1–33) y (A.1–34) al vector de Poynting, ver ecuación (1–24), en la página 21:

$$\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\left[\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right] = \frac{1}{4\mu_0}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{-j\omega t}\right]\times\left[\mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + \mathbf{B}^*(\mathbf{r})e^{-j\omega t}\right]$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \left\{\frac{\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{B}^*(\mathbf{r}) + \left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{B}^*(\mathbf{r})\right]^*}{4\mu_0}\right\} + \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j2\omega t}}{4\mu_0} + \frac{\mathbf{E}^*(\mathbf{r})\times\mathbf{B}^*(\mathbf{r})e^{-j2\omega t}}{4\mu_0} \qquad \text{(A.1–35)}$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}\mathscr{R}e\left\langle\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mu_0^{-1}\mathbf{B}^*(\mathbf{r})\right\rangle + \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j2\omega t}}{4\mu_0} + \frac{\mathbf{E}^*(\mathbf{r})\times\mathbf{B}^*(\mathbf{r})e^{-j2\omega t}}{4\mu_0}$$

PASO 3: PROMEDIO EN UN CICLO TEMPORAL DEL VECTOR DE POYNTING.

Al tomar el promedio en un ciclo temporal de la última ecuación en un ciclo $T=2\pi/\omega$, prevalece sólo el término que es independiente de $t$:

$$\mathbf{p}_{\text{MED}} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}\left\{\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\left[\mu_0^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\right\}dt = \tfrac{1}{2}\mathscr{R}e\left\langle\mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mu_0^{-1}\mathbf{B}^*(\mathbf{r})\right\rangle \quad [\text{W/m}^2]\,. \qquad \text{(A.1–36)}$$

Es decir que el promedio del vector de Poynting $\mathbf{p}(\mathbf{r},t)$ es el vector real $(2\mu_0)^{-1}\mathscr{R}e\langle\mathbf{E}\times\mathbf{B}^*\rangle$. Dicho vector representa la potencia "activa" del volumen infinitesimal (ya que estamos tratando con valores locales), en analogía con la teoría de circuitos eléctricos. Del mismo modo, es conveniente disponer de una parte imaginaria, definiendo la correspondiente "potencia reactiva" del sistema. Por lo tanto, para expresar el Teorema de Poynting para campos armónicos en el tiempo, será necesario hacerlo mediante cantidades complejas[119].

Así se define el Vector Complejo de Poynting (para materiales no magnéticos):

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mu_0^{-1}\mathbf{B}^*(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\times\mathbf{H}_0^*(\mathbf{r}) \quad [\text{W/m}^2]\,. \qquad \text{(A.1–37)}$$

luego de haber considerado (1–41) y (1–40).

PASO 4: POTENCIA PROMEDIO INFINITESIMAL (EXPRESIÓN COMPLEJA).

Análogamente a como se procedió en el caso de campos no armónicos, se multiplicará el vector complejo conjugado (esto se hace por conveniencia) de la densidad de corriente eléctrica por el vector campo eléctrico. Sin embargo, esta vez dicho término se multiplicará por un medio, teniendo en cuenta que ese factor aparece en (A.1–36):

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{J}^*\cdot\mathbf{E} = \tfrac{1}{2}\left(\nabla\times\mathbf{H}_0^* + j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}^*\right)\cdot\mathbf{E} = \tfrac{1}{2}\left(\nabla\times\mathbf{H}_0^*\right)\cdot\mathbf{E} + \tfrac{1}{2}j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}^*\cdot\mathbf{E} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \tfrac{1}{2}\mathbf{J}^*\cdot\mathbf{E} = \tfrac{1}{2}\left(\nabla\times\mathbf{E}\right)\cdot\mathbf{H}_0^* - \tfrac{1}{2}\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^*\right) + \tfrac{1}{2}j\omega\varepsilon_0 E^2 = -\tfrac{1}{2}j\omega\left(\mu_0^{-1}B^2 - \varepsilon_0 E^2\right) - \tfrac{1}{2}\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^*\right), \qquad \text{(A.1–38)}$$

[119] Aunque, en este caso, las cantidades complejas no implicarán "desfase en el tiempo", puesto que se estará hablando de valores promediados en el tiempo, no de fasores (esto es: el término $e^{j\omega t}$ desaparece al promediar los valores). Este procedimiento de trabajar con números complejos sólo sirve para desacoplar la potencia activa de la reactiva [BALANIS1989].

en donde se ha aplicado la identidad $\nabla\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^*)=\mathbf{H}_0^*\cdot(\nabla\times\mathbf{E})-\mathbf{E}\cdot(\nabla\times\mathbf{H}_0^*)$, la Ley de Faraday en forma compleja tomada de la ecuación (1–26), y se ha tenido en cuenta que $\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*=|\mathbf{E}|^2=E^2$. De esta manera, se ha obtenido una ecuación compleja completamente análoga a la (1–22).

PASO 5: DISCRIMINACIÓN DE DENSIDADES DE CORRIENTE.

Tomando la densidad de corriente como la suma de las partes correspondiente al generador, a la de conducción y a la de polarización, y recordando, además, las (1–39) y (1–42):

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{J}^*\cdot\mathbf{E}=\tfrac{1}{2}\left(\mathbf{J}_{gen}^*+\mathbf{J}_{lib}^*+\mathbf{J}_{pol}^*\right)\cdot\mathbf{E}=\tfrac{1}{2}\mathbf{J}_{gen}^*\cdot\mathbf{E}+\tfrac{1}{2}\sigma E^2-\tfrac{1}{2}j\omega\varepsilon_0\chi_e^*E^2\,. \tag{A.1–39}$$

Insertando (A.1–39) en (A.1–38) y reorganizando, se tiene:

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{J}_{gen}^*\cdot\mathbf{E}=-\tfrac{1}{2}\sigma E^2+\tfrac{1}{2}j\omega\varepsilon_0\left(1+\chi_e^*\right)E^2-\tfrac{1}{2}j\omega\mu_0^{-1}B^2-\tfrac{1}{2}\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^*\right). \tag{A.1–40}$$

Puesto que

$$\varepsilon_0\left(1+\chi_e^*\right)=\varepsilon^*=\varepsilon'+j\varepsilon''\Rightarrow j\omega\varepsilon_0\left(1+\chi_e^*\right)=j\omega\varepsilon'-\omega\varepsilon'', \tag{A.1–41}$$

se obtiene, finalmente:

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{J}_{gen}^*\cdot\mathbf{E}=-\tfrac{1}{2}(\sigma+\omega\varepsilon'')E^2-\tfrac{1}{2}j\omega\left(\mu_0^{-1}B^2-\varepsilon'E^2\right)-\tfrac{1}{2}\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}_0^*\right), \tag{A.1–42}$$

que es el resultado que se deseaba. La interpretación de la ecuación (A.1–1) se da en el correspondiente apartado de la Sub–Sección 1.3.

