

# EL PROBLEMA DEL SIGNIFICADO DE LAS NORMAS ITERADAS. TIEMPO E INDIVIDUOS

Patrice Bailhache

## Abstract

In certain philosophical contexts («it is necessarily necessary that...»), there is a meaning for iterated modalities, but the problem is that iterated modalities in general have no clear meaning; iterated norms («It is obligatory permitted that...») are no exceptions. Nevertheless, the introduction of time in normative contexts largely improves the matter; a ramified semantics explains the relationship between modalities, norms and time, and, in terms of this semantics, it is possible to give a precise sense to several iterated expressions. But, individuals constitute an essential ingredient of the norms and they have to be taken into account. According to a suggestion made by von Wright, various systems of deontic logic can be semantically and axiomatically constructed with authorities and/or addressees, and permit numerous interpretations of iterated formulae. Perhaps the «best» logic would be the one which integrates all dimensions: ontic, deontic, temporal and individuals.

---

## 0. INTRODUCCION: EL PROBLEMA DE LA ITERACION DE LAS MODALIDADES EN GENERAL

### 0. 1. Modalidades ónticas (o aléthicas<sup>1</sup>)

En su *Introduction à la logique contemporaine*, el lógico francés R. Blanché escribe:

«Sin esfuerzo excesivo, cada uno puede distinguir desde un punto de vista intuitivo ntre,

---

<sup>1</sup> El término *Aléthico*, del griego *αληθεια* (= la verdad), es bastante equívoco, ya que necesidad, posibilidad, etc., no hacen referencia a la verdad en mayor grado que otras modalidades. El término *óntico*, que califica las modalidades del ser del mismo modo que *deóntico* califica las modalidades del *debería* (*ought*) parece más adecuado. Sin embargo, es preciso resaltar que tampoco este término es perfecto, ya que, en virtud del modo adecuado a su naturaleza, todas las modalidades tienen la propiedad esencial de modificar el ser. Quizás, el único término acerca del cual hay acuerdo unánime es *anankastic*, del griego *αναγκη* (= necesidad). Pero este término no está en boga.

por ejemplo, una necesidad simple y una necesidad de necesidad, o entre la contingencia que es únicamente una ausencia de necesidad y la contingencia consolidada que corresponde a la imposibilidad de la necesidad. Cuando Leibniz completa el argumento ontológico demostrando *a priori* que la idea de un Ser perfecto no puede implicar contradicción, establece la imposibilidad de una imposibilidad, o lo que es lo mismo, la necesidad de una posibilidad; análogamente, Kant concibe la necesidad de una posibilidad, cuando dice que el *yo pienso* (el *ich denke*) debe poder acompañar todas mis representaciones; y cuando Husserl distingue entre un *a priori* contingente y uno formal, asume *ipso facto* que hay una diferencia entre la contingencia de la necesidad y la necesidad de la necesidad»<sup>2</sup>.

Esta opinión parece un poco optimista. De hecho, excepto en ciertos contextos filosóficos muy concretos, a menudo complejos y artificiales, las modalidades iteradas resultan extrañas y sin un sentido claro. A este respecto, la actitud de Hughes y Creswell en su *Introduction to Modal Logic* demuestra que existen dificultades. Comienzan resaltando que, sobre la base del sistema T, la fórmula  $\Box \Box p \rightarrow \Box p$  no es problemática ya que es una instancia del axioma  $\Box p \rightarrow p$ . He de señalar que de esta afirmación se sigue que una iteración como  $\Box \Box p$  es definitivamente significativa, lo cual no se corresponde exactamente con lo que sigue. La fórmula converso, el axioma propio de S4, despierta el siguiente comentario por parte de los autores:

«The issue we are raising is this: is whatever is necessary, necessarily necessary? I. e., when  $p$  is a necessary truth, is the fact that  $p$  is a necessary truth always itself a necessary truth? Now this is both a disputed question and one of some obscurity, for it is not altogether clear under what conditions we should say that a proposition is necessarily necessary»

Creo que la falta de claridad en relación a las condiciones bajo las cuales se debe decir que una proposición es necesariamente necesaria, no siempre concierne a las *condiciones*, sino especialmente al significado de la iteración en sí misma. Sin embargo ciertas interpretaciones permiten encontrar un significado:

«But it is at least a reputable and plausible view that it should be answered in the affirmative: it is plausible, that is, to maintain that whenever a proposition is true by logical necessity, this is never a matter of accident but is always something which is logically bound to be the case. We do not, however, have to settle the issue definitely here...»

Y cuando se discute S5, Hughes y Creswell continúan (p. 45):

«There is a further reason for being interested in S4 and S5. Some philosophers have maintained not merely that all necessary propositions are necessarily necessary, but that if a proposition possesses any modal characteristic (necessity, possibility, impossibility, contingency) it possesses that characteristic by necessity; others, however, have questioned or denied this».

---

<sup>2</sup>«Sans effort excessif, chacun fera intuitivement une différence, par exemple, entre la nécessité simple et la nécessité de la nécessité, ou entre la contingence qui est seulement absence de nécessité, et cette contingence renforcée que serait l'impossibilité de la nécessité. Lorsque Leibniz complète l'argument ontologique en démontrant *a priori* que l'idée de l'Être parfait ne peut envelopper de contradiction, il établit l'impossibilité d'une possibilité ou, ce qui revient au même, la nécessité d'une possibilité; c'est aussi la nécessité d'une possibilité qu'envisage Kant lorsqu'il dit que le *Je pense* doit pouvoir accompagner toutes mes représentations; et lorsque Husserl distingue *a priori* contingent et *a priori* formel, il suppose par là même une différence entre la contingence de la nécessité et la nécessité de la nécessité». (4<sup>e</sup> Edición, 1968, pág. 92).

(Hughes y Creswell deberían haber especificado que esta idea de una necesidad universal está vinculada a la Voluntad Divina, Voluntad que lo maneja todo con una necesidad de orden superior).

De hecho, gran número de lógicos dejan de lado la cuestión de la interpretación de las iteraciones para trabajar casi como formalistas puros (por ejemplo B. F. Chellas en *Modal Logic*).

## 0. 2. Modalidades deónticas

También en este dominio varían las opiniones de los lógicos. En un principio, la lógica de von Wright impedía la consideración de iteraciones a causa de la sintaxis: el alcance de toda norma tenía que ser una expresión del cálculo proposicional. Pero otros no se mostraban reacios a proponer lecturas de fórmulas iteradas (por ejemplo Prior para O ( $O_p \rightarrow p$ )). Una actitud exagerada desde el primer momento fue la de Kalinowski con sus denominadas *ut-proposiciones*.

«... ha surgido la cuestión de saber si las proposiciones representadas o susceptibles de ser representadas por las variables del cálculo proposicional podían ser los argumentos de los funtores creadores de las proposiciones modales *de dicto* y de las proposiciones normativas análogas a aquéllas). Y hemos visto que la respuesta que se imponía era precisamente la respuesta negativa. Porque los funtores tales que '*es necesario que...*' o '*es obligatorio que...*' no pueden tener por argumento más que proposiciones en subjuntivo –las *ut-proposiciones*, como las denomina K. Opalek» (Kalinowski, 1972, p. 137)<sup>3</sup>.

Es obvio que tal concepción prohíbe cualquier iteración ya que una proposición modal no es, en general, una *ut-proposición*.

Sin embargo, ya en 1968, von Wright sugirió una posible interpretación, aquella en la que los individuos que crean las normas, o que deben obedecerlas, son incluidos:

«I now move on to the problem of the higher order norms –or, on the formal level, of iterating the deontic operators. What meaning, if any, can we attach to expressions like «PO» or «PPP»?

If one takes the view [...] that the deontic operators are attached to names of actions, and not descriptions of states of affairs, then, since «Pp» evidently is *not* the name of an act, iterated use of the operators must be meaningless.

But even if one takes the view that «p» in «Pp» is the schematic representation of a description of some state of affairs, it is not clear *ipso facto* that iteration will make sense. Let «OPp» be read as «one ought to see to it that it is permitted to see to it that it is the case that p». This is clumsy - but a glimpse of meaning shines through. How can one *see to it* that something is permitted? Evidently by *giving permission*, by permitting somebody to do something (in this case: to see to it that p).

Just as «p» in «Pp» may be regarded as describing the state of affairs which results from

---

<sup>3</sup> «...a surgi la question de savoir si les propositions représentées ou susceptibles d'être représentées par les variables du calcul propositionnel pouvaient être les arguments des foncteurs créateurs des propositions modales *de dicto* et des propositions normatives analogues à celles-ci. Et nous avons vu que la réponse qui s'imposait était précisément la réponse négative. Car des foncteurs tels que '*il est nécessaire que...*' ou '*il est obligatoire que...*' ne peuvent avoir pour argument que des propositions au subjonctif, les *ut-propositions*, comme les appelle K. Opalek» (Kalinowski, 1972, p. 137).

the permitted mode of action, we may regard «Pp» in «OPp» or in «PPp» as describing the result of an action. The action is the act of issuing a norm, here: a permission to do a certain thing. A norm is not a «state of affairs». But it is a state of affairs *that a certain norm exists*, e. g. within a society»<sup>4</sup>.

Otro modo de interpretar las normas iteradas (y las modalidades ónticas) se basa en la especificación del tiempo en las proposiciones. La combinación de modalidades temporales y deónticas es una de las preocupaciones últimas de los lógicos contemporáneos<sup>5</sup>, mientras que la combinación de modalidades ónticas y temporales parece una consecuencia necesaria del estudio de la lógica del tiempo.

