



ESCUELA DE DOCTORADO
INTERNACIONAL DE LA USC

Enrique
González Amador

Tesis doctoral

MEJORA DE IMÁGENES
RETINIANAS MEDIANTE
NUEVO CODIFICADO DE
FRENTE DE ONDA Y
PROCESADO DIGITAL

Santiago de Compostela, 2024

Programa de doctorado en Láser, Fotónica y Visión

TESIS DOCTORAL

MEJORA DE IMÁGENES RETINIANAS MEDIANTE NUEVO CODIFICADO DE FRENTES DE ONDA Y PROCESADO DIGITAL.

Autor

Enrique González Amador

Directores: Eva Acosta Plaza

Justo Arines Piferrer

Alfonso Padilla Vivanco

Tutor/a: Eva Acosta Plaza

AGRADECIMIENTOS

Para comenzar los agradecimientos, mi directora de tesis Dra. Eva Acosta, tengo que agradecerle los debates y correcciones que han servido para concluir este trabajo. Al Dr. Justo Arines por todos los consejos, correcciones y charlas que han servido para llegar hasta aquí, por confiar en mí. Al Dr. Alfonso Padilla, que confió y apostó por mí desde mi etapa en México como estudiante, gracias por los consejos.

A mi madre que está en el cielo, porque siempre estuvo ahí, brindando su apoyo y cariño. A mi padre por trabajar duro y darme el ejemplo de que en la vida todo es posible.

A Maricruz, cambiaste mi mundo y mi corazón, gracias por darme la oportunidad de entrar a tu mundo y hacerme parte de él, por nuestra pequeña hija Sofí que es la luz de nuestros días.

A mis hermanos, Toño, Mundo, Angélica, que han estado ahí apoyándome incondicionalmente.

Quiero agradecer a la Universidad Politécnica de Tulancingo por el apoyo que me ha brindado, por ser la universidad que me ha formado en etapas anteriores.

Gracias a mis compañeros, la Dra. Carina Toxqui y al Dr. Raúl Castro por la amistad y apoyo.

Los trabajos de investigación recogidos en esta memoria han sido realizados en el marco de los proyectos de investigación:

- DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE TÉCNICAS HÍBRIDAS PARA CAPTURA DE IMÁGENES DE RETINA EN ALTA RESOLUCIÓN. RETOS 2016 (2016-PN034) Ref.FIS2016-77319- C2-1-R Investigadora Principal: Eva Acosta Plaza.
- INGENIERÍA DE LA FASE DE LA PUPILA PARA LA MEJORA DEL DIAGNÓSTICO OCULAR Y DE LA CALIDAD VISUAL - RETOS 2020 (2020-PN051) Ref.PID2020-115909RB-I00. Investigadores Principales: Eva Acosta Plaza y Justo Arines Piferrer.

RESUMEN

La observación de la retina se ve limitada por la existencia de aberraciones, introducidas bien por la propia óptica del ojo, así como del instrumento que se utilice para visualizar el fondo de ojo. Tanto las aberraciones como el emborronamiento producido por opacidades en los medios oculares degradan la calidad de la imagen retiniana limitando la resolución espacial de la misma.

Para evitar estos problemas se han desarrollado una serie de técnicas que permiten superar en gran medida las limitaciones debidas a las aberraciones ópticas oculares. De entre ellas destacamos, la óptica adaptativa o la deconvolución tras medida del frente de onda; y más recientemente la técnica de codificado de frentes de onda (Wavefront Coding). Esta técnica híbrida consta de dos etapas. Por una parte, se hace uso de un elemento óptico, llamado máscara de fase, que codifica el frente de ondas con el fin de que la Función de Transferencia Óptica asociada sea prácticamente invariante ante la presencia de aberraciones que induzcan borrosidad. La segunda etapa consiste en la detección de la imagen codificada y en un postprocesado computacional de la imagen que la decodifica, mediante al cual se obtiene la imagen de alta resolución.

En esta tesis se propondrá y analizará por primera vez el empleo de la base ortogonal de los polinomios de Jacobi-Fourier para la construcción de elementos codificadores de fase que se puedan emplear en la técnica de Wavefront Coding. Esta base proporciona una gran flexibilidad en el diseño de láminas de fase válidas para codificado de frentes de onda. Para el estudio de viabilidad de esta propuesta se han realizado simulaciones computacionales empleando Óptica de Fourier, así como experimentos en banco óptico en laboratorio. Se ha analizado una familia particular de polinomios de Jacobi-Fourier que se obtienen empleando $n=0$ y $p=q$. Se estudiaron distintos valores de $p=6,7,7.5,8,8.5,9$, y 10 . Se ha comprobado que el rango de desenfoque tolerado depende del valor de p así como de la magnitud de la fase codificadora. A mayor valor de p menor rango de desenfoque tolerado pero las imágenes presentan un mayor contraste, lo que en presencia de ruido es importante para poder obtener una relación señal ruido alta y poder realizar una decodificación de la imagen satisfactoria con suficiente resolución y sin artefactos. Por otra parte, para un mismo polinomio, el aumentar la fuerza de la fase (o equivalentemente su pico valle) se consigue extender el desenfoque tolerado a costa de disminuir el contraste de la imagen codificada. Los resultados experimentales obtenidos en el laboratorio coinciden con los obtenidos computacionalmente, confirmando por una parte la correcta realización de las simulaciones y por otra la viabilidad experimental de las fases propuestas. Dentro de los estudios realizados en esta línea también se ha propuesto un criterio de elección del muestreo óptimo de la función pupila para una simulación adecuada del proceso de formación y decodificación de la imagen.

Por otra parte, el codificado de frentes de ondas, no presenta efectividad cuando las imágenes se ven degradadas por *scattering* intraocular. Esta es una situación típica en presencia de cataratas donde la luz dispersada por la catarata produce un emborronamiento de la imagen que no se puede compensar mediante esta técnica. Es por ello que dentro de esta tesis hemos trabajado en otro enfoque para la mejora de las imágenes retinianas degradadas por cataratas. En este caso la dispersión de los medios oculares produce mayoritariamente una disminución del contraste de las imágenes. Así nuestra propuesta fue emplear algoritmos de mejora local del contraste aplicados a distintos espacios de color con el fin de realzar las estructuras anatómicas presentes en la imagen borrosa. Los trabajos dieron como resultado un programa informático que está disponible en la página web del grupo de

investigación que se puede emplear para restaurar imágenes del fondo de ojo obtenidas con un retinógrafo. Empleando retinografías de bases de datos públicas y otras proporcionadas por un oftalmólogo miembro del equipo del proyecto de investigación en el marco del cual se realizó esta tesis, hemos comprobado que según el espacio de color escogido se realzan más unas estructuras u otras, pero que en todos los casos se produce una mejora en la capacidad de identificación de las estructuras anómalas.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 El ojo	2
2 CONCEPTOS BÁSICOS	5
2.1 Conceptos básicos para el codificado de frente de onda	5
2.1.1 Función de Punto Extendido (PSF)	5
2.1.2 Función de Transferencia Óptica (OTF)	6
2.2 Sistema de Codificado de Frente de Onda	8
2.2.1 Alternativas para extender la DoF.	13
2.2.2 Métodos puramente ópticos	14
2.2.3 Métodos puramente digitales	14
2.3 Polinomios de Jacobi-Fourier para el Diseño de Máscaras de Fase	14
2.4 Procesado Digital de Imágenes De Fondo de Ojo con Presencia de Catarata	18
2.4.1 Procesado digital de imágenes	19
2.4.4 Ecuación del Histograma de una imagen	22
2.4.5 Ecuación Adaptativa del Histograma	22
2.4.6 Contraste Limitado de la Ecuación Adaptativa del Histograma (CLAHE)	23
3 ESTRUCTURA DEL OJO Y CATARATAS	25
3.1 Anatomía del ojo humano.	25
3.2 Cataratas	26
4 METODOLOGÍA.....	29
4.1 Metodología – Wavefront Coding	29
4.1.1 Simulación Numérica.....	29
4.2 Metodología – Cataratas	31
5 HIPÓTESIS, OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS	34
5.1 Hipótesis	34
5.2 Objetivo	34
5.3 Objetivos Particulares.....	34
5.4 Organización del Trabajo de Tesis.	35
6 DISCUSIÓN	36
6.1 Wavefront Coding	36



6.2 Mejora de imágenes degradadas por cataratas.....	42
7 CONCLUSIONES.....	45
8 REFERENCIAS.....	46
9 CONTENIDO PUBLICADO.....	50
9.1 CONTENIDO PUBLICADO EN REVISTAS DE ALTO IMPACTO.....	50
9.2 CONTENIDO PUBLICADO SIN RECONOCIMIENTO EN EL ÁMBITO CIENTÍFICO.....	53
10 REPRODUCCIÓN INTEGRAL DE PUBLICACIONES.....	55
10.1 ARTÍCULO 1: Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding.....	55
10.2 ARTÍCULO 2: Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts.....	66
10.3 ARTÍCULO 3: Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks.....	79
10.4 ARTÍCULO 4: New family of Jacobi-Fourier aberrations for wavefront coding.....	89
10.5 ARTÍCULO 5: Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding.....	98

1 INTRODUCCIÓN

La discapacidad visual es un problema de salud pública que impacta en las principales cargas socioeconómicas mundiales, limitando el progreso de los países en vías de desarrollo. Muchas complicaciones de la visión pueden evitarse, sencillamente, con hábitos adecuados, prevención y seguimiento.

De acuerdo con datos de la Organización Mundial de la Salud, en el mundo hay más de 300 millones de personas con alguna discapacidad visual. Una cifra que podría verse reducida, considerando que cuatro de cada cinco personas pierden la visión por problemas prevenibles o tratables, según expertos.

El análisis de la retina es el único modo en el que las venas y arterias pueden verse in vivo en su estado natural y muchas enfermedades pueden ser diagnosticadas en base a las evidencias que proporciona la imagen retiniana.

La visualización de la retina, se ve limitada por *scattering* y por la existencia de aberraciones, introducidas bien por la propia óptica del ojo, así como del instrumento que se utilice para visualizar el fondo de ojo. Tanto las aberraciones ópticas como el emborronamiento producido por opacidades en los medios oculares degradan la calidad de la imagen retiniana limitando la resolución espacial de la misma. Cuando las opacidades se producen en el cristalino, hablamos de la presencia de cataratas.

Para evitar la degradación de la imagen retiniana causada por las aberraciones ópticas oculares se han desarrollado una serie de técnicas. De entre ellas destacamos, la óptica adaptativa [1, 2] o la deconvolución tras medida del frente de onda [3]; y más recientemente la técnica de codificado de frentes de onda [4, 5], técnica cuyo estudio y mejora será parte de los trabajos realizados en esta tesis doctoral.

La codificación de frente de onda (CFO) es una técnica relativamente nueva, que ha demostrado ser eficaz en una variedad de aplicaciones. Permite ampliar la profundidad de foco (DoF) de un sistema óptico sin sacrificar resolución o iluminación. Tener una mayor DoF resulta en imágenes más tolerantes a la presencia de desenfoque proporcionando mayor cantidad de detalles, además de permitir prescindir de un método de enfoque activo.

La CFO es una técnica híbrida que consta de dos etapas. En primer lugar, se hace uso de un elemento óptico, llamado máscara de fase, que codifica el frente de onda con el fin de que la Función de Transferencia Óptica asociada sea prácticamente invariante ante la presencia de aberraciones que induzcan borrosidad. La segunda etapa consiste en la detección de la imagen codificada y en un postprocesado computacional de la imagen que la decodifica, y mediante el cual se obtiene la imagen de alta resolución. Los elementos codificadores del frente de onda más empleados en la actualidad presentan forma de polinomios de orden tres [6].

En la presente tesis abordaremos el estudio de la técnica de Codificación de frente de onda o *Wavefront Coding*. Nos centraremos en la propuesta de una nueva base polinómica que nos va a permitir desarrollar nuevos elementos codificadores de fase que superan el rendimiento de los existentes previamente.

Por otra parte, el CFO, no presenta efectividad cuando las imágenes se ven degradadas por el *scattering* intraocular, como el que se produce en presencia de cataratas. En este caso, abordaremos la mejora de la calidad de las imágenes de retina obtenidas en presencia de cataratas mediante el desarrollo de un algoritmo de procesado digital de la imagen de retina. El algoritmo desarrollado se basa en el empleo de la técnica de CLAHE (*Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization*). Esta técnica nos permite mejorar localmente el contraste de

forma controlada. Así se consiguió desvelar la presencia de estructuras anatómicas normales y patológicas ocultas tras el velo creado por el *scattering* intraocular introducido por la presencia de cataratas de distinta intensidad.

De esta forma en la presente tesis se ha abordado la mejora de la calidad de imágenes retinianas degradadas por dos fenómenos distintos (aberraciones ópticas, y *scattering* intraocular) encontrando soluciones ad hoc a cada uno de ellos.

1.1 EL OJO

El ojo humano es un órgano complejo responsable del sentido de la vista. Es un órgano complejo con un conjunto de estructuras especializadas que permiten su función. Consta de una serie de estructuras fundamentales: párpados; lágrima; córnea; humor acuoso; iris; cristalino; humor vítreo y retina [7].

Los párpados son importantes en el proceso visual ya que suponen un sistema de protección, pero sobre todo permiten crear una capa estable de película lagrimal, fundamental para dotar al ojo de una primera superficie refractiva lisa. Así, la lágrima es un líquido compuesto de mucus, agua y lípidos que permiten la limpieza, y oxigenación del ojo, así como la creación de una película transparente que uniformiza la superficie anterior del ojo. La lágrima se adhiere a la córnea, siendo la primera superficie refractiva. La córnea es un tejido avascular formado por distintas capas de entre las que destaca el estroma corneal formado por fibras de colágeno entrecruzadas que dotas de estabilidad mecánica a la córnea. El ordenamiento de estas fibras es fundamental para garantizar la transparencia corneal. El humor acuoso es un líquido de base acuosa que rellena la cavidad formada entre la córnea y el cristalino. El iris es un músculo que limita la entrada de luz en el ojo. Su forma es circular y puede cambiar el tamaño de su abertura (pupila) para regular la entrada de luz. Tras el iris encontramos el cristalino formado por distintas capas de células que se depositan unas sobre otras a medida que envejece. Es una estructura flexible con un núcleo que también se va endureciendo con la edad. Al ser una estructura construida a base del apilamiento de células, la correcta colocación de las mismas es fundamental para su transparencia. La pérdida de esta transparencia se conoce con el nombre de catarata. Tras el cristalino encontramos el humor vítreo, un gel que rellena el espacio que se encuentra entre el cristalino y la retina. Es un gel transparente que puede perder esta propiedad por enfermedades que afectan al polo posterior ocular.

Por último, tenemos la retina, una estructura multicapa especializada en la detección de la radiación lumínica. Consta de un conjunto de capas de la que destacamos la capa que contiene los conos y bastones, las células detectoras de la luz. Existen numerosas enfermedades que afectan a las estructuras de la retina y cuyo diagnóstico temprano es fundamental para atajarlas con prontitud y preservar la función visual. Pero también es una estructura que se ve afectada por patologías sistémicas que pueden ser detectadas y monitorizadas a partir de su exploración, como por ejemplo la retinopatía diabética o el Alzheimer [8].

Para la exploración del fondo de ojo se han desarrollado numerosos sistemas ópticos: Oftalmoscopio; Retinógrafo; Tomógrafo de Coherencia Óptica (OCT); Oftalmoscopio de barrido láser (SLO), entre otros. Estos sistemas se pueden diferenciar por el modo de obtener la imagen. Por una parte, el oftalmoscopio y el retinógrafo adquieren la imagen de una vez iluminando la retina en la totalidad del campo que se observa y registrando la imagen con una cámara. Por otro lado, el OCT o el SLO son sistemas secuenciales que iluminan regiones muy pequeñas de la retina y registran mediante un fotodetector, la luz reflejada en cada punto iluminado. Ambos tipos de sistemas se ven afectados por las aberraciones oculares que degradan tanto la imagen que se registra como la región iluminada por los sistemas

secuenciales. Sin embargo, ambos tipos de sistemas difieren en cómo les afecta el *scattering* intraocular. En el caso de los sistemas secuenciales el *scattering* afecta mucho menos. En el caso del SLO el uso de un sistema confocal reduce el registro de fotones procedentes de regiones distintas a la zona iluminada. En el caso del OCT el *scattering* también se reduce al basarse en un proceso interferométrico que sólo se produce con fotones colineales y dentro de la zona de coherencia óptica del haz. Sin embargo, en el caso del retinógrafo y el oftalmoscopio el *scattering* que se produce en las distintas estructuras oculares no es filtrado por ningún sistema, de forma que la luz dispersada alcanza la imagen disminuyendo su contraste significativamente. Esto es lo que sucede en las imágenes que se recogen en presencia de cataratas, las cuales pueden llegar a ocultar hallazgos patológicos y dificultar el diagnóstico precoz de enfermedades. A modo de ejemplo se muestra en la siguiente figura dos imágenes de fondo de ojo obtenidas con un retinógrafo en ausencia (a) y presencia de catarata (b).

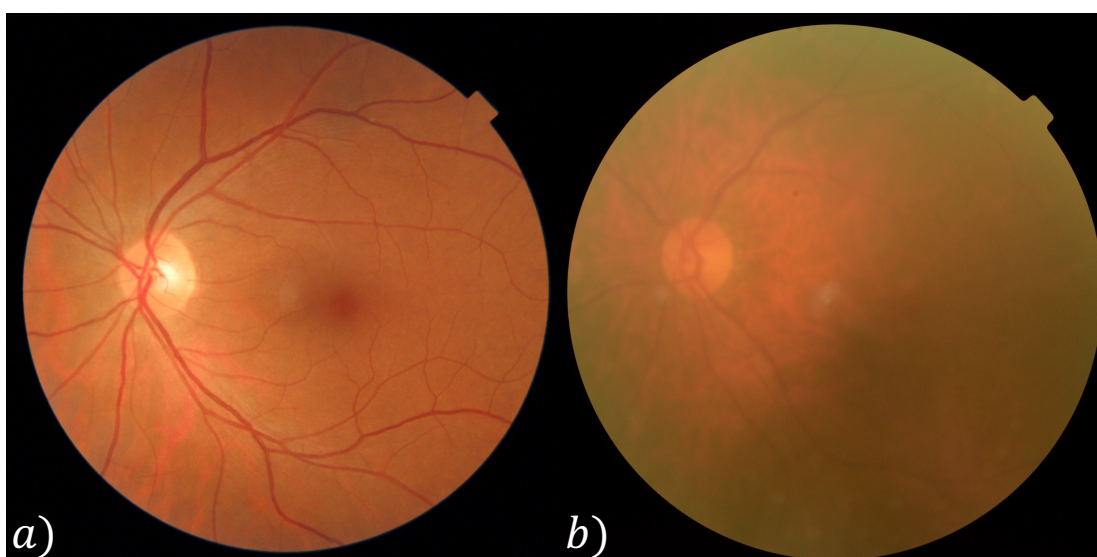


Fig. 1.1: Imagen de fondo de ojo: a) sin opacidad y b) con opacidad. [Obtenida de una base de datos pública <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset> con acceso el 10 Febrero de 2022].

Como hemos dicho, el ojo consta de una serie de estructuras que posibilitan la formación de imagen (lágrima, córnea, cristalino, iris y humores). La correcta formación de la imagen depende de la topografía de las superficies y distribuciones del índice de refracción. No es probable que un sistema óptico de origen natural sea ópticamente perfecto en cuanto a las aberraciones ópticas que presenta. Sin embargo, el ojo es un sistema óptico bien diseñado para formar imágenes suficientemente buenas para desarrollar nuestra vida.

El ojo presenta aberraciones ópticas de distinta índole y magnitud. Las aberraciones ópticas ayudan a dotar de profundidad de foco y facilitar la visión. Sin embargo, también pueden alcanzar valores limitantes que pueden causar dificultades visuales. Las principales aberraciones oculares son bien conocidas, miopía, hipermetropía y astigmatismo. Existen aberraciones más complejas que no se pueden corregir con lentes oftálmicas convencionales y que no son corregidas por los sistemas de exploración ocular convencionales. En la Fig. 1.2 se muestran dos imágenes de la misma retina observadas con un oftalmoscopio de gran aumento sin corregir y corrigiendo astigmatismo y desenfoque.

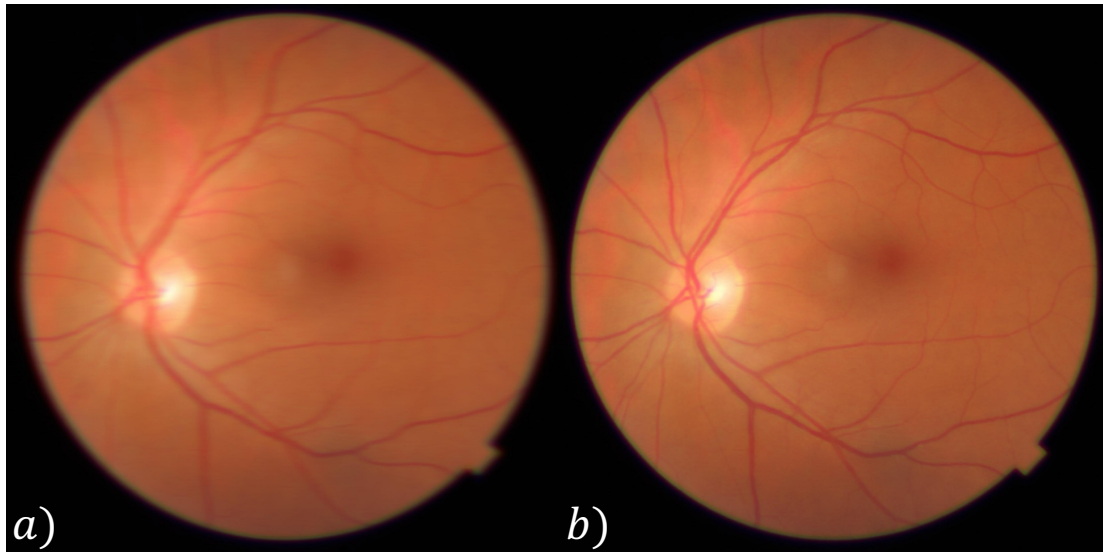


Fig. 1.2: Imagen de fondo de ojo: a) astigmatismo sin corregir y b) astigmatismo corregido. [Obtenida de una base de datos pública <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset> con acceso el 10 Febrero de 2022].

Existen distintas técnicas de mejora de la imagen retiniana, de entre ellas destacamos la Óptica Adaptativa y la deconvolución tras medida de frente de onda. Por una parte, la Óptica Adaptativa es una técnica muy potente que emplea un sensor de frente de onda para medir la aberración ocular existente en un instante, para deformar un espejo deformable o un modulador espacial de luz que permite compensar dicha aberración. De esta forma se consiguen imágenes enfocadas con alta resolución señal ruido. El problema principal de esta técnica es la complejidad del sistema óptico, sistema de control y el coste del equipo. Como alternativa de bajo coste se desarrolló la técnica de deconvolución tras medida de frente de onda. Esta técnica también emplea un sensor de frente de onda para medir las aberraciones existentes en el ojo en el momento de registrar la imagen. Posteriormente dichas aberraciones son empleadas para construir un filtro de restauración y recuperar la imagen sin la degradación introducida por las aberraciones.

La técnica de deconvolución tras medida de frente de onda tiene una evolución en la técnica de Wavefront Coding donde no es necesario emplear un sensor de frente de onda para conocer las aberraciones existentes en el ojo en el momento de registrar la imagen, ya que como se verá más adelante, el elemento codificador de fase proporciona una respuesta de impulso del sistema invariante a la presencia de aberraciones y por tanto la respuesta de impulso y el filtro restaurador es siempre el mismo.

Esta es una técnica que permite deshacer el emborronamiento provocado por las aberraciones, pero no el inducido por el *scattering* generado por ejemplo por la presencia de una catarata. En este caso emplearemos otras técnicas de procesamiento digital de imagen, en particular, emplearemos en esta tesis las basadas en la mejora del contraste y las técnicas de deconvolución a través de filtros de restauración de imagen.

2 CONCEPTOS BÁSICOS

A continuación, introduciremos distintos conceptos que necesitaremos a lo largo de esta tesis.

2.1 CONCEPTOS BÁSICOS PARA EL CODIFICADO DE FREENTE DE ONDA

2.1.1 Función de Punto Extendido (PSF)

En un sistema óptico, la imagen que se obtiene de un objeto puntual es una función compleja que depende tanto de las aberraciones del sistema como de la forma de la pupila de salida del sistema formador de imagen. Recibe el nombre de Función de Respuesta de Impulso del sistema (PSF por sus iniciales en inglés, Point Spread Function). En el esquema de la Fig. 2.1 se muestra el proceso de formación de imagen.

(x_o, y_o) definen las coordenadas del plano objeto y (x_i, y_i) las coordenadas del plano de la imagen Gaussiana correspondiente.

En un sistema libre de aberraciones y con una pupila circular, el patrón de difracción observado en el plano imagen es el denominado disco de Airy.

En presencia de aberraciones, la forma de la PSF cambiará, distribuyendo la energía hacia la parte externa del eje, lo que impactará directamente con la calidad de la imagen que será formada por el sistema óptico.

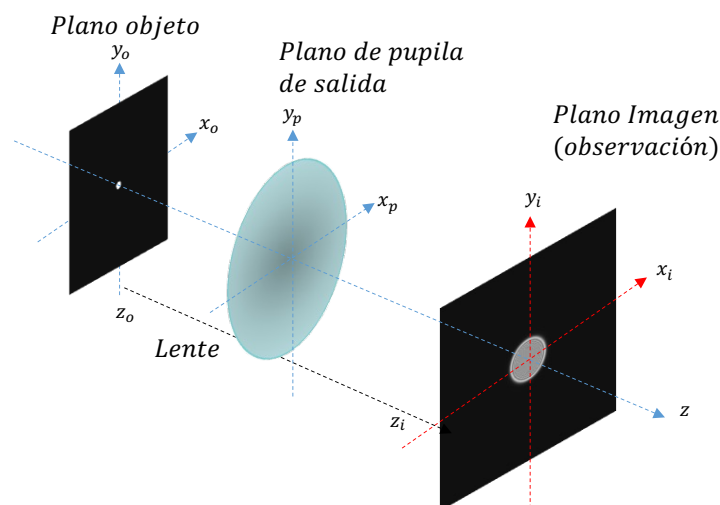


Fig. 2.1: Sistema óptico generalizado. [Figura creada por Enrique González Amador].

La amplitud compleja de la PSF coherente en el plano de observación $h(x_i, y_i, z_i)$ se puede calcular a partir de la integral de difracción de Fresnel [9].

$$h(x_i, y_i, z_i) \propto \frac{1}{\lambda z} \int_{PS} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} W(x_p, y_p) \right\} \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_i x_p + y_i y_p) \right] dx_p dy_p \quad (2.2)$$

La primera exponencial corresponde a las aberraciones que genera el sistema óptico y la segunda exponencial de la Eq. 2.2, corresponde al núcleo de la Transformada de Fourier. PS representa la forma de la pupila de salida del sistema. A lo largo de esta tesis trabajaremos con luz incoherente. En este caso la PSF incoherente es el módulo cuadrado de la PSF coherente, $PSF = |h(x_i, y_i, z_i)|^2$.

2.1.2 Función de Transferencia Óptica (OTF)

La Función de Transferencia Óptica (OTF) es una función compleja que describe la respuesta de un sistema óptico formador de imágenes en función de la frecuencia espacial. Matemáticamente se define como la Transformada de Fourier normalizada de la PSF. La OTF se puede expresar a través de la ecuación 2.3,

$$OTF = MTF e^{iPTF} \quad (2.3)$$

La OTF está relacionada con la calidad de la imagen, es la capacidad de un sistema formador de imagen para transferir la información del objeto a la imagen.

El módulo de la OTF se llama Función de Transferencia de Modulación (MTF). La MTF está relacionada con el contraste de las distintas frecuencias espaciales que componen la imagen.

La Fig. 2.2 muestra el caso de una MTF limitada por difracción (línea verde) y dos correspondientes a un sistema con 1λ y 2λ de desenfoque (línea azul y roja respectivamente). Se aprecia que existen ceros en algunos puntos del rango de frecuencias. Existe una frecuencia límite a partir de la cual no se transmite información del objeto, se conoce como frecuencia de corte y viene dada por

$$f_o = \frac{1}{\lambda f/\#} \quad (2.4)$$

donde $f/\#$ representa la apertura del sistema y λ la longitud de onda. En la Fig. 2.2 la frecuencia de corte y la MTF se ha normalizado a uno.

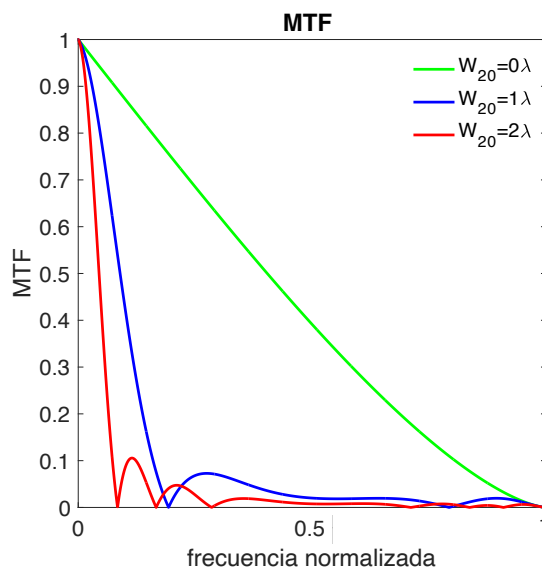


Fig. 2.2: Función de transferencia de Modulación. [Figura creada por Enrique González Amador].

La función de transferencia de modulación (MTF) es ampliamente reconocida por su papel crucial en la calidad y resolución de las imágenes obtenidas a través de sistemas ópticos, sin embargo la función de transferencia de fase (PTF) a menudo se pasa por alto a pesar de que juega un papel igualmente importante en la determinación de la calidad de la imagen, particularmente en lo que respecta a la distorsión y la posición espacial de las frecuencias.

La PTF describe la relación entre la fase de la señal de entrada y la fase de la señal de salida en un sistema óptico formador de imagen. En la Fig. 2.3 mostramos el valor de la PTF para el mismo caso de la Fig. 2.2.

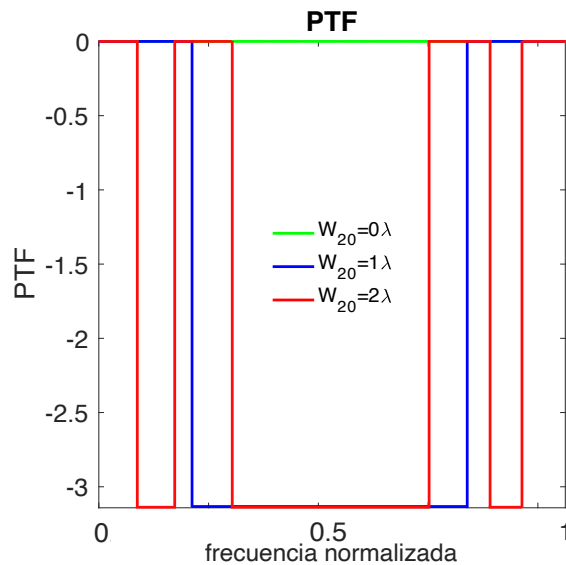


Fig. 2.3: Función de Transferencia de Fase. [Figura creada por Enrique González Amador].

En aquellos lugares donde la MTF presenta un cero, la PTF presenta un salto de valor $-\pi$ esto da lugar a la inversión de contraste de algunas frecuencias espaciales. Este fenómeno se puede apreciar a través de la Fig. 2.4.

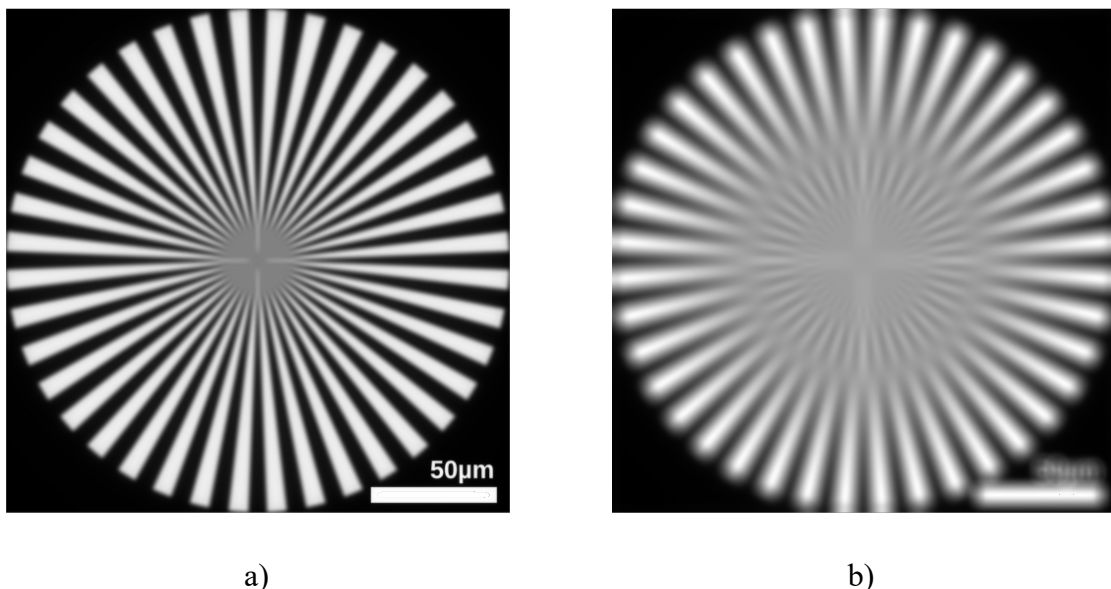


Fig. 2.4: Inversión de Contraste debido al desenfoque. En a) la imagen está enfocada, en b) la imagen está desenfocada con 2λ de desenfoque. [Figura creada por Enrique González Amador].

La OTF se extiende a una frecuencia que es dos veces la frecuencia de corte coherente. En un sistema óptico lineal, el patrón de intensidad $i(x_i, y_i, z_i)$ observado sobre el plano imagen que se encuentra a una distancia z_i puede describirse a través del proceso de convolución de la imagen geométrica $g_i(x, y)$, y la función de respuesta al impulso del sistema $|h(x_i, y_i, z_i)|^2$. Es decir:

$$i(x_i, y_i, Z_i) = \int g_i(x, y) |h(x_i - x, y_i - y, Z_i)|^2 dx dy. \quad (2.4)$$

Análogamente,

$$i(x_i, y_i, Z_i) = g_i(x, y) * |h(x_i, y_i, Z_i)|^2, \quad (2.5)$$

2.2 SISTEMA DE CODIFICADO DE FRENTE DE ONDA

En el año de 1995 Edward R. Dowski y Thomas Cathey describieron la teoría de un sistema híbrido óptico-digital que permite extender la profundidad de foco con capacidades de rendimiento similares al de sistemas limitados por difracción [4]. Mediante la ligera modificación de un sistema óptico incoherente estándar, por medio de la adición de un elemento denominado máscara de fase cúbica en la pupila de salida de la óptica del sistema.

El efecto que produce la incorporación de la máscara de fase sobre el sistema óptico es que la Función de Punto Extendido (PSF) se convierte en invariante dentro de una distancia axial sobre el plano de la imagen [5, 6]. La Fig. 2.5 muestra como la incorporación de la máscara de fase produce que la PSF sea invariante en un rango axial. En la Fig. 2.1 se nota que la PSF cambia haciendo una redistribución de la energía.

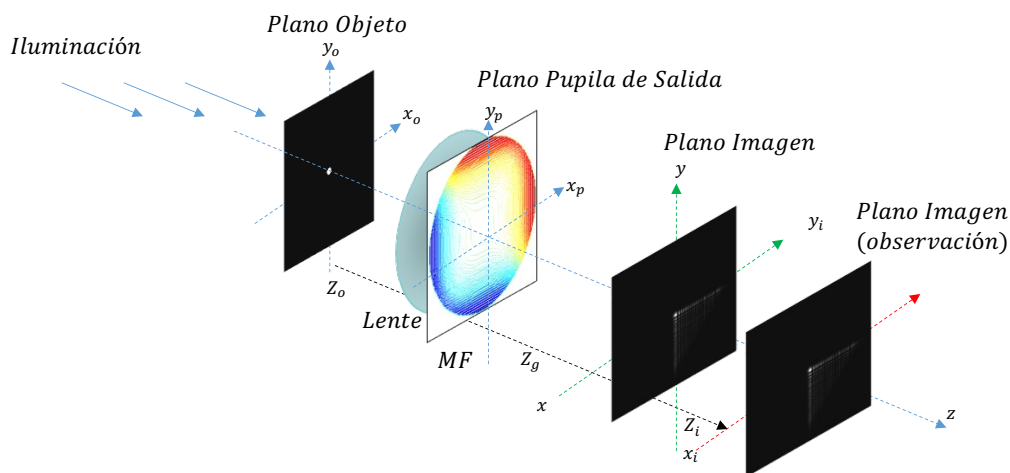


Fig. 2.5: Sistema óptico con máscara de fase incorporada. [Figura creada por Enrique González Amador].

Adicionalmente, debido a la relación que existe de la PSF con la Función de Transferencia Óptica, la MTF también será invariante al desenfoque, y no tendrá ceros en todo el intervalo de frecuencias. Esto será muy importante cuando se realice el proceso de deconvolución más adelante [10].

La Fig. 2.6, a) muestra la comparación de la MTF de un sistema óptico tradicional y su respuesta ante la presencia de diferentes niveles de desenfoque. Se puede apreciar claramente que la respuesta es variante y decrece conforme el grado de desenfoque incrementa, además, la presencia de ceros conforme el coeficiente incrementa también resulta evidente. Sin embargo, en la Fig. 2.6, b) se muestra el caso del sistema que incorpora el codificado de frente de onda. En este caso se aprecia la invariancia ante la presencia de desenfoque, y la ausencia de ceros en todo el intervalo de frecuencias.

La imagen que producirá el sistema óptico con la máscara codificadora de fase de un objeto extenso recibe el nombre de imagen codificada. El “inconveniente” con esta imagen, es que es de baja calidad debido a la presencia de la máscara de fase, esto también se aprecia en la MTF pues el contraste será menor para todas las frecuencias en comparación con el caso limitado por difracción. Es así como resulta necesario la incorporación del proceso de decodificación de la imagen a través de un algoritmo de procesamiento digital de imagen, normalmente algún algoritmo de deconvolución, obteniendo una imagen final enfocada con un alto nivel de detalle y contraste [4-6]. Una visión general de la técnica de Codificado de Frente de Onda se muestra en la Fig. 2.7.

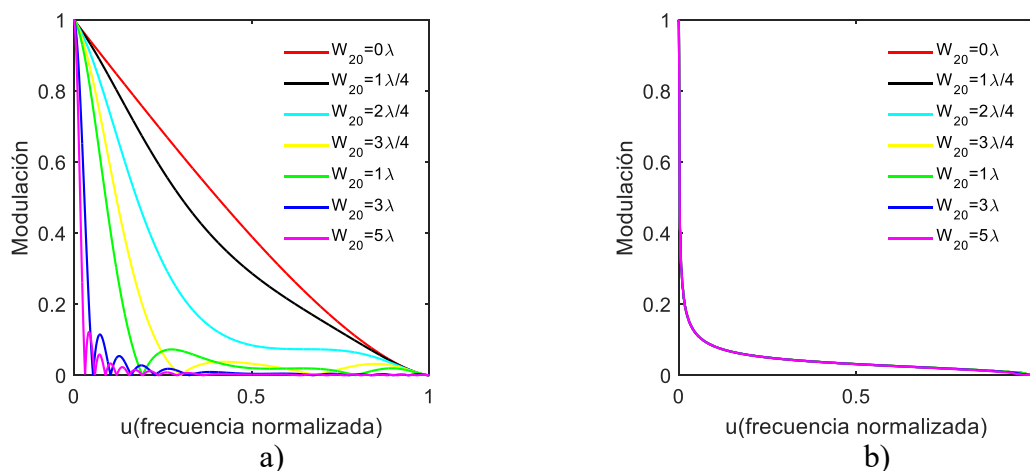


Fig. 2.6: Comparación de la respuesta de Función de Transferencia de Modulación. En a) sistema óptico tradicional. en b) sistema con codificado de frente de onda. [Figura creada por Enrique González Amador].

La técnica de codificado de frente de onda convierte al sistema óptico formador de imagen en insensible a algunas aberraciones ópticas relacionadas al desenfoque, y extiende la profundidad de foco de este.

El diseño del sistema de codificado de frente de onda se realiza de forma conjunta con la parte digital, cobrando mucha importancia tanto la MTF como la PTF del sistema para su funcionamiento adecuado. Una de las ventajas más importantes dentro del uso de los sistemas con codificado de frente de onda, radica en la reducción de la complejidad del sistema óptico, y la reducción de los costos en comparación con sistemas ópticos con profundidad extendida clásicos.

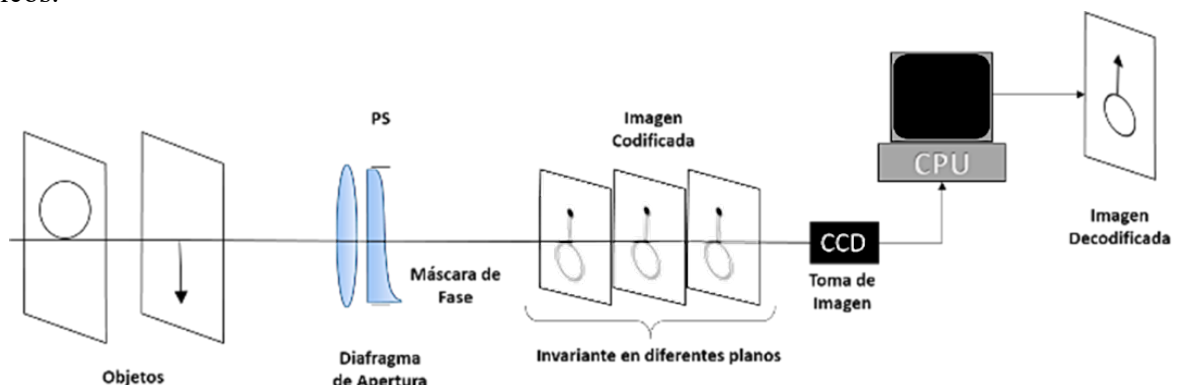


Fig. 2.7: Sistema óptico-digital con codificado de frente de onda. [Figura creada por Enrique González Amador].

Retomando la ecuación 2.2 podemos definir la PSF coherente del sistema con la máscara codificadora de fase,

$$h_{cod}(x_i, y_i, Z_i) \propto \frac{1}{\lambda z} \int_{PS} \exp[ikW_{PM}(x_p, y_p)] \exp\left\{ik \frac{\Delta z}{2|Z_i|^2} [(x_p)^2 + (y_p)^2]\right\} \times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_i x_p + y_i y_p)\right] dx_p dy_p \quad (2.6)$$

donde $W_{PM}(x_p, y_p)$, es la función de fase en unidades de longitud de onda [11]. Como se mencionó anteriormente, la PSF incoherente será $|h_{cod}|^2$, con un comportamiento invariante dentro de un rango de distancias alrededor del plano de la imagen geométrica.

Empleando la Eq. 2.6 se puede deducir que la imagen que es capturada por el sensor de una cámara CCD, denominada imagen codificada $g_{cod}(x, y, z)$, estará dada por:

$$g_{cod}(x, y, z) = g_i(x, y) * |h_{cod}(x, y, z)|^2. \quad (2.7)$$

donde $g_i(x, y)$ es la imagen geométrica. Las imágenes codificadas son de baja calidad, borrosas, requiriendo su restauración digital para eliminar la degradación debida a la introducción de la máscara de fase en el sistema.

Usando las propiedades de linealidad de la teoría del análisis de Fourier, se establece que el operador de convolución es equivalente a la operación de multiplicación de los espectros de las funciones que se convolucionarán [9, 11]. Teniendo la expresión:

$$\mathcal{F}\{g_i(x, y) * |h_{cod}(x, y, z)|^2\} = \mathcal{F}\{g_i(x, y)\} \cdot \mathcal{F}\{|h_{cod}(x, y, z)|^2\}, \quad (2.8)$$

$$G_{cod}(u, v) = G_i(u, v) \cdot OTF_{cod}(u, v), \quad (2.9)$$

donde OTF_{cod} es la función de transferencia óptica de codificación y se puede calcular como la Transformada de Fourier de $|h_{cod}(x, y, z)|^2$, y $G_{cod}(u, v)$ es el espectro de la imagen codificada. Para obtener la imagen codificada sólo hay que hacer la Transformada Inversa de Fourier de $G_{cod}(u, v)$. Para realizar la decodificación de la imagen podemos emplear el Filtro Inverso [10] mediante la ecuación 2.10,

$$G_{dec}(u, v) = \frac{G_{cod}(u, v)}{OTF_{PM}(u, v)}, \quad (2.10)$$

donde OTF_{PM} se obtiene de la misma forma que OTF_{cod} , pero asumiendo que el desenfoque es cero, es decir que solo está presente la máscara de fase. Sustituyendo 2.9 en 2.10 obtenemos,

$$G_{dec}(u, v) = G_i(u, v) \cdot \frac{OTF_{cod}(u, v)}{OTF_{PM}(u, v)}. \quad (2.11)$$

de forma que el espectro de la imagen decodificada se puede expresar como el producto del espectro de la imagen geométrica por el cociente entre la función de transferencia óptica del sistema con la máscara codificadora de fase y las aberraciones o desenfoque presente en el sistema (OTF_{cod}), y la función de transferencia del sistema correspondiente únicamente a la máscara codificadora de fase (OTF_{PM}). Cuanto más se parezcan OTF_{cod} y OTF_{PM} más se parecerá el espectro de la imagen decodificada al de la imagen geométrica.

A lo largo del capítulo se ha hablado de la invariancia de la PSF y OTF cuando se emplea el sistema de codificado de frente de onda. También se introdujo el paso de decodificación.

Juntando los dos pasos podemos definir la función de transferencia del sistema de Codificado de frente de onda, $OTF_{Sc} = \frac{OTF_{cod}(u,v)}{OTF_{PM}(u,v)}$. Analizando esta función de transferencia se puede deducir que su respuesta será más próximo a la unidad en tanto OTF_{cod} y OTF_{PM} se parezcan, pudiendo llegar a tomar valores cercanos a la unidad en un amplio rango de frecuencias. La semejanza entre OTF_{cod} y OTF_{PM} depende del rango de desenfoque y la máscara codificadora. Tal y como se expresa la ec. 2.11 puede suceder que el espectro de la imagen decodificada supere el contraste proporcionado por del sistema limitado por difracción, ya que al realizar el cociente de funciones de transferencia, estaríamos cancelando el efecto de la difracción provocada por la apertura sobre el contraste de las distintas frecuencias espaciales del espectro de la imagen geométrica. Esto se puede apreciar de manera más clara en la Fig. 2.8 donde mostramos la MTF del sistema limitado por difracción (línea roja), y la MTF_{Sc} : (línea verde). En el caso simulado se observa que la $MTF_{Sc} = 1$ dentro del rango establecido por la frecuencia de corte del sistema limitado por difracción. También mostramos las imágenes simuladas de un test USAF para el caso de un sistema limitado por difracción (imagen de la derecha) frente a la imagen decodificada (imagen central).

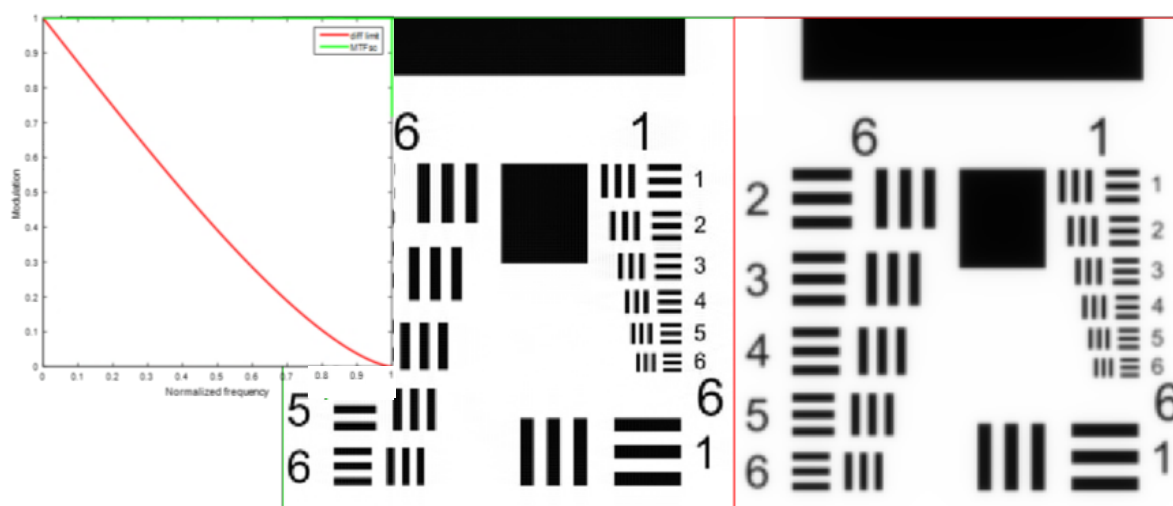


Fig. 2.8: Comparación de la respuesta en contraste para un sistema de codificación de frente de onda y el limitado por difracción: a) la imagen obtenida luego del proceso de Codificado de Frente de Onda: b) la imagen limitada por difracción. Se puede apreciar la reducción de contraste entre una imagen y otra. [Figura creada por Enrique González Amador].

La técnica de codificado de frente de onda permite extender la profundidad de foco de un sistema óptico, y ha sido aplicada de forma exitosa en diferentes ámbitos como la imagen infrarroja [12], la reducción de la complejidad de los sistemas ópticos [13, 14], la microscopia [15], imagen de retina [16, 17], para reducir el impacto de las aberraciones ópticas [18], reconocimiento de iris [19], entre otros.

La máscara de fase es un elemento muy importante para el correcto desempeño del sistema de codificación de frente de onda. Desde el año de 1995 cuando Dowsky y Cathey proponen la máscara de fase cúbica [4], se han propuesto otras formas de máscaras en la literatura. Dentro de las más representativas podemos citar: la máscara de fase exponencial [20], logarítmica [21], sinusoidal [22], tangencial [23], y la de raíz cuadrada [24]. Todas ellas se basan en cambios ligeros sobre la idea original de Dowsky y Cathey. Se puede apreciar en la Fig. 2.9 que los mapas de contorno son similares.

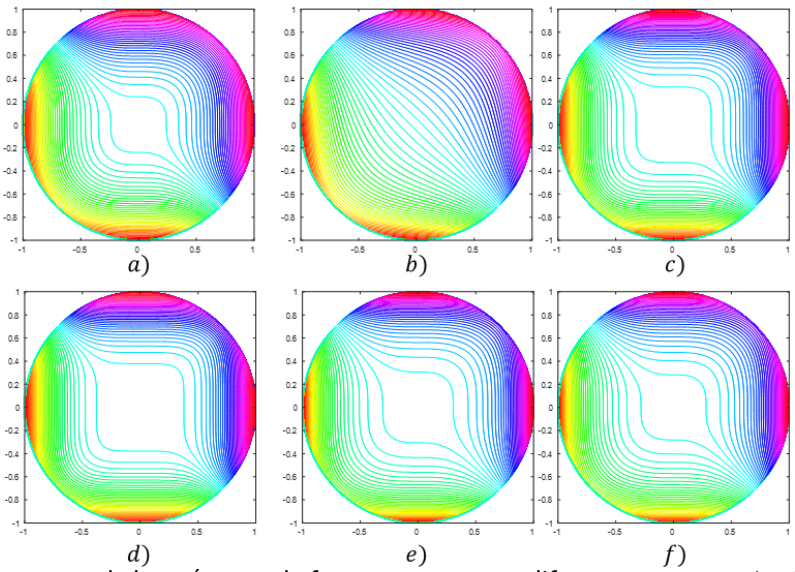


Fig. 2.9: Mapas de contorno de las máscaras de fase propuestas por diferentes autores. a) máscara de fase cúbica, b) máscara de fase exponencial, c) máscara de fase logarítmica mejorada, d) máscara de fase senoidal, e) máscara de fase tangencial y f) máscara de raíz cuadrada. [Figura creada por Enrique González Amador].

Las expresiones analíticas de las máscaras de fase mencionadas se muestran en la Tabla 1.1, donde a y b son parámetros de las máscaras de fase.

Tabla 2.1 Expresiones de las máscaras de fase similares a la fase cúbica original

Cúbica	$f(x, y) = ax^3 + ay^3$
Exponencial	$f(x, y) = ax \exp(bx^2) + ay \exp(by^2)$
Logarítmica mejorada	$f(x, y) = \text{sgn}(x)ax^4 \log(x + b) + \text{sgn}(y)ay^4 \log(y + b)$
Senoidal	$f(x, y) = ax^4 \sin(bx) + ay^4 \sin(by)$
Tangencial	$f(x, y) = ax^2 \tan(bx) + ay^2 \tan(by)$
Raíz cuadrada	$f(x, y) = ax(\sqrt{b - x^2} - \sqrt{b}) + ay(\sqrt{b - y^2} - \sqrt{b})$

En la Fig. se muestra la PSF de la máscara de fase cúbica, las otras máscaras presentan PSFs muy similares en forma, todas tienen forma de L y el máximo en el vértice. Las pequeñas diferencias hacen que unas se comporten ligeramente mejor que otras en lo que corresponde a profundidad de foco y/o calidad de imagen.

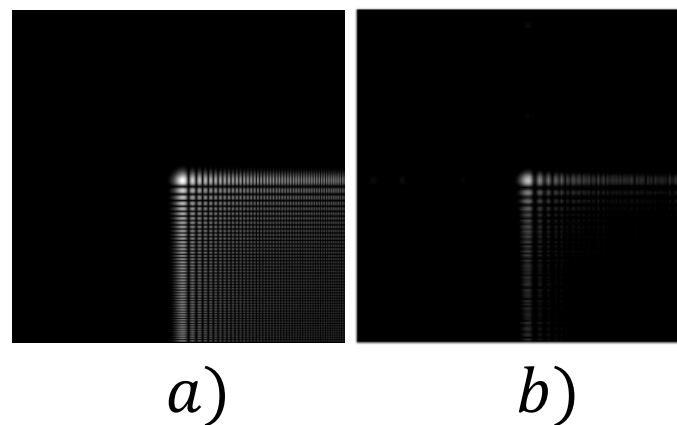


Fig. 2.10: Función de respuesta al impulso para a) la máscara de fase cúbica y b) la máscara de fase tangencial. [Figura creada por Enrique González Amador].

2.2.1 Alternativas para extender la DoF.

Una de las formas muy típicas de extender la DoF es con la reducción del diámetro de la pupila, sin embargo, esto también limita la cantidad de luz que ingresa al sistema, además de reducir la resolución del sistema debido a los efectos de la difracción [25, 26]. Los sistemas de imagen de objetos en movimiento se ven discriminados al usar esta técnica pues se necesitan largos tiempos de exposición para poder igualar la intensidad de la imagen [26]. La Fig. 2.11 muestra la comparación de dos sistemas con diferente número $f/\#$, observándose claramente la mayor profundidad en el sistema *con menor apertura*.

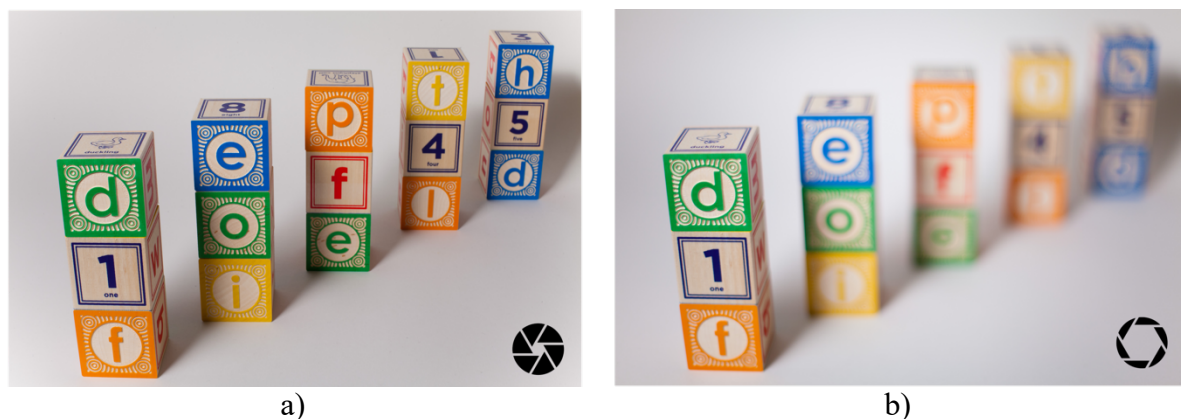


Fig. 2.11: Profundidad de foco de un sistema óptico: a) Profundidad extendida, se aprecia que se encuentran enfocados todos los elementos de la escena, b) Profundidad de foco reducida (solo se enfoca el elemento en primer plano). [Obtenida de <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Depth-of-field-comparison-side-by-side-small.png>. Consultado el día 15 de mayo de 2024. Con Licencia CretiveCommons].

2.2.2 Métodos puramente ópticos

Los sistemas de óptica adaptativa compensan las distorsiones que puede presentar el frente de onda, mediante retardos o ganancias del camino óptico introducidos en diferentes partes del frente, de manera que a la salida del sistema se tenga el frente de onda adecuado libre de aberraciones. Estos sistemas emplean dos elementos imprescindibles, en primer lugar, el sensor de frente de onda, y en segundo lugar un espejo deformable, que consiste en una membrana reflectante flexible que se controla mediante actuadores que deforman el espejo de una manera adecuada y por tanto induce cambios en la diferencia de camino óptico entre las distintas partes del frente de onda [1, 2]. También existen sistemas que sustituyen el espejo deformable por un modulador espacial de luz.

2.2.3 Métodos puramente digitales

Dentro de las técnicas puramente digitales se encuentra la deconvolución ciega [27], que permite mejorar la calidad de imágenes y su profundidad sin la necesidad de conocer la causa de la degradación.

A diferencia de la deconvolución clásica, que requiere información precisa sobre el proceso de degradación, la deconvolución ciega permite restaurar imágenes afectadas por ruido o desenfoque. Dentro de sus ventajas se puede citar, que no requiere de algoritmos complejos de calibración, además, logra resultados notables en imágenes muy degradadas. Por otro lado, los algoritmos para la deconvolución ciega son demandantes, en cuanto a capacidad de procesamiento y tiempo de ejecución por lo que su uso en aplicaciones en tiempo real es limitado. La deconvolución ciega es una herramienta poderosa para mejorar la calidad de imagen, especialmente cuando no se conoce la causa de la degradación.

El problema principal de la deconvolución ciega ocurre cuando la PSF presenta ceros.

2.3 POLINOMIOS DE JACOBI-FOURIER PARA EL DISEÑO DE MÁSCARAS DE FASE

En párrafos anteriores se ha mencionado de la importancia que tiene la máscara de fase para el desempeño de la técnica de codificado de frente de onda. Además, otras propuestas se han realizado sobre diseños de máscaras de fase que presentan algunas ventajas y desventajas para la técnica. En el año 2015 V. Nhu et al [24], mostraron que el buen rendimiento de la máscara de fase de raíz cuadrada se debe a la forma suave de la fase generada en la parte central de la pupila y a la variación rápida en la periferia que conduce a MTFs sin ceros estables a variaciones de desenfoque. Esta premisa es de suma importancia para nuestra investigación, y con esta idea en mente se realiza el estudio de las máscaras de fase en la forma de Jacobi-Fourier.

Los polinomios radiales de Jacobi $G_n(p, q, r)$ surgen como una solución de una ecuación diferencial hipergeométrica; son una clase de polinomios ortogonales clásicos definidos en el intervalo $[0, 1]$, donde $n \geq 0$ indexa el conjunto de polinomios ortogonales para valores de p y q dados, la variable independiente r representa la coordenada radial normalizada al radio de la pupila. Los polinomios ortonormales radiales de Jacobi empleados se definen por [28]:

$$J_n(p, q, r) = \sqrt{\frac{w(p, q, r)}{b_n(p, q)}} G_n(p, q, r), \quad (2.12)$$

donde $w(p, q, r)$ es la función de peso, y $b_n(p, q)$ el factor de normalización. Los parámetros p y q cumplen o satisfacen que $(p - q) > -1$ y $q > 0$; estas expresiones se calculan a partir de las siguientes relaciones [29, 30],

$$G_n(p, q, r) = \frac{n!(q-1)!}{(p+n-1)!} \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{(p+n+s-1)!}{(n-s)!s!(q+s-1)!} r^s, \quad (2.13)$$

$$b_n(p, q) = \frac{n![(q-1)!]^2(p-q+n)!}{(q-1+n)!(p-1+n)!(p+2n)}, \quad (2.14)$$

$$w(p, q, r) = (1 - r)^{p-q} r^{q-1}. \quad (2.15)$$

Bathia y Wolf [30] mencionan que existe infinito número de familias de polinomios invariantes a la rotación y ortogonales en el círculo unitario, así como los polinomios desplazados de Legendre, Mellin y los desplazados de Chebyshev. Entre otros conjuntos de polinomios radiales ortogonales, son casos especiales de los polinomios de Jacobi [31].

Los polinomios de Jacobi-Fourier $P_{nm}(p, q, r, \theta)$ son funciones separables y se componen de dos funciones. En primer lugar, el polinomio ortonormal de Jacobi $J_n(p, q, r)$, que será la función radial, y en segundo lugar el factor exponencial angular de Fourier $\exp(im\theta)$. Es decir:

$$P_{nm}(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \exp(im\theta). \quad (2.16)$$

Considerando polinomios reales para dar lugar a las posibles máscaras de fase llegamos a la siguiente ecuación [32]:

$$P_{nm}(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \cos(m\theta + \theta_0), \quad (2.17)$$

donde θ es el ángulo azimutal, θ_0 denota el ángulo de rotación de la fase, y $m \geq 0$ la frecuencia azimutal. No todas las combinaciones de m , p y q proporcionan polinomios 2-D separables en coordenadas x, y .

En primer lugar, en la presente tesis, se limitaron todos los conjuntos infinitos posibles de polinomios de Jacobi a aquellos con valores enteros de p y q y $p = q$. Al trabajar con valores de $p=q$ se decide colapsar ambos índices en un único índice y emplear la siguiente notación para los polinomios radiales de Jacobi, $J_{n,p}(r)$.

En la figura 2.12 se presentan los perfiles correspondientes a diferentes polinomios radiales de Jacobi, que se han obtenido a través de las combinaciones $p = q = [2, 5, 8, 15]$ y $n = [0, 1, 2, 3]$. Se puede observar que a medida que n aumenta, el número de ondulaciones aumenta y, por lo tanto, no se puede lograr la región plana necesaria en la parte central de la pupila. Además, para valores de p iguales o menores que 5, la región central plana es diminuta o nula y, por lo tanto, no sería viable su utilización.

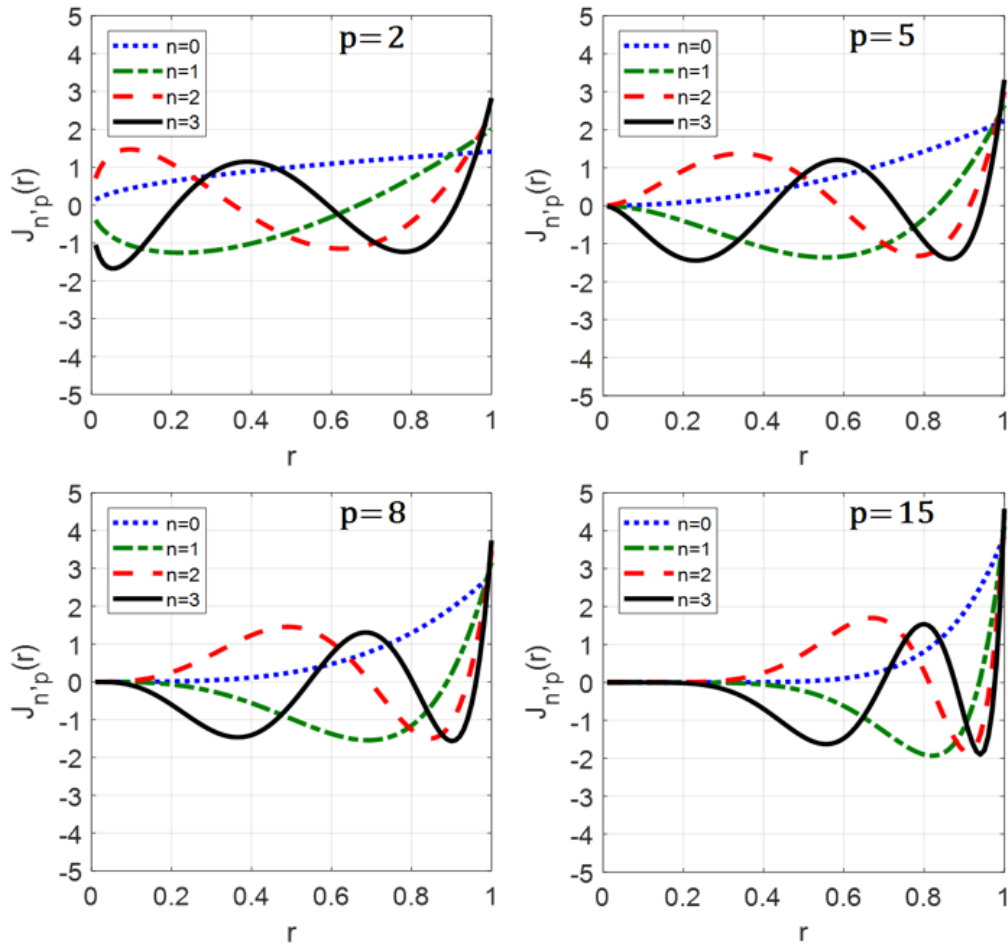


Fig. 2.12: Polinomios radiales de Jacobi con diferentes valores de n y p . [Obtenida de la referencia 32, correspondiente a la Fig. 1. La revista permite reutilizar el artículo por parte del autor como parte de su tesis <https://www.elsevier.com/about/policies/copyright>].

En esta tesis, el estudio toma las máscaras de fase propuestas en [32]. Tomando el valor de $n = 0$ y los valores de p comprendidos en el rango $6 \leq p \leq 10$. La tabla 1.2 muestra la dependencia radial de los JFPM que se han elegido.

Tabla 2.2: Dependencia radial de la Máscaras de Fase Jacobi Fourier

p	Radial dependence
6	$\sqrt{6}r^{5/2}$
7	$\sqrt{7}r^3$
8	$\sqrt{8}r^{7/2}$
9	$\sqrt{9}r^4$
10	$\sqrt{10}r^{9/2}$

La elección de la frecuencia azimutal se realiza bajo el siguiente criterio: los valores pares de m muestran comportamiento de las fases similar a la aberración de astigmatismo. En el caso de valores impares de m , el comportamiento es superior; con $m=1$, la profundidad de foco se amplía de manera similar al coma [33], aunque se ha demostrado que no es tan eficaz como la denominada trefoil, con índice azimutal $m=3$ [34]. Dicha máscara muestra un rendimiento

superior a la máscara de fase cúbica propuesta por Dowski y Cathey [35]. Por lo que, en esta tesis se analizarán los casos con $m=3$.

La función de pupila generalizada $\mathcal{P}_{n,p}^{\square}(r, \theta)$ se puede expresar como [9]:

$$\mathcal{P}_{n,p}^{\square}(r, \theta) = \begin{cases} \exp [ik \phi_{n,p}(r, \theta)] & r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases}, \quad (2.18)$$

donde

$$\phi_{n,p}(r, \theta) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta) + W_{20} r^2 \quad (2.19)$$

En la expresión, α , k , λ son parámetros definidos anteriormente y r el radio de la lente que se ha normalizado a la unidad. Ya que no se tiene interés en las propiedades de ortogonalidad de los polinomios Jacobi, se han normalizado a la unidad, de esta forma, proporcionan los mismos valores pico valle para la misma α . El coeficiente W_{20} representa la cantidad de desenfoque debido a un mal posicionamiento del plano imagen o del plano objeto respecto al sitio de imagen geométrica. La Fig. 2.13 muestra los perfiles de los diferentes polinomios Jacobi radiales obtenidos con $p = [6,7,8,9,10]$ y $\alpha = 100\lambda$. Se observa como cambiando el valor de p se aumenta o disminuye la extensión de la meseta central de las máscaras de fase.

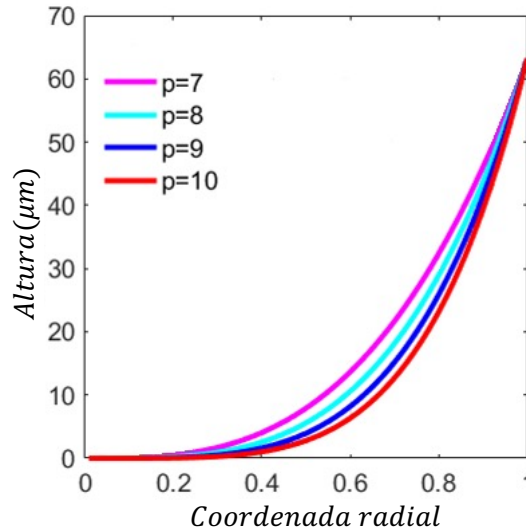


Fig. 2.13: Perfiles de fase radial de las máscaras de fase. [Obtenida de la referencia 32, correspondiente a la Fig. 3. La revista permite reutilizar el artículo por parte del autor como parte de su tesis <https://www.elsevier.com/about/policies/copyright>].

La Fig. 2.14 muestra los perfiles de las máscaras de fase en la forma de Jacobi-Fourier y su respectiva PSF para el sistema. Finalmente, en c) se puede observar la MTF en 3-D para las mismas máscaras de fase.

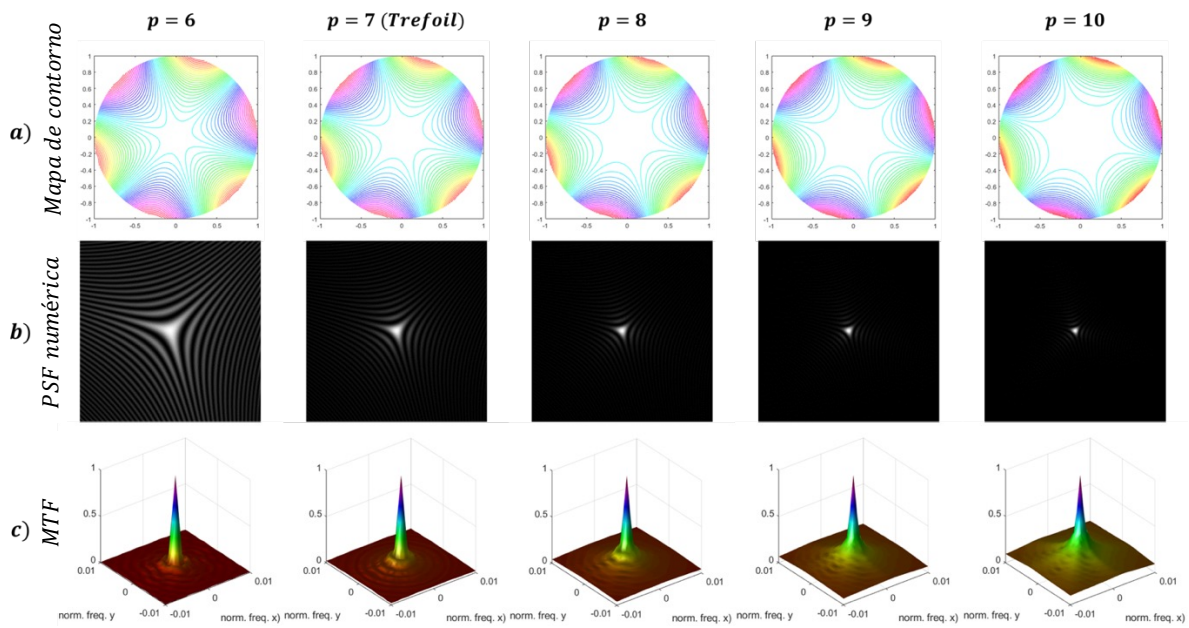


Fig. 2.14: a) Mapas de contorno en 2D de las máscaras de fase Jacobi-Fourier, b) PSFs simuladas para las MFJF y MTFs en 3D. [Obtenida de la referencia 32, correspondiente a la Fig. 4. La revista permite reutilizar el artículo por parte del autor como parte de su tesis <https://www.elsevier.com/about/policies/copyright>].

Se puede observar como la parte central de las fases se ensancha conforme p crece mientras que, el tamaño de la PSF se vuelve menor. Esto impacta sobre la profundidad de foco del sistema, teniendo réplicas que se observan sobre la imagen decodificada.

2.4 PROCESADO DIGITAL DE IMÁGENES DE FONDO DE OJO CON PRESENCIA DE CATARATA

La visualización del fondo de ojo es todo un reto cuando hay presencia de cataratas. Se dice que existe una catarata cuando el cristalino del ojo se ve difuso [36].

La retina, ubicada en la parte posterior del ojo, es responsable de detectar la luz y enviarla al cerebro como señales visuales. Cuando el cristalino se ve afectado por cataratas, la luz se esparce y no se enfoca correctamente en la retina, lo que genera una visión borrosa, nublada y distorsionada. Dentro de las implicaciones que producen estas patologías están:

- Reducción de la agudeza visual.
- Pérdida de contraste.
- Sensibilidad a la luz.
- Visión doble.
- Percepción alterada del color

El poder visualizar la retina en pacientes que presentan cataratas severas puede ser todo un desafío para los oftalmólogos. La turbidez del cristalino dificulta la penetración de la luz en el ojo, lo que limita la capacidad de observar el tejido retiniano con claridad. El diagnóstico y tratamiento tempranos de las cataratas son cruciales para preservar la visión.

Dentro de las técnicas para visualizar la retina en pacientes con presencia de cataratas se encuentran; La oftalmoscopia con dilatación pupilar para aumentar el campo visual; la ecografía ocular, usada en casos de cataratas muy avanzadas; y la Tomografía de coherencia óptica (OCT) es una técnica avanzada que permite obtener imágenes detalladas de la retina y otras estructuras del ojo [37, 38].

Por otra parte, técnicas como la óptica adaptativa o wavefront Coding comentadas anteriormente en el presente documento, no presentan efectividad cuando las imágenes se ven degradadas por la presencia de cataratas. Por lo que será importante el uso de algoritmos de procesamiento digital que permitan deshacer la degradación de las imágenes producidas por la presencia de cataratas.

2.4.1 Procesado digital de imágenes

El procesamiento digital de imágenes (PDI) es un campo de la ciencia e ingeniería que se dedica a la manipulación matemática de imágenes digitales para mejorarlas o extraer información de ellas [39]. Las imágenes digitales se representan como matrices de números, donde cada número representa el brillo o color de una muestra individual. Las técnicas de PDI son un conjunto de algoritmos informáticos que permiten procesar estas matrices y obtener así resultados específicos. Se pueden aplicar a una amplia gama de imágenes, incluidas imágenes fotográficas, imágenes médicas, imágenes de satélite e imágenes de radar. Las técnicas de PDI se pueden clasificar en dos categorías principales [39]:

- **Técnicas de preprocesamiento:** estas técnicas se utilizan para mejorar la calidad de la imagen original, eliminando el ruido, mejorando el contraste y corrigiendo distorsiones.
- **Técnicas de postprocesamiento:** estas técnicas se utilizan para resaltar ciertos elementos de la imagen, como bordes, objetos o características.

Las técnicas de PDI se utilizan en una amplia gama de aplicaciones:

- **Visión artificial:** Para analizar imágenes con el fin de detectar objetos, reconocer patrones entre otros [40].
- **Robótica:** Usado para la toma de decisiones y así, controlar robots y otros sistemas automatizados [41].
- **Medicina:** Para diagnosticar enfermedades, planificar cirugías y otras aplicaciones médicas [42].

Un sistema típico de adquisición de imágenes como el mostrado en la Fig. 2.15, está compuesto básicamente por dos elementos de hardware, en primer lugar, un dispositivo sensible a la luz que sea capaz de realizar la traducción de la intensidad recibida y convertirla en señales eléctricas, comúnmente el encargado de realizar esta tarea es el denominado sensor CCD, que genera una señal de imagen a partir de un sensor semiconductor matricial. La señal es cuantificada mediante el segundo elemento importante, el conversor analógico/digital (ADC) adaptado a este tipo de señal [10].

En sí, los dos procesos fundamentales para la creación de imágenes digitales son: el muestreo y la cuantización [10, 39]. Por una parte, el muestreo consiste en dividir la imagen en una cuadrícula de puntos, cada uno de los cuales se conoce como píxel. La cuantificación consiste en asignar un valor numérico discreto a cada píxel, según la intensidad de la luz que lo ilumina.

El muestreo y la cuantización determinan la calidad de la imagen digital. Un muestreo más fino y una cuantificación más precisa dan como resultado una imagen de mayor calidad.

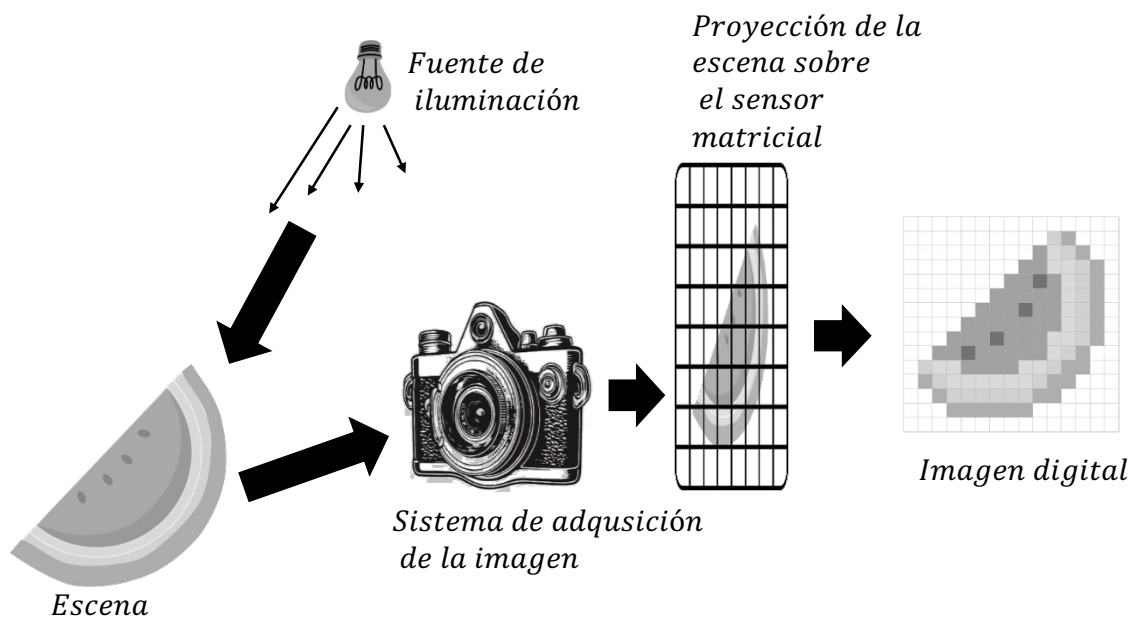


Fig. 2.15: Proceso de adquisición de una imagen digital. [Figura creada por Enrique González Amador].

2.4.2 Realce de la calidad de las Imágenes

La principal razón del realce de imágenes digitales, es realizar una serie de operaciones sobre la misma de manera que el resultado presente una mayor cantidad de detalles o especificaciones en comparación con la imagen original para una aplicación dada. Es decir, un método que resulte ser muy útil para mejorar las imágenes de rayos X puede no ser necesariamente la mejor opción para realzar características de fotografías de algún planeta transmitidas por una sonda espacial [39]. El realce de imágenes se divide en dos grandes categorías: 1) Métodos en el dominio espacial; 2) Métodos en el dominio espectral.

En primer lugar, cuando se habla de dominio espacial se hace referencia al propio plano de la imagen, se refiere a la manipulación directa de los píxeles de una imagen. Por otro lado, las técnicas de proceso en el dominio espectral se basan en la manipulación de los píxeles en el dominio de la transformada de Fourier de una imagen [10, 39].

Los procesos en el dominio espacial serán denotados por la expresión,

$$g(X, Y) = T[f(X, Y)] \quad (2.20)$$

donde $f(X, Y)$ es la imagen de entrada, $g(X, Y)$ la imagen procesada, y T es un operador, definido sobre alguna vecindad de (X, Y) . Adicionalmente, T puede operar en un conjunto de imágenes de entrada, tal como realizar la suma píxel por píxel de K imágenes para reducción de ruido. Se puede definir una vecindad de un punto (X, Y) al usar un área cuadrada como una subimagen centrada en (X, Y) como se observa en la Fig. 2.16. [10].

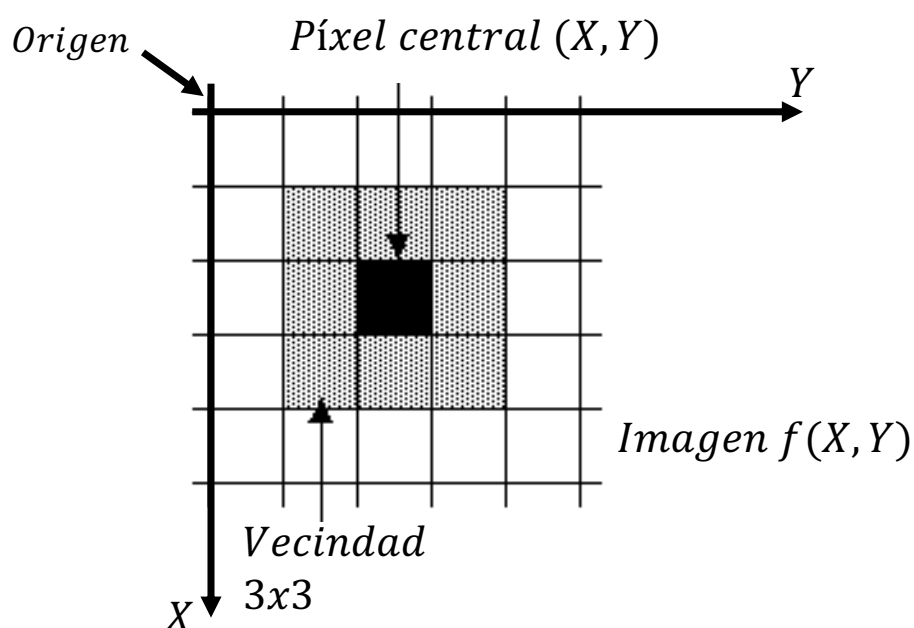


Fig. 2.16: Vecindad de 3x3 sobre una imagen. [Figura creada por Enrique González Amador].

El operador T es aplicado en cada (X, Y) para producir la salida, $g(X, Y)$, en esa ubicación. El proceso utiliza sólo los píxeles en el área de la imagen expandida por la vecindad.

La forma más simple de T es cuando el tamaño de la vecindad es de 1×1 . En este caso, $g(X, Y)$, depende solamente del valor de $f(X, Y)$. En este caso, T es una función de transformación de nivel de gris, es decir:

$$s = T(r) \quad (2.21)$$

donde, para simplificar la notación, r y s son variables que describen el nivel de gris de $f(X, Y)$ y $g(X, Y)$ respectivamente.

2.4.3 Histograma de una Imagen

El histograma de una imagen digital es una herramienta ampliamente usada tanto cualitativa como cuantitativamente. Corresponde a un gráfico de frecuencias de la distribución de valores de intensidad de los píxeles de una imagen (niveles de gris) [10].

El histograma de una imagen con niveles de gris en el rango $[0, L - 1]$ es una función discreta de $h(r_k) = n_k$, donde r_k es el k -ésimo nivel de gris y n_k , es el número de píxeles en la imagen que tienen el nivel de gris r_k . Un histograma normalizado está dado por $P(r_k) = \frac{n_k}{M \times N}$, para $k = 0, 1, \dots, L - 1$ [1], donde M y N son las dimensiones de filas y columnas de la matriz que describe la imagen.

Una imagen con bajo contraste tiene un histograma que se estrecha y estará centrado a la mitad de la escala de grises [10]. La ecualización de histograma es una técnica de procesamiento de imágenes que mejora el contraste de una imagen, redistribuyendo los niveles de gris del histograma de la imagen de entrada de manera que todos los niveles de gris estén representados de manera uniforme. El histograma de una imagen es una representación gráfica de la distribución de los niveles de gris en la imagen. Si el histograma de una imagen está muy

sesgado, significa que hay muchos píxeles con un nivel de gris similar, lo que reduce el contraste de la imagen.

2.4.4 Ecuación del Histograma de una imagen

La ecualización de histograma redistribuye los niveles de gris del histograma de la imagen de entrada de manera que todos los niveles de gris estén representados de manera uniforme. Esto se hace mediante una función de transformación, que asigna a cada nivel de gris de la imagen de entrada un nuevo nivel de gris en la imagen de salida [10]. La función de transformación T generalmente es una función monótona creciente. La probabilidad de ocurrencia de un nivel de gris r_k en una imagen es:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{M \times N} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1 \quad (2.22)$$

La versión discreta de la función de transformación es,

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{M \times N} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1 \quad (2.23)$$

Por lo tanto, una imagen ecualizada se obtiene asignando cada píxel con nivel r_k en la imagen de entrada en un píxel correspondiente con nivel s_k . Una gráfica de $p_r(r_k)$ contra r_k se conoce como histograma. Por otro lado, la transformación dada por Eq. 2.23 se conoce como ecualización del histograma.

2.4.5 Ecualización Adaptativa del Histograma

La ecualización adaptativa del histograma (AHE del inglés *Adaptive Histogram Equalization*) es una técnica de procesamiento digital de imagen usado para mejorar el contraste en las imágenes. Este método se diferencia de la ecualización del histograma ordinario en que el método adaptativo calcula varios histogramas, cada uno correspondiente a una sección finita y distinta de la imagen, y los utiliza para redistribuir los valores de luminosidad de la imagen. Por lo tanto, es adecuado para la mejora del contraste local de una imagen y obtener mayores detalles [43, 44]. Sin embargo, AHE tiene una tendencia a ampliar el ruido en regiones relativamente homogéneas de una imagen. La ecualización del histograma utiliza la misma transformación derivada del histograma de la imagen para transformar todos los píxeles.

La ecualización del histograma funciona adecuadamente cuando la distribución de valores de los píxeles es similar a lo largo de la imagen. Sin embargo, cuando la imagen contiene regiones que son significativamente más claras u oscuras que la mayoría de la imagen, el contraste en aquellas regiones no será suficientemente realizado. AHE mejora esto transformando cada píxel con una función de transformación derivada de una región de vecindad [45].

La derivación de las funciones de transformación de los histogramas es exactamente la misma que para una ecualización del histograma ordinario. La función de transformación es proporcional a la función de distribución acumulativa de valores de píxel en la vecindad. En las Figuras 2.17 y 2.18 se muestra el resultado de aplicar AHE.



Fig. 2.17: Función AHE. [Figura creada por Enrique González Amador].



Fig. 2.18: Resultado de aplicar el AHE. Se puede apreciar la presencia de ruido. [Figura creada por Enrique González Amador].

2.4.6 Contraste Limitado de la Ecuación Adaptativa del Histograma (CLAHE)

La ecualización adaptativa del histograma puede aumentar el ruido en la imagen, ya que puede amplificar las diferencias de intensidad entre los píxeles de una región. El Contraste Limitado de la Ecuación Adaptativa de Histograma (CLAHE) es una variante de AHE que limita la amplificación del contraste para evitar el aumento de ruido [46]. CLAHE funciona recortando el histograma de cada región a un valor predeterminado antes de calcular la función de distribución acumulativa (CDF). Esto limita la pendiente de la CDF y, por lo tanto, de la función de transformación que se utiliza para ecualizar el histograma de la región.

El contraste limitado de la ecualización adaptativa del histograma difiere de la ecualización adaptativa del histograma ordinario en su limitación del contraste. En el caso de CLAHE, el procedimiento de limitación de contraste tiene que ser aplicado para cada zona de la cual una función de transformación es derivada. CLAHE fue desarrollado para prevenir el aumento de ruido que AHE puede presentar [46, 47].

El valor al que el histograma es recortado, llamado límite de corte, depende de la normalización del histograma [47]. Comúnmente los valores límite resultantes de la amplificación están entre 3 y 4. Resulta conveniente no descartar la parte del histograma que supera el límite de corte, ya que esta parte debe redistribuirse de forma equivalente o equilibrada entre todos los intervalos del histograma [45] como se muestra en la Figura 2.19.

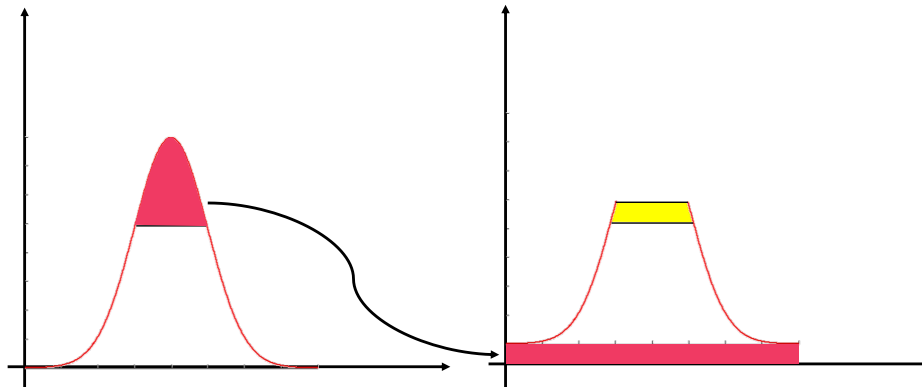


Fig. 2.19: Equilibrio del límite de corte en el histograma. [Figura creada por Enrique González Amador].

La redistribución moverá algunos intervalos sobre el límite de corte nuevamente (región amarilla en la Figura 2.19), resultando en un límite de corte efectivo que es mayor que el límite prescrito cuyo valor exacto depende de la imagen. Si esto no es lo deseable, el procedimiento de redistribución puede ser repetido recursivamente hasta que el exceso sea lo menor posible [48]. A continuación, en la Fig. 2.20 se muestra el resultado de aplicar CLAHE.

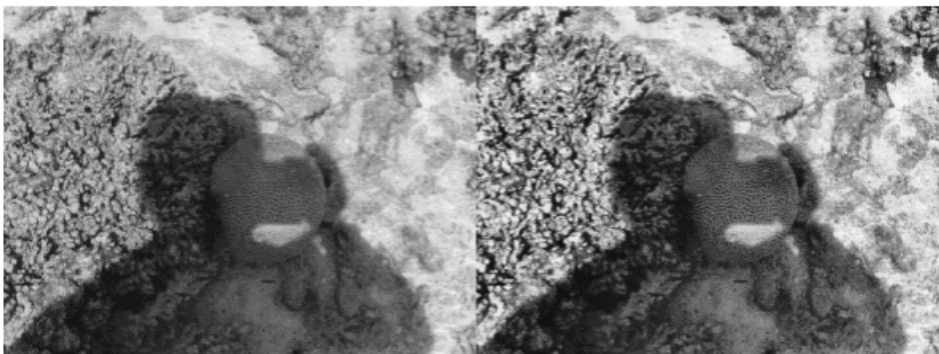


Fig. 2.20: Aplicación del CLAHE. Las sombras en la imagen mejorada se ven más oscuras y las luces más brillantes. El contraste general ha mejorado. [Figura creada por Enrique González Amador].

En este documento de tesis, el procesado de la imagen en presencia de cataratas, hará uso del CLAHE en combinación con otros algoritmos de filtrado digital que permitirá mejorar la calidad de la imagen obtenida. Estos algoritmos serán aplicados sobre diferentes espacios de color, tales como RGB, HSV y CieLAB.

3 ESTRUCTURA DEL OJO Y CATARATAS

El análisis de la estructura de la retina y su función vascular ha sido fundamental en oftalmología desde los orígenes del oftalmoscopio [49]. Los problemas de circulación sanguínea en la retina están relacionados con la aparición de las principales enfermedades causantes de ceguera, incluidas la degeneración macular y la retinopatía diabética [50–52]. Además, la estructura y función del tejido de la retina la convierte en uno de los lugares metabólicamente más activos del cuerpo [53] y otras enfermedades como la esclerosis múltiple, la diabetes, la disfunción tiroidea e incluso el cáncer, entre otras, pueden detectarse tempranamente mediante un análisis de los vasos sanguíneos y el nervio óptico [54]. Por lo que, la detección temprana de problemas en la retina es un factor crítico para la prevención de la progresión de enfermedades y evidentemente de la pérdida de la visión, incluso de manera permanente.

En la práctica oftalmológica la toma de fotografías del fondo de ojo es una parte esencial para la valoración, sin embargo, la adquisición de dichas imágenes, su resolución y buen contraste necesita la combinación adecuada de elementos ópticos e iluminación. Así, el equipo para dicha tarea, como oftalmoscopios y cámaras de fondo de ojo generalmente, es poco accesible, oscila entre los miles y los cientos de miles de dólares para equipos con mejores especificaciones, traducidas en imágenes con mayor detalle.

Lograr obtener imágenes de la retina con mejor calidad y de una manera más accesible, ofrece la oportunidad de documentar las diferentes patologías. Actualmente, la mayoría de las imágenes son analizadas, en general, por especialistas y el diagnóstico depende de la experiencia del observador. La detección de lesiones, hemorragias, densidad vascular, neovasos, tejidos cancerosos, etc., se realiza a través del análisis del tamaño, color, textura o forma de las distintas estructuras del fondo de ojo.

3.1 ANATOMÍA DEL OJO HUMANO.

El ojo humano es un sistema óptico complejo convergente que tiene la capacidad de formar una imagen invertida de una escena sobre la capa sensible de la retina, situada al fondo del denominado globo ocular. En la parte anterior de la capa externa y a continuación de la esclera se encuentra la córnea. La esclera es un tejido fibroso denso, opaco y blanco, casi esférico con un radio de curvatura aproximado de 12 a 13 mm, su principal función es brindar protección al ojo. En tanto, la córnea es un tejido altamente transparente. Tiene un índice de refracción de 1.376 y el radio de curvatura medio de la cara anterior es de 7.7 mm, mientras que en la cara posterior es de 6.8 mm. Es el elemento con la mayor potencia refractora de 43 Dioptrías (D). Posee alrededor de 0.5-0.6 mm de espesor en el centro, y de 1 mm en la periferia. A continuación, se encuentra el humor acuoso, una sustancia líquida, con índice de refracción de 1.3374, contenida en la cámara anterior, constituido fundamentalmente por agua salada. Desde el punto de vista óptico, la principal función del humor acuoso (en conjunto con la córnea) es la de servir de filtro a longitudes de onda infrarrojas B (1400 nm) y C (3000 nm).

El diafragma iris consiste en una capa de tejido muscular altamente pigmentada, que da razón al color de los ojos, además, tiene la capacidad de cambiar su tamaño, variando desde 1.6 hasta los 8 mm aproximadamente. Dentro de sus principales funciones, están, limitar la cantidad de luz que ingresa al sistema, y limitar la contribución de los rayos periféricos que presentan mayor aberración óptica.

Posterior al iris y delante del cuerpo vítreo, se encuentra el cristalino, que consiste de una lente biconvexa, con una potencia óptica de entre 20-30 D, transparente y elástica. Está

constituido por una serie de capas de células que le confieren la propiedad de ser un medio de gradiente de índice. Se estima que en el centro su índice de refracción es de 1.415 mientras que en la periferia es de 1.37. Gracias a un sistema de fibras que se denomina Zónula de Zinn, y que a su vez se encuentra enganchado en el cuerpo ciliar, es posible controlar la tensión que se ejerce sobre la zónula y por tanto la curvatura de las caras de cristalino. Al cambio de potencia del cristalino se le llama acomodación y es el mecanismo que permite al ser humano enfocar a distintos planos. El humor vítreo es un líquido viscoso transparente que rellena el cuerpo vítreo. Posee un índice de refracción de 1.3360.

Finalmente, se encuentra la retina, que es el elemento encargado de la detección de las imágenes. La retina es la capa sensible a la luz que se encuentra en la parte posterior del ojo. Es la encargada de convertir la luz en señales eléctricas que son enviadas al cerebro para que sean interpretadas como imágenes. Su composición consta de dos capas básica, la capa neural y epitelio pigmentario. La capa neural es la capa interna de la retina, contiene los fotorreceptores, conos y bastones, por otro lado, el epitelio pigmentario, es una capa externa que descansa sobre la capa coriocapilar de la coroides.

En la capa de conos y bastones, parte de la luz es absorbida por estas células fotosensibles, mientras que otra parte se sigue propagando hasta llegar al epitelio pigmentario. En esta capa se produce una fuerte absorción de la luz debido a la presencia de melanina.

Cuando la luz llega a la retina, se refleja parcialmente en la capa limitante interna. Esta luz reflejada mantiene el mismo grado de polarización que la luz incidente. La luz que no se refleja atraviesa las siguientes capas hasta llegar a la capa de conos y bastones.

Los conos y los bastones son las células fotosensibles de la retina. Los conos son responsables de la visión a color y de la visión central, mientras que los bastones son responsables de la visión nocturna y de la visión periférica.

La capa de conos y bastones se encuentra sobre el epitelio pigmentario. Este epitelio contiene melanina, que absorbe la luz que no es absorbida por los conos y bastones. Esto evita que la luz se refleje en las capas posteriores de la retina y que interfiera con la visión.

La retina contiene alrededor de 120 millones de bastones y 7 millones de conos. Los bastones están distribuidos de forma uniforme por toda la retina, mientras que los conos están más concentrados en la fovea. La fovea es la zona de la retina con mayor agudeza visual.

3.2 CATARATAS

Cualquier opacidad en el cristalino que reduce la visión del paciente se define como catarata. Según su momento de aparición las podemos clasificar en [55]:

- Catarata congénita: Es la opacidad del cristalino cuyo proceso se produce en el vientre materno. El cristalino viene del ectodermo por eso todas las enfermedades eruptivas que padezca la madre durante el embarazo pueden afectar al cristalino del feto. Otro factor que también determina este tipo de catarata es el hereditario existiendo familias que tienen miembros con catarata congénita. Si la catarata impide la visión el ojo no podrá aprender a ver y desarrollará un ojo ambliope por lo que su intervención suele ser lo antes posible, sobre los tres meses. La más común es la polar anterior que afecta a la cápsula y a las fibras subcapsulares. Puede ser unilateral o bilateral e ir acompañada por otras patologías oculares.
- Catarata adquirida: Son las más comunes y se pueden clasificar según los factores que la provocan en:
 - Senil: Se produce por el envejecimiento después de los 55-60 años siendo la más frecuente.

- Traumática: Tras un golpeo o contusión en el ojo se puede producir una ruptura en la cápsula del cristalino originando una catarata por anomalías en la permeabilidad de la cápsula.
- Radiación: Hay distintos tipos de radiaciones que pueden producir cataratas tales como: rayos X, rayos β , rayos infrarrojos, radiación UV...
- Genética: La presencia de cataratas en la juventud suele ser por algún síndrome. Algunos ejemplos serían: síndrome de Down, síndrome de Turner, síndrome de Edward...
- Medicamentosa: Algunos medicamentos como los corticosteroides puede producir cataratas.
- Tabaquismo: El fumar tabaco ha demostrado un aumento en el desarrollo de cataratas.
- Diabética: Este tipo de cataratas es debido a la alteración del metabolismo de la glucosa. Puede resolverse si se obtiene un buen control metabólico de forma rápida pero una vez que aparecen las opacidades disgregatorias el proceso se hace irreversible.
- Dermatitis atópica: Debido a que la piel y el cristalino tienen el mismo origen embriológico pueden verse afectados por las mismas enfermedades.

También se pueden clasificar según su madurez Gerhard K [55]:

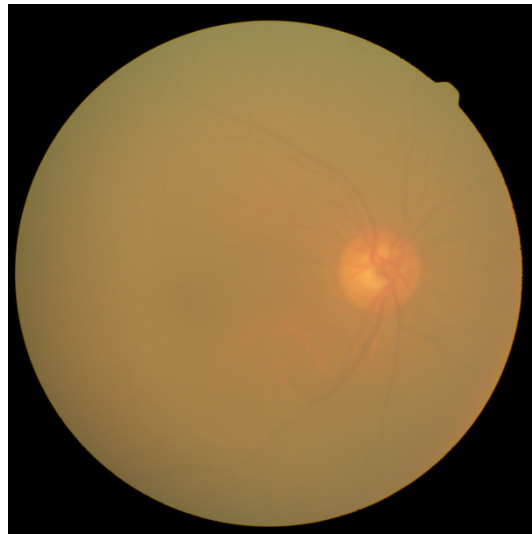
- Catarata inmadura: El cristalino es parcialmente opaco.
- Catarata madura: El cristalino es completamente opaco.
- Catarata hipermadura: Aparición de arrugas en la capsula anterior por la contracción de la catarata por la falta de hidratación.
- Catarata Morgagniana: Es un extremo de catarata hipermadura en donde el núcleo se hunde hacia abajo debido a la licuefacción total de la corteza del cristalino.

Según el asiento, las más comunes según Gerhard K [55] son:

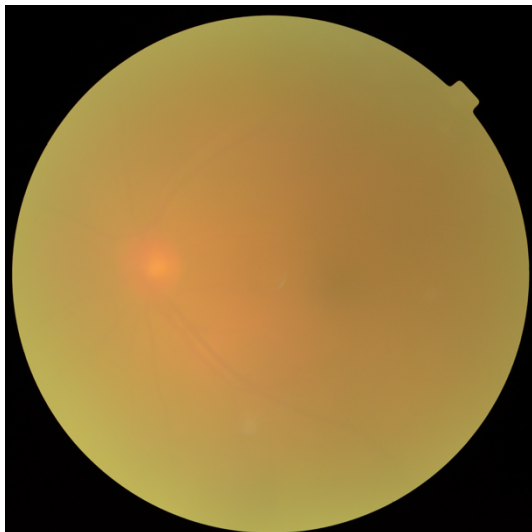
- Nuclear o “dura”: Como su propio nombre indica se caracteriza por su consistencia sólida y por afectar al núcleo del cristalino. El proceso de opacificación es lento, generalmente empieza sobre los 55-60 años hasta los 70-75, hasta llegar a la opacificación total del cristalino. Durante el desarrollo de la opacificación el cristalino va cambiando de color. En la Figura 1 mostramos una validación del sistema de clasificación de las cataratas nucleares realizada recientemente por el Profesor Rafael I. Barraquer que desarrolló en su clínica con el objetivo de predecir la dureza del cristalino antes de la intervención quirúrgica de la catarata.
- Cortical: Es la más común y se caracteriza por la esclerosis del núcleo del cristalino, la hidratación e intumescencia le da una consistencia blanda produciendo la opacificación de la corteza de forma radial.



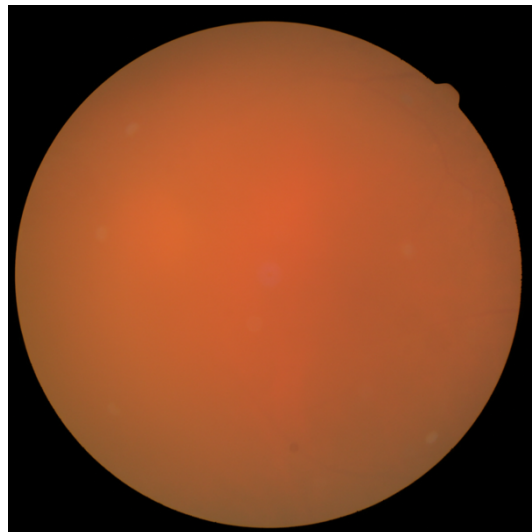
a) Catarata inmadura



b) Catarata madura



c) Catarata hipermadura



d) Catarata Morganiana

Fig. 3.1: Clasificación de los tipos de Cataratas. [Figura creada por Enrique González Amador a partir de la base de datos pública <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset> con acceso el 10 Febrero de 2022].

4 METODOLOGÍA

En los trabajos realizados en relación a esta tesis se llevaron a cabo simulaciones y cálculos computacionales según la temática abordada. A continuación presentamos las metodologías seguidas en los distintos trabajos realizados en el marco de la tesis doctoral objeto de este documento.

4.1 METODOLOGÍA – WAVEFRONT CODING

En cuanto a la metodología empleada en el estudio de la técnica de Wavefront Coding aplicada a la obtención de imágenes de fondo de ojo de alta resolución espacial, vamos a presentar por un lado la metodología seguida en las simulaciones numéricas, y por otro lado la metodología empleada en la evaluación experimental de la técnica.

4.1.1 Simulación Numérica

Los primeros estudios sobre la aplicación de la técnica de Wavefront Coding a la obtención de imágenes de alta resolución de la retina se realizaron a través de simulaciones numéricas mediante Óptica de Fourier empleando el programa informático Matlab®.

Las simulaciones comprendieron una serie de pasos básicos:

1.- Definición de la función pupila

$$\Pi_{n,p}^{\square}(r, \theta) = \begin{cases} \exp [ik \phi_{n,p}(r, \theta)] & \text{si } r \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (4.1)$$

donde

$$\phi_{n,p}(r, \theta) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta) + W_{20} r^2. \quad (4.2)$$

2.- Propagación de la función pupila hasta el plano de detección mediante óptica de Fourier computacional empleando la transformada de Fresnel y cálculo de la PSF y OTF.

3.- Convolución de la imagen geométrica del objeto elegido para análisis de la calidad de imagen con la PSF del sistema.

4.- Introducción de ruido en la imagen en los casos correspondientes.

5.- Deconvolución de la imagen empleando el filtro de restauración. En esta tesis empleamos el filtro de Wiener (WF) que se obtiene de minimizar la diferencia cuadrática media entre la imagen geométrica y la imagen reconstruida [10], donde γ es el parámetro de regularización.

$$WF = \frac{OTF_{PM}^*}{|OTF_{PM}|^2 + \gamma} \quad (4.3)$$

Se empleó un muestreo en el plano imagen en el límite del teorema de Nyquist con un tamaño de pixel de $0.79 \mu\text{m}$. Se usó como objeto de prueba un test 1951 USAF. Se partió de una imagen de 4096×4096 píxeles que posteriormente se submuestreo haciendo un binning de 4×4 para obtener una imagen de 1024×1024 y un píxel equivalente de $3.16 \mu\text{m}$. Se añadió ruido gaussiano para crear las imágenes con ruido. Dicho ruido presentó una desviación standard de 0.06%, 0.2%, y 1% del máximo valor de gris de la imagen codificada. Antes de realizar la transformada de Fourier de la imagen, se realizó un padding de ceros alrededor de la imagen para obtener una imagen de 4096×4096 . Después de obtener la imagen decodificada se procedió a hacer un submuestreo de la imagen y obtener la imagen final con una resolución de 1024×1024 píxeles.

El rendimiento de las máscaras de fase se realizó a través del análisis de la MTF del sistema (MTF_{System}) y la PTF del sistema (PTF_{System}), según las siguientes ecuaciones:

$$MTF_{System}(\alpha, W_{20}) = \frac{MTF(\alpha, W_{20})}{MTF(\alpha, 0)} \quad (4.4)$$

$$PTF_{System}(\alpha, W_{20}) = PTF(\alpha, W_{20}) - PTF(\alpha, 0) \quad (4.5)$$

Donde $MTF(\alpha, W_{20})$ es la MTF para una fuerza α de la máscara de Jacobi-Fourier y un desenfoque de magnitud W_{20} .

Vamos a describir ahora la metodología seguida en los distintos artículos que conforman esta tesis.

4.1.1.1 Metodología empleada en el artículo: González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Arines, J., & Acosta, E. (2020), "Jacobi-Fourier phase mask for wavefront coding", *Optics and Lasers in Engineering*, 126, 105880.

En este trabajo se estudiaron distintos polinomios de Jacobi-Fourier creados con los siguientes valores $n = 0$; $p = [6, 7, 8, 9, 10]$. Se analizaron valores de $\alpha = 50\lambda$ y $\alpha = 100\lambda$, y se comprobó el siguiente rango de desenfoque $W_{20} = 1\lambda, 3\lambda, 5\lambda, 7\lambda$. Se emplearon tres niveles de relación señal ruido distinto: SNR= 37.5, 75 y 300. Como objeto se empleó un test USAF con los grupos de barras G1+E6 y G0+E1.

Se simuló el proceso de codificación de la imagen y restauración para todas las posibles combinaciones de parámetros descritos anteriormente. También se comparó un sistema con un número $F/\# = 12.50$ sin WFC, con un sistema $F/\#=2.5$ y JPFM con $p = 10$ para tres valores distintos de relación señal ruido, SNR= 37.5, 75, 300.

4.1.1.2 Metodología empleada en el artículo: González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Olvera-Angeles, M., & Arines, J. "Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks", *In Proc. of SPIE Vol (Vol. 11104, pp. 1110405-1)*, 2019.

En este trabajo se realizó la evaluación experimental de distintas fases construidas con polinomios de Jacobi-Fourier. Para ello empleamos un modulador espacial de luz de cristal líquido (SLM) modelo PLUTO de Holoeye Photonics para generar los JFP creados con $n = 0$ y $p = q = [6, 7, 8, 9, 10]$. Para registrar las imágenes se usó una cámara de 12 bits ORCA-R2 C10600-10B Hamamatsu. Se analizaron dos valores distintos de $\alpha = 7\lambda$ y $\alpha = 15\lambda$, debido a la limitación en el rango de modulación presentado por el SLM. Se evaluaron 4 valores distintos

de desenfoque $W_{20} = [0,2,4,6] \mu m$; se generaron imágenes con dos niveles de ruido Contrast Noise Ratio, $CNR=[11.96, 4.84]$. Además de la valoración experimental se realizó un conjunto de simulaciones numéricas empleando los mismos parámetros que en la evaluación experimental. Se usó el mismo test USAF mismo tamaño de píxel y número $F/\#$ que en el montaje experimental. Las simulaciones numéricas se realizaron siguiendo los pasos recogidos al comienzo de la descripción de la metodología.

4.1.1.3 Metodología empleada en el artículo: Acosta E., González Amador E., Padilla A., Arines J. (2022) New family of Jacobi-Fourier aberrations for wavefront coding, Asian J Phys, 31, 723-730.

En este trabajo se realizaron distintas simulaciones para evaluar el comportamiento de los JFP contruidos con $n = 0$ y $p = q = [7, 7.5, 8, 8.5, 9]$. Se empleó la misma metodología que en la descrita en el apartado 4.1.1.1, pero simulando un sistema óptico con número $F/\# = 2.5$ y una fuerza de los JFP de $\alpha = 50\lambda$ (para una longitud de onda $\lambda = 632 \text{ nm}$). Se evaluaron 4 niveles de desenfoque distintos $W_{20} = [0,2,4,6] \lambda$.

Rendimiento con PTF y MTF del sistema.

4.1.1.4 Metodología empleada en el artículo: Acosta, E., González-Amador, E., & Arines, J. (2021). Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding. Asian J Phys, 30, 1235-1241.

En este trabajo se analizó la influencia del muestreo de la imagen y la pupila en el cálculo de la función de transferencia y la respuesta de impulso. Para ello empleamos dos JFP distintos obtenidos con $n = 0$ y $p = [3, 4]$. Se simuló un sistema de wavefront coding con un número $F/\# = 2.5$, que emplea una longitud de onda de $\lambda = 632 \text{ nm}$. Se dedujeron dos condiciones, la primera para el espacio imagen y la segunda para el plano de la pupila, que deben ser cumplidas por el tamaño de píxel en cada plano para garantizar el correcto muestreo de las funciones. Se usó un valor de $\alpha = 83\lambda$. Se evaluaron distintos valores de píxel en el plano de la pupila $dx = [19.53, 10.04, 9.76, 4.88] \mu m$ y distintos tamaños de matriz $N \times N$ siendo $N = [1024, 1992, 2048, 4096]$. Se calculó la función pupila, PSF y MTF para cada caso. Se compararon las MTF a fin de mostrar que cuando no se cumplen los criterios de muestreo propuestos la MTF y PSF presentan artefactos numéricos.

4.2 METODOLOGÍA – CATARATAS

A continuación presentamos la metodología empleada en el trabajo realizado en relación a la corrección de imágenes degradadas por cataratas, que supuso el comienzo de esta línea de investigación.

4.2.1.1 Metodología empleada en el artículo: González-Amador E, Arines J, Charlón P, García-Porta N, Abraldes MJ, Acosta E. Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts. Photonics. 2022; 9(4):251.

En este trabajo abordamos la mejora de imágenes degradadas por cataratas. La degradación que se produce es una disminución de contraste de las imágenes debido a la dispersión de la luz en la catarata. De forma que para compensar dicha pérdida de contraste se propuso emplear un algoritmo de mejora local de contraste conocido con el nombre de CLAHE.

La metodología seguida en este trabajo fue la siguiente. Primero se desarrolló un algoritmo de mejora local de contraste y un interfaz gráfico para su uso. Se dispuso de un conjunto de 15 imágenes obtenidas de una base de imágenes pública <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset> (acceso el 10 February 2022), así como de 17 imágenes obtenidas expreso para este proyecto en el servicio de oftalmología del Hospital Universitario de Santiago mediante un Retinógrafo no Midriático NIDEK Co. LTD, para lo cual se dispuso del permiso del comité de bioética y los correspondientes consentimientos informados. Se escogieron imágenes obtenidas con distintos grados de catarata previamente clasificada por los expertos optometristas y oftalmólogos que participaron en el trabajo siguiendo el modelo de clasificación conocido como LOCSII [57].

Las imágenes fueron examinadas por un oftalmólogo y tres optometristas antes de ser procesadas en busca de signos patológicos. Posteriormente las imágenes se procesaron y se repitió el examen en busca de nuevos signos. Este proceder nos permitió valorar la posible mejora en la identificación de signos clínicos en retinografías obtenidas con distintos grados de catarata.

El algoritmo desarrollado para aumentar el contraste de las imágenes y favorecer la identificación de signos clínicos se describe en la figura 4.1.

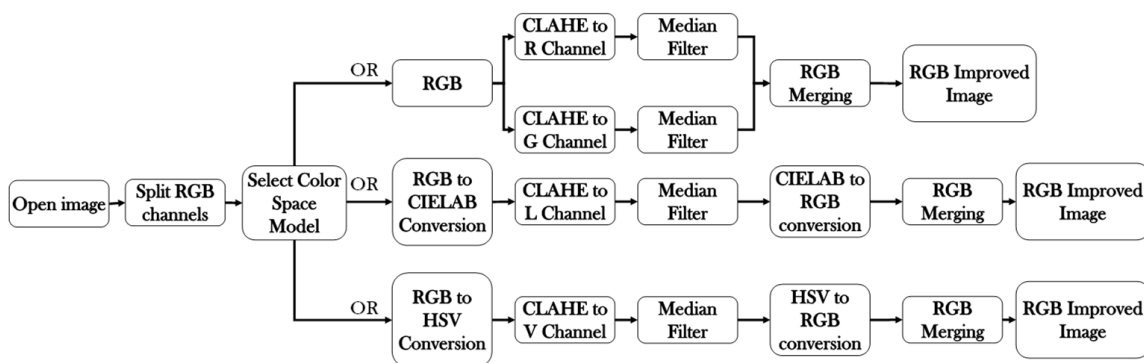


Fig. 4.1: Diagrama de bloques del algoritmo. [Obtenida de la referencia 58, correspondiente a la Fig. 1. La revista permite reutilizar el artículo por parte del autor como parte de su tesis <https://www.mdpi.com/authors/rights>].

Para el procesado de la imagen se desarrollo un programa en MATLAB®. Dicho programa incluye los siguientes pasos: 1) abrir la imagen; 2) Convertir la imagen RGB al espacio de color deseado (tres canales RGB, CIELAB, HSV); 3) aplicar el algoritmo de mejora local de contraste al canal deseado; 4) Conversión del espacio de color elegido a RGB; 5) presentación de la

imagen mejorada. El algoritmo desarrollado permite el ajuste de parámetros de umbralización y tamaño de las regiones sobre las que hacer el realce local de contraste. Una vez desarrollado el programa, éste se empleó repetidamente hasta encontrar valores óptimos de umbralización y tamaño de regiones de cálculo.

5 HIPÓTESIS, OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS

5.1 HIPÓTESIS

En la realización de esta tesis doctoral se proponen dos hipótesis de partida.

- 1- Los polinomios de Jacobi-Fourier son una base ortogonal de polinomios que pueden ser usados para construir elementos de codificación de fase para ser empleados en la técnica de alta resolución de imagen de Wavefront Coding.
- 2- Es posible mejorar las imágenes de fondo de ojo obtenidas a través de ojos con catarata mediante el empleo de algoritmos de mejora local del contraste en distintos espacios de color.

5.2 OBJETIVO

El objetivo principal de esta tesis es obtener imágenes de retina con buena resolución espacial en presencia de aberraciones y de cataratas.

En esta tesis se analizará el empleo de la base ortogonal de los polinomios de Jacobi-Fourier para el diseño de nuevos perfiles de máscaras de fase para la obtención de imágenes de alta resolución. Esta base proporciona una gran flexibilidad en el diseño de láminas de fase válidas para codificado de frentes de onda.

Por otra parte, en presencia de cataratas, el codificado de frentes de onda no es efectivo, y por tanto se propondrán y utilizarán distintos algoritmos de procesamiento digital de imágenes de fondo de ojo afectadas por opacidades en los distintos tejidos oculares.

5.3 OBJETIVOS PARTICULARES

- Diseñar nuevas máscaras de fase basadas en los polinomios Jacobi-Fourier.
- Implementar la simulación numérica de un sistema codificado en frente de onda usando Matlab®.
- Comparar las máscaras de fase de Jacobi-Fourier respecto al funcionamiento con la máscaras de fase trefoil
- Implementar de algoritmos de procesamiento de imagen sobre imágenes de la retina en presencia de cataratas.
- Implementar un método para la selección del muestreo mínimo del plano de la pupila y del plano de la imagen.
- Implementar los algoritmos de procesamiento digital de imagen sobre diferentes espacios de color.
- Desarrollar una aplicación online para que usuarios de cámaras de fondo de ojo puedan mejorar sus imágenes y por tanto detectar patologías que no son detectables debido al emborronamiento.

5.4 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO DE TESIS.

El trabajo de Tesis está organizado de la siguiente manera: En el Capítulo 2 se presentan conceptos básicos del sistema de codificación de frente de onda, rendimiento del sistema, y la introducción a los polinomios de Jacobi-Fourier como base para el diseño de las máscaras de fase, así como los fundamentos básicos del procesado digital de imagen. La estructura del ojo humano y el estudio de los diferentes tipos de opacidades del ojo se muestran en el capítulo 3. El capítulo 4 muestra los artículos de investigación derivados del trabajo de tesis. La hipótesis y los objetivos se muestran en el capítulo 5. Los resultados obtenidos y su discusión se muestran en el Capítulo 6. El capítulo 7 muestra las conclusiones del trabajo de la tesis.

6 DISCUSIÓN

En este apartado incluimos la discusión de los resultados obtenidos en las investigaciones realizadas en el desarrollo de la tesis. Para ello realizaremos una discusión ordenada de los distintos artículos que han dado lugar a esta tesis. Empezaremos presentando los artículos relacionados con la técnica de Wavefront Coding que permite corregir la degradación de la imagen inducida por la presencia de aberraciones. El orden que seguiremos será el siguiente. Primero discutiremos los resultados obtenidos en el ARTÍCULO 1, en el que se propuso por primera vez el uso de la base de polinomios de Jacobi Fourier para la construcción de elementos de fase empleados para codificar el frente de ondas en la técnica de Wavefront Coding, y se demostró la viabilidad de la propuesta mediante experimentos puramente numéricos realizados mediante simulación numérica. Seguidamente abordaremos los resultados obtenidos en el ARTÍCULO 3, en el que se realizó la primera verificación experimental en laboratorio de elementos de fase basados en polinomios de Jacobi Fourier. Posteriormente, comentaremos los resultados obtenidos en el ARTÍCULO 4, en el que se analiza el comportamiento de Polinomios de Jacobi Fourier de exponente radial no entero. Continuaremos discutiendo la importancia del correcto muestreo de la función pupila y el plano imagen para evitar la aparición de artefactos en la PSF y MTF. También discutiremos los criterios empleados para determinar el muestro mínimo necesario en el ARTÍCULO 5. Por último, discutiremos los resultados presentados en el ARTÍCULO 2 en relación a la evaluación del algoritmo basado en la ecualización local del histograma (CLAHE) desarrollado para superar la degradación introducida por la presencia de cataratas de distinta magnitud en las imágenes de fondo de ojo procedentes de una base de datos pública e imágenes recogidas durante la realización de la tesis por colaboradores del grupo de investigación.

6.1 WAVEFRONT CODING

Como se comentó en la introducción de esta tesis, la técnica de Wavefront Coding es una técnica híbrida óptico-digital que consta de dos etapas. Una primera etapa “óptica” en la que se usa un elemento óptico o un conjunto de elementos ópticos que proporcionan una OTF del sistema insensible a aberraciones que induzcan emborronamiento de la imagen. La segunda etapa consiste en un procesado digital de la imagen para deshacer el emborronamiento provocado por el elemento óptico codificador de fase, y obtener así la imagen de alta resolución. La idea de esta técnica es independizar el proceso de restauración de la imagen de las aberraciones del sistema evitando así la necesidad de disponer de algún modo de determinar las aberraciones presentes en el sistema en el momento de la adquisición de la imagen.

Previamente a la aparición de la técnica de Wavefront Coding existían otras técnicas de imagen que conseguían mejorar la imagen mediante un proceso de deconvolución a partir del conocimiento de las aberraciones presentes en el sistema en el momento de la adquisición de la imagen. La primera de estas técnicas fue la técnica de Deconvolución tras medida del frente de onda (Deconvolution from wavefront Sensing) [3]. Esta técnica implicaba el uso de un sistema óptico con dos brazos, uno para el registro de la imagen, y otro para la medida de las aberraciones presentes en el sistema. Normalmente la medida de las aberraciones se realizaba mediante un sensor de frente de onda tipo Hartmann-Shack. A partir de las aberraciones

medidas se construía el filtro de restauración de la imagen. Esta técnica trabaja pues con una imagen borrosa debido a la presencia de aberraciones (lo que reduce la señal ruido de la imagen) y un sensor de frente de onda. Es una técnica que para su uso en tiempo real depende de la velocidad de cálculo del filtro de restauración. Una variante de esta técnica fue la Deconvolución tras medida de frente de onda y compensación parcial [59]. Esta técnica consiste en introducir un elemento que corrige parte de las aberraciones medidas (normalmente aberraciones estáticas) y un procesado de deconvolución tras medida de frente de onda que permite superar el emborronamiento introducido por las aberraciones temporales. Posteriormente surgió la deconvolución ciega (Blind Deconvolution). Esta técnica consiste en emplear algún algoritmo iterativo que permite estimar la respuesta de impulso del sistema y obtener la imagen deconvolucionada a la vez. El problema de esta técnica al igual que las dos basadas en el proceso de deconvolución tras medida de frente de onda, tienen el problema de su uso en tiempo real debido al coste computacional de calcular constantemente el filtro de restauración de imagen. Como alternativa más rápida que evitaba la necesidad de calcular este filtro de restauración constantemente surgió la técnica de Wavefront Coding.

Los primeros en proponer la técnica de Wavefront Coding fueron Dowsky y Cathey [4] que emplearon un elemento codificador de fase del tipo $W(x, y) = \alpha(x^3 + y^3)$ donde α es la fuerza de la máscara. Con este elemento de fase consiguieron alargar la profundidad de campo de un sistema de reconocimiento de iris y de huella digital entre otras muchas aplicaciones. Tras la presentación de la técnica de wavefront coding se empezaron a proponer distintos elementos de fase por distintos investigadores que trabajaban en el tema, con la intención de mejorar la calidad de las imágenes proporcionadas por la técnica y extender la profundidad de campo proporcionada. Algunos ejemplos de máscaras propuestas son: la exponencial [20]; la logarítmica [21]; la sinusoidal [22]; la tangencial [23]; y la raíz cuadrada [24]. En este último trabajo se sugiere que el buen comportamiento de la fase basada en la raíz cuadrada se debe a la suavidad del perfil de fase en la zona central y la rápida variación de la fase en la periferia del elemento de fase proporcionando una MTF estable frente al desenfoque.

En el marco de los trabajos realizados, en el primer artículo publicado en relación a esta tesis (ARTÍCULO 1), se ha propuesto por primera vez el uso de la base ortogonal de polinomios de Jacobi-Fourier (JFP) para construir máscaras de fase para la codificación del frente de onda. Dentro de las múltiples familias que permiten los polinomios de Jacobi-Fourier, nosotros hemos centrado nuestra atención en una en particular por su semejanza con el polinomio de Zernike $Z_3^{\pm 3}$ (trebol). Dicha familia se obtiene cuando $p=q$ y $n=0$. A modo de ejemplo se puede ver en la figura 4 del ARTÍCULO 1 que en el caso de $p=7$ se recupera la forma del polinomio de Zernike de trebol. Valores distintos de p proporcionan una progresión radial de la fase, mayor o menor según el valor de p , lo que provoca que la región suave central de la función de fase sea más o menos extensa, modificando la forma de la PSF y de la MTF. Si hubiéramos escogido algún valor de $n>0$ habríamos provocado que los polinomios de Jacobi Fourier presentasen oscilaciones en la zona central del elemento de fase yendo en contra de la propuesta de Nhu et al. [19] comentada anteriormente.

Como parte del trabajo realizado en el ARTÍCULO 1, se analizó la dependencia de la MTF del sistema (MTF_{System}) con el valor de p y distintos niveles de desenfoque. En este caso al hablar de la MTF_{System} nos referimos a la función definida de la siguiente forma:

$$MTF_{System}(\alpha, W_{20}) = \frac{MTF(\alpha, W_{20})}{MTF(\alpha, 0)} \quad (6.1)$$

Donde $MTF(\alpha, W_{20})$ es la MTF para una fuerza de la máscara de Jacobi-Fourier α y un desenfoque de magnitud W_{20} . La Fig. 5 del ARTÍCULO 1 muestra los resultados de este estudio. Por una parte, nos muestra la diferencia entre la MTF y la MTF_{System} proporcionada por la fase generada con los distintos valores de p , para diferentes valores de α (fuerza de la lámina de fase) y W_{20} (magnitud del desenfoque). El análisis realizado nos permite ver que la MTF cae más despacio a medida que aumentamos p . Esto proporciona un mayor contraste a la imagen codificada. Además, se observa en la MTF_{System} que para $p = 6,7,8$ se produce un rizado en las frecuencias bajas que disminuye a medida que aumenta p , hasta desaparecer en el caso de $p = 9,10$. Como contrapartida se observa una mayor dependencia con el desenfoque, observándose una mayor diferencia entre las curvas al aumentar el valor de p . Esto implicaría una disminución en la profundidad de foco proporcionada por el sistema. La figura nos muestra también que al aumentar la fuerza de la lámina disminuye la MTF y por tanto el contraste de la imagen, aunque se consigue aumentar la insensibilidad de MTF_{System} frente al desenfoque.

Por otra parte, durante la realización de la tesis hemos comprobado la importancia de la función de transferencia de fase en la formación de imagen. Análogamente al análisis de la MTF_{System} , procedimos a definir la función de transferencia de fase del sistema, que nos informa de la diferencia de fase de la OTF introducida por el proceso de codificación-decodificación. En este caso definimos la PTF_{System} de la siguiente forma:

$$PTF_{System}(\alpha, W_{20}) = PTF(\alpha, W_{20}) - PTF(\alpha, 0) \quad (6.2)$$

En la figura 6 del ARTÍCULO 1 se muestran las distintas PTF_{System} obtenidas para los distintos polinomios de Jacobi-Fourier evaluados, con distintos valores de α y W_{20} . En la figura se puede apreciar cómo, en general, a medida que aumenta p obtenemos una menor variación en la PTF_{System} , obteniendo la variación mínima para $p = 9$. Por otra parte, observamos que el valor de la PTF_{System} disminuye a medida que aumentamos el valor de α . Llama la atención la diferencia en la amplitud de las oscilaciones de la PTF_{System} obtenidas al varias p . En el caso de $p = 6$ se observa una fuerte oscilación de la PTF_{System} en las frecuencias bajas. Dicha oscilación prácticamente desaparece cuando construimos el elemento de fase con $p = 7$. En cuanto a las oscilaciones en las frecuencias medias y altas, vemos que para $p = 6$ la amplitud es mayor que para $p = 7$ y $p = 8$. En los casos de $p = 9$ y $p = 10$ la oscilación en las frecuencias medias es prácticamente nula. Es importante resaltar también que la PTF_{System} tiene una tendencia marcada con una pendiente negativa para valores de p igual a 6,7, y 8, mientras que para p igual a 9 y 10 presenta una caída hasta alcanzar la frecuencia normalizada de 0.2, momento en el que empieza a disminuir su valor y se hace prácticamente constante.

Una vez analizada la MTF y la PTF se muestra en la figura 7 del ARTÍCULO 1 las imágenes decodificadas empleando el filtro de Wiener. En dicha figura se muestra en la primera columna las imágenes que se obtendrían para distintos niveles de desenfoque. En las siguientes columnas se presentan las imágenes decodificadas que se obtendrían gracias al empleo de los distintos polinomios de Jacobi-Fourier para la codificación de la fase. Observando dicha figura se

comprueba que en todos los casos las imágenes decodificadas presentan mejor resolución que las imágenes emborronadas por el desenfoque. Por otra parte, se observa la presencia de artefactos que disminuyen a medida que aumenta el valor de p . Dichos artefactos están directamente relacionados con las oscilaciones mostradas por la PTF_{System} en la figura 6 (mayor amplitud de oscilación conlleva mayor presencia de artefactos).

En la figura 8 del ARTÍCULO 1 se presentan las imágenes obtenidas codificando el frente de onda con un valor de la fuerza de la fase codificadora superior al empleado para obtener los resultados presentados en la figura 7. En este caso $\alpha = 100\lambda$. Comparando la figura 7 y 8 se observa que el contraste de las imágenes es mucho mayor y que la presencia de artefactos es menor. Este resultado concuerda con el comportamiento observado en la MTF_{System} y PTF_{System} .

Hasta este momento los resultados que se presentaron se obtuvieron sin considerar la existencia de ruido en las imágenes codificadas. Sin embargo, si se quiere hacer un buen análisis de la funcionalidad de la técnica de Wavefront Coding es necesario incluir el ruido en la imagen registrada. Quisimos evaluar las diferencias que podían aparecer debido a la magnitud del ruido. Así hicimos simulaciones con ruido gaussiano de media cero y desviación estándar de 0.06%, 0.2% y 1% respecto al valor máximo del nivel de gris de la imagen codificada. En las figuras 9 y 10 del ARTÍCULO 1 se muestran los resultados obtenidos. Las imágenes muestran diferencias en función de la magnitud del ruido. A medida que aumenta la magnitud del ruido se manifiesta con mayor intensidad la diferencia en los resultados obtenidos con los distintos polinomios de Jacobi Fourier empleados. En el caso del ruido de 0.06% prácticamente no hay diferencias entre la resolución alcanzada con todas los JPF. En el caso del ruido de 0.2% se observa que JFP con $p = 6$ proporciona resultados significativamente peores que el resto de JFPs. Finalmente, en el caso del ruido de 1% los resultados obtenidos con los JFPs construidos con $p = 8, 9$ o 10 , son muy superiores a los obtenidos con $p = 6$ y 7 . Este comportamiento se comprobó para dos valores de $\alpha = 50\lambda$, y $\alpha = 100\lambda$. Sin embargo, se encontraron diferencias entre los dos casos, observándose una mayor pérdida de resolución en los casos de JPFs construidas con $p = 6, 7$ y 8 en el caso de $\alpha = 100\lambda$. En este caso la presencia de artefactos generados al restaurar la imagen con ruido hizo necesario emplear un parámetro de regularización de mayor valor, con la consecuente pérdida de resolución.

En este trabajo también comparamos (para el caso de tener un desenfoque de 5λ) la calidad de la imagen proporcionada por la técnica de wavefront coding aplicada sobre un sistema con $F/\# = 2.5$, con la obtenida de un sistema con profundidad de foco grande como la presentada por un sistema óptico de $F/\# = 12.5$. Comprobamos que la resolución obtenida con la técnica de wavefront coding es mayor siendo la diferencia más pronunciada a medida que aumenta el ruido de la imagen.

El estudio de la técnica de wavefront coding basada en el uso de elementos de fase construidos con polinomios de Jacobi Fourier se continuó mediante la realización de experimentos de laboratorio. Dado que no disponíamos de láminas de fase para generar los Jacobi Fourier Polinomials, empleamos un modulador de cristal líquido para su generación como se indicó en el apartado de metodología de esta tesis. En el ARTÍCULO 3 de esta tesis se presentaron los resultados de este estudio experimental. Se realizó un análisis similar al realizado en el

ARTÍCULO 1. Se evaluaron distintos Jacobi Fourier Polinomials, con distintos niveles de desenfoque, fuerza de la lámina y niveles de ruido. El estudio experimental se completó con un conjunto de simulaciones numéricas empleando valores de desenfoque, ruido, y fuerza de la lámina iguales a los empleados en la validación experimental. En las figuras 4, 5, 6, 7, y 8 del ARTÍCULO 3 se presenta la comparativa entre los resultados experimentales y los obtenidos por simulación numérica. Los resultados se presentan para una fuerza de la fase codificadora de $\alpha = 7\lambda