### A.1.4. PROPORCIONALIDAD ENTRE E Y AT.

Se demuestra que, en campo lejano, $\mathbf{E}\propto\mathbf{A}_T$, siendo $\mathbf{A}_T$ la componente tangencial de $\mathbf{A}$ sobre una superficie esférica de radio $r$.

PASO 1: DESARROLLO EN SERIE.

Se obtiene la expresión generalizada de campo lejano para la ecuación (1–31).

Desarrollando en series los términos de distancia del punto campo al punto fuente (un procedimiento análogo se aplicará en el Capítulo 2), en concordancia con la Figura 1-1:

$$\begin{aligned}\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|&=\left[\left(r\mathbf{a}_r-r'\mathbf{a}_{r'}\right)\cdot\left(r\mathbf{a}_r-r'\mathbf{a}_{r'}\right)\right]^{1/2}=\left[r^2-2rr'\cos\zeta+r'^2\right]^{1/2}\Rightarrow\\ \left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|&=r\left[1-\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\zeta+\mathcal{O}\left(\frac{r'}{r}\right)^2\right],\end{aligned} \tag{A.1–43}$$

donde $\mathcal{O}(r'/r)^2\equiv\mathcal{O}(r^{-2})$ significa "términos de segundo orden y superiores en $(r'/r)$".

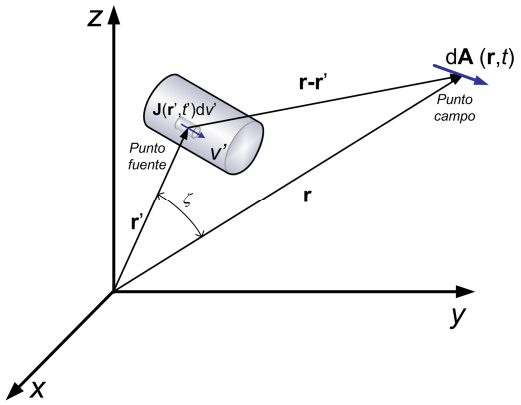



**Figura A.1–1.** Réplica de la Figura 1-1.

Al reemplazar (A.1–43) en el término geométrico de (1–31) se obtiene:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \iiint_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{-jkr\left[1-\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\zeta+\mathcal{O}\left(\frac{r'}{r}\right)^2\right]}}{4\pi\,\mu_0^{-1}r\left[1-\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\zeta+\mathcal{O}\left(\frac{r'}{r}\right)^2\right]}dv'. \qquad \text{(A.1–44)}$$

siendo $k=\omega/c=2\pi/\lambda$ el número de onda [SADIKU1998] y $\lambda$ la longitud de onda a la frecuencia angular $\omega$.

PASO 2: SIMPLIFICACIÓN CONSIDERANDO CONDICIÓN DE CAMPO LEJANO.

Se simplifica esta expresión estableciendo la condición de campo lejano: $r\geq 2D^2/\lambda$ y $r>>r' \Rightarrow r'/r<<1$, ver ecuación (1–67). Bajo estas circunstancias es común despreciar los términos $\mathcal{O}(r^{-2})$ en el exponente, y los términos de primer orden en adelante en el denominador [SADIKU1998, ORFANIDIS2004]. Se tiene entonces:

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1}r}\iiint_{v'}\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}dv' = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1}r}\mathbf{A}_{\text{RAD}}(\theta,\varphi)\rightarrow\\ &\rightarrow \mathbf{A}_{\text{RAD}}(\theta,\varphi) = \iiint_{v'}\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}dv',\end{aligned} \qquad \text{(A.1–45)}$$

en donde se ha definido el vector número de onda como $\mathbf{k}=k\mathbf{a}_r$. El termino $\mathbf{A}_{\text{RAD}}(\theta,\varphi)$ representa el Vector de Radiación (*Radiation Vector* [ORFANIDIS2004]), que bajo ciertas restricciones constituye el Factor Espacial, ver Sub–Secciones 2.2.1 y 2.3.1. La (A.1–45) es la expresión del potencial vectorial en campo lejano. Un desarrollo análogo se puede aplicar a la ecuación (1–30).

PASO 3: ECUACIONES DE MAXWELL SIN CARGAS. EXPRESIÓN DEL CAMPO **E**.

Considérese una región lejana respecto de la antena, libre de cargas; en dicha región, las Ecuaciones de Maxwell (1–26) para fuentes periódicas se reducen entonces a:

$$\begin{array}{|c|}\hline \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \hline \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) \\ \hline \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \\ \hline c^2 \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = j\omega \mathbf{E}(\mathbf{r}) . \\ \hline \end{array} \qquad \text{(A.1–46)}$$

La última ecuación, junto con las igualdades (1–28) y (A.1–45), implican:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega^{-1} c^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) = j\left(4\pi\, \omega \varepsilon_0\right)^{-1} \nabla \times \nabla \times \left[ \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{A}_{\text{RAD}}(\theta, \varphi) \right]. \qquad \text{(A.1–47)}$$

PASO 4: SIMPLIFICACIÓN DEL OPERADOR NABLA.

Considerando términos de orden 1/*r*, se puede demostrar (ver [ORFANIDIS2004]) que $\nabla$, siempre que opere sobre una función del tipo $f(\theta,\varphi)e^{-jkr}/r$ y que $kr>>1$, se puede reemplazar por:

$$\nabla \rightarrow -j\mathbf{k} = -jk\mathbf{a}_r . \qquad \text{(A.1–48)}$$

tras lo cual, la expresión (A.1–47) se reduce a

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -jk\eta_0 \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ \left( \mathbf{a}_r \times \mathbf{A}_{\text{RAD}} \right) \times \mathbf{a}_r \right] = -jk\eta_0 \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \mathbf{A}_T \rightarrow \mathbf{E} \propto \mathbf{A}_T , \qquad \text{(A.1–49)}$$

siendo $\eta_0$ la impedancia intrínseca del vacío, ver ecuación (1–56). El término $\mathbf{A}_T=[(\mathbf{a}_r \times \mathbf{A}_{RAD}) \times \mathbf{a}_r]$ representa la componente tangencial a una esfera de radio *r*, con lo cual la ecuación (A.1–49) representa lo que se quería demostrar.