La introducción de la temporalidad en lógica deóntica plantea dos tipos de problemas. El primero consiste en determinar qué lógica del tiempo debería ser utilizada, esto es, si debería tratar de tiempos verbales, pseudo-fechas o fechas. El segundo es relativo a las propiedades que el sentido común impone sobre la estructura del tiempo, i.e., transitividad, linealidad, infinitud, densidad, etc..

Sean cuales sean nuestras opciones, el conectar modalidades deónticas y temporales sin ocuparse de las modalidades ónticas es un compromiso que, aunque posible, parece extraño. Las similitudes entre los dominios del *deber ser* y el *ser* son suficientes como para que los resultados obtenidos por esta conexión sean aplicados, por medio de simples transformaciones, a la combinación general de los tres dominios: óntico, deóntico y temporal. Y la combinación, a causa de su generalidad, clarificará nuestro modo de concebir el deber ser.

Dejando de lado, temporalmente, los problemas mencionados arriba, comenzaremos por considerar –a modo de ejemplo– la combinación entre las modalidades ónticas y temporales. A partir de este caso derivaremos una concepción racional de las normas temporales iteradas.

## 1. Modalidades temporales iteradas

### 1.1 Modalidades ónticas y tiempo. El sistema ockamista óntico y temporal RS5.

Esquemática, e históricamente, hay tres maneras fundamentales de combinar modalidades ónticas y tiempo.

Según la primera concepción –que parte de Diodoro de Cronos– las modalidades ónticas se reducen a determinaciones temporales<sup>6</sup>. Su famoso *argumento magistral* pretendía establecer que *lo posible es sólo lo que es verdad ahora, o será verdad al menos alguna vez*; i. e., simbólicamente expresado:

$$\diamond p = p \vee Fp.$$

<sup>4</sup> von Wright, 1968, pp. 91-92.

<sup>5</sup> Como el ejemplo más conocido de construcción de una lógica deóntica apoyándose en una lógica temporal, mencionamos nuevamente a von Wright 1963. Véase así mismo Aqvist 1966.

<sup>6</sup> Si se desean referencias véase, por ejemplo, Bochenski 1968, p. 86-87, Blanché 1970, pp. 102-106. Los textos proporcionan únicamente unas pocas líneas de Boecio, Epictetus, Ciceron y Alejandro de Aphrodisia.

En perfecto acuerdo con la interdefinición  $\diamond p = \neg \Box \neg p$  y con las denominadas –hoy en día– Leyes de De Morgan, Diodoro planteó las definiciones correspondientes a la necesidad, imposibilidad y contingencia. Recordemos la definición del primero de estos conceptos:  $\Box p = p \wedge Gp$ , i. e., «lo necesario es lo que es y siempre será verdadero».

Es preciso señalar que intentar transponer la concepción diodoriana de las modalidades ónticas a las normas, optando para ello por una concepción lineal del tiempo, exige un dramático cambio en la definición  $\Box p = p \wedge Gp$ . De la presencia de  $p$  en la conjunción de esta definición resulta el axioma óntico de todos conocido:  $A \Box . T2 p \rightarrow p$ . Pero sabemos que la fórmula deóntica correspondiente resulta contraintuitiva y debería ser rechazada (todo lo que es obligatorio no es ipso facto verdadero).

Consideremos, por un momento, a  $G_0$  el nuevo operador temporal, derivado de  $G$  por transposición, que nos permitiría «definir» la modalidad de obligación  $O$ . En vez de  $O p = p \wedge G_0 p$ , tenemos  $O p = G_0 p$ , es decir se prescinde de la proposición  $p$ , de forma que  $O p \rightarrow p$  no es una tesis. Desafortunadamente, las consecuencias estructurales de esta amputación indispensable son catastróficas: no hay ya definición alguna puesto que los operadores  $O$  y  $G_0$  se han convertido en idénticos! Por tanto, el transponer el análisis de Diodoro a las modalidades deónticas obviamente falla.

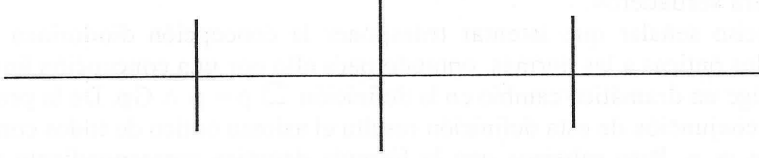
De hecho, el fallo resulta ser más serio cuando uno considera el significado que debería tener el operador  $G_0$ . Para mantener el principio de extensionalidad en el tiempo,  $G_0 p$  se debe leer «siempre será el caso que  $p$  en el buen futuro», de forma que una concepción horizontal lineal del tiempo no es suficiente. Si se quiere distinguir el futuro «deseable» del futuro a secas, es necesario dejar la línea horizontal del tiempo correspondiente al mundo real vía una desviación vertical. A pesar de nuestra voluntad, la deonticidad nos obliga a concebir una extensionalidad vertical que es esencialmente diferente del análisis de Diodoro. La extensión temporal lineal:

---

que parece extraña y cuestionable, ya para las modalidades ónticas, resulta totalmente contraintuitiva en el caso de las modalidades deónticas. El abandono de la línea resulta necesario.

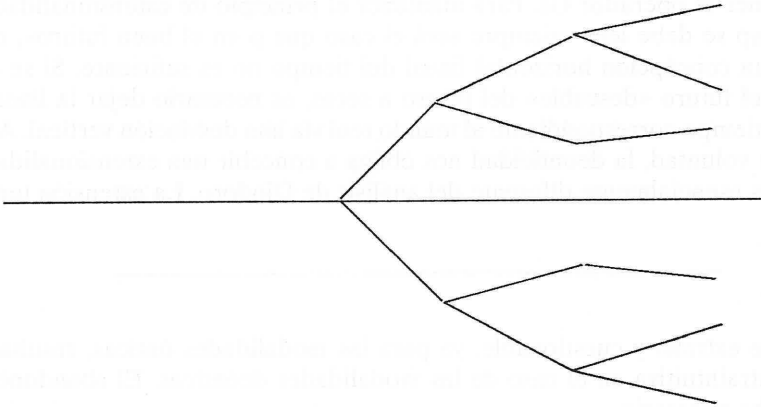
Más aún, aunque hay una tendencia establecida a analizar las normas en referencia al futuro, resulta sin embargo extraño analizarlas respecto a *todos* los futuros en el caso de la obligación, y solo respecto a *al menos uno* en el caso de la autorización. En el caso de algunas acciones generales (como *amar a los padres, no matarlos*), el significado atribuido a la obligación puede ser aceptado, lo cual no es sin embargo posible si se tienen en cuenta muchas otras acciones cuya mención exige una pseudo-fecha o fecha, i.e., el tiempo que fija la ejecución en un momento o período preciso. Así, decir que es obligatorio que vaya a Madrid mañana, no significa, obviamente, que en todos los futuros deseables siempre será el caso que iré a Madrid al día siguiente.

Para terminar con la concepción lineal y cuasi determinística de las modalidades ónticas de Diodoro, podemos concebir la dimensión de posibilidad como totalmente independiente del tiempo, de forma que una extensión óntica vertical se incorpore en cada momento temporal a la línea horizontal:



Pero si nos atenemos a esta interpretación, aparece la dificultad opuesta, ya que esta estructura no implica conexión lógica alguna entre posibles estados de cosas referidos a instantes diferentes. En realidad, la posibilidad de que este niño nazca con tales y tales características depende directamente de que la unión entre Pedro y María sea posible. Obviamente esta conexión tendrá poca relevancia al ser transferida al dominio deóntico.

De hecho, existe un modo de vincular realmente modalidades ónticas y tiempo sin limitarse a yuxtaponerlas, sino realizando una auténtica síntesis. Se apoya en una estructura ramificada hacia el futuro, de forma que las dos direcciones de la extensión semántica, horizontal y vertical, están racionalmente entretrejidias:



Sin embargo no es la forma lo más destacable de esta estructura, sino el modo en que puede ser interpretada. Al igual que en la figura correspondiente a las coordenadas cartesianas, se puede decir que el eje horizontal representa el tiempo, y que el eje vertical representa a las modalidades ónticas que no se extienden ni exacta ni unívocamente en la dirección vertical. La evolución del mundo real se representa mediante una línea concreta que, en el árbol va de izquierda a derecha, mientras que las ramificaciones expresan la diversidad de alternativas de la evolución en cada instante, teniendo en cuenta el mundo tal y como ha resultado ser en cada momento. Un mundo es un *punto* en la línea. Así, «es necesario que vaya a

Madrid mañana» adquiere un significado bastante sencillo, esto es, que en todo mundo posible mañana –es decir, en la misma línea vertical que cruza el árbol– la proposición «me voy a Madrid mañana» es verdadera.

Al igual que A. N. Prior, denominaré a esta estructura *modelo ockhamista*, principalmente por su conveniencia más que por su significado filosófico. Puesto que la posibilidad de un hecho es relativa a mundos situados, en el mismo instante, en diferentes líneas, la lógica temporal más conveniente será la lógica de fechas (los tiempos gramaticales resultan demasiado imprecisos y las pseudo-fechas, menos precisas que las fechas, son expresables perfectamente mediante fechas).

### 1. 1. 1. Semántica

Al igual que en lógica modal ordinaria (los sistemas T, S4, S5, etc.) la semántica se basa en una relación de accesibilidad entre mundos, aquí se define una relación similar entre las distintas líneas. En concreto, hemos de considerar una relación triádica  $R_t$ , entre un instante y dos mundos, que se lee: las líneas  $\rho_i$  y  $\rho_j$  son idénticas hasta la fecha  $t$ .

La relación  $R$  tendrá que satisfacer las cuatro propiedades siguientes que transcriben las características *ockhamistas* de la semántica. Las tres primeras son bastante similares a las propiedades semánticas de la relación de accesibilidad para el sistema óntico no temporal S5:

– Reflexividad:  $R_t \rho_i \rho_i$ . En cualquier fecha  $t$ , toda línea es accesible desde sí misma; lo cual significa únicamente que, hasta la fecha  $t$ , tiene todos los estados en común consigo misma!

– simetría:  $R_t \rho_i \rho_j \Rightarrow R_t \rho_j \rho_i$ . Si una línea es común a otra hasta la fecha  $t$ , esta otra es común a la primera hasta la fecha en cuestión.

– transitividad:  $R_t \rho_i \rho_j \ \& \ R_t \rho_j \rho_k \Rightarrow R_t \rho_i \rho_k$ . Si una línea comparte una parte común con una segunda y si la segunda comparte la misma parte con una tercera, entonces la primera comparte esta parte con la tercera<sup>7</sup>.

La última propiedad hace que interfieran dos fechas que divergen:

– ramificación:  $(t' < t \ \& \ R_t \rho_i \rho_j) \Rightarrow R_{t'} \rho_i \rho_j$ . Si dos líneas son comunes hasta una cierta fecha  $t$ , también lo son a fortiori hasta toda fecha anterior a  $t$ .

Denominaré *modelo óntico ockhamista* –o *modelo RS5*– a un triplero  $\langle Rh, R, V \rangle$ , donde  $Rh$  es un conjunto de elementos (líneas)  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ ,  $R$  es una relación triádica definida sobre los miembros de  $Rh$  que satisfacen las propiedades anteriores, y donde  $V$  asigna valores, verdadero o falso (T,F), según reglas fáciles de entender y formular; para abreviar las ilustraré sólo con el operador temporal y el operador de necesidad:

[VRt] Para cualquier fórmula bien formada (fbf)  $\alpha$ , para cualquier línea  $\rho_i$  y para cualesquiera fechas  $t$  y  $t'$ ,  $V(R_t \alpha, \rho_i, t') = T$  sii  $V(\alpha, \rho_i, t) = T$ ; en caso contrario  $V(\alpha, \rho_i, t') = F$ .

<sup>7</sup> Los términos reflexividad, simetría y transitividad se utilizan aquí en un sentido muy semejante pero no obstante diferente del significado estándar, ya que se aplican a una relación triádica, mientras que usualmente conciernen a una relación diádica.

[V□] Para cualquier fórmula bien formada (fbf)  $\alpha$ , para cualquier línea  $\rho_i$  y para cualquier fecha  $t$ ,  $V(R \square \alpha, \rho_i, t) = T$ ; en caso contrario  $V(R \square \alpha, \rho_i, t) = F$ .

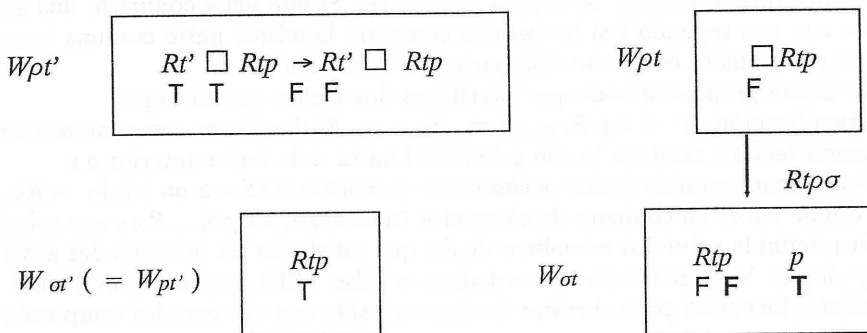
La definición de validez es la usual (válido = verdadero en toda línea de todo modelo). Téngase en cuenta que sólo el operador óntico de necesidad puede llevarnos de una línea a otra. Los operadores estrictamente proposicionales funcionan únicamente en la misma línea y en la misma fecha, i. e., en un estado del mundo con la misma fecha; y el operador temporal,  $Rt$ , puede hacer que pasemos de una fecha a otra sin abandonar la línea. Se podría demostrar fácilmente que esta semántica nos permite construir un procedimiento bastante decisivo para evaluar las fórmulas.

Veamos un ejemplo de validación considerando la fórmula siguiente:

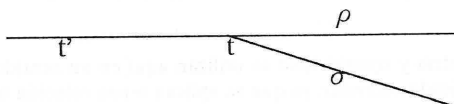
$Rt' \square Rtp \rightarrow Rt \square Rtp$  donde  $t' < t$ .

Como es usual en las pruebas por contradicción, comenzaremos asumiendo que la fórmula es falsa, lo cual implicaría que el antecedente,  $Rt' \square Rtp$ , es verdadero y el consecuente,  $Rt \square Rtp$ , falso. Si  $Rt \square Rtp$ , es falso en una línea  $\rho$ , en virtud de la regla [VRt],  $\square Rtp$  es falso en algún mundo en la fecha  $t$  de la misma línea. En estas circunstancias, según la regla [V□], la proposición  $Ttp$  debe ser falsa en un mundo en la fecha  $t$ , de lo cual se sigue que la mismísima proposición  $p$  debe ser falsa en este mundo. Ahora bien, según la regla [VRt], que  $Rt' \square Rtp$  sea verdadera en un mundo de la línea  $\rho$ , implica que  $\square Rtp$  es verdadera en el mundo en la fecha  $t'$  en esta línea. Pero en la fecha  $t'$ , anterior a la fecha  $t$  de divergencia de líneas, las líneas  $\rho$  y  $\sigma$  se confunden, de modo que  $\square Rtp$  debe ser verdadera en la fecha  $t'$  en la línea  $\sigma$ ; también debe serlo por tanto  $Rtpy$ , según la regla [VRt], y asimismo lo es la proposición  $p$ ; lo cual es, sin embargo, contradictorio con la conclusión obtenida del análisis del consecuente de la fórmula inicial. Por tanto, la prueba ha concluido.

Este razonamiento aparentemente complicado se puede presentar diagramáticamente del siguiente modo:



donde las líneas  $\rho$  y  $\sigma$  se ramifican como sigue:



## 1. 1. 2. Axiomática

El estudio de varios casos de validación, así como la búsqueda de una prueba de completud (toda fórmula válida es deducible) lleva al siguiente sistema<sup>8</sup>:

$\Box p$	= es necesario que $p$
$R_t p$	= se descubre en la fecha $t$ que $p$ <sup>9</sup>
Def. $\Diamond$	$\Diamond p = \neg \Box \neg p$ (Definición de $\Diamond p$ : es posible que $p$ ).
A $\Box$ . T1	$\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$
A $\Box$ . T2	$\Box p \rightarrow p$
A $\Box$ . S5	$\neg \Box p \rightarrow \Box \neg \Box p$
R $\Box$	$\vdash \alpha \Rightarrow \vdash \Box \alpha$
At1	$Rt(p \rightarrow q) \rightarrow (Rtp \rightarrow Rtq)$
At2	$Rtp \Leftrightarrow \neg Rt \neg p$
Rt1	$\vdash \alpha \Rightarrow \vdash Rt \alpha$
Rt2	$\vdash Rt \alpha \Rightarrow \vdash \alpha$ ( $t$ no está libre en $\alpha$ ).
A $\Box$ t1	$Rt \Box p \Leftrightarrow Rt \Box Rtp$
A $\Box$ t2	$t' \leq t \Rightarrow Rt' \Box Rtp \Leftrightarrow Rt \Box Rtp$

Estos axiomas y reglas se pueden clasificar en tres grupos. El primero (A $\Box$ T1...R $\Box$ ) corresponde exactamente a los elementos del sistema óptico S5. Análogamente, el segundo (At1...Rt2) corresponde exactamente a los elementos de un sistema lógico estándar de fechas<sup>10</sup>. Tan solo el tercer grupo (A $\Box$ t1 y A $\Box$ t2) es nuevo e intrínsecamente característico del modo de combinar modalidades ópticas y tiempo. El segundo axioma del tercer grupo, A $\Box$ t2, en el que se reconoce el ejemplo anterior, es definitivamente más interesante; es obviamente característico de la ramificación hacia el futuro<sup>11</sup>.

<sup>8</sup> Explicaciones precisas sobre cómo descubrir elementos axiomáticos a partir de propiedades semánticas figuran en Bailhache 1986, p. 386 ss. Para este sistema, al igual que para los siguientes, es posible establecer pruebas de consistencia y completud respecto a la semántica. De nuevo en Bailhache 1986.

<sup>9</sup> Por supuesto, en esta expresión la forma verbal «se descubre» debería ser considerada con un significado no temporal y, de hecho, la cosa descubierta puede ser incluso una proposición pasada o futura.

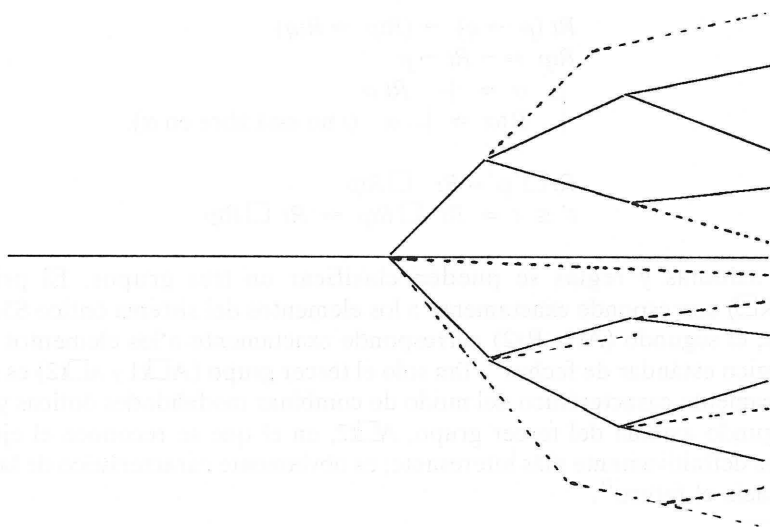
<sup>10</sup> Rescher & Urquhart 1971, pp. 40-41. Principalmente en aras de la simplicidad, he evitado la pseudo-fecha «ahora» y la cuantificación sobre fechas de su sistema básico R. Tampoco trataré de especificar el estatus del «predicado» R, ni de la variable  $t$ .

<sup>11</sup> El establecer la correspondencia rigurosa entre semántica y axiomas es una tarea difícil, especialmente en lo que se refiere a la completud. Para obtener los resultados deseados, es prácticamente indispensable considerar sistemas más débiles que RS5, i.e., sistemas que comprendan menos axiomas como RT y RS4 en los que se funden los elementos de los sistemas ópticos, T y S4, con los de la lógica de fechas. No insistiré aquí en este tipo de cuestiones.

## 1. 2. El sistema óptico ockhamista, deóntico y temporal RS5-DS5

### 1. 2. 1. Semántica

Ahora estamos en disposición de añadir la dimensión deóntica al sistema anterior. Nada parece más simple, al menos en el punto de partida: el árbol de líneas anterior se enriquece con ramas típicamente deónticas, representadas gráficamente sobre los nudos de las ramas ópticas, y satisfaciendo las mismas reglas de ramificación (como antes, en la figura inferior, sólo las líneas accesibles se representan con líneas continuas, las permisibles con líneas punteadas). *A priori*, no hay ninguna razón decisiva por la que concebir el universo ideal (= el conjunto de mundos permisibles) como situado en la organización modal de manera diferente al universo de mundos posibles sin más. Sin embargo, es preciso tener en cuenta algunas cuestiones.



Diremos que la línea  $j$  está permisible para la línea  $i$  en relación con la fecha  $t$ , siempre que las líneas,  $\rho_i$  y  $\rho_j$ , diverjan en la fecha  $t$  y siempre que la línea  $\rho_j$  sea «deónticamente perfecta» al menos a partir de esta fecha. Así,  $\rho_j$  representará una evolución conforme a las normas del estado del mundo considerado en el instante  $t$  sobre la línea  $\rho_i$ .

Es aconsejable no malinterpretar el concepto de línea deónticamente perfecta. El concepto de tal línea implica que la perfección permanece eterna a partir de la fecha de divergencia. Una regla permisible debería ser considerada como un conjunto de mundos permisibles que deben ser utilizados como modelos para la acción en cualquier tiempo futuro. Por tanto, específicamente no se debería concebir una estructura en una línea permisible que sea buena sólo hasta después del momento

de la divergencia y que después pudiese convertirse en ordinaria, i. e., no buena. Si se presta atención uno se percató de que, si ese fuese el caso, estaría justificado no considerar el mismísimo comienzo de la línea como bueno. La «bondad» no se evalúa en un único instante ni en una duración limitada.

Además, la concepción más simple y racional de los mundos deónticos los considera mundos posibles concretos. Puesto que las líneas son conjuntos de mundos, esta concepción debería hacerse extensiva a las líneas permisibles. Formalmente hablando, sería suficiente con extender, de la lógica no temporal a la lógica temporal, la regla según la cual la relación de permisibilidad implica la relación de accesibilidad; esta regla corresponde sintácticamente a lo que puede denominarse el *principio de obligación de la necesidad* (todo lo que es necesario es también obligatorio). Usualmente se considera que un estado de cosas necesario ni es obligatorio, ni está prohibido ni permitido; sencillamente, las normas no le conciernen. Pero nada nos impide reformar el concepto mismo de obligación de modo que los mundos deónticos contengan todas las proposiciones que constituyen los contenidos inevitables de todo mundo, es decir, todas las tesis y proposiciones necesarias. Tal solución al problema de combinar modalidades deónticas y ónticas, aunque demasiado simple, ofrece –precisamente– la ventaja de su simplicidad. Nos permitirá introducir complejidad en otras direcciones, tiempo e individuos.

Para definir la semántica de un sistema ockhamista-óntico-deóntico-temporal consideremos la relación de accesibilidad anterior  $R_{t \rho i \rho j}$  con todas sus propiedades que son reflexividad, simetría, transitividad y ramificación. En este momento es preciso añadir la relación  $S_{t \rho i \rho j}$  de *permisibilidad de la línea  $j$  para la línea  $i$  respecto a la fecha  $t$* . Téngase en cuenta que esta fecha de divergencia de líneas no es necesariamente idéntica a aquella en la que la línea permisible se convierte en «perfecta». Lo que resulta absolutamente indispensable en la relación  $S_{t \rho i \rho j}$  es que la rama de la línea  $\rho j$  que comienza en la fecha  $t$  esté constituida totalmente por estados de mundo perfectos. Sin embargo, nada impide que el instante en que este tipo de estados aparece en la línea permisible, sea anterior a  $t$ . La única condición es que tal instante exista, porque una línea totalmente perfecta nunca puede vincularse a una línea ordinaria, ya que este momento debería posponerse al infinito en el pasado. Brevemente, además de la fecha de divergencia de una línea permisible, el papel importante lo desempeña el instante que separa sus estados de mundo ordinarios y perfectos; a este momento se le denomina fecha característica de una línea permisible.

Una vez establecida la definición anterior, a las propiedades ya formuladas para el sistema óntico y temporal ockhamista  $RS5$ , válidas para la relación  $R$ , deberían añadirse las siguientes propiedades:

- serialidad de  $S$ :  $(\forall t) (\forall \rho i) (\exists \rho j) \Rightarrow S_{t \rho i \rho j}$
- post-reflexividad de  $S$ :  $S_{t \rho i \rho j} \Rightarrow S_{t \rho j \rho j}$
- post-ramificación de  $S$ :  $(t' \leq t \ \& \ S_{t' \rho i \rho j} \ \& \ S_{t \rho j \rho k}) \Rightarrow S_{t' \rho j \rho k}$
- implicación  $S$ - $R$ :  $S_{t \rho i \rho j} \Rightarrow R_{t \rho i \rho j}$
- post-implicación  $R$ - $S$ :  $(t' < t \ \& \ S_{t' \rho i \rho j} \ \& \ R_{t \rho j \rho k}) \Rightarrow S_{t \rho j \rho k}$

Las dos primeras propiedades son bastante similares a sus análogos de un sistema estándar puramente deóntico que se denomina  $DT$ . La tercera es afín a la ramifi-

cación de la relación  $R$ , pero se trata de una post-ramificación ya que el papel fundamental lo desempeña la fecha característica a partir de la cual la línea  $\rho_j$  se convierte en perfecta<sup>12</sup>. La cuarta extiende, a la dimensión temporal, la concepción mencionada arriba según la cual todo mundo permisible es también un mundo accesible (permisible = accesible y bueno»).

Finalmente, la post-implicación  $R$ - $S$  es de nuevo una propiedad de tipo «post», lo que significa que expresa una condición que se satisface sólo una vez se ha entrado en los mundos permisibles (en la formulación de la propiedad esta entrada tiene lugar en la fecha  $t'$ , y el proviso de la implicación se lleva a cabo en la fecha estrictamente posterior  $t$ ).

De hecho, aunque la maquinaria parece técnicamente complicada, intuitivamente resulta muy simple: toda línea accesible o permisible para una línea que ya es permisible, y en una fecha en la que la segunda es perfecta, sólo puede ser perfecta a partir de ese instante. Gráficamente hablando corresponde al hecho de que esta prohibido unir, como si de una rama se tratase, una línea continua con una discontinua. Es preciso enfatizar el significado filosófico de esto. De algún modo, los mundos posibles del universo deóntico son los mundos necesariamente posibles de una naturaleza especial, esto es, mundos posiblemente perfectos, mundos «permisibles». Así pues, no es exagerado decir que *más allá del punto de divergencia de una línea permisible, necesidad y obligación se identifican* o que la misma noción de obligación pierde cualquier significado, o se convierte en *trivial* (como dicen los matemáticos) puesto que no es más que la necesidad. Así el problema de interpretar una norma en un mundo que obedece ya las normas está resuelto implícitamente. En tal mundo lo obligatorio queda desprovisto de su significado deóntico específico, y mantiene tan solo el principio de multiplicidad vinculado al concepto de necesidad. Este comentario nos permite dar un significado no ambiguo a las normas temporales no iteradas. Explicaremos esto más adelante mediante un ejemplo.

### 1. 2. 2. Axiomática

Todos los elementos del sistema óntico y temporal  $RS5$  deberían ser asumidos y completados con los siguientes, para tener en cuenta la nueva dimensión deóntica.

$Op$  = es obligatorio que  $p$ .

Def.  $P$                        $Pp = \neg O \neg p$  (definición de  $Pp$ : está permitido que  $p$ )

---

<sup>12</sup> Puesto que la relación  $S_{t \rho_j \rho_k}$  se puede formular como  $\rho_k$  y  $\rho_j$  discurren conjuntamente hasta la fecha  $t$  puesto que  $\rho_k$  es perfecta al menos hasta esa fecha», la post-ramificación expresa que si  $\rho_j$  y  $\rho_k$  satisfacen aquellas propiedades en relación a la fecha  $t$ , también lo hacen respecto a la fecha previa  $t'$ , siempre que  $\rho_k$  sea realmente perfecta ya desde la fecha  $t'$ . Por supuesto, el supuesto  $S_{t \rho_j \rho_k}$  implica que  $\rho_j$  y  $\rho_k$  son comunes a fortiori desde  $t'$ , pero esto no implica que  $\rho_k$  sea perfecta a partir de esta fecha, lo que sin embargo es requerido por la conclusión  $S_{t \rho_j \rho_k}$ . Es por ello por lo que el término  $S_{t \rho_j \rho_k}$  ha sido añadido al supuesto. Este término implica que la línea  $\rho_j$  es perfecta justo desde el instante  $t'$ , y como  $\rho_k$  es común a  $\rho_j$  entre  $t$  y  $t'$ ,  $\rho_k$  es también perfecta desde  $t'$ .

AO.D1	$O(p \rightarrow q) \rightarrow (Op \rightarrow Oq)$
AO.D2	$Op \rightarrow \neg O \neg p$ (i. e. $Op \rightarrow Pp$ )
RO	$\vdash \alpha \Rightarrow \vdash O\alpha$
A $\square$ O	$\square p \rightarrow Op$
A $\square$ O. S4	$Op \rightarrow \square Op$
AOt1	$R_t Op \Leftrightarrow R_t OR_t p$
AOt2	$t' < t \Rightarrow R_t 'O (R_t 'OR_t p \rightarrow R_t OR_t p)$
A $\square$ Ot	$t' < t \Rightarrow R_t 'OR_t (Op \rightarrow \square p)$ .

Tal y como se ha establecido, los elementos se pueden clasificar en cuatro grupos. En el primer grupo se presentan los axiomas propios y la regla del sistema mínimo de lógica deóntica pura (el sistema  $D$ )<sup>13</sup>. El segundo contiene dos axiomas característicos de la combinación de modalidades ónticas y deónticas; la primera corresponde al *principio de obligación de necesidad* mencionado arriba; la última a la propiedad de transitividad generalizada de las relaciones de accesibilidad y permisibilidad<sup>14</sup>. El tercer grupo se reconoce fácilmente como la versión deóntica de los axiomas característicos de los que se puede denominar «la instantaneidad de la necesidad», y de ramificación (los axiomas A  $\square$  t1 y A  $\square$  t2). En concreto, la versión deóntica del segundo no es una mera transformación de la versión óntica por sustitución del operador de necesidad,  $\square$ , por el operador de obligación,  $O$ . El prefijo  $R_t ' O$  aparece delante de la transformación de los paréntesis, por una razón fácil de entender: la ramificación deóntica funciona sólo en el universo deóntico al que el prefijo da acceso.

Resta el único axioma del último grupo, interesante porque caracteriza la fusión simultánea de las tres dimensiones, óntica, deóntica y temporal. Además, su significado está perfectamente claro; expresa lo que se explicó en la presentación de la semántica, es decir, que en el universo de perfección, obligación implica necesidad (y por tanto se reduce a ello, ya que la implicación converso es ya válida en virtud del principio de obligación de la necesidad).

### 1. 2. 3. Normas iteradas en RS5-DS5.

La introducción del tiempo en la lógica deóntica da una respuesta no ambigua

<sup>13</sup> El axioma AO. D2 valida la serialidad de la relación diádica entre mundos de la semántica del sistema a-temporal deóntico D. Más aún, si esta relación es post-reflexiva, el axioma  $O (Op \rightarrow p)$  es válido. La incorporación del elemento tiempo hace que el asunto resulte más complejo. Aunque la relación *triádica* entre un momento temporal y dos mundos es post-reflexiva con respecto al par de mundos (cf. la segunda propiedad de S), la fórmula  $O (Op \rightarrow p)$  no es válida. Sólo la tesis en la que se ha incluido la dimensión temporal  $R_t 'OR_t (Op \rightarrow p)$  (donde  $t' < t$ ) puede ser demostrada a partir de A  $\square$  Ot y A  $\square$  OT2).

<sup>14</sup> Un análisis detallado prueba que el axioma es efectivamente suficiente para dar cuenta de estas propiedades. También es necesario, puesto que el axioma deóntico  $Op \rightarrow OOp$  no sería suficiente.

a la tan debatida cuestión de las expresiones normativas iteradas. Considérese la fórmula  $OO_p$  e intentemos evaluarla en una fecha arbitraria,  $t$ . Según el axioma AOT1 aplicado dos veces, la fórmula es equivalente a  $R_t OR_t OR_t p$ . Ahora bien, según las sustituciones realizadas sobre  $p$ ,  $R_t p$  puede representar una sentencia futura respecto a  $t$ , y entonces el operador de obligación situado en  $R_t OR_t p$  tras  $t$ , confiere a la fecha  $t$  un papel irreductible en la evaluación. En este caso la proposición tiene realmente fecha  $t$ , lo cual implica que todo el grupo  $R_t OR_t OR_t p$  puede tener un único significado considerado como convencionalmente o «trivialmente» verdadero o falso.

Pero las iteraciones pueden tener un significado real u original si a las proposiciones se les incorpora adecuadamente la dimensión temporal. Por ejemplo, para preservar la determinación de fechas mediante el operador  $R$ , se puede utilizar una variable proposicional *temporalmente pura*  $pi$  (como «está lloviendo») y considerar la proposición  $R_t OR_t OR_t pi$ , donde las tres fechas  $t''$ ,  $t'$  y  $t$  son sucesivas en el orden dado, lo cual quiere decir que es obligatorio (fecha  $t''$ ), que más tarde (fecha  $t'$ ) es obligatorio, y que aún más tarde (fecha  $t$ ) es verdad que  $pi$ . Ahora, según lo que se ha establecido, esto se reduce de hecho a la sentencia:  $R_{t''} O_{t'} R_t pi$ , donde la segunda obligación es sustituida por el operador de necesidad. Quizás se podría negar que la última proposición tenga un significado claro. Sin embargo, los modelos construidos previamente, bastante simples y, en cualquier caso, respetuosos con los requerimientos usuales del sentido común, le proporcionan un significado satisfactorio.

No obstante, tal y como se explicará a continuación, se logra una interpretación mucho más adecuada si se incorporan los individuos a las normas.

## 2. Normas iteradas con individuos

Para ser breve, consideraré sólo dos tipos de individuos en las normas, *autoridades* y *destinatarios*<sup>15</sup>. Los primeros son los individuos o las personas legales de las que emana la norma (Dios, un rey, un poder legislativo, un código legal,...); los últimos son los individuos sobre los cual pesa una obligación, prohibición o permiso, sea cual sea su origen.

### 2. 1. Normas con autoridades

#### 2. 1. 1. Normas con autoridades simples

##### 2. 1. 1. 1. Axiomática

Para empezar pongamos por delante  $O_x p = x$  hace obligatorio que  $p$ , una expresión que se puede leer también: «es obligatorio, respecto a la autoridad  $x$ , que  $p$ » o «es obligatorio, para  $x$ , que  $p$ ». A continuación investigaremos qué elementos

<sup>15</sup> Para más detalles, véase la discusión en Bailhache 1991, pp. 88-90.

axiomáticos pueden caracterizar al nuevo operador  $O_x$ . Es obvio que, puesto que sólo se considera un sujeto, al menos los elementos análogos a aquellos del sistema deóntico mínimo (el sistema  $D$  mencionado en 1. 2. 2.) deberían cumplirse.

Así llegamos a la definición:

$$\text{Def. } P_x \quad P_x p = \neg O_x \neg p$$

y a los teoremas y la regla (que *a priori* no son necesariamente elementos axiomáticos):

$$\begin{array}{ll} \text{TO}_x1 & O_x(p \rightarrow q) \rightarrow (O_x p \rightarrow O_x q) \\ \text{TO}_x2 & O_x p \rightarrow \neg O_x \neg p \quad (\text{i. e. } O_x p \rightarrow P_x p) \\ \text{RO}_x & \vdash \alpha \Rightarrow \vdash O_x \alpha \end{array}$$

a los que se deben añadir todos los axiomas y reglas del cálculo proposicional clásico, como en el caso del sistema mínimo puro  $D$ .

Pero ahora es preciso además hacer coherentes entre sí las normas que emanan de *distintas* autoridades. Con este propósito, podría parecer que la fórmula que extiende el teorema  $\text{TO}_x2$  al caso de dos autoridades cualesquiera:

$$O_x p \rightarrow \neg O_x \neg p \quad \text{i. e. } O_x p \rightarrow P_y p$$

sería adecuada. Sin embargo, esta fórmula expresa sólo acuerdo normativo entre dos sujetos. Pero, *incluso un acuerdo normativo* entre todas las parejas posibles de autoridades no es un acuerdo normativo entre todas las autoridades. Por ejemplo, considérense tres autoridades  $x, y, z$ , tales que  $x$  obliga a que  $p$  e  $y$  obliga a que  $q$ . En este caso  $p \wedge q$  será obligatorio y para obtener una coherencia deóntica completa, i. e. un acuerdo normativo entre todas las autoridades, toda autoridad debería permitir que  $p \wedge q$ . Sin embargo, de  $O_x p \rightarrow P_y p$  sólo podemos derivar las instancias  $O_x p \rightarrow P_z p$  y  $O_y q \rightarrow P_z q$  a partir de  $O_x p$  y  $O_y q$  podemos derivar sólo  $P_z p$  y  $P_z q$ , por tanto  $P_z p \wedge P_z q$ , pero no  $P_z(p \wedge q)$  que es lo que se requiere (esta imposibilidad se establece fácilmente mediante la semántica apropiada)<sup>16</sup>.

Así el acuerdo normativo completo exige incorporar como esquema de axioma la fórmula más fuerte:

$$\text{AO. D}_x2 \quad (O_{x1} p_1 \wedge O_{x2} p_2 \wedge \dots \wedge O_{xn} p_n) \rightarrow P_y (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n).$$

Por lo tanto,  $D_x$  será el sistema deóntico de la norma  $O_x$ , que incluye los elementos Def.  $P_x$ , AO.  $\text{D}_x1 = \text{TO}_x1$ , AO.  $\text{D}_x2$ ,  $\text{RO}_x$ .

## 2. 1. 1. 2. Semántica

Se obtiene una estructura semántica, casi directamente, a partir de  $D$ , del mismo modo que la semántica de  $RS5\text{-}DS5$  se deriva de la de  $DS5$ . Un modelo  $D_x$  es un

<sup>16</sup> Por supuesto, este acercamiento implica que siempre intentamos formular un sistema en el cual los deberes conflictivos queden resueltos. No se intenta construir un sistema en el que las distintas autoridades estén en desacuerdo. Si este no es el caso, se asume que se ha realizado un trabajo no formal previo para «racionalizar» las circunstancias.

cuádruplo ordenado  $\langle W, D, S, V \rangle$  donde  $W$  es un conjunto de «mundos»,  $w_i$ ;  $D$  es un dominio de individuos  $x, y, \dots$  (o  $x_1, x_2, \dots$ );  $S$  es una relación triádica cuyo primer argumento es un elemento de  $D$  y los otros dos son elementos de  $W$ , una relación serial relativa a sus dos últimos elementos y sea cual sea el primer elemento (i. e. para cualquier  $w_i$ , existe algún  $w_j$  tal que para todo  $x$ ,  $Sxw_iw_j$ )<sup>17</sup>;  $V$  es una asignación de valores (T ó F) que satisface las condiciones usuales para el cálculo proposicional y las siguientes para los operadores  $O_x$ :

[VO $_x$ ] Para cualquier fórmula bien formada  $\alpha$ , para cualquier  $w_i$  de  $W$  y para cualquier  $x$  en  $D$ ,  $V(O_x\alpha, w_i) = T$  si para todo  $w_j$  en  $W$  tal que  $Sxw_iw_j$   $V(\alpha, w_j) = F$ .

## 2. 1. 2. Normas con conjuntos de autoridades

### 2. 1. 2. 1. Axiomática

Las normas con sujetos simples no son suficientes. Supongamos que nos enfrentamos a las circunstancias descritas por la siguiente fórmula incompleta:

$$O_x(p \rightarrow q) \rightarrow (O_y p \rightarrow O_z q)$$

Si el estado de hechos  $p \rightarrow q$  se hace obligatorio por parte de la autoridad  $x$  y el estado de hechos  $p$  se hace obligatorio por parte de otra autoridad  $y$  ( $x \neq y$ ), entonces el estado de hechos del consecuente  $q$  es obligatorio. Pero, ¿en virtud de qué autoridad se hace este estado de hechos obligatorio? Obviamente no hay autoridad simple de la que emane la obligación de que  $q$ . De hecho, los dos individuos  $x$  e  $y$  están imponiendo la obligación, pero ninguno de ellos por separado, de modo que se precisa un formalismo adecuado. El concepto de conjunto de individuos constituye la solución.

Consideremos un conjunto de individuos  $D = \{x, y, \dots\}$  y varios subconjuntos de  $D$ :  $X, Y, \dots$ , i. e. conjuntos de algunos elementos  $x, y, \dots$ . Definimos:

$O_X p$ : (algún subconjunto de)  $X$  hace obligatorio que  $p$ , un operador que admite algunas interpretaciones alternativas (como «obligatorio según o hacia...»). Respecto al permiso, la definición

Def.  $P_x$   $P_X p = \neg O_X \neg p$   
implica

$P_X p =$  (todo subconjunto de)  $X$  permite que  $p$   
puesto que de hecho la sentencia significa «no es el caso que algún subconjunto de  $X$  hace obligatorio que no  $p$ »<sup>18</sup>.

<sup>17</sup> El orden de los cuantificadores es esencial: la «universalización» de autoridades bajo el alcance de los cuantificadores de mundos expresa el acuerdo universal de autoridades.

<sup>18</sup> Las interpretaciones:  $O_X p =$  (algún miembro de)  $X$  hace obligatorio que  $p$  y  $P_X p =$  (todo miembro de)  $X$  permite que  $p$  son incorrectas. Puesto que una de las ventajas esenciales de utilizar conjuntos de sujetos es justamente la posibilidad de expresar formalmente la situación en la que el conjunto  $X$  hace obligatorio que  $p$ , mientras que ningún sujeto individual, miembro de  $X$ , hace este estado de hechos

Para determinar los elementos axiomáticos adecuados para estos funtores, comenzaremos con los elementos axiomáticos del sistema  $Dx$  (§ 2. 1. 1. 1) y reemplazaremos todas las ocurrencias de individuos por conjuntos. Sin embargo es preciso incorporar una nueva regla. Es obvio que si un conjunto de sujetos incluye a otro, entonces toda obligación con respecto al segundo, más pequeño, es también una obligación con respecto al primero, «mayor», puesto que la obligación aparece tan pronto como al menos un sujeto la emite, lo cual se expresa simbólicamente<sup>19</sup>:

$$X \subseteq Y \Rightarrow \quad \vdash \quad O_x p \rightarrow O_y p.$$

Esta regla da lugar a una consecuencia inesperada que debería ser explicada.

Estudiando el sistema  $Dx$ , podemos decir por qué la tesis  $O_x p \rightarrow P_x p$ , o incluso  $O_x p \rightarrow P_y p$ , no era suficiente para expresar la coherencia normativa entre sujetos; el esquema de axioma

$$(O_{x1} p_1 \wedge O_{x2} p_2 \wedge \dots \wedge O_{xn} p_n) \rightarrow P_y (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)$$

era necesario.

Sin embargo, en este momento, es preciso destacar que la nueva regla nos permite inferir a partir del axioma simple,

$O_x p \rightarrow P_x p$  (con conjuntos de sujetos), el axioma requerido y que correspondiente para los axiomas para conjuntos<sup>20</sup>, lo cual –en otras palabras– quiere decir que la regla de arriba contiene todo lo que es realmente característico de la presencia efectiva de sujetos en las normas.

Para facilitar una perspectiva lo más clara posible, escribo ahora la axiomática completa del sistema  $DX$ :

$$\text{Def. PX} \quad P_x p = \neg O_x \neg p$$

obligatorio. Por consiguiente, es aconsejable decir que  $O_x p$  está a la par con el hecho de que algún subconjunto de  $X$  (e incluso  $X$  mismo) haga obligatorio que  $p$  (el caso en el que es exactamente  $X$  el que ocurre cuando la obligación de  $p$  resulta exclusivamente de las obligaciones emitidas por todo miembro de  $X$ ).

<sup>19</sup> Recuérdese que hemos asumido que toda autoridad está de acuerdo con las demás. El caso del conjunto vacío debe ser analizado cuidadosamente. No se excluye dogmáticamente este conjunto de sujetos, pero es preciso mencionar los errores que su aplicación produce. Es evidentemente tentador interpretar una obligación «con respecto a nadie» o «nadie la hace obligatoria», como una mera ausencia de obligación del estado de hechos al que concierne la norma. Téngase en cuenta, sin embargo, que la regla así expresada implica la paradoja de que todo lo que es obligatorio con respecto a nadie es *ipso facto* realmente obligatorio respecto a cualquiera, sea cual sea el conjunto que incluye al conjunto vacío. En caso de que se presente un estado de hechos indiferente desde el punto de vista deóntico (i. e. cuando nadie obliga ni a una cosa ni a su contraria), surge una contradicción deóntica real, es decir, que el estado de hechos está a la vez prohibido y permitido con respecto a cualquier autoridad. Consiguientemente, tan sólo una interpretación de la obligación respecto al conjunto vacío de sujetos parece posible: aquella que identificaría esta norma con una norma absoluta e impersonal, cuya «Philosophie-tal y como afirmó Kant- [stellt] in der Tat auf einen misslichen Standpunkt, der fest sein soll, unerachtet er weder im Himmel, noch auf der Erden etwasgehängt oder woran gestützt wird» (*Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, Kants Werke, Akademie-Textausgabe*, Walter de Gruyter, Berlin, 1968, Bd IV, p.426.

<sup>20</sup> La prueba se encuentra en Bailhache, 1986, pp. 449-450.

AO. DX1	$O_x(p \rightarrow q) \rightarrow (O_x p \rightarrow O_x q)$
AO. DX2	$O_x p \rightarrow \neg O_x \neg p$ (i. e. $O_x p \rightarrow P_x p$ )
RO <sub>X</sub> 1	$\vdash \alpha \Rightarrow \vdash O_x \alpha$
RO <sub>X</sub> 2	$X \subseteq Y \Rightarrow \vdash O_x p \rightarrow O_y p$

Si consideramos ahora la fórmula

$$O_x(p \rightarrow q) \rightarrow (O_y p \rightarrow O_y q)$$

en la que reemplazamos individuos simples por conjuntos de individuos (letras minúsculas por mayúsculas), podemos eliminar la interrogación puesto que la respuesta «mínima» es obviamente la unión de los conjuntos  $S$  e  $Y$ . De hecho no resulta difícil demostrar esta tesis:

$$O_x(p \rightarrow q) \rightarrow (O_{x \cup y} p \rightarrow O_{x \cup y} q).$$

### 2. 1. 2. 2. Semántica

Se puede basar una semántica para  $DX$  en los elementos del sistema  $Dx$  para individuos, como si este sistema sirviese como fundamento ontológico para el sistema  $DX$ , que sería tan solo una estructura derivada. Reconsiderando los conjuntos de mundos tan familiares, junto con el conjunto de individuos,  $X = \{x, y, \dots\}$ , podemos definir la siguiente relación como una abreviatura simple:

$$S_X w_i w_j = S_x w_i w_j \text{ y } S_y w_i w_j \text{ y } \dots,$$

estableciendo así que el mundo  $w_j$  es permisible para el mundo  $w_i$  con respecto a cada una de las autoridades  $x, y, \dots$  del conjunto  $X$ . Entonces uno puede observar fácilmente que por definición esta relación satisface dos condiciones: i) es *serial*, en el sentido de que para todo mundo existe siempre al menos otro que es permisible para él con respecto al conjunto de todos los sujetos posibles (lo cual es la traducción semántica de la posibilidad de un acuerdo normativo entre todas las autoridades); ii) si un conjunto de sujetos incluye a otro, entonces todo mundo permisible para otro con respecto al primer conjunto es permisible, asimismo, con respecto al segundo (que es la traducción semántica de la regla RO<sub>X</sub>2). Las dos condiciones se pueden expresar formalmente:

- 1) serialidad de  $S$ :  $(\forall w) (\exists w') (\forall X) S_X w w'$
- 2) implicación  $XY$ :  $X \subseteq Y \Rightarrow (S_Y w w' \Rightarrow S_X w w')$

### 2. 2. Normas con destinatarios

Aquí me referiré muy brevemente a este tema. En un primer nivel, las diferencias se limitan a diferencias entre normas con autoridades y normas con destinatarios. El concepto

$O\text{-}Yp$  = es obligatorio para  $y$  que  $p$ ,

da lugar a un sistema  $D\text{-}y$  muy similar a  $Dx$ . Pero, en un segundo nivel, la conside-

ración de conjuntos de destinatarios obliga a enriquecer el lenguaje. La principal razón es que, puesto que la norma con conjunto  $O-Y$  debería leerse

$O-Yp =$  Para todo subconjunto de  $Y$  es obligatorio que  $p$ ,  
el permiso correspondiente (según la definición  $P-Yp = \neg O-Y\neg p$ ) es

$P-Yp =$  Para algún subconjunto de  $Y$  se permite que  $p$ .

Este permiso parece inusual. Cuando uno dice que se permite algo (sin concretar más), normalmente se entiende que el permiso incluye a todos los destinatarios. Por consiguiente, es preciso introducir un nuevo concepto:

$P'-Yp =$  Para todo subconjunto de  $Y$  se permite que  $p$

y, esta vez, la obligación correspondiente resulta extraña y bastante inútil:

$O'-Yp =$  Para todo subconjunto de  $Y$  es obligatorio que  $p$

Puesto que he de ser breve, no me extenderé demasiado en este punto. Aquí podemos contentarnos con saber que hay varios sistemas posibles que manejan normas como  $O-Y$ ,  $P'-Y$  e incluso:

$OXYp =$  algún subconjunto de  $X$  hace obligatorio para todo subconjunto de  $Y$  que  $p$ .

$P'XYp = \neg O'XY\neg p =$  todo subconjunto de  $X$  permite a todo subconjunto de  $Y$  que  $p$ ,

### 2. 3. Las normas como acciones normativas

Otro modo de introducir autoridades (y destinatarios) en las normas consiste en analizar literalmente la expresión «hacer obligatorio que» y usar así una lógica de la acción. Este tratamiento fue sugerido por von Wright (Cf. arriba «...The action is the act of issuing a norm...»).

Definiendo la modalidad «poética»

$\Box_x p =$  si actúa  $x$ , es necesario que  $p$ <sup>21</sup>, que satisface los siguientes axiomas (y una semántica adecuada)<sup>22</sup>:

$$\begin{array}{ll} A\Box.Tx1 & \Box_x (p \rightarrow q) \rightarrow (\Box_x p \rightarrow \Box_x q) \\ A\Box.Tx2 & \Box_x p \rightarrow q \\ R\Box_x & \vdash \alpha \Rightarrow \vdash \Box_x \alpha \end{array}$$

el análisis de normas con autoridades (y destinatarios) es directo. Consideraré únicamente el caso de la norma  $Ox$ , que da lugar al análisis:

$$O_x p = \Box_x O p,$$

« $x$  hace obligatorio que  $p$ » = « $x$  hace que sea obligatorio que  $p$ ».

Se puede comprobar fácilmente que, comenzando por las estructuras mínimas para  $O$  y  $\Box_x$  i. e. de los sistemas  $D$  y  $Tx$ , se observa inmediatamente que los axiomas

<sup>21</sup> De nuevo, por razones de simplicidad formal, prefiero este operador reformado al más usual « $x$  hace que  $p$ », cuya formalización lógica requeriría estructuras mucho más complejas.

<sup>22</sup> La semántica y la axiomática son muy similares a las de T. Las diferencias surgen únicamente cuando se utilizan conjuntos de agentes.

y reglas de  $Dx$  (directamente elaboradas en 2. 1. 1. 1.) son validades<sup>23</sup>. De hecho, el análisis aquí presentado da lugar a muchos otros resultados –especialmente cuando se utilizan conjuntos de individuos– que no discutiré aquí. Por el contrario, utilizaré la definición anterior para mostrar un ejemplo de aplicación de este análisis al problema de las normas iteradas.

Si nos limitamos a considerar las normas con autoridades individuales, una cuestión bastante general es la de cuales son las series de dos normas que implican a una tercera, cuando estas normas son obligaciones o permisos<sup>24</sup>. Para proceder metódica y exhaustivamente, podemos analizar primero cuales son los «esqueletos anónimos» de estas fórmulas, para añadirle los individuos utilizando todas las combinaciones posibles. Puesto que para cada una de las tres normas hay dos alternativas, la obligación  $O$  y el permiso  $P$ , en conjunto hay ocho casos posibles de esas implicaciones:

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| (1) $OOp \rightarrow Op$  | (5) $POp \rightarrow Pp$ |
| (2) $OOp \rightarrow Ppp$ | (6) $POp \rightarrow Op$ |
| (3) $OPp \rightarrow Op$  | (7) $PPp \rightarrow Op$ |
| (4) $OPp \rightarrow Pp$  | (8) $PPp \rightarrow Pp$ |

Cada una de estas se divide en dos –y solo dos– cuando se incorporan los individuos (se acaba de ver, por ejemplo, que  $POp \rightarrow Pp$  engendra dos fórmulas-  $P_xO_{yp} \rightarrow P_{xp}$  y  $P_xO_{yp} \rightarrow P_{yp}$ . Por consiguiente, habría dieciséis fórmulas; no obstante ciertas reflexiones permiten reducir sensiblemente este número<sup>25</sup>.

El ejemplo de las dos fórmulas obtenidas a partir de la implicación (1) son:

$$O_xO_{yp} \rightarrow O_{xp} \text{ y } O_xO_{yp} \rightarrow O_{yp},$$

y cada norma  $O_x$  ó  $O_y$ , en ambas fórmulas se puede transformar en  $\Box_x O$  ó  $\Box_y O$ . Entonces, las expresiones obtenidas pueden ser analizadas mediante diagramas semánticos que, tal y como se sabe constituyen un procedimiento de decisión.

<sup>23</sup> Esto significa que se pueden obtener pruebas axiomáticas o semánticas de los elementos de AO.  $Dx1$ , AO.  $Dx2$  y  $ROx$  de  $Dx$ . La primera, por ejemplo, se puede escribir:

$$Ox(p \rightarrow q) \rightarrow (Oxp \rightarrow Oxq).$$

Por consiguiente, se puede escribir en términos de los operadores  $O$  e  $\subset_x = (\text{incluido})X$ :

$$\Box_x O(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box_x Op \rightarrow \Box_x Oq)$$

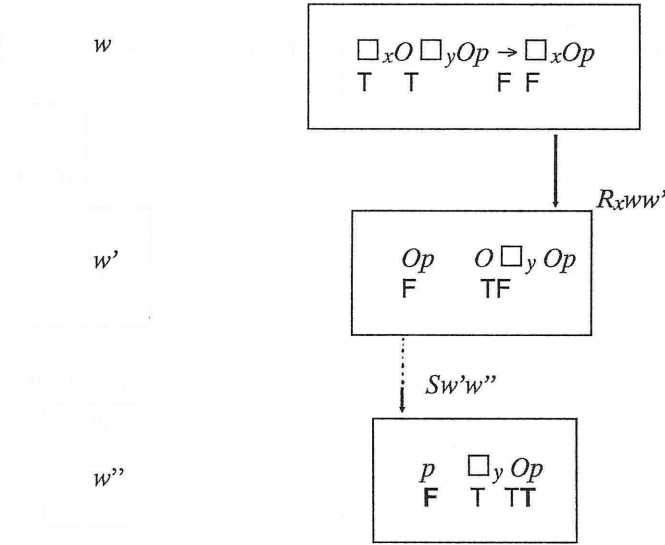
y su validación semántica se sigue sin dificultad. Así, decir que  $\Box_x O(p \rightarrow q)$  es verdadero, significa que  $O(p \rightarrow q)$  es verdadero en todo mundo congruente con la acción de  $x$ ; entonces  $p \rightarrow q$  es, él mismo, verdadero en todos los mundos *permisibles* para el último mundo. Además, si se asume que  $\Box_x Op$  es verdadero en el primer mundo, entonces, por el mismo razonamiento, la proposición  $p$  debe ser también verdadera en todos estos mundos permisibles. Pero como  $p \rightarrow q$  es verdadero, la proposición  $q$  es verdadera también, a partir de lo cual resulta fácil volver a la verdad de  $Op$  en todo mundo posterior, y de esto a la de  $\subset_x Oq$  en el mundo inicial, lo cual prueba el axioma AO.  $Dx1$ .

Para una prueba formalizada del mismo axioma y una prueba de AO.  $Dx2$  y de  $ROx$ , véase Bailhache 1986, pág. 570.

<sup>24</sup> Esta cuestión es más general de lo que parece a primera vista ya que, aplicando contraposición, sustituyendo  $p$  por  $\neg p$  y teniendo en cuenta la definición  $Pxp = \neg O_x \neg p$ , equivale a preguntar cuáles son las normas simples que implican dobles (así de  $P_xO_{yp} \rightarrow Pxp$  se puede derivar  $\neg P_{xp} \rightarrow \neg P_xO_{yp}$ , a continuación  $\neg P_{xp} \rightarrow \neg P_xO_{yp}$  y, finalmente,  $O_{xp} \rightarrow O_xO_{yp}$ ).

<sup>25</sup> Véase Bailhache 1991, pág. 170.

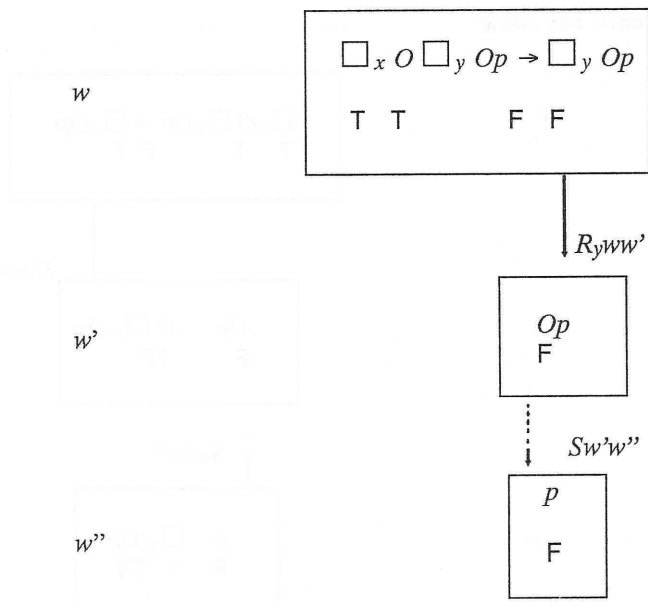
Así el primero nos dará:



$w'$  es un mundo en el que actúa  $x$ , en el que –según las fórmulas del mundo inicial,  $w$ – la proposición  $O p$  debe ser falsa y la proposición  $O \Box y O p$  verdadera. Estas obligaciones hacen referencia a un mundo,  $w''$ , permisible (= accesible y «bueno») para el mundo  $w'$ , en el que la proposición  $p$  es falsa y la proposición  $\Box y O p$  es verdadera. Si lo último es verdad, la proposición  $O p$  es verdadera debido a que la relación de accesibilidad de la acción es reflexiva (lo que hace y es verdadero). El diagrama, tal y como ha sido dibujado, está libre del absurdo. Sin embargo, téngase en cuenta que la verdad de la proposición  $O p$  aparece en un mundo permisible ( $w''$ ), lo cual nos permite asumir que esta obligación ya ha sido realizada en este mismo mundo, es decir, la proposición  $p$  es verdadera en él<sup>26</sup>. Pero como también debe ser falsa en él, surge la contradicción y el diagrama se convierte en una prueba por absurdo de la fórmula dada. Puesto que el supuesto invocado es característico de la tesis  $O O p \rightarrow O p$  (véase la nota anterior), también puede establecerse que la validez de la implicación  $O_x O_y p \rightarrow O_x p$  depende de esta tesis. Este es un resultado bastante débil, pero no desdeñable si se contrasta con la situación de la expresión análoga  $O_x O_y p \rightarrow O_y p$ .

El diagrama de esta última expresión no permite el mismo tipo de prueba. Se puede presentar como sigue:

<sup>26</sup> Este supuesto corresponde a la post-reflexividad de la relación de accesibilidad. Es característico del sistema  $DT$ , es decir, del axioma  $O (O p \rightarrow p)$  y de la tesis  $O O p \rightarrow O p$ .



$w'$  es ahora un mundo en el que se producen las acciones de  $y$  y no las de  $x$ , lo cual implica que la fórmula  $\Box_x O \Box_y Op$ , verdadera en el mundo inicial,  $w$ , ya no hace verdadera –en el mundo  $w'$ – a la fórmula  $O \Box_y Op$ . Ahora este mundo contiene sólo a  $Op$  con valor falso, lo cual tiene como única consecuencia, la presencia de  $p$  falso en un mundo  $w''$ , permisible para  $w'$ .

En resumen y de manera informal, se puede decir que estas dos inferencias reflejan también nuestras intuiciones informales. Cuando el que ordena ( $x$ ) acaba de indicar al capitán ( $y$ ) que pase revista, nada garantiza que el capitán vaya a hacerlo; por otra parte, se puede decir razonablemente que el que ordena efectivamente ha pasado revista; al dar la orden a su subordinado inmediato está cumpliendo la orden a su modo.

### 3. Un comentario final: ¿cuáles podrían ser las características específicas de una lógica deóntica con tiempo e individuos?

Cada vez que se ha enriquecido la lógica deóntica pura (= sistemas  $D$ ,  $DT$  o  $DS5$ ), se han añadido axiomas característicos y las propiedades semánticas correspondientes. Lo mismo para  $A\Box t1$  y  $A\Box t2$  de  $RS5$ .  $AOt1$ ,  $AOt2$  y  $A\Box Ot$  de  $RS5-DS5$ ,  $AO.Dx2$  de  $Dx$ ,  $ROx2$  de  $DX$  y para sus correspondientes propiedades semánticas.

Supongamos ahora que queremos construir un sistema que capture las intuiciones mínimas de las modalidades ónticas y deónticas, en el tiempo, y que incluye autoridades y destinatarios. Tal sistema sería una síntesis entre los anteriores. Puesto

que el problema resulta ser particularmente difícil, nos limitaremos a estudiar la introducción del tiempo en el sistema  $DX$  con conjuntos de autoridades, desde el punto de vista semántico.

Deberíamos tener en cuenta dos relaciones, la primera que permite definir los operadores de acción y la segunda los deónticos:

$R_t X \rho \rho'$  = «la línea  $\rho'$  es accesible a la línea  $\rho$  relativamente a la fecha  $t$  respecto a  $x$ ».

$S_t X \rho \rho'$  = «la línea  $\rho'$  es permisible para la línea  $\rho$  relativamente a la fecha  $t$  respecto a  $x$ »

Resulta sencillo percatarse de que deberían satisfacerse las siguientes condiciones; son análogos a las de los sistemas  $RS5-DS5$  sin autoridades:

- serialidad de  $S$ :  $(\forall t) (\forall \rho i) (\exists \rho j) \Rightarrow S_t X \rho i \rho j$
- post-reflexividad de  $S$ :  $S_t X \rho i \rho j \Rightarrow S_t X \rho j \rho j$
- post-ramificación de  $S$ :  $(t' \leq t \ \& \ S_{t'} X \rho i \rho j \ \& \ S_t X \rho j \rho k) \Rightarrow S_{t'} X \rho j \rho k$
- implicación  $S-R$ :  $S_t X \rho i \rho j \Rightarrow R_t X \rho i \rho j$
- post-implicación  $R-S$ :  $(t' < t \ \& \ S_{t'} X \rho i \rho j \ \& \ R_t X \rho j \rho k) \Rightarrow S_t X \rho j \rho k$

La serialidad se hereda del sistema temporal  $RS5-DS5$  así como del sistema con conjuntos de autoridades  $DX$ . La segunda condición semántica de  $DX$  debería entenderse trivialmente cuando se añade el tiempo:

- implicación  $XY$ :  $X \subseteq Y \Rightarrow (S_t Y W W' \Rightarrow S_t X W W')$

Sin embargo, no es trivial la cuestión de si hay condiciones específicas de la mezcla de las cuatro dimensiones de onticidad, deonticidad, temporalidad e individualidad. Imagino que una buena aproximación sería la de comenzar estudiando la combinación de sólo tiempo e individuos y extender a continuación la cuestión a todo el conjunto de modalidades.

## Bibliografía

- Aqvist, L. (1966), «Next'and 'Ought', *Alternative Foundations for von Wright's Tense-Logic, with an Application to Deontic Logic*», *Logique et analyse*, 34, pp. 231-251.
- Bailhache, P. (1981), «Analytical Deontic Logic: Authorities and Addressees», *Logique et analyse*, 93, pp. 65-80.
- (1986), *Les normes dans le temps et sur l'action, Essai de logique déontique*, Université de Nantes, 785 pp.
- (1991), *Essai de logique déontique*, Paris, 224 pp. (Traducción inglesa en preparación).
- Blanché, R. (1957), *Introducion à la logique contemporaine*, Paris, 208 pp.

- (1970), *La logique et son histoire, d'Aristote à Russell*, Paris, 366 pp.
- Bochenski, I. M. (1968), *Ancient Formal Logic*, 4<sup>a</sup> ed., Amsterdam, ix + 122 pp.
- Kalinowski, G. (1972), *La logique de norms*, Paris, 218 pp.
- Prior, A. N. (1957), *Time and Modality*, Oxford, viii + 148 pp.
- (1967), *Past, Present and Future*, Oxford, x + 217 pp.
- Rescher, N. & Urquhart, A. (1971), *Temporal Logic*, Berlin-Heidelberg-New York, xviii-273 pp.
- Wright, G. H. von (1963), *Norm and Action*, London, xviii-214 pp.
- (1968b), «An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action», *Acta Philosophica Fennica*, 21 (todo el volumen).

Patrice BAILHACHE  
Universidad de Nantes