ELEMENTA ARITHMETICÆ

tũ Vulgaris, tũ Spetiosę

Matheseos duplex ex causa, et diligẽtię, et Comendatę, volent Viri, tũ eą quidem inexuditi; primũ ob utilitatẽ, quą in demonstrando utitur methodum; deinde, propter optimas doctrinas, quę ad solidiorẽ cognitionẽ natę, artiũq; et vitę humanę præstantissimũ rerum habent. Adde, quę, hę candidatę tanto sit ad jumenta Arithmetices, præsertim, et Geometrię notitia, ut absq; illorum [illegible] tanquã vanissimum, merito habeatur hę Doctrinę studium Arithmetices, ac Geometrię, præsertim destitutum. Quę cũ ita sint nemo mirari debet, q a studiosis, Religiosisq; Adolescentibus sacræ licet destinatis Theologię, hujusmodi Elementa capiant

vi eñ hiis capeant Doctrinę hę, ad rumentiis
sativa ē, eo huic pręclarissimo studio vale dice
re omnino: melius nihil scire, quā male dicere,
tale eñ cognitionis potius dicam ignorantię
genus, mentis acię cęcitas, rectę iudiciū corru
pit, et omni studiorū genere nocet plurimum.
Qua propter ea ex Arithmetica, et Geome
bis apponere iudicavi, quę et rerum dicendā
rum notata, et iudicandi rim acuant, et exge
ant, simulq; arcanis hisce penetrandis de
servire plurimum possit: Ergo vt.

De Methodi Mathe matica Comentatio Brevis

Methodus Mathematica, vim sepius Geo
metrarum Methodus, qua hucusq; Mathe
maci fere soli in Geometria, in primis ejus
leges sancte custodiunt; incipit, a Defi
nitionibus, pergit ad Axiomata, hinc subnexis
titit Theoremata, atq; ad ~~corollaria~~ Problemata, quibus Co
rollaria, et Scholia, ut postulavexit, accrescit.

Definitiones ut ex loco bene notent, sunt ora
tiones illę, quę exponant, clariusq; explicant
voces, quibus utimur, aut certe res illas, quę
vocibus ipsis significantur; ut si dicam: Nu
merus ē unitatum concretum

Axiomata, seu pronuntiata dicuntur illę,

ꝓpositiones, quarū veritas adeo certa, et evidens ē, ut cuilibet mentī statim affulgeat; quæ ex definitionū cōsideratiōne immediate concludi tur. Sic nāta numerū cōsiderantī statī appa ret, quemlibet numerū sibi ipsi equalē esse debere. Axiomata enuntiant, vel aliq̄ esse, vel ali quid effici posse. Priorū speciei Axioma illud ē, q̄d modo numeri definitione deduximus. Alterius speciei Axioma ē, id q̄d ex eadē defini tione fluit, scilicet quemlibet Numerum augeri po se, vel minui, atq; hujus posteriorū speciei Axio mata postulata dicuntur.

Ex ꝓo postulata continent illa, quæ ut aliquid ostendatur fieri, vel plerumq; ut facta concipi de bent; quæ ꝓpositiones semel concessa tanquā cer ta, et possibilia deinde adhibentur.

Cum Axiomatibus, et postulatis experientię in numerīs confunduntur, experiri autē dici mur, quidq; per attentionē ad perceptiones nras cognoscimus, exq; dum aceneis candelis fieri videmus conspicua, quę antea latebat, experi entia comperire judicamur.

Theoremata sunt ꝓpositiones illę, quę in so la contemplatione veritatis quiescunt, et alicujus rei ꝓprietates nobis ostendunt.

Problemata aliq̄d faciendū ꝓponunt, et ex iis, quæ comperta prius sunt, ꝓpositionē, in qua quid fieri debeat indicatur; ut si dicam: Numerum

addere; vel subducere secundum Resolutionē
inq. singuli actus decepti ordine recenserētur,
quibus efficitur, quid faciendū erat; ut si numerus
propositi nota probe inspecta, aliis addantur
vel perpendiculares, ut ipsius Genesis postulat,
exigatur: Textus demonstrationē, qua evinci
tur facta hic, quę Resolutio præcipit effectū intent
tum obtinere.

Corolaria, vel Concectaria dicuntur propo
tiones illę, quę ab aliquibus iā demonstratis pro
positionibus facile deducuntur.

Scholia sunt quędā exercitationes in propo
sitionē aliqua, quibus vel magis declaratur, vel ipsi
us usus, aut utilitas indicatur, Respondentur ad
dubia, historię, ac fortes inventionū descriptun
tur, et si quę alia, nec inutilia, nec injucunda ac
cuxiunt, demonstrentur.

Lemmata hic adjungenda judicavi: sunt quę pro
positiones illę, quę idcirco tantū assumuntur, ut
per eas Theoremata quędā, aut Problemata faci
lius demonstrentur.

Explicatā hactenus Mathesis Methodum, qui pro
be perpendit, aut dubie agnoscet, nec deficietur, q
Mathemata judicium acuant; hoc est, quod eorū cultores
promptitudinem acquirant, veritatē quamlibet,
ad quā animū appellunt, accuratius, quibus alii volent
dijudicandi, atq. eo perveniunt, ut nihil absq. su
ficienti ratione recipere dicant, sed omnium,
quę vident, vel audiunt, rationē exquirant; Quo fiet

ut in quolibet scribendi genere in tractanda etiã quæstione Theologica, multo excellentiores prodeant fructus, quã alii, qui Geometriæ auxilio, et Methodo ñ sunt adjuti; neq; enũ, quæ vã sunt postrema dicẽt, nec quæ pene prima sunt, et illustrissima mentis ac curatæ ordine confundent, autq; abstrusa sunt densiori caligine ñ obvolvent. Quare Arithmeticæ, et Geometriæ laudes attingere, vix ad excitandam hic vicinibus voluntatem. Enim vº fructus, qui ex studio Mathescos maximũ pene cuique licet participes ñ fuerint, quasdã tñ fraves quasdã Mathematicas addiscunt. Licet enũ in communi utiles sint nemini tamẽ judicii acumẽ, ac inveniendi habitũ comparat; quia hæc ñ nisi assensa demonstrationũ meditatione expectare licet.

Caput Primum

De Notionibus Mathematicis.

S. Primus.

1º Arithmetica generatim definitur, Ars computandi, hoc ẽ; ex quibusdã numeris datis inveniendi alios, quorũ ad cognitos relatio detur. Ex hoc ẽ, ut inveniendus sit numerus, qui duobus 6, et 6. æqualis sit.

2º Computatio fit, vº per vulgares numeros, ac proinde determinatos, 1. 2. 3 &c vº per Alphabeti literas A. B. C. D. &c, quæ numeros quoslibet, aut quãlibet quantitatẽ designant; Prima computandi ratio Arithmetica simplicior dicitur; Secunda vº vocat

tur Speciosa, v. Algebra, et Convenientia a Neuptonio Arithmetica universalis appellatur.

3. Si pluria individua ejusdē speciei juncta sumātur, oritur inde numerus; ex p.g. si 1 ad 1 novū unū, alter adjungatur, habentur duo; atq; si ad datur alter, habentur coīū 3. Unde pro numerō Arithmetice intelliguntur multitudines unitatē numerandā, v. unitatum multitudinē.

Corolarium 1m

4. Ergo Numerorū species inter se differūt per ultimā unitatem in materialiter acceptā, sed formaliter, pro ut nempe tot unitates ve. ve. præcedentes connotat.

Corolarium 2i

5. Quivis numerus supponit certā quandā unitatē, et nulli numeri inter se comparari, q. cō poni possunt, nisi ex eisdē oriantur unitatibus; ex.g; si dies 6 oportet, ut quivis unitas in hoc numero subsecta, vis vi ejusdē speciei, ut Cavius, pomum, denarius &c.

Corolarium 3.

6. Numerus fit major, v. augetur, si alii numeri ejusdē speciei adjungantur: e Contra minuitur, si alii ejusdē speciei numeri subducantur. Nec plures per mutationem numeri admittunt. Numeri v. ejusdē speciei sunt, qui ex eisdē componuntur unitatibus.

Corolarium 4.

7. Si Numerus augetur, qui illi adjungunt^r, vel sunt omnes inter se equales, ut si 6 aliquoties sumitur: vel sunt majores, aut minores illo, ut si 6, 5, 3, juncta sumuntur. Duo igitur sunt diversi modi numerū augendi. Si vel numerus minuitur, unus vel plures numeri minores, vicissim ve ab illo auferuntur; vel etiā unus tantū numerus totiēs ab illo subducitur, quotiēs id fieri potest. Duo igitur sunt diversi modi minuendi numerum.

Corolarium 5.

8. Hinc octo sunt quatuor computandi species, scilicet, additio, subtractio, multiplicatio et Divisio, de quibus fusius infra.

Scholium 1um

9. Accuratius forsan definitus numerus, Relatio, seu ratio quantitatis cujus libet ad aliā ejusdē generis quantitatem. Quę quidē definitio, ut intelligatur, observandum est quantitatem qualibet cū alia ejusdem generis comparatā, vel ea minorem esse, vel majorem, vel tandē ipsi equalē; hoc est, magnitudinē aliquam, vel in alia contineri, vel hanc aliam certo modo continere. Hinc autē modus, quo magnitudo alia alia continet, vel in ea continetur, numerus vocatur; ergo numerus exprimit rationem magnitudinis alicujus ad aliā minorem, quę pro unitate assumitur, et in majori tot continetur, &c. Contra autē si quitas 13 pro unitate ad hujusmodi

exit quantitas 4. 3ª pars quantitatis 7ª, quę tanquã
unitas considerata, vide 4. ter in quadratate 7:
Continetur. Inde autẽ accurate intelligitur, quid
sit numerus integer, quid numerus fractus. Tri
tegex dicitur, quę unitas metitur: fractus, qui ẽ
pars unitatis: ita ½, 2/3, &c sunt numeri integri; ẽ
tertia, quarta &c pars unitatis sunt numeri frac
ti. Ita autẽ explicari volenti numeri fracti $\frac{12}{23}$, $\frac{12}{46}$ &c
quorũ inferior indicat in quot partes equales in
tegra sit diuisa, superior ẽ quot earũ pter sint
sumendę: ille Denominator, hic autẽ nominator
appellari consueuit.

Scholium 2

40 Numeri, et numerus in concreto sunt ipse res, de
numerantur. Inde secundũ q̃ res conueniunt,
aut differunt, numeri dicuntur idem, ẽ diuersi.
Hinc duo poma, et duo lapides in recte dicuntur
quatuor, sed bini 2. Hujusmodi unitates, aut nume
ri vocari volent diuersilares, aut heterogenei, ta
les sunt eñ abstracta sequentia: Unitates, Deca
des, Centurię &c ut inter se comparentur.

Scholium 3

41 Cum q̃ differant specie, conueniant in ratione
universalissimi, sub eã ratione cadę possunt in nũ
merorum: hic duo poma, et duo lapides sunt qua
tuor res, ẽ tertia, ẽ potuerunt omnino abstracta
sumi, q̃ omnes erunt similiter quatuor, quamuis
in concreto bini duo (ut vid). Scholium 4

42 Ergo ut in operatione concurrunt numeri he

heterogenei, opportet, ut priusquam Calculus incat ad homogeneos, et similares reducantur, ut vi in tr tres personas dividendus sit unus aureus, et opus florenorum aureus prius in florenos resolvi debet.

43 Dividitur 1°. Numerus in integrū, et fractū; integer ē, qui ad unitatē, v. alium numerum minorē comparatum, ut totū ad partem. Fractus ē, qui refertur ad unitatē, v. alium numerum majorē, veluti pars ad totum.

Corolarium 6

44 Quia numerus integer ē ipsa unitas, v. totū solitarie poni potest. At numerus fractus, cū importet partes alicujus totius, quę vine ejusdē totius designatione intelligi nequeunt, semper debet habere adjunctū totum, tanquam illius cognotatum; atq. duobus numeris designatus, supra se invicem ponitur cū lineola interjecta, quorū inferior totum; superior v. totius partes significat, quę numerande sunt: vic $\frac{46}{240}$ &c.

45. Pars numeri aliquota ē, quę per sui replicationem aliquoties facta, tot numerum integrū fit equalis, ut nec aliq. deficiat, nec excedat; vic binarius sui ē pars aliquota quaternarii.

46 Pars numeri aliquanta ē, quę aliquoties repetita, v. major, v. minor fit ipso toto, ut binarius respectu quinarii

47 Dividitur 2°. Numerus in Generalem, et pri

mum. Generabilis ẽ, qui ex dualitate veluti ex bse aliquota aliquoties rbetita generatur; vicut 4, 8, 12. Numerus 0, qui ex sola Unitate adequate generatur; ut 3, 6, 7 &c.

18 Divisitur 3o: in simplicem, et compositum; simplex ẽ, qui unica constat nota. Compositus qui pluribus notis constat.

19 Proportio numerorum ẽ habitudo illorum ad invicem secundũ extensionẽ mensurativam quantitatis discretæ, de qua infra plura.

20 Æqualia sunt, quorum neutrũ alterum excedit. Inæqualia autem quorum unũ excedit alterũ.

Corolarium 7.

21 Ergo æqualia sunt; quorũ unũ alteri sibi toti potest in ratione rei æquatæ, talis proportione. Inæqualia sunt, quorũ unius pars æqualis ẽ alteri toti. Hinc pars quantitatis A. substitui potest toti 2.

22 Similia sunt, quæ in omnibus ad quantitatem pertinentibus conveniunt præcisive ta magnitudine. Sic Globus magnus, et parvus similes sunt licet in æquales; quæ in rotunditate, et cæteris ad figuram pertinentibus conveniunt, excepto quod unus sit maj alterus.

Corolarium 8.

23 Ergo cum æqualitas perfecta in dictum convenientiã in cæteris ad quantitatẽ pertinentibus; sed etiã totius includat omne perfecte æquale etiã simile, licet in e contra.

24 Similia sunt, quę in aliis ad quantitatem pertinẽtibus præter magnitudinem differunt. Quia quedã figuræ, quædẽ possunt ee Capacitate, licet ñ sint ejusdẽ formæ, etiã dissimilia possunt ee equalia, quamuis ñ perfecte.

De Numerorum Caracteribus, aut Notis, ac de Signis Arithmetica

§ Secundus

25. Numeri omnes in vulgari Arithmetica 9, ó mabis 9m quilibet perfectis notis, seu Caracteribus designantur, sunt autem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, o, quorum ultimus Zero, vel Cifra appellatur. Varia ẽ harũ notarum significatio ñ solum ex diversa illarũ figura, sed etiã ex diversis, quę occupant locum. Numeri qui dẽ qui ad dextram primi occurrunt, unitates designant, vocantque vocant digiti; qui proximi precedunt Decades; exinde Centenarii, sequuntur postea Millenarii: sic deincepe per Decades, et Centenarios progredie do. Huic autẽ cuiq potissimũ Cifra designatur; cum nempe illa nullum designet numerum, augeat autẽ reliquarum significationẽ notarum. Longius illae ab extremo versus sinistram remotæ numeros, sic 9. qui solus unicã denotat unitatem, bene ficio unius, ó duplicis Cifræ, denas unitates, aut centenas significant.

Problema V

26 Numerum vocibus enunciare, hoc ẽ, cuilibet Caracteri valorem competentẽ assignare. Quo-

lutio, quia breviores numeri facile leguntur, promu
meris proximioribus hoc utendi ē artifitio: primū:
Numeris proponitur per comata, vel per puntadi
vidatur in claves. Tres notas unius cuiusq; anu
nando initio a dextris facto. Non repugnat ut cla
si ultimus tres, vel pauciores notas cedant. 2° No
ta decima post comma secundum notetur punc
to apici adscribendo, et quę post 1.m comma duos
puncta. 3° comma solitarium per millenarios,
punctum unū per millones, duo puncta per billio
nes &c. Nota ultimam unius cuiusq; clavis per
centenarios, media per decades, dextima per
unitates enunciatur. Sic factum ē, ut peteatur;
ex p.ę Numeris sequens vel enumerandus:

2,425,463,643,578,432,897.

Dic: duo trillones, centum, et viginti quinq;
millia billionum, una cum quadringentis sexa
ginta tribus billionibus, sexcenta, et tredecim mil
lia millionum, una cum quingentis septuagin
ta octo millionibus, quadringenta, et triginta
duo millia, quingenta, et nonaginta septem.

27 Omnia ex definitionibus præmissis constant.

Scholium

28 Vulgarium Arithmeticę Caracterum Auctho
res sequuntur Arabes. Note autē illę, quę mani
culis Alphabeti literis exponuntur, Romanę
appellantur, quia usus in monetis, publicisq; mo
numentis servarunt veteres Romani. Lit
terę, quę numeros Romanos componunt sunt
sunt septem, sequentes: IVXLCDM, horum

notarium hoc è significatio. I unitas. V, quinq. X decem. L quinquaginta; C centum; D quingenti M, mille. Si duo I scribantur uti nunc modum II, equi valent binario, si tria ternario, quaternarius autē ita scribitur IV, et novenarius hoc modo IX; nempe unitas numeris VX prefixa cum multat unitate. Verum ad exprimendos numeros vulgares 6, 7, 8, scribi volet VI, VII, VIII. Si numeris L, vel C, premittatur X numeri illi Decade minuuntur. Ita XL significat 40, et XC; 90. Contra autem si Numerum L sequatur X, numeris precedens Decade augetur. Aliquando numeris 400 exprimi fuit litteris CD, vel taxo. Preter litterā D, que exprimit 500, idē numeris denotatur etiā hoc modo ID; ita etiā loco M, aliquando scribitur CD. Eodē modo exprimi potest 600 per IDC vel Si litteris C et D ante, et post addatur, numeris CD augetur in ratione descripta; ita CCIDD significant 1000, CCCIDDD, 1000000 &c. Hi erant communes Arithmetica caracteres apud veteres Romanos, qui etiā Millenarium numerum designare volebant, adscribta numeris millenario minoribus lineola, hoc modo V̄, et significat 5000. IX̄, et designat 60000, similiter M̄, equi valet 1000000, et M̄M̄ equivalet 2000000.

23 Signa Arithmetica, sunt sequentia: = est signum aequalitatem, ut 3=3: Veritas est: 3 est aequale 3. > est signum majoritatis: 4>3, Veritas est: 4 est majus quā 3. < est signum minoritatis: 3<4: Veritas est: 3 est minus quam 4. ~ est signum similitudinis, ut Petrus A ~ B: Veritas A, est similis Petro B. + est signum

additionis; 3+A=7; venitur ê: 3 cum A, ê 3, et A=7.
— ê signum subtractionis; ut A—3=4, idê ê A vine
3 ê equale 4. Hoc signum (·) multiplicationem signi
ficat, ut A·3=12, venitur ê, si A per 3 multiplicatum
ê equale 12. Duo puncta (:) sic inscripta denotant
divisionem, ut A:2=2, venitur ê; si quatuor per 2,
dividatur quotus exit 2. Idem signum etiã signifi
cat majorem ppõi inter unam, et alteram quantita
tem; ut A:2=12>6 cujus venitur ê; A ad 2 eandem
ppõi dicit, quã 12 ad 6: Ratio ê, q̃ probtio exponatur
per quotum ex divisione resultantê: unde idem
ê signum divisionis, et ppõnis. Duorum probtio
nũ equalitas indicatur per =, Ratio êinequalitatis
majoris per >, ut 6:2>8:4, venitur ê, q̃ 6 ad 2 hã
bet rationem majoris inequalitatis, quam 8, ad 4.
Ratio minoris inequalitatis significatur per <, ut 8:
4<62, venitur ê, q̃ 8 ad 2 habet rationem minoris
inequalitatis ad ppõnem inter 6, et 2; quando
probtio equalitatis ê continua mediis tribus verbo
nitis, ut 2:: A<A:: 8.

3o QUD, h, e, d, significant dictiones finales alicujus
demonstrationis, q̃ erat demonstrandum.

QEF significant dictiones finales constructionis
problematum q̃ erat faciendum.

De Axiomatibus.

§III.

3o Principium, seu Axioma primum; probtio se
quitur numerum quidem probrietatis requisi
tarum, cujus ê probrietas; vel probtio illa nimi

xum vi, cuius numerus ad alterum quendam rc
lationem habet, cum eo alio de genere quantitatis
discrete constituat) è proportio numeri: ergo
proportio sequitur naturam numeri.

34 Secundum: totum è maius sua parte.

32 Tertium: totum è equale suis partibus, simul sumptis.

33 Quartum: equalia eodè tertio sunt equalia inter
se; unde cum unum equale alteri substitui
valeat (24) potest loco tertii substitui unum ex iis
equalibus.

34. Quintum: similia eidem tertio sunt similia
inter se.

35. Sextum: equalibus equalia sunt inter se equa-
lia.

36 Septimum: similibus similia sunt inter se.

37 Octavum: si ex equalibus unum ex tertio inæ
le, erunt alterum.

38. Nonum: si equalibus equalia addatur aggre
gata erunt equalia.

39 Decimum: si equalibus inequalia addatur
aggregata fuint inequalia.

40m Si inequalibus majori maius, minori mi
nus addatur, remanent inequalia.

41 42m Si ex inequalibus minori addatur com
plementum maiorus fiunt equalia.

43. 43m Si equalia ab equalibus substrahantur
residua erunt inequalia. & è contra.

42 44m Si equalia ab inequalibus substrahantur
residua erunt inequalia, et è contra.

44 45ª Si æqualiũ per æqualia multiplicentur, facta erunt æqualia.

45 46ª Si inæqualia per inæqualia multiplicent, facta erunt inæqualia.

46 47ª Si quęcunq; quatitates per idem, vel per æqualia multiplicentur, facta eandẽ inter se vel eandem proportionem, quã inter se factores habebunt.

47 48ª Si æqualia per inæqualia multiplicentur, facta erunt inæqualia.

48. 49ª Si æqualia per æqualia dividantur, quoti erunt æquales. Nam si æqualia per idem dividentur quoti erunt æquales: ergo etiã si per æqualia (n.º 24)

49 50: Si æqualia per inæqualia dividerentur, quoti erunt inæquales.

50 51: Si quędam quatitates per æqualia dividantur, quæ habent dividentia.

51 52: **P**roportio partium numeri requitur partes numeri, vicit proportio numeri numerum (n.º 49, 30)

52 53 **P**artes homologę, se habent ad partes homologas, sicut tota ad. totã. Declaratur: 3ª pars numeri unius se habet ad 3ãm partem numeri alterius, sicut numerus unus ad alterum: adeoq; si numeri sunt æquales, etiam partes homologę, æquales erunt, si inæquales, erunt inæquales, si similes erunt similes & ea prorsus proportione, qua gaudent tota inter se.

53 54: **E**x totis æqualibus, vel similibus unum se habet ad 9nã sui partem aliquotam, sicut alterum ad suam (n.º 54).

54 55: Si ab æqualibus, vel similibus totis substrahas sim

gulæ partes aliquotæ homogeneæ, tam ptes substrac tę inter se, quã ℞ ejusq; equales, v similem ad ui uicem proptionem, habent, quam tota inter se. (n 42, et 54)

55. 26: Proptio se habet ad proptionem, sicut numerus ad numerum. Declaratur: cum proptio sit proprie tas numeri (n. 30) gaudet proprietate extensionis, q̃ è equalitas, et inequalitas: ergo sicut numerus ad numerum habet proptionem, (n 47) ita proptio ad proptionem, adeo ut sicut numerus unus ad è alte ri equalis, aut inequalis, ita una proportio alteri.

56 27: Si proptionalia proptionalibus equalis proptio nis addantur, manent proptionalia, ut antea. Declaratur: omnis perfecta equalitas facit, ut unũ alteri substitui valeat, valica proptione (n 24, 78) ergo etiam, equalitas proptionũ facit, ut duo proptiona lia substitui queant, alijs duobus proptionalibus, sal va proptione; Si eadem proptionalia sibi ipsis ad derentur, summæ ℞ derentur proptionales, ut ad denda erant antea: ergo etiã ℞ derentur proptio nales, equaliter, ut proportionalia &c.

57 28: Si proptionalia proptionalibus eiusdem prop tionis substrahantur, ℞ sidua manent proptiona lia, ut antea (n 42) exp. 2, et 6 substrahantur a 3, et 9, ℞ sidua 4, et 3 ℞ tinebunt eandem proptionem sub tuplam.

58. 29: Si proptionalibus proptionalia diversę speciei addantur, v substrahantur, coruumpitur prior pro ptio (n 39. 43) nã proptiones diversę habent ad invi cem ui proptionem.

59. 30: Si proptionalia per proptionalia eiusdem pro

portionis multiplicentur; factorum proptio ê in ra
tione quadrata ad proptionem efficientium: Declaratur: Proptio sequitur numerum, (n 30) ergo
si unus numerus in alterum ducitur, etiam una
proptio in alteram; adeoq; induunt rationem du
plicatam, seu quadratam, quando proptiones ef
ficientes inter sunt æquales. Exp. 2.. 2 = 2.. 2 duc
to 2 in 2, et 2 in 2, facta 4.. 16 erunt in ratione sub
quadrupla, adeoq; comparative ad proxiorem prop
tionem in ratione dupla sub dupla. Si quidem 2
ad 2 imponat rationem sub duplam, sicut 4.. 2 du
plam: Si ergo hæc ratio dupla, & sub dupla inse ip
sam ducitur, sicut et termini ducuntur in se ipsos:
Resultavit duplo, dupla, et duplo sub dupla; idem ê
quadrupla, et sub quadrupla, id etiã evenit, licet ter
mini inse ipsos non ducantur, sed in alios eandem ta
men proptionem habentes; ut si 3, et 9, per 2, et 6 mul
tiplicentur, facta 6, et 54 erunt in ratione novecupla,
quæ ê quadrata, vide triplo, tripla ad proxiorem prop
tionem reperiam inter terminos factores.

60 34: Si proportionalia per proportionalia diversas prop
tionis multiplicentur, componitur proxa proportio (n 57).

61 35: Si proportionalia per proptiolia æqualis prop
tionis dividantur, quoti erunt inter se æquales (n 43)

62 36: Si proportiona per proportionalia diversas prop
tionis dividantur, quoti inter se erunt inæquales
(n 49. 57)

Scholium

63. Si ex præmissis aliqua minus ad evidentiam proximi
proximum accedere videantur, ea ordinis gra, et ad alia

qualem dicendorum previam noticiam hic porrò fa
cemus; inferius tamē eorum veritas clarius innotescet.

Caput Secundum

De Speciebus Arithmeticæ, tum Vulgaris, tum Speciosæ.

§. Prima.

64 Quoniam Numeri nihil aliud sunt, quā magnitudinum rationes quædam certis signis distinctæ, & unitatum multitudo (n. 3) atq́ diversæ numerorum rationes hic advocentur, ut nempe mutuus eorum excessus, & modus, quo se invicem continent, expendatur, et assignetur, evidens ē quatuor ēe numerandi species: Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, et Divisionem, ut ex definitionibus sequentibus Colligēdum (n. 6, 7, et 8)

Additio ē duorum, & pluriū numerorum in unā summam collectio; sive impertio unius numerii, qui pluribus homogeneis datis, junctim sum pto, æqualis sit. Numeri dati dicuntur summandi quæsiti autē summa, & aggregatum.

Corolarium 4.

65. Quoniam igitur quivis numerus ex pluribus componitur unitatibus; Additio peragitur, si omnium numerorum datorum unitates singulæ seu ordine enumerantur.

Problema 4.

66 Numeros integros quorcumq; datos addere.

Resolutio

67 Primo: Numeri dati, ita sub se invicem scribãtur, ut unitates unitatibus, Decades Decadibus, Centenarii Centenariis &c respondeant. 2°: Sub Numeris scribi ducatur linea recta ad confusionem vitandam. 3°: Vigillatim addantur unitates unitatibus, et summa earum ipsis scribatur. Quod si unitatum summa Decades vel plures fuerint; eas Decadibus numerorum datorum communerari oportet, ideoq; dicendum de Centenariis in Decadibus vel plures, et sic de reliquis. Deinde decades sub decadibus collocentur; hac operatione continuata habebitur, tandem summa quæsita:

Ex p. 13 3578

Demonstratio

2 4	
3	
4 6 5	summa.
1 8 7	
3 5 7 8.	

68. Vi operationis numerus inventus continet unitates, Decades, Centenarios &c numerorum datorum; hæ omnes eorum partes: ergo componitur ex omnibus partibus numerorum datorum simul sumptis: ergo ipsis æqualis est: ergo eorum summæ (n. 32). Scholium 2.

69. Vi bonitas summæ, ac contextûs numeri inventi innotescat; tutius erit abstractionem instituere hoc modo: 1a sive superior series numeros

xum abjiciatur a Reliquis parva linecola intersec
ta: Reliqua numerorum series in unam summã
colligantur, eam tota prima summam subscriben
do, ac deinde substrahatur a summa superiori;
ejusq; Residuũ dabit sextam numerorum omnib⁹
superiorem; q⁹ quidem Residuum cum numero
substracto equale è toti summe, ut patet explo apposito.

Substractio è inventio alicujus numeri, qui cum
alio dato equalis è alteri dato.

Scholium 2

70 Numerus per substractionem inventus dicitur
differentia; numerus datus 1⁹ minuendus; 2⁹
vº substrahendus appellatur.

Corolarium 2

71 Quoniam numerus quilibet componitur ex
unitatibus; substractio peficiatur, si ab uno nume
rorum datorum, successive auferantur unitates
Reliquorum.

Problema 2

72 Substractionem numerorum integrorum peragere.

Resolutio.

73. Numerus minor ea lege majori subscribitur
quemadmodum in additione dicimus. 2º: sub-
numeris hinc ducatur linea Recta. 3º: substraha
tur singillatim unitates ab unitatibus, Decades, a-

Decadibus, centenariis, a centenariis ℳi et Residua singula loco conveniente infra singeam scribãtur, nempe Residuũ unitatum sub unitatibus, Decades sub decadibus ℳ. A°: vi nota 7ma a 4i subtrahẽda sit, mutetur unitas a proxime sequenti nota versus sinistram, quę unitas Decadem auget notę minuendę; sicq; ab ea subtractio fieri potest: numerus ℳ unitate mulctatus puncto notetur; dummodo subtractio fit a numero unitate mulctato, absq; tali unitate peragi debet. 5°: Denicq; si cyphra, sive (o) occurrat eadem fit operatio, unitatem minuendo a proxime sequę, quę similiter Decadis valorem habebit. Exp3.

850432	mi. di. 850432 m.
643623	subs. 2i 643623 s.
206809	diffrã 206809.
850432	850432.

Demonstio.

74 Additio, et subtractio vic̃, in vicem probationem prestant. Vi hujus operationis numerus inventus continet differentiam, sive Residuum omnium unitatum, Decadum ℳ quã minuendus excedit subtrahendum (n° 71) adeoq; hoc Residuum addita ad subtrahendum, minuendum adequat (n° 41) ac per Consequens operatio ẽ bona.

Problema 3.

75 Abacum d Ytagoricum, hocẽ Tabulã construere unica producta ex singulis numeris digitor (ab 1. volet usq; ad 9) vi singulos ℞ exsentem.

Resolutio

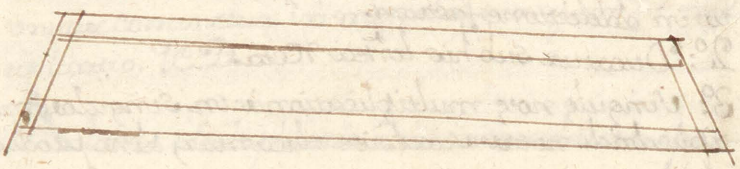
76 Latera quadrati alicujus sing in novem partes equales dividantur, et per lineas transversas tota

area quadrati in areolas quadratas resolvatur. 2.° in serie horizontali et perpendiculi, ac in latera dextra sinistra scribantur novem note numerice, seu singuli numeri digiti progressione naturali. 3.° Ducantur 2, sibi invicem, et producti 4 ponatur infra 2, cui addantur prox.° 4, erit 6 productum ex 3, in 2.° Quod si eadem lege reliqui numeri investigentur, et in suas areolas convenienter inserantur, tabula ex tragonica erit confecta, quae erat construenda.

Exp.°

Tabula Pytagorica

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	30	35	36	40
5	10	15	20	25	30	36	42	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	64	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



Scholium 3.

77. Quoniam Abaci Pragmatici usus summe necessarius ē ad multiplicationem, et divisionem expedire absolvendā illud memoriæ mandare vtilissimum ē.

Multiplicatio ē inventio alicujus numeri ex duobus datis in quotiēs continetur datorum vnus, quoties vnitas in altero. Vel si mauis ē operatio, trium idem numerus vbi met ipsi pluries additus: Sē nempe 3 per 4 multiplicari debeat, idem ē, ac si 3 quater sibi ipsi addatur, aut 4 vbi ipsi tres adjungatur vempe enim 12 prodibunt.

Scholium 4

78. Numeri dati, qui in alterum ducitur, multiplicans, et multiplicator, alter vero in quem multiplicans ducitur, vocatur multiplicandus, vtriq; autem factores, seu efficientes: Numerus quæsitus factum, vel productum nominatur.

Problema 4

Numeros integros multiplicare.

Resolutio

79. Multiplicator via sub multiplicando vt scribatur ut vni additioni factum.

2°: Ducatur sub his linea recta.

3°: Singuli porro multiplicationis singulas multiplicandi notas successive ducantur, hinc produc

ta singula infra lineam scribantur, ea quidē lege ut unitates sub unitatibus, Decades sub Decadibus & annumerentur.

4°. Decades cujuslibet producti producto proximæ seriei adjungantur.

5°. Ubi vero nota multiplicator præcesserat, ut rursum instituatur multiplicatio cujus multiplicantis nota, et factum ex qualibet multiplicandi nota uno loco sinistram versus promovendo; ita ut dextera nota, seriei 2ª sub secundam notam ponatur.

6°. Tandem producta proportionalia addantur, atq; eorum aggregatum erit factum quæsitum. Exp.

38476 mult.di
35 multip.or

192380	
115428	
1346660	factum.

Demonstr.

80 Vi operationis prima series producti toties continet multiplicandum, quoties nota 1ª multiplicatoria unitatem, et idem dicendum de 2ª, 3ª & serie producti per 2ª 3am multiplicatoriæ notam; sed quia 2ª multiplicatoriæ nota est Dena, illius productum sub Decadibus, et si alijs adsident sub centenariis, quia adibus & erit scriptum: ergo seriebus omnibus in unā summā collectis, dabunt numerum toties continentem, numerum multiplicandum, quotes unitas continetur in numero, per quem fit multiplicatio. q.e.d.

Aliter: Multiplicatio est iterata additio ejus

dem numeri multiplicandi, quoties unitas continetur in multiplicatorem, (n. 78) vel in additione inuenietur collectio omnium addendorum: (n. 68) ergo optima multiplicationis probatio ex diuisione deriuatur; nã diuisio producti per multiplicatorem dabit multiplicandum: ergo è contra per multiplicandum dabit multiplicatorem. Cum enim numeri producatur vt ipse multiplicandus toties repetitus, quoties unitas è in multiplicatore, vt per hunc diuidatur, productum illius apparebit multiplicandus; operationeq; rite peracta Q. E. I. & Q. E. D.

Scholium 5.

81. Si factoribus cyfræ adhærcant, producto inuento idem adjungantur: ut in exemplo ibi fit manifestum

82. Diuisio è inuentio alicujus numeri ex duobus datis, qui indicat, quoties numerus datorum unus in altero continetur: p.e operatio, in qua numerus unus ab alio repetitus, quoties fieri potest; v.g. tandem, distributio alicujus numeri in partes ab altero numero denominatas. Sic numerus 4 ex 12 ter subtrahi potest; v.g. 4 è 3.a pars 12 a numero 3 denominata.

475	
300	
142500	

Scholium 6.

83. Numerus, qui diuiditur, vocatur Dividendus numerus alter, per quem prior dividitur Divisor, numerus 3.us, qui indicat quoties divisor in Dividendo continetur, Quotiens, Quotus, et Exponens appellatur.

Problema 5.

Numeros integros dividere.

Resolutio

84. Si Divisor unica constat nota, scribatur sub sinistrima nota numeri dividendi; si autē pluribus notis constet, sinistrima ejus nota scribatur sub sinistrima dividendi, et reliquę dexteriores sub proxime sequentibus versus dextram; fratoq; post dividendum ad dextram tumulo, ne quotus cum dividendo confundatur.

2o: Investigetur quoties 1a divisoris nota in 1a dividendi contineatur, numerusq; hoc ipsum indicans post tumulum loco quoti scribatur.

3o: Numerus inventus ducatur in Divisorem integrum, et productum ejus ex nota, vel notis Dividendi subtrahatur; si q. fuerit Residuū supra dividendum ponatur.

4o: Divisor ad notam subsequentem promoveatur, iteraturq; operatio cum Residuo 1ę operationis, et prędictę notę cum valore.

5o: Si integer divisor nec semel contineatur in nota 2ę operationis, et aliarum subsequentium, totidē cyfræ, q. addantur quoto, quot fuerint notę dividendi, in quibus divisor, q. semel n. contineatur. sic &c.

q. p. &c. q.

Demonstio

85. Toties divisor continetur in dividendo, quoties singulę divisoris partes in singulis dividendi partibus continentur, (n. 84.) sed vi operationis constat, quo-

tes singulæ, divisori partes ex singulis dividendi partibus continentur: ergo per quotum innotescit, quoties divisor in dividendo continetur. q.e.d.

Dividᵘˢ 0 ½ 4 / ½A 7 6 / 78 5 6 | 2A 5 quot.

Div. 3222 | 32 / 33 / 49 0 / 73 5 6 / (4) / 7856

Scholium 7.

86. Ut Divisio legitima appareat, multiplicetur quotus per divisorem, et productum dabit dividendum. Cum enim divisio sit distributio dividendi toties reperta, quoties divisor unitatem representat; quotus numerum divisionum representat; sed cum multiplicatio sit iteratio addicta multiplicato quoto per divisorem, toties illum auxerit, quoties dividit, i.e. unitatem repræsentat; sed hoc augmentum, seu productum ipse dividendus: ergo hinc sicut unitas ad divisorem, ita quotus ad dividendum; sic 2A per A divisa dabunt quotum 6, quoties ergo ½ in A continetur, totiès 6 in 2A, et sicut ½ in 6, ita A in 2A.

Problema 6

87. Pluribus numerorum comem Divisor è invenire.

Resolutio

88. Quando ñ rarò per solet, oportè pluria dividenda communi divisore dividi debeant, primò numerus per ∠em dividatur, deinde ∠or per residuum 1ⁱ, et hoc residuum per residuum 2ⁱ dividendo, eo pacto deveniendo, donec nihil remaneat. Ultimus divisor est quæsitus numero communis maximus, seu divisor.

exp.

Demonstro

89. Divisor aliquoties replicatus adequat dividendum; addito, tamen, vlq; ℈, residuo: ergo divisor dividendum et ipsum metitur, et dividendum equivalenter: ergo cum ultimus Divisor metiatur omnes dividendos, et divisores anteriores ℈ communis ipsorum divisor, et mensura. q.ℓ.d.

	25	4 — 10 / 15
(·)	15	
	15	4 — 5
(:)	10	
	10	2
(:)	5	

Scholium 8.

90. Potest idem effectus haberi per substractionem, ut nempe ∠or numerus a 7i substrahatur, et a ∠i residuum 7is, si ∠ fuerit, semperq; ℈ ∠or numerus a 7i substrahatur. Ultimus autē post quem nihil ℜmanet, ℈ mensura communis datorum numerorum. ℰxp.g.

| | | |

tima ẽ. (nº. 12, et 33) in Substractione: a num° minuendo auferantur omnes noverarii, Rᵉ sidua q. ex latere scribatur. Dem q. ex Substrahendo, et Rsidua cum sumptis, abiciantur ut militer noverarii, Rsidua etiã ex latere scripto; si Rsidua equalia fuerint, substractio rite peracta ẽ. In Multiplicatione: ablatis a multiplicatore omnibus noverariis, Rsidua scribatur in latere crucis; similiter sciatur ex multiplicando noverariis Rsidua similiter in pauca multiplicatoris ẽ Rgione notetur; tunc hoc Rsidua ducatur in 2m, atq a producto inde exorto Rsidua noverariis, Rsidua in 3º crucis brachio notatur. Dem a producto totius multiplicationis abiciantur noverarii, et Rsidua in 4º crucis latere collocetur, si hoc Rsidua equale sit 3º multiplicatio legitima ẽ. (nº. 12, et 33) in Divisione: Rjectis ex Dividendo noverariis Rsidua scribatur supra cuculã; ide fit circa quotũ Rsidua scribendo infra cuculam. Duo hęc Rsidua ducantur in invicem, et ablatis a producto noverariis (substracta, priusq fiat divisionẽ superexeat, fractione) Rsidua scribatur ex alte ra crucis latere: si duo hęc Rsidua equalia fuerint, divisio rite peracta ẽ.

De Quatuor Operationibus Circa Numeros Ethnicos, et Denominatos absolvendis.

§. Secundus.

92. Probe tenenda est 4ta diversa numerorum species ut si computari debeant lineæ, pollices, pedes, hexapedæ, videndū est lineæ 12 pollicem unum æquare, pollices 12 pedē unū, atq; hexapedā ex pedibus 6 constare, id, q̄d de aliis numerorū speciebus dictū velim, sive scilicet mensuræ, sive ponderis, ut vetandē rerum valori respondeant.

2o: Animadvertendū est numeros speciei 1ræ, ut unitates considerari posse, alterius vero immediate sequentis, ut Decades, et sic deinceps, ut tamē perpendatur, q̄d in numeris heterogeneis 1or species n adequat, 7em tantum 1a unitatibus (ut in numeris homologis, præsertim abstractis observabimus) sed tot unitates habere debet 1or ut in 7e tanē contentantur, quot unitates 1ma ejusq; 1ræ 7or species continet. Ecbo; si pes 12 pollicibus constat, cum undecim pollices A pedibus jungere velimus in ideo unitatem in pedum numerum transferre nepos, quoniā pollices 11 pedem unum exacte n adequant.

Problema 1.

93. Numeros quotcumq; heterogeneos adjungere.

Resolutio

94. Addendarum specierum alię sub aliis ponantur, ut similia simili respondeat (nēt) eo tamē ordine ut 7or species parti superiori 1or 1o dexteriori parti apponatur. 2o: a munoribus speciebus unicipret addictio, totq; unitates

speciei proxime seqñ adjungatur, quot vicibus ipsam 20ti adequat. Quo 3º superexit, q. proxime sequentem 17ti speciem ñ attigerit in qua specie circa quã fit operatio, linea tamen intexpolata notetur. Id ipsum in tota operatione servabi debet. Ex hõ jungendi sunt 15 pedes & ut in exemplo apposito. Qui a lineis bis pollicũ species adequant duę unitates pollicibus addantur, et residuũ 6 infra lineas scribantur, similiter quia pollices ~~bis~~ ter specie pedum adequant, ~~duę~~ 1ter unitates pedibus communerentur, et residuũ 2o infra pollices ~~lineas~~ notetur. Atq; eodẽ modo in quocunq; alio numerorum speciebus progrediendũ, et &c. q. p.

Ped.	Pollic.	Lin.
15	20	14
1	6	8.
7	8.	8.
23	20.	6.

Problema 21

Numeros hetic rogeno. subtrahere.

Resolutio.

Subtrahi 15. Species subtrahenda infra eam, a qua subtrahi debet, cõ ordine, q. in additione (n 6) scribatur, et operatio vicit in communi subtractione peragatur (n 14) nisi dum quitur subtrahẽda 7ti ẽ unitas a 7i specie mutuata, ñ 4o tantum, sed tot valet unitates, quot species 7ti valorem constituunt; ut si ex pollicum quantitate unitas mutuanda sit, ad lineas auferendas ex lineis, novemdecim numero, equivalebit, quę postea pollicibus subtrahendis adjungatur, si autẽ ex minutis sexagenariis ñ ponebat & v. g. alicui: Differentia minutorũ inferiorũ a specie proxime sequenti

adiungi numerus superiori, atq; infra lineam scribe; sed 9 unitatem transfert, tri numerum inferiorem speciei proxime sequentis; atq; ita reliqua operatio peragenda. Exp. Uni tas a pollicibus mutuo sumpta in loco linearum valet 12: Un de dicendum: 12+6−9=9, atq; infra scribatur; unitas tamen mutuata pollicibus 9 adjungatur; quibuscū = 8; si autē hi tres numeri a 12+4 vel 16 auferantur; relinquent 8, et sic deinceps, vel altera: 6 cū differa 9 a 12 scilicet 3 facit 9, qui infra lineam scribatur; unitas 9, ut antea in proxime subsequendā speciem transferatur &c.

Ped.	Pollic.	Lin.
8.	4	6
5	7	9
2	8	9

Problema 3.

96 Numerus diversarum specierum, ad eandem unam speciem reducere.

Resolutio.

97 Probe cognoscatur, quot unitates speciei inferioris unitatem speciei immediate superioris componunt; deinde multiplicetur numerus datus speciei superioris per numerum illum, qui exprimit, quot unitates speciei inferioris unitatē superioris constituunt; et productū explicat, quæsitum. Ut si 40 pollices ad pedes reducē di sunt, 40 pedes per pollices 12, qui explicant, quoties pollex in pede claudatur, multiplicari debent. Quod si plures aliæ sunt species

Ped.	40	12
Poll.	12	40
		00
		12
Ped.	40 =	120 Poll.

in datam quamlibet ℒ em reḋigendę multiplicetur ℳor per numerum ℒ is proximę sequentis, et producti per sequentẽ aliã, quousq; ad ultimam perveniatur, et ℙ. E. ℚ. ℙ.

Problema 4

98. Numeros diversarum specierum ad eandẽ ℳem transferre.

Resolutio

99. Numeri speciei ℒ is per illum numerum dividantur, qui indicat, quot species inferioris unitates superioris unitatẽ componunt, et quotus dat, quę quęrebatur. Ut si pollices ad pedes reḋucendi sunt per 12 dividantur. Si vero plures species ad datam ℳem reḋucendę sint, quotus cuiusq; sic per immediatã ℳem dividatur: sic lineę per pollices, pollices per pedes, pedes autẽ per exempla dividantur.

Ped.	Poll.	Lin.	
8	36	60	5 Poll.
	12		
	Poll.		
	36		3 Ped.
	12		
8 —	36 —	60	Lin.
Ped.	Poll.		5 Poll.

Problema 5

100. Numeros heterogeneos multiplicare.

Resolutio

101. In numerorum denominatorum multiplicatione evenire potest, ad species una in plures ducatur, vel ad plures species per plures etiam species multiplicandę sint; 1o si species una per plures, exempli gratia 24 olnę per libras 4, 2o solidos multiplicandi.

dę vint, ducatur species ꝓ.ꝯ multiplicatorię in speciem multiplicandã: inspiciatur deinde quota pars sit species ꝓ.ꝯ numeri Zię, atq; similis pars ex multiplicando accipiatur, quę ꝙ.o producta adjecta, prodjctũ totũ efficiet. Vt in explo 24 vlnę, ꝙ.o pars 4 lib.ę speciem ꝓ.ę multiplicentur, efficiuntq; 96 lib.ę, et quia ꝙ.o solidi pars dimidia erat libręꝙ.o solidi solidos contineat accipiatur deinde numeri 24 pars dimidia nempe 12, quę libras 96 addita summa facit ꝙ.o & q.dę verum productum. Aliter: ducantur vlnę in solidos ꝙ.o, dantq; 240, quę ad lib.as reducti (n.o 103) 12 lib.as efficiunt. Aliter: libręꝙ.o in solidorum speciem transferantur (n.o 101) atq; omnium summa per vlnas multiplicetur, productũ vero quia solidorũ ę ad libras rerum speciem, transferantur, et habebitur quęsitum.

102. Si autem plures species per plures alias multiplicandę sint, omnes ad minorẽ numerum ęq; speciem reducantur (n.o 92) atq; via fractionem invitas scribendę, ut loco Nominatorię ponendũ sit summa productum verorum: atq; loco denominatorię numerus, qui exprimat, quoties minima fractio in fractionẽ ducatur, sicut numerator per numeratorẽ, denominator per denominatorem multiplicet, fractio productorum exit producturn quęsitum, quę quidẽ fractio, si ad integra reducatur, modo statim dicendo, ubi de fractionibus verum erit,

8 vlnę. 2 palmi.
4 lib.ę ꝙ.o sol.ę 6 Den.ri

A.	B.	C.
34	ꝙ.o 8	6.36 224

A. palmi, et factor.
B. producti in denarios et multiplicandũ.
C. Productum.

quæsitum exit verum productum; sic ex pc 8 vl
nę, et 2 palmi pannii pex 4 lib vo solidb, ac 6
denarios multiplicandę, erit; 8 vlnę ad palmos
rediganture, eruntq; cum duobus datis 34: quia
autē palmus quatex in ulna continetur. Fxae
tio instituatur sic: $\frac{34}{4}$. Fractū autē si ad de
narios rediganture, qui sunt decima pars solidi,
erit solidus libræ pars vigesima exit noba
fractio $\frac{vo\,86}{240}$. Cum Denarius 240 vicibus in li
bra includatur, nunc o si 34 pex vo 86, ac 4240
multiplicentur, productū primum exit C, qui
ę nobę fractionis numexator; secundū o exit
9060. Denominator fractionis, quę productum
indicat scilicet $\frac{36924}{9060}$. Si demq; numexator
pex denominato xem dividatur (n 889) exit
quatex 38 libræ, 9 solidi, ac 3 Denarii, qd ę verum
productum.

Problema 6

vo 3. Numexos denominatos dividere.

Resolutio

vo 4 Species tam divisoxiæ, quam dividendi ad mi
noxem reducuntur q; speciem rediganture (n vo 1)
atq; fractionū inviax, ut in pluxibus speciexum
multiplicatione (n vo 6) observabamus, scribendę
sunt; via, tamē ut dividendus numexus ad si
nistxā, alter o ad dextxam collocetur; tunc di
visio instituatur hoc modo: numexator dividē
di per divisoxiæ numexatoxem multiplicetur,
atq; productū exit nobus numexator, dicatur
inde pex denominator dividendi, in numexato
xem divisoxiæ, et productū exit denominator no

be fractionis, quę quidem quotus ę quęsitus. Si enim 38 lib.ę 9 solidi, ac 3. Denarii pex A ulnas, ad duos palmi palmos dividenda sint; speciebus hujusmodi fractionum inirtur pretium dabit fractionē A, et ulnę B. Quod si Numerator A per denominatorem B multiplicetur, productū erit Numerator C, et vicissim si denominator A per numeratorem B multiplicetur, productū erit denominator fractionis C; Denię si fractio C, ad integros reducatur, numeratore per denominatorem diviso, habebitur, quotus A librarum 9 solidorum, ac Denariorū. Q.E.E.

Div.is Div.or Productus.

$$\frac{A}{9238} \times \frac{B}{34} \times \frac{C}{3692A}$$
$$\frac{}{240} \quad \frac{}{1} \quad \frac{}{8160}$$

Scholium

104 §. Compendia pluruma docebunt usus, et exercitatio addita presertim serię natę numerorum meditatione.

Caput III

De Fractionibus, ac de Quatuor Arithmeticę Operationibus Circa Numeros Fractos absolvendis

106. Fractio ę accepta aliquot partiū de tota quātitate; et tunc fit cum integrum in partes aliquot exacte dividitur, et sumuntur una, v. g. $\frac{1}{2}$ alię earum, sic $\frac{1}{2}$ designat Rem, ulnam exp. in duas

partes ęę diuiram; tantũq; vna ęę aceptam.

Corolarium 1

107. Cum ergo numerus fractus semper habere debeat adjunctum numerũ, cujus ę pars (ni 1/4) duobus notatur caracteribus, quorũ vnus alteri imponitur, parua linea la interiecta, exbg 1/3 | 1/2.3.6. | 2.3.4.1/0

Scholium 1

108. Numerus inferior Denominator dicitur, designatq; in quot partes equales totũ, seu vnitas ejus sit diuisum, tot nempe, quot ipse habet vnitates: Superior vo qui et Numerator appellatur, quot eorum partium vnit sumendę demonstrat; fractiones ita numerantur: primo effertur Numerator, ac postea denominator, undę fractiones supra scriptę (~~nos~~) sic enuntiantur, vna dimidia, duę tertię, vel tres quartę, sex decimę partes alicujus totius, vg libræ, vlnę &c.

Corolarium 2

109. Ergo si numerator denominatorĩ adequat fractio unitatem equivalet; si autẽ excedat, toties fractio erit totum, quoties numerator denominatorĩ contineat; vt 4/4 vlnę, vlnam efficiunt, seu vo 12/4 vlnas tres reddunt, atamẽ fractio ista impropria dicitur, et spuria.

Corolarium 3.

110 Ergo magnitudo fractionis proprię cujus vide

licet numerator minor ē denominatore, ex ra
tione numeratoris ad Denominatorem exprima
tur, hoc ē, ex eo q̃ pluries, v. paucies in Denomina
tore continetur numerator; ita scilicet q̃ tunc
major fractio dicenda erit, cum major ē ratio,
v. proportio numeratoris ad Denominatorem
proximius accedit, vice in ipso paucies includa
tur, hoc autē per quotum ex Denominatore per
numeratorem dubio examinarie valet; atq̃
quo major ē fractio, minor ē quotus, et ē contra.

Corolarium 4

148. Ergo si in diversis fractionibus eadē erit pro
portio, v. ratio numeratoris ad denominatorē
v. idem quotus fractionis erunt equales ñ obs
tantibus numeratore, et denominatore diver
sis; vic fractiones ijrc $\frac{3}{6}\frac{12}{24}$ equales erunt, quia eam
dē proportionē sub duplā scilicet, ad suos denomi
natores importabunt.

Corolarium 5

149. Ergo inter duas, v. plures datas fractiones com
munē habentes denominatorē, illius v alor major
erit, cujus major fuerit numerator, vic fractiones
vrc $\frac{6}{777}\frac{42}{}$ prima major ē, quā secunda, et hęc quā
tertia. (ri. 140)

Corolarium 6

143. Ergo fractiones ejusdē denominatoris erunt
inter se ut numeratores ad invicem; vic fractio
$\frac{6}{10}$ ē ad fractionē $\frac{3}{10} = 6..3.$

Corolarium 7.

¶44 Fractiones ejusdē numeratorii ve habent ĩter se, ꝛc. ipsoꝛe tamen ut Denominatoꝛes, hoc ē illa fractio cujus majoꝛē Denominatoꝛ, ut $\frac{2}{6}$ ē in valoꝛe minoꝛ, quā $\frac{2}{3}$ cujus denominatoꝛ 6 minoꝛ ē; et eo minoꝛ — $\frac{2}{3}$ ē fractio, q° denominatoꝛ majoꝛ ē. (n. ¶¶A) vic fractio A dupla ē ad B, quia 6 denominatoꝛ fractionis B ē duplus ad 3 denominatoꝛem fractionis A.

A	B
$\frac{2}{3}$.	$\frac{2}{6}$ = 6..3

Theorema 8.

¶¶5. Fractionis valba proportione, et valoꝛe augeri v.l minui possunt.

Demonstrio

¶¶6 Numeri proportionales augeri possunt, et minui salva eoꝛundē proportiōne (n. 55, 56, 58 60) ad numeratoꝛes, et Denominatoꝛes erunt numeri proportionales (n. ¶¶A, ¶¶5) ergo q.e.d.

Problema 9.

¶¶7. Fractionē ad minimos terminos reducere.

Resolutio

¶¶8. Quaeratur communis divisoꝛ (n. 30, 88) per quē dividatur tam Denominatoꝛ, quā numeratoꝛ fractionis datę, quoti dabunt fractionē nouam, ita ut quotus numeratoꝛis sit numeratoꝛ, et denominatoris, denominatoꝛ. Exp.g sit fractio A $\frac{20}{48}$ divide eoꝛdem per eundem numeruꝝ 4 communem

diuisorem, quoti 1/2 et 5 fractionem nobã **B** componunt.

Demonstr.

A	B
20/18 : (A) =	1/2
~~18~~ :	**D**
18 : 20 =	2 ... 5

1/19. Si proportionalia per equalia dividantur (n 64) manet eadẽ proportio; q.d. videri potest in **D**.

Scholium 2.

1/20 Si port multã diuisionem, v.g. subtractionem pro inueniendo diuisore communi, unitas 1 maneat, fractio è vulgaxiter vocata diuisibilis: vic hæc fractio 2/10 ad minores tãn 1 reduci nequit.

Scholium 3.

1/21. Si numerator minor Denominatore, id'è vi ipsum aliquoties 1 petitur adequat, diuide Denominatorẽ per Numeratorẽ, et loco nominatoris quotũ scribe, et loco numeratoris, unitatẽ, vic 2/6 unita, ut præcipitur (n 1/22) diuisione, cõbenit 1/3, quia numerator 1 se habet ad Denominatorem: vicut fractio, ad unitatẽ (n 1/3) v.g. quia omnis minoritas se habet, vicut unũ ad multa.

2/6 · (2) = 1/3

Problema 2.

1/22 Fractiones diuersas **AB** ad unum cõmunem Denominatorem reducere salvis earũ proportionibus

Resolutio

1/23. Duc Denominatorem fractionis **B** in ambos terminos fractionis **A**, et vicissim denominatorem

fractionis A in ambos tres fractionis B redige fac
ta in nouas fractiones C, et D, et habebis quæsitū:
siquidē 4.6=24, et 8.6=48, similiter 5.8=40, et 6.
8=48.

Demonstr.

124 Si ambos numeros vtrius q fractionis per eum
dem numerū multiplicentur, manet inter vtā A B
q prior proportio (in 24, et 48) ved ex hypotesi, per $\frac{4}{8} \times \frac{5}{6}$
eundem numerū multiplicentur: ergo q ad autem
ad vnā ex dignantur Denominationē, id inde ha $\frac{24}{48} \times \frac{40}{48}$
betur, q denominator A per Denominatorem
B, et hic per illū multiplicatus: consequenter fac
ta reddunt æqualia, adeo q denominator è com
munis, (in 48).

Problema 3.

125. Tres, aut plures fractiones diuersis denomina
toribus præditas ad eundē reducere, salua ea
rundē proportionibus.

Resolutio

126 Primus Denominator ducatur in secundū
et factū ex utroq ducatur in tertiū, atq nouū
hoc productū ducatur in Denominatorē, etiā
sequentem, si adsit, et sic deinceps: factū ex
omnibus illis erit denominator communis quæ
situs.
2º Numerator cuiuslibet fractionis ducatur
in omnes Denominatores reliquarū; pro duc
tū erit nouus numerator fractionis illius ex
qua desumptus è numerator per omnes reliq
uum fractionum denominatores multiplicandus.

exp̃q: si proponantur fractionis A.B.C. multiplicetur Denominator 3 per denominatorem A, et factum 12 multiplicetur per 5, et productum 60 erit nobus denominator communis, tunc ad numeratores inveniendos dicatur numerator 2 in Denominatorem A, et factũ 8 multiplicetur per denominatorem 5, productũ 40 erit nobus numerat. fractionis $\frac{2}{3}$. et sic ceteræ fractiones $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ pari modo multiplicentur: emergentq; nobæ fractiones, quæ ut in D.E.F. collocabiẽ.

A	B.	C.
40	45	48
2	3	4
3	4	5
60	60	60

D.	E.	F.
40	45	48.
60	60	60

Demonstr.

Constat ex numero 128.

Scholium 4

127 Alii fractionis ad communem Denominatorẽ hac methodo reducunt; ut primo quæsito denominatore communi, ut antea (n. 130) numeratoribus quemlibet per illum singillatim multiplicant, ac producta per unumquemq; reperirum dividunt denominatorẽ, et quotus ẽ nobus numerator; ut si 2 per 60 multiplicem, ac productũ 120 per 3 dividam, quotus 40 erit numerator, ut in fractione A supra posita.

Problema 4

128. Fractionem quamlibet in alia equalis proportionis, et valoris convertere, vẽ alterius Denominationis datæ

Resolutio

422. Ducatur Numerator in nobum datum denominatorem, productũ autẽ per priorẽ denominatorẽ dividatur, exitq; quæsitus numerator nobæ fractionis; exp. si fractio $\frac{2}{6}$ ad fractionem æqualis valoris, cujus Denominator sit 9 reddu cenda sit, ducatur 2 in 9 factumq; 18 per 6 divisum, dabit quotum 3 fractionis quæsitæ numerato rem, videlicet $\frac{3}{9}$ quia $6 . . 2 = 9 : 3$. Demonstratio patebit ex dicendis, cum de aurea Regula serius exit

Corolarium 8

430. Ergo si fractio resolvi debet in quantitatem cujuscunq; valoris, & si oporteat fractionis valorem partibus cujusq; quantitatis respondentem invenire, id habebitur, si numerator fractionis per quantitatẽ, in quã è reducenda, multiplicetur, et productũ per Denominatorẽ dividatur, vic $\frac{3}{6}$ pedii ad pollices reducuntur, ctu 3 per 12 (quia pollices 12 pedem unũ constituunt, multiplicatur, atq; factum 36 per 6 dividatur, quotus enim 6 è numerus pollicum per fractionem expressorum.

Ped. $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$ Lin. = 6 Pol.

Problema 5

434. Numeros integros in fractos resolvere, et fractos integros.

Resolutio

432. Si numeri integri in fractos resolvendi sunt,

ut 6 in tertias, partes $\frac{4}{3}$ ducatur in 3, et producatur 18 erit nobis numerator: sic $6 = \frac{18}{3}$. Si vero fracti ad integra sunt reducendi, ut $\frac{40}{8}$ tunc numerator 40 per Denominatore 8 diuidatur et quotus 5 erit integer quæsitus (n° 113).

133. Fractio fractionis, vel fractio composita est, quæ ex pluribus fractionibus componitur. Nam fractiones important tota in suas partes diuisa: ergo fractiones factæ important partes in alias minores partes sub diuisas: ergo sunt compositæ ex pluribus fractionibus. Sic dimidia pars, vel $\frac{1}{2}$ est fractio composita, quia significat $\frac{1}{4}$ cuius vna dimidia de vna $\frac{1}{4}$ quarta parte alicuius totius acceptam, quæ cum octaua parte coincidit, vnde $\frac{1}{2}$ cum octauo. Perceptibilior $\frac{2}{4}$ autem fit eadem fractio, vbi vltimus Denominator 4 bipartitur, sic $\frac{1}{2}$ 4 quare in fractione fracta sunt accipiendi duo Denominatores. Sapientissimus Torca, sic fractiones fractas scribit.

$6 \cdot \frac{1}{3} = \frac{18}{3}$.

$\frac{40}{8} \ldots 8 = 5$.

$\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ vel $\frac{1}{2}$ 4

$\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ ex $\frac{1}{2} = \frac{6}{24}$

Problema 6.

$\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ ex $\frac{1}{2} = \frac{6}{24}$

134 Fractionem fractam in simplicem conuertere.

Resolutio.

135. Si fractio A in simplicem resoluenda, multiplicentur numeratores in se in inuicem continuo, productum erit nobis numerator 6. Denomi-

A
$\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ = B $\frac{6}{12}$

natores item in vic contimus ducantur, et factum erit Denominator fractionis simplicis B.

Demonstratio

136 Fractio fracta importat partes in alias minores sub divisas, ut $\frac{4}{2}$ importat totū in quatuor partes divisum, $\frac{1}{2}$ et illarū quamlibet sub divisam in duas alias (n 138) adeoq; totum in 8 partes divisum, ex quibus una tantū ē assumptam, v. ope multiplicationis Denominatorum, et numeratorum, totum dividitur, in octo partes (n 78) ex quibus una assumitur: ergo fit fractio simplex æqualis fractioni fractæ q.e.d.

Problema 7

137. Fractiones addere.

Resolutio

138. Quæsito communi Denominatore (n 27) ut per imperatur eidē summa numeratorum: sic fractiones istæ $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{60}{90}+\frac{72}{90}+\frac{75}{90}=\frac{207}{90}=2$ $+\frac{27}{90}$ (n 137) seu $=2+\frac{3}{10}$ (n 122)

Demonstratio

139. Cum Denominator non augeat valorem fractionis (n 136) huic illo, ut communis ē in facto soli numeratores addi debent, ut inde constet, quot partes de communi Denominatore virtual sumpto contineant, quod ē finis additionis fractionum: ergo q.e.d.

Problema 8

140 Fractiones substrahere.

Resolutio

141. Procurato communi Denominatore (n. 123, 130) Numerator 2 ad 6 ti vbstrahatur, vel duo in loco numeratoris vbstituto, cui Denominator communis vbscribatur: ex 9: vic fractio $\frac{2}{9}$ vbstrahenda vt a fractione $\frac{36}{9}$ abla to 2 ab 6 pcipitur fractio $\frac{4}{9}$, similiter $\frac{3}{5}$ a $\frac{7}{9}$ tia vbstrahi debent, vt appareat in **A**.

A	
24	35
3	7
$\frac{5}{40}$	$\frac{853}{40}$ $\frac{8-24}{40}=\frac{19}{20}$

Demonstratio

142. Ex pcedenti facile deriva tur, quando quidem additio, et vbstractio circa idem vel sarntur, vt effectum opportunum ex opportuna ratione producunt (n. 75).

Corolarium 9.

143. Ergo si plures fractiones ab alia, vel alii vnt vbstrahende, quæsito communi Denomina tore jungentur numeratores minuendarum fractionum, atq; numeratores vbstrahendarum ibi vicissim addantur, et vbstractio ut supra instituatur, vic factum vide in fractionibus **AB.CD.** ab **A** vbstrahendis.

A.	**B.**	**C.**
$\frac{19}{24}$	$\frac{6+4}{24}$	$\frac{4}{24}=\frac{3}{24}$

Scholium 5.

144. Si occurrant numeri integri cum fractione vel sicut $3\frac{4}{9}$ ab integra 2 vbstrahendi primo auferatur numerator 4 a Denominatore 9, et residuo 5 exis-

numerator nobę fractionis $\frac{5}{9}$ atq; unitas assumenda, quę cū 3 subtrahendo adjuncta A efficit, et hinc quidem A a 2A subtractis remanent, 2o, quę cū fractione nobā $\frac{5}{9}$ residuū A verum efficiunt, scilicet $2o+\frac{5}{9}$ vide D.

Scholium 5.

148. Si o integris numeris 3 cum fractione $\frac{5}{9}$ ab integris 2A cū fractione $\frac{5}{6}$ subtrahendi sunt quęsito numeri Denominatore, ut in D, E, cernitur, quia fractio subtrahenda $\frac{5}{6}$ ē illis, a quo debet auferri $\frac{5}{6}$ Numerator a 7i subducatur, nobaq; fractio adjuncta integrorum numerorū differę, erit quęsitum.

D

$2A-3+\frac{5}{9}=2o+\frac{5}{9}$

$3..9-A=\frac{5}{9}\ 2AA=2o$

$2\ A-3+\frac{5}{9}A=2o+\frac{5}{9}$

$2A+\frac{5}{6}\ -3+\ A$ D. $\frac{A5}{5A}$ E $\frac{2A}{5A}-\frac{2+}{5A}$

Resolutio 2

146 Si $>o$ sit fractio subtrahenda, ut in F, quęsito communi Denominatore (ni 127) $7o$ Numerator 9 a Denominatore 12 subtrahatur, residuū ē 3, cū $\frac{1}{4}$ ē numeratore & Numeratore 8 effi ciet, fractionis residuę, tunc o unitas integris subtrahendis assumeretur, hęcq; eorum differa cum fractione noba exit residuū quęsitum.

F

$12+\frac{2}{3}\ -3+\frac{3}{4}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$

$=8+\frac{11}{12}$

Scholium 6

147. Si occurrant fractiones compositę subtrahendę in simplices vel convertantur (ni 140) atq; eadem legibus vtendum.

Problema 9.

148. Fractiones per fractiones multiplicare.

Resolutio

149. Ducantur Numeratores in invicem, et similiter Denominatores, atq; facta constituunt fractionē quesitā exp. g. $\frac{2}{A} \frac{3}{6} = \frac{6}{2A} = \frac{1}{A}$ (n. 122).

Demonstio

150. Multiplicare ē assumere toties multiplicandum, quoties unitas ē in multiplicatore; sed in multiplicatore ē medietas unitatis: ergo volū assumere dimidiū multiplicandi: ergo productū ē $\frac{6}{2A} = \frac{1}{A}$ v. g. alitex: integrū integrū ducere ē querere quantū sit A ter acceptū: ergo ducere $\frac{2}{A}$ per $\frac{3}{6}$ ē investigare quantū efficiant duę iste partes trium sextarium partium (n. 78). sed hoc assequitur in operatione: ergo (n. 40) ergo q.e.d.

Corolarium 10

154. Ergo fractionem per fractionem multiplicare ē idē, ac fractionē compositā in simplicem convertere, quare eadē regula vendū ē (n. 40).

Problema 10

152. Fractionē per integrū multiplicare, et e contra.

Resolutio

153. Multiplicetur per numerum integrū volue-

numeratorē, in cuius locum factū ex ductu
tur, Denominatorē in tacto, vt fractio $\frac{3}{4}.2\frac{1}{2}=\frac{6}{4}$
$=1+\frac{2}{4}$ (n 137) vel aliter: duc integrū numeratē
in numeratorē, et factum diuide per denomi
natorē, quotus resultans ē numerus quæsitus,
vt $6\frac{4}{6}$ efficiunt 24, qui per 6 diuisus 4.

Corolarium 4

454 Ergo vt integer multiplicandus denomina
torē fractionis adæquat, quæsitū, ē numerator;
vt $6\frac{4}{6}$ productū ē 4, q.d cum numeratore co
incidat.

Problema 42

455. Fractionem per integrum numerum cū
fractione multiplicare.

Resolutio

456 Duc numerum integrum in denomina
torem, vt fractionis, et facto adde denomina
torem eosdem: Summam duc in numerato
rem fractionis multiplicantis, factū divide
per factum vnius denominatoris in alium, ē
quotus numerus quæsitus, unde vt $\frac{2}{6}.3+\frac{3}{4}$ du
catur integrum 3 in denominatorē 4, et fac
tum 12 cum numeratore $3=\frac{15}{4}$ (n 137) atq.ꝛc
manet fractio per fractionem multiplicanda
scilicet $\frac{2}{6}\frac{15}{4}=\frac{130}{24}$ (n 157) vnde $=1\frac{6}{24}$ (n 132).

Problema 43

457 Integrū per integrū cum fractione multiplicare.

Resolutio

458. Duę integrę inse invicem, sunt q̃ 6, et 3, atq̃ efficiunt 18, postea 2 integrũ multiplicã dum 6, dum in denominatorẽ fr̃ii mę fractionis $\frac{1}{2}$ atq̃ factũ divi de per ipsius Denominatorem 2. Restat unde resultant 3 ad jungatur facto 18 integrorum, quęsitumq̃ productum 21 efficiunt.

$$\left.\begin{array}{l} 6.3+\frac{1}{2} \\ =18\ \frac{1}{2} \\ +\ 3. \\ \hline 21\ \frac{1}{2} \end{array}\right\} 6\tfrac{1}{2}=6\tfrac{3}{2}.$$

Problema 13

459. Numerum integrum cum fractione per aliũ integrum cum fractione multiplicare?

Resolutio

460. Duc utrumq̃ numerum integrum in suę fractionis Denominatorem, et cuilibet facto adde suum numeratorem (n 459) unam dũ mã duc in aliam, et factũ divide per produc tum ex uno in alterum denominatorem, quo tus erit numerus quęsitus: ut $3+\frac{3}{3}$ per $5+\frac{3}{4}$ multiplicandi. Vide G

Problema 14

461. Quamcunque heterogeneam per fractionem multiplica re.

G

$3+\frac{2}{3}.\quad 5+\frac{3}{4}$

$3.\ 3=9+2=\frac{11}{3}$

$5.\ 4=20+3=\frac{23}{4}$

$\frac{11}{3}.\frac{23}{4}=\frac{253}{12}=21+\frac{1}{12}$

Resolutio I

462 Reddige quantitates minoris ad valoris unitatem, quæ sunt minoris valoris (n 424) ad æquales summam per fractionem multiplicetur, et productum erit quæsitum.

Scholium 2

463. Mirum forsan videbitur quod facta multiplicatione per ductum minuatur id ipso numero integro, sed observari debet, quod multiplicare nihil aliud sit, quam multiplicandum toties sumere, quo tres multiplicator fuerit, (n 78) unde numerum integrum per fractionem multiplicare, nihil aliud erit, quam ipsum multiplicandum sumere, secundum aliquas sui partes, quæ numerum integrum adæquare requirunt. Hinc colligere velim, quod dum fracto datur multiplicare integrum, hic potius dividatur, quam multiplicetur; vicissim contra dum per fractionem dividatur integrum, potius multiplicetur, quam dividatur.

Problema 45

464 Fractionem per fractionem dividere.

Resolutio

465. Præcedente communi Denominatore (n 27) numerator fractionis dividendæ per numeratorem fractionis dividentis dividatur; quotus erit numerus quæsitus exp 9: ut loco $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{3}$ substituantur

$\frac{2}{12}$ per $\frac{8}{12}$ dividende 9 per 8 divisa $= 1\frac{1}{8}$ exit quæsit.

Demonstio

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ v. $\frac{9}{12} : \frac{8}{12} = \frac{9}{8} \left| 1\frac{1}{8} \right.$

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1\frac{1}{8}$

466 Per divisionem vnic intendi mus, quoties vna fractio in al tera contineatur, hoc autē exactissime inuestiga tur, si ambæ reducantur ad communē denominatorem, et eo intacto numeratox vnus per alium dividatur, et factū ē: ergo. Q.E.D.

Problema 46

467 Fractiones per integrum dividere, et é contra?

Resolutio

468 Ducatur integer in denominatorem fractionis, aut e conuerso; factum dividatur per numeratorē fractionis, et quotus exit quæsitū. Si vnitas quoti numeratox fiat, ut in A, et B vide (n 472)

Demonstio

A
$3 : \Delta$
Δ B
$3 : \frac{3}{\Delta}$

6. $\Delta = \frac{2\Delta}{3} = \left| \frac{4}{8} \right.$

3. $\Delta = \frac{12}{3} \left| \Delta \right.$

469. Dividere $3 : \frac{3}{\Delta}$ é quære re quotes partes in totum totis contineātur, quorum quidlibet æquale sit denominatore; sed hoc adæquate nequit, nisi primus numerus 3 in partes denominatorias scilicet Δ resolvatur: ergo debet ipsum dividi, tunc si per numeratorem dividatur factum, quoties illæ in hoc contineātur. Q.E.D.

Problema 47

470. Fractionem per integrum cum fractione, vel vicissim integrum cum fractione per fractionē dividere.

Resolutio

471. Integer in fractione sibi adhærentem resolvatur (n. 437, 459) pariq; inter fractiones divisio instituenda manet (n. 466) P. si autē numerator dividendus $\angle$ or sit toto divisore, ut q in transeat in numeratorem novæ fractionis exilis $\frac{3}{22}$, et ē quæsitum.

P	q
$\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$	$\frac{3}{\frac{15}{5}} : \frac{22}{5} = \frac{3}{22}$

Problema 48

472. Integrum cum fractione per integrum, vel ē contra integrum cum fractione per integrum dividere.

$3 + \frac{3}{4} : \frac{3}{5}$	$\frac{15}{4} : = \frac{3}{4}$

Resolutio

473. Integer sit 9 per quem dividendus sit 8 cū fractione $\frac{2}{6}$: vel integer in fractionē sibi adhærentem resolvatur, ē qe $\frac{50}{6}$ pro integer alias in modum fractioni scribatur $\frac{9}{1}$ tunc ē divisio instituatur, ut inter fractiones ad invicem (n. 466). vt puta: Duo integrum 8 cū fractionem sibi adhærentem; addito numeratore, et integrum solitarium in fractionis denominatorē, et factum 54 : 50, et quotus $1 + \frac{4}{54}$ ē quæsitus.

$9 : 8 + \frac{2}{6}$	$8.6 = 48 + 2 = \frac{50}{6}$
$\frac{9}{1} : \frac{50}{6}$	$9.6 = 54 : 50 = 1\frac{4}{54}$

Problema 49

474 Numerum integrum cum fractione per integrum cum fractione dividere.

Resolutio

475. Integros in peculiarem conjecturam reducere: fractionem resolve, atq; facta adde proposito numeratori, habes ita fractiones simplices inter se dividendas (n. 466) omnia patent naturâ divisionis, et fractionum perpendenti. Vide q.

q

$3+\frac{3}{A} : 2+\frac{A}{6}$

$\frac{15}{A}\ \frac{16}{6}\ \frac{20}{24}\ \frac{64}{24}\ \frac{4+26}{24}$

Scholium 5m

476 In fractionibus, erait et in numeris integris, additio, et subtractio, ubi vicem probationem suppeditant, sicut et multiplicatio et

Divisio

Caput IV

De Quatuor Operationibus in Arithmetica Speciosa ad hucusque dictas

177 Algebra, vel Arithmetica speciosa docet numerorum signa generalia, ita ea dicimus (n2) Alphabeti litteras, vel alias quascunque earum species computo adhibet; atque horum ope ordinarias Arithmeticæ operationes peragit; ac demum ex quantitatibus finitis datis, alias investigat, quarum relatio ad cognitas datur.

Scholium 1.

178. Expo inveniendi sunt duo numeri, qui in se ducti datum numerum 60 addi vel alium numerum datum 17 producant. Dantur hic duo numeri ex quibus alii duo inveniendi sunt, de quibus hoc tanquam cognitum datur: eorum factum 74 aggregatu 60 + 17. datorum æquale esse debere, nisi aliter pro præsenti casu solum Algebra numerum respexi docet, ved etiã ad regulã generalem producã, qua omnia hujus generis exempla ad Calculum revocari possunt.

Hypothesis 1a

179. Quantitates cognitæ litteris primis Alphabeti a, b, c, d &c denominatæ esse possunt volent;

incognitæ v°, quę ex illis inveniendæ, erunt bonæ notulæ; e, i, o, x &c.

Hypothesis 2ª

480 Signum additionis ê + substractionis —. Illud per plus, hoc per minus efferitur. Exp. cum ma duarum quantitatum a, et b scribatur a + b, et pronunciêtur a, plus b. Contra differẽtia duarum quantitatum a, et b scribatur a — b, et efferitur a minus b. Vt si a, significat 7 lib. b, 8 solidos, a + b denotat 7 lib + 8 solidos, contra a — b 7 lib — 8 solidos.

Scholium 2

481 Quando una quantitas plures simul multiplicat, hę plures parentesi includuntur, at illa una; v.g cum, v. absq; signo parenthesi figuratur, aut unum comma, v. punctum ipsis interponitur, ita factum ê a + b — c in d, v. scribitur (a + b — c) d, v.g d, (a + b — c) v. hoc modo, a + b — c, v. vulgo hęc facta erunt v.g I. Iunctura, a, + b — c x d, v.g etiã d x a + b, v. c.

Hypothesis 3ª

482 Multiplicatio v proxime vigno caret, et quantitates ex mutuo multiplicantes absq; signo junguntur; v.g commate (,) designantur, aut puncto (.) vulgo adhuc retinet signum x. cum ę, a, per b multiplicari debet, scribatur a, b, v.g ab, v.g tandem a x b.

Hypotesis 1

483. Signum divisionis sunt duo puncta (:) fractionis vinculum lineare vel huiusmodi, quæ ve mutuo dividere debent; sic quando a per b dividi debet pro quoto vel habitus c, $a:b$, vel $\frac{a}{b}$ et summa efficitur a divisum per b.

Scholium 3

484. Quando quantitas una, plus alias dividi vel plures quam dividunt comporta quantitas quemadmodum in Xe parenthesi includi, aut ejus loco nudum comma adhiberi potest; ponatur $a+b$ dividendum ee per c, quotus designabitur per $(a+b):c$ vel per $a+b:c$. Quando a per $b+c$ dividendum, quotus ee $a:(\ )$ vel $a:b+c$. Denuo si $a+b$ per $c+d$, dividendum esset, vel ipse pro quoto $(b+b)\ c+d)$ aut $a+b:c+d$. Vulgo pro ti vel habentur $\frac{a+b}{c+d}$, $\frac{a+b}{c}$ $\frac{a}{b+c}$ vel etiam $a+b:c$, $a:b+c$, $a+b:c+d$.

Definitio

485. Quantitas addenda, dici solet quantitas positiva: quæ minuenda, negativa, vel defectiva. Prima signo +. 2a signo − efficitur.

486. Si quantitati literali prefigatur numerus aliqui hic coefficiens vocatur; sic in quantitate $2a$ numerus secundus coefficiens appellatur: sic si nullus numerus prefigatur unitas tamquam coefficiens appellatur, censeri debet, ita $a=1a$

488. Quantitates dicuntur similes si easdē con
tineant literas, et earundem numerorum litera
rum, etiā si coefficientes diversæ sint, sic 2a, et
3a eadem $\sqrt{}$ +2a, et $-\sqrt{2}$a sunt quantitates similes;
at 2° dissimiles quantitates sunt a, et b, atq; etiā
aa, quantitates a, et a, a;

489. Quantitas ex pluribus terminis composita,
& completa dicitur, quę plures habet literas
signo + & — connexas; ita a+b constat ex duob⁹
terminis, et b inomium dicitur: a+b+c ex tub⁹
et trinomium vocatur: Quantitas ex uno ter
mino composita, dicitur quantitas simplex,
atq; etiā binomium, ita a, b, ab sunt quan
titates simplices.

Problema V

490. Homogeneas quantitates addere.

Resolutio.

491. Quantitates ita disponantur, ut simili
simili respondeat. singulę partes seorsim
considerentur, ut simplices, et additio fit hoc
modo. Quę habent signa eadem additio, ut
in communi Arithmetica summa infra li
neam, scribpa, atq; eadem servato signo: at
si diversa fuerint signa quantitatū 2or. a 3i
subtrahatur, atq; differentię 3tis signum ad
hibendum. Si autē diversa, equales affice
rent quantitates, tunc se mutuo destruunt,
atq; loco ipsarum scribi solet cellula * & cero 0,

ric̃ jungendę erunt quantitates a+2 b−3c−5d+3a −2b+6c+2d instituatur vt in A.

A	
a+2 b−3c−5d,	
3a−2b−6c+2d	
4o	o+3c−3d

Demonstio

122 Cum litterę sint numeri indeterminati, quę libet pro vnitate assumi potest; adeoq; quantitates, quę eadē litterā denominantur, tanquam res eiusdem speciei addi queant. Quantitates signo − notatę, dessunt; quę autē signum + habēt, adsunt, q.d. ij igitur quantitates vtriusq; speciei addi debent, posteriorib⁹ prioꝝ effectus tollitur, proinde additio in substractionem conuertitur; ita euidens ē quantitates +5d ℔, et 3+ ℔, a d, +2d ℔. Valuei, si littera +5 ℔, m, et −6 ℔ m, ad −℔ m valdigi pecuniæ. 11

Scholium 4

123. Quo hic calculus literalis euidentior fiat, fingę a denotatę lib⁹, b solidos, e denarios.

Scholium 5

124 Quantitates signo − notatę tanquam debitę spectari debent. Quantitatē cū signo + tanquam pecunia presens. Hinc priores dicuntur nihilo minores, quia debita vtri, buenda sunt, antequam ad nihilum deve

Scholium 6

195 Quantitates diuersæ ejusdem quibus affectæ sint signis, continuo scribantur, nec aliter ad di possint; ita si addi oporteat a, et b; v. g. a, et −b scribendum est a+b, v. g. a−b.

Problema 2

196 Quantitates literales homogeneas substrahere.

Resolutio.

197 Quantitates substrahendæ inferiori loco scribantur, deinde mutatis signis substrahendarum quantitatum nempe + in − et − in + tota quantitatum series scribatur, quæ deinde, ut in additione reducenda est, atq. habita quantitatum differentia infra lineam scribenda, ex pg. $a,b+a,p,b,-d,d,$ mutatis signis oritur $a,b+a,b,b,-d,d,$ $-a,b,+b,c,-a,b-b,c+d,d,$ atq. facta reductione $a,b,b,+b,c-2d,d,$.

198. Secundo: si characteres, et signa sunt, eadem, at q. quantitas substrahenda 2or. est substractio, ut subtra fiat. Sit 8a substrahenda a 10 a, differen tia erit +2a. si eisdē signis, et characteribus, quæ titas substrahenda 7or. est, substrahatur 2or. 5a, atq. residuum præfigatur signum contrarium.

199. 3o. Si characteribus eisdem signa fuerint diver sa, quantitates substrahendæ addantur, ac summæ illius signum quantitati præfigendum, ad substractio fieri debeat.

200. Quarto: Cum characteres diversi sint, tum quan-

titati subtrahende, signum variatur, ac ipsi eadē
serie post quantitatem minuendam, scribatur;
explebro quacunq;
ex hijs Casibus:

Casus I.us	Casus II.us	Casus 3.us	Casus 4.us
$6a+4b^2-3$.	$4b-6a^2$	$8a-3z^2+4$	$10\,a+6a^2$
$2a+2b^2-2$	$6b-12\,a^2$	$-6a+8z^2-10$	$6x-8z$
$4a+2b^2-1$.	$-2b-6a^2$	$14a+8\,24+14$	$10\,a+6a^2-6x+5z$

Demonstro pro 1.o Casu.

208. **Ex Arithmetica communi (n.o 77).** Pro 2.o si quantitates affirmantes sunt plures unitates demuntur, quam demi possunt: ergo residuum est negativum. Si autem quantitates negātes sunt plures justo subtrahuntur: ergo residuum est positivum. Pro 3.o: eadem est ratio. Pro 4.o per se constat.

Problema 3.

202. **Quantitates incomportas homogen. multiplica. &c.**

Resolutio

203. **Primo:** notentur signa, quæ sibi similia sunt producunt +plus, si autē dissimilia — minus. vic $a-b=a,b$, ved $a+b,\ =a,b$, $=-a-b=a\,b$.

Secundo: quoad Caracteres sciendum, q.d quan

tas per se ipsam multiplicetur, apponitur post ipsam paulò superius numerus, qui exprimat, quoties ducenda, appellatur; exponens ita a, a = a^2, a, a, a^3 = a^3. Nec confundantur 2a cũ a2 vt a = 5. 2a = 10, a^2 = 25. vt b.

2o A Parenthesis autem, v.g. lineola supra posita designat totam quantitatem a+b per se ipsam multiplicari. Numerus post quantitatem positus, est index, sc exponens potę, ut vocant, seu potestatis, et dignitatis, et exprimit quot vicibus unitas per illam quantitatem multiplicetur; ita l, a = a; 2o a. a = a^2. 3o a. a, a = a^3. Demum videndum, q.d si Caracteres, coefficientem habeant, ipsi multiplicentur: ita 3o ut ambarum quantitatum caracteres in producto scribantur; si sint diversi: si autẽ similes sint, tunc unus tantum, v.g. 3o pro exponente super imponatur summa exponentium multiplicatoris, et multiplicandi; vide B.

Corolarium V

2o 5. Ex ijs Considerari debent in Xne signa coefficientes litterę, et exponentes. Si signa sint diversa productum est negativum; si autem eadẽ fuerint positiva scilicet, v.g negativa factum est positivum. Coefficientes inse invicem X tur: litterę Alphavetico ordine scribuntur.

B
3a 2o a.
2a — 3a
16a 16a
2 3a 6ab
3a — 2a
$6a^2$ — 12a^2b.
12. a^3 b 1
$2a^2$ b 2.
— 3a b 2
21 a^3 b^6
— 3a b^3 c
+ 45 ab 3c

tur nullo signo interposito. Si demum quantitas
in se ipsam ducì debet, ponitur tantum vni pro
ducto scribendæ ê, ita tamen ut producti expo
nes, æqualis fiat exponentium summæ, q^d et in
divisione præ oculis habendum.

Problema 1

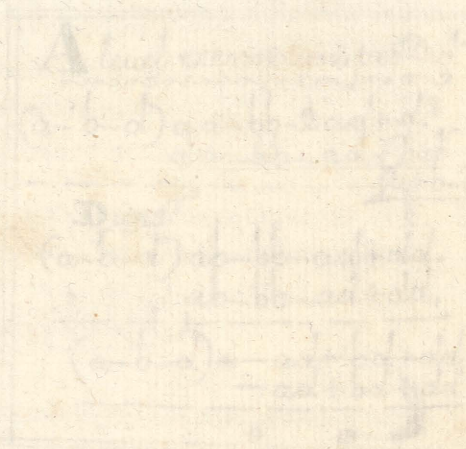
206 Quantitates homogeneas complexas multiplica
re.

Resolutio

207 Quantitas multiplicans sub alteras, ut in nu
meris scribenda ê (22) tum quantitas multiplic
anda ducatur in omnes extras multiplicantis, et
linea interposita producti infra scribatur. Deinde
tota ducenda quantitas per alium multiplicato
ris terminum, et ita deinde deinceps scribendo
singula producta ijs lineis singulis, ita ut termi
ni quiq^e suis similibus respondeant. Ac tandem
omnium summa colligatur, quæ
exit productum quæsitum. Exp^g
$a^2+2ac-bc$ multiplicanda ê,
per $a-b$ ducatur, scribatur, ut
ipse. Nunc tota 1^a quantitas in
$-b$ ducatur, exitq^e factum $-a^2b$
$-2acb+b^2c$ q^d infra lineam
scribatur: 2^da item quanti
tatis tota pri+a ducatur, exitq^e factum a^3+2a^2c-
$2a^2b-abc$, q^d infra lineam, aut alterum factum
locetur. Demiq^e omnium summa colligenda ê:
Et sic q. p. Explum aliud pro multiplicatione quan
titatum complexarium.

C

$a^2+2ac-bc$
$a-b$
$-a^2b-2abc+b^2c.$
$a^3+2a^2c-abc.$
$a^3-a^2b+2a^2b+2a^2c-3abc+bc.$



residuum $-6a^2b$ adjungi debet $+9ab^2$, ac divisio progrediatur $-6a^2b : 3ab = -2b$, productum autem ex quoto hoc, et divisore nempe $-6a^2b + 9ab^2$ rectum ex dividendo auferatur, atq; nihil remanet; quare accurata est divisio: si autem peracta operatione aliqd supersit, ita ut divisor, et reliqua quantitas nullas communes litteras habeant, jam divisio accurata fieri nequit, sed quoto invento jungenda.

Aliud exemplum pro Div.

$(a-b-d)\ aa-bb-2ad+d^2\ (a-b+d$
$aa-bb-ad$
$-ad+d^2$
$-ad+bd+dd$

Divis.

$(a-b-d)\ ab-bb-ad+dd\ (b-d$
$ab-bb-ad+dd$

$(a-b-d)\ *\ -ad+bd+dd$
$-ad+bd+dd$

Scholium 8

248 Cum litteris valor localis tribuatur, quemadmodum numeris, ut huic ordini adhæreamus, opus non est, sed quorum ex quocunq; membro exuere licet, id, quod etiam in subtractione facti ex divisore, in quotum locum habet.

Scholium 9

245. Ut regulæ pro signis in characterum computatione adhibendis, atq; ordinandis, memoriæ præsto sint, hic breviter præstringuntur.

246 In Additione signa similia producunt similia (n. 199) Dissimilia vero operationem variant, id est, loco additionis fit Ii a 7i subtractio, atque 7is

caracter residuus proponitur. (n 195).

247. In substractione signa similia faciunt simi
lia (n 200) nisi substractio in pejus fiat, hoc est mi
nuenda quantitas a substrahenda, ut pote si sub
ducatur, tunc enim producunt diversa (n 201)
si autem signa sint diversa loco abstractionis
fit additio, ac quantitatis minuendi signum
residuo proponatur (n 202).

248. In multiplicatione vicis in divisione signa si
milia producunt +. Dissimilia vero faciunt — (n 206)

Scholium Vo

249. Computatio in fractionibus litteralibus eis
dem regulis peragitur, ac in fractionibus vulgaribus
numerorum, nisi quod leges pro quantitatibus litera
libus probe observari debet.

Scholium VI

220 Quantitatum negativarum notionem ex plica
re nequit; si duæ quantitates magnitudine
æquales ad partes oppositas directe simul, et in eo
dem subjecto conjunctæ intelligantur, se se mutuo
destruunt, illarumque effectus nihilo æqualis sit. Ita
si potentiæ duæ æquales in plures directe oppositas ag
unt, vicium, illarum effectus nullus est. Pari modo
si aliquis habet 100 nummos, totidemque alteri debeat;
jam illi 100 nummi, si ad hujus hominis possessio
nem referantur, pro nihilo considerari debent; si
autem quis 100 nummos habeat, et 200 alteri debe
at, jam possessio hujus hominis negativa est, et ut ita

dicam nihilo minor: si aliquis ad bipartitum ita factitaret ad partem directe oppositam progredia tur, jam hujus hominis ita tamquã negativi, et minus nihilo habere debet, si de finem bipar titum respectatur. Igitur probe tenendum est quan titatem negativam, in minus valere, quam po sitivam quantitatem; sed nihilo minor dicitur, quatenus positive quantitati opponitur, ipsamq; minuit, quod ceteris in productis; unde relative tantũ in absolute loquendo nihilo dicitur.

Scholium 42.

224. Observationes ergo signa, quæ in operationi bus circa quantitates literales absolvendas occu rrunt, atq; ratio eisdẽ ineundi.

222. In Additione manifestum est, quare signa si milia faciunt similia: si A+B facit +C, sed aut difficulter etiam intelligitur, cur summa ori sit addendus quantitatibus, atq; signa his quã titatis affecta, cum diversorum signorum quan titates jungendæ fuerunt, ut B-Vo. b + VA - A eaqui dem addere B-Vo, idem est ac subtrahere negatio nem, sive carentiã b unitatum; ergo relinquuntur tantum -2. similiter si VA adjungitur -A idem est ac si ipsi A tot unitates subtrahantur: ergo re ma nent +Vo (n 225)

223. In subtractione etiam patet, cur eam quantitas negativa exponitivam subtrahatur, atq; reddit est positivum, atq; minuenda quantitate, major (n 222) ut si -2a+VA inducendus sit, residuum est +A6.

Nam ejus substrahere $-2a+\frac{1}{4}A$, idem ê ac illi
exentiam duarum unitatum auferre, sed hæc
idem ê, ac addere 2: ergo residuũ ee debet $+\frac{1}{4}6$.
Ad hæc: per substractionem $-2a+\frac{1}{4}A$ quæritur
differa inter $\frac{1}{4}A$ et -2, quæ quidem ê $\frac{1}{4}6$. Eroquidem
differentia $\frac{1}{4}A$ a zero ê $\frac{1}{4}A$; sed differentia zero a $-$
2^{a} ê $+2$; ergo differentia $\frac{1}{4}A$ a -2 ê $+\frac{1}{4}6$.

224 In Multiplicatione evidenter ê, cum $-$ per $+$ mul
tiplicatum; v$^{\text{g}}$ e contra $+$ per $-$ ut $-A^{\text{a}}$ per $+3v^{\text{a}}+A$
per -3 producunt $-\frac{1}{4}A$ (ut n. 206. 2$^{\text{da}}$) quia cum mul
tiplicatio sit compendiaria additio, dum dicitur
A^{a} per -3 sumitur -3 qualiter, q$^{\text{d}}$ idem ê substra
hitur 3 quatuor vicibus: ergo factum erit $-\frac{1}{4}2$; ri
v$^{\text{o}}$ per $-$ multiplicetur, productum ê $+$: vic -3 per
$-A^{\text{a}}$ producunt $+\frac{1}{4}A$, quia veneratur ê -3 addendum
ee, v$^{\text{g}}$ 3 substrahendum quoties unitas ê in $-A$;
sed subductio quantitatis negativæ -3 equivalet
additioni $+3$: ergo factum erit $+\frac{1}{4}2$.

Caput Quint$^{\text{m}}$

De Proportionibus, ubi de Triplici Proportionum Specie Arithmetica videlicet Geometrica, Et Harmonica: Specimen.

225. Definitio: si duo numeri inter se comparã
tur, et investigetur quinam illorum major sit,
v$^{\text{e}}$ equalis, aut $\frac{1}{4}$ vel ratio, quam ad se invicem

habent, ratio, seu habitudo vocatur.

226 Si duo numeri inter se ita comparantur (vt 1, et 2) vt tantum modo excessus quantitatis, vnius supra alia̅ consideremus, relatio, quā ad se inuicem habent, ratio **A**rithmetica vocatur; vi autē inspiciatur, quoties vna quantitas alia̅ contineat, seu ad quotum attendatur per diuisionē inuentū ratio Geom.ª appellatur.

Scholium V

227 Residuum indicamus quę nā vi differentia vnius quantitatis ab alia, exponens rationis, seu diffia dicitur in ratione Arithmetica, quotus autē, qui exprimit quoties quantitas ℓ in ℓ continetur nomen, vice exponentis rationis appellatur, in ratione Geometrica; atq; etiam Denominator.

Definitio 2ª

228 Si in duabus, v.l. pluribus rationibus **A**rithmeticis (n 35, et 78) differentia mēbrorum eadem fuerit, atq; in **G**eometricis rationibus (n 3, 42, 6, et 20) exponentes rationum seu quotus idem fuerit vtrobiq; dicuntur, et earum similitudo proportio vocatur; rationes autē similes, etiam æquales vocantur (n 23)

Corolarium V

229 Ergo proportio recte definitur: æqualitas, seu similitudo rationum, v.l differentiarum, at proinde quatuor exigit terminos, v.l expressos, v.l virtutem implicitos. Iuxtum V.ª vocatur V.m antecedens: 2.ª V.m

consequens: 3us vo dicitur 2m antecedens; ac demq; 4us consequens 2m appellatur. Primus, et ultimus istius, terminj interdum auduntur, ac reliqui quidem medij.

Scholium 2.

230 Numeri quidem, qui sunt in proportione Arithmetica ita scribuntur. 3.. 5; 6. 8, vel 3. 5 = 6. 8. Qui in Geom.a juxta se invicem collocatur ita; 3. √2:: 5. 20, vel melius cum Leonitio, 3.. √2 = 5.. 20, vel tandem $\frac{\sqrt{2}}{5}$ 20, utrobiq; sic effertur. Prima quotus numerus $\frac{3us}{5}$ < or = 2o, vel > or tantum 3us numerus > or, vel < or = 1o: secunda vic: Quotus numerus 4us continet 2m, vel in eo continetur, toties 3us continet, vel continetur in 1o.

Scholium 3.

234 Interdum membrum 2um vicem continet 3i, et tunc proportio dicitur continua, quæ ut Arithmetica fuerit, sic scribitur: ÷ 3. 6. 9, vel ita 3 − 6 = 6 − 9. Si autem fuerit Geomet.a sic: ÷ 3. 6. √2, vel ita 3.. 6 = 6.. √2.

Definitio 3a

232 Series numerorum in Arithmetica, vel ita in Geomet.a ratione progrediendum: Progressio vocatur. In 1o casu: 3. 6. 9. √2. √8. √18. 24 &c. In 2o 3. 6, √2, 24, 48, 96 &c.

Definitio 4a

233 Proportio harmonica, quæ pro consonantiis

adhiberur inter 3 terminos datur ita disponi, ut quasi ē habitudo maximi ad minimū, talis sit habitudo inter differām maximi ad mediū, ac differentiā medii a minimo. Sint numeri 12, 8, 6 in quibus ita ut se habet maximus 12 ad minimum 6, ita se habet 4, qui ē differen inter 8 et 6. vide A.

A
12. 8. 6
12 : 6
4 : 2

Paragraphus Sec.

De Proportione Arithmet.

234 Constat jam proportionem Arithmeticā ex differentia, v. excessu inter numeros ēē respondentes, (n 228) et hos quidem continua vocatur, et numeri continui equaliter se excedunt, ita ut progressionē efforment, ut (n 232) quorum differā perpetua ē 3.

Progressio Arithmetica alia ē ascendens, ut in B, alia descendens ut in D alia demq; talis appellatur, cum a Cero in apit, at unitate tā tum termini mutuo se excedunt, ut in F.

Corolarium V

B 2. 4, 6, 8, &c. 12.
D 12. &c. 8. 6. 4. 2
F &c. 1. 2. 3. 4, 5. 6.

235. Ergo in progressione Arithmetica v. gr. terminus nihil aliud ē, quā antecedens cum differa, v. terminus v. cum omnibus differentiis. Sic in B 12 nihil aliud ē, quā 10 cum dif

ferentia 2, vel 4 talis scilicet 2. Cum differentia toties repetita, quot sunt termini 1° excepto. Ex q° id inferitur, q° si num° priorum æqualis erit differentiæ cum 1° sequentem effarmant, ut patet in B. Deniq° hinc probe cognitis haud difficulter quæli vet progressio Arithmetica vive ascendens illa, vi ve descendens sit, continuabitur. Investigetur nã q° differentia per subtractionem 2° termini a proxime 1i, atq° illa addita termino, vel a 1° sublata nouus terminus ejusdem progressionis descendentis, vel ascendentis conficietur.

Theorema 1°

236 In progressione Arithmetica summa extremorum æqualis est summæ mediorum, aut duorum cumq° aliorum terminorum æquidistantium, et vicissim. vide D.

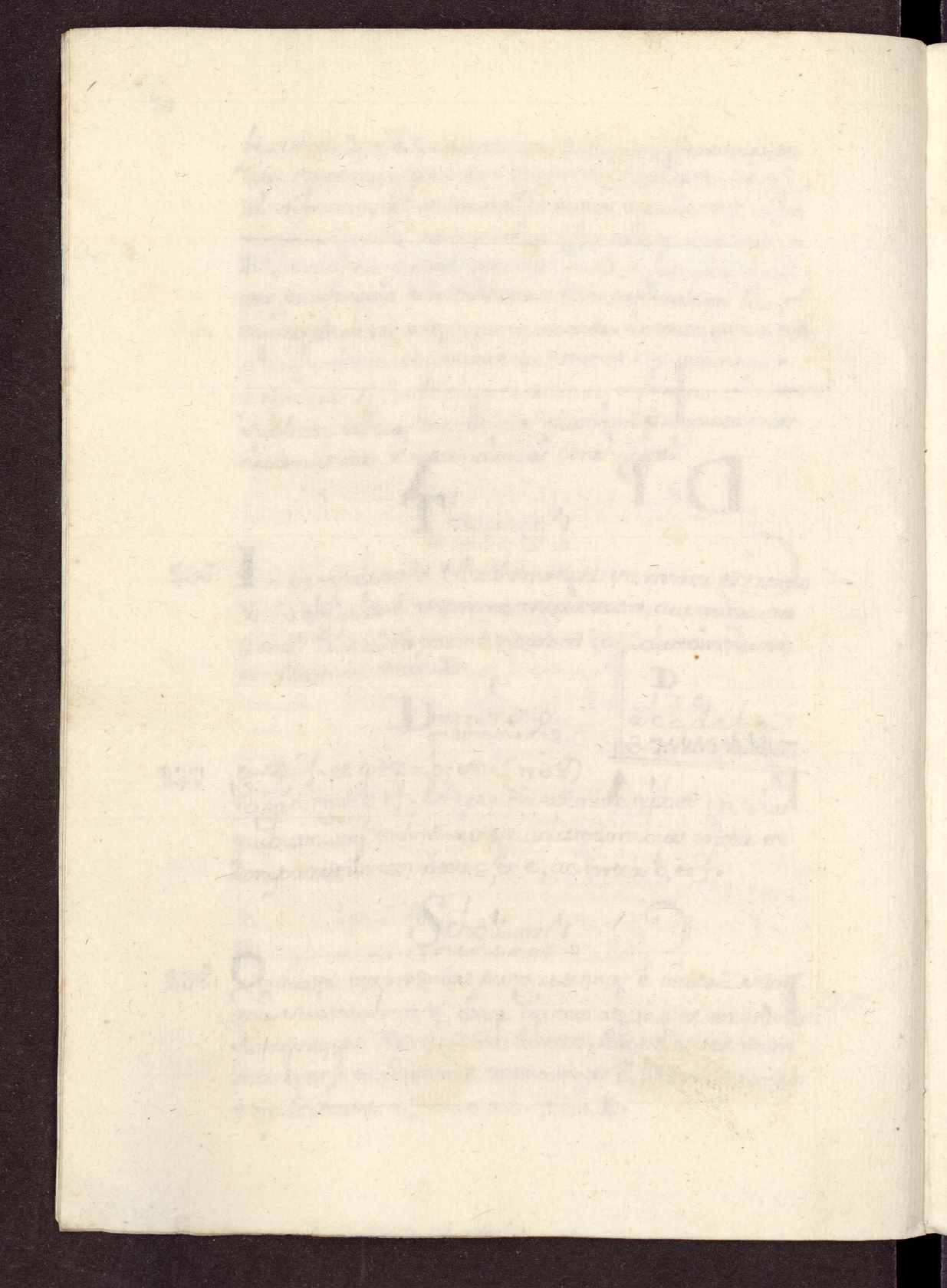
D
1 z 4
a b c d e f g.
3. 7. 11. 15. 19. 23. 27.

Demonstio.

237 g − z = f. et a + z = b; ved (n 38)
ergo a + g = b + f. id ipsum evenire debet in aliis quibuscumq° terminis æquidistantibus inter se comparatis, ut inter c, et e, ac inter b, et f.

Scholium 1°

238. Quilibet terminus progressionis est duorũ summa subtrahatur, æque distat ab uno ex terminis summæ, ac residuũ ab altero. Ex p° si ex summa b, et f. auferatur terminus e, residuum erit æquidistans a, f, ac e ab. vide D.



tiplicata omnium terminorum summam producit.

Corolarium 4

240 In progressione natali (n 234) semi summa ultimi per numerum terminorum ducta omnium terminorum summã efficiet.

Corolarium 5

248 Hinc patet Resolutio questionis sequentis, et similium. In fodiendo puteo 45 palmorum altitudis, 30 libræ expensæ sunt, quot libræ expendendæ erunt, ut puteus ad profunditatem 28 palmorum excabatur. Resolutio: Duæ efformentur progressiones natales, quarum 1ª ultimus termin. sit 45; alterius 2ª 28: Nunc si 45 ultimus termin. 1ª progressionis per 46 terminorum numerum multiplicatus producti semi summa scilicet 1242 erit omnium terminorum summa (n 246). Item ex progressione altera 28, qui est ultimus terminus per terminorum numerum 29 multiplicetur, atq; producti medietas erit 406. Atq; hinc habetur Regula hujus modi efformanda est. Si 1242 : 36 = 406. Ducatur ergo 406 in 36, atq; producti per 1242 dividatur, quotus resultans erit librarum numerus quæsitus, scilicet 1218 lib, et $\frac{36}{1242} \upsilon \frac{1}{5} \upsilon$ 46 solidi. Resolutio hæc præ oculis habenda, ubi calculus in rerum usus exactissimam accelerationem, constructionem ædium, idq; id genus alia, quæ continuo

in ratione quadam proportionalia crescant, vel decrescant.

Problema 4

247. Inter duos datos numeros unum, vive plures medios Arithmetice proportionales invenire.

Resolutio

248. Sint termini dati, sed 20, atq; quatuor numeri proportionales inter ipsos quærantur. Sit terminus 1a 7i, 20 dividatur; differentia autem 15 per numerum mediorum, qui inveniendi erunt uno tamen addito dividatur, exibitq; quotus differentia vive ratio terminorum (n 235) quæ 1i termino 1 addita, 2° termino æqui 4° terminus medius proportionalis è, efficiet, unius superaq; termino 1 ad duo septem 14 producet, minorum 14, ac tandem 17, qui sunt 4or tres proportionales quæsiti (vid. I)

I
1. 8. 12. 14. 17. 20

Demonstratio

249. Ultimus terminus 4tus continet totidem differentias, quot sunt termini progressionis, uno dempto (n 235, 247) ergo ex 4° termino a majori subtracta hatur, ac residuum per numerum omnium terminorum, uno excepto dividatur, vel per numerum mediorum proportionalium, uno addito, quotus erit differentia, vive excessus, unius inter et alterum, qui proxime terminus progressionis continuo additus

quæsitos terminos producet. q.e.d.

Corolarium 6.

252 Ergo datis 1°, et ultimo progressionis termi
nis, cum ipsorum numero eorum omnium dif
ferentia eadem methodo investigatur (n. 250).

Problema 2.

253 Positis terminorum numero ultimo termi
no, et differentia 1ⁱ invenire.

Resolutio

254 Multiplica differentia per numerum ter
minorum, uno tamen excepto; factum ab ultimo
substrahe, atq; residuum erit terminus 1°. cons
tat ex numeris 2. 3. 5. 24. v. 250.

Corolarium 7.

255. Ergo positis 1° terminorum ipsorum nume
ro, ac differentia ultimus invenietur, si per nu
merum terminorum, uno dempto multiplicetur
differa, atq; facto 1° terminus adjungatur; quia
ultimus n^e, nisi primus cum omnibus differe
tiis (n. 235, et 254). atq; ideo multiplicatio fit per
numerum terminorum, uno dempto, quia 1° n^i habet
differentiam.

Problema 3.

256 Datis vltimo progressionis termino cum primo, et terminorum numero, omnium terminorum summam inuenire.

Resolutio

257 Primus terminus vltimo adiungatur, atq; semisumma per terminorum numerum multiplicetur, factum è totius progressionis summa. V. g. alter: summa primi, et vltimi terminorum per ipsorum semi summam multiplicetur, idemq; exit quæsitum.

258 Demonstratio: ex nº. 244, 245.

Coxolarium 8

259 Ergo postis vltimo terminorum, cum 1º, et omnium summa terminorum numerus facile innotescet; si enim per medietatem summæ primi, et vltimi terminorum, summa omnium dividatur, quotus exit terminorum numerus. Nam si summa extremorum per medietatem terminorum multiplicetur, factũ è summa progressionis (nº 244) ergo si summa progressionis per medietatem summæ extremorum dividatur, quotus exit terminorum numerus.

numeri in alio ℞petendã (n 228) Geometricã pro portionem equalitatem rationum ẽt (n 228) inter perq̃ veriem numerorum equali ratione procedentium progressionem vocari (n 234) ut supra jã diximus. Vic 3.6. 12.24. numeri erunt Geometrici proportionales, quia toties 12 in 24 continetur, quoties 6 in 12, et 3 in 6; cum tamen excessus arithmeticus inequalis sit.

Scholium 4.

267 Numerus declarans quoties terminus unus in altero includatur, index, exponens, nomen, at q̃ etiam Denominator rationis dicitur (n 226) Numerus exponens declaratur per quotum ex termino 7° diviso per proximè 2dẽ; sicuti etiam per multiplicationem cujuslibet termini per exponentem numerus proximè 7or inveniscit.

Corolarium 4.

268. Ergo tunc rationes equales erunt, cum exponẽs earum omnes ẽ. vic 3.. 9 = 12.24. proportionalia erunt.

Scholium 2

269 Cum quantitas quælibet possit quotcumq̃ alias multiplicitèr continere, et e contra, pote in alia includi, ratio, et proportio rationum varia subinduit nomina prout quantitates diversimode ad invicem includuntur. De his in presenti dicendum. Habitudo termini ad se ipsum vocatur

æqualitas, vl ratio æqualis. Cum numerus quilibet ad alium 7ē vl 2ēs comparatur, ratio vocatur inæqualis, et quidem inæqualis ⟨or vi 7 ius cum ⟨i collatio fiat, e contra vo inæqualis ⟨or appellatur. Quinq; autē rationis, seu proportionalitatis species numerandi conuenerunt.

270 Prima: Cum antecedens continet semel consequentem, uniusq; aliquā ipsius partem; et hęc dicitur ratio super particularis. Vi vo vem consequentem, atq; ēpartis vem includat, ut: 3.12.6.4 ratio hujusmodi vex qui altera vocatur. Vex qui tertiā, vo vl vex, qui quartas appellatur, vi partem 3a 4a continent, ut vii 4; 3; 5.. 4.

274 Secunda: vi antecedens continet semel consequentem, atq; uniusq; plures ejus partes; dicitur ratio super patiens. Vi autē sunt duę 3ę partes superbi patientes, Tertia ut 5.. 3. vi vii 3 quārtes partes ut 7.. 4. Super tri patiens quartas nominatur.

272 3a Cum antecedens plures adequate consequentem includit, atq; uniusq; ejus partem, ratio multiplex super particularis nominatur. Vi autē bis, et se ve consequentis includerit, ratio dupla vex qui altera, ut 5.. 2. vi autē quater, atq; tertiā partem 3a ut 13. ratio quadrupla, sexquē tertiā dicitur.

273 4a Cum antecedens pluries adequate consequentem includit; ratio multiplex vocatur, dupla, vi bis, tupla vi tex vii 4.. 2.

274 Quinta: cum antecedens pluries, vnumq; plu
ries ejusdem partes continet, multiplex vtpex
patiens vocatur. vt bis in vtpex q; tres quartas
partes includerit, ratio dupla vtpex tres partiẽs
quartas. vt autẽ tres, aut duas quartas appella
tur.

Scholium 3.

275 Cum consequens vor. è antecedentem quidẽ
quinq; species rationum numeratur, nimi-
rum per particulas sub premittitur; ut 3..2 ex
qui altera: 2..3, subsex qui altera 4..2 dupla, 2..
4 sub dupla &c.

Definitio

276 Termini homologi dicuntur antecedentes
respectu antecedentium, et consequentes cum
consequentibus comparati: ut quia 12.. 6 = 8.. 4,
ideo 6, et 4, item q; 12, et 8. termini homologi vocant.

277 Ratio composita ea dicitur, quæ ex quibusdã
aliis rationibus coaluerit. vt ex 20 vnit pluresve ra
tiones ejusdem speciei, pro ea ad ultimã habendæ
dicitur, rationẽ compositam habituri mus, quã
inter se habent rationes intermediæ, ut in exẽ
plo: 3, 5. 8. 9, ratio inter 9 et 3 è composita ex
omnibus intermediis, quæ claritatis g; fractio
num instar scribuntur $\frac{3.5.8}{5.8.9}$. Nunc numeratores inter se, atq; inuicem ducã
tur: (n) et productum compositum $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ om
nium præcedentium rationem efformabit, scilicet
sub triplam.

278 Ratio duplicata ea ê, quę ex duarum similium quidem comportione, ortum ducit. Triplicata, quę ex trium, quę ê quatuor quadruplicata nominatur, et hic deinceps. e contra ratio subduplicata, quę bis in alterius comportione ingredi tur; triplicata, quę ter &c.

Corolarium 2

279 Hinc ratio cometa, quam habet quadratum unius quantitatis, ad quadratum alterius, ê duplicata ejus, quam habet ipsę, quantitates ad invicem, ratio cuborum triplicata. Sic quadratum 2 scilicet 4, et quadratum 4 scilicet 16 sunt in ratione duplicata, id ê, ut quadratum exponentis 2, et 4 nempe 4.

Scholium 4.

280 Si duę quantitates ita inter se connexę sunt, ut una sit dupla, tripla; altera etiam dupla, tripla evadat: ea dicitur ee in ratione directa simplici alterius. At si ea in eadem ratione decrescit, in qua altera augetur, tunc illa dicitur ee in ratione inversa, seu reciproca respectu istius. At si duę quantitates ita sunt in invicem connexę, ut altera crescat in eadem ratione, qua quadratum, aut cubus, tunc illam ad hanc ee dicitur in ratione duplicata, triplicata &c. At si in eadem ratione decrescat, qua crescit alterius quadratum, aut cubus dicetur ee in ra-

tione huius reciproca duplicata, aut triplicata. Harum rationum frequentissimus usus recurret in Physica.

Theorema 4

284. Si duo numeri 3, et 6 per eundem numerum 4 multiplicen, facta 12, et 24 sunt inter se ut numeri, qui multiplicantur.

282 Demonstratio ex numero 46.

Corollarium 3

283 Ergo si duo numeri per eundem dividantur, quoti sunt inter se, ut dividendi (n 49) quia considerari possunt, ut orti ex multiplicatione quotorum per divisorem.

Theorema 2

284 In progressione Geom. ascendente, 2us termi nus habetur ex multiplicatione 1i per exponentem, 3us ex multiplicatione 2i per exponentem, et sic de reliquis (n 266) e contra in descendente terminus penultimus ex divisione ultimi per exponentem, et sic deinceps.

Demonstr.

285. Totes terminus unus proximiorem continet quoties exponens unitate (in 266) ergo multiplicato quolibet termino, v. g. per exponentem, terminus proxime ascendens, v. descendens resul-

tabit. 9. C. D.

Corolarium 4.

286 Ergo si exponens æqualis ℓ 4æ termino, pro
ꝛesto fiet ex ductu 1i in 2m, 2i in 4tum quocumq;
placuerit. Hypotesis.

287 Partes similes dicuntur illæ, quæ in suis pe
culiaribus totis continentur.

Theorema 3.

288 Partes similes eandem dicunt ꝛationem ad
sua tota particularia.

Demonstratio

289 Partes similes æqualiter in suis totis ꝛespecti
ve continentur: ergo quoti sunt æquales; ꝛed (n
227, 267) ergo.

Corolarium 5

290 Partes similes ejusdem ꝛationis sunt ad in
vicem, ac tota inter se (n 54).

Theorema 4

291 In qualibet processione geom. factum extre
morum æquale ℓ producto quorumcumq; æqua
ab extremis distantium. vide NP.

Demonstio

292 Toties 2us terminus 4tus continet, quoties terminus quotus termi: exop Aus per 4tum multiplicatus producturn efficiet equale facto ex 2o per 3tum. Atq; euidens è q2. vi numerus 2us in ratione dupla respectu 4i crescit, 3us etiã in ratione cadẽ decrescit, vi ad A comparatus.

N
2: A = 8: 16
8 32
3A = 32

P
2: A = 6: 12
6 2
2A = 2A

Corolarium 6

293 Ergo si 3 termini Geom. proportionales fuerunt factum extremorum è equale quadrati medii idẽ, producto per ius medii termini per se ipsum multiplicati, vtà 3. 9 = 9. 27 factum ex 3 per 27 scilicet 81, equale è facto 9 per 9. (n 294)

Theorema 5

294 Quilibet terminus progressionis Geometricæ omnium antecedentium summã continet, quoties unitas è in exponente, una tamẽ unitate ablata, atq; in ius per 4tum semel includit. Vi terminus è huius antecedentis continet, atq; sursum a quio exponens è 3. vide 5.

S 273.
a. b. c. d. e.
2 6 18. 54. 162

Demonstio

295. Secundus terminus resultat ex multiplicatione 4i per exponentem. 3us ex multiplicatione 2i per

exponentem ℵ (n 23) ergo 2° continet toties 1m, quoties unitas ē in exponente, q.d idem de tertio A° ℵ repetitive dictum bellum (n 284); vel idem ē accipere 1m toties, quoties unitas ē in exponente, ac ipsum accipere, quoties unitas ē in exponente, unitate tamē excepta, atq; insuper ipsum 1m addere: ꝯ quilibet ℵ

Theorema 6

296 **Excessus** v. differentia inter 1m, et 2m terminum ē ad 1m sicut excessus si ab ultimo ad summam omnium antecedentium. Primo tamē excepto; vic (vi de Z) differentia inter A et 12 scilicet 8 se habet ad A 1m terminum, sicut differentia inter A, et ultimum 324, scilicet 320 ad omnium antecedentium summā nēpe 160.

Z

a.	b	c	d
A	12	36	124
8.	160.	320	

8.. A = 320.. 160

Demonstio

297 Toties b continet a quoties c antecedentes omnes a, b, c, d, (n 293) ergo excessus inter a, et b c, ad a; sicut excessus inter a, et c, ad antecedentes omnes a, b, c, d.

Corolarium 7

298. Ergo si termini progressionis in ratione dupla procedunt ultimus, erit equalis omnibus antecedentibus, 1m iteꝝ adjuncto, vel alterꝝ: ultimus simē 1m erit summę omnium antecedentium equalis. Si autem procedunt termini in tripla ratione, ultimus simē 1m erit duplum ōium; vi quadrupla erit triplū etc (n 293).

Theorema 7

299. In qualibet progressione Pcom̃ terminus 2us equalis ẽ facto ex denominatore per 1um terminum: 3us equalis ẽ producto ex quadrato, seu potestate 2a denominatoris per 1um terminum, quatus item equalis ẽ facto ex cubo, seu 3a exponentis potestate per 1um terminum, et sic deinceps.

Scholium

300 Pro ſupra Theorematis intelligentia sciendum ẽ, qd si numerus qualibet in se ipsum ducatur, factum dicitur quadratum ejusdem numeri seu 2a potestas (nam qa ex 2 ẽ factum ipsius numeri per vicem multiplicati) si aut̃ quadratum per eundem numerum cubus ẽ quadrati multiplicetur, producetur cubus dicitur, seu 3a potestas. Si vo producta continuo resultantia per 1um semper numerum multiplicetur facta, successive 4a 5a potestas appellatur. Nunc pro Theorematis demonstratione sit progressio M, et denominator B. ergo 3. A= 12. Nunc vo A. q qd ẽ quadratum 3=36. in 3 super A. 27, qui ẽ cubus 3=vo8 atq; ita deinceps.

M	
A.	12. 36. vo8. 324. 972.
B	3. 9. 27. 81. 243.

N

	b	c	d	f	g	h.
pro	1	3				
	b	qb.	qqb.	qqqb.	qqqqb.	
b	1.					
Terrador	q.	qq.	qqq.	qqqq.		

Demonstratio

304. In ipsa multiplicationis natura fundatur. Quia autem in numeris prolixior foret ejus explicatio, ideo Characteribus literis

libra nota fiet. Sit (vide II) progressio b, c, q, et denominator q: ergo c̄ ē productum ex b q, q. idē ē per q b, sed etiā d oritur ex multiplicatione c q. hoc ē q b. per q: ergo factum ē q q b, id, q. in cæteris caracteribus eximet.

Problema 1.

302 Datis V°, et ultimo terminorum cum exponente invenire summā omnium, et numerū eorum.

Resolutio.

303. Substrahe 1ū ab ultimo, residuum divide per exponentē unitate dempta, et quotus ē summa omnium, ultimo aplato: ergo si terminus ultimus adjungatur, habebitur summa totius progressionis.

304 Demonstratio ex n°. 293, 295. Nunc pro terminorum numero inveniendo, ducatur V. terminus per exponentem, quousq; ultimus conveniat, vel divide ultimū per exponentē, quousq; fiat primus. (n. 283).

Problema 2.

305. Datis extremis cum summa progressionis exponentem, et numerū terminorum invenire.

Resolutio.

306 Substrahe primum ab ultimo, atq; hunc a summa omnium subduc: Divide 2ū residuū per hoc 2ū, et quotus cum unitate ē exponens. Numerus

terminorum per (n. 302) invenietur. Sit ita A, et 972, atq; omnium summa 4A56. Subtracto A a 972, residui 964, qui e dividendus. Sed 4°. 4A56, 972 = A&A qui e divisor; quotus autem 244 e exponens quæsitus.

Demonstratio

307 Si differentia extremorum per exponentem unitate dempta, dividatur, quotus e summa progressionis præter ultimum terminorum (n. 302) ex eo si differentia extremorum per summam progressionis, ultimo termino excluso, dividatur, quotus erit exponens unitate multatus.

Problema 3.

308. Ponitur ultimo extremo, summa progressionis, et exponente, 1us terminum invenire.

Resolutio

302. Sit 7us terminus 972, summa 4A56, et exponens 3: ergo exponenti unitas auferatur, at q; ultimus subducatur a summa, manent A&A et 2. Dicantur in invicem, et factum 964 a 1i 972 auferatur, atq; residuum A exit 4us terminus quæsitus.

Demonstratio

340. Si 7i extremorum 972 a summa totali 4A 56 subducatur, residuum A&A exit exterorum terminorum, quia 4°. 7i extremorum 4 aliquotum summam toties includit, quoties unitas

è in exponente unica excepta unitate, atq; uniu per terminum 4tū (n. 293) si producatū ex residuis per denominatorem, unitate multatum a 7i extremo auferatur, ultima hęc differentia erit 4us terminus.

Coxolaxium 8.

342 Ergo datis 7i extremo, summa, et exponente ultimus habebitur, si a denominatore unitas substrahatur, atq; per summā multiplicetur: si cuiq; facto 4o terminus adjungatur, atq; per denominatorem summa totalis dividatur, quotus erit terminus 7mus (n. 302, 303).

Problema 4

342 Dato 7i extremo, et summa, reliqua invenire.

Resolutio

343 Substrahe 7um extremū a summa, residuum è summa omnium unie vlamo. Divide nunc 7um extremū per hoc residuū, quotus è exponens unitate addita, et q^d superest è 7ū extremum. Omnia constant ex n.^os 306 & 340.

Problema 5

344 Dato numero cum summa, et exponente extrema invenire.

Resolutio.

345 Efformetur progressio, incipio cumpto ab unitate, quæ totidem terminos habeat, quot sunt dati, ac in eadem proportione omnium summa per propositam summam dividatur, et quotus erit 1us terminus. Ultimus invenietur per (n 340). Demonstio

346 Sicut totum ad totum, ita pars homologa unius ad partem homologam alterius, et vicissim pars unius ad suum totum, ita alterius pars ad suum (n 287) ergo 1us terminus cujuslibet progressionis est pars homologa summæ totius progressionis, ergo se habet, ut 1us terminus quæsitus ad summam ? datam ?

Caput VI

De Regula auxea, ac 4o de Modis arguendi mathematicis

§ Primus

347 Duplicis generis sunt modi arguendi in Mathesi, quos quidem huic loco reservavimus eo quod opus ad præsens usque non fuerit, et dictis apertiores ac planiores fiant. Quorum ex hic alii

sunt communes, qui exponuntur in loga, alij pro
prii, qui combinationibus, seu comparationibus pro
portionum accomodati sunt. Hi autem
septem numerantur; atqui enũ potest, Inverten
do, alternando, (quę est ratio per mutata) componẽ
do, dividendo, convertendo exæquo; q° demũ duplı
cata arguitur ordinate, videlicet, et perturbate.
De his omnibus in præsenti agemus; ata° majoris
claritatis numerum litterarũ super imponendas
judicavimus.

348. In vertendo arguitur; si termini antecedentes
in consequentium, et hi in illorum locum trans
ferantur, ut si a..b=c: a invertitur ordo: ergo
b.. a=d..c, et optime concludit, quia omnis pro
portio ê reciprocа, ideo in exemplo apposito A quẽ
madmodum 2. ad 6 ê in ratione sub tripla, ita
etiã 2. ad 7 ê in ratione sub tripla: ergo sicut 6 ad
2 ê in ratione tripla, ita 7 ad 3.

349. Alternando arguitur, cum antecedens unius
proportionis comparatur ad alterius proportio
nis antecedentem, et consequens 1ę ad consequen
tem 2ę. id ê si 1us terminus ad 3ũ, et 2us ad 4m
comparatur, ut in B. illatio hęc includit; quia ter
mini 1es se habent, ut partes,
et 2es ut tota: ergo cum ita se ha
bent partes homologæ, sicut se
habent inter se tota (n 54) ita
se habent antecedentes inter se,
sicut consequentes, et vicissim.

A
a..b=c..d
2..6=3..7.
ergo b..a=d..c
6..2=7..3

B
a..b=c..d
2..6=3..7,
go a..c=b..d.
2..3=6..7.

320. Componendo arguitur; si uni
us, ejus demq° comparationis

terminj ubi addantur, et summa comparetur ad alterutrum eorum seorsi, ut in C. Atq; hic arguendi modus perfecte concludit ex (n 54. §2. 55.)

C
a..b=c.d.
2..A=3..6
ergo at b..b=ct d..d
2+A..A 3+6..6.

324 Dividendo arguitur, si terminus 4or a 1o subtrahatur et residuum comparatur ad suum consequentem integrum, tum etiam ad integrum antecedentem; et similiter ad residuum alterius proportionis conveniens. Unde porius arguitur substrahendo, sicut precedenti modo addendo. exp9. a..b=c..d / 3=6..2 } ergo a-b..d=c-d.d. / 9-3..3=6-2..2 } ubi optime concluditur excessus 7i termini ad 4em, etenim cum in proportionibus similibus excessus majoris ad suum 4em terminum sit similis recte infertur, 6o sicut se habet excessus unius ad suum terminum, ita alter ad suum (n 53).

322 Convertendo, arguitur, dum a termino antecedenti substrahitur consequens, et residuum refertur ad totum. vide D. (n 56).

D
a..b=c..d.
9..3=6..2.
ergo a-b..a=c-d.c
9-3..9=6-2..6

323 Convertendo ex equo ordinate arguitur, si pluribus quia 4or terminis proportionalibus assumptis, unius proportionis consequens ad alium terminum comparatur, sicut consequens alterius ad alterum. sic (vide Q) ubi sunt octo termini, et 4or proportiones, atq; 1a connectitur cum 3a, et 2a cum

Q
a..b=c..d.
8..A=12..6
sed b..f=d..g.
A..2=6..3.
ergo a..f=c..g.
8..2=12..3

1ª: comparatur item 4ª proportionis antecedens cum consequente 3ª, et ans 2ª cum consequente 1ª ut patet. Hæc argutio legitima ẽ, quando ans cum consequente comparatur eo ipso comparabilis ad terminum consequentis (quamvis n̄ sempex sub eadem proportione) sic 8 habet rationem duplam ad 4: ergo si ultimus 4 comparetur ad aliquem terminum, puta ad 2, tunc sicut 4 ad 2 habet rationem duplam, ita 8 ad 2. habet ratio nem duplo-duplam, si ve, quadruplam: ergo si alia proportio simi lis sub unitatis, eodem modo diffexendum ẽ; unde si 12 ad 6 habet rationem duplã, et si militer 6 ad 3: ergo 12 ad 3 habebit quadru plam, ergo recte infertur $\left(\begin{matrix} a.f=c.g. \\ \text{ꝙ } 2.\text{ꝙ } 3 \end{matrix}\right)$ (n 54).

324 Ex æquo pertur bate argutur, si consequens unius proportionis ita ad aliud numerum com paratur, sicut etiã alius ad terminum antecedẽ tem alterius proportionis: sic (vide P) 4ª proportionis consequens 4 ad aliud terminum 16 com paratur in 4 ad quem ita se habet, sicut rursus alius numerus 6 ad antecedentem 2ª proportionis 2A: ergo continuatur proportio 4ª consequentis ad terminum antecedentem 2ª proportionis per inter medias proportiones: ergo 4ª antecedens 2 is ostitutur proportionem talem ad consequentem. 4ti 4is sicut antecedẽs 2ti 4is ad 2ti 4is consequentem.

Problema V

325. Datis duobus, v. pluribus numeris in 1ª pro ca

Scholium 4.

334 Ex quæstionis natura intelligitur, cum quantitas data sit 7.^or. & 2.^or quantitate quærenda, & 2.^ũ consequens debeat crescere secundum antecedentis incrementum, multiplicetur 3.^us terminus per 2.^ũ factum per 1.^ũ dividatur, et quotus è consequens quæsitum. Tunc 2.^o quæstio ad Regulam tuam simplicem, et directã revocari dicitur. Ex p.^o: si lignum 6 pedum, quot pedes umbræ producit; lignum 30 pedũ, quot umbræ pedes producit? Atq. sic scribitur: 3.:1=30.^2*. Si autem, consequens, 2.^o quantitas quærenda crescere debeat 2.^ũ antecedentis decrementũ, 1.^o e contra; tunc quæstio ad Regulam trium inversam pertinet; et alio modo resolvitur, videlicet terminus 1.^us per 2.^ũ multiplicatur; et factum per 3.^ũ dividatur, et quotus è terminus quæsitus. Ubi si 8 Artifices 6 diebus Domum ædificant, 4 Artifices quot dies consumẽt? ubi evidens è dies quæsitus crescere debere eandẽ proportionem, qua 2.^ũ antecedens decrescit. vide B.D.

B
8.. 6 = 4.^2.. 12.
1.^o hoc modo
D
Oper. D.^s op.^s D.^s
4.. 8 = 6.^2.12.

Scholium 5.

332 Interdum gemina Regulæ trium aplicatione opus è, antequam nu merus quæsitus innotescat; quia in ea n.^o unum, sed duplex dnṡ datur. Ut si ducat 4 operarii diebus 2 parietem construunt, 16 ulnarum, quot ulnas parietis efficient 8 operarii diebus 4.^or atq.^e hæc vulgo pro peculiari Regula

vendita tur; et ab aliis Regula quinq; ab aliis Regula Comporta appellatur. Atq; hæc etiã Regula directa potest cõ, v. versa. Si autẽ directa fuerit, duo 1i antecedentes in invicem ducantur, atq; etiã duo 2i ut in A, quæ fit, ut quæstio ad Regulam simplicem reducatur, hoc modo: si 8.. 40 = 32. 40, v. Aliter: duæ Regulæ conformentur, 4a circa operarios, et laborem quantitatis; sic A: 40 = 8.. 20. Altera nunc conficienda circa laboris dies, et ulnarum quantitatem hoc modo: 2.. 20 = 4.. 40. vide F.

Scholium 6

333. Aliter etiam quæstiones hæ Resolvi possunt ex Forca; ut si proponatur hoc exemplum: Homines 2ꝯ diebus 6 lib. 400 lucrantur; quæ lucrantur 30 homines diebus 8? ubi ut vides, 6 termini continet problema in quacunq; membro 3, Ergo termini ut AB. scribantur versic continua in eodem ordine, quo factum vides in 2, quæstiis rompe terminum 4. loco portea 2ꝯ, et sic de inceps. Sunt 6 termini, qui sunt in latere A, et etiã qui sunt in B fractionis instar scribantur, ut in C. D.. Atq; qui infra lineam sunt, ducantur in invicem, idq; cum tribus infra lineam positis fiat.

A

Oper. Ds ulnæ, oper. Ds ulnæ.
4.. 2.. 40 = 8. 4. 40.

$$\frac{2|}{8.} \quad 40 = \frac{4}{32.^2} \quad 40$$

F

Oper. ulnæ. oper. ulnæ.
4.. 40 = 8.² 20
Ds ulnæ. Ds ulnæ.
2.. 20 = 4² 40

A q B.

ulnæ 2ꝯ. 6. * 400. 30. 8.

C
0. 2ꝯ. 6.
400. 30. 8.

D

400 × 30 × 8 = 24000
0 2ꝯ × 6 = 450
24000 1460

qtiã questio

factorum autem illud divisor erit, q^d ex serie in qua
ē cero prodierit, aliud autem factum erit quanti
tas dividenda; et quotus ē quęsitum. vic^t factum
ex 100 per 30 videlicet 3000, atq^ue insuper productum
ex ipso per 8. nempe 24000 per factum ex 25 per 6
videlicet 480, dividum in quoto dabunt quęsitum 160,
ita ut 25 homines dicbus 6 lib^ras 40 lucrabuntur; 30 ho
mines dicbus 8 lib^ras 160 lucraturi sunt.

Scholium 7.

334 Si in proposita quęstione aliqua proportio in
versa fuerit, ut in hac: si 100 milites 80 olnas fos
dicbus 6 conficiunt; 75 milites 120 olnas excavandas
quot dies consument? Quia in hac inquā quęstio
ne proportio 100 militum 6 dierum 75 militum, quo
ties? in versa ē, eo q^d dies querendi crescere de
bēt. secundū antecedentia decrementum; (n. 330)
ideo tū 1^o ut C scribendi sunt; postea 0. 100, et 75
qui termini sunt proportionis inversę, cōmutā
di, ut in D, et operatio ut supra (n. 332) peragatur.

C 0. 100. 80
6 75 120

inversę,

0. 75 — 80
6 100 120

Scholium 8.

335. Dantur exempla quam plu
rima in quibus recta regu
lę trium aplicatione opus ē.
ita si communę vectorum lucrum, v^el damnū
inter eos ē distribuendum toties aplicatur, quot
sunt vectii; atq^ue hęc regula societatis appella
ri consueverit. Quod autē hic, qui duplum con
fert, duplum lucretur, v^el amittat si erit ut

summa collatorum ad collatum quod licet pta
le; ita lucrum, vl damnum come ad lucrum, vl
damnum come ipsi Respondet: exp9 lucrum come
trium personarum e 200 librarum. A; collatum
ipi B; secundi C, tertii D; invenirj debent lucra
proprionalia singulorum propria: ergo vo omni
um collata jugenda sunt ut in E. Nunc o vcor
sum Regula trium peragenda, ita ut vo terminus
sempex sit summa omnium collatorum, scilicet v
800 consequens vus erit come lucrum, nempe 200.
2o antecedens collatum cuiuscujusq; pro o no quo
q; singillatum constituenda
operatione. In explo 1a Regu
la erit ut in F. 2a ut in G. 3a
ut in H.

A..... 2000
B..... 1000
C..... 5000
D..... 3000
E 11800

F
11800: 2000 = 1000. 2 11111
2
18

G
11800. 2000 = 500 2 555
10
18

H
11800: 2000 = 300: 333
6
18

Appendix de Regula Alligationis

336 **Definitio:** Alligatio e Concretio, sive comparatio duo rarum specierum, ex qua nova oritur species media. Atq; diversae species eas itidem appellamus, q diversae sunt valoris; ut si auro 24 graduum quod vernacule fuillates nominare placuit, aliud auxum 18 tantum graduum misceatur, nova ex inde species media orietur: quę scilicet 21is erit pretii, quam 24, 21is aute quam 18

Corolarium 1.

337 Ex hoc in Alligatione qualibet 6 termini re pixi debent, 3 videlicet species, itidem 3 quantitates, sive valoris, sive ponderis, sive magnitudinis, ut in exemplo subjecta ponto.

Scholium 1.

338 Hac alligationis regula uti necesse est, tum in medicina, in qua simplicia plura compositionē alicujus medicamenti ingrediuntur; tum in aliis artibus, et scientiis, quin et communibus negotiis pluries ipsa est opus.

Scholium 2.

339 Miscende species plures, quam 3 ēe multoties possunt; quo in eventu termini octo, decem, aut plures concurrere valent.

Theorema 1.

340. Quantitates vis, et infimi speciei unius rei possē inter se, ut differentiæ, quam habent ad speciem mediam. Explicatur: Artifex aurum habet 22 caratorum, et hoc est species 1ma minus quod habet aliud aurum 13 caratorum, utique species infima. Hinc ut ex his duobus auris miscendis cogitat, ut nova species inde

Spec. maj. A diffa maj.
22. 3.
med. 16
min. 13. 6 maj.

resultans vt 16 graduum tta efficiendum: Quantitas ex auro 22° sumenda se habere debet ad quãtitatem accipiendam ex auro 30 vt ait differentia inter 13, et 16 scilicet 3, ad differentiam inter 16, et 22, nempe 6, ita quantitas miscenda ex auro 22° sit ut 3, ad 6 quantitas ex auro 30 ut 6. Scribãtur quantitates ut in A.

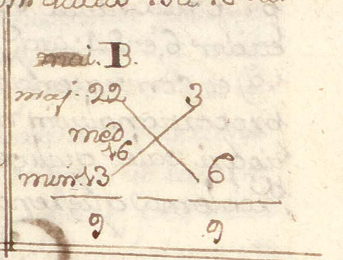
Demonstr.

34 Quantitatum defficit auxum 13°, ut fiat auxũ 16 ex auro 22° suplendum ē: ergo id sumendum, q° satis vt ut auxum 13° tribus adjunctis 16 adequet. Proxima quantitatum auxum 22° excedit auxum 16, ex auro 30 q° ad hunc excessũ minuendum ē: ergo id accipiendum ex auro 13° q° ad hunc excessum minuendum sufficiens sit; sed q° ex auro 22° minui debet, ut solum sit 16 duplum ē eq, q° auro 13° adjungi necesse ē, ut 16 fiat: ergo quantitas ex auro 22° in compositione sumenda sub dupla erit ad q̃tem accipiendam ex auro 30 16 cum autem id per rationem reciprocam differentiarum declaretur, erunt q̃tes miscendę ad invicem, ut differentię reciprocę inter se.

Theorema 2

342 Duę differentię, 1ª scilicet 1is speciei mediæ alterã 2°. 2is 3ª media, si decussatim, sive in crucis modum scribantur, ut in B; pares sunt cuiusdam totius mixti equalis differentię, quę maximam inter et minimam speciem intercedit. Explicatur: si ut

supra inveniri debeat, quantum ex 7i auri speci
em 22ᵒ, qʒam 9ᵒ ex infima 13ᵒ minuendum sit, ut
comportio auri 16ᵒ aurigat species. ut in B collo
centur: tunc 9ᵒ ligniis decussatim ductis 13 a 16 sub
ducatur, et Rsidium 9 æquale
differentiæ auri summæ, infra
lineam interjectam ponendum
est. Dico ergo qd in mixto 9 uncia
rum ex 9ᵒ 3 uncii auri 22ᵒ, 6 au
tem auri 13ᵒ Rperiendæ sunt,



ut tandem mixtum 16ᵒ aprecciari possit. Operatio autem recte facta concludetur, si multiplicatio 22, per 3 interpositæ 13 per 6 factorum summa æqualis sit producto ex 16 per 9 multiplicato.

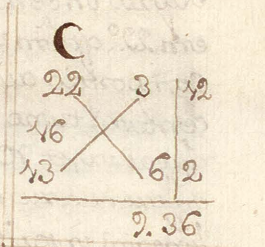
Problemata quædam per Alligationis Regulam Resolvuntur

Casus 4us

34B Si in problemate quantitatis compositionis determinetur, ut si 36 unciæ auri efficiendæ sunt, quæ ex auro 22ᵒ, et ex alio 13ᵒ mixtis calescant; post quam supra dicta (n 34A) peracta fuerit operatio, Regula tunc utendum est, ut utrumq; speciei misceri da quantitas innotescat (n 33A) vic. si 9..3=36 12, et hæc est species 2ᵈ utrum autem, si 9..6=36 24 ex infima specierum, quæ 12 producit 36 (vide C.).

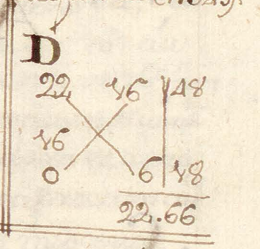
Corollarium 2

344 Ergo in qualibet Alligatione proportionalia sunt 9, et 36, sicut etiam 6, et 24; atq; item 3, et 12 (n 348) et convertendo 36, et 9. ergo ex proportionalium nata facile inveniri valet quilibet horum terminorum, dum per problema quærendus proponitur.



Casus 2

345 Si aliqua miscendarum specierum nullius sit gradus, ut cum auro cuprum, aut vino aquæ miscenda è loco eius speciei cero scribitur, atq; operatio ut supra (n 344) peragenda; ut si vellit auri ex 66 unciis aurea 46 efformare ex auro 22 mixtione cupri, id assequetur, ut in D. præcepta ut (n 343).



Casus 3

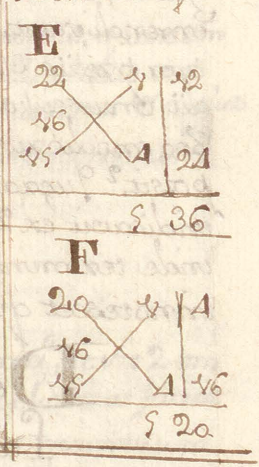
346 Si autem auxum ad certum gradum, vel qualitatem exhiberi debeat; ut si ex 66 unciis gradum 46 cupro mixtus auxum 22 efformandum sit eadem regula (n 345) invenietur, quot unciæ pro mixtura auxum 22 singulis sint dispandæ. Stamq; investigato ut supra (n 22) hæc fiat comparatio: ut $22-6$ ad $6=46$ ad 48 videlicet unciæ 22 portæ ut $22=6$ ad 48 unciæ videlicet igne consumendæ.

Casus 4

347 Si miscendæ species, non duæ tantum, sed plures

vint, tunc duę, vł plures alligationes erunt eformandę. Si enim species miscendę tres sint, vł quatuor quantitas media ex mixtione nascetur in duas quascunq; partes dividatur, sive illę inequales sint, sive æquales. Si species miscendę fuerint quinq;, vł ex mixtione quantitas in 3 partes dividatur. Si autem septem fuerint, vł octo in quatuor. Unicuiq; autem partium mixtionis duę species comparentur, ita tamen ut earum una sæpius alteram semel media species per secundam alligationem quærendam, quamvis eandem aut plusquam semel sumere necesse sit. Sic (vide EF) si Auri ex eformare vellit 16 uncias 16o ex auro 22o, 15o ac tandem 13o dividat vo 16 in duas partes quascunq;, ataq; sint 36, et 20.

Fiat Alligatio 1a ex qua titate 15 22, et 13, inter quæ ex parte 16 quantitatis invenien dę. (vide E). Porrea vo 2a fiat alligatio speciebus reliquis 20, et 15, simulq; altera per 20, ut in F. Deinde regula trium inver tatur (in 34 3) Denię operatio nis rectitudo in nostro text ex no 34,



Scholium 3

348 Si species miscendę sint 3, aut 5 una carum quærenda est.

Casus 5

349 Si valor mixtionis, qua diversarum quantitatum species afficiunt, investigandus proponatur unaquæq; species, verumq; idem et quæsitę

valor per ipsius quantitatem multiplicetur; ac factorum summa per quantitatum congeriē dividatur, et quotus mixtionis valorem declarabit. Sic ut valor compositionis in qua ℔. unas 46. 4A, ac tandem 46 uncię 42. in venerantur, ducantur ℔. 2A; 6.2o ℔ et productum 800 per 50 numerum unciarum dividatur, et quotus 46 mixtionis gradus indicat.

Casus 6

350 In quibusdam quęstionibus 4.o quęrendum ē prętium medium, antequam singulę partes pręgatur, ut si 800 modii tritici veni axacmis 24000 emendi sunt, cum tamen triticum, diversis quantis prętiis 36, 32, 28, et 24 venundetur, quot modii unuscuiusq; prętii emendi sunt, ut huiccio 800 modiorum 24000 veni axacmis apreciari possit. Quęratur 1.o valor medius, quem quorus indicavit ex 24000 per 800 divisio scilicet 30. Deinde termini ut in (n 347) disponantur, et innotescet quęsitum.

De Regula, quam falsę positionis vocant, Appendix altera

354. Regula positionis falsę ea dicitur, in qua numerus quęsitus supponitur, ut tandem verus numerus innotescat.

352 Numerus positus, sive suppositus duplex ē, quorum altera simplex; altera 2.a composita vocatur.

Hęc duobus vtitur numeris; 1o vno tantum, at numerus quęsitus appareat.

353. Methodus vtendi Regula falsę positionis vulgaris, talis constat præceptis: 1o numerus qui cunq; accipiatur, oportunus tamen, ut cum eo operatione exacte peragi possint. 2o investigetur, vtrum numerus, qui assumitur, sit ipse met quęsitus. 3o si numerus, qui supponitur non sit ille, qui quęritur Regulæ tunc opus est, ut verus numerus appareat.

Problema V.

354 Numerum 400 dividere in 3 partes, quarum 1a dupla sit 2æ, et 2a tripla 3æ ptis, vt alius ter minus tres numeros inveniat, quorum 1us duplus sit 2i, 2us autem triplus 3i, ac tandem omnium summa 400 efficiat.

Resolutio

355 Accipiatur numerus quicunq;, et sit 2 omnium minimus, qui per 3 multiplicatus faciat 6 numerum 2um, hic 2o duplicatus numerum tertium producit nempe 12, quorum omnium summa equalis est 20. Nunc autem si 20:2=400. 40. iterum: si 20.6=400. 30. Demq; 20..12.=400. 60. Ergo 7o 60, medius 30, ac infimus 40 sunt numeri quę siti. Viæ A.

A	
12	60
6	30
2.	40
20	400

Demonstrio

356 Ex eadem operatione planum est similem in

tor ve xationem habere 2o, et 2, ac 400, et 40; 2o.. 6= 400. 30. inirupexq 2o.. 42 = 400. 60: exqo compo nendo exit 2o.. 24+6+42 = 400.. 40+30+60; sed 2o = 42+6+2: exqo 400 = 60+30+40 (n 84, 92, 98, 342) ope Algebrę investigantur numeri ut in B; per athitesim, et reductionē quantitatis in cognitę, ad unitatem.

Quędam pro usu falsę positionis simplicis observantur, Et questiones in nullę diximuntur

B

primus sit X,
2us 3X
3 ..... 6X
omnē equales sūt 400
90 40X = 400.
91 90X = 400 (:) 40
91 90 1us 40
91 90 2us ..... 30.
91 90 3us 60

397 Primo notandum ē questiones, quę simplici positione enodantur, etiam per comparatiōnem volui posse, at n ē conversō: omnes item, quę positione comparata diximuntur, per Algebrā volvi possunt, sed n e contra. 2o: venit ad numerum quęsitus in se ipsum ducendus vt, n possunt positione simplici resolvi, nisi prius additio, & substractio peragatur, q explis planum fiet. *Vice in aliquas sui partes, & illius partes inter se, nulla ex positionibus problemata satisfacere potest, sed volum Algebra. 3o: addendus, vise substrahendus sit, n possunt positione simplici resolvi, nisi prius additio, & substractio peragatur, q explis planum fiet.

398 Notandum 1o: q uoi problema partes aliasue

numeri addendae, vel subducendae proponit, operae fractionum unitas scribi oportet, quam communis denominator (n 327) in locum numeri incogniti substituendus, atq; operatio facile conficietur.

359 Notandum denique, quum numeros aliquis in partes dividendus sit, quae determinatam habeant ad invicem proportionem a Lili inceptore expeditius sit, ut factum est (n 356).

Casus V.

360 Quaeratur numerus cujus dimidium 3ae 4ae pars adjuncta 12. efficiant. Ponatur numerus quaesitus esse 2A cujus $\frac{1}{2}$ est 1A. 3a pars 8. ac tandem 4a 6 in modum fractionis sic scribatur $\frac{1A.8.6}{2A.2A.2A}$ (n 360) Hunc numeratorem partes datae experimenter si invicem addantur 26 conficiunt. Quia autem problematis numerus 26, sed 52 esse debuerat, Regula trium utendum: si 26. 8A = 2A. 48., et ergo numerus quaesitus, cujus dimidium 2A, 3a pars 4A, et tandem 4a 1A sumptam 4A adequant. Ope Algebrae investigatur per Denominum, seu fractionis superationem. vide C.

Resolutio: sit

C

Sit num. X

Dimid. $\frac{X}{2}$

3a pars $\frac{X}{3}$

4a pars $\frac{X}{4}$

et $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=52$.

operatio.

$x+\frac{2x}{3}+\frac{2x}{4}=104$

$3++2x+\frac{6x}{4}=312.$

$12.x+8x+\frac{6x}{4}=1248.$

$26x=1248.$

$x=1248:26$

$x=48.$

Casus 2.

364 Investigetur numerus, cui si addantur 3 ℵ partes ipsius ad $\frac{2}{5}$ partes $-\sqrt{2}$ æqualis sit 216. Resolutio: ℵ adjungantur $\sqrt{2}$ numero 216, erit æ. 2$\sqrt{2}$. Porrò numerus inveniatur, cui si addãtur $\frac{3}{4}$ a $\frac{2}{5}$ æqualis sit 2$\sqrt{2}$. Numerus autẽ erit 20 (n. 360) quem $+\frac{\sqrt{5}}{20}+\frac{8}{20}$ 43 efficere planum ẽ. Deinde Regula trium ita instituatur hoc modo: si 43 : 20 = 2$\sqrt{2}$: $\sqrt{2}$0. qui ẽ numerus quæsitus.

Casus 3.

362 Quærendus ẽ numerus, cui si adjungatur ejus medietas, ac insuper ½ pars + $\sqrt{2}$ summam efficiat 8$\sqrt{2}$. Resolutio: subtrahatur $\sqrt{2}$ ab 8$\sqrt{2}$ atq; residuum ẽ 8 $\sqrt{2}$0. Supponatur nunc numerus datus $\sqrt{2}$, qui + 6 + 3 efficiet 2$\sqrt{2}$. Deinde: si 2$\sqrt{2}$. $\sqrt{2}$ = 8$\sqrt{2}$0 : 480, qui ẽ numerus quæsitus.

Casus 4.

363 Duo quærendi sunt numeri, quorum summa sit 20, ejus tamen indoles, ut $\frac{1}{4}$ unius a $\frac{1}{3}$ alterius efficiant 6. Resolutio: sit ℵ 1, et 2ᵉ 6 atq; ℵ $\frac{1}{4}$ pars primi, & scilicet, et $\frac{1}{3}$ pars 2ᵈ nempe 2 efficiunt 3. Nunc Regula aurea utendum, ut 3 : ℵ 6 = 4 : 8. item ut 3 : ℵ 6 = 6 : $\sqrt{2}$. ergo ℵ numerus 8, 2ᵈ 9ᵉ $\sqrt{2}$.

364 Qualis sit usus falsæ suppositionis compositæ. Supponatur ℵ numerus quilibet et quocunq; operatio peragãtur, ut exigat quæstio: qui si quæsitus non fuerit, ipsius a vera differentia notetur. 2ᵒ eadem

vi eadem ꝺexie cum numero ꝟcribatur, hac tamen lege, ut ꝟi numerus a vero deficiat ſigno — ſi autem ipſum excedat ſigno + error affingetur. 3°: Alter ſupponatur numerus, quo abſolute ut 1° utendum ē. Numeri 2° ita ꝟcribantur, ut unus ſub alio, ac error etiam ſub errore collocetur. 4°: ſi errores æquales ſunt, ſi inæquales, ſi æquales adjungantur falſi numeri, ipſorum ē medietas ē numerus quæſitus. ſi autem errores inæquales fuerint ad Regulam trium confugiendū ē, cujus 1° terminus ſit differentia inter ipſos errores, 2° differentia falſorum numerorum; ac demum 3° errorum quilibet. 5°: Numerus, qui 4° loco ad Regulam conficiendam conſcriptus ē, errori ſigno — vel affectus, ſubtrahendus autem, ſi error ſignum habuerit, atq; tunc ſumma ſive reſiduum declarabit numerum quæſitum. Notandum tamen, q.d ut differentia errorum appareat, unus ab alio ſubtrahi debet, ſed prius obſervandum, q.d ſubtractio per Algebræ Regulas atq; tentationum vi, et natura peragenda ē.

Exemplis declarantur hucuſq; dicta, et Regulæ ratio proponitur

Caſus 1°

368. Cum errores æquales ſunt numerus 62. in 3 dividendus ē, partes quarum 2ª æqualis ſit 2ª, et 3ª 6; 2ª 3ª dupla ſit 3ª + A: ergo numerus

∠or, qui ê 3e supponatur ee 5, cujus duplum erit 10, cui si A adjungantur, 14 resultabunt, qui ê numerus 2e. Nunc autem 3s 5 + 14 + 6 equalis erit numero 2s, qui ê 19; si tamen 2s, 14, 5 continuo addantur. Efficiunt 44; cum autem numerus datus sit 62: ergo error per defectum ê 18, qui quidem in eadê linea cum 5 describendus ê, ut in A. Fiatur alter numerus supponatur, qui sit 11, atq; cum ipso operationibus, ut supra peractis, error tamê per excessum exurgit 18. qui simul cum numero 11 infra alium collocetur. Quia autem excessus errores equales sunt, falsi numeri adjungantur, et summa ê 46, cujus medietas ê numerus quæsitus.

A

5 —	18
11 +	18.
46	0

Demonstio

366 Numeri 5, et 11. eque a 9o numero distant: ergo hic inter ipsos exacte mediu: ergo ipse verum ê medietas ex Arithmetica progressionis natura. Ope Algebræ hoc problema enodatur ut in B.

B

Pars ∠or sit x

2a .... 2x + 4

3a .... 3x + 6 + 4

90 x + 2x + 3x + 6 + 4

90 6 + x + 14 | − 46 = 62

90 6x = 48.

90 x = 48 / 6

90 x = 6 / 8 — *

90 2x + 4 = 20

90 3x + 6 + 4 = 34

Casus 2.us

367 Cum errores inequales sunt, atq; ambo per defectum, ita ut signo − vero notentur. in eadem questione (vide C) sit numerus 2e 7, qui a vero toto 6 aberrat. Differa autem supposito num ê 2,

errorum v° 42. Nunc Regula trium formanda: vi 42 (diffa errorum) 2: (diffa numerorum) = 48. primus error 23, qui declarat ter 5, a v° numero differt: ergo vi 3 numero 5, qui defectibus 7 adqu̅ gatur, efficient 8, numerum quæsitum; v° alitex: vi 42.. 2 = 6² v° qui additus numero 7 eundem numerū 8 producet (n 366).

C	
5 –	48
7 –	6
2.	42

Casus 3.

368 Cum errores inæquales sunt, utrumq; autē falsi numeri verum excedunt, uti signo + affecti sunt, vi in eadem aggrone 43, et 40 supponantur error 43, exit 30, 2i v° 42. Differentia supponitorū 3, atq; errorum 48. Nunc Regula trium instituat. vi 48.. 3 = 30. 5 qui a 43 ut pote 7i productus pro residuo relinquet 8, qui e numerus verus, alitex: vi 48.. 3 = 42². 2, qui etiam vi a 40 substractatus 8 facit (n 366) vide D.

D	
43 +	30
40 +	42
3	48

Casus 4

369 Cum errores sunt inæquales, ita tamen, ut numerorum unus per excessum, alter v° per defectum a numero vero deficiat, et Conseq̅ errores signo +, et – afficiuntur, vi in eadem aggrone 5, et 42 supponantur, error 5 exit – 48, error alter 42 exit + 24. Diffa supponitorum 7, atq; errorum 42 (n 202). Deinde: si 42 : 7 = 48 . 3 (n. 369) Alitex: si 42 : 7 = 24 . 4 (n 366) 3°) vide E.

E	
5 –	48
42 +	24
7	42

Caput VIII

De Potestatibus Numerorum

S Primus

370 Potestas numeri dicitur productum ipsius per se ipsum; v. per alium multiplicati: sic potestas sive potentia numeri A in se ipsum ducti est 16.

371. Radix numerica vocatur numerus, qui in se ipsum, v. in alium ductus potestate, v. potentia numericam producit; sic radix numerica 4 est 2.

372 Prima potestas, seu dignitas dicitur productio numeri per unitatem, sic 1ª potestas 2 est 2, et 1ª potestas a est a. Ita 2 multiplicatus per se ipsum est 2ª potestas, seu quadratum A, et 2ª potestas a est aa; 3ª potestas est factum A per 2ª, sic 3ª potestas 2 est 8, 3ª item potestas a est aaa. 4ª potestas est A ex productum 3ª per 1ª, et sic in infinitum ita ut potestas proxime 7or. ex ductu 4ª in ultimam oriatur. (n 285).

373. Prima potestas seu dignitas dicitur radix; 2ª quadratum: 3ª cubus. 4ª biquadratum. 5ª quadratum cubi. 6ª cubus cubi. 7ª biquadratum ex bi. 8ª quadratum cubi cubi. 9ª cubus cubi cubi.

374 Radix significatur hac nota $\sqrt{}$, cui exponens seu index potestatis, cujus radicem apponere volumus, v. inter signi lineas, v. continuus post sig

rum scribitur; ut $\sqrt[3]{A}$ v. sic $\sqrt{\sqrt{A}}$ radicem qua quadratum quater sumptum significat, $\sqrt[3]{64}$, v. $\sqrt[4]{256}$ radicem cubicam. Atq. in characteribus, v. hucusque scriptis constans potestatem denotantibus $a^1. a^2. a^3. a^4. a^5. a^6. a^7. a^8.$ volet multoties, hoc signum $\sqrt{}$ sine aliqua nota pro radice quadrata assumi; sed hucusque dicta uberio schemate continentur, ubi dignoscuntur omnium potestates, ut quae pro oculis posita haberi debeant experiemur.

a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8
1	1	1	1	1	1	1	
2	4	8	16	32	64	128	
3	9	27	81	243	729	2187	
4	16	64	256	1024	4096	16384	
5	25	125	625	3125	15625	78125	
6	36	216	1296	7776	46656	279936	
7	49	343	2401	16807	117649	823543	
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	

Tabula 1a Synthetica.

375 Potestas quædam simplices, quædam compositæ dicuntur. Simplices quidem quæ ex nullis omnino aliis concretæ sunt, sive ejusdem speciei, sive diversæ, ut a^4. a^3 & 5. Compositæ autem e contra ut $2ao^2 a^2 + a^3$

376 Vocantur etiam, aliæ potestates rationales quarum videlicet radix exacta est, atque numeris designari potest. Sic 9 cujus $\sqrt{}$. exacta est 3, qui etiam radix rationalis appellatur. Irrationales autem, seu surdæ dicuntur illæ, quarum $\sqrt{}$ est accuxata radix ut 32, solumque sic effertur: $\sqrt{}$. 32.

377. Observandum est tamen, quod numeri sit impares, ut 3, 5, 7, $\sqrt{}$ non sunt ex potestates, quia $\sqrt{}$ oriuntur ex alicujus multiplicatione, sunt vocatæ dicæ. Nota 2°, quod ex unitate, et primo impari fit 1ū quadratum; ex hoc, et 2° impari fit 2ū quadratum; unde quadrata ascendentia differunt in imparibus ascendentibus. Sic quadratum 2 differt a quadrato 1 in impari 3, et quadratum 16 a quadrato 7 in 3° impari, nempe 7.

Theorema 1.

378. Numerus, cujus 1ª cyphra ad legentis dextram fuerit 2. 3. 7, 8 est quadratum vel radicum, seu irrationale (n 374).

Demonstr.

379. Quadratum oritur ex multiplicatione ra

dicis per se metipsam: ergo ad dextram necessario habebitur digitus unis ipsum ductus, sed digitorum nullus producit 2, 37, ut experientia notum est: ergo Fr (vide vab 1a)

Theorema 2

380 Si cujuscuis potestatis numerus plures ni habeat cyphras, quam exponens unitates, ejus radix unica tantum cyphra gaudebit. Si autem ni plures habuerit cyphras, quam duplum exponentis unitates habet, radix ejus, dyadem efficitura cyphras. Quod si numerus plures habuerit cyphras, quam duplum exponentis continet unitates, tunc radix tot nobis gaudebit, quot sunt cyphræ in numero potestatis supra duplam exponentis potestatis. Sic quadratum duabus cyphris constat, ut 81, quia ejus exponens est 2, unica tantum nota in radice potest stare, nempe 9. Si quadratum 4 cyphras includerit ejus radix duas habebit notas. Si autem cubus tribus tantum constet cyphris, quia ejus index est 3, unica tantum notam in radice habebit, ut 125, cujus radix est 5.

384. Demonstratio patet ex ipsa potestatum efformatione.

Theorema 3

382 Si quadrato cuilibet duplum suæ radicis cum unitate adjungatur, summa est quadratum proxime superius: Si 4 + duplo 2, qui est radix ejus, simul cum unitate, efficiet 9, quadratum proxime sequens.

Theorema 4

383. Si quadrato cuilibet duplum suæ radicis auferatur

reliquum unitate addita, erit quadratum proxime inferius. Vt 9-6, qui est duplum radicis =3-2=1, quadratum proxime inferius.

Theorema 5

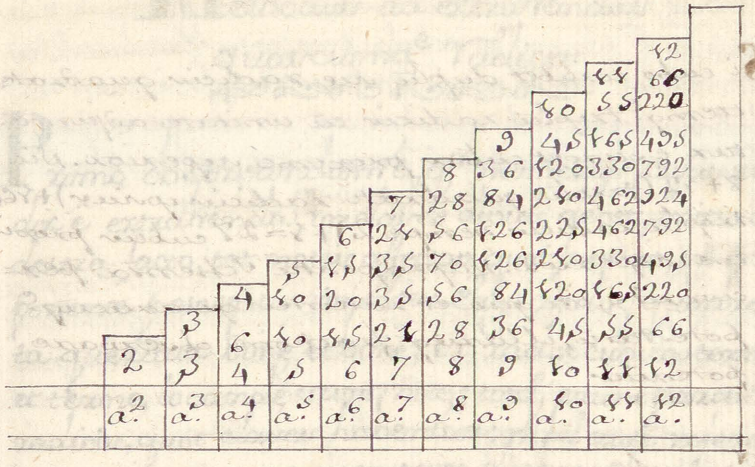
384 Quadratum quodlibet tot in imparibus gaudet numeris, qui reliquet in progressione Arithmetica ab unitate incipiente continuatur, quot radix eius unitates habet. Progressio numerorum imparium est 1, 3, 5, 7, 9 &c. Ergo quia 2 radix quadrati 4 duas habet unitates, quadratum 4 ex duobus primis imparibus constat videlicet, et 3, et ita de reliquis, ut perpendenti patebit.

Theorema 6

385 Quadrata habent inter se rationem duplicatam radicum; hoc est, si radices sunt in dupla, ut 2, et 4; quadrata 4, et 16 sunt in quadruplo pro portione. Pro quo observatum est, quod ratio duplicatur, cum exponens in se ipsum ducitur; triplicatur, cum exponentis quadratum per exponentem ipsum multiplicatur (n 277, 278).

Theorema 7

386 Cubi sunt inter se in ratione triplicata radicum; hoc est, si radices sunt in dupla, ut 2, et 4; cubi sunt in octupla ut 8, et 64 (n 277, 278) ita cubiculum, cuius latus sit 2, est ad aliud, cuius latus sit 4, ut 4 ad 16. Et corpus solidum cubicum cuius latus sit 4 proquaduor dimensione exit ad aliud cuius latus sit 2, ut 64 ad 8.



										11	12
									10	55	66
								9	45	165	220
							8	36	120	330	495
						7	28	84	210	462	792
					6	21	56	126	252	462	792
				5	15	35	70	126	210	330	495
			4	10	20	35	56	84	120	165	220
		3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	a^{10}	a^{11}	a^{12}

2	a^1		b^1	
			b^2	

3	a^2		b^1	
3	a^1		b^2	
			b^3	

4	a^3		b^1	
6	a^2		b^2	
4	a^1		b^3	
			b^4	

5	a^4		b^1	
10	a^3		b^2	
10	a^2		b^3	
5	a^1		b^4	
			b^5	

6	a^5		b^1	
15	a^4		b^2	
20	a^3		b^3	
15	a^2		b^4	
6	a^1		b^5	
			b^6	

Si cubo cuilibet deplū vię radicis quadratę, itemq; triplū radicis cū unitate adjuncta-tus excedet cubum proxime superiorem. Sic 8+12 (tripli quadrati radicis ipsius)+6 (tripli radicis nempe 2)+1=27 cubum proxime superiorem. Superaponātur schema per-currātę, in quo et radicum quarūcunq; potestatū, illarumq; fractionū observare potestis.

Ex numero dato radicē quadratā extrahere nihil aliud ē, quā numerū invenire, qui in se ipsū ductus numerū datū producit.

Ex numero dato radicē cubicā extrahere, ē quaerere numerū, qui in suū quadratē ductus numerū datū producit. Atq; ideē de ceteris potestatis attenta earū genesi dicendū.

Radix tā quadrata quā cubica, aut alte-rius dignitatis superiorius, alia ē simplex, quę unica constat nota, seu cyphra; alia composita, quę pluribus, et hęc dicitur bi-nomia si duabus, trinomia si tribus, multinomia si ex pluribus aliis ptibus constet.

Methodus ad extrahendas quascunq; radices

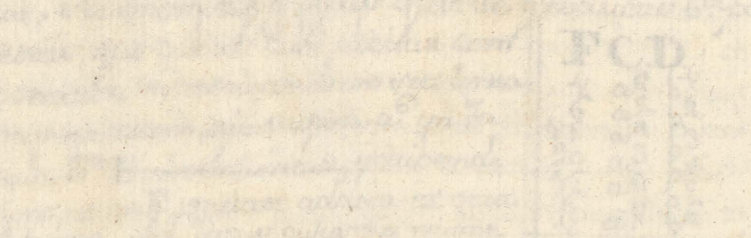
391 Prima observandum est, quod numerus, cujus radix est extrahenda, in classes dividi debet, initio a dextra facto, tot notis affectas, quot fuerint, in quas ponente potestatis unitatem. Exempl. radix quadrata quæritur binæ, et binæ; vel radix cubica ternæ, et ternæ, locandæ sunt puncta; totq; exurgunt partes radicis, quot classes habentur; nihil autem refert, sive una sive duabus classibus ultima constet nota, sive duabus classibus ultima. Deinde operatio a nota, vel notis classis ulterioris incipiatur. Sit ut 2a radicis nota extrahatur tabula quædam efformanda est, de qua postea quam aliam præmittamus, exemplo erit.

392 Quæritur 1o. Progressio Arithmetica notatis instituenda est ad lineam horizontalem, facto initio a minimo 2, atq; hinc altera progressio instituatur ad alterius diagonalem efformandam, ut in schemate, seu tabula 2a. B conspicitur. Porro 2o. ceteri invenientur numeri hac modo: si infra quilibet numerus proximè superiori adjungatur eorum summa exit numerus ipsi collateralis. Exempl. 2o loco super 3. veni., et interium 3 habetur, quorum summa ad illorum latus supra A scripta 3ã efformat columnam. Similiter ad 4ã columnam efficiendam aggregatum ex A, et 6 scilicet 10 ad latus numeri 6; ulterius summa 6, et A nempe 10 ad latus ipsius A collocandæ sunt. Atq; hac lege, et methodo reliquæ conficiendæ sunt columnæ, hujus

tabulę, quam synthetica analitica appellare pla cuit, eo q.d plana, et solida potestates producentia contineat, ut ex superq. ipsarum dignitatum re so lutioni deservire plurimum; si nempe ex ipsa ta bula cuilibet potestati peculiares, ejusq. in adscri bantur, quarq. tabulas 3as D exhibet.

393. Tabula 3a plures particulares tabulas complec titur, quarum unaquęq. singularium potestatū propria e; tabellarum autem quelibet 5 columnas Coherent in quarum 1a synthetici numeri cuius libet potestatis proprii ex tabula 2a collocantur. In 2a autem columna exibuntur caracteres, ii ve numeri potestatis a, quę proximū incrementum seu radicis nota designat. Reducti caracteres ad latus numerorum 1ę columnę collocandi sunt ita tamen ut altioris potestatis numeros (cuius q. exponens exponentem potestatis, cui tabula desti vit, in unitate attinget) superiori loco sit apponen dus. Columna 3a vacua remaneat. In 4a 5a caracteres b, ejusq. potestates ad illam usq. quam ha bet exponens potestatis, cuius tabula efformatur, convertendus e. Postremo tandem columna va cua remaneat. Quo fit ut quota sint, plana, et solida cuius libet potestatis; simulq. ordo, quem servant inter se per hanc tabulam innotes cat. Sic enim exp.g, quot ve producatur 6a po testas, quę cubus cubi, dicitur, com portatis, investigandum sit; linea numerorum, qui supra a. in 7a bula 2a B inveniuntur, scribendi sunt, ut in F, unitate addita ex vna q.e parte. Ad latus, cuius vis nume

F	C	D
1	a6	b1
6	a5	b2
15	a4	b3
20	a3	b4
15	a2	b5
6	a1	b6
1	a0	b7


F C D

ipsius attenta Genesi, exchatur; cumq; factum, veluti tostq; exurgat, quę cum numero, cujus quęsita ē radix, cōincidat; operatio rite facta concludituꝛ. Si autem radix inventa accurata nō fuerit, q; exit Residuum eformate, per radicem potestati adjungē dum ē, ut tandem numerus proposito conveniat.

Ao 9. Observandum tamen ē, quod Residuum excēre nunquam debet plana, solida, seu producta, quę duę vel plures columnę in Analitica tabula potestati cuili vel peculiari perscripsere. Ideo quia tabula Analitica quadrati propria id in primis duabus columnis habet, q; numerus vel exibet, Residuum post radicem inventam, duplum ipsius radicis cum unitate excedere nō debet; Residuum post radicem cubicam inventam, triplum quadrati radicis, nō superq; triplum ipsius radicis, cum unitate excedere nō debet. Residuum post radicem bi quadratam inventam, quadruplum cubi, vel sextuplum quadrati, et universe ex quadruplum ipsius radicis inventę, nō debet excedere.

Num vel	
2	a vel

Num 2s	
3	a2
3	a vel

Num 3s	
4	a3
6	a2
4	a vel

Scholium 6

Ao 10. Quod si ubi radix accurata inveniꝛi nō fuerit, ab ejus approximatione supersedere libeat; tunc post inventam radicem Residuum fractionis instar scribatur, ejusq; ipse numeratoꝛ sit; denominatoꝛ vero sit summa coalescens ex productis duarum priorum columnarum, quas tabulę potestati illi, cujus radix quęritur, respondent, exhibeat. Erso pro radicis quadratę Residuo denominatoꝛ sit ipsius radicis duplum cum unitate. At pro Resi

duo cubica radicis triplum inventæ radicis, insuper & quadrati radicis triplum cum unitate denominatos assurget. Pro cæteris hæc Methodus aliud difficilius occurret.

Caput Ultimum

De Radicum, ac Potestatum Numerorum Usu.

Problema 1

444. Medium Geometricum inter duos numeros datos invenire.

Resolutio

442 Dati numeri in invicem ducantur, atque fiat radix quadrata erit numerus quæsitus. vide A.

A
6. 48. 24
6
324
18 = 48

Demonstratio

443. Ex propositione Geometricâ natura constat (n 222).

Problema 2

444 Inter duos datos numeros quotlibet media proportionales invenire.

Corolarium 1

A21 Ergo in omnibus numeris quadratis primus radicum casus per unitatem tantum fieri potest.

Scholium 1

A22 Si autem quilibet numerus A2 est quadratus, ejus radix semper duplex erit, vel unitas, vel major (in A16) hanc autem semper reperiri, si numerus quadratus per unitatem auctus, vel ab ea diminutus, rursus quadratum relinquat, ostendimus.

Corolarium 2

A23 Ergo si unicuique numero quadrato duo numeri quadrati quorum summa vel numerus quadratus, vel regula trium obs. haud difficulter investigatur (per A21).

Problema 5

A24 Scalae occupandae numerus quilibet datus unitatum ad A6 palmos venerunt; area quam scalae cingit 42 palmos habere ut latera scalae? Invenitur? ita debeat ee. scalarum longitudo, ut ex eius quadrato numerus 42 palmis a numero 42 maiorem, vel numerum eidem parem scalarum summa relinquat.

scilicet, et 16 erunt equales 25, patenter, et inventi equales erunt numero 12. Quod autē hi numeri quadrati sint, inde patet, quod eorum quilibet sit duo quadratiue numeri proportionales.

Corolarium 1

424. Ergo si inventi numeri quadrati proportionales sunt, antea cognitis paxitex, et ipsorum radicem; adeoq; per Regulam trium facile inveniēt.

Scholium 2

422 Si autem numerus 12 expō in quatuor quadratos dividendus sit in duos, ut supra (n 420) factum divisatur, parca 9 inventorum quilibet in duos alios dividendus eadem methodo.

Corolarium 2

423 Ergo si inveniendi erunt duo numeri quadrati, quorum summa sit numerus quadratus, id Regulę trium ope, haud difficulter investigatur (n 421).

Problema 5

424 Scalis occupandus ę numerus, cuius fastigium ad 18 palmos pertinet; sed quem forsan circuit 12 palmos habens in latitudine: quaeritur, quanta debeat ee scalarum longitudo, ut si una earum pars 12 palmis a muro remoueatur, mq numi culmen pars scalarum summa exacte

contingat? Resolutio

125 Palmi autem 18, mensi videlicet altitudo ad quadratum evehatur, atq; hoc erit 230 A: Tunc erunt 12 palmi, forsq; videlicet latitudo in quadratum conveniant, illudq; erit 144. Quæ ex duorum quadratorum summa AA 2/3 V extrahatur hęc palmi videlicet 15, atq; alterius palmi fere dimidium longitudinem scalarium declarabunt. Demonstratio ex 9am 2i hauriendæ est.

Problema 6

126 Sit in cubiculo fenestra quadrata, cujus quod libet latus 4 palmis constet; at eo amplior efficienda est, ut geminata lux per eam in cubiculo immittatur; fenestra tamen figura quadrata retinente. Quæritur quoti palmi cuilibet ipsius lateri erunt adscribendi?

Resolutio

127 Palmi, quos videlicet unumquodq; fenestræ latus contineat, ad quadratum evehatur, atq; hoc erit 16, quæ summa duplicitur, eoq; duplum etiam lucis per fenestram intrabit quam est: quæ ex summa 32 V 1/2 extrahatur; hęc palmi videlicet 5, etcia ctis 2/3 quot palmos pro latere quolibet habitura sit fenestra, indicabunt.

Problema 7.

128 Est alia fenestra para le lozrama 6 palmi

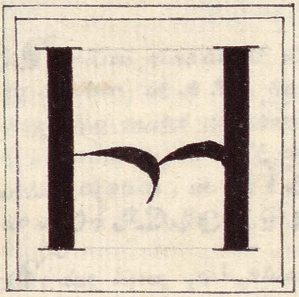
in profunditate, A ℔ in latitudine constans; ved tamen altera efficienda ē, per quam ge mina lux irradiatur, atq; irrupet ejus alte ra eandem rationem, quæ ē inter ver, et A ver vare debent.

Resolutio

438. Palmi 6, altitudinis, A item latitudinis adqua drata evehantur; exit q̃ vū quadratum 36. 2ū ℔ 16, quia tamen duplicata lux per ipsam in cubiculum diffundenda ē, quod licet quadra tum geminetur, et producti vi exit 72, 2i ℔. 32. Nunc radices quadratæ, ex summis eorum ex trahantur, atq; q̃ radix numeri 72 videlicet 8 palmi cum $\frac{8}{72}$ circiter longitudinem radix au
441. tem numeri 32, palmi nempe 5 cum $\frac{44}{57}$ fenes træ, latitudinem declarabunt.

ELEMENTA GEOMETRICÆ

PRÆFATIO



ELEMENTA
GEOMETRIÆ
PRÆMISSO

CAPUT PRIMUM.

De Lineis, et earū Angulis

Definitiones

Linea xpuncta dicitur esse, quæ ab æquali puncti motu describitur. Sic si B v.g. ab A in D moveatur, spacium inter puncta dicetur linea (fig. 1ª).

Si punctū directionē nō mutat, linea hoc motu descripta recta dicitur; ut A D (fig. 1ª) Curva autē appellatur, si punctū perpetuo mutet directionē, ut C D (fig. 2ª) Curvarū autē alia est circularis, ut C F (fig. 2ª) Alia ovalis, ut G D (fig. 3ª) Alia elliptica, ut A I D (eadē fig.ª) Alia derivatæ, ut parabolis, ut L H F D G C E I (fig. 4ª)

Si duæ lineæ, quæ plurimū æqualiter à se mutuo distant, neq; in infinitū protractæ nūquā cōcurrāt, aut dō se se mutuo nō intersecāt, dicuntur parallelæ, ut A D, et C D (fig. 5ª).

Si duæ lineæ in eodē puncto cōcurrāt, de cætero autē distractæ, et divergentes, angulū efficere dicuntur; atq; earū inclinatio angulus vocatur; ut D A D (fig. 6ª). Punctū in quo lineæ cōcurrūt, vertex anguli appellatur, ut A (eadē fig.ª)

Scholium:

1. Angulus, quia unica littera A, qua confusionis vitandæ gratia cæteris angulis, tribus litteris D A D enunciatur; ita ut vertex describatur medio ponatur loco (eadē fig.ª)

2. Anguli, qui sibi æquales, ut D A D (fig. 6ª), ubi nempe ea

duabus rectis fiat; si ex duabus curvis, curvilineis, ut L M N (fig. 7.) Si denique ex recta, et curva, mixtilineis nuncupatur, ut O P Q. (fig. 8.)

Scholium:

13. Anguli quatuor, seu magnitudo, in ea loquimur linearis ipsa conclusarum, s. ea exacte distracte minuti debet: a quo circuli quoque facilime concipitur.

14. Angulus quilibet, vel est rectus, vel obtusus, vel acutus. Rectus est, qui alteri est pari alterni habet equales, sibi vicini latus producuntur, ut D C A. (fig. 9.) Obtusus angulus est ille, qui maior est recto, ut B D C, (fig. 10.) Acutus vel qui minor est recto, ut C C D (eadem fig.)

Corolarium:

15. Anguli recti ubique sunt inter se equales: obtusorum autem, vel acutorum alteruter maiores, vel minores esse possunt.

16. Linea A C (fig. 10.) alteri D D ita insistens, ut anguli vicini sint inter se equales, sive recti, perpendicularis, sive normalis dicitur. Linea vel C C ita insistens alteri D D, ut inequales angulos efficiat, obliqua nuncupatur.

17. Anguli, qui unum latus communem habent, dici solent deinceps positi, ut A C D, A C C (fig. 11); verticales vel, qui ex productae lineari post occursum fiunt, verticeq. communem habent, ut A C D, C C D (eadem fig.)

Theorema I um

18. Recta quaelibet in rectam cadens, vel duos angulos efficit rectos, vel duobus rectis equales. Etenim recta insistat perpendiculariter, ut A C (fig. 10.) vel obliqué, ut C C. In primo casu patet (ex n. 14.) angulos A C D, et A C D rectos esse: in casu alt. anguli duo D C C, et C C D simul sumpti duobus angulis A C D, et A C D equales sunt, hoc est, duobus rectis.

Corolarium:

19. Producta linea A C in D (fig. 11.) simili ratione patet, angulos D C B C C D, duobus rectis equales esse: sicut et A C D, A C C: ac proinde duae rectae se invicem secantes efficiunt angulos quatuor rectis equales. Etenim a centro C describatur circulus A D B C; manifestum angulos quatuor exit integram circuli circumferentiam, hoc est 360, vel partem ipsius circuli quilibet distribuitur. Igitur angulus rectus est 4a circumferentiae pars, nempe 90.

Corolarium:

20. Quod si plures rectae, quot una eidem rectae ad idem punctum insistat

anguli per eas effecti simul duobus rectis æquales sunt (fig. 30)

Corollarium:

21. Omnes anguli circa idē punctū constituti, ut fig. 31) quatuor rectis æquales sunt.

Theorēa. 2 um

22. Anguli adversitice oppositi sūt æquales; ut COA, BXD (fig. 32) Demōstratur: COA+AVD = duobus rectis (n. 18) et AVD+D X B = duobus rectis (n. 18) adeoq. COA+AVD = AVD+D X B. exqo COA = BXD. q. e. d.

†. Anguli ad vertice oppositi sūt æquales; ut COA, BXD (fig. 32) Demōstratio COA+A VD = duobus rectis (ex num°. 18) et A VD, BD X B = duobus rectis (n° 18) adeoq. COA+A VD = A VD+D X B (eadē Arithmetica)) 3° COA = BXD. q. e. d. †.

Theorema 3 um

23. Si lineæ NL, Mi paralelæ fuerint, atq. inter eas recta quæli bet BO secaverit (figa 33) anguli B, qui extremus dicitur æqualis ē angulo F, qui intermus, et ad eadē plagam oppositus vocatur: in q.s. Similiter de ānguli A, et C dicendū ē. Demōstratur: cū lineæ paralelæ (ex n.° 2) eodē inter se spacio distēt interstitio, evidens ē, eandē posse trahi paralelæ NL, Mi inclinationē ad rectā BO: 3° ānguli B ānguli F, et ānguli A angulo C æqualis ē. q. e. d.

Theorema 4 um

24. Anguli C, D, vl. F, C, qui dicūtur alterni sūt inter se æquales (eadē fig.a 33). Demōstratur: Angulus B æqualis ē angō C sibi adversicē oppositō (n. 22); sed idē ānguli B æqualis ē angō F (n. 23): 3° ānguli C æqualis ē ānglo F alterno.

Theorema 5 um

25. Anguli intermi, et ad eadē plagā positi, ut D, F, vl. C, C (eadē fig.a) æquales sūt duobus rectis. Demōstratur: Anguli C, et F sūt inter se æquales (n.° 24); sed ānguli C, et D sūt duobus rectis æquales (n. 18): 3° ānguli D, F sūt æquales duobus rectis.

Corolarium:

26. Proportiones cōverse locū habēt in num.o 23, 24, 25; idcoq. sicut ex paralelismi nat.a supra ponit in ăgulis proprietates enarrātur; ita ex ăgulorū proprietatibus paralelas ēe lineas, comperiri est. ⟨1⟩

Corolarium

27. Si duę rectę paralelę fuerint eidē rectę, etiā inter se paralelę erūt.

CAPUT SECUNDUM.

De Superficiebus, Triangulis scilicet quadrilateris, Penthagonis, Hexagonis, et reliquis Poligonis.

Definitio.

28. Figura ē spacium undiq. inclusum. Unde neq. anguli, nec lineę sūt figurę.

29. Figurę alię planę sūt, alię solidę. S.a De his postea. Planę sūt illę, q.a lineis in superficie exactis cōtinētur. Quę lineę si rectę sint, fig.a vocatur rectilinea; si curvę, curvilinea; si vero partim rectę, partim curvę, mixtilinea fig.a nūcūpatur.

30. Lineę illę, quibus fig.a terminatur, simul sūptę, dicūtur ipsius circūf.a rectia, circuitus, vel perimeter; unde fig.a, q.a equales habēt ābitus, eodem nomine Isoperimeter nominātur.

31. Inter rectilineas fig.as maxime simplex ē triāgulū; quippe

trib⁹ totū lineis totidē ⁊gulos ⁊plicibus cōtinetur (fig.ª 44)

32. Triangulū, ꝙ 2um ang.o diuiditur, ꝙ 2um latera, sc̄ 2um angulos, ꝙ habet ynū ex his rectū, et dicitur rectangulū, ut ABC (fig.ª 45) ꝙ ynū habet obtusū, et vocatur obliquangulum, ut DEF (fig.ª 45) ꝙ 3es ⁊gos acutos habet, et oxigonium appellatur, ut GHI, ꝙ MIK. (fig.ª 46, et 47.)

33. Ia sc̄ 2um latera diuidatur triāguli, et tria latera ⁊gualia habeat, vocatur ⁊gulatera, ut GHI (fig.ª 46) si duo tm̄ latera ⁊gualia habeat, dicitur Isosceles, ut KMI (figura 47) si ꝙ 3o tria latera habeat inæqualia, Scalenium nominatur, ut EGF (fig.ª 45)

34. Si duo triāguli latera sumātur appellari possūt cuneus, et tūc 3um dicitur basis. Quodlibet autē latus pro basi sumi potest. In triāg.o tamē rectāg.o, ꝙ ombliquonio maximū latus, q. scilicet ang.o recto, aut obtuso opponitur, ut BC (fig.ª 45), et ED (fig.ª 45) appellari solet basis hypothenusa; vbiaqz dr̄ de triāg.o rectāg.o, in qō etiā latera reliqua Cathe ti cōsueuerūt appellari. In triang.o ⁊quicruro, ꝙ Isosceles, inæquale basi dicitur.

35. Triāguli altitudo ex linea FH, q. ab vno angulorū in oppositū latus cadere ED repetenda (fig.ª 45). Quod si angulus E, (ut in fig.ª 45) extra basim jaceret, hæc prolongāda erit, ut in FH.

Theorema 1um

36. Tres ⁊guli triāguli ⁊gualer sunt duobus rectis, sive 180°. Demōstratur: Ex tres apices triāguli CBA (fig.ª 45) circulus ducatur BACO. q. qō tres ⁊guli toti circulo inscripti: qō mē cuneus cōtinēs (ex mōdicēdis) ē semi circulus, ꝙ 180°.

37. Secūdo: sit triāgulū MKL (fig.ª 47) ducatur q. linea CF ꝓxalela lateri KL, cextū ē angulus C, qui ꝓsacēter ang.o M, simulq. cū illo sūptus, duobus rectis ⁊gualer ēē. (nr. 20); sed ⁊gulus C ē ⁊gualis ⁊gō K, et ⁊gulus qui deinde ē ang.o L, cū sint altexni (nr. 24): qō MKL ꝓcti duobus rectis ⁊gualer sunt.

Corolarium:

38. Tres anguli simul sumpti cuiuuis trianguli equales sunt tribus angulis simul sumptis cuiusq; alterius. Nam ubiq; possunt duobus rectis.

Corolarii.

39. Ergo in nullo triangulo possunt esse duo anguli recti, vel duo obtusi, quia hi vel equarent, vel excederent 180°. Nullaque tertio ang° resinqueretur valor.

Theorema 2um

40. Producto uno trianguli latere, ut KL (fig. 37) trianguli MKL angulus externus inequalis est duobus angulis oppositis M, et K. Demonstratur: angulus L internus, et I externus duobus rectis equales sunt (n. 38) sed angulus L simul cum angulo M, et K internis equales sunt duobus rectis (n. 36): ergo angulus I externus duobus M, et K internis equalis est.

Theorema 3um

41. In oi triang° angulus maior est, qui maiori ~~latere~~ lateri opponitur, et vicissim. Nam in mixtum A (fig. 39), qui opponitur maiori lateri DC maior est, quam angulus D, vel C. etenim cui angulo magnitudo a lineariis, quibus coprehenditur, distant° dependeat; cum eo magis distrahantur lineæ, quo magis latus intercipiunt; planum est angulum A maiori lateri oppositum; alioqui alterutro maiore esse, et vicissim.

Corolarii.

42. Perpendicularis HG (fig. 40) e brevissima totum lineam, quæ ex puncto H ad rectam FI duci possunt. Cum enim angulus G rectus sit (ex n°. 36) necesse est, angulum HFG esse acutum (ex n°. 39): ergo HFG minor est, quam quælibet linea HF (ex num°. 41).

Corolarium.

43. Ergo ex puncto uno ad rectam una tantum perpendicularis duci potest (ex n°. 42.

Theorema 4um

44. In oi triang° duo quælibet latera, tertio sunt maiora. De-

mõstratur: Linea recta brevissª oũm lineaꝝ, qª ex uno pũcto ad alª duci possũt (ex nº 7, et 8) est unã tãtũ triãguli latus ab uno puncto ad aliud recte ducitur, ut D in A (fig.ª 24) F in C (fig.ª 25) duo vº reliqua à recto tramite deflectunt, ut perveniãt in A, vl in C: qõ in uno triangº duo quælibet latera tertio sũt maiora.

Definitio:

Δ5. Quadrãgulare, vel quadrilaterũ ẽ fig.ª quatuor lateribus, et angulis terminata; genesis eius motu uniformi uniũ lateris supra aliud intelligitur, ut si I L in K M moveretur, vel I K in L M (fig.ª 28). Item si triangulũ, ut F D C, (fig.ª 29) duplicetur.

Δ6. Si quadrãguli latera æqualia sũt, et parallela, et ãguli recti, ut E F C D (fig.ª 27) quadratu dicitur. Si latera æqualia sint, et anguli recti, oblongũ, et rectãgulũ dicitur, ut I K. L M (fig.ª 28) si anguli sint obliqui, et latera æqualia, et parallela, appellatur Rombus, ut D F I K (fig.ª 20) si anguli sint obliqui, atq; latera inæqualia, s. q.ª opposita parallela sũt, vocatur Romboyder, ut A C D B (fig.ª 24) Generaliter quæ dicta ẽa parallelo grammata nominãtur. Si duo tãtũ latera parallela sint, ut T V K L (fig.ª 22) dicitur trapezium, si autẽ nullũ latus parallelũ habuerit, ut C D F (fig.ª 23) trapezoides appellatur.

Scholium.

Δ7. Parallelogrammũ notatur literis quatuor de quatuor angis oppositis, ut E F C D (fig.ª 27). Intexdũ autẽ cõpendii causa ꝑ literis duabus de diametrũ oppositis, ut C D (eodẽ fig.ª). Diameter vº, vel linea Diagonalis ẽ ea, qª ab uno angº quadrilateri ad oppositũ ducta ẽ, ut K L. C (fig.ª 28.)

Corollaria.

Δ8. Ex 10o triãgulũ ẽ semi parallelogrammum, ut patet in K L M I C (fig.ª 28) qõ parallelogrammũ dividitur diagonali in duo triãgula ut L I K, et L M K (fig.ª 28) Quod si per axiptũ in diagonali L K (fig.ª 28) pũcta S, ducãtur lineæ lineæ rectæ E F, F H lateribus parallelæ totũ parallelogrammũ in quatuor dividitur, quorũ duo E S, F H dicuntur parallelogramma; duo vº reliqua I S, S M, cõplemẽta vocãtur.

Theorema 5um

Δ9. Parallelogrammorũ opposita latera sunt æqualia, triangulus uti,

et paxtes per diametrū factę. Demōstratur: Iuoniā İK, et ŁM (fig.ª 48) sūt paxalelę, in eaṛ incidit recta ŁK, q.ª ē diameter paxalelo gxami İŁMK, exūt āguli alterni İŁK, et KŁM equales (n. 24) item equalex exūt ang.ª alterni İŁK, et ŁKM; gō totus āgulus İŁM ang.º totī İKM equalis exit. Eodē modo ostēdā ang.ª İ, et M equales ēe.

50. Jā v.º triāg.ª ŁİK, ŁMK omnā latera K Ł comunē habent, et ang.º ītī latexi ādjacētes equales exūt, etiā latexa İŁ, ipsi KM, et İK, ipsi ŁM equalia; gō et ipsa triang.ª equalia exūt.

51. Cōplementa etiā İS, et SM sunt intex se equalia. Nā duo triang.ª maioxa ŁİK, et Ł F İK sūt equalia (n.º 50) ex hūx igitur si subducātur equalia triang.ª ŁSH, İSF, et KSE, KSG xeridua spatia equalia exūnt.

Definitio.

52. Figurę xeliquę, quibus pluxa, quā Δ.ª Latexa sūt, Polygona vocātur, et in specie Pentagona si quing.; Exagona, si sex.; Heptagona, si septē latexa habeāt &c.

53. Si oīa latexa et oēs anguli equales intex se sunt, ut ABCD et F (fig.ª 25) fig.ª xegularis, v.l ordinata dicitur; si autē anguli intex se, et latexa inequalia sūt, ut G et İKŁ (fig.ª 25) fig.ª inxegularis, v.l inordinata vocatur.

Theorema 6tum.

54. Oē Poligon duōbi plures int tot triang.ª quot latexa habet. Si enim intxa Heptagon, sc CDEFG et (fig.ª 26) sumatur punctū A, ex quo ducipiātur linex ad omnigxdg. āgulā ductę AD, AE, AC, AB, fig.ª evidenx ē, tot fore triang.ª quot sūt latexa in Poligono.

Corolaria.

55. Oēs simul āguli ad unū punctū fig.ª xectilinex xegularis bis adequāt tot ang.ª xectos, dempt. 4, quot sūt latexa fig.ª Demōstratur: ex punto A (ad quē fig.) ducātur ad oēs illius ang.ª xectę linex AD, AE &c. fig.ª ipsā xectē in tot triang.ª quot latexa habēt: quoniā gō singulorum triāgulorū ang.ª equales sūt duobus xectis (n. 36) oēs simul ang.ª equabunt bis tot xectos, quot sūt latexa Poligoni; sed ang.ª circa punctū A cōstituti equales sūt 4.or xectis (n. 24); gō.

CAPUT. III.

De Circulo, atq; de linearum respectu Circuli positione, nec non de valore Angulorum.

Definitio.

Linea aũ curba aũ notis q̃ hodie, et vtilior. ẽ circulus (18ª 27) q̃t ḡo dicatur fig. q̃ solarra vnica linea curba, q̃ perimeter, periferia, seu circũferẽtia dicitur, ꝯprehẽsa, ut ꝟo ꝟ OM, ad quã ꝺi, recte, linee ā ꝑncto medio A, q̃ cẽtrũ vocatur, ducte, q̃ales sũt inter se, et radij ꝯpellãtur, ut A ꝟo, A ꝟo, generatur circulus si linea recta A ꝟo circa ꝑncta fixũ A rotatur.

Corolarium.

Ergo nulla pars periphẽrie cũ alt. in directũ jacet; recur vna pũs magis distabit à cẽtro. Ergo linea extrinsecus tãgens circulũ, in vnico puncto debet illũ tãgere, et si ꝓducatur extra circulũ secare debet.

Scholium.

Periphẽria cuiuslibet circuli, cũ magni, quã parui in 360 partes dividitur, q. gradus apelãtur, et intra se q̃ales cẽ debẽt. Ideo numꝰ hic 360 electus ẽ, q. per pluries num. ꝺ acuxate divisibilis, ut per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 &c. Quilibet gradus in 60 minuta 1ª. minutũ quod libet in 60 2ª. ꝛubdividitur. 3ª gradus designãtur per (o); quẽ ꝺmodu secũꝺ: minuta 1ª et pedes per (I): minuta 2ª et digiti per (II) ex. g. 3° 25' 17'' denotat 3 gradus, 25 minuta, 17 secunda;

3°. 2, 3, trez dedpedar, 2. peder, et 3 digitu.

Corolarium.

59. Exgo semi cirtu exetria in 180°, et quadras circuli in 90 diuiditur.

60. Diametex circuli e linea recta per centu ducta, et circulu diuidens, ut AD, vel BCC (cadē fig.ª)

61. Semi circulus e fig.ª sub diametro, et semi circu exetria cōprehensa, ut ACD (cadē fig.ª

62. Chorda e quevis recta intra circulu ducta, et ad peripheriam exia utring terminata: ut DE, vel BD (fig.ª 28)

63. Axis e, pars circu exentes a chorda subtensa, ut DFD (fig.ª 28)

64. Tangens dicitur linea, q.ª comune punctu habet in circu ex.ª, et licet producatur, circulu non secat, ut FL (28) q.ª in puncto F circa u tangit.

65. Secans alicuius axis dicitur recta illa a centro per alterū ipsius axis extremū producta, et ad tangētē terminata, ut linea BT (fig.ª 28) e secans axis CD vel anguli CAT: sicut etiā linea AT secans axis DF, vel anguli DAF.

66. Sinus e recta quedā circulo inscripta, et ad axū alīqē recta, & dicta, q.ª sinuum exhibitatis, quedā mensura est.

67. Semis rectus alicuius axis e dimidia linea ad duplū ipsius axis subtensa, ut DI (fig.ª 28) e sinus rectus axis DC, q.ª e semissis linea DK, q.ª ad axū ipsi DK subtenditur, qui duplus e ad DC.

68. Sinus versus e pars illa axis inter sinū rectū, et peripheriam cōprehensa, ut IC (fig.ª 28)

69. Linea DG, dicitur sinus complementi axis DC, q.ª axus DF e complementi axis DC ad quadrātē; nam CD F quadrans est.

72. Angulus in segmēto ē ille, qui duabus rectis cōtinetur, q. d. ꝙ finibus chordę ad aliquod axium punctū ducūtur: ut angulus ☞ A C in segmēto ☞ A. C (eadē ☞ fig.ª) his angulus etiā dicitur angulus ad circūferentiam.

73. Angulus inscriptus cētro, vel circūferentię ē ille, qui duabus rectis cōtinetur, q. d. ab extremitatibus axium ad cētrū duculi, vel ad aliq. omnitę circūferentię punctum ducūtur: talis ē in cētro angulus ☞ D C (☞ fig.ª 29) inscriptus axium ☞ D C L; angulus vero ☞ A C ꝓximitatis inscriptus.

74 Sector circuli ē fig.ª sub duobus radiis, et axu eo inter ea rabico inscriptus cōtenta: talis ē ☞ D C sub radiis D ☞, D C, et sub axu ☞ L C cōprehēsa (fig. 29) sub vel duobus lineis circularibus, cōvexa una alia cōcava cōprehēditur, ut T K, et T R K (fig.ª 28) sub lunula vocatur. Annulus autē dicitur spatiū inter duos circulos cōcentricos contentus, ut ☞, ☞, N, O (fig.ª 27)

Theorema.

75. Ducta recta D ☞ ab circūferētia vel axu. examinata, q. chorda dicitur, recta A F ex cētro circuli ad chordā perpēdiculata vocatur dupla, eam dē secat in duas ꝑtes equales (fig. 28) Demōstratur. cū recta A F è cētro ducatur, punctū equaliter distat ab extremis punctis chordę (ex nō 56) Rectę recta A F sit ad chordā perpēdicularis, triangula alia, acta equalē habēt ab vtrāque extremis distantiā (ex. 50) quare punctū equaliter etiā distat à punctis D ☞.

Corolarium.

76. Quilibet recta A F (eadē fig.ª) per cētrū trahēs, et chordā D ☞ equaliter dividens, ea quoq. perpēdiculariter secat.

Corolarium.

77. Si recta A F (eadē fig.ª) perpendicularis sit ad chordā D ☞, eam equaliter dividet, recta illa per cētrū trahit.

Corolarium.

78 Si recta A F (eadē fig.) per cētrū trahēs dividat equaliter chordā D ☞, equaliter quoq. dividet axū D F ☞.

Corolarium.

79 Duota etiā chorda D ☞ diametro C C parallela intercipit equales axus C D, et C ☞.

Theorema

80. Angulus ad cētrū duplus e ęqui ad circūferētiā, si eadē, vel equali axui insistat. Exēr in hac propositę expectaxi possūt casus. primus, cū vnū latus anguli ad circūferētiā in vnū latus anguli ad cētrū incidit,

et (fig. 30) 2.us ãi latera ãgi ad periphriã anguli ad cẽtrũ dati, vel (fig. 31, 32) 3.us ãi latera ang.i ad cẽtrũ, et circũferẽtia se inuicẽ tant (fig. 32)

In primo casu (fig. 30) $O = X + Y$; g. O ẽ externus (n. 40) quoniã Y. $AC = CD$, g. equalibus rectis, Y. lateribus oppositus (ex n. 43) erit $O = N + N$, hoc ẽ $= 2Y$: gõ erit duplus recti ad Y.

In 2.o casu (fig. 31) ducta recta DC; erit $A = 2I$; et $Y = 2O$ (ex n. 40, et 84): gõ $N + Y = 2I + 2O$: gõ A X YD erit duplus ad AD.

In 3.o casu (fig. 32) ducta linea DCc, $O + N = 2Y + 2I$; et $O = 2Y$ (n. 40, et 84) gõ $N = 2I$.

Scholium.

Cũ dicimus ãguli cuiusq. mẽsura, v.g. ADB (fig. 30, 31, 32) ẽ hũc, v.l illũ arcũ, intelligimus ãgulũ huic equalẽ ẽ ang.o in cẽtro cõstituto; cuius hic, aut ille arcus sit vera mẽsura.

Corolarium.

Anguli ad periphriã ADB mẽsura ẽ dimidiũ arcus AB, cui insistit (fig. 30, 31, 32); nã arcus integer AB ẽ mẽsura ang.i ad cẽtrũ ACB.

Corolarium.

Ergo duo, v.l pluses ãguli in periphriã eiusdẽ circuli terminati, et eidẽ arcui insistentes equales sũt.

Corolarium.

Ergo quilibet angulus ad periphriã insistens semi circulum ẽ rectus, nãq. eius mẽsura ẽ circuli quadrati: gõ si ãgulus intra circũ arcui semicirculo minori inistat, acutus; si maiori, obtusus dicẽtur ẽ.

Theorema.

Angulus segmẽti, qui fit a linea tãg.te circuli, et chordã, per cõtrũ cõductor ducta, equalis ẽ ang.o qui fit in segmẽto alterno. Ducatur linea tãgens FAG (fig. 33), et chorda AI. Dico, angulus FAD ẽ equalis ang.o ACB in segmẽto alterno. Demõstratur: ducta diametro AC, erit angulus FAD rectus (n.) Sed etiã rectus ẽ ãgulus ADB in semi circulo (n. 84) gõ intriang.o rectang.o ADB, duo ang.i DAB, DBA unà recto equales sũt: gõ idẽ ãgulus DAB cũ ang.o DAF recto efficit ãgulũ BAF. gõ singuli DAF, et ABD, seu ACD in eodẽ segmẽto equidẽ alterno equales sũt.

Dico 2.o angulũ FAD, et AID ẽ equales. Nã ang.i AID et ACD equales sũt duobus rectis, ut poze ang.o in periphreriam

tota circūferēa in partes æquales (n. 87) Anguli autē F A D, et F A D
deinceps positi duobus rectis æquales (n. 88), ꝛ angulus C
ē æqualis F A D (ex num.° 89): ergo angulus I ang.° D A D erit
æqualis.

Corollariū.

90. Ergo ang.° segmēti minoris F A D (fig.ª 33) mensura ē
dimidia pars arcus A I D, quē chorda A D subtendit: sicut ang.°
D A F segmēti maioris mensura ē dimidia pars arcus A C D.

Corollariū.

91. Dua tangentes M N, et M I (fig.ª 34) sunt æquales. Demon-
stratur: ducta chorda N I conjungente puncta cōtactus, fiunt anguli M
N I, M I N æquales, cū sint eadē ꝛ trium ꝛ mensura (n. 86) scili-
cet dimidia pars arcus N I à chorda subtensi: sic ergo triangulū æqui-
crurū M N I (n. 60).

Theorema

92. Radius A D (fig.ª 34) in puncto cōtactus D ad tangentē D D
perpendicularis ē. Demonstratur: tangens circulū in uno puncto tantū cadit
(n. 64): ergo radius A D ē minima tangentis à centro distantia, ac proin-
de ad tangentē perpendicularis (n. 42).

Corollariū.

93. Nulla potest duci recta linea inter tangentē, et circūferētiā, per
puncta cōtactus D (fig. 34), quin secet circulū. Demonstratur. Esto
ut fieri potest linea D S, q.ª tangentē inter, et circūferētiā ducatur;
cui centro A ducatur recta A C perpendicularis ad datā D S: in tri-
ang.° A D C, angulus C ē rectus, et D acutus: ergo latus A D ang.°
C oppositū maius erit, quā latus A C ang.° acuto oppositū (n. 44)
cū autē A D radius sit, recta A C erit radio minor: ergo rectā
D S intra circulū secat: ergo etiā extra circulū.

Corollariū.

94. Ergo angulus mixtilineus D D S minor ē quolibet rectilineo,
licet hic in infinitū minuatur; cū nāquā possit recta linea ab pū-
cto cōtactus D duci, quin circulū secet, et intra ipsū sitat (eadē
fig.ª).

95. Huius corollarii utilitas ē in Physica, ubi agitur de divisibilitate
in infinitū. In Mathematicā admixtionē, cōcentrationemq.ꝫ maximam
expetabilē, nāpe angulus cōtactus, quē facit arcus cū tangente, ab infinita

circulo xū sexit in infinitas p̄tes dividitur, licet ipse quovis ang.ᵘˢ rectilineo minor sit. Dicitur autē paradoxi Geometrici causā inde petitō repetitō finalli, ꝙ nēpe ang.ᵘˢ rectilinei natᵃ diversa ōnem sit à natᵃ ang.ᵘˢ curvilinei in p̄tacco cōtactus. Etenim quē admodū in finitę lineę nūquā superficiē efficiat, nec vlla interhac quātūlibet ꝛer, potest assignari, licet in p̄tes infinitas dividi possint; ita etiam infiniti ang.ᵘˢ cōtactus quovis rectilineo minores sūt, licet sint ob visibiles ꝛ in infinitū, s.ᵒ quid ꝙ sit, quicūq; Geometrię cautē demōstrationū vim penetriat, pro explicēti habebit, angulū cōtactus minorē ēē quovis rectilineo, et in infinitas ang.ᵒˢ dividi posse.

T

Angulus C A D (fig.ª 35) de circuli periferia habet pro mēsura dimidiū axus C D. Demōstratur: Cōt ang.ᵘˢ verticis A ducatur tam ꝛens C B, summa trium angulorū B A C + A C B + D A C = 180° vel = ½ A C + ½ C D + ½ D A, semi circulo nēpe (n. 47.); ꝙ angulus B A C metitur dimidiū axus A C, et angulū C A D dimidiū axus A D (n. 88, 90.): ꝙ angulus C A D mēsuratur dimidio axu C D.

T

97 Angulus S intra cētū, et periferię mēsuratur semi axu B D, et semi axu C A (fig.ª 36.) Demōstratur. Ducta paralela D E, angulus S = ang.ᵒ F, ꝙ effectus (n. 24.) S.ᵈ S = F, ꝙ verticalis (n. 22.): ꝙ E = S: S.ᵈ mēsura ang.ⁱ S ē semi axus D B et E, S.ᵈ axus D B = C A: ꝙ angulus S mēsuratur semi axu D B, et semi axu C A.

T

98 Angulus L C D à secāte L B, et chorda C D effectus (fig.ª 36) mēsuratur dimidio axu C A B, et C E D. Demōstratur: C S = 180° (n. 48.): ꝙ mēsuratur semi circulo; S.ᵈ S mēsuratur semi axu D B B (n. 97.): ꝙ C semi rectiguo C A B) et C E D.

T

99. Angulus B A D extra circulū pro mēsura habet dimidiū axus B D, dēpto remō axu C E, ꝙ D F ipsi equali (fig.ª 37.) Demōstratur: Per C agatur chorda C F, rectē A D paralela; exit angulus B C F = ang.ᵒ B A D, ꝙ intexui, et contexui ab eādem p̄tem positi (n. 23.) S.ᵈ mēsura ang.ⁱ B C F ē dimidiū axus B F (n. 97.); et axus B F = axui B D − D F, ꝙ C E = D F ob paralelas: ꝙ dimidiū axus B D sine D F, ꝙ E mēsura ē ang.ⁱ

BAD exterra circuli.

100. Quadrilatera A i D C (fig.ª 33) circulo inscripti anguli oppositi B, et A, i, et C sūt duobus rectis equales. Ambo enim axes quibus inscriptis bini anguli oppositi, totā circumferentiā cōtinēt: cujus eorū mēsura ē semi-peripheria (n. 85).

S

101. Anguli sphærici, quorū noticia maxime ē usui in Geographia, Nautica, Oculogi-Graphia, et Astronomia, duobus circuli maximi axibus exprimūtur in sphæræ superficie. Similesq. anguli equales sūt inclinationi mutuæ planorū circulorū hujusmodi, et ipsorū mēsura ē axes alterius circuli maximi ab ipsis intercepti, qui et polū habet in puncto cōcursus. Polii autē circuli maximi dicūtur illi qui à pūctis circumferentiæ ejusdē circuli equaliter distant. De circulo maximo postea (n.) S.ª circa angulorū sphæricorū mēsuram, et proprietates totā cōtinē tractatū 7.º trigonometriæ, Libro 4.º et sequētibus.

De solidis

Caput 4.

102. Solidū, seu corpus ē, quod longitudinē, latitudinē et profunditatē habet. Solidi extrema ē superficies; superficiei 2.º linea. Lineæ autē puncta.

103. Vt anguli planus fit ex rectis lineis in plana superficie existentibus; ita angulus solidus fit ex pluribus angulis planis, qui in eodē plano cōstituti.

104. Angulus triang. solidus rectilineus ē, qui pluribus, quā duobus planis angulis A D B, C D B (fig.ª 4.ª) ad unū pūctum D cōcurrentibus cōtinetur.

305. Prisma: si fig.a rectilinea A B C (fig.a 38) juxta ductã rectę lineę A D mote sibi sęper paxalelo suxrã, vl. donxrã fexatur, prisma A B C D dexcribetur. Exgo quodlibet prisma habet duas bases ęquales, paxalelas, et similes, et cixcã cixca terminatur tot paxalelogxamis, quot latexa basis habet. Prędexea: si basis txia tãtũ latexa habeat, prisma txiãgulare vocatur, ut (fig. 39.) si quattuor, quadxãgulare, si plura paligonale tã dẽ nũcupatur. Sectiones basi paxalelę sũt ęquales inter se.

306. Paxalelipedũ: si xectãgulũ A B C D (fig.a 39) juxta xectã A E paxi modo fexatur, paxalelipipedũ dexcribitur. Exgo paxalelipipedã dexminatur sex xectãgulis, quoxũ bina opposita inter se ęqualia sũt. Et sectiones basi paxalelę sũt inter se ęquales.

307. Cubus: si quadxatũ hoc (fig.a 40) juxta xectã A I i latexi eius ęquali dexxrã, vl. sursũ fexatur motu paxalelo gexexatur cubus: exgo cubus dexminatur sex quadxatis inter se ęqualibus.

308. Piramis: si xecta A D in pũcto D fixa (fig.a 41) cixca integxã periphexiã fig.ę xectilineę A B C, altexa sua extxemitate A dexcxibatur, oxitur piramis. Exgo piramis habet pro basi fig.am quãlibet xectilineã, et dexminatur cixcã cexca tot txiãgulis eã vexticibus in uno pũcto D, q.ę dicitur vextex coxũbus, quot latexa basis habet. At pũcto D demissa pexpẽdiculaxis piramidis altitudinẽ metitur. Sectiones eius basi piramidis paxalelę, rectilineę, sũt tãto minoxes, qõ vextici D sũt propiores.

309. Conus: si basis D B C (fig. 42) cixculus fuexit, et xecta A D in pũcto A fixa, cixca integxã cixculi periferiã D B C, altexa sua extxemitate dexcxibatur, emexgitonus. Exgo eius sectiones basi coni paxalelę, cixculi sũt, tãto tamẽ minoxes, quo vextici A propinquiores sũt. Vextex coni ẽ pũctũ A. Latus coni ẽ xecta A C, vl. A D. à Vextice ad basin cixcũ ferẽtia dutta. Axis coni, quem et piramidis ẽ xecta à vextice ad basin cẽtxũ dutta. Conus etiã piramis conica audit.

Scholiũ

310. Animadvextẽdũ centxos s modis secaxi posse conũ. Primo: plano C, q.ę secãs dicitur, basi paxalelo; et sectio ẽ cixculus. 2.o Plano sursũ deq. coni dexcindẽte, et fig.am txiãgulã A D C (fig.a 43). 3.o Plano latexi A B C coni A B paxalelo, et sectio dicitur paxabola, ut L M A R T. (fig.a 43) 4.o Plano secãte latus vnã txiãg.m A D C

cxis. atq. ut alio latere si producatur, extra conū occurrēte; ut C D F (fig.ª AA) et sectio vocatur hyperbola. Sī plano secāte obliquē duo triāg. latera A D, AC (fig. A4), ut IM AN; et secio ellipsis nūcupatur (fig. A7) Sīd ut de sectionibus conicis apud Geometras sermo fit, tres dūtaxat reperiemus, parabola, videlicet, hyperbola, et ellipsis dūt intelligēdæ.

VVI. Parabola ergo ē fig.ª curvilinea, q.ª à sect.ē conica oritur parallela lateri trigni; q.ª per axē coni transit, ut (fig. A3) trāgens parabolę ē recta parabolā in periphreria puncto trāgēs, quam illa secet, ut A P. Ordinatę dicūtur lineę intra parabolā hinc inde ductę, et trāgēti parallelę, ut O Y, O Y, q.ę semi ordinatę vocātur. Diameter ē linea æqualiter in ptes secans parallelas oēs ordinatas, ut O F (fig. A3) Iuxta vi diameter ordinatim, seu applicatim perpendiculariter sit, axis vocatur, ut A O F (fig. A3). Vertex parabolę est axis extremitas, ut A. Sagitta vocatur segmētū A O diametri, intra vertice A, et ordinatā O Y trāsiētū. Latus rectū, seu parameter diametri, ea dicitur recta, q.ę tertia proportionalis sit ad assūptā, et ad semi ordinatā. Polus, Focus, seu umbilicus parabolę punctū ē à vertice quarta tātūm parametri pte dirimit; ut F cuius ingeniosa speculā parabolicā soli obiectū radios oēs in ipso concentrāt.

VV2. Hyperbola ē fig.ª curvilinea est sect.ē conica extra ducēs, cuius planū latus vni trianguli per axē trāsiētis, dirimit. cū alterno vertice? extra conū occurrit (fig. AA). Iddeoq. cū planū duo oppositos conos secat, sectiones duę hyperbolę vocātur; ut (fig. A5). Earum vna hyperbolę ē recta periphreria in vnico puncto trāgens, ut C e, vt A D (fig. A2). Diameter hyperbolę ē recta duas in pte æquales ducēs lineas trāgēti C C parallelas, q.ę inter hyperbolā ductur; q.ę et applicatę, seu ordinatę vocātur. Sic V D ē diameter, et D A semiordinata. Axis hyperbolę ē diameter, si tamē applicatus perpendiculares sit; ut V D, vt tamē O K, quę licet diameter sit, suos ordinatos perpendiculariter nō dividit. Vertex ē punctū C, in quo axis sectionem hyperbolam. Oppositę hyperbolę dicuntur quas idē efformat planū conos oppositos diuidēs ut A V C, et V C B (fig.ª A5) quibus oēa æqualia sunt. Axis

Ellipsis ē fig.ª curuilinea à sect.ᵒ conica ortū ducens, cuius planū duo latera ꝯ latera obligue secat, in quag. ē duobus punctis F, et F C. fig. A 7) que fœ dicūtur, ductar ad idē punctū perip-herię lineaꝝ F N F, F N F axi maiori I A ęqualer ēe necesse ē. Axis maior ellypsis ē recta, q.ª intra ipsā ducta ipsius ꝯgitudinē metitur, ac terminat: ut I A. Axis minor ē recta ellypsim ducta, q.ª ipsius latitudinē mētitur, ac terminat; ut M N. Hi duo axes se mutuo perpēdiculariter secāt nec nō et rectas oēs cuiusq ipsorū paralelas, ut patet. Centrū ē punctū, in q.ō axis vterq. dividitur, ut C. Diameter ē quęcūq. recta per centrū ducta, et ad periphreriā vtrinq. terminata, ut H H. Ordinatę, seu applicatę diametro C I nes sūt, q.ª cū sint ad inuicē paralelę, duas in pres ęquales à diametro dividūtur; ut K O H. Caxū semisses semidiametri dicūtur. Diametri cōjugati sūt mutuo p.ᵐ nūcupati q. paralelas in duas ęquales pres dividūt. Quod si ipsas per-pēdiculariter secet, axes cōjugati, necdū diametri nominātur, ut I A M N. Cōgens ē recta, q.ª periphreriā ellypsis cōtinuit, quam ipsa secet, ut I I. Foci, poli, seu umbilici ellypsis sūt duo puncta in axi maiori equali ab ipsius extremitatibus distantia collocata, eius tamē indolis,

ut si ex ypsis duę ducatur lineę ad quodcuq; peripheria puncta, simul cuncte assi maiori equales sint, ut EF. Quin et corpus luminosum, sive sonoxum in quolibet ex focis collocatum, radios ex lucis, vel sonoxa ad punctum aliud post reflexionem transmittat, et efficiat tonca tono D. exactatu, proxoxit. DD. Libro V. Latus rectum, seu parameter ejusdem recta, quę sit rectis proportionalis ad ipsum diametrum, et ad conjugatam, ut II. Fig. in ellypse dicitur rectangulum ex parametro, et diametro contentum.

174. Cilindrus: si circulus & justa ductum lineę rectę FG supra, vel Fig. 48.
deorsum feratur: vel rectangulum ABCD, aut Quadratum (fig. 48) ipsa
altitudinem suam BC pixetur, generatur cilindrus. In cilindro ejus sec-
tiones basi parallelę equales sunt inter se.

175. Sphęra: si semicirculus AYB, supra suum diametrum AB xum
ageret, pixetur sphęra AIBI. Ejus puncta in superficie sphęrę equaliter
a centro distant (fig. 50)

Scholium.

176. Circulus maximus in sphęra est ille, qui cum ea sphęra cen-
trum habet: ipsamq; in duas equales partes, seu Emisferia secat. Minor
circulus est ille, qui nec cum ea sphęra centrum habet, nec ea in duas
partes equales dirimibuit.

177. Cycloix: si globus, aut globi circulus maximus AEBI sic supra
recta DE roletur, ut centra illius C (fig. 54) motu uniformi dexribat
lineam CH, tunc punctum D ita movebitur motu opposito ei recto, et
circulari, ut dexribat DDDF, quę Cycloix, aut Thxocadix dicitur, quę
in Thxoloqiis oscillatoxiis, ut vocant, massam e vexu, ut pendulorum
motus ad equalitatem xeducatur. Est altexa linea curba intxa ipsam
contenta, et punctis dixincta, quę Thxobolix comes appellatur.

178. Corpora xegularia, vel ordinata vocatur, quę planis equalibus
equilatexis, et equiangulis continentur. Sunt quinq; (numexo 5) pexhxae- Fig. 52.
dxum, quod sub quatuor Triangulis equalibus, et equilatexis continetur, atq;
etiam Piramis equilatexa vocatur, ut TT. Cubus sub sex quadxa-
tis equalibus, ut CC (fig. 53) Octaedxum sub octo triangulis equilibus
et equiangulis, ut OO. (fig. 54) Dodecaedxum sub duodecim pentago- Fig. 55.
nis equalibus, et equiangulis, ut DD. Vicosaedxum demq; sub
20 triangulis equalibus, et equiangulis comprehenditur. (fig. 56)

De linearum, superficierum, ac solidorum ratione, sive de proportionalibus

Caput 5.

¥19. Cū ea dixi, q.d. de quadratis numeris relationes, et proportiones spectare videtur jā in Arithmetica elementis, nec vacet repetere, nec actū agamus; eō solū nūc commonēdū, quā plures rationes, sive exactus inter se quaxati lineas, seu latera a duabus pone, quibus videlicet unius ab altera habitudo innotescat.

¥20. **Definitio:** Linea aliqua in aliā ducitur, cū ex extrā fit parallelogrammū rectāgulū, cuius hę duę lineę sint duo contigua latera, ut linea **LM** (fig.ª ¥1) in lineā **LI** ducitur, cū ex ipsā fit parallelogrammū rectāgulū **IKLM**.

¥21. Si linea **CD** (fig.ª ¥2) per se ipsā multiplicetur, aut per lineā sibi æqualē, ut **CE**, ex ipsa multiplicatę exurget tabula **EFCD**; nā omnia illius latera æqualia erūt.

¥22. Rectāgulū, aut quævis alia superficies per lineā multiplicatur, cū ea ista superficiē, et linea fit parallelē plenā rectāgulū, cuius basis sit ea superficies, altitudo vō perpendicularis sit ista linea. Sic superficies **EB** (fig.ª 32) per lineā **AD** multiplicata facit solidū **DBE**, cuius basis est superficies **EB**, altitudo vō **AD**, sive **CB** ipsi æqualis.

¥23. Si superficies illa quadrata sit, et per lineā æqualē singulis eius lateribus multiplicetur, exurget cubus, cuius facies singulę exūt inter se æquales, ut in fig.ª 33.

¥24. **Figuræ rectilineæ** hę similes dicuntur, q.d. angulos singulos æquales habet, et latera circa æquales angulos proportionalia. Talia sūt triangula **LIK**, et **LMK** (fig.ª ¥4) nā angulus **M** = angulo **I** per 29. ut latus **MK** ad latus **ML**, ita latus **KI** ad **LI**.

Scholium.

¥25. Ejusmodi latera, quæ sibi in proportē respondent dicuntur

homologa: ut MK, iL, et ML, iK, eadem figura.

¥26. Altitudo cujuscūq; figæ è linea perpendiculariter à vertice illius ad basim ducta, ut FH (figa ¥5) è altitudo trianguli FDE, vel FEH.

¥27. Spatia, seu intervalla inter parallelas cōprehēsa sūt equalia, in quibus perpendiculares ductæ sūt equales.

¥28. Figæ rectilineæ similes dicuntur, quarū anguli mutuo equales sūt; atq; latera, quibus cōtinētur angi, proportionalia: ut trianga BCA (figa ¥4) et LMK similia erūt, si anguli B, K, et CL sūt equales, simulq; latera BA: AC = KM: ML, atq; etiā AC: CB = ML: LK id quod de alijs quibuslibet figuris dictū vellim.

¥29. Rectangula figa sūt hæc, quarū latera ea ad invicē ratione habēt, ut primus, et quartus in una, secundus vo et 3us in altera reperiatur.

¥30. Recta quæ in media, extremaq; ratione divisa intelliguntur cū integra linea ad majus secmētū eadē ratiōe habēt, ac majus secmētū ad minus, ut si linea CD (figa ¥2) sic in O divisatur, ut sit CD: CO = CO: OD.

¥31. Axes similes sūt, qui eadē ad proprias cujusli peripheriās ratione habent; ut si quivis proprij cujusli tertia vel quarta pars fuerit.

¥32. Theorema ¥ta. Si duarū triangulorū latus vnū uni, et alterū alteri sit equale; ac preterea anguli in his lateribus cōteti etiā sint equales, equabūtur quoq; et bases, et tota triangla. Nā si intelligamus triangulū LMK (figa ¥8) triangulo LiK superimponi, ambobus M equabitur ango i pori equali, ac latera LM MK equalibus lateribus Ki iL combeniat, eoq; ut tria puncta unius supra alterius tria puncta cadat: go otia equalia sūt.

¥33. Corollariū. Ergo si duo triangla sibi mutuo cōgruāt, tota erūt inter se equalia. Vbi si in uno triangulo duo anguli unicum supra equales fuerint duobus reliquis angulis alterius trianguli, et unū latus uni lateri alterius equale; reliqua quoq; erūt equalia, g. si triangla mutuo super imponātur, ea se mutuo cōgruēt.

¥34. Scholiū: In axioma dictum ea ee equalia, g. sibi mutuo super imposita perfecte cōgruūt; ipso g. principio figurarū etiam inequalitas, nec dū equalitas demonstratur.

¥35. Theorema 2. Parallelogramma basi ejusdē haud equali, atq; inter eadē parallelas cōstituta equalia sūt: ut CAD, et CEFD (figa ¥7) Demonstratur: triangla ACE, BDF habēt latus AC, et BD equale, latus q. CE, et iF eq num; atq; AB, et EF sint equales CD etiā inter se equales sūt; go triangla equalia sūt. Vtq autē triangulū BOE uniusq; dato triangla ACE, et BDF augeatur; trapetia duo CABO, et DFEO equalia manēt; go et quæ

triãgulũ COD aplicetur, equalia existẽtia parallelo grãma CABD, et CEFD.

A

¶36. Theorema 3ũ. triang.ª ejusdẽ, v.l equalis basis, atq.ª inter easdẽ paralelas equalia sũt: ut GHI et GLI (fig.ª 58) ducatur IK, paralela lineæ GH, simulq.ª IM paralela GL. Demõstratur: quadrilat.ª GK, et GM sũt parallelogramma (n. 46) atq.ª etiã equalia (n. ¶35) ergo triang.ª GHI et GLI, q.ª eorũ sũt semisses equalia sũt inter se (n.ª 40)

¶37. Theorema 4ũ. triang.ª et parallelogramma equalis altitudinis sũt inter se ut bases, et ẽ converso. Sit, fig.ª 59) triang.ª ABC, et EFG altitudinis ejusdẽ exũt inter se ut bases AC, et EG. Expetatio: Supponitur basis AC duplã ẽe ex.o. relatæ ad EG, in duas ptes equales in H dividatur ducta portea recta IB, atq.ª etiã linea DF paralela AG. Demõstratur: triang.ª IBC, et EFG equalia sũt: (n. ¶36) similiter et triang.ª AIB, et EFG: ergo triangulũ ABC duplũ e.st EFG: sicut basis AC dupla ẽ basis EG: ergo triang.ª sunt ad invicẽ, ut bases inter se.

¶38. Nãc pro parallelogrammis DC, et NC: nã DE duplũ e.st triang.ª ABC; sicut NG duplũ ẽ triang.ª EFG (n. 48) ergo parallelogramma sũt inter se ut triang.ª: ergo ut bases.

A

¶39. Theorema 5ũ. Si uni IK ex lateribus triang.ª HIK, (fig.ª 60) linea LM parallela ducatur, hæc secabit latera HI HK, in duas secmẽta proportionalia, ita ut HL sit ad HI sicut LM ad MK. Expetatio: Ducatur recta LK, et MI. Demõstratur: triang.ª LMI et LMK equalia sũt (n. ¶36): ergo triangulũ HLM eadẽ sicut habitudinẽ ad MLI ac ad LMK; q.ª autẽ HLM LMI ejusdẽ sũt altitudinis, ad bases M prominentes sũt exũt inter se ut bases HL LI (n. ¶37). similiterq.ª HLM, et MLK exũt etiã ad invicẽ ut bases HM, MK: ergo bases HL; LI — basis MH: MK.

¶40. Corolarium: Ergo si linea LM ita latera HI, et HK, dividat, ut HL sit ad MI sicut HM ad MK, linea LM paralela erit lateri IK.

¶41. Theorema 6ũ. triangula equiangula RQS et TVX (fig.ª 61) lat.ª circa equales angulos sũt proportionalia, et lat.ª oppostis equalibus angulis homologa sũt, scilicet, ut RS: SQ = TX. XV, atq.ª etiã, ut QR: RS = VT: TX: Sit ergo ãgulus S = X; R = T, et Q = V; q.ª ergo ãgulus S = ẽ ang.º X, recta SR, SQ, cõgruẽt supra impositæ rectis TX, XV (n. ¶32), nẽpe RS ¶sq. ad XR, et SQ, ¶sq. ad XQ. Ducatur nũc recta QR, totũq.ª triangulũ SRQ, tri cõgruet triang.º TXV. Demõstratur: Angulus XRQ, ang.º T equalis supponitur: ergo linea XT equaler formet ang.os in lineis RQ, et TV: ergo sũt parallelæ: ergo XQ: QV = XR: RT. atq.ª etiã (cõponẽdo) exit XV: XQ = XT: XR; similique (alternando) XV: XT = XQ: XR (ex num.º 12 arithmeticæ 318, 319); de quoo de reliquis ãgulis eadẽ methodo demõstrabitur; simulq.ª latera

ꝟVꝟO equalibus angulis T, et R. ꝓportia homologa ēē (n.º 227 Azithmetice.)

ꝟΔ2. Corolarīū ꝟ ꝝ. Ergo si trianguli latꝰ alterius lateribus ꝓportionalia sūt, triangula erunt equiangula.

ꝟΔ3. Corolarīū 2ꝝ. Ergo si duorū triangulorū angulus unus equalis sit, et latꝶ ꝓportionalia, triangᵘᵐ ipsa equiangᵘᵐ dicētur.

ꝟΔ4. Theorema 7ꝝ. Perpendicularis GN abangº recto in basim triangᵘᵐ rectāgᵘᵐ divisa, facit NGE, NGF sibi mutuo, et totī EGI similia (fig.º 62. Demōstratur: triangᵘᵐ similia sūt, quoꝝ angᵘᵐ equalēs, et latꝶ ꝓportionalia sūt (n.º 223) at triangᵘᵐ EGF, angulus G est rectus, et triangᵘᵐ FNG angulus N ē rectus (n. ꝟΔ) ꝙᵒ. G = N; sed angulus F ē cōmunis vrīq; ꝙᵒ reliquus E = FGN; at vº latus FG vrīq; etiā triangᵘᵐ cōmune est; ꝙᵒ sūt similia (n. ꝟΔ4). Ꝺ ipsū eōdē modo de altero triangᵘᵐ EGN demōstratur; ꝙᵒ et sibi mutuo, et totī triāgᵘᵐ EGF similia sūt.

ꝟΔ5. Corolarīū: Perpendicularis GN ē media ꝓportionalis inter segmēta basis EN, NF; hoc ē EN : NG = NG : NF, cū oīa latꝶ homologa sint in triāgulis equiāgulis (fig.º 62 ⁊ ꝟΔ4 (num. ꝟΔ4)

ꝟΔ6. Corolarīū: Similī modo EG ē media ꝓportionalis inter segmēta EN, et ⁊potenusā EF; hoc ē EN : EG = EG : EF.

ꝟΔ7. Corol: Ruursus FG ē media ꝓportionalis inter segmētū NF, et ⁊potenusā EF; hoc ē NF : FG = FG : EF; ꝙᵒ quadratū cujuslibet mediæ ꝓportionalis supra posita equale ē rectāgᵘᵐ ex suis extremis terminis ꝼormato (n. 202 Azithmetica.)

ꝟΔ8. Theorema 8ꝝ. In oī triangᵘᵐ rectāgᵘᵐ quadratū basis, seu ⁊potenusæ ē equale quadratis alioꝝ duorū lateꝝ simul sūptis ut (fig.º 62) quadratum EI equale ē quadratis ED, FM simul sūptis. Demōstratur: ꝓducta perpēdiculari GN in K dividitur quadratū EI in duo rectāgᵘᵐ EK, KF, ꝙᵒ linea, seu latus EG ē media ꝓportionalis inter lineam rectāgᵘᵐ EK, atq; etiā latus EG ē mediū ꝓportionale inter lineam rectāgᵘᵐ IKH (n. ꝟΔ6, ꝟΔ7); ꝙᵒ eoꝝ quadrata equalia sūt rectāgulis duobus (n.º 204 Azithmetice); ꝙᵒ et quadrato HF.

ꝟΔ9. Aliter: Ducatur linea GK, parallela lineæ EI: ducatur etiā recta EL, GI. Nūc: in triangulis ELE, et QIF latus EF unius equale FI alterius (n. ꝟ2ꝟ) et latus EL lateri GE; ꝙᵒ duo latꝶ unius triāgᵘᵐ = equalia sunt duobus lateribus alterius.

Rursus: ãgulus EFL vnius triãg. equalis ẽ ang. GFI alterius. Nãq. si recta GFL; EFI abdatur ãgulus communis GFE, equales ang. EFL, GFI erunt: gõ et triãg. equalia erit (n. 382.) cũ autem triãgula ELF dimidium sit quadrati EL, q. eidẽ cũ illo ẽ bauvy FL, atq. inter eadẽ parallelas EGM, FL (n. 437, 488.) similiter etiã cũ triãgulũ IGF eãdẽ ratione sit dimidium rectãguli KF: gõ ½ quadrati, et ½ rectãgi KF equalia erit: gõ et tota. id ipsum de altero quadrato ED cũ rectãgo EK coparato demõstratur, atq. ita similiter: gõ totũ quadratũ EI = duobus EM, et ED.

¶ 50. Scholiũ: Nimiũ hoc theorema, q. ẽ 47a. propositio libri primi elementorũ Euclidis acepti referatur Pitagorę, qui, ut fertur, pro culus, Victimas, et alij dum Victimas immolavit, q. se in ea pleasura invento ab his diu tutaret. Inter varios illius usus per mathesim universa duos dutaxat recẽsebo. Primus ẽ: ex ipso demõstrari potest quadã extare linear incõmẽsurabiles, inter quas scilicet nulla mẽsura communis inveniri possit, sive q. n sint inter se ut numerus aliquis ad alterũ numerũ; nãq. numeri oẽs habẽt salte pro mensura communi unitatẽ, ea qua aliquoties repetita producũt.

¶ 51. Si gõ in triang. EGF latus EG trium pedũ, latus FG quatuor. Hy potenusa EF quinq. pedũ erit; hinc sequitur quadratũ ED = 9. pedibus, et quadratũ EM = 16; quadratũ autem hy potenusę EF sive erit EI 25 pedes cõtinebit. Sic duobus = ex aequo erit (n. 488) gõ nostrũ, q. licet numeri quadrati dici n possint, noi in quadrata divisi queat, ex his tamẽ cõstat, qui vere quadrati sunt, quadruplex numerus quadrati aliquis duplus, quadratus ẽ n potest; q. nec in tantam quadrati divisi valet, nec ẽ converso, licet inquã in numeros id cõmode at. Quadrata tamẽ externa alterius quadrati duplũ ẽ potest. Si a vi trianguli rectanguli Pythagorei fuerit, v. g. 3 virum latus quatuor pedũ fuerit, cuius quadrata 32 pedes efficient. Similiter hy potenusa quadrati efficit cuius libet lateris dupli; q. v. g. numerus 32 quadrati n ẽ, et inter numeros quadratos 25, et 36 cõtinetur, quorũ radices quadrate sunt 5. 6: gõ radicem quadrati hy potenusę debet plures, quã 5 pedes cõtinere, et pauciores quã 6. Neq. tamen magnitudo illius numeri precise determinari potest, ac proinde, neq. per aut quemq. pedis partẽ, q. latera metiatur, potenit ea carethoria, et hy potenusa mensa communi: gõ hy potenusa trianguli Pythagorei rectanguli qualis ẽ diagonalis cujuscũq. quadrati ẽ lateri incõmẽsurabilis.

¶ 52. Vera autem ẽ usus istius theorematis nũqua satis predicabus, Constructio tabularũ, sinuũ, tagentiũ, et secatiũ, de quibus etiã postea, duplice Deo, loquuti sumus.

¶ 53. Theorema 9um. Latus Hexagoni AB (fig. 63) equatur radio circuli AC. Demõstratur: ACB ẽ 60 (n. 38, 84) gõ relinquitur A, et B 120, q. v. AC = BC (n. 56) erit etiã A = B cõsequẽter v. magnitudo erit 60; adeoq. ang. C equalis: gõ quoq. AB = AC.

¶ 54. Theorema 10um. Diameter circuli ab ejus perifexia ẽ ut 100 ad 314 quã proxime. Licet in imen. a vera rationis diametri circuli ad ejus perifexiã ab omni exo multi desiderarint;

nemini tamē hactenus successit, ut nostra præsertim ætate axi inve-
niendi in Matheſi in immēsū aucta fuerit. Ratione tamē haud in-
felici successu in numeris prope veris nōnulli, quos apud Boscā tract.
3. Geometriæ libro 7. reperies datæ conati sūt ope videlicet lineæ qua-
dratricis, atq; Spiralis circulo inscriptæ. Archimedes in suo libello de
Dimēsione circuli prop. 2. primus demōstravit rationē Diametri ad
peripheriā ēē ut 7 ad 22. fere. Iuniā v. hoc ratio circulus majoribus in
excessu peccat, alii aliquatenus investigarūt. Nemo autē plus ceteris im-
pendit Ludolpho à Ceulē, qui tādē reperit proxa diametro circuli 100,
000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, peripheriā ēē 314, 159, 265, 358, 979, 323,
846 fere. Cum 2. quoniā hi numi nimis prolixi, quominus per eos
calculus instituī possit ad libitum tantū vicinq; proximos, et ratio
diametri ad peripheriā circuli ponitur ut 100 ad 314, in qua Philomeles
victa, Aluqueniur cū Ludolpho convenit. Pro portio, qua Adrianus Ro-
manus inter eos, q. paucis numeris exprimuntur dimidia. ē, ut 113 ad
355. Demōstratio hujus theorematis ea ex sumitur, q. circulus circumscri-
potest ut Polygonū infinitorū laterū, cujus diameter eādē habet rationē ad
ipsius circa ferentiā.

Ys5. Corolarium: Quia autē Polygonorū similiū perimetri inter se
sūt ut ipsorū diametri, etiā circulorū perimetri ut eorū diametri ad in-
vicē se habēt, ut cujus circuli sit diameter alterius tripla, circumfe-
rentia similiter tripla erit.

Ys6. Corolar: Omnes diametri ad suas perimetros eādē habēt
rationē, ut sint figuræ similes, similiq; modo generatæ (n. Ys8.)

Ys7. Theorema Ys. Trianguli similia sūt in ratione duplicata
laterū homologorū, q. de duobus triangulis similibus dictū velim,
cū in triangulo resolvi queat. Sint 2. triangula S et T, et lat. homolo-
ga AB et BC. Præparatio: Disponātur triangula ita ut latera A
B, BC recta ejiciāt, cui adjungatur CD, q. sit ad BC, ut BC
ad AB: simulq; ducatur recta EC, ED (fig. 64)

Ys8. Demōstratio: AB:BC=BC:ED (ex suppositione)
q. eq. EB:BF=AB:BC ex triangulorū similitudine (n.
exit etiā EB:BF=BC:ED, q. tamē triangula TL, et R ejusdē
sunt altitudinis, exit TL ad R, ut BC ad ED (n. Ys7.) atq; eadem
ratione triangulum L ad triangulum T, ut EB ad BF: 2. triangulum L ad R, ut
L ad T: 2. triang. R, et T æqualia sunt ( ) 2. triangulum
S ad T ut S ad R: 2. cū triangulum S ad R, sit ut AB ad CD, exit
S:T=AD:CD; 3. ratio inter AB, et CD e duplicata ejus, quæ
habet inter se AB, et BC; eq. AB, BC, et CD sūt continuo propor-
tionales (num. Arithmeticæ): 2. triang. similia S et T sūt in ra-
tione duplicata laterū homologorū AB, et BC.

Ys9. Corolar: E. 2. superficies, seu area circulorū sūt inter se

ut diametrorū quadrata; q.d. diametri sūt lat.ª homologa. Insuper: area circuli vnius ē ad quadratū sui diametri, ut area circuli alterius ad sui diametri quadratū (n. 256): q.d area erit (alternādo) inter se ut quadrata diametrorū (num.º

256. **Theorema 52.** Superficies Polygoni regularis equalis ē dimidio producto ex perpendiculari ex centro Polygoni ad latus vnū demissa in Polygoni circūferētiā.

257. **Demōstratio.** Triangula, in q.s Polygonū regulare resolvitur sunt equalia (n. 228): q.d superficies Polygoni regularis (fig.ª 65.) = $\frac{1}{2}$ AB + $\frac{1}{2}$ BC + CIX + $\frac{1}{2}$ DE + $\frac{1}{2}$ EF (n. 222, 238): q.d cū AB + BD + DE sit data Polygoni perimetria, patet tota Polygoni superficies equalē ē producto ex altitud.ē CI in dimidiā Polygoni perimetriā.

262. **Corolar:** Ergo superficies circuli equalis ē producto ex radio in semicircūferētiā: q.d equalis parallelogramo ex radio, et semicircūferētia: q.d et quadrato, cuius latus sit recta proportionalis media inter radiū, et semi-circūferētiā: q.d et triangulo, cuius altitudo sit radius; basis vero tota circuli perimetria (n. 238.)

263. **Corolar:** Ergo area circuli ē ad quadratū sui diametri, ut 785 ad 1000 quā proxime. Nam posita diametro 100, et perimetria 314 (n. 254) erit area circuli 7850 (n. 262) quadratū 1.i diametri 10000 (n. 225): q.d erit ad quadratū ut 7850 ad 10000, hoc ē dividēdo vtrūq; per 10 ut 785 ad 1000.

264. **Theorema 53.** Solida cōa ejusdē rationis, basis, et altitudinis equalia sūt. **Demōstratio:** Corpus generatur motu basis (n. 5) motus autē metitur altitudinē: q.d quorum equales bases, et equalis altitudo, ea.t omnimoda equalitas.

265. **Corol:** Ex proport.ē basiū, et altitudinū nascitur ordo inter corpora ejusdē rationis; nec solida similia, ejusdē.q altitudinis sūt ut bases; at ejusdē basis, ut altitudines sūt, Nam solida sūt ut facta ex basibus in altitudines (n. 5): q.d si equalis altitudinis, ut bases, et e converso.

266. **Theor:** 54. Piramides, aut coni ejusdē basis, et altitudinis equalia sunt; cū sint ejusdē rationis; equalitati nam ē obstat fig.ª discretus (n. 244 Arithmeticæ) potest enim exiguū fieri quadratū, et circulus (n. 62.)

267. **Theorema 55.** Piramis ē 3.ª parte Prismatis equalis basis, et altitudinis. Patet ab oculo in Prismate triangulari g.ª in tres equales, similes.q piramides dividi, videl. (fig.ª 38 etc.)

268. **Corolar:** Conus similiter ē 3.ª parte cilindri ejusdē basis, et altitudinis. (fig.ª 42, et 43.)

269. **Theorema 56.** Duo solida similia sūt in ratº

triplicata latexū homologorū. Cū solidorū definit.ē (nō 422) evi-
denter ē, corporis cujuslibet soliditatē ē semper factū ex aliqua
superficie in aliquā altitudinē. Superficies autē ex duobus dimen-
sionibus componitur: ḡō quodlibet solidū ē in xat.ē corporibus trium
dimensionū homologarū, seu ejusdē nominis; ꝑ. solida similia
dicuntur, ḡ. singulas dimensiones homologas proportionales ha-
bent: ḡō sunt in xat.ē corporibus, ꝙ. ḡ. idē ē in xat.ē triplicata uni-
us cujuslibet dimensionis homologę.

470. **Corol:** Exḡo cubi sit in xat.ē triplicata latexū. Cilin-
dri ꝙ. et sphęrę in xat.ē triplicata diametrorū.

471. **Theor: VI. Sphęra** ē ad cubū, cui diametri ut
475 ad 300 quā proximē. Demōstratur: Sit diameter sphęrę
100, cubi 1000000, et soliditas sphęrę erit 523333 cū sit $\frac{2}{3}$ ꝑs
cilindri ejusdē basis, et altitudinis (nō): ḡō sphęra ad cubum
sui diametri, ut 523333 $\frac{1}{3}$ ad 1000000, et dividendo utrāq; per 1000,
ut 157 ad 300.

472. **Theor: VII. Superficies** sphęrę equalis ē rectāg.o Fig.a 66.
ex diametro, et maximi circuli periphęria. Demōstratur: si
poligonū infinitorū laterū circulo **BCAD** inscriptū cōsipietur,
recta **BG** cū diametro **AB** cōnectēs; cū latus **AG** quātūcūq; ha-
beat infinitē parvā: ḡō solidū motu poligoni ḡ. generatū equa-
le erit producto ex data periphęria **BCAD** ꝑ ex diametru **A**
B. Superficies autē dicti solidi ē ipsa sphęrę superficies,
cū enim poligonū infinitorū laterū circulo inscriptū in circu-
lū abeat: solidū ex ipsius motu ḡenitū erit sphęra: ḡō sphęrę
superficies equalis producto ex diametro, et circuli maximi periph-
ęria.

473. **Corol:** Superficies sphęrę sui circuli maximi quadru-
pla ē; nāg. superficies circuli maximi = equalis ē rectāg.o, et semi-
radio, et periphęria; ꝙ. ex semi periphęria, et radio (nō 462);
ꝙ. hoc rectāgulū sub quadruplū ē rectāguli ex diametro, et cir-
culi maximi periphęria producti; cū sint in xat.ē duplicata late-
rū homologorū (nō 457), diametri scilicet, et semi diametri; at
ꝙ. hji sunt in xat.ē dupla, ut patet: ḡō rectāgulū in xat.ē qua-
druplum: ḡō superficies sphęrę sui circuli maximi quadrupla ęst.

474. **Corol:** Superficies cilindri sphęrę circūscripti equalis
ē (basibus detractis) superficiei sphęrę. Cū enim basis cilindri
AC (fig.a 77) circulo maximo sphęrę equalis sit, ejusq; altitudo
sit diameter **EG**, ꝙ. **DA**, atq; ētia cilindri, sicut et sphęrę su-
perficies sit equalis rectāg.o ex maximi circuli periphęria **AQ**
B, et diametro **AD**, ꝙ. **GE** producto, superficies utriusq; (dempt-
is cilindrorū basibus equales exit.

¶ 75. Coroll: Exzo superficies sphere $\frac{2}{3}$ ē paxter totalis superficiei cilindri; nam superficies sphere quattuor circulis maximis (n. ¶ 73); & due bares cilindri sphere circūscripti duobus circulis maximis equales sunt (num.° ¶ 74) ut patet: qō cilindrus ses maximos circulos sphere cōtinet: qō superficies sphere, et cilindri sūt ut 4 ad 6; qō ut 2 ad 3, seu in ratione sesquialtera.

¶ 76. Theor. 29. Fig.ª quadr.ō rectē linea quadrilat.ª ≅ ē triang.ō cuius altitūdo, et basis equalis duobus lateribus, ut exempl. TVXZ (fig.ª 22) equale ē triang.ō TVi, cuius basis Ti ≅ sit, latesti TZ+VX. Exparatis; Ducatur recte VZ, et Xi parallele, acq: linea TZ vsq: in i produlongetur ita ut recte TZ+VX equalis euuigat. Nunc ratio theorematis est num.° 28 expectata.

¶ 77. Hactenus Geometriæ theoriā, sive eā partē, q.ª Geometria speculativa dicitur, quātū instituti ntri ratio patiebatur attigimus. Nunc ad Geometriam practicā veniendum, ad quā tamē mē suaxū cōmunitū no tritū premitēdū censui.

¶ 78. Pertica, seu Decēpeda decē pedibus constat. Pes autē ℥ unciar, sive trās uersos pollices. Uncia quipē sumitur ñ tātū pro pondere, gō scrupulū ē ℥ partes assis Romani, seu octoginta libræ Romanæ, et pars ℥ta libræ partis centesimæ, sed etiā sumitur pro mē sura, nēpe pro pollicari magnitud. q.ª ē pars ℥ta pedis, sicut digitus ē eiusdē pedis ℥ta; nihilominus ntri tēporis scriptores pollicē, et digitū sēpe in diuersimodi sumunt, scilicet pro ptē pedis ℥ta. Huic etiā usui deseruit, quū eclipsis lunæ accidit, digiti nomē pro ℥ta ptē apparentis lunæ diametri usurpatur. Itaq: cū eclipsis lunæ dicitur esse duodecim, aut tredecim digitorū; idē ē, ac si dicatur esse duarū, aut tredecim partiū ℥ ipsius diametri apparentis. Pollex cōtinet ℥ ptes, quas linea Vocamus. Linea ℥ ℥, aliis partibus constat, q.ª puncta dicuntur.

¶ 79. Scholiū: Aliquibus placuit pedē in pollices ℥

divideree; pollicē v? in 16 grana, ac itidē grana in 16 lineas distribuere, nec dubiū quin hi facilius calculū ineāt. At v? ē Wolfi sententia per in 16 digitos, digitos in lineas 16 distribuitur; genexatim? mē suas Geometrica per partes 16 successive minuitur; q? quidē in trigonometria expeditissimos efficit calculos. Mensuras olim communes Romanis, et Gallis vexibus his cōprehēsa fuerūt.

Quatuor ex granis Digitus cōponitur unus;
Et/t quater in palmo digitus, quater in pede palmus.
Quing? pedes passū faciūt, passus quing? centum
Viginti quing? stadia dāt: at milliare
Octo dabūt stadia: duplicatū dat tibi Leucam.

¶80. Per grana hinc ordei grana deinceps secundū lōgitudinem collocata intelligātur; per passus v? passus Geometricū; nā passus Gallicus, et cōmunis tribus tātū pedibus definitur. Romani autē per stadia, aut milliaria numerabāt. Dicitur ē milliare q? mille passus Geometrica cōtineat. Cuj? in viis publicis lapides, aut cippos apponere, quibus milliaria notabāt, hinc locutiones ille profluxere, di ½um, di 2um di 3um lapidem &c. Iuxtā Leucis Gallicis dant tria milliaria; vulgo tamē duo cum tertia his tribuuntur. Leucę Germanicę duplo fere maiores Gallicis dicuntur. Nunc v? in Leucis Gallicis ex pede 2,28 cū semisse, seu passus 2,739 ponitur à Mathematicis observatorii Regii Gallicani.

¶81. Æquitū cognitio utebatur, de quorū āplitudine nō liquet. Nā alii singulis cognitis tribuūt trecentos leucas Gallicas cū tribus quadrantibus. Alii leucas duas cū ½; alii tandē leucā cū ¼. Postea intervalla per passus aggeris metiebatur. Cōtinere autē passus aggeris dicitur leucā cū ½, et passus 720.

¶82. Scholiū: Cū fructus cīno quęrat, v? duas provinciarū, q? in pedis quantitate cōsistāt, atq? hoc quidē mensura sit ut visitatior, hoc re nihil ē dubitemus, quātū interesse differat pedis magnitudo pro diversis nationibus singillatim exponere. Ac pro quidē per antiquus Romanus quodcū cōdebit quilibet cōpassibi sit, et ad ipsū referendi in 1000 divisus supponatur, sicq? quot pedis Romani millesimę partes aliis quibuscunq? contingant, per sequentem tabulā innotescent.

Tabula rationē pedis diversarū Provinciarū cū Romano exhibēs

Romanus.	1000.
Barcinonēsis.	0863.
Amsterdānēsis.	0918.
Cettibericus.	0932.
Dānticēsis.	0928.
Coloniēsis.	0938.
Pragēsis.	1007.
Antuerpiēsis.	0941.
Dānicus.	0948.
Goesānus.	0968.
Metelbobergēsis.	0974.
Lōdinēsis.	0983.
Valētinus.	1000.
Rchenēsis.	1015.
Vienēsis.	1035.
Taurinēsis.	1044.
Neapolitanus.	1049.
Brecēsis.	1076.
Parisiēsis.	1092.
Veronēsis.	1133.
Pes decē pedalis Rchenēsis.	1288.

1783. Quod si per quilibet in aliū rēdigēdus sit; ut si quot pedes Valētini 720 Parisienses efficiant, indagare licuerit regula talis erit. Si 1000 (numerus scilicet pedū Valētino in tabula respondēs) 1092 (numerō nempe Parisiensi respondēs) = 720 (Parisiensibus videlicet?) 786 Valētino similes. Similiter in aliis procedēdū est.

¶ 84. Cholia: Mensura ōr apud Hispanos vocatur ad. vna castella leg cōponēdas ē decretū reg alibur, pauci ab hinc annis statutū fuit. Ergo vlna ōrer pōder, seu quor textior vocat cōtinere intelligitur. Per vo ¶ 12 pollices ¶a. Alter etiā vlna in quatuor palmos diuiditur, qui et in digitos ¶ 24 partiuntur. Cubitus reg dix 33 digitos cōtinet, atq in duas etiā pter, quarq pedes solūt, vt exius dixīg uitur. Cubitus cōmunis vlnā castella dimidiū est. Orapeda reg alix 9 palmos; cōmunis vo ¶ 8 cū 3 digitis cōtinet. Denig. Iunix adimē vnius AS vlnas cōtinere dicitur.

¶ 85. Leuca Hispanica 8428 passus geometrico cōtinet, vel 2856 exapedas ōrer, et 4 pēder.

¶ 86. Globus terraqueus tota sua circūferētia habet 360. Gradus autē cuiusq pōdet 60000 passibus geometricis; unde vecūdā suputationē leucę gallicę, gradus 22 leucas gallicas habet; secūdū vo valorē leucę Hispanicę ¶7 cū ½; ex quibus inferes circūferētiā globi terraqui esse 6300 leucarū Hispanicarū, Diametrū vo 2004.

¶ 87. Ex dato pūcto C in recta AB perpendiculare exigere. (Fig. 683)

Resolutio: Ponatur circinus in C, et intervallo arbitrario intersecetur recta AB in D, et E. ex pūctis D, et E eodē intervallo fiat intersectio in F. Ducatur tādē per C, et F recta GC, quę erit ad AB perpēdicularis.

Demōstratio: Quia DC = CE, et DF = EF erit triāg ium DCF = ECF;

adeoq; recta GC ad AB perpendicularis (n. 76.) Aliter Norma exulis unū ita applicetur ad lineā AB, ut angulus rectus puncto dato C attingat. Et per punctum datum C ducatur linea alterutri rectæ CG, pr. Exit perpendicularis, ut patet.

78. Problema 24. A dato puncto C extra rectam AB perpendicularē ad illā demittere. Resolutio: Pedio circino in C intervallo arbitrario intersecetur in duobus punctis D, et E recta AB. (fig.a 69) Et E, et D intervallo arbitrario fiat intersectio in F. Ducatur tandē per C, et F recta FG, haecq; erit perpendicularis ad AB. Demonstratio eadē cū præcedenti.

79. Problema 25. In A extremitate lineæ AB perpendicularē erigere (fig.a 70) Resolutio: Ponatur circinus in puncto pro libito assumpto C, et aperiatur usque ad A: hoc ipso intervallo notetur in linea AB puncto D. Aplicata autē regula ad D, et C priori intervallo notetur punctū E. Ducatur tandē recta AE F, pr. erit ad AB perpendicularis. Demonstratur: Quia AC = CD, et C per puncta E, A et D descripti potest semi-circulus: pr. angulus A = rectus (n.o 87) et recta FA ad AB perpendicularis.

80. Aliter: E extra punctum F (fig.a 74) intervallo arbitrario describatur arcus GHM, et pedis circino in G eodē intervallo describatur arcus FH, sumaturq; arcus HM = GH. Et punctis autem H, et M arcus describātur, qui se mutuo in N intersecēt; tūcq; recta EN per intersectionē ducta erit ad IF perpendicularis. Demonstratur: Si rectæ GH, et FH ducerētur, equilaterū describetur triangulū (n.o 33) pr. arcus HF e 1/6 semi-circuli (n.o 36): pr. 60°. eqnum etiā HM 60°: pr. ejus dimidium H0 30°: pr. totus arcus G0 90°: pr. NF ad IF perpendicularis (n.o 76.)

81. Problema 26. Per datū punctū A ducere parallelā lineæ CB. (fig.a 72.) Resolutio: Ducatur quæcūq; recta AD secans rectā datā CB in D. Et puncto D describatur arcus AF; et ex puncto A eodē intervallo alter arcus DE describatur, in quē transferatur arcus AF, scilicet ex D in G ducta linea recta AG erit parallela quæsita; pr. anguli alterni ADF, et DAG equales sūt, seu equali arcu dimētri, quæ etiā fit angulus equalis alterni dato; Si inter lineas ab extremis ducatur arcus equalis abscindatur.

82. Problema 27. Data recta AB in quotcūq; ptes ex.g. quinq; equales dividere. (fig.a 73) Resolutio: In rectā C D pro arbitrio sūpta transferatur tot ptes equales, in quot data recta AB dividenda e. Super CD describatur triangulū (modo statim dicto) ex E in A transferatur recta data AB, itaq; ex E in B. Ducatur tandē ex vertice trianguli E vertex unum divisionis punctū recta EG, erit pr. AF pars 5a lineæ datæ AB. Demonstratur: Quia EA:

EB = EC : ED, erit A = C, et FA : AB = EC : CD (n. 141) & EC = CD : 90 FA = AB : 90 AB = rectæ datæ. Iuxta cum FA : AF = EC : EG (n.° 141) Hoc est AB : AF = CD : CG, et $\frac{1}{2}$ CG = $\frac{1}{5}$ CD; erit etiã AF = $\frac{1}{5}$ AB; adeò hac via linea quælibet secatur in ea proportione, in qã alia secta fuit.

193. **Problema 86.** Ex duo puncta A, et P rectã lineã ducere. (fig.ª 74) Resolutio: Ex puncto A, et P quæcunq; circini apertura inter sectiones fiat in C, et T. Ex his iterũ fiat decuratio in E, adeò etiã si libuerit in H. Ducatur linea AH quæsita; iungantur C, TE, et CE (n.° 28 mõstratio: PA est perpendicularis ad ET in O (n.° 187) similiterq; et HO ad ipsã CT est in O perpendicularis: ergo HO, et PO eadem linea est.

194. **Problema 87.** Inter duas datas lineas BD, DC mediã proportionalem invenire. Resolutio: Lineæ datæ in directũ ponatur, ut una recta BC fiat, ex cujus puncto medio E semi-circulus BAC describatur, tunc ex puncto B excitetur perpendicularis AD. (fig.ª 75.)

195. **Schol:** Nulla adhuc extat methodus geometrica, qua duæ aut plures mediæ proportionales inter duas datas lineas inveniantur. Veteres quidã aliqui ad illã tradantur viæ mechanicæ ab antiquis excogitatæ, ut à Platone, Archita, Philone, Nicomedo &c. (ut est apud Tacquet tom. 1.° tract. 3 Geomet. tract. lib. 3.°) &c. Pterentij à Carthusio cujus inventũ ab Oronzio excellentius est, &c. & ad duas tantũ, &c. ad quascunq; medias proportionales extenditur. Adeò duarũ linearũ proportionalium inter duas datas inveniendarum celeberrimũ Problema Deliaci de duplicatã cubi (Platonì quidè imputatum, &c. à quibusdã tandem Hippocrate resolutũ) absolvitur. Et autè quæsitũ proportionis, &c. de proportionibus numerorũ in Arithmetica dictarum, in memoriã revocate. Igitur ea est proportionalium quantitatum indoles, ut si quatuor sint tãtæ proportionales; ex. g.ª 2. 4 = 8 : 16. cubus primæ est ad cubũ 2.ª, ut 1.ª est ad 4.am; nam 2 : 16 = 8 : 64 (n.° 348 Arithmeticæ) Si igitur daretur duæ lineæ, quarũ posterior esset dupla prioris, et inter illas duas aliæ duæ proportionales inveniretur, adeo ut quarta proportionalis foret dupla 1.ª, manifestũ est cubũ, qui fieret in 2.ª proportionali, fore duplũ ejus, qui fieret in 1.ª; quoniã ex modo dictis cubus 1.ª se haberet ad cubũ 2.ª, ut 1.ª linea ad 4.am, &c. 1.ª ad 4.am ut 1 ad 2: ergo primus cubus est ad 2.um ut 1 ad 2. Igitur ad duplicationẽ cubi Deliaci, sive &c. 2.ª cubica erit, sumendã foret linea dupla cujuslibet ex ipsius latexibus, et inter latus, et illã lineã duæ mediæ proportionales quærendæ. Si autè triplicanda esset, vel quadruplicanda &c. linea cujusq; ex ipsius latexibus tripla sumenda foret &c. ac duæ semper mediæ proportionales inveniendæ.

196. **Probl. 88.** Angulũ datũ ABC (fig.ª 76) in duas æquales inter dividere. Resolutio: Posito cuspide in A intervallo quocunq; notentur puncta D, et E. Ex D, et E fiat intersectio in F. Ducatur tandem recta AF; adeò hæc ãgulũ A bifariam secabit. Demõstratio: Quia AD = AE; et DF = EF, adeò AF utrig; triangulo communis: erit O = X (n.° 182.)

ꝓ 97. **Schol:** Oꝑe lineę ꝙdratrices, seu ꝙdratales ad ꝓpositũ facto; et Nicomede excogitatę; quim et ꝙpirali Archimedis, (q.ꝝ in tota inveniũtur tom. 1. exact. 3 Geom. ꝓract. libro 7.) Angulus, similiterq; arcus quilibet in quarcũq; libuerit ꝑtes dirribuitur.

ꝓ 98. **Probl.** 9 ♃ Supex rectã lineã ꝙpiralẽ ducere. Resolutio: Linea **LI** (fig.ꝝ 4) ex equo divocatur in **B**; ad.ꝫ **BI** in tot equales ꝑtes dividendatur, quot vexuras habere debet ꝙpiralis; sintq; ex.g. **B, C E, G, I**; paxis autẽ **B** ex equo itexũ in **A** dirpertiatur; ad.ꝫ ex **A**, ut centro semicixculi **BC, FE, HG, LI** efficiãtur. Ac rãdẽ ex puncto **B** alii itẽ semicixculi **CD, EF, HG** ꝛc.ꝝ pexagãtur; quibus ocbus linea ꝙpiralis cõfecta e/t.

ꝓ 99. **Probl.** 10 ♃ Datis duabus lineis **AB**, et **AC**, tertiã ꝓportionalẽ, vel datis tribus lineis **AB, AD**, et **BC**, quartã ꝓportionalẽ invenire. Resolutio ꝓ. Circumetur ad libitũ angulus **BAC**, delatã linea **AB** in **B**, altera autẽ **AC** in **C**, ducatur itẽ basis **BC**; ad.ꝫ itexũ **AC** in **AG** ꝓsi equalẽ trãs ꝑtexatur; ruxsus ducatur ꝓparallela **BC**; et **AD** e tertia ꝓportionalis quęsita. Resol. 2.ꝝ Ducatur ꝓx axbitrio angulus **EAC**. ex **A** in **B** trãs ꝑtexatur linea **AB**; ex **A** in **D** linea **AD**, et ex **B** in **C** linea **BC**: ex **B** ad **D** ducatur recta **BD**, et ex **C** alia, scilicet, **CE** ducatur ꝓparallela ipsi **BD**; et exit **DE** quarta ꝓportionalis quęsita. Demonst. ex num.ꝝ 39.

200. Datis duabus rectis AG, et E trianguli rectanguli forma re. (fig.ª 78) Resolutio: Linea AG ita ea aequè divisa sit in E, et intervallo EA, fiat semicirculus. Sumatur deinde circino linea E à puncto G in C trianguli fexenda. Ducatur tandē recta CG, et CA, perficiet E trianguli rectanguli ex hīs 87.

201. Scholi: Exigat.ª ita Isosceles, quā aequilateri methodo, quae ea dictum perpendiculariis ad lineā datā, in ea similē constituatur.

202. Probl. 4. Super data recta AB Quadratū constituere. Resolutio: in A (fig.ª 79) erigatur perpendicularis AC ipsi AB

equalis (nº 189) ite cũ B in C intervallo AB fiat intersectio in D, et ducãtur rectæ CD, et DE. Ratio ex nº 189.)

2o3. **Probl. 3um** Datis duabus rectis AB, et BC rectãgulũ efformare. (fig.a 80.) Resolutio: Jungãtur AB, et BC ad ang.m rectos (nº 189) cũ A intervallo BC describãtur arcus, et ex C intervallo AB alius priori intersecãt in D. tãdẽ ducãtur rectæ CD, et DA.

2o4. **Probl. 4um** Super data recta AB una cũ ang.o obliquo (fig.a 81.) cõstruere. Resolutio: Ad rectã AB cõstruatur ãgulus datus A; fiatq; AC = AB. cũ C, et B intervallo AB fiat intersectio in D. Ducãtur deniq; CD, et DB. Atq; ẽadẽ pene methodo fit Rhombus, qui et rectãgulũ in ipsius cõstructione imitatur.

2o5. **Probl. 5um** Invenire ãgulũ Polygoni regularis. Resolutio: Dividatur 360.o per numerum laterũ. Quotus à 180.o subtrahatur, et residuũ ẽ ang.i valor (nº 55) Quod si Summa omniũ ãgulorũ invenienda sit, ducãtur 180.o in numerum laterũ; ex producto 360.o subducãtur, residuũ ẽ Summa ãgulorũ. Cæteri pro primo in Exagono. 360.o (:) 6 = 60.o, et 180.o − 60.o = 120.o numerus quæsitus. Pro 2.o 180.o ⊙ 6 = 10 80.o − 360.o = 720.o Summa ãgulorũ.

2o6. **Probl. 6um** Arcum dato TVX circulũ toti perficere. (fig.a 82.) Resolutio: Ducãtur quæcũq; TV, VX, ex æquo in S, et R dividẽdæ perpendicularibus SZ, RZ (nº 187) Cum Z ẽ centrũ, ex quo circulus perficiẽdus ẽ (nº 77) Quod si arcus in duas æquales prior dividẽdus sit, ducatur Chorda TX lineæ VZ eã in duas ex æquo dirimendat: exit quo arcus in duos divisus (nº 78.)

2o7. **Probl. 7um** Pro data tria puncta A, B, C (fig.a 83) circulũ describere. Resolutio: cum A, et B intervallo arbitrario fiant intersectiones in D, et E, et ducatur recta DE. Similiter cum B, et C intersectiones fiãt in F, et G, et ducatur recta FG. Hæ quo usq; FG, et DE se intersecãt, scilicet in H, ibi exit centrum circuli. Ratio ex nis 77. et 78.

2o8. **Probl. 8um** Dato triãgulo FBC parallelogrammũ rectãgulũ describere. (fig.a 84.) Resolutio: Cum puncto F ducatur GA parallela ad CB; hæc autẽ ex æquo in D dividatur, atq; ex D excitetur perpendicularis DE. usq; ad parallelã AG, sumatur autẽ EF æqualis ipsi CD, exit rectãgulũ DF = triãgulo FBC (nº 136) Patet etiã alia methodo effici posse triangulũ æquale parallelogrammo.

202. **Probl. 9.** Parallelo examo dato **EC** equale quadratū cōstruere. **Resolutio:** Inter lineā **DC**, et **DE** media proportionalis inveniatur **CA** (nº 194) erit quadratū **CB** (fig.ª 85) equale dato rectāgº (nº 202 Arith.) Quod si quadratū equale triangº effici dēdū sit, quæratur media proportionalis inter ejus altitudinē, basisq; semissē. Quia triāgulū equale ẽt rectāgº ejusdē altitudinis, dimidiæ basis (nº 186) si autē triāgulū equale quadrato cōficiēdū sit, duplata latera in directū ponātur; ita ut basis triāgi dupla sit de latere quadrati; sꝰ eadē altitudo; et factū ẽt (nº 183)

203. **Probl. 10.** Quadratū cōstruere duobus, aut pluribus similibus æquis equale. **Resolutio:** Latera quadratorū **AB**, et **BC** (fig.ª 87) jūgātur ad āgºs rectos. Ducatur recta **AC**, qꝰ erit latus quadrati duplū dati; et 2 equale. Deinde super latus quadrati 3 **CD** describatur normaliter **CE** equalis **CA**. Ducatur recta **DE**, qꝰ erit latus quadrati triplū reliquis simul æquis equale. Ratio ex num. 183.

204. **Definitio:** Figª inscripta ea dicitur, qꝰ in alia cōtenta ābus suis āgulis exteriorē tāgit. Quod si figª cōtēta circulus fuerit lateraliter figª perimetria cōtinget. Sic triangulū **ACE** ē inscriptū (fig.ª 87) circulus **ACB D** (fig.ª 88)

205. **Circumscripta** ē cōversa dicitur figª qꝰ alia includit, ipsāq; omnibus suis lateribus tāgit; ut quadrata **EFFM** (fig.ª 89) perimetro suæ si circulus fuerit, ut **EAC** (fig.ª 87)

206. **Probl. 11.** Dato circulo Hexagonū regulare inscribere*. **Resolutio:** Radii inscripti rotētur in perimetria puncta **AB**, **CD** &c. ductæ lineæ **AB**, **BC** &c. Hexagonū cōficient. **Ratio:** Radius ẽt chorda 60ª sꝰ sectæ in perimetro cōtinetur. Ad Decagonū cōficiēdū omnigenꝰ Hexagoni arcus equo dividatur: pro rectilineo autē latere 2 Decagoni latus omnigenꝰ bisecetur. Pro triangº æquilatero **ACE** recta duo Hexagoni latera cōjungentē ducātur, scilicet **AC**, **CE**, **EA*** (fig.ª 87)

207. **Probl. 12.** Dato circulo **BCA** triangulū simile alteri **VXZ** inscribere. **Resolutio:** Ducatur tāgēs quæcūq; **PO**, in puncto autē **A** (fig.ª 88) fiat āgulus **PAB** = **Z**. Angulus de **O**, **AC** = **V**. (nº 191) Ducta tāde **BC** triangulū cōficiet cū **CA** et **AB**. Demōstratur: Angulus **PAB** = ē āngº **C** (nº 88) cū autē **PAB** = **Z**, erit **C** = **Z**. Similiter angulus **B** = **V**: gō angulus **A** = **X**: gō triangª similia (nº 192)

208. **Probl. 13.** Dato circº quadratū inscribere. **Resolutio:** Ducātur diametri ad āngºs rectos **DC**, **AB** (fig.ª 89) ductis q rectis **AC**, **CB**,

BD DA, quadratū cōficietur. Demōst: Quia ang.ⁱ in O recti sunt, axeus quilibet 90° cōtinet: gō Chordę sūt equales. Pro octagono inscriben-do quodlibet quadrati latus ea equo dividendatur, ut CB in F, BD in M.

2.16. **Probl. 4ᵘᵐ** Cuilibet Poligono regulari ABCD (fig.ª 80) circulū circūscribere. Resolutio: Angulidue quicūq; ex.g. A et B rectis AX BX dividātur (n.º 136) qui in X concurrāt et BX radius circuli quęsiti. De-mōstratur: Cū ang.ⁱ et lat.ª equalia sint, etiā triang.ª equalicrura sunt: gō et rectę XA XB n.ª circuli autē triang.ª circūscribitur (fig.ª 94), ea-dē methodo, qā per tria puncta data circulus dicitur (n.º 20.7) q.d. etiā pro circ.ª in triāgulū inscribēdo, ellici debet, nisi q.ª radius debet ee recta ad lat.ª triang.ª perpendicularis axis (fig.ª 94). Similiter q.ª exādū ubi agitur de axe.ª Poligonū regulare inscribendo (eadē fig.ª)

2.17. **Probl. 5ᵘᵐ** Quadratū circ.ª circūscribere (fig.ª 80) Ducatur ad ang.ª recta diametri AB CD, ac, per puncta AB, CD diametri parallelę ducatur EH, ML n.ª erit q. HE quadratū, ut patet. Quōd si Poligonū quodcūq; regulare circuli circūscribēdi sit (fig.ª 92) inscri-batur primo (n.º 2.16) Poligonū regulare ABC n.ª circa circūscribēdo simile; dein ang.ª autē ut per E, vel per D, radii producti ducatur: itęq. Super latere quolibet ex.g. ED ducatur radius XH perpendicula-ris; simul autē per H recta LM ejicienda parallela ad ED: in-tervallo denq. XL circulus describatur, qui rectas XM, XN, XO XP equales cōtinget. Si denq. rectę LM, MN, NO n.ª ducātur, Poligonū circumscriptū habebitur.

2.18. **Probl. 6ᵘᵐ** Invenire aream quadrati ED (fig.ª 79) Resolutio: Quęratur longitudo lateris CD, hęc ducatur in se ipsā, et factū exprimit aream quadrati, hoc ē, quot pedes, pollices, sive digita quadra-ta area cōtineat. Sit ex.g. latus CD = 3 A S, erit area 9 V D O 2 S: q.ª 3 A S (3 A S = 9 V D O 2 S (n.º 9.27)

2.19. **Schol:** Dicitur quadratū ee communē mēsurā superficiei, ut ea dicamus aream ee 9 pedū inuimus, tot pedes quadratos in ipso cōtinere.

2.20. **Probl. 7ᵘᵐ** Aream parallelogrami rectāguli invenire (fig.ª 78) Resolutio: Ducatur lat. IL in longitudinē LM, et factū erit area quęsita. Sit IL 3 pedū, LM 5, area erit 15 pedum pedū quadrato-rū (n.º 9.20.)

2.21. **Probl. 8ᵘᵐ** Aream trianguli invenire, ut LMK (fig.ª 78) Bas LM multiplicetur per dimidiū altitudinē, vel tota altitudo MK per dimidiū basim; et factū erit area trianguli. Triāgulū enim ē dimidiū parallelogrami ejusdē basis et altitudinis. Alter: (fig.ª 95) Demittatur perpendicularis EH ex F, pro inveniēda scilicet ejus altitudine, q.d. per basin semisse multiplicata, area triang.ª in producto exhibebit.

222. **Probl. 19**: Areã ñ rectãgulorũ invenire, ut Rombũ (fig.ª 20) Rhõboidem (fig.ª 21). Resolutio: In latus quodlibet, pro basi alterũ dimidiatur perpendiculariq.ª, q.ª per basim multiplicata in productũ areã, fig.ª exhibebit. Aliter: Dividatur fig.ª in duo triang.ª, quorũ areæ fig.ª superficiẽ occupabit.

223. **Probl. 20**: Areã Poligoni cujuscũq. metiri. Resolutio: Dividatur fig.ª in tot triang.ª quot habet latª (demptis duobus) atq. ũnum triangulorũ area inventa æqualis erit areæ Poligoni. 360

224. **Probl. 21**: Dato diametro circuli periphexiã invenire. fig.ª 27. Resolutio: Cũ diameter circuli ad ejus peripheriã sit ea dictis ut 7 ad 22, vel ut 100 ad 314, quæratur 4ª pro proportionali, exit.q. peripheria quæsita, ut si diameter OB sit 30 pedũ, exit periphe ria 94 pedũ $\frac{20}{100}$. Quia 7.22 = 30.94 $\frac{20}{100}$. Quod si data peripheria diameter invenienda sit, instituatur hoc modo operatio: 22.7 = 94 $\frac{20}{100}$ vel 2 : 30 pedes, scilicet diametri.

225. **Probl. 22**: Dato diametro invenire superficiẽ, sive areã circuli OABP (fig.ª 27). Resolutio: Quæratur 1ª peripheria (q.ª si hæc cognita sit, diameter quæratur) (224). Ducatur peripheria in 4am partem diametri, et factũ ẽ circuli area. Aliter: X quadratũ per semi-peripheriã, idq. semper ẽ factũ. Ratio operationis (n.º 162). Aliter: 3ª area circuli ẽ ad quadratũ, sive diametri ut 785 ad 1000, vel ut 157 ad 200 vel ut 355 ad 452, ut inquit Adrianus Metius, vel rande ut 11 ad 14: hæc fiat reg.ª trii: Sit diameter 28 pedũ, ejus quadratũ 784.. 14 = 11 = 784.2 616. circuli superficies. Quod si data superficie diameter investigetur, fac.da ẽ operatio 11.. 14 = 616 vel 784 quadratũ scilicet, cujus 2 exit diameter quæsita.

226. **Probl. 23**: Superficiẽ sectoris (fig.ª 29) investigare. Resolutio: Radius per semissẽ arcus BLC multiplicetur, ex facta ẽ sectoris superficies, q.ª sector = ẽ est rectang.m cũ radio, et arcus medietate. Quod si arcus BLC metiri nequit, quæratur ang.s D valor, et circuli peripheria, q.ª sit 360. 18 pedũ; nunc reg.ª trium efficit.da : $\frac{360}{72}$ 360. Valor scilicet ang.i D = 8 .. 11 $\frac{3}{5}$, valor scilicet arcus in pedibus. 3º si secmẽti BLC superficies quæratur, investigetur 1º sectoris areæ BLCD, simulq. triang.i superficies, hæc differ.a inter sectoræ, et triang.i secmẽti superficie exhibebit, ut patet. 2º si ãnuli PQOG (fig.ª 27) superficies quæra.da sit, differ.a inter duorũ circulorũ superficies ãnuli areã orientet.

227. **Probl. 24**: Superficiẽ planã Clipsis INAM (fig.ª 27) investigare. Resolutio: Quæratur 1º superficies circuli, cujus diameter sit MAI; itẽq. superficies circuli, cujus diameter sit MN, atq. media proportionalis superficiem inter duas inventa, exit

ellipsis superficies. Ratio: Circulus majoris axis ellipsis, et minoris axis circulus sunt inter se ut axes.

228. **Probl. VII.** Superficiē planā parabolę LAT (fig.ª 48) inscribere. Resolutio: Ducātur rectę LA, AT, quibus triangulū LAL parabolę inscribatur. Deinde basis LT usq; ad I continuetur, ut LI sit $\frac{1}{3}$ basis LT. Si jam nunc ducatur recta AI, triangulū LAT parabolę erit $=^{e}$. (ex Archimede de Quadratura parabolę) Ab V.º triang.º area ea num.º 224 inventu facilis, jam et parabolę. Aliter: Ducatur ordinata T.ª LT in $\frac{2}{3}$ basis axis AO, et facta erit parabolę superficies.

Ubi Superficiē, et Solicitatē metiri (fig.ª 49.) Resolutio V.ª Latus cubi HY in se ipsum ducatur; facti ē basis, q.ª si per 6X.ª invocam cubi superficiē producet. Resolutio 2.ª Basis inventa in latus alt.ª, seu in altitudinē ducatur, facti ē solidita cubi.

Demōstratur: Si latus cubi in pleu quadratū $=^{ex}$ divisum coaptatur, evidenter tot pedum area cuborū minorū erecta, quot altitudo habet pedes, et in quilibet erecta tot pedes cubos 2^{ex} quot quadrata in basi repręsentantur, jam basis pedes altitudinē X.ª numerū cuborū L.ª quos 7.ª coarctet, cum basis sit.

Exemplum

Latus 3A.	Basis VV56
⊙3A	⊙3A
V36	462A
V02	3468
VV56	3930A
⊙ 6	Solidita.
6936	
Superficies.	

230. **Schol.** Animadvertēdū ē cubū ex cōuni solidorū mēsurā, in seipsum, ac quadratū ē mens.ª superficierū, ita ut cū dicimus, Latus V6. ex V2 pedū solidorū, sive cubicorū, id innuimus, bis se latus in V2 pedes solidos dividi, quorū quilibet in quadrag.ēs secet latexibus pedē habeat.

231. **Probl. 2** ꝙ. Parallelepipedi superficiē, ac solidatē metiri (fig. 32.) Resolutio 1ª Basin ducatur in altitudinē perpendiculare, etiā si parallelepipedū obliquū sit, et producti, abditis duabus basibus methodo qua superficies quælibet rectilinea invenietur, tota parallelepipedi superficies. 2ª Ducatur basis (n. 220), 3ª in altitudinē ducta, solidatē parallelepipedi ostendet.

232. **Probl. 3** ꝙ. Cilindri, et Prismatis superficiē, ac solidatem metiri. (fig.ª 48, et 349) Resolutio eadē cum precedenti.

233. **Probl. 4** ꝙ. Pyramidis superficiē, et solidatē invenire. (fig.ª 351) Resolutio 1ª semi periphexia basis in perpendiculare ex vertice ad quodlibet ex lateribus ducatur, et facti basi addita integra pyramidis superficies. Ratio: 2ª superficies pyramidis ex axiis triangulis coalescit (n.º 208), S. tri angulorū axea per X em semibasis per altitudinē equatis: 3ª et pyramidis, 2ª Axea basis in prismā textia altitudinis prem ducatur; facti est solidum. Ratio: 3ª pyramis ē $\frac{1}{3}$ prismatis eiusdē basis, et altitudinis (n.º 234)

234. **Schol:** Integra pyramidis cujuscūq superficies, licet irregularis sit, inventa semper triangulorū tōtū axea, atq ddcta deinde basi, investigatur. 3ª et pyramidibus truncatis deservire potest, si rectilinea ex quibus tota exurgit superficies, seorsim mensurentur.

235. **Probl. 5** ꝙ. Coni superficiē, et solidatē metiri (fig.ª 352.) Resolutio 1ª Duc periphexia basis (methodo qua circuli perimeter inventa) in semilatus, recta scilet à vertice ad periphexia ducta, 2ª duc latus quodlibet in semi abitū, et facti ē, basi addita integra coni superficies. Ratio: 3ª conus ē pyramis infinitorū laterū: 4ª. 2ª Duc basim (methodo qua circuli superficies inventa) in $\frac{1}{3}$ altitudinis partē, et facti ē coni solidatas. Ratio; 3ª conus ē $\frac{1}{3}$ cilindri ejusdē basis, et altitudinis; 4ª. cilindri solidatas habetur ex ductu basis in tota altitudinē, perpendiculare (n. 232) 5ª.

236. **Probl. 6** ꝙ. Dato diametro Sphere superficiē ejus, ac solidatē invenire, fig.ª 50) Resolutio 1ª quadratus circuli maximi superficies, inventa ducatur in data diametri, et facti ē Sphere superficies (n. 172) 2ª Duc semi diametri in $\frac{2}{3}$ superficiei; 3ª duc tota diametri in tota superficiem, et facti, per 6 divide. 3ª item tota superficiē in $\frac{1}{3}$ radii, quoniā modo facti exit Sphere solidatas. Ratio: 3ª Sphera = ad ē pyramidi, 4ª cono, cujus basis sit tota superficies, et altitudo radius; 5ª pyramidis solidatas habetur ex ductu basis in $\frac{1}{3}$ altitudinis (n.º 233) 6ª.

237. **Probl. 7** ꝙ. Superficiē, et solidatē cujuscūq corporis irregularis invenire. Resolutio 1ª quadratus lateris unius cujusq superficiei (220) quæ si dabantur superficiē integra efficient. Nec. 2ª Corpus irregulare in parallelepipedū vacuū deponatur; 3ª superinfundatur deinde aqua, aut arena, atq capacitas, 4ª vacua

per extractionē extinguatur, soliditatē corporis declarabit, ut patet.

238. **Probl.** Capacitatē doliorū invenire, cū dolia in medio prope orificia ventrem habeant, et rectus fūdi ad te utring. deprehensi sit, habeatur (conveniente experientiā, et ita geometrice demonstrari nō possit) pro cylindro cujus basis, et circulus mediū arithmetice inter inter circulū minorē fundi, et majorē ventris: adatur hō diameter major, et minor, semisumma (per n. Arith. 248) per longitudinē dolii multiplicetur, et factū exibit capacitas quæsita (n. 232, fig. 93).

239. **Schol:** Ad inveniendū numerū mensurarū fluidi alicujus exempli cer visiæ, vini, sulimati, in data cilindrico coërenti, vel quot amphorarū vel modiorū capiat, adgr. eadē ē cū linea planometrica, de qua ubi de planometria, agendū ē. Sit vē qualis sit ejus usus apparebit, ea exhibēre operæ pretiū judico. Exempli diameter AB (fig. 93) basis cilindrici amphoræ vinum junguntur linneæ indefinitæ ad angulos rectos. CAB extractentur in L recta AB, quæ in I exempli gratia bisecetur; ducatur nunc $B^2 = A^2$, exibit B^2 diameter cilindri duas amphoras capientis, quæ tamē simulē altitudinis cū basi, quæ si nisi unā capit, eodē modo inveniuntur diametri basium capacium B^3, B^4, B^5, &c. ad alios vinorū cylindros extractentur quibus positis vicibus, sicq: tota vinorum copia extractentur, et diametros, et altitudinē cylindrorū cōtinet. Sit at quot amphoras cylindrus HG (fig. 94) investigare oporteat, vel ope linneæ per quæ ei in alia linea perpendiculum rectum ducitur, longitudo FG (quæ hic altitudo etiā nominatur) mensuram dat. Sit rursus vel diameter linea mensuratur (quæ scilicet diametros rectos secat, sicut est altitudinis) quæ si eadē longitudo, seu altitudo inventa FG in diametrū ducatur, producit numerū mensuræ, quas totū basis capit. Sit exempli altitudo basis 22, diameter vel 3 exibit numerus amphoræ quas capit 66; quæ si basis ventres habeat, ac prope fundū utring. deprehensū fuerit, tunc diametro ad majorē, et minorē medio arithmetice habita pro recto diametro utendo (n. 238), atq: reliqua ut supra pergenda.

240. **Probl.** Paxillos edificii cujuslibet soliditatē invenire. Resolve Si paxillus ab una ad alteram baseos terminationē parallelē pipedi naturā imitatur, ipsius instar mensuradi sunt, nisi quod parallelepipedi rectilineis paxillus angulis efficientibus comme, uni eorū latū adhibendū ē, et ab alio quidē subtrahendo, ne aliter bis sumatur. Quod si paxillus cuspidati sint, ut in muris, et propugnaculis esse soleat; ut si muri DB metiendus sit, neutiquā AC, neq: totus crassitie DE, sed crassitiē media DH, videlicet ē, quæ per altitudinē AD multiplicata, et deinde producta in longitudinē CI ducatur, muri soliditatē exhibet. Fig. 95.

241. **Schol:** Cū in transformatione corporū in rectangulum hexēre contingat, ea

dictis monetis duximus. Prisma exto. in parallelepipedū (fig. 38) convertī. Si ex basi ABC extrahatur $\sqrt{}$ et $\sqrt{}$ erit latus quadrati, q. aequata prismatis altitudi., parallelepipedū coficies prismati =. Si $\sqrt{}$ ex prismate cilindrus effici debeat, basis ABC ad circulū reducatur, atq. aequata = altitudi., cilindrus = $\sqrt{}$ exuxq. Si ex prismate cubus efformādus sit, ex prismatis solidit. extrahatur $\sqrt{}$, q. et cubi radix, sive latus erit. Si autē prisma in sphæra convertendū, radix cubica erit sphæræ diameter. Si piramides, aut coni in cilindrū, aut prisma transformā. sint immutatis basibus $\frac{1}{3}$ tantū altitudinis arumi debet. Si cubus = $\sqrt{}$ corpori cuilibet dato efficere proteat, ex solidit. $\sqrt{}$ extrahatur, exit. cubi latus. Quod si dato prismate, corpus solidit. eiusdē, atamē basis amplioris efformādi sit, prismatis solidit. per amphora data basim dividatur, et quotēr altitudinē quæsiti corporis declarabit. Si forte corpus varii explurib. efformari conveniat, solidit. oēs adjungātur. atq. $\sqrt{}$ eorū, latus cubi oīb. equivalētib. corporib. dotis extendet. Denicq. Si corpus quodlibet in plura dimensionū sit, ejus solidit. in tot pēs dividatur, quot sūt corpora cōtenta, atq. $\sqrt{}$ ex unaquaq. extracta latus veri cujusq. corporis indicabit.

242. Instrumēta geometrica, et si pluria quidē num., sed ad. utilitate, et practu maxima sunt. Nec de illis in præsēti sermone curabimus, q. de his tantū, q. ignota ee et debent liberalioris disciplinæ candidatis; quib. et vita civili magni usus ee optimus patuit.

243. Scholi. Prob. V. Scala geometrica (vulgo Zirkel) ut fig. 96) sint in scala sum. 368 pter ex his, in quar. distributa (quæ quippe indeterminate, et indefinite ee possunt, v. gr. pertice, v. pedes, v. pollices) quæratur q. numeri a superiori scala parte exaratur, eiusdem

inserietur cuncta illa, in suo linea transversali obliqua, cui afixus ē nume-
rus 60 cū linea ab ⊙ demissa occurrit ⊙ videlicet, ibiq.ꝫ fixo circini pede alter
pes ad 1 pozitus, punctū v.º ubi occurrit linea transversalis, cui in marg.ne
300 apposita; atq.ꝫ dicta 0136o, ptēr cōtinebit. Pari pluuer, quā sint in scala
ptēr, accipē sint, e.g. 1824, assumatur v.º totius scalæ longitudo, q.ꝫ si pe-
dib. Geometrici fuerit 1200 ptēr includet; reliqua v.º 624. Nisi nouam methodo
haūd difficulter inueniantur.

244. Norma, seu Nomon (vernacule Quadra) ad lineas perpendiculares
facile duc.ndas inuenta ē; atq.ꝫ ad ang.s recte efficiendos. Si autē ipsi tres affigā-
tur simulē, sive dioptræ v.º videlicet in cacumi A (fig.a 37), reliqua v.º in ejus
extremitatibus B, et C; punctū illud, in quo visuales lineæ ab oībus duobus colimatæ
angulū rectū formant, ejus ope reperitur.

245. Baculo, seu cruce Geometrica quāta sit stellarū supra Horizonte
elevatio à Nautis observatur, simulq.ꝫ distiæ, atq.ꝫ altitudines quælibet inueniuntur
ex angulorū notitia, quos instrumēta ope linearū visualē formāt. Cum et regula
magnetica (de ejus constructione, sicut et de reliquis instrumentis tocam consulite,
tom.m 1.m tract. 3.º Geom. pract. lib. 8.) magni ē usus, cū perpē ad perserutā occu-
rit alicujus campi, seu civitatis Stereographia.

246. Quadrato Geometrico EHFG, quæ cap.t octo elevationes (fig. 98), sive
distiæ reperiuntur ope regulæ, quæ circum A ut pp.m inflectatur, elevatā vide-
licet, v.º distia. Hujusmodi autē operationū ope triangulis rectang.lis similibus
nititur; inventq.ꝫ de invicē tam angulorū, quā latera habitudine. Reliqua postea.

247. Semicirculo aut Graphometro (fig. 99) de angulis, et figuris quālibet
elevandis; parallelas ducimus elevationes, distantiq.ꝫ metimur, ac deniq.ꝫ capi ejus-
libet Geographiæ positiones possumus.

248. Pantometra, seu vitis mens.ria (ab alio ite vitatio vocabulo cir-
cinus proportionis appellatur) instrumēta ē in qb.s plures simul lineæ ejus-
dē descriptæ, quarē præcipuæ, et usitatiss.æ subjungimus. Prima ē/t
linea Arithmetica, seu = um pāg. 2.ª Poliorcū. 3.ª Coelometrica. 4.ª
Planometrica, seu Geometrica. 5.ª Circulometrica. 6.ª Metallica. Deniq.ꝫ
Armonica, et diuisarū q.ꝫ figurarū.

249. Linea Arithm.ca, q.ꝫ et in Pantometra linea = um pāg. inscri-
bitur in 200 ptēs = os pro quolibet nēre instrumēti cruce, diuisibili
valet; atamē in quarcūq.ꝫ libuerit, sive 100, sive 500, sive 1000 ptēs diuisibili
potest. Hujus autē linea ope problema seq.ꝫ resolvitur.

250. Probl.ma. Rectā AB in quarcūq.ꝫ ptēs = os e.g. in 100 di-
uidere libuerit. Resolutio: Apertatur Pantometra quousq.ꝫ linea AB duabus suis extre-
mitatibus ad puncta 100, et 100 transversim applicetur. Postea v.º insaxiata Pan-
tometra, distia inter 20, et 20 circino comē accepta ab linea AB transferatur,

9.ª quidē 20 pter cōtinebit. Siliter reliquę divisę inter 80 et 80, inter 70, et 70 &c. ad lineā AB transflatę, recta AB in 100 pter = ; exacte distribuent. 9.º si linea MN (ex.g. cadē fig.ª) in text.ª = pter divid.ª sit; quęratur 1.º numꝰ, qui in text.ª pter, potiꝰ exacte dividat, ut 20, cujus ⅓ ē 30. 2.º: aperta Pantometra punctis 20, et 20 linea MN, hinc in OC capiatur: tum sua invariata Pantometra intervallū inter 30, et 30 arripiū exit 3.ª pars lineę MN. Si MN in duas dividi debeat pter ejusdē rationis, quā do invicē habent 3, et 3 numi in ratione data sumātur, ut 30, et 60: q.ª autē earū summa ē = 80, MN inter 80, et 80 collocetur, postea 3.º intervallū inter 30, et 30 lineā in data ratione dirimet.

255. **Schol:** Hac methodo inventu faciles sunt duę, aut plures pter alīquotę cujuslibet lineę. Sic duę 3.ę pter lineę MN ad 20, et 20, hinc inde applicatę inter 60, et 60, quę duę 3.ª pter numi 20 includit, reperiri possunt. Si autē pars linee in quacūq.ª ratione data quęrenda, propōnatur ex.g. ⅗ lineę MN, q.ª numi partis sūt dicendę ea numeratrix, quā denominatrix Zyphra, seu cexo, exhib.t: fractio 80/170 ejusdē inter se habitudinis, ac 3, et 17 (n.º 170 Arithm.ę) 90 linea MN ad puncta 170, et 170 hinc inde applicetur; tūc q.ª intervallū 30, et 80 linea quęsita reperiet, q.ª ē ⅗ lineę MN.

252. **Probl. 2.º:** Datis duabus rectis AB, et EF, 3.am proportionalē invenire. Resolutio: Linea AB circino communi ad lineā Arithmeticā à centro C (fig.ª 170) usq.ª ad M pro radio cruce transfexatur; aperiatur deindē Pantometra, quousq.ę recta F-F inter M, et N collocari possit; recta autē EF itexū à centro usq.ª ad N in radio cruce defexatur; tunc.q.ª divisa (invariata semper Pantometra) q.ª fuerit inter N, et N 3.am lineā proportionalē indicabit.

253. **Probl. 3.º:** Datis tribus rectis ABE 4.am pro.m invenire. Resolutio: Recta A in unitq.ª Pantometrę cruc, à centro scilicet, usq.ę ad F ex.g. transfexatur; tunc linea B inter E, et F hinc inde collocetur; 3.ª deinde, videlicet E, usq.ę ad L ex centro utrinque defexatur, et divisa L, L, exit linea quęsita. Demō: tribus datis rectis proportionalibus comitū (n.º 139) proporta ē.

254. **Schol:** Recdū in lineis, q.ª in Numeris 4.ae pro.is ope hujus lineę reperitur, invicem ducta cum ea operatione, ac si lineę essent. Sit 120.. 80 = 6.. 40. Si autē, q.ª sit inter duas datas lineas habitudo inexpiabilis lisear; earū 7.ª inter puncta 200, et 200 transversarium applicetur; atq.ª intervallū illud, in quo linea altera transversim etiā ad puncta quęlibet applicari possit, ut ex.g. 50, et 50, lineas inter se ē ut 200, et 50 declarabit. Cū n.º lineę logarithmię sūt, earū ½, v.º ¼ pars 7.ª quinti potest.

255. **Probl. 4ū**: Rectā perypherię circuli dati = em invenire.
Resolutio: 9a circuli diameter ē ad perypheriā ut 100 ad 314, vel proxime ut 50 ad 157; diameter circuli dati inter puncta 50, et 50 transeuntis ad Pantometra aplicetur; atq; distiā inter 157, et 157 (edē vel manētē Pantometrę apertura) circuli perypherię = em rectā ostendet. Hāc ex n.o 154.

256. **L**inea geometrica, vel qualitatica, qa gc planorū similitatis Pantometrę inscribitur, quarū situs pportio inter latera homologa planorū similiū, ut sunt qualrata, circuli 11a demōstrat; atq; hujus lineę ope figę planę cuperai in quatūq; ratione data, vel minui possunt.

257. **Probl. 5ū**: Ratione investigare, vel habitudinē inter tri angulū rectilineū X, et alterū similē Z. Fig.a 100. Resolutio: Latus AB dicens cōmi accepti, duobus quibuscūq; punctis, Cor.g. 40, et 40 in lineā planorū transeuntis aptetur, postea latus simile E F alterius trianguli de qa possit etiā puncta transeuntis aplicatū ē; sintq. 20, et 20: gc rectilineā X.. Z = 40.. 20, seu duplū ē. Operatio theorematis illo nititur: Figę similes sūt ut quadrata diametrorū. (n.o 157, 159). 9.o Si rectę AB, et E F sint circulorū diametri, circulus 4us duplus 2i dicetur.

258. **Probl. 2ū**: Data quolibet rectilineo, ut X (edē figa) alterū in quacūq; rat.e data simile cōficere Cor.g. subduplū. Resolutio: Num duo in data ratione accipiantur, sintq. 4, et 2, vel proxime 40, et 20, aptentur Pantometra, quorūq. recta A B inter 40, et 40 transeuntis collocari possit; tūc intervallū inter 20, et 20 latus homologū alterius rectilinei, Z ostendet. Idq. in circulis etiā pro ratione suorū diametrorū effici deberet.

259. **Probl. 3ū**: Datis tribus figuris similibus, ut XYZ, quarū latera homologa sint AB, CD, E F (vel si circuli fuerint, datis diametris) figuram aliā similē, et duabus datis = em efficere. (fig.a 102.)
Resolutio: transeuntis aplicetur linea AB, quibus libuerit punctis in planorū linea; sintq. 12, et 12. Postea invariata Pantom.a, linea CD transeuntis etiā intergā possit puncta collocetur, sintq. 15, et 15. Eandē linea E F similiter transferatur, sitq. inter 22, et 22. Quo facto numeri sibi adjungātur, efficiuntq. 40, nāq. 12 + 15 + 22 = 49. Servatō edē Pantometrę apertura, linea inter 49, et 49 sumatur, hoc latus homologū figę P datis duabus datis = is indicabit. Demōstrō: cū Pentagonū A sit 12, C D 15, E F 22, quorū summa 49; planū ē. Pentagonū A B ad suū simile esse ut 12 ad 49; vel A B .. H = 12 .. 49; qo P = C ē duabus datis.

260. Schol: 9° si datæ duobus circulis AA, et BB, 3ᵘ quæ-
rendum sit datorū diffa = ν. Diameter γ°AA inter puncta quælibet
trāsversim collocetur, sintq.ᶜ 20, et 20; tunc invariata Pantom.ª ∠°ZB
B, quibus potuerit puncti similiter apretur, sintq.ᶜ 8, et 8. 9ª autē 20-8
= 12, distiā inter 12, et 12 diametrū cc indicabit diametrorū datorū
diffª =ᶜ, et annulū cc =ᶜ datorū circulorū differ.ᵉ

261. Probl. 4 ᵘ. Cui dato num.° radicē quadratā extrahere.
Explicatio: Si numus datus 64 ñ excedat, ut 42 ν0. accipiatur numus qua-
dratus quicūq.ᵉ sitq.ᵉ 16, cujus γ° 64, qui ducto cubo, fiat 40; tunc ra-
dix AB erit 9. 40 ptus in lineā Arithm.ª sumi debet, qª ad lineæ Plano-
rū inter 16, et 16 trāsversi applicetur; edē autē Pantometræ aperat.ª
lineā inter 42, et 42 in lineā Planorū inventa ad Arithmeticā trāns-
ferantur; qª quidē ad 100.ᶜ 64 ½/24 extendatur. Dividatur qō 64 ½/24 per 10,
atq.ᶜ quotus 6 ½/24 radicē proximā indicabit.

262. Schol: 9° Si numus datus 70.° fuerit, qua 64, sitq.ᵉ tamē 64000
ñ excedat; duc ad denarios notæ subducātur, ut ex 3ν, 24 subtra-
hantur 24, reliquiq.ᵉ 3ν operāi ut supra invisticatur, nihilq.ᵉ nu-
merus ñ dividet, sitq.ᵉ integer arumēdus pro radice quæsita. Demōstrō ex lineis Planorū cōstat.ᵉ, et lineārū proport.ᵉ
facile educitur.

263. Linea Poligonorū, quæq.ᵉ hoc etiā vocabulo Panto-
metræ invisibiliter, unū ex latexibus Poligonorū regularīū indi-
cat, qª circ.° cuilibet invisibi possunt, atq.ᵉ ad Dodecagonū re-
gul.ᵉ Poligonū visitatus extenditur.

264. Probl. 5 ᵘ. Super recta AB Poligonū regulare,
sitq.ᵉ 9 latexū exoriare (fig. 103.) Resolutio: Apertā Pan-
tom.ª quo vis.° recta AB inter puncta 9, et 9 trāsversi apre-
tur, invariata apertura distiā inter 6, et 6 radiū circuli cōtinet, ad
cujus periphēriā potest exacte novies aplicari recta AB. Vnā
hujus operationis ex eo deducitur, q.° Nonagonū regulare =ᵉ ra-
dio sibi hujus autē distiā sumitur inter 6, et 6. (n. 213.)

265. Schol: Si data circ.° TZGLP (fig.ª 104.)
Poligonū regulare invisibi oporteat, cū 9. latexū =ᵉ; radius
circuli inter 6, et 6 trāsversi lineæ Poligonorū apretur, postea
vis.° distiā inter 5, et 5 latus Pentagoni cōtinebit, vi. 9.° adē est,
circūl.ª aplicata in 5 pēj =ᵉ ipsā circumdat. Si autē Nonago-

nū, distia inter 9, et 7; si Dodecagonū inter 12, et 12 7ª latus unicuiq; peculiare ostendet.

266. Linea Chordam, q. et Chordarū voce in Pantometra extractur Chordæ, seu subtensa, q xaduū suū semicirc: cōtinet; ctq; hujusmodi lineæ ope quot habeat q xadus axeus circuli, quē ipsa complectitur, exhibet, ideoq; et linea q xaduū solet apellari.

267. Probl. Dato circ: TZQLP axū quemlibet secare, sitq; 70. (fig. 102.) Resolutio: Apexta Pantom. quousq; recta XZ, q. xaduus ē punctis 60, et 60 trāsvexis aptetur, distia inter 70, et 70 ex Z usq; ad T trāsfextatur in circuli peripha, exitq; axeus TZ 70. Hæc ope exercitij hujusmodi eo nitētur, q. xadius equivalet Chordæ 60. (n. 2. 43.)

268. Schol: Quod si super recta XZ (eadē fig.) ang. 70. efformandus sit intervallo XZ describatur circulus, deinde apexta Pantom. ita ut recta XZ intea puncta 60, et 60 trāsvexis collocetur distia inter 70, et 70 ad ZT trāsfexanda ē. Ducatur deniq; ex T linea TX, exitq; ang. TXZ 70.

269. Probl. 2. Ang. dato TXZ q xaduū 60 hujus valorē invenire. Resolutio: intervallo Z (eadē fig.) trahatur quo axeus ZT describatur, apexta deinde Pantometra quousq; recta xaduus XZ punctis 60, et 60 trāsvexis aptetur; distia ZT ad q. portexit puncta applicari debet; q. si fuerit 70, et 70, angulus X 70. dicendus erit.

270. Probl. 3. Super data recta AB (fig. 103) Polligonū regulare, cui q. Octagonū efformare. Resolutio: q. latus octagoni regularis recta est Δ 45. (q. Δ 45. = 360.) apex. Pantometra quousq; recta AB inter puncta Δ 5, et Δ 5 trāsvexim collocetur; tunc v., inversa pantometra, distia inter 60, et 60 xadiū circuli ostendet, cui octies

271. Schol: Si circ. dato octagonū inscribi postulatur: primo xaduus XZ punctis 60, et 60 trāsvexis aptetur; postea v. distia inter Δ 5, et Δ 5 latus octagoni regularis indicabit. Si autē datus axeus, et q xaduū ejus num. Δ. q. xadius in-

veniendus sit: 1°: datus axeus inter Δo, et Δo puncta extrema ejꝰ ꝺ̄ pantometrā applicetur; deinde intervallū inter 60, et 60 ꝺ̄ obtū quæsitū ostēdet.

272. Corolariū: Ergo lineæ Chorographicæ ope elevatiōnes quæcūqꝫ, ꝺ̄ctæ, proxūmaliterꝫ investigari possūt. Si enim pinnulæ vnaquæqꝫ Cruxū duoxū extremitates invisuatur, ad obta quælibet ita ꝑ eas auxilio colineatōis potest, ut triangulū efformetur, lineis ꝺ̄licet visualibus ex ipsa met in duabus ꝺ̄ctis locis ad obtū; necnō et ad loca electa ꝺ̄ctæ, quoxū ang.ꝰ ꝺ̄ctis ꝑcedentibus problematis more resolvuntur, cognoscāturꝫ. Simul, ac linea à statione in stationē electa producta, 2ꝺ̄. si ꝑrea simile fiat in Carta triāgulū super latere cognito, cujus hōgitudo proportionalis ex linea axithmꝯ sumi potest, alterum quodcūqꝫ ex lateribus facile inveniatur; si nempe latus homologū triangꝰ in Carta exacte metiatur. Quo enim majus, vꝰ minus fuerit latere cognito quoād ꝑ ex linea axithmꝯ sūptar, eo etiā majus, vꝰ minus erit latus quæsitū, quā cognita linea.

273. Sit exg. quæꝺ̄a ꝺ̄ctia B A (fig. 106) latitudo scilicet fluminis. Resolutio: Ex B ꝺ̄ligantur ꝑ ibita stationes ꝺ̄tæ B, et C accessibiles, in quibus duo baculi exigantur, quibus inde exacte aliter cōspici valeat; hīc vꝰ pinnulæ Cruxū ex stationibus pantometræ horizontaliter ponitꝫ ex B ad obtū A colineatur; itēꝫ alterū Cruxū ita apertatur, ut baculus in C positus per invisuras pinnularū videri possit; ac denicꝫ valor ang.ꝰ ABC quæsitus (n. 269) qui in exemplo ē 74°; simili modo apretur instrumentū in statꝫ C, ut et obtū A, et baculus B ex ipso cōspiciatur; ac deinde ang.ꝰ ACB valor observetur, qui in eodem exit 60°. Postremō autē ꝺ̄ctia BC mensuranda, sitꝫ passuum 130. Fiat ꝙ̄ in carta triangulū ABC invento simile, nempe DEF methodo ꝺ̄ta. Sumatur ex linea axithmꝯ communi circino 130 ꝑs (passibus scilicet 130 respondentes) qꝯ aperto qui necesse fuerit instrumento, inter 130, et 130 in linea axithmꝯ transversi collocandæ sit et equalis ipsi basi EF ducatur, simulꝫ ex punctis E, et F describantur ad arbitria arcus GH, et IK. Postea intervallū EH, vel EG inter puncta 60, et 60 ad chordam lineā transversi applicetur:

atq; invariata pantometra dicta intex puncta ΔZ, et ΔZ valeæ ang. DEF indicabit; q. quidē dicta ad axū GH trāsflex. a. c; ex H, scilicet, ang. ad G, et punctū G notādū. id q. similiter in ang. DEF 60 efficiendū est, et punctū I indicandū. CA ex punctū G, et ex F pex punctū I rectæ ducātur, q. in D cōcurrēt; atq. ipsis triangulis efficietur EED equiāgulū relatte ad AD. Quo facto linea EF curvus intex puncta 130, et 130 ad lineā arithmeticā trāsvexim applicetur; invariata pantom. linea ED, q. homologa est rectæ lineæ BA quæsitæ, trāsvexim etiā lineæ arithm. intex q. posuit puncta, collocetur, sitq; H, G, inter 156, et 156. Cōsiderandū, q. lineā AB habere 156 partes lōgitudinis. Similiter linea AF invenīgabitur; atq. quælibet alia dicta, altitudo, &c. exotēdita.

274. Linea Stereometrica, q. cubica etiā, q. crescentiorū vocabulo Solidorū linea nuncupatur, ratione orendit, q. inter solida similia reperitur, ut inter cubos, et cubos; sphæras, et sphæras; indicat etiā, quomodo solida aliis in rat. data similia effici possint; quod facto radix cubica investigetur; lineæ proportionales habeātur, ac denig. cōmodo calybea globorū lapideorū, fenestrarū &c. inveniendā sit.

275. Problē. V. Ratione invenire inter duo data solida similia, ut inter A et B (fig. 107) q. sit rat. homologa solidorū similiū. Resolutio: recta A trāsvexis inter duo puncta ad lineā solidorū applicetur, sintq; 50, et 50; tunc invariata pantom., recta B, quibus possit puncti similiter applicetur, sintq; 20, et 20. ergo solidū cujus latus est A eadē ad solidū, cujus latus est B, ratione habere dic. tū est, ac 50, et 20, &c. q. idē est, ut 5 ad 2. Cum A, et B possunt esse rat. homologa paxallelepipedorū, prismatū, sphexarū &c. q. data, si similia sint, se habent ut cubi laterū homologorū (n. 169).

276. Corollarium: Si solidū B ex. g. (eadē fig.) alteri A simile invenire oporteat in rat. data, ut 5, videlicet ad 2; seu q. idē est, ita ut B sit $\frac{2}{5}$ A; accipiantur numeri in rat. data,

ut 50, et 20, quibus eadē, ut antea (n. 275) invēiūtur opexaō. Si autē duobus, vel pluribus solidis datis altexū ipsis ōibus = inveniri debeat, sicut in linea planoxū ad planū pluribus = investigādū, pexaq; atur opexaō. Atq; eadē methodo pro solido invēiendo dato xū differ. = ūtēdū e, nisi q. plana in planoxū; solida vel in solidoxū linea pexfic. da sunt.

277. Schol: 1. Si solidū datū sit parallelepipedū inequaliū ōino latexū EF, et EG, GM, tres capiēt plxi subpexis libxas, cui ad similē, sed. vel s capiemus libxas efficiēt. dū sit (fig. 108) longit. EF ad linea solidoxū inter 30, et 30 trāsvexsij aplicetur, atq; inaxiata pantom. intexoallū inter 50, et 50, linea HI indicabit. Simul autē lat. xeliqua eadē methodo investigabūtur. Quod si ita longa sint, ut pātometxę quācq; apextuxā excedāt, pro parū $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, aut alia quālibet pars accipiatur, q. $\frac{1}{3}$ ite, aut $\frac{1}{4}$ pars exit linex quēsitę.

278. Probl. 2um. Datis duabus lineis A, et L (fig. 109) ita ut A vel q. Sit SΔ partiū, et L 16; seu q. inveniexe. Hero lutio: Apexta pantom. quo vel q. linea A inter puncta SΔ, et SΔ trānsvexsij aplicari possit, in inaxiato instrumēto divisa inter puncta 16, et 16 exit 1. proportionalis B praecedmior linex A. Itexū linea B ad solidoxū linea intex SΔ, et SΔ trānsvexsij aplicetur, atq; eadē pantometxę apext. divisa inter 16, et 16 linea E, secūdā nēpe proportionalē indicabit. Si autē rectę B, et E ad scholam geometxicā, quā rectę A, et L dimētxę huexāt, trānsfexātur. Recta B 36 pedes, recta vel E 24 cōtinebit.

279. Probl. 3um. Cū num. dato (sit q. 16000) xadicem cubicā extxahexe. Nōtādū exit xantū numexoxū xadicē cubicam linex hujus ope extxahi posse, quoxū xexiduū, si ter à dextxa notas abscīdexis, ultimū linex numū n excedit. Exempla xadice cubica 16000 cixcino cōuni pedes 20 in linea axithm. sumantur, apextaq; pantom. divisa hujusmodi ad puncta 8, et 8 linex solidoxū trānsfexatur; deinde immoto instrumēto divisa inter 16, et 16, numū nēpe per 3 addēdas notas xexiduū ad li-

neā arithmeticā applicetur à cētro in directū; inveniturq; ꝝs
prēr cōprehendere: gō hic numꝰ erit proxima radici dati numi.

280. Calybra ē diameter cabitatis turmæ bellici, itēq;
diameter globi, qui ē turmento ejaculatur: regula calybræ &
modulus, in quo lōgitudines diametrorū globorū quorūcūq;
calibrorū, scilicet, ferreorū &a pro rata pōderū designatæ
sunt; ꝝ.g. lōgitudo diametri bilibris, trilibris &c. in eo
perhibetur, ut patet in reg.a PR. SQ, in qā super
linea R.S diametri globorū dissimilis calybræ; et super
linea PQ. diametri cabitatis turmētorū assignātur (fig.a
hoc autē invento maxime indigent turmētarii; q.d si ip-
sis defecit, ꝝ calibrā habuerint cū pōderibus datis ñ con-
sentiētē, atq; necesse sit, turmæ bellici alicujus calibrā ex-
plorare: hac utantur methodo: sumatur ꝝs diameter g-
bi cujuscūq; mat.a ill.d sit, pōderis q.s cujusvis, sitq; ꝝ.g.
ferreus, et libraru ro; tūc diameter hujusmodi ad soli-
dorū lineā inter puncta ro, et ro trāsferri applicetur; et
patom.a sic aperta taquā calybra universali uti licet; si
enim diameter cabitatis turmæ bellici inter puncta ꝝs, et ꝝs
collocetur; globus ꝝs libraru turmæ hujusce proprius di-
cēdus erit; et sic de aliis. S.d notādū, q.d cū spacia aliquod
vacuū inter turmā bellici lat.a, globiq; circulū maximū
invicem debeat, hac rat.e ut $\frac{1}{100}$ prēr in quar divisorum erit
globi libris diametrus, turmæ animę addēdę sint; ñ ejusdem
erit penitus circulus maximus globi, et turmæ, s.d
major hac, illa pro data rat.e minor. Circino curvilineo ad
solidorū diametrū metiendā uti oportet.

284. Linea Methalica, q.a et Methalorū nom.e pan-
tometræ inscribitur, xalcne ostendēs, quā inter se habent Metha-
la diversa, ꝝ quoad pōdus, si magnitudines æquales sīt,
ꝝ quoad magnitudinē, si pondera fuerint æqualia. At ꝝ

caractexibus, seu notis eiusdē, quibus Planetæ ab Astronomis insignuuntur, etiā methala notatur hoc ordine.

282. Quia vexo in methalis, et pōdus, itēq; et magnitudo ē animadvertenda, ut si duo solida silia æqualia sint pōdexis, si tamē methala divexa sint, magnitudinibus quidē sunt inæqualibus, et è cōvexis; ita ut methalorum magnitudines sint in ratē reciproca pōdexum, tabulæ septem exhibent. Quarū 1a exhibet xāxas, quas in pondere habent methala divexa, ejusdē tamē magnitudinis. 2a tabella exhibet diametrū divexorū globorum æqui pōdexatiū.

283. **Probl. V.** Dato diametro AA (fig. 107) globi fexxei diametrū globi auxei invertigare. Refolutio: Aperta pantom. quovg. diameter AA intex pūcta fexxi collocetur, distia inter puncta auxi accepta diametrū globi auxi indicabit qualis cū dato pōdexis. 2o. etiā cixca methala reliqua exopoxtionaliter obsexvādy.

284. **Probl. 2.** Racne inter duo methala, auxū & g. et axgentū, quoad pōdus invenire, si tamē ejusdē sint magnitudinis. Refolutio: Sumatur 1o. in linea methal. distia linea à centro, vg. ad axgti signum se extendens, q. g. aperto instrumto ab puncta. quelibet, ut 100, et 100 in linea solidoxū applicetur. Postea 2o. quecūq. fuexit distia à cētxo methaloxū ad vg. auxi signū accipiatur, atq. (sicut exo axgento) quibus pouxit puncti in linea solidoxū apretur, exunt. vg. 54 1/2, et 54 1/2: exgo pōdus auxi ad axgti pōdus sit ut 100 ad 54 1/2.

285. Coroll: Hinc facile colligitur quæstionis huius resolutio data statua lapidea 24 libraru, si alt.a similis, ejusdēq.e magnitudinis, atamē axogenea sit ex homāda, quot axogē libris opus exit. Resolutio: Diuīa à centro 1 pātometrę ad vnq.e signū axogē intex puncta 20, et 20 ad lineā solidoxū trāsvexil applicetur: postea v.l diuīa à centro pātometrę ad vnquę signū lapidis, quibus possit etiā punctis aptetur in solidoxū linea, sint gr.a 96, et 96: Dicendū gr.a 96 libras axogē in statua cōstructione cōsumpturas ixi.

286. Probl. 3um: Dato diametxo AA (fig.to 7) globi lapidei 7 libraxū diametxū invenire globi plumbei 2.9. 20 libraxū. Resolutio: Diameter A A transvexil ad puncta lapidis applicetur, invariataq.e pantom.a, diuīa trāsvexalis intex plūbū, et plūbū, diametxū globi plūbi 7 libraxū ostēdet, q.a autē globus plūbeus 20 libraxū cōspiciendus ē: Data autē globi plūbei 20 libraxū diameter A A itexū ad solidoxū lineā intex puncta 7, et 7 collocetur, atq.e diuīa inter 20, et 20 (immobilita mē pantom.a) diametxum globi plūbi 20 libraxū ostēdet.

Cū trigonometrię notitia in Physica naturali; nec dū in Mathesi usus maximus habeat; atq; ea angulos lat.a (ut ē apud Vietam illustrē illū Algebræ inventorē, et ipsum met trigonometriæ indagatorē solertissimū) ea latexibus angulos, et mixtis in trianguli, tā planis, quā sphæricis æquissima gloria Mathematici sit; nō abs re ōino futurū ēē credo, si ea vobis ea hujusmodi facultate tradam, q.a ut difficillima, ita utilliss.a, ac jucundiss.a sunt. Ergo pro illa dispicēda animos facite, auxer abstrigite, et intēdite nervos.

1. Trigonometria equidē generatim accepta ē scientia analitica trii angulorū, sive illa rectilinea sint, sive curvilinea: unde et curvilinea, et rectilinea nūcupatur. Triāguli autē quodcūq.e tribus angulis, tribusq.e simul latexibus cōstat, proindeq.e 6 sunt principia trianguli cognoscēda; atq.e ea his ād reliqua invenēda tria, quorū unū saltē latus sit, dari opus est.

2. Dimidia chorda BC, arcus BK (fig.a 24) dicitur sinus arcus BC; itēq.e sinus ē arcus BE, qui arcū BK, et BEK semiles sunt. Ergo sinus hic, qui rectus vocatur, ē dupli arcus chordæ dimidia. Ergo sinus rectus est etiā ea-

dio perpendiculariter (n. 75) Ergo sinus diversorū axiū sunt inter se parallelī.

3. Corol: Quoniā axis BC ang.i BAC mens.at et axis BE mensura ang.i BAE; etiā BI eorūdē angulorū sinus erit. Ergo duo ang.i deinceps positi, ut BAC, et BAE, ejusdē BI sinū habent.

4. Pars illa radii inter sinū rectū, et circūferētiā contētā sinus versus vocatur; sic IC est sinus versus axis BC; et EI sinus versus axis BFE.

5. Linea BG æqualis IA dicitur sinus cōplemēti, seu cosinus. Axis nāg.e FB, cujus E sinus rectus cū axi BC efficit 90°.

6. Recta CH in extremitate radii AC perpendiculariter exacta, axi BC, circūferēg.e ang.i BAC, tangens dicitur: Linea v.g. Ahāg.tis, et axis, et ang.i secāt nominatur: tangens FL tangens cōplemēti, sive cōsecāns nūcupatur. Radius descg.e AC, v.g. AF vocatur sinus totus. S.g. quoniā radius AF est sinus quadrātī FC, sinus totus ang.i recti sinus est.

7. Cōplemētū ang.i acuti, seu axis quadrātī minoris illud est, q.d ei deficit ad quadrātē, v.g. semicirculū complēdū. Cōplemētū autē ang.i obtusi, seu axis quadrāti majoris id est, q.d ei deficit, ut semicirculū adequet. Sic complemētū ang.i acuti BAC ad quadrātē est BF; ad semicirculū autē BFE. S.g. v.g. cōplemētū obtusi EAB erit BC. Monēdū etiā ang.m obtusos eosdē cū suis ad semicirculū cōplementis tangentes, sinus, et secāntes habēre. Monēdū insuper sinus, tangentes, secāntes axiū similiū eādē ad radios suos

xactionem habere, sicut et radii ad centū perimetros (n° 456)

8. Schol: Sinui tota cujuslibet circuli vulgo tribuitur 10,000,000, partes, et hoc Geometrę supputatur, quod haud partium sinui, et tangenti cujusvis gradus, imo cujusvis minuti per integra quadrate cedant. Hoc modo tabulę sinuū, et tangentiū cōdere fuerūt, quibus in trigonometria indigemus, quę Canon trigonometricus, sive Logarithmicus sinuū, et tangentiū appellari solet. Quoniā n° sinus, et tāgentes sunt numeri proferi, qui ⊙, et ☾ in trigonometria, per molesta fuerūt. Ideo Joannes Nepeius in Scotia Baro, et post eum Henricus Briggius Anglus, certos excogitaverūt num°, qui loco vulgarium, n sine ingenti calculi cōpēdio possunt adhiberi, q. d. X in ☉, et ☾ in ☾ cōmutant. Dicuntur autē Logarithmi, et n solū pro ōbus sinubus, et tangentibus, verū etiā pro ōbus numeris naturalibus ab 1 usq. ad 1,000. Nonnullā in tabulis sinuū, et tangentiū, vulgaribus extant.

9. Definitio: Si duę numeri series alt. in Geometrica, alt. n° in Arithm. proportionales proxime diuersę, fuerint dicuntur Logarithmi, prioris, qui tamen directi nominātur, si progressioni geometricę ascēdēti ascēdendo, v. g. descēdenti descēdēdo respondēt: Retrogradi° si vice opposita ineunt.

10. Schol: Sint duę series numeri 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. 128. 256, 512 quorum illi in Geometria, hi n° in Arithm. proportionales proxime diuersę, exit 0 Logarithmus unitatis: exit 1 logarithmus binarii: 2 logarithmus quaternarii: 9 logarithmus 512. Jam autē in Arithm. proxime: summa

extremorum = ē sūmæ mediorum, atq; etiā duplo trii medii (ex Arithm. 239), at v. in geomet. progr. factū ex extremorum = ē ex facto mediorū, vt etiā facto trii medii in seipsū ducti, in superexc. unitas, multiplicata, multiplicator multiplicandus, et producta sunt cōtinuo proportionalia (ex n. 12 Arithmetic). Exqo si logarithmus unitatis ē 0 erit logarithmus facti ex aggregato logarithmo factorum, v.g. 3 sūma logarithmorū 4, et 2 ē logarithmus producti 8 ex 2 in 4. Rursus 1 sūma logarithmorū 4 et 2, idē 4, et 3 ē logarithmus producti 20 ex 4 in 32. Item ex 8 in 16. Exqo etiā logarithmus quadrati cuiuslibet ē duplo logarithmi radicis, v.g. 4 logarithmus quadrati 16 ē duplus logarithmi 2 radicis 4: et 6 logarithmus 64 duplus ē 3 logarithmi 8 radicis 8, et vicissim dimidio logarithmi numeri alicuius ex logarithmus radicis quadrati ejusdem num.: sic dimidio logarithmi 8 ex logarithmus radicis 16 num. quadrati 256. Similiter logarithmus cubi tripli ē logarithmi radicis; ac proinde logarithmus radicis cubicæ ē pars 3ª logarithmi cubici numeri. Rursus logarithmus quadrato quadrati quadruplus ē logarithmi radicis quadratæ, et sic deinceps.

VV. Schol: Si logarithmus unitati ē 0 erit logarithmus quasi cuiuslibet differtiæ logarithmorum divisorii, et dividendi (ex n. 2 & 2 Arith.) et logarithmus fractionis inventur, si logarithmus numeratoris subtrahatur à logarithmo denominatoris, et residuo præfigatur signū subtractionis. Ratio huius ex, q.d. fractio minor unitate: exqo et ipsius logarithmus minor ē logarithmo unitatis, atq; insuper fractio ē quasi ex numeratore per denominatore: qo ipsorū logarithmorū differ. erit logarithmus fractionis (n.

V2. Schol: Hinc liquet, quomodo ope loga-

xithmoxuꝫ X +; ☉ in —; correctio radicis quadratæ in bipartione, et radicis cubicæ in tripartione cōcrescitur, sicut è cōcreto approximatio quadrati in duplicatione; cubi 9ꝰ in triplicatione logaxithmi radicis quadratæ, et radicis cubicæ 4ª.

℣3. **Schol:** Pro logaxithmis numerorum 1, 10, 100, 1000, 10000 erumpentes tabulares conditores 0. 00000000, 1. 00000000. 2. 00000000. 3. 00000000. 4. 00000000. Hinc laboriosius modo illis numerorum logaxithmos ab uno usq; ad 10000, nōunquā altra deducerent. Inde etiā logaxithmos sinuū, et tangentiū determinarunt. Arithmeticarū progressionū cuius actor ea ☉, cujus 1 ut tutus est 0; cū 0 nec in ✠ augeat, nec in — minuat. Geometricarū 9ꝰ illa actor ☉, qꝫ ab unitate incipit. Cū 1 nec in ✠ augeat, nec in ☉ minuat.

℣4. **Definitio:** Nota à sinistrorsi ꝑie 1ª in logaxithmis, caracteristica vocatur, qꝫ denotat quot notas habeat numerus cui logaxithmus ipse respondet, unitate semper addita. Ratio ☉, qꝫ logaxithmus inter 1um et 2um progressionis geometricæ decuplæ tutus, caracteristica est 0 numerus autē naturalis inter 1, et 10 medii unica tutus ponuntur nota. Similiter logaxithmus inter 2um, et 3um terminū progressionis geometricæ, nempe 10, et 100, caracteristica ☉ 1; numerus autē naturalis inter ipsos medii duabus notis gaudent, qꝰ determinē in reliquis observandi forent. Ergo constans est, 2 in numerus absolutē notas ☉, quot sunt in caracteristica unitates, una semper addita, ꝛ.g in logaxithmo 3. 7 5 4 2 9 10, qꝫ caracteristica ☉ 3 numerus absolutus quatuor afficietur notis scilicet 5679.

15. **Schol.** Constructionem Canonis Trigonometrici; nec non, et tabulæ Logarithmicæ, qui vaste desiderat Wlacq, et Wendelinus, aliosq; similiter inveniet, quos consulat: Solum enim Canonis usum, utilitatesq; explicare cogitamus; ac primum quidem tab. Logarithmicæ, in qua nempe numeri naturales ab unitate ad 10000 in sinistrorsi cujusvis columnæ primo loco positi, quibus è fronte peculiares eorum Logarithmi respondent.

16. **Probl.** I. Fractionem datæ $\frac{3}{10}$ Logarithmum invenire. Resolutio: Quæratur in tab. Logarithmus numeratoris 3, scilicet, 0.4771212; atq. etiam Logarithmus denominatoris 10, videlicet 10000000: ab hoc unitas subtrahatur, et residui minus 6989700 est Logarithmus fractionis. Ratio: Cum denominator ad numeratorem, ut unitas ad fractionem (n. 120 Arith.) erit 10: $3 = 1\frac{3}{10}$: 90 si summa Logarithmorum 3, et 1 à Logarithmo 10 subducatur Logarithmus $\frac{3}{10}$ habebitur: Quod si Logarithmo negativo -0.5228788 fractio respondens quæratur, numerus quicunq; denominator cujus, v.g. 10, cujus Logarithmus 1.0000000, qui cum dato Logarithmo efficit 0.4771212, cui 3 in tab. respondet: 90 $\frac{3}{10}$ est fractio quæsita. Hujusmodi operatio præced. inversa est. Si vel fractio spuria sit ut $\frac{20}{17}$ Logarithmus denominatoris à Logarithmo numeratoris subtrahatur; atq. residuum positivum tamen, fractionis Logarithmus exit. Si vel Logarithmus integri cum fract. quæ dat sit, fractio integer, et novæ fractionis, ut supra Logarithmus investigetur.

17. **Probl.** II. Numerum ultimum tab. concedit, ut 78936 Logarithmum invenire, Resolutio: Quattuor à sinistrorsum ad reliqua puncto separatur; eaterq; autem in modum fractionis consideratur, cujus denominator sit unitas cui cyphræ affectæ, quot sint notæ in Numeratore: ita in exemplo exit $7893\frac{6}{10}$; nunc vel integri hujus cum fract. Logarithmus quæratur, exitq. 0.8972785.

P.ª Si characteristica sit additarum unitate, quot sunt Zyphræ in denominatore (in exemplo autē est 4) exit num.ª dati logarithmi Δ. 8972754. Si numus datus proximus ñ fuerit (n. 47 Arithm.ª) P.ª ex duobus rabicibus eruitur, ut 78036 ex 253 per 332, tunc horū logarithmi additi logarithmū facti efficiunt (sutura n.ª 80.)

48. **Probl. 3.um** Dato logarithmo in tab.ª ñ ze-xesta, P.ª n.º vltū tab.ª ñ antecedentē integrū invenire cū fract.ª ijdē respondentem. Resolutio: Sit logarithmus 2.8972754. Accipiatur 80 proxime ℒ logarithmū, scilicet, 2.8921938, cui numerus naturalis 332 à minora respondet: ite proxime major assumatur, nēpe 2.8922444. Proxime autē 7.am inter ℒ.m ē 8306; similiter inter ℒ.m et dati diff.a ē 50. Nunc n.º quicūq.e differatur denominator, ctq.e 100, atq.e ijdē quotcūq.ies 50 ibus 8306: 50 :: 100. Quarta (num.º 325 Arithm.ª) inveniatur, Δ nēpe, q.d numerator exit fractionis $\frac{\Delta}{100}$. Ergo $332\frac{\Delta}{100}$ ē numus quæsitus.

49. **Probl. 4.um** Logarithmo ex.g. Δ. 8972754 ma-jori, quā tabulares bonarum respondere numū invenire. Resol.º Supponatur characteristica logarithmi dati ee 3: deinde proxime ℒ.m, et 7.m logarithmi quæratur, quorū diffex.a ē 560; diffex.a autē minore inter, et medii assumpti 330, cujus-modi addendæ sunt Zyphræ, quot sūt in characteristicæ diff.a notæ, nēpe 4 (q.a Δ − 3 = 4) atq.e extuga 3300: numus ita bonus 560 dividatur, et 0.8972754 exit (eam n.º proxime) loga-rithmus num.i $7803\frac{6}{10}$. P.º Si numus ita ut integer assu-matur, exit 78036 logarithmo dato numus respondens.

20. **Definitio**: Canō trigonometrica ē tabª graduū 90, et minuta vsq. ad quadrātē cōtinē: ita vt in tabª qualibet duę sexies, et in vnaquaq. earū columnulę bxes xepexiātur: 1ª à legentis sinistra minuta exhibet illius graduū in tabella sumitatē exaratā: 2ª sinus logarithmicos graduū subxa positos, minutisq. xespōdētes: 3ª denigª tāgētes logarithmicas; idq. silēter in altª se xie obseruatux; nisi gª minuta imbexsę transcēdūt, ut hac quidē xatōne graduū, minutaq. sexiei 2ª quadrātē cū graduū oxdinū 1ª cōficiant, seu ipsius ad quadrātē 2ª, seu cōplementi nūcupātux. Nā cū earū quadrātī maiores appareāt, eoq. ipsis idē cū suis ad semicixculū cōplementis, sinus, et tangentes sint, quadrātī 2ª. Hujus autē tabellę vsus tam facilis est.

21. **Probl. 5ū**: Canone trigonometrico uti.

Resolutio: Dato axcu, angulo **B** 27°, et 24′ tam sinuª et 1ª tangtę quam 2ª proximū numēri graduū 27° xēpe in tabª fronte, atq. in 1ª ejusdē sexiei columna 24′ inuentā gentax, atq. è xegione habebitux sinus 1ª ux. nempe 0.66 2064; proximaq. tāgens 0.7146237, deindē juxta ductū ejusdē lineę transversalis sinum 2ª ux. 0.0483227; et 2ª tangens, scilicet, 0.2853763 alterū in ordª xpexientux.

22. **Schol. 1ª 2ª 3ª**: Si axcu datu sit 27°, et 36′, post inuentos graduū 27 in 1ª ad lexā columnellā 36′ inuestigētux, atq. è xegione, ut supxa, ita quęsita innotexcet.

23. **2ª**: Si autē axcus datux 62°, et 36′ cū, à 180° sub ducatux, eq. quadrātē excedat, tāq. xesidua 27°, et 24′ (n. 24) sinus, et tāg. 2ª quęxātux, cū in idē coincidant.

24. Schol. 3ª: Si autē sinus arcus ad minuta 2ª quæxantur; ut sinus 4ti ang.i 27° 24′ et 35″ pro⁹ inuentū, ut supra, sinū 4ti 9.6629464, sinus iste à proxime 7i scilicet, 9.6634900 subducatur, atq.e iprox.ū dif.x ex.t 2486; deinde æq.a exiit hoc modo ordinandus; ni 60″ g.t minutu⁹ 4ti assumant, pro duab⁹ 24 36 = 35″. 2. 4 24 4; qui logarithmo 4i addit⁹ efficiunt 9.6630885 arcui logarithmū ang.i dati. Ad g. pro tangentibus similiter efficiendum est.

25. Δ: Si dato sinu 4o logarithmico p.g. 360 24 24 angulus acutus, cujus ē sinus proxime quæsitus, prædictus logarithmus in columna sinuū inuenit.dus ē, videlicet in 4ta serie sinuum 4ti, in 2ª autē, ni vis, sinus 2di. P.o si ipsemet n̄ reperiatur proximior 2o, ut arcui arcum dui ē, exitq.e ipsi à sinistra ser. pōdens numer⁹ 37, in pagella autē summitate 23.

26. Theor. 4: Sinus 2di BG, sive AI arcus BC (fig.a 28) ē ad sinistrā in recta BI arcus ejus dē, ut radius AB, sive AC ad tangentem CH.

Demōstratur: in triang.o ACH sinus BI ē tangō CH parallelus: go (n. 4 Ax) BG, sive AI: IB = AB, ac AC: CH: go pro tangentibus investigātibus æq.a exiit rectū: AI.

27. Theor. 2: Radius e medio, pro⁹ sit intersi-

nū 2um, et 4ū ejus dē axcu tangentē (fig.a 28) q.a
ēnj recta BI, paxallela ē rectis CH exit AI, BG:
AB=AB, sūc AC:AH. Huxus radius ē mediu
pp.lis inter sinū 4ū et 2dam accātes, q.a BI, seu
AG:AE, seu AC=AC, seu AF, s.l AI (n.4
39) ite radius ē mediu pp.is inter tang.tes ejusde
axcus 4um et 2um; nāq.c CH:CA, seu AF=AF
(n.448) Hinc patet quomodo incognita hoc true
nixi debeant.

28. 3ū: in triang.o quocūq.c ABC (fig.a 449)
lat.a sūt ut sinus oppositorū angulorū.
Demōstratur: si circa triangulū ABC cir-
culo inscriptū, gō sēper, et in quolibet triang.o fieri
potest (n. 207) atq.c lat.a radiis perpēdicularibus DE
DF ex quo puncta HL dividāt, nec n, et ipsorū ax-
cus in E, et F dimidius axcus AB exit mens.a ang.i
C (n. 96) adeoq.c dimidius axcus AC ē mens.a ang.i
B, ac proinde dimidiū latus AC sinus ang.i B: qō
ut latus AB ad sinū sibi oppositi ang.i BC (n.
Hoc theoxemate nituntur operationes trigonometricæ.

29. 45ū: tangens 45.o equalis ē radio. Sic in
triang.o BGF (fig.a 452) FGB = 90.o (ex n.o 87)
FGB = 45.o, s.l lat.a opposita equalibus angulis = .a
sūt (n. 453) qō BC=FC; at BG ē radius, et CF
tangens: qō.

30. **Definitio**: Complementum logarithmicū

ē differ.ª dati logaxithmi à logaxithmo xadii, ut si logaxithmus 3.Δ70 8560 à xadio 10.0000000 subducatur; differ.ª nepe 6.529 ΥΔΔ0 exit cōplementum logaxithmicū, q.ª duabus his literis CL denotatur, cū logaxithmus major ē xadio, ut tangentibus à Δ5° usq.ª ad 90 evenit (n.29) differ.ª $\frac{1}{n}$ à xadio, q.ª à duplo xadii assum.ª ē; ideoq.ª logaxithmus 10. 122 8856 à duplo xadii 20.0000000 subduc.ª q.ª exit residuū 9.877 ΥΥΔΔ exit CL. Cuius CL ignorat cōpendio invenitur, si nepe logaxithmi dati nota à 9 subducatur, postrema ad dextrā, excepta, q.ª videlicet à 10 subtrah.ª est. Sic in alato ex. cōplo logaxithmus 3.Δ70 8560 sic à xadio subduc.ª est 9−3=6, ; tertius 9−Δ=5, ; item 9−0=9. Hoc ita patent in sequentibus exēplis.

Ad 9//	Ad 10.
Cōplū	
3.Δ70 8560	
6.529 ΥΔΔ0	
Ad 10//	Ad 9// Ad 10
Cōplū.	
10. 122 8856	
9. 877 ΥΥΔΔ.	

3 Υ. **Def.ª 9ª**: Angulus latexi adjacēs, seu cōtermin.ª illi ē, qui subtēx exde ēstoxmatur latexe, ut angulus **B** (fig.ª 42) cōtermin.ª ē latexi **BC** subtex q.ª cōstruitur: sicut è cōtrario latus adjacens ang.º ē illū q.º simul cū alt.º angulū ipsū ēstoxmat, ut recta **BC** ē latus adjacens ang.º

32. Theorema: In triang.° rectang.° hy pothenusa de latus q.° agg.° eādē rationē habet, ac radius ad sinū ang.ī contra oppositi: sēc triang.ī ABC (fig.ª 172) hy pothenusa A ad latus AC, sicut radius BD ad DC sinū ang.ī B lateri ad E oppositi. Demonstratur: 2.ª ang.ī C, et E recti sunt, exit recta AC ∥ parallela (n. 142) Exgo triang.ª BAD CBDE similia sunt, ac latª ∠ppolia (n. 28) go BA AC = BD DE, id q.d etiā exga latus BC demonstrandi identide pariet.

33. In triang.° rectang.° ut ABC (eādē fig.ª) latus cōexminatū ut BC ang.° B eādē ratt.ē ad latus CA ang.° B oppositū, ac radius BG ad tangentē FG ipsius met ang.ī B. Demonstratur: triang.ª BAC, et BFG similia sunt (n. 128) Exgo latª sunt ∠polia (n. 142) exgo BC = BG : FG: Similiter latus BC ad hy pothenusā BA, sicut BG advocantē F.

34. In triang.° rectang.° BED (eādē fig.ª) hy pothenusa BD radius assumtus exit DE sinus rectus ang.ī oppositi B, et latus BE sinus 2.ūs seu potius sinus ang.ī D: Si autē latus quodlibet ut BE, ac si radius est, accipiatur, altexū latus CD tangens exit ang.ī oppositi B; atg.° hy pothenusa BD secāns exit, q.d quidē ōia ex definitionibus sinuū,

et tangentium ita nota sunt.

35. Corol: Cogo cū hypotenusa tanq; proportionis ē datur, q.ª quæritur (ex n. 32) cū autē lat.ª duo proportionis tri sunt (n. 33) resolutio problematis repetēda ē.

36. Schol: Ubi req.ª trium pro resolvendis triāgulis cōfic.da ē, loco logarithmi q.ti tri cōpendio investigandi ipsius cōplemēto logarithmico ubi possumus (n. 30). S.d si q.tus terminus nullus fuerit omitti valet, cū nullū ipsius cōplementū sit. Atq; q.ª trianguloxū resolutio ad hoc colimat, ut 4.us proport.lis terminus datus, sive cognitis inveniatur; si n cōplemēto logarithmico, d logarithmo q.ti termini utimur; q.tus à medioxū summa subtrahēdus ē logarithmus quæsitus, proindeq; trium ipsi respōdens innotescat. Ubi autē cōplemēto utimur medius logarithmus CL adjungitur. S.d si radii logarithmus ab ortum summa subducatur, residuū ē 4.us logarithmus quæritur. Ratio operationis ē: summa logarithmis proximi tri, addito ipsius ad radii cōplemento ē radio æqualis: ḡō si à medioxū logarithmoxū summa, nec dū q.tus logarithmus n subducatur, s.d insuper ipsi ad radium adjungatur, tricum

Logaxithmoxū xadio integro sūma quæsita sūma excedit: qō cū xadius ab ūitate sūma subtrahatur, quæsitus 1.ūs logaxithmus innotescit. Sed v.o cū xadius unitate tantū, et cyphris gaudeat, hæc vi subducatur, eo scilicet, solū, q.d unitate v.a ad levā notārum ūitatis sūmę multetur. Si autē complementū ad xadiū duplū acceptū 2.ę, numerus 2.qs ad levā subducēdus (n. 30) exemplū sequens rectē docebit. Ner nota fiet, caprag.e præcia. Monēdū postremo: ang.a, seu radexa incognita linecola, q.d tamē cognita sit cyphra, seu cexo notādū esse.

37. Lemma: Si ad semi sūmā duo-

xū numerorū, aut quātitatū addatur semidiffex.a, prodit numerus major; si v.o hic ab illa subtrahatur relinquitur numerus minor. Demōstratur: Numerus major cōponitur ex minori, et diffex.a: qō sūma cōponitur ex minori bis sumpto, et diffex.a quare cū semisūma cōponatur ex minori, et semi diffex.a, prodit numerus major, Si ad semisūma semi diffex.a addatur: cōtra v.o relinquitur numerus minor, si ab illa subtrahatur.

Numerus major = 20.
Numerus minor: = 16.
Summa . . . = 36.

Semisūma . . = 48	Semisūma = 48
Differentia . . = 4	− 02
Semidifferentia = 2.	= 46 Numer. 2or
	Semisūma = 48.
	+ 02. Semidiffa
	= 50 Numer. 1or

38. Theorema: In quolibet rectang. rectilineo ABC (fig.a 143) sūma duorū latorū v.g. AC, et BC, scilicet BA ē ad eorūdē differtiam EA, ut BG semisūma angulorū quæsitorū A, et B ad tangentem BG semi differ.q eorūdē. Sit præparatio, et demōstratio: Latus AC prolōgetur in D, donec CD = CB, et fiat CE = BC: erit DA sūma laterū, EA differ.a, et angulus DBE rectilineus (n. 28 Geom.) Ducatur AG ipsi EB parallela erit angulus G etiā rectus, et GA D = BE D (n. 23, et 24 Arithm.) en GB tangens ang.i GAD (n. 64) ē v.o DCB = CBA + CAB: item = CBE + CEB. Demptq. CEB: (n. 20 Geom.) adeoq.e CEB, itēq GAC semisūma angulorū quæsitorū CBA, et CAB; cōvrq.ex BAG semidifferētia (n.o præcedenti) 90 ē ut DA sūma laterū AC, et CBA ad EA differtiā eorūdē; ita DG tangens semisūma angulorum quæsitorum ad BG tangentem semi differtiæ (n. 489 Geometriæ) Sit exempli.g. AC = 75 pedibus, BC 27; C.o 90.o = Calculus ita inscribitur:

Logarithmus tang.ti $\frac{1}{2}$ (A B) 8. 9644667, cui in tabulis respondet 5°.17'.

A C = 76,00.	A C = 76,00.
B C = 58.	B C = 58.
A C + B C = 133	A C − B C = 17.

A + B + C = 179°+60'

C = 108°+24'

A + B = 71°+36'

$\frac{1}{2}$ (A + B) = 35°+48'

Logar. A C + B C :: 2,1238516

Logarithmus A C − B C :: 1,2304489.

Logarith. tang. $\frac{1}{2}$ (A + B) :: 9.8580694.

Summa. 11.0885183

39. Theor: In quolibet triang.° rectilineo A B C, ut latus majus C B ad summam laterum A C + A B; ita differentia eorundem F C ad G C differentiam segmentorum basis C B. Exemplificatio, et demonstratio: Ex vertice ang.i A latere minimo A B describatur circulus; latus g.m C A producatur usq.e ad D: erit D B A B = A B = A F (n. 56 Geom.) C D summa cum. A C, et A B; C F vel differentia eorundem. Subtrahatur C G à basi C B, ut relinquatur B G. Demonstratur: Ex A perpendicula sis A E ad chordam B G; erit B E = E G (n. 75 Geom.)

vroc $= \frac{1}{2}$ BG. Nihil al.^{o} demōstrandū est, quā CB:CD = CF:CG; sit modo recta, quonia ang.^{i} I, v.^{l} GBD mens.^{a} est axeus dimidius GFD, et ang.^{i} X mens.^{a} axeus dimidius GBD (n. 36 Geo.) exit X + I = 180.^{o} Et v.^{o} etiā X + O = 180.^{o} (n. 18 Geom.): go O = I (n. 38 triāh.); cū porro angulus C sit vtriq.^{e} triang.^{o} CFG, et CBD cōmūis, exit CB:CD = CF:CG (n. 141 Geometriæ.)

40. Schol. 6 ^{ti}. Hāc duobus theorematibus nititur resolutio triangulorū obliquangulorū, et acutāgulorū, sicut et præcedētibus numeris, scilicet, 32, et 33, Resolutio rectāgulorum.

41. Probl. 7 ^{ti}. Lineā horizōtalē AB, ad quā vno tantū ipsius extremo B accedere liceat, metiri. Resolutio 7.^{ti} operemi axeali, seu Graphometri horizōtaliter posita in B, puncto A inspiciatur, per diametrū invertumi; itēq.^{e} per dioptram movilē puncto quodlibet L, ex.g. colineetur; vtrq.^{e} linea BL 57 ped., et angulus B 50.^{o} similiter ex L trāslato ibi invertumento per diametrū colineetur ad B, per alidadā ad A. Si go angulus L sit 70.^{o}; exit proclivis angulus A 60.^{o} (ex n. 36 Geo.) Nunc autē in triang.^{o} ABL, latus BL cū ōibus

angulis cognoscitur: igitur latus AB hacce inversi-
gabitur analogia: sicut sinus ang. ∠A 60°. ad
* Logaxith. sinus ang. ∠A ... 9.937.5306.
Logaxith. lateris BL. . + 2.6589762.
Logaxith. sinus ang. ∠L + 9.9729858.

Summa duorū .... + 2.6329020.
Sinus ang. ∠A . . . — 9.9375306.

Logaxith. lineæ AB . . 2.6953714.

XCL. sinus ang. ∠A . . 0.0623969 AB.
Logaxith. lat. BL . . . 2.6589762
Log. sinus ang. ∠L 9.9729858

Summa dum + 2.6953714.

latus BL 457 ped: ita sinus ang. ∠L 75°. ad latus
AB (ex n. 28 trigon.) Ex logaxithmos calculū
instituet, ut supra: cui logaxithmo, nempe 2.69
53714, respondent 496 ped. circ. scilicet distia (n.
36 trigon.) Postquā si cōpletō logaxithmico vti li-
buerit, ita operandū est (n. 36 trig.) Vide X. Arg.
dum sūma, proinde eandē characteristicæ denotatā

loq axithmū lineę AB exhibet.

A2. Schol. 7ū. 9o. si angulus B rectus est, ope hujus analogię (n. 33 trig.) invenixi possit distia AB; ut xadius ad tāgtem ang.i L comtexmini; ita latus LB ad latus AB.

A3. Schol. 8ū. Aliter invenitur latus AB, quim etiā quodlibet al.o latus, si ope trāsportatoxia, et schalę Geometxię (n. 4 A3 Geom.) cadē in caxta, seu similis exaxetur fig.a, ac illa, g.a in campo xepexta fuit, juxta dicta (n.o 273 Geom.)

A4. Resolutio 2.a Pxobatio (n. A4) ope guadxati Geometxici (fig.a 4 46) Guadxato oxizōtaliter in B collocato, collinearur ad A, et ad pūctū guodlibet al.o v. g. O. ita tamē, ut āgulus ABO xectus exuxgat: mēsuxetur ite linea BO, vitg.e ex.g. 682 tōs. Nunc v.o ex ratione O invēticiatur per latus OL pūctū B, atg.e diotaxa mobilis OX in A dixigatur. Si igitux xecmētū LX 90 paxtiū fuexit, hoc xeg.a txiū efform.da ē: ut 400 : 90 = 622. videlicet 560, distia vidlicet AB.

45. Schol. Si autē ut in quadrato N (fig.ª 127) linea NA per H prolongetur. Tūc erit BN=BA; g.ª triang.ª rūt equicrura: g.ᵒ NL ad LH=BN:BA.

46. Schol. Si denig.ª quadrato in M collocato (fig.ª 128) linea MA per I ad A produc-catur, atq.ᵒ FI sit 80 partiū, et BM 44, tūc hoc Horm.ª ad reg.ª triū: 80:100=44.ª 55, dista videlicet AB. Demōstrō ex n.º 139, et 5A 1 Geom. reperēda pt.

47. Probl. 2. Ditātā AB (fig. 129) rino inscribile imbertig axe. Rectō per semi-axali: semiaxalus in F collocetur, ita tamē, ut per ejus diametrū videatur punctū L; per alidadā v.º visuales FB, FA dirigātur, sitq.ᵉ angulus BFA 44.º et angulus AFL 32.º: AC. Denig.ᵉ linea FL 88 poder cōtinet; trāsferatur in-de p.ª scalometrū in L, ut per diametrū inspi-ciatur punctū F; et 3.º per digitā ad B, sitq.ᵉ ad A colinectur, sitq.ᵉ angulus BLF 30.º; et an-gulus ALF 70.º: quibus vix positis, triang.ª ita resolvi debent. Primo in triang.º BFL, linea FL 88 pedū; angulus BFL 80.º, et angu-

ius BLF 30°. exit gō angulus 47°. Infexatur gō ut

Sinus ang. B 70°. . . . CL. . . . . 0.0270442.
Ad latus FL 884 ped. . . . . 2.9484430.
Ita sinus ang. L 30°. . . . 9.6984900.
Ad latus BF 472 ped. . . . . 2.6783972.

Secūdo: in triang. ALF, angulus L ē 100°. et angulus F 32°. gō angulus A 48°. unde ītia AF hac cognoscetur analogia:

Vt sinus ang. A = 48°. . . . CL. 0.1289265.
Ad latus FL 884 ped. . . . 2.9484430.
ita sinus ang. L 100°. . . . 9.9933545.
Ad latus AF = 1175 ped. . . . 3.0706840.

Tertio: in triang. AFB, et lat. FA, FB, ex et angulus F cognoscūtur, vidlicet BF 472 ped. ~~et angulus~~ FA 1175 ped. et angulus F 48°. Igitur ut angulus A innotescat inferatur:

Vt Sūma latezū (n°. 38 trig.) FA, FB 1640.
ad exūdē differētiā 705 ped. . . .
Ita tāgens semisumę angulorū B, et A = 66.
Ad tāgentē semidiffex. exūdē. 43°+50..

Exgo semidiffex. à semisuma subducatur. 37 trig.) exit angulus A 22°+10, quo affecto linea

AB analogia negrè tandè in noverca (n. 28 trig.)
Yz vinus ang.ⁱ = 22.° + 40 . .
Ad latus BF = 472 ped. . .
Ita vinus ang.ⁱ F = 48.° . .
Ad latus AB = 330 ped. . .

48. Schol: Quadrata Geometrici ope cadè distia AB aliter inaccessibilis invenitur. Donaturi examinay in puncto D (fig.ª 420) ve erigatur ad angulu rectu A ter B, et quodlibet al.d punctu M, exactato deinde instrum.to in M, ut per latus ML puctu D, et pex dioptrā punctu A, et B oculo in M objiciatur: exit 90° (n. 45 trig.) ML, LH = MD : DA. unde si distia BD à distia AD subducatur habetur distia AB.

49. Prob: Altitudinē AB ex assata stat.ē L accessibili investigare. Keri.ª 4.ª ope vemicirculi: Graphometrū in puncto H ꝟ exticaliter collocetur, ut diameter TC horizoti BH sit perpendicularis (fig. 421) pex dioptrā EZ colineetur ad A, vtg.ª angulus ACD = 38.°; ipsius autē cōplemtū ad quadrātē, nēpe angulus A exit 52.° Mensuretur deinde basis BH = CD, q.ª si fuerit 222 ped. hinc instituēda ē analogia (n. 28 trig.) ꝟ inde si in-
Yz vinus ang.ⁱ A = 52.° C.L. 0.3034669.) petitur altitudini videlicet 473 ped. C.L.
Ad latus CD = 222 ped. . . 2.3463530.
Ita vinus ang.ⁱ C = 38.° . . 9.7823420.
Ad latus AD = 473 ped. . . 472.2286629
nēpe Graphometri, adjungatur; tota quæsita erit altitudo AB dignoscetur. Id ipsū hac analogia cōficī potest:

vt xadira ad ☉gr ☉ ang.° C = 38°; ita latus CD = 222 ped. ad latus DA (n. 33 huj.)

50. Schol: Quadrato etiã altit.° AB accessibilis in B investigatur: (fig. 222. Supra stationẽ M instrumẽtũ ita collocetur, vt per latus LC punctũ A videatur: notetur p.ter ejus directionẽ ad oculũ C in M demissã, vnitq.e ex. g. 75; metiaturq.e deinde linea MB = CD vnitq 420 ped: ac denig.e hac vndẽ analogia: 75 : 100 = 420.ped. : 560, altitudo nẽpe AD, cui vi BD, v.g. CM adjũgatur, tota innotescet altit.° AB. Si pexpẽdiũ aũ per H in M ducatur.

51. Si pexpẽdiaũ per H in M ducatur, utvi in N statuatur, instrumẽtũ eveniri cõspicitur, exit ZD = DA, q.a LC = LĤ (n. 48 huj.)

52. Quod si pexpẽdiaũ per Z in O decẽdat, hac instituetur analogia: CF = FZ : CD = DA (n. 46 huj.)

53. Probl.: Altitudinẽ AB inaccessibilẽ invenire. Semi axe.° in H extrà taliter collocato, notetur ãgulus AFD, vnitq.e 75.°; deinde eo alia vnitq.e L obtineatur ãgulus ACD, vnitq.e 42.°; metiaturq.e hinc distãa LH = HF, q.a vix 80 ped; quo facto in triang.° obliquãg.° ACF, latus CF, simulq.e ejus ang.i cogniti cõstant; cũ ejus angulus AFD extranus sit 75.°, exit ãgulus A = 33.° (ex n.° 4 Geom.) Ex eo linea AF regulari analogia innotescet (ex n. huj.) Ruxus: in triãg.° rectãg.° ADT hj pothenusa TA; inuperig.e ang.i ejus noti sũt: eo linea AD hoc

Fig.a 223.

modo inuestig. datur (n. 32. fig.) 3.° si rādē ada-
ßz xadíus C.L. 0.0000000.
AD hj posthenusa AT = 98 ped. ꝟ. 99422641. } tunc in-
ita ānus Ang.° T = 75°.. 9.98 ΔD Δ38 } altitudo
AD latus AD = 95 ped.. 49764699. } habebitur

---

linea AB = 400 ped.

54. Schol: Si turris, sive castellū, cu-
jus elevatio quaritur, supra ntē, aut clivū lo-
cata sint, ut (fig.ª 424) investigetur 1.° mōtis
altitudo (n. AD fig.) 2.° turris altitudo AD.

55. Schol: Si autē ex fenestra C turris
CH elevationē turris AB metiri oporteat, ꝟ.°
mēsurāda CH = LB; observato porro ang.° BCH,
et cōes ang.° noti sint, et latus CH: go et differa
HB, seu LC cognoscetur (n. fig.) vilter in
triāg.° ACL, cōes ang.°, et latus CL nota sit;
adeoq.° latus LA innotescit.

56. Schol: Si denig.° stationes ad mēsuras
cōtic.das electi in eodē plano horizōtali nō sit (ut
evenit in fig.ª) inveniatur 1.° differa CB (n. AD
et 53 fig.) insuper exg.° differa CA: notetur porrexmò
angulus; atq.° in his oībus habetur triāgulus obli-
quāgulus, in go et lat.ª duo, et angulus C interjora
cōprehēsus cognitus ē; go et latus AB cognoscetur
per num. 43, et 38 trigonometriæ.

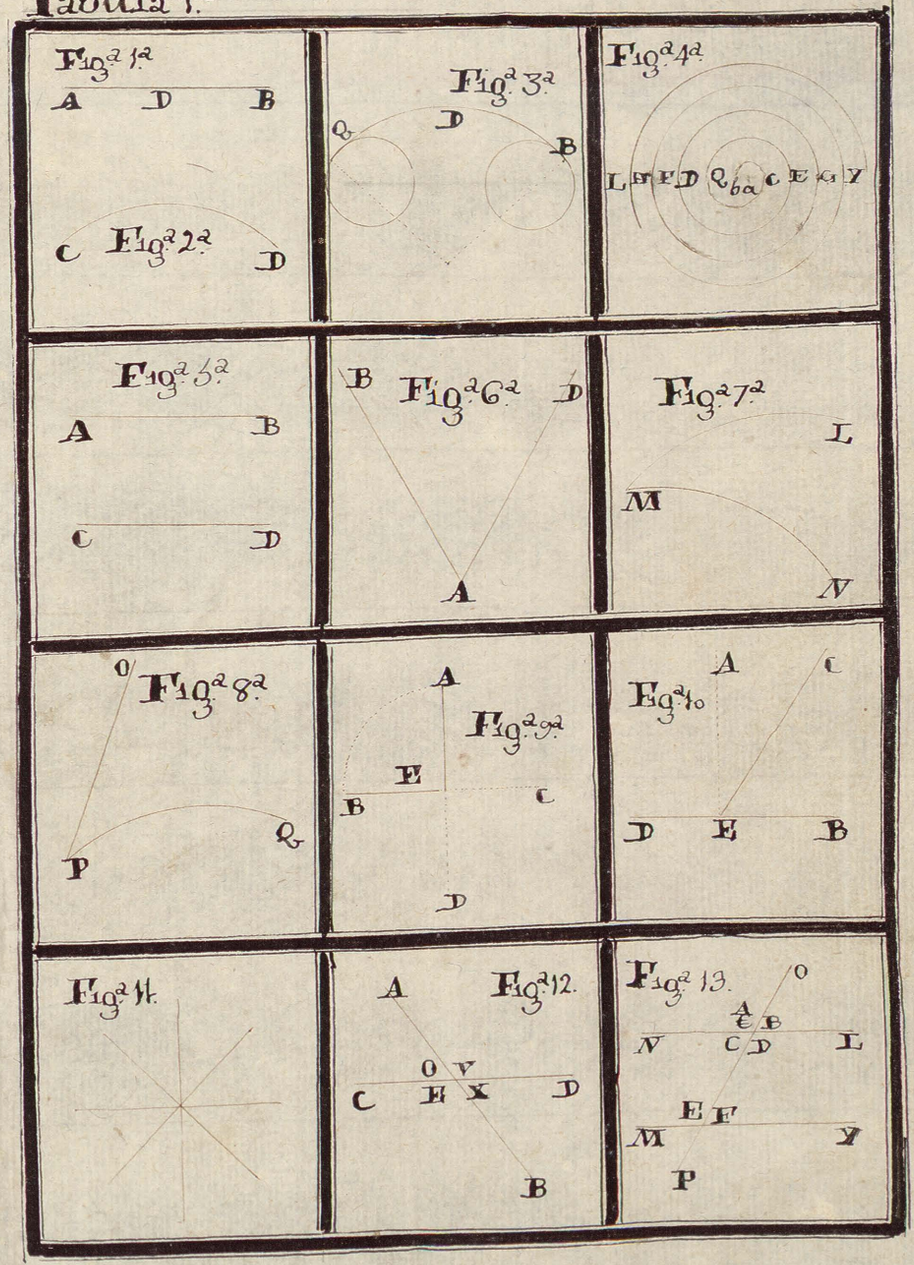
57. Schol: Quadrato geom.o vio vrēdū ad in-
vestigādā altitudinē AB inaccessibilē. Quadratū
ita in M colocetur, ut pex LM, pūctū A vide-
atur; q.o vi pexpēdiculū per X in M descēdat,
atq.e recmēū LX 36 pēdū sit; exinde in N qua
dratū exāyplexatur, vi autē pex LN pūcto A obex-
vato, pexpendiculū in N per Z demittatur; rec-
mēūq.e LZ 32 pēdū cōtineat; tūc distia MN mē-
suxdāe, vitq.e 42 pēd.; vi denīq.e 36 à 32 sub-
ducatur, xesiduū exit 56 pēdū: igitur analogia
ita fiet: vicut diffex.a recmētoxū ad invicē, nē-
pe 56 ad latus quadxati; videlicet 100 = ita 42,
diffex.a nēpe vnius stationis ad alia ad lineā A
D, nēpe 75 pēdū, cui vi altitudo invisumēū adjun-
gatur, tota elevatio tuxxis innotescet. Hāc opexa-
onis cōstat ex n. 23, et 47 Geom., et 348, et se-
quētibus Axithmetice.

58. Schol: Si autē invisumēto in M co-
locato, pexpēdiculū recmētū TX 60 pextēū secuxe-
xit (fig.a 328) posito v.o invisum.to in N, recmē-
tū LZ 60 pēdū secat, linea autē NM 50 pēd. sit,
tūc linea MD hac invenietur methodo; ut 210 diffa
recmētoxū ad recmētū minus, videlicet 60; ita 60 diff-
fex.a stationū MN, et N ad distiā MD, scilicet 50
pēd. Adxemo linea AD xeg.a exiū ope investiga-
tur, scilicet 100: 60 = 150. 120, elevatio videlicet AD.

59. Schol: 9.° si in mat.° H (fig.a 229) perpēdiculū per X decrēdit, et in mat.° N per X latus al.° secaverit, ita ut eum recntū LX sit 75 pedū; tū 9.° FX 50 pedū, ac eadē linea MN 90 ped; cōcipiatur latus LH prolōgatū in 9.° dū in P cū perpēdiculo cōcurrat; quo in exēu, linea LP nūc quæratur; ut XF: FN = NL: LP, hoc ē 50: 100 = 100:: ? 200; 9.° si 75 à 200 subtrahatur, residuū erit 125: igitur 125: 100 = 90. ? 72, distā videlicet AB (n. 57 fig.)

60. Schol: Si denig.° in aliqā mat.° perpēdiculū cū diagonali in numerū cōmodat, uti in eadē fig.a

Tabula 1.ª


Fig.ª 1.ª
A D B
C
Fig.ª 2.ª
D
Fig.ª 3.ª
Q
D
B
Fig.ª 4.ª
L F D Q C E G Y
Fig.ª 5.ª
A B
C D
Fig.ª 6.ª
B
D
A
Fig.ª 7.ª
L
M
N
Fig.ª 8.ª
O
Q
P
Fig.ª 9.ª
A
E
B C
D
Fig.ª 10
A C
D E B
Fig.ª 11.
Fig.ª 12.
A
O V
C E X D
B
Fig.ª 13.
O
A
B
N C D L
E F
M Y
P

Tab.a 2.a

Fig.a 14

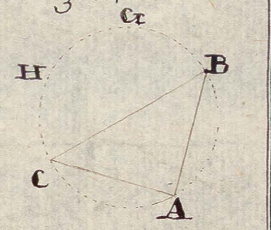


Fig.a 15.

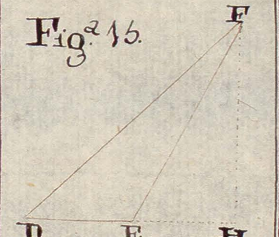


Fig.a 16

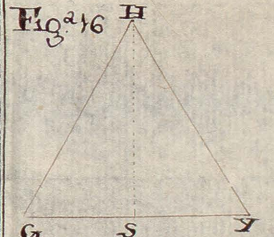


Fig.a 17

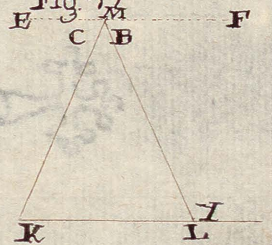


Fig.a 18



Fig.a 19

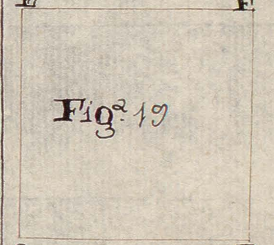


Fig.a 20

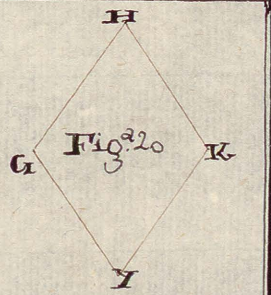


Fig.a 21.

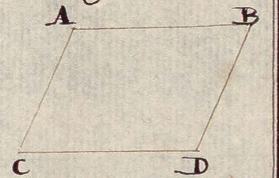


Fig.a 22

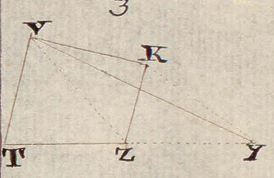


Fig.a 23

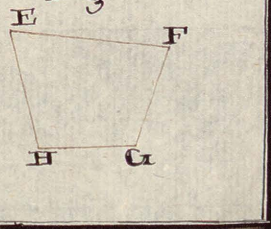


Fig.a 24.

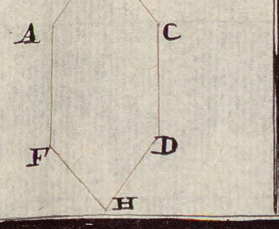


Fig.a 26.

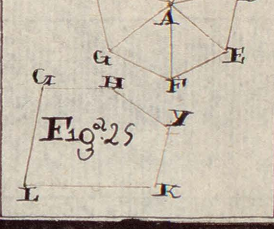


Fig.a 25

Tab. 29.

Fig. 14

Fig. 15

Fig. 16

Fig. 17

Fig. 18

Fig. 19

Fig. 20

Fig. 21

Fig. 22

Fig. 23

Fig. 24

Fig. 25

Tabula 3.ª

Fig.ª 27

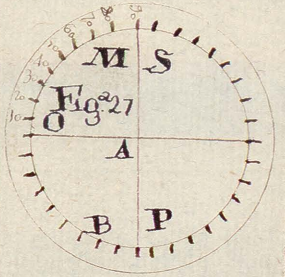


Fig.ª 28.

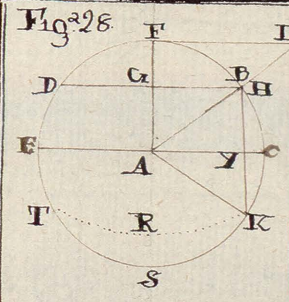


Fig.ª 29

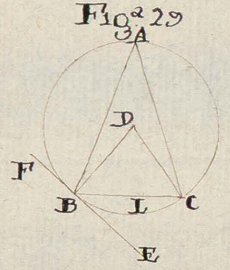


Fig.ª 30.

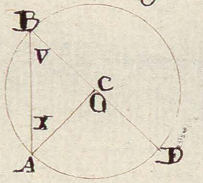


Fig.ª 31.

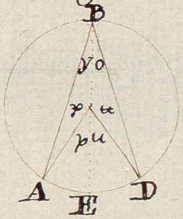


Fig.ª 32.

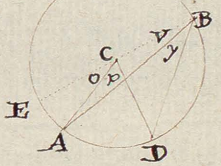


Fig.ª 33.

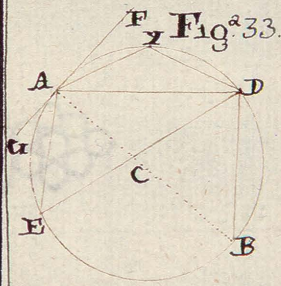


Fig.ª 34.

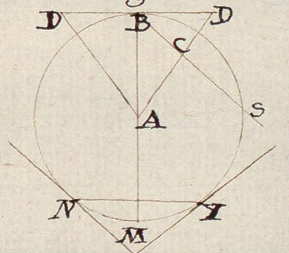


Fig.ª 35

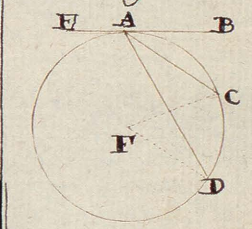


Fig.ª 36.

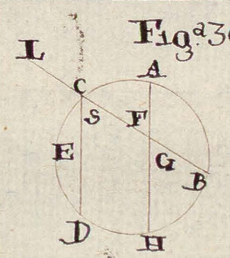


Fig.ª 37.

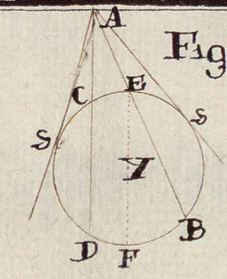
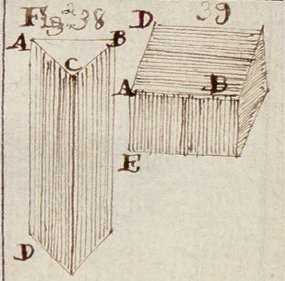


Fig.ª 38



39



Fig.ª 40.

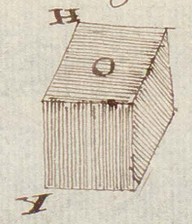


Fig.ª 41.

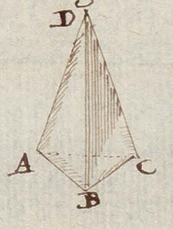


Fig.ª 42.

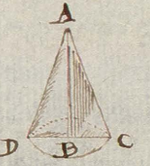


Fig.ª 43.

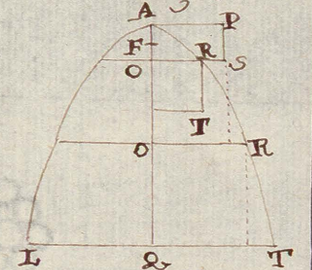


Fig.ª 44.

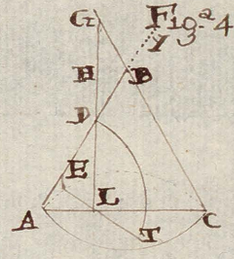


Fig.ª 45.

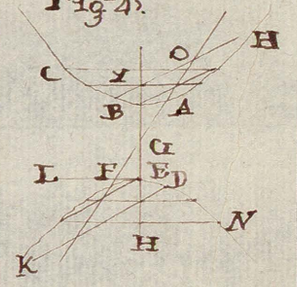


Fig.ª 46

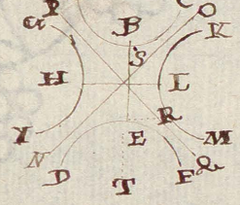


Fig.ª 47.

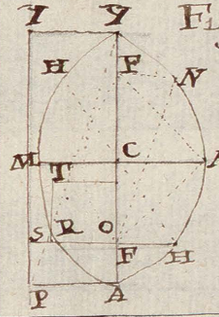


Fig.ª 48. 49.

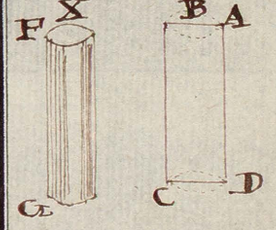


Fig.ª 50

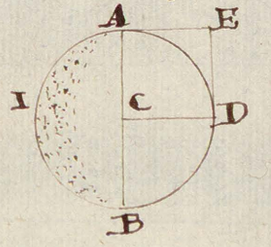


Fig.ª 51.

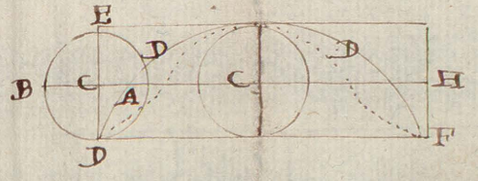


Fig.ª 52.

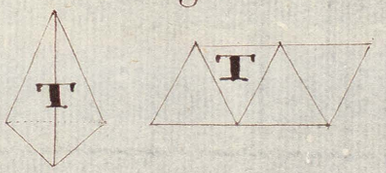


Fig.ª 53.

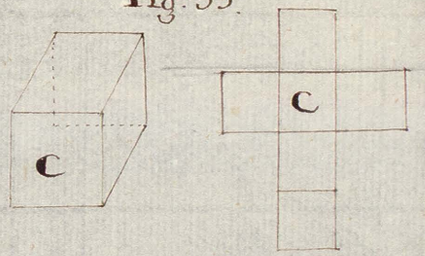


Fig.ª 54.

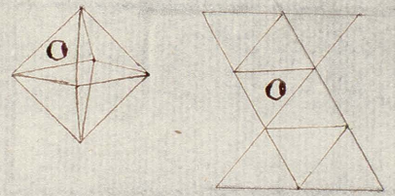


Fig.ª 55.

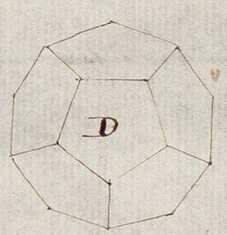


Fig.ª 55.

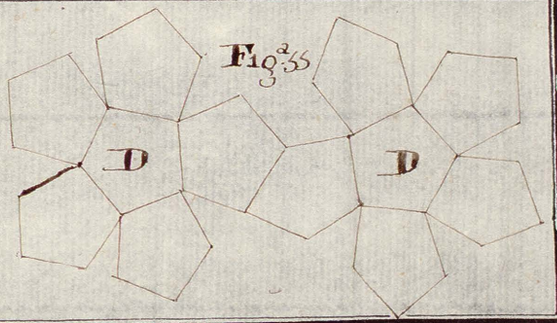


Fig.ª 56.

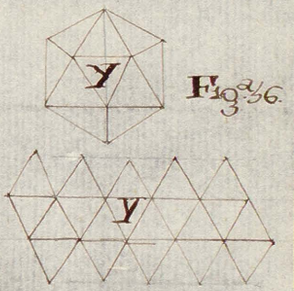


Fig.ª 57.



Fig.ª 58.

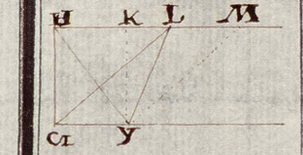
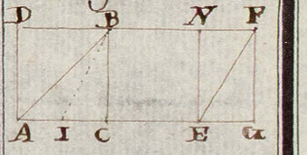


Fig.ª 59.



T
T
O
O
D
D

Fig.a 60.

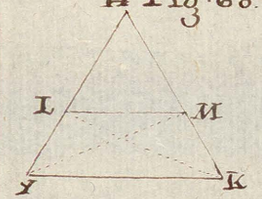


Fig.a 61.

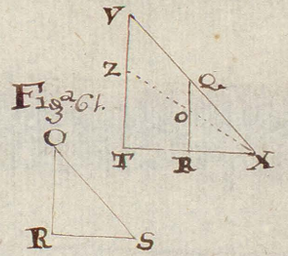


Fig.a 62.

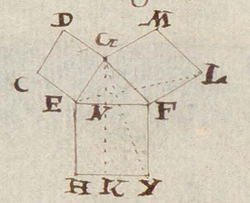


Fig.a 63.

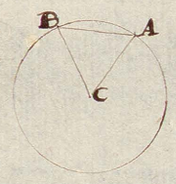


Fig.a 64.

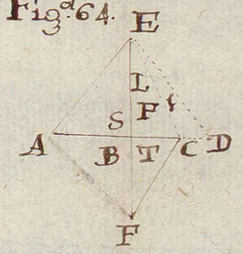


Fig.a 65.

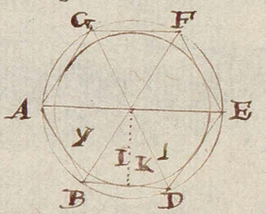


Fig.a 66

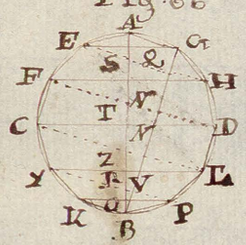


Fig.a 67.

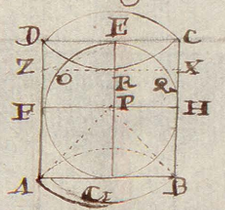


Fig.a 68.



Fig.a 69.



Fig.a 70.

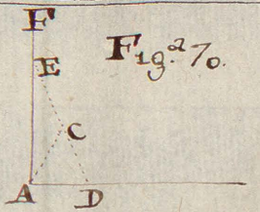


Fig.a 71.



Fig.ª 72

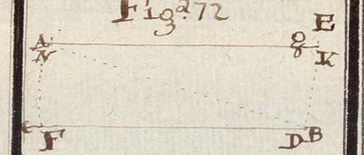


Fig.ª 73.

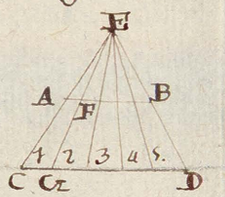


Fig.ª 74.

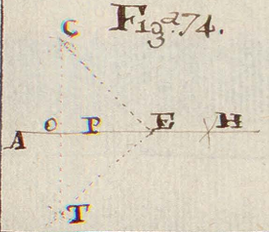


Fig.ª 75.

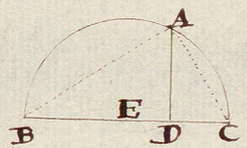


Fig.ª 76.

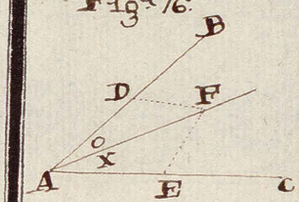


Fig.ª 77.

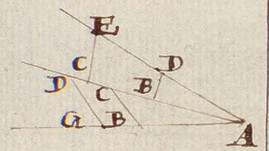


Fig.ª 78

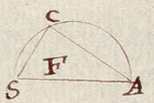


Fig.ª 79



Fig.ª 81

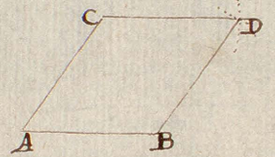


Fig.ª 80

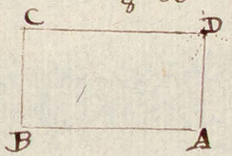
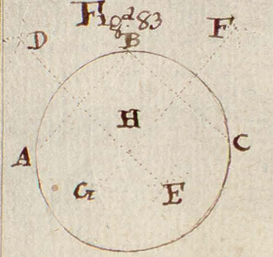
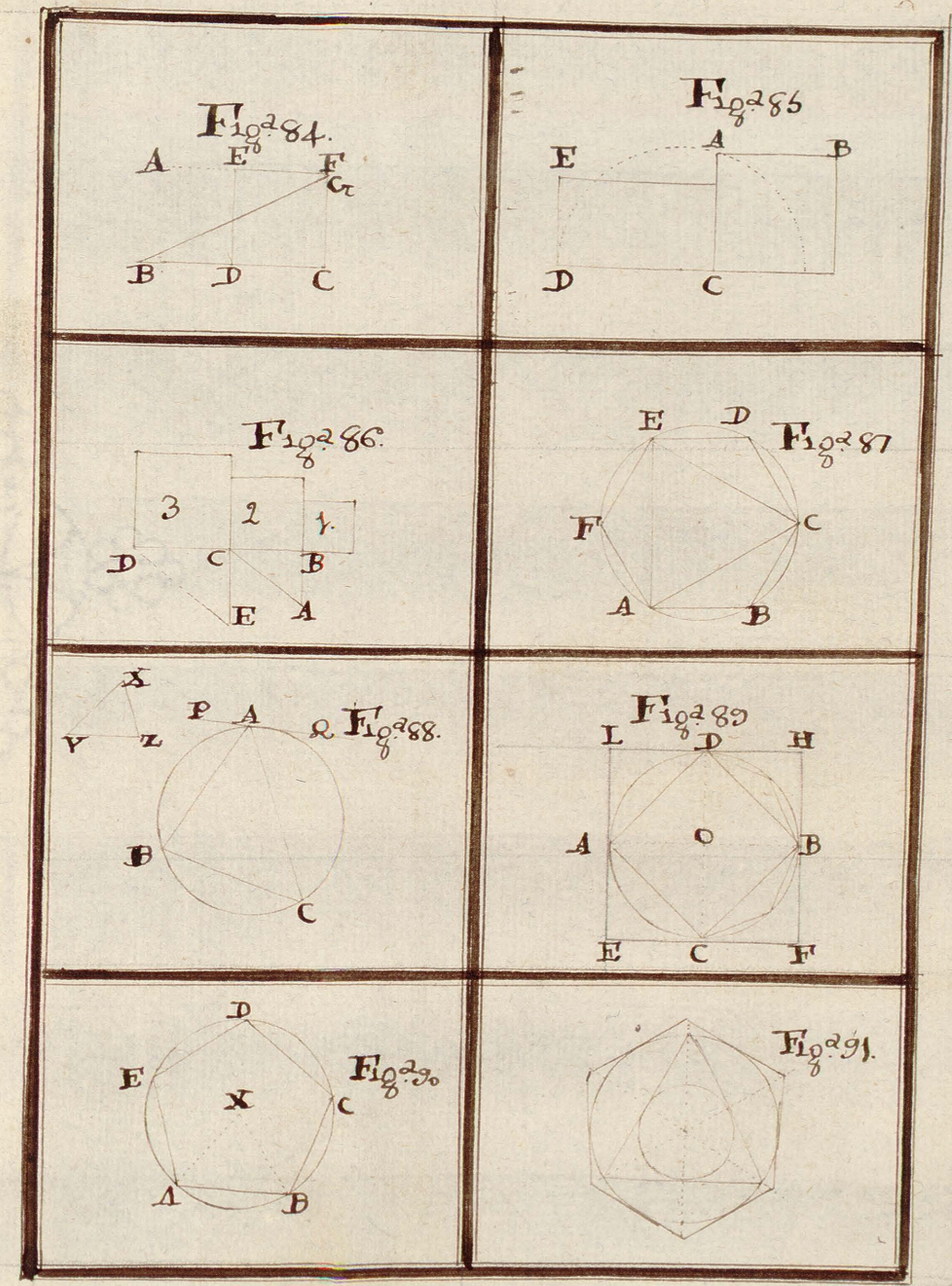


Fig.ª 82



Fig.ª 83




Fig. 84.
A E F G
B D C
Fig. 85
A B
E
D C
Fig. 86.
3 2 1
D C B
E A
E D Fig. 87
F C
A B
X
P A Q Fig. 88.
Y Z
B C
Fig. 89
L D H
A O B
E C F
D
E Fig. 90.
X C
A B
Fig. 91.

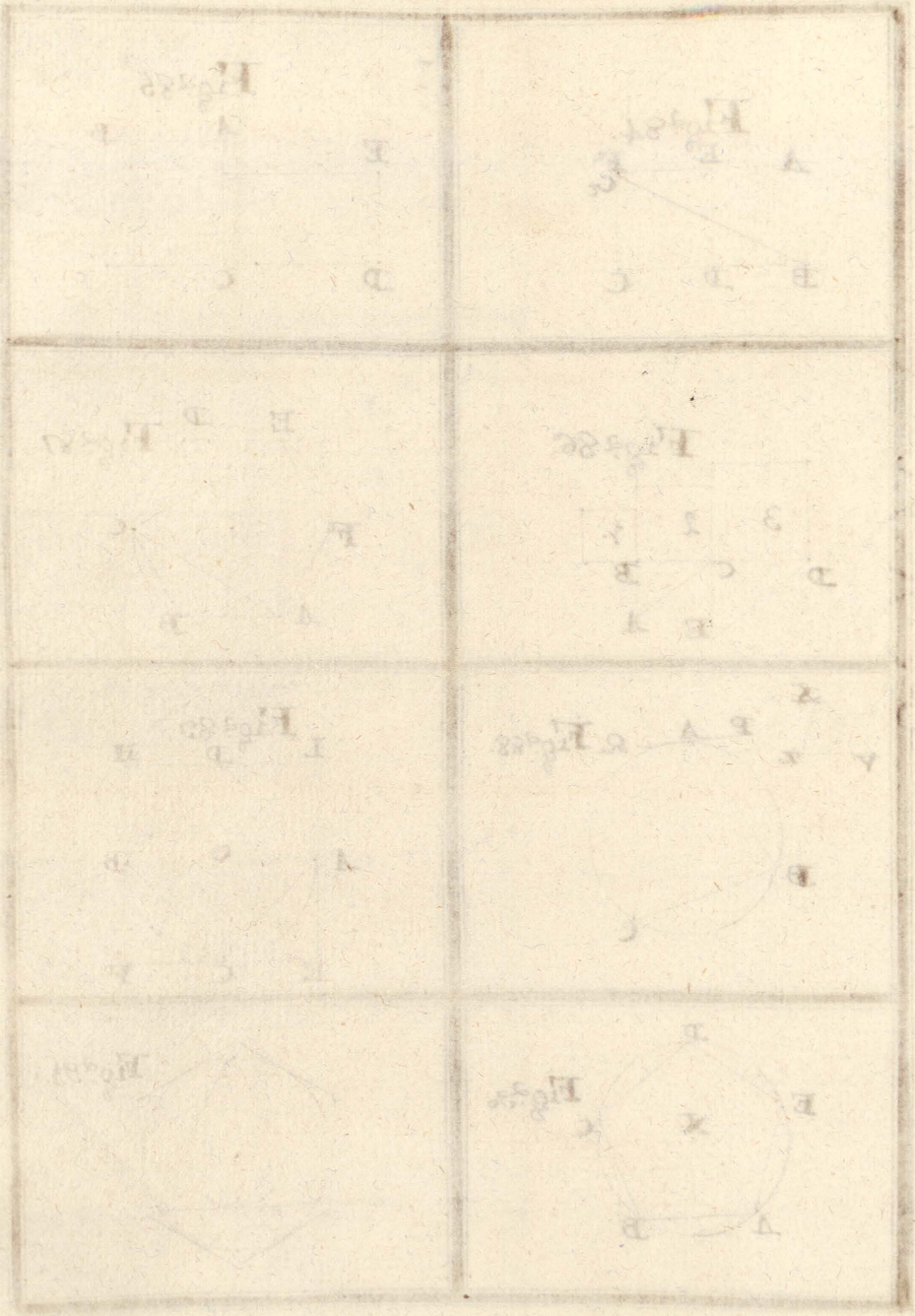


Fig.292
L
H
M
E
D
F
C
X
N
A
B
P
O

Fig.293
A
G
B
F

Fig.294
4
3
2
1
A
B

Fig.295
A
C
Y
B
D
H
E

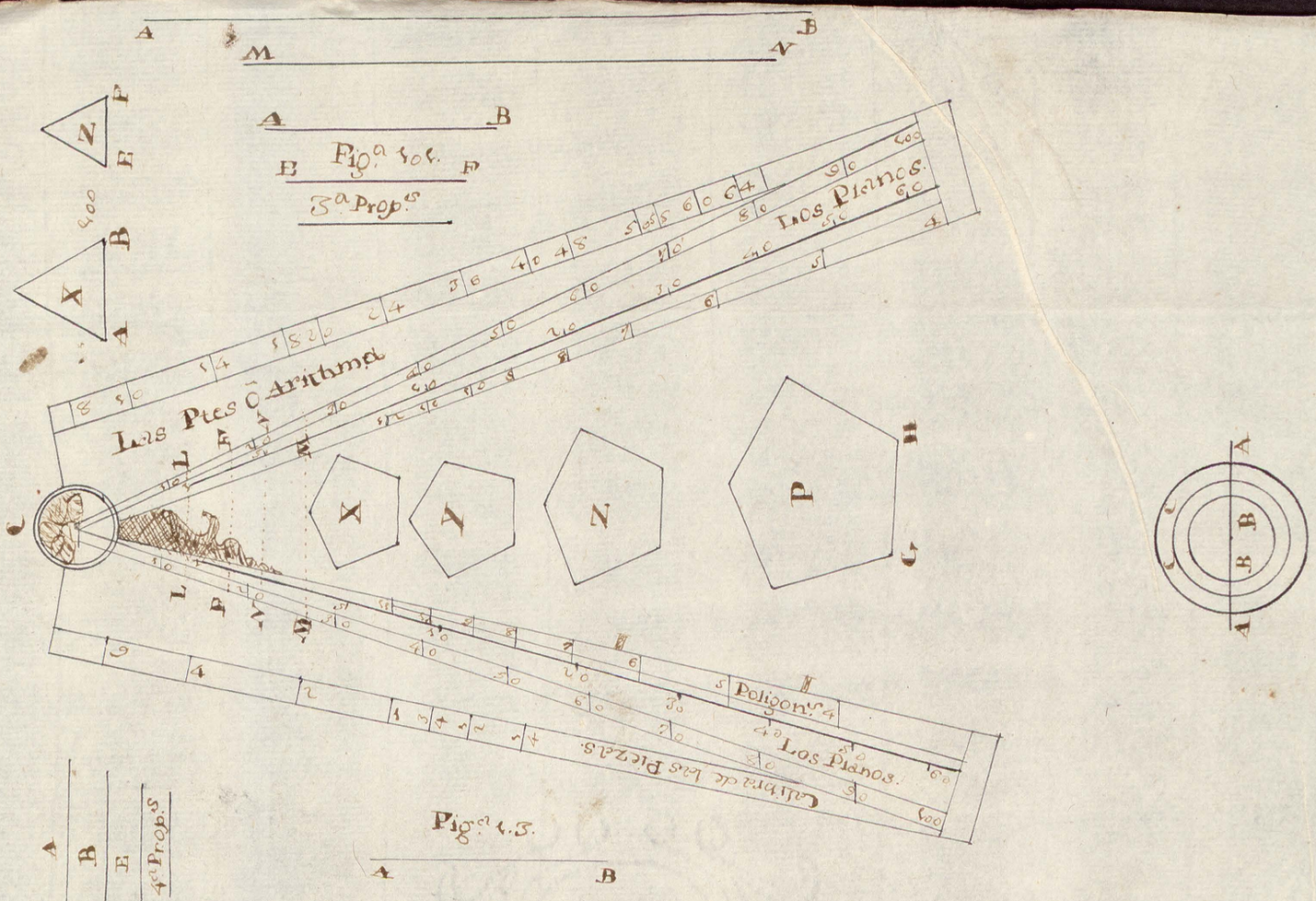
Fig.296
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9
10.20.30.40.50.60.70.80.90
100
200
300
400
500

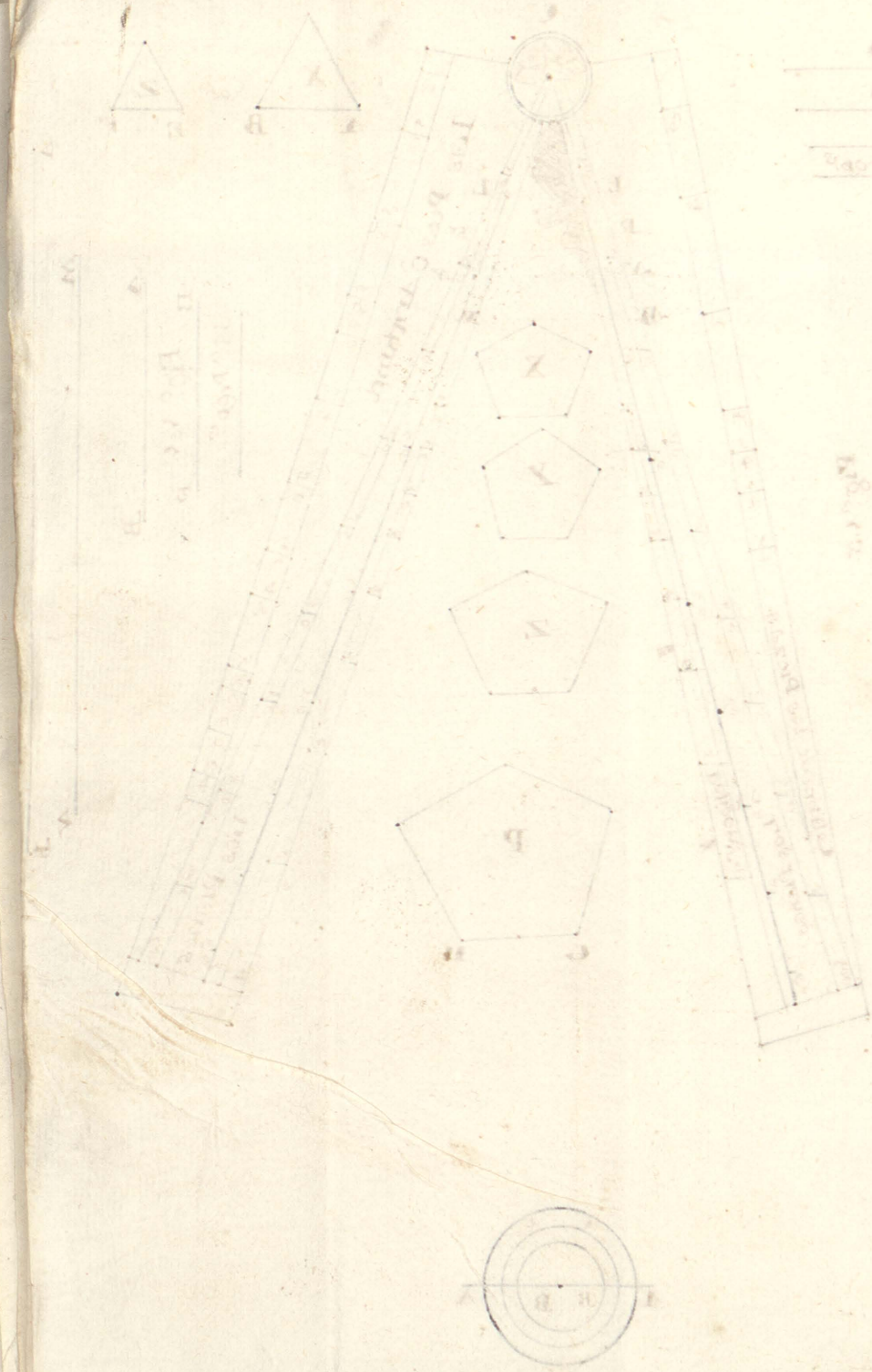
A
C
Fig.297
B

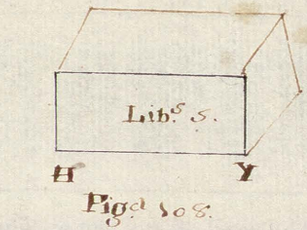
E
F
Fig.298.
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
H
G

Fig.299.
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180

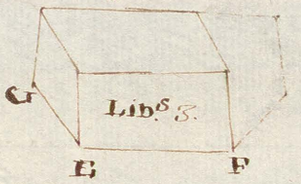


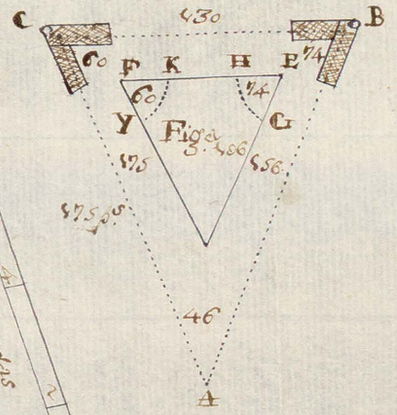

A
M
N
B
Figa 4a.
3a Propo
Los Planos.
Las Ptes ō Arithmd
X
Y
N
P
Poligonos
Los Planos.
Calcha de las Plezas.
Figa 4.5.
4a Propo

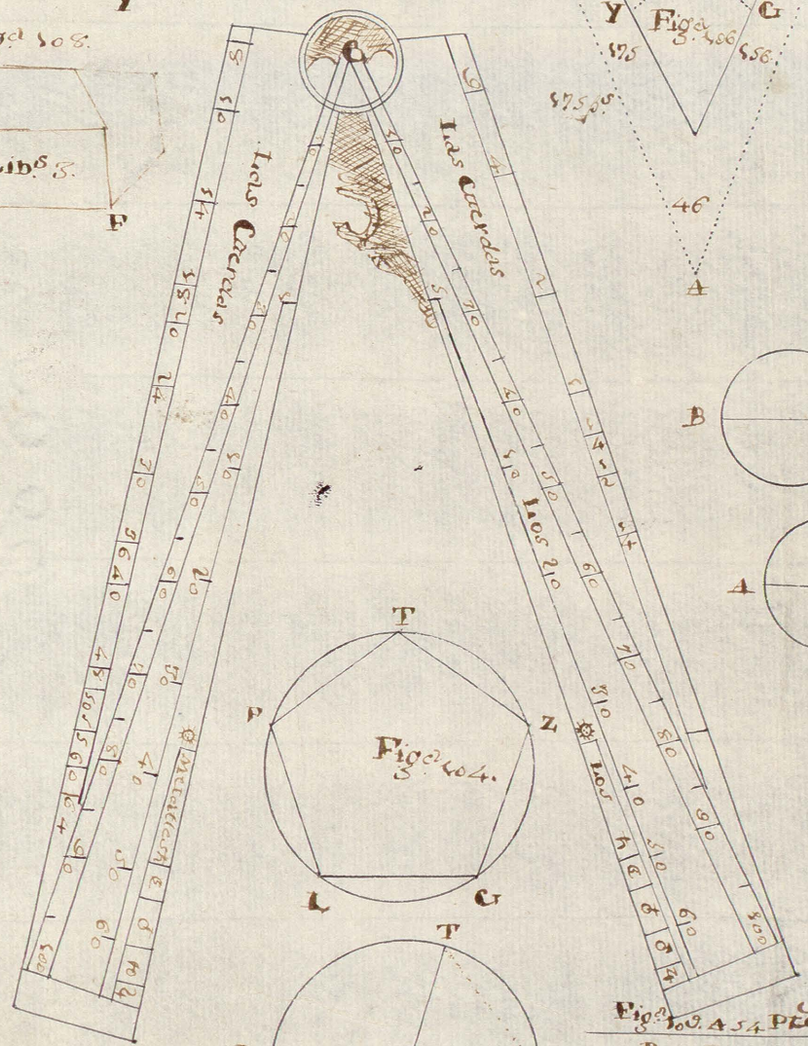




Figd 108.

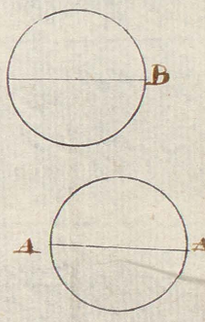






Figd 104.

Figd 104.



Figd 109. 454 Ptes C

B 56 Ptes

E 24 Ptes

L 56 Ptes