### A.1.5. DEDUCCIÓN DEL FACTOR DE AGRUPACIÓN.

Se desea encontrar la expresión del Factor de Agrupación, ver ecuación (1–89).

PASO 1: TRASLACIÓN DE UN ELEMENTO.

Considérese una antena situada en el origen de coordenadas, con distribución de densidad de corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ dentro del volumen *v'*. El campo lejano de dicha antena se puede obtener aplicando la ecuación (A.1–45); es el denominado Factor Elemento:

$$\mathbf{A}_e(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_e(\mathbf{r}) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\, \mu_0^{-1} r} \iiint_{v'} \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'} dv' \qquad \text{(A.1–50)}$$

Considérese ahora que la misma antena se desplaza, sin rotar, hacia una posición establecida por el vector de posición $\mathbf{r}'_n$ (la inserción del subíndice *n* se hará evidente más adelante). Además, se establece que la densidad de corriente se magnifica una cantidad $|I_n|$ y se desfasa en el tiempo $\psi_n$

radianes. Se considera entonces que $\mathbf{J}_n(\mathbf{d}'_n) = I_n \mathbf{J}(\mathbf{r}')$, con $I_n = |I_n| e^{j\psi_n}$, siendo $\mathbf{d}'_n = \mathbf{r}'_n + \mathbf{r}'$, ver Figura A.1–2. Utilizando la (A.1–45), la expresión del campo es ahora:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_n(\mathbf{r}) &= \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \iiint_{v'_n} \mathbf{J}_n(\mathbf{d}'_n) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}'_n} dv'_n = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \iiint_{v'_n} I_n \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{j\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}'_n+\mathbf{r}')} dv'_n \Rightarrow \\ \mathbf{A}_n(\mathbf{r}) &= I_n e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'_n} \left[ \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \iiint_{v'} \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'} dv' \right] = I_n e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'_n} \mathbf{f}_e(\mathbf{r}), \end{aligned} \tag{A.1–51}$$

en la que se ha considerado que $v_n$'=$v$', ya que el volumen del elemento no ha cambiado.

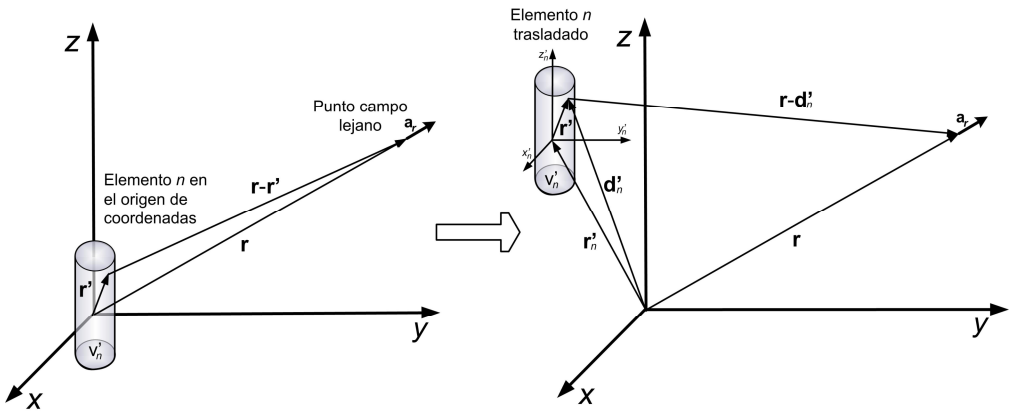



**Figura A.1–2.** Desplazamiento de un elemento.

PASO 2: PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN Y ESFERA DE RADIO CONSTANTE.

Si la expresión anterior corresponde a uno de entre *N* elementos de una agrupación, la expresión total del campo se obtiene aplicando el principio de superposición (suma), considerando que el acoplo electromagnético es despreciable:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_e(\mathbf{r}) \sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'_n} \ , \tag{A.1–52}$$

en donde se ha tenido en cuenta que $\mathbf{f}_e$ es el mismo para todos los elementos. Si ahora se especifica este valor de campo para *r*=constante en (A.1–52), $\mathbf{f}_e$ será sólo función de las coordenadas angulares $(\theta,\varphi)$, por lo cual, la expresión se hará igual a la (1–89), como se quería demostrar.

## A.2. APÉNDICES DEL CAPÍTULO 2.

### A.2.1. DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DE CAMPO CERCANO DE UN DIPOLO.

Sea un dipolo de longitud 2*L* dispuesto a lo largo del eje $z'_n$ y cuyo centro coincide con el origen del sistema de coordenadas, según se observa en la Figura A.2–1, y cuya distribución de corriente está

dada por la ecuación (2–22). Puesto que la corriente tiene la dirección $\mathbf{a}_{zn}$, el potencial vectorial magnético tendrá la misma dirección, con lo cual su valor será, aplicando la ecuación (1–31):

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = \iiint_{v'} \frac{\mathbf{a}_{z_n} I_0 \operatorname{sen}\left[k\left(L-|z_n'|\right)\right]\delta(x_n')\delta(y_n')e^{-jk|\mathbf{r}_n - z_n'\mathbf{a}_{z_n}|}}{4\pi\,\mu_0^{-1}\left|\mathbf{r}_n - z_n'\mathbf{a}_{z_n}\right|} dv_n' \Rightarrow$$

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = A_{z_n}\mathbf{a}_{z_n} = \mathbf{a}_{z_n}\frac{I_0}{4\pi\,\mu_0^{-1}}\int_{-L}^{L}\frac{\operatorname{sen}\left[k\left(L-|z_n'|\right)\right]e^{-jk|\mathbf{r}_n - z'\mathbf{a}_{z_n}|}}{\left|\mathbf{r}_n - z_n'\mathbf{a}_{z_n}\right|}dz_n' \quad , \tag{A.2–1}$$

además, teniendo en cuenta que

$$\left|\mathbf{r}_n - z_n'\mathbf{a}_{z_n}\right| = \sqrt{x_n^2 + y_n^2 + \left(z_n - z_n'\right)^2},$$
$$\operatorname{sen}\left[k\left(L-|z_n'|\right)\right] = \tfrac{1}{2}\left[e^{jk(L-|z_n'|)} - e^{-jk(L-|z_n'|)}\right] \quad , \tag{A.2–2}$$

se tendrá:

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{a}_{z_n}\frac{I_0}{8j\pi\,\mu_0^{-1}}\int_{-L}^{L}\frac{\left(e^{jk(L-|z_n'|)} - e^{jk(L-|z_n'|)}\right)e^{-jk\sqrt{x_n^2+y_n^2+(z_n-z_n')^2}}}{\sqrt{x_n^2+y_n^2+\left(z_n-z_n'\right)^2}}dz_n' \, , \tag{A.2–3}$$

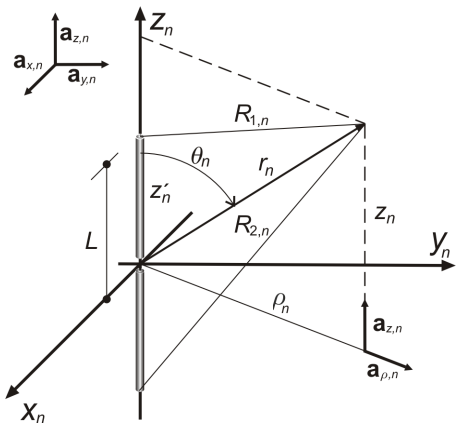



**Figura A.2–1.** Réplica de la Figura 2–16. Por sencillez, no se ha dibujado $R_n$.

Para resolver esta integral es necesario aplicar primero la ecuación (1–28) a la (A.2–3), en coordenadas cilíndricas (relativas al dipolo *n*–ésimo):

$$\nabla_n \times \mathbf{A}_n = \frac{j I_0}{8\pi\,\mu_0^{-1}}\mathbf{a}_{\varphi_n}\partial_{\rho_n}\left[\int_{-L}^{L}\frac{\left(e^{jk(L-|z_n'|)} - e^{-jk(L-|z_n'|)}\right)e^{-jk\sqrt{\rho_n^2+(z_n-z_n')^2}}}{\sqrt{\rho_n^2+\left(z_n-z_n'\right)^2}}dz_n'\right] =$$

$$= \frac{I_0}{8j\pi\,\mu_0^{-1}}\mathbf{a}_{\varphi_n}\int_{-L}^{L}\left(e^{jk(L-|z_n'|)} - e^{-jk(L-|z_n'|)}\right)\partial_{\rho_n}\left[\frac{e^{-jk\sqrt{\rho_n^2+(z_n-z_n')^2}}}{\sqrt{\rho_n^2+\left(z_n-z_n'\right)^2}}\right]dz_n' \Rightarrow \quad , \tag{A.2–4}$$

$$\nabla_n \times \mathbf{A}_n = \frac{I_0}{8j\pi\,\mu_0^{-1}}\mathbf{a}_{\varphi_n}\int_{-L}^{L}\frac{\left(e^{jk(L-|z_n'|)} - e^{-jk(L-|z_n'|)}\right)\rho e^{-jR_n}\left(1+jR_n\right)}{R_n^3}dz_n'$$

siendo

$$R_n = \left| \mathbf{r}_n - z'_n \mathbf{a}_{z_n} \right| = \sqrt{\rho_n^2 + \left(z_n - z'_n\right)^2}, \tag{A.2–5}$$

y en donde el símbolo $\nabla_n$ indica que el rotacional se aplica respecto del sistema de coordenadas cilíndricas ($\rho_n, \varphi_n, \mathbf{z}_n$).

Resolviendo la integral, se obtiene:

$$\mathbf{B}_n = \nabla_n \times \mathbf{A}_n = \frac{j I_0}{4\pi \mu_0^{-1} \rho_n} \left( e^{-jkR_{1,n}} + e^{-jkR_{1,n}} - 2e^{-jkr_n} \cos kL \right) \mathbf{a}_{\varphi_n}, \text{ con } r_n = \sqrt{\rho_n^2 + z_n^2}. \tag{A.2–6}$$

Aplicando la Ley de Ampere–Maxwell de (1–26), se tiene, finalmente, considerando que en donde se halla el campo no existen densidades de corriente [i.e. **J**(**r**)=0 en dicha ecuación]:

$$j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}_n = \varepsilon_0 c^2 \nabla_n \times \mathbf{B}_n = \varepsilon_0 c^2 \nabla_n \times \left[ \frac{j I_0}{4\pi \mu_0^{-1} \rho_n} \left( e^{-jkR_{1,n}} + e^{-jkR_{1,n}} - 2e^{-jkr_n} \cos kL \right) \mathbf{a}_{\varphi_n} \right], \tag{A.2–7}$$

la cual conlleva al resultado que se estaba buscando:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_n = j30I_0 \left\{ \left[ \left( \frac{z_n - L}{\rho_n} \right) \frac{e^{-jkR_{1,n}}}{R_{1,n}} + \left( \frac{z_n + L}{\rho_n} \right) \frac{e^{-jkR_{2,n}}}{R_{2,n}} - 2\cos(kL) \frac{z_n}{\rho_n} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] \mathbf{a}_{\rho_n} - \right. \\ \left. - \left[ \frac{e^{-jkR_{1,n}}}{R_{1,n}} + \frac{e^{-jkR_{2,n}}}{R_{2,n}} - 2\cos(kL) \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} \right] \mathbf{a}_{z_n} \right\} = E_{\rho_n} \mathbf{a}_{\rho_n} + E_{z_n} \mathbf{a}_{z_n}. \end{aligned} \tag{A.2–8}$$

Para obtener la expresión del campo en zonas alejadas del dipolo, se estipula que, ver Figuras A.2–1 y A.2–2:

$$\begin{aligned} &\text{para los exponentes } \begin{cases} R_{1,n} \cong r_n - L\cos\theta_n, \\ R_{2,n} \cong r_n + L\cos\theta_n, \end{cases} \\ &\text{para los denominadores } \left\{ R_{1,n} \cong R_{2,n} \cong r_n, \right. \\ &z_n - L \cong z_n \Rightarrow \frac{\rho_n}{z_n} = \tan\theta_n, \\ &\mathbf{a}_{\theta_n} = \cos\theta_n \, \mathbf{a}_{\rho_n} - \operatorname{sen}\theta_n \, \mathbf{a}_{z_n}. \end{aligned} \tag{A.2–9}$$

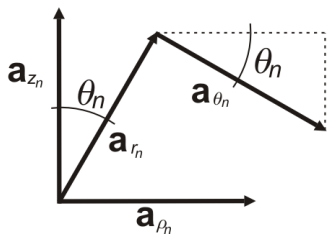



**Figura A.2–2.** Relaciones entre $\mathbf{a}_{zn}$, $\mathbf{a}_{\rho n}$ y $\mathbf{a}_{\theta n}$.

Así, de (A.2–8) se obtiene:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_n &= j30I_0\left\{\left(\frac{z_n}{\rho_n}\right)\left[\frac{e^{-jk(r_n-L\cos\theta_n)}}{r_n}+\frac{e^{-jk(r_n+L\cos\theta_n)}}{r_n}-2\cos(kL)\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right]\mathbf{a}_{\rho_n}-\right.\\ &\left.-\left[\frac{e^{-jk(r_n-L\cos\theta_n)}}{r_n}+\frac{e^{-jk(r_n+L\cos\theta_n)}}{r_n}-2\cos(kL)\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right]\mathbf{a}_{z_n}\right\}\Rightarrow\\ \mathbf{E}_n &= \frac{j30I_0}{\operatorname{sen}\theta_n}\left(\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right)\left[e^{+jkL\cos\theta_n}+e^{-jkL\cos\theta_n}-2\cos(kL)\right]\mathbf{a}_{\theta_n}\Rightarrow\\ &\boxed{\mathbf{E}_n = j60I_0\left(\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right)\left[\frac{\cos(kL\cos\theta_n)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta_n}\right]\mathbf{a}_{\theta_n}}\end{aligned} \tag{A.2–10}$$

que es la expresión (2–24).

### A.2.2. ECUACIONES DE CAMPO DEL DIPOLO CON PLACA DE TIERRA.

Supóngase que al dipolo estudiado en A.2.1 se lo desplaza una distancia *h* sobre la línea $y_n$, manteniéndose paralelo al eje $z_n$. Dicha traslación hará que el campo dado por (A.2–10) sufra una diferencia de camino óptico dada por (ver A.1.5, PASO 1):

$$\operatorname{Exp}\left[-j\mathbf{k}\cdot\left(h\,\mathbf{a}_{y_n}\right)\right]=\operatorname{Exp}\left[-j\left(k\,\mathbf{a}_{r_n}\right)\cdot\left(h\,\mathbf{a}_{y_n}\right)\right]=\operatorname{Exp}\left[-jkh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n\right], \tag{A.2–11}$$

mientras que el dipolo imagen, situado a una distancia –*h*, (con su dirección paralela al eje $z_n$), sufrirá una diferencia de camino óptico:

$$\operatorname{Exp}\left[-j\mathbf{k}\cdot\left(-h\,\mathbf{a}_{y_n}\right)\right]=\operatorname{Exp}\left[j\left(k\,\mathbf{a}_{r_n}\right)\cdot\left(h\,\mathbf{a}_{y_n}\right)\right]=\operatorname{Exp}\left[jkh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n\right]. \tag{A.2–12}$$

El campo total será la superposición de ambos:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{n,TOTAL} &= \mathbf{E}_{n,\mathrm{DIP}}+\mathbf{E}_{n,\mathrm{IMAG}} = j60I_0\left(\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right)\left[\frac{\cos(kL\cos\theta_n)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta_n}\right]\left(e^{-jkh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n}-e^{jkh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n}\right)\mathbf{a}_{\theta_n}\\ &\boxed{\mathbf{E}_{n,TOTAL} = 120I_0\left(\frac{e^{-jkr_n}}{r_n}\right)\left[\frac{\cos(kL\cos\theta_n)-\cos(kL)}{\operatorname{sen}\theta_n}\right]\operatorname{sen}(kh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n)\,\mathbf{a}_{\theta_n}}\end{aligned} \tag{A.2–13}$$

que es la ecuación (2–25). El signo menos en $-e^{jkh\operatorname{sen}\theta_n\operatorname{sen}\varphi_n}$ se debe a que el dipolo imagen tiene la densidad de corriente desfasada 180º (por lo cual el campo sufre el mismo retraso).

### A.2.3. IMPEDANCIA MUTUA ENTRE DIPOLOS.

Considérese dos dipolos *m* y *n*, separados una distancia $\mathbf{r}_{mn}$, ver Figura A.2–3. La impedancia mutua sobre el dipolo *m* debido al dipolo *n* está dada por la expresión (1–111), ver Sub–Sección 1.6.7,

$$Z_{mn}=\left.\frac{V_m}{I_n}\right|_{\substack{I_p=0\\ \forall p\in[1,N],\,p\neq n}}=\frac{V_m}{I_n(0)}\quad[\Omega] \tag{A.2–14}$$

siendo $V_m$ el voltaje de circuito abierto generado sobre el dipolo *m*, e $I_n(0)$ la amplitud máxima de corriente que circula por el dipolo *n*. Con la ayuda del Teorema de Reciprocidad (*Reciprocity Theorem*) es posible deducir que [ELLIOTT2003]:

$$V_m = -\frac{1}{I_m(0)}\int_{-L}^{L} E_{mn}(z_n) I_n(z_n)\, dz_n \,. \tag{A.2–15}$$

En otras palabras: el voltaje generado sobre el dipolo *m* depende inversamente de la amplitud máxima de corriente que circula por éste, y directamente de la integral del producto entre el campo generado a lo largo del dipolo *n* y la corriente sobre este último (considerada que no está en circuito abierto, ya que se ha aplicado el teorema de reciprocidad)[120], tomada a lo largo del segundo dipolo.

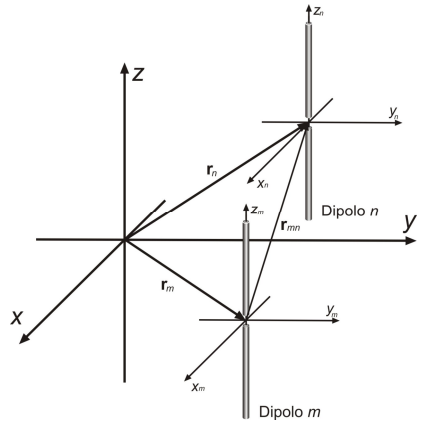



**Figura A.2–2.** Réplica de la Figura 2–18.

El campo $E_{mn}$ es la componente z de la expresión (A.2–8). Tanto $I_n(0)$ como $I_m(0)$ son iguales a $I_0 \text{sen} kL$, ver ecuación (2–22). La impedancia mutua es, entonces:

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= -\frac{1}{I_m(0) I_n(0)}\int_{-L}^{L} E_{mn}(z_n) I_n(z_n)\, dz_n \Rightarrow \\ Z_{mn} &= \frac{j30}{\text{sen}^2 kL}\int_{-L}^{L}\left[\frac{e^{-jkR_{1,mn}}}{R_{1,mn}} + \frac{e^{-jkR_{2,mn}}}{R_{2,mn}} - 2\cos(kL)\frac{e^{-jkr_{mn}}}{r_{mn}}\right]\text{sen}\left[k\left(L-|z_n|\right)\right] dz_n \end{aligned} \tag{A.2–16}$$

en donde los significados de $r_{mn}$, $R_{1,mn}$ y $R_{2,mn}$ son análogos a $r_n$, $R_{1,n}$ y $R_{2,n}$, pero esta vez considerando que se han tomado desde el centro del dipolo *m* hacia el dipolo *n*. Ésta es la ecuación (2–26).

## A.3. APÉNDICES DEL CAPÍTULO 3.

### A.3.1. ECUACIONES DE ANTENA MULTIRRADIAL.

De (2–30) y (2–32) se obtiene la expresión de campo para una sola línea, polarizada a lo largo del eje *x*:

[120] Más detalles al respecto pueden encontrarse en el citado libro de Elliott.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_x \left( \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \right) 2jLI_0 \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\, e^{-j\left[\frac{kL}{2}(1-\operatorname{sen}\theta\cos\varphi)\right]} \operatorname{senc}\left[ \frac{kL}{2}(1-\operatorname{sen}\theta\cos\varphi) \right]. \tag{A.3–1}$$

Si esta línea se rota un ángulo $\varphi_n$ respecto del eje *x*, el vector unitario $\mathbf{a}_x$ pasará a ser $\mathbf{a}_\rho$ (coordenadas cilíndricas), las variables $\theta$ y *r* permanecerán invariables, mientras que el ángulo $\varphi$ sufrirá un desplazamiento debido a la rotación. La (A.3–1) se transforma entonces en:

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_\rho \left( \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \right) 2jLI_0 \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\, e^{-j\frac{kL}{2}[1-\operatorname{sen}\theta\cos(\varphi-\varphi_n)]} \operatorname{senc}\left\{ \frac{kL}{2}\left[1-\operatorname{sen}\theta\cos(\varphi-\varphi_n)\right] \right\}. \tag{A.3–2}$$

pero

$$\mathbf{a}_\rho = \cos\theta\cos(\varphi-\varphi_n)\mathbf{a}_\theta - \operatorname{sen}(\varphi-\varphi_n)\mathbf{a}_\varphi, \tag{A.3–3}$$

la cual, reemplazada en (A.3–2), conlleva a:

$$\begin{gathered} \mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = \left[ \cos\theta\cos(\varphi-\varphi_n)\mathbf{a}_\theta + \operatorname{sen}(\varphi-\varphi_n)\mathbf{a}_\varphi \right] \\ 2jLI_0 \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\, e^{-j\mathrm{X}_n} \operatorname{senc}\mathrm{X}_n \Rightarrow \\ \mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = 2jLI_0 \left( \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \right) \cos\theta\cos(\varphi-\varphi_n) \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\, e^{-j\mathrm{X}_n} \operatorname{senc}\mathrm{X}_n \mathbf{a}_\theta - \\ 2jLI_0 \left( \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \right) \operatorname{sen}(\varphi-\varphi_n) \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\, e^{-j\mathrm{X}_n} \operatorname{senc}\mathrm{X}_n \mathbf{a}_\varphi = 2jLI_0 \left( \frac{e^{-jkr}}{4\pi\,\mu_0^{-1} r} \right) \left( A_{\theta,n}\mathbf{a}_\theta + A_{\varphi,n}\mathbf{a}_\varphi \right) \end{gathered} \tag{A.3–4}$$

siendo $\mathrm{X_n}$ la expresión dada en la (4–43), y en donde los significados de las componentes $A_{\theta,n}$ y $A_{\varphi,n}$ son obvios.

Las componentes $A_\theta$ y $A_\varphi$ totales del campo **A** se obtienen aplicando el principio de superposición (suma de *N* elementos radiales), $\mathbf{A}=\sum_n \mathbf{A}_n$, despreciando el acoplo mutuo entre elementos, y descartando el término $2jLI_0\left(e^{-jkr}/4\pi\,\mu_0^{-1} r\right)$, que, para *r* previamente fijada, constituye simplemente una constante de normalización. De esta manera se obtienen

$$A_\theta = \operatorname{sen}(kh\cos\theta)\cos\theta \sum_{n=1}^{N} \cos(\varphi-\varphi_n) \frac{\operatorname{sen}\mathrm{X}_n}{\mathrm{X}_n}\, e^{-j\mathrm{X}_n} \quad \text{y} \tag{A.3–5}$$

$$A_\varphi = -\operatorname{sen}(kh\cos\theta) \sum_{n=1}^{N} \operatorname{sen}(\varphi-\varphi_n) \frac{\operatorname{sen}\mathrm{X}_n}{\mathrm{X}_n}\, e^{-j\mathrm{X}_n}, \tag{A.3–6}$$

que son las ecuaciones utilizadas en la Sub–Sección 4.8.

# Índice Alfabético

## A

Adalinas · 116
Admitancias Generalizadas · 87
Agrupación de Antenas · 56
Agrupación Lineal · 56
Agrupación Lineal de Dipolos · 30
Agrupación Plana · 57
Agrupación Plana con Mallado Rectangular · 60
Agrupaciones Lineales Alimentadas Centralmente · 162
Agrupaciones Lineales Alimentadas Lateralmente · 162
Algoritmos de "Salto de Rana" · 83
Análisis · 37
Ancho de Banda · 37
Ancho de Haz de Mitad de Potencia · 55
Ancho de Haz de Primer Nulo · 55
Antena · 13
Antena Bajo Prueba · 72
Antena de Microcinta (Antena de Parche) · 143
Antena de Onda Viajera · 134
Antena de Panel · 30
Antena Fuente · 72
Antena Isotrópica · 49
Antena Lineal · 29
Antena Sonda · 72
Antenas de Lazo · 30
Antenas de Ranuras · 30
Antenas Helicoidales · 29
Antenas Lineales Continuas · 119
Antenas Planas · 30
Antenas Volumétricas · 30
Aprendizaje Supervisado · 116
Área Efectiva · 47
Arquitectura Neuronal · 110
Autoimpedancia · 69
Axón · 106

## B

Brillo de Bordes o de Extremos · 124

## C

Cables Coaxiales · 30
Cámara Anecoica de Estrechamiento Progresivo · 74
Cámara Anecoica Rectangular · 74
Cámaras Anecoicas · 73
Campo de Dispersión · 84
Campo Eléctrico · 14
Campo Electromagnético · 20
Campo Lejano de un Dipolo · 131
Campo Lejano de un Dipolo con Plano de Tierra · 131
Capa de Entrada · 111
Capa de Neuronas · 110
Capa de Salida · 111
Capa Intermedia u Oculta · 111
Células de Schwann · 106
Círculo de Schelkunoff · 63
Círculo Unitario · 64
Citoplasma · 106
Clases · 94
Códigos .m · 96
Coeficiente de Reflexión de Voltaje · 45
Compensación de Sonda · 79
Componente Contrapolar · 41
Componente Copolar · 41
Condición de Lorenz · 17
Condiciones de Transformación · 16
Conductividad Efectiva Total · 27
Conservación de Potencia Promedio · 28
Constante de Fase · 40
Constante de Propagación · 69
Constante de Propagación Compleja · 135
Coordenadas Cartesianas · 14

Corrientes Generalizadas · 86
Criterios de Zonas para Medidas de Antenas · 74

## *D*

Decibelios Isotrópicos · 36
Dendritas · 106
Densidad de Cargas de Consumo · 24
Densidad de Cargas de Generación (Fuentes) · 24
Densidad de Cargas de Polarización · 24
Densidad de Cargas Libres · 24
Densidad de Corriente de Conducción · 25
Densidad de Corriente de Generación (Fuentes) · 25
Densidad de Corriente de Polarización · 25
Densidad de Corriente Inducida (Corriente Dipolar) · 25
Densidad de Flujo Eléctrico · 25
Densidad de Flujo Magnético · 14
Densidad Lineal de Corriente · 119
Densidad Volumétrica de Carga de Polarización · 24
Densidad Volumétrica de Carga Eléctrica · 14
Densidad Volumétrica de Corriente Eléctrica · 14
Desviación Estándar Ponderada de $S_{11}$ · 316
Desviación Media Cuadrática del Haz · 318
Diagrama Cosecante Cuadrado · 54
Diagrama de Haz Plano · 54
Diagrama de Schmidt · 102
Diagrama Diferencia · 54
Diagrama Suma · 54
Dipolos Magnéticos · 25
Directividad · 35
DirectX · 95
Diseño · 37
Diseño Asistido por Ordenador · 100
Distribución de Corriente Asimétrica de Taylor · 128
Distribución de Corriente de Rhodes · 129
Distribución de Corriente Generalizada de Rhodes · 130
Distribución de Excitación de Taylor · 123

## *E*

Ecuación de Continuidad · 14
Ecuación de Laplace · 15
Ecuación de Poisson · 15
Ecuación General de Taylor · 124
Ecuación Integral del Campo Eléctrico (EICE) · 85
Ecuaciones de Helmholtz · 17
Ecuaciones de Maxwell · 14
Ecuaciones de Ondas · 17
Efecto de Acoplo Mutuo sobre el Patrón de Radiación de una Agrupación de Antenas · 68
Efecto de Acoplo Mutuo sobre la Impedancia de Entrada de un Elemento de una Agrupación · 68
Eficiencia de Abertura · 47
Eficiencia de Iluminación de una Antena · 47
Eficiencia de Polarización · 46
Eficiencia de Radiación · 42
Eficiencia de Reflexión · 46
Eficiencia Total · 46
Energía Reactiva · 27
Energías Magnética y Eléctrica · 29
Entradas (de una Neurona) · 107
Entradas Múltiplemente Conectadas · 110
Errores de Sonda · 78
Escalabilidad · 295
Espacio-*u* · 50
Excitaciones Dinámicas · 150

## *F*

Factor de Agrupamiento · 58
Factor de Onda Esférica · 121
Factor Elemento · 58
Factor Espacial · 121
Factor Espacial de Rhodes · 128
FEKO · 104
Flujo del Vector de Poynting · 21
Fortran · 93
Fuerza de Lorentz · 20

Función (Distribución) de Taylor · 122
Función Competitiva · 109
Función de Activación · 107
Función de Error · 89
Función de Transferencia (o Función de Activación) · 108
Función Gaussiana · 109
Función General Asimétrica de Taylor · 128
Función Generalizada Asimétrica de Rhodes · 130
Función Lineal · 109
Función Lineal Positiva · 109
Función Lineal Saturada · 109
Función Lineal Saturada Simétrica · 109
Función Objetivo · 89
Función Salto · 109
Función Salto Simétrico · 109
Función Sigmoidea · 109
Función Tanh Sigmoidea · 109
Funciones de Expansión · 85
Funciones de Prueba · 86

## *G*

Ganancia · 43
Ganancia Absoluta · 43
Ganancia Directiva · 35
Grupos Neuronales · 110
Guías de Ondas · 30

## *H*

Hendidura Sináptica · 106
Herramientas Informáticas · 92

## *I*

IE3D · 101
Impedancia Activa · 70
Impedancia de Entrada · 45
Impedancia Intrínseca del Vacío · 34
Impedancia Mutua · 68
Impedancia Mutua entre Dipolos · 132
Impedancia Mutua entre un Dipolo y su Imagen · 133
Impedancia Reactiva · 27
Impedancias Generalizadas · 86
Indicadores de Libertad · 16
Indicadores de Transformación · 16
Intensidad de Campo Magnético · 26
Intensidad de Radiación · 33
Intensidad Normalizada · 35
Iones de Potasio · 107
Iones de Sodio · 107

## *L*

Lenguaje C · 93
Lenguaje C++ · 94
Ley de Ampere—Maxwell · 14
Ley de Faraday · 14
Ley de Gauss para Campos Eléctricos · 14
Ley de Gauss para Campos Magnéticos (Inexistencia de Monopolos Magnéticos) · 14
Línea de Transmisión · 30
Lóbulo Principal · 49
Lóbulos Laterales · 49
Lóbulos Posteriores · 49

## *M*

Materiales Magnéticos · 25
Mathematica · 98
Mathematica Kernel · 98
MATLAB · 96
Matriz de Admitancias · 70
Matriz de Dispersión · 71
Matriz de Impedancias · 69
Matriz de Pesos · 110
Maxwell · 13, 14, 15, 20, 21, 22, 25, 26, 83, 99, 351, 368, 372
Medidas de Configuración Directa · 73
Medidas de Configuración Indirecta · 73

Medidas Exteriores · 72
Medidas Interiores · 72
Medio Isotrópico · 34
Membrana Post–Sináptica · 106
Membrana Pre–Sináptica · 106
Método de la Línea de Transmisión · 88
Método de las Cavidades Resonantes · 143
Método de las Proyecciones · 89
Método de los Cuadrados Mínimos con Restricciones · 253
Método de los Elementos Finitos (MEF) · 87
Método de los Gradientes · 89
Método de los Momentos (MM) · 84
Método de Monte Carlo · 88
Método de Nelder y Mead (Downhill Simplex) · 89
Método de Orchard · 63
Método Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (DFDT) · 84
MGRID · 101
Modo Dinámico de Excitación · 150
Modo Estático de Excitación · 148
Modua · 102
Momentum, de ADS · 104

## *N*

Neurona · 106
Neurona Artificial · 107
Neurona de Múltiples Entradas · 107
Neurotransmisores · 106
Nivel de Lóbulos Laterales · 55
Nivel de Lóbulos Laterales Promedio · 254
Nulo · 55

## *O*

Onda Plana · 40
Ondas de Voltaje y de Corriente · 68
Ondas Electromagnéticas · 13
OpenGL · 95
Orchard · 66, 67, 163, 166, 170, 242, 280, 351, 352

## *P*

Parámetro $S_{11}$ · 71
Parámetro $S_{mn}$ · 71
Parámetro $S_{nn}$ · 71
Parches Acoplados Electromagnéticamente · 145
Pares de Vectores de Entrenamiento · 114
Patrón de Voltaje · 48
Patrón de Amplitud · 48
Patrón de Campo · 48
Patrón en Potencia · 48
Patrones de Antena · 48
Patrones de Radiación · 48
PatternView · 102
Perceptrones · 116
Pérdidas Óhmicas · 21
Permeabilidad del Vacío · 14
Permitividad Compleja · 27
Permitividad del Medio Material · 25
Permitividad del Vacío · 14
Permitividad Relativa · 27
Pesos de Neuronas · 108
Planos Terminales · 68
Polarización de una antena · 39
Polarización de una Onda · 39
Polarización Elíptica · 40
Polarización en Theta · 41
Portabilidad · 93
Potencia Compleja de Radiación · 29
Potencia Instantánea Electromagnética · 21
Potencia Normalizada · 35
Potencia Total Promediada en un Ciclo · 33
Potencial Eléctrico · 15
Principio de Equivalencia · 73
Proceso de Entrenamiento · 109, 113
Promedio de $S_{11}$ · 316
Proyecciones *uv* · 51
Pseudoinversa de Moore–Penrose · 174
Puntero · 206

## R

Radiación de Banda Lateral (Radiación Lateral) · 150
Radiación Electromagnética · 33
Radiador Isotrópico · 35
Raíces de la Función de Rhodes · 129
Raíces de Taylor · 122
Rango de Espacio Libre · 73
Rango de Reflexión · 73
Rango Dinámico · 221
Rangos Compactos · 73
Rangos Elevados · 73
Rangos Inclinados · 73
Razón Axial · 40
Razón de Voltaje Efectiva · 252
Razón de Voltaje Efectiva para Distribuciones Circulares · 262
Red Neuronal Artificial · 110
Red Neuronal Complejo Valuada · 184
Redes de Área Local · 309
Redes Inalámbricas · 275
Región de Campo Lejano · 38
Región de Fraunhöfer · 38
Región de Fresnel · 38
Región Radiante de Campo Cercano · 38
Región Reactiva · 38
Regla de Aprendizaje de Hebbs, · 107
Regla de Simpson 1D · 204
Regla de Simpson 2D · 204
Relleno de Nulo · 55
Resistencia de Radiación · 47
Retropropagación · 115
Rizado · 55
RNA Multicapa · 111
RNAs de Alimentación Hacia Adelante · 115

## S

Salida (de una Neurona) · 107
Schelkunoff · 64, 65, 66, 128, 157, 159, 166, 167, 242, 352
SEMCAD · 104
Sinapsis · 106
Síntesis · 37
Síntesis Sólo en Fase · 219
Sistema de Microondas · 20, 43
Sistema de Posicionamiento · 76
Sobrecarga de Funciones · 94
Sobrecarga de Operadores · 94
Superdirectividad · 232
Superficie de Medida Cilíndrica · 77
Superficie de Medida Esférica · 78
Superficie de Medida Plana · 77
Superficies de Medidas Polar y Bipolar · 78
Susceptibilidad Eléctrica · 25

## T

Tangente de Delta · 27
Tangente de Pérdidas · 27
Técnica de Onda Completa · 144
Tecnología VLSI · 295
Temple Simulado · 90
Teorema de Poynting · 20, 27, 365
Teorema del Muestreo · 77
Tipos de Antenas · 29
Trabajo Mecánico · 20
Transformaciones Rápidas de Fourier · 73

## U

Umbral · 107

## V

Vaina de Mielina · 107
Valor Promedio de la Intensidad de Campo · 318
Vector de Entrada · 112
Vector de Posición · 14
Vector de Propagación · 58
Vector de Salida · 113

Vector Potencial Magnético · 15
Vector Umbral · 112
Velocidad de la Luz en el Vacío · 14
Voltajes Generalizados · 86

## *Z*

Zona de Cobertura · 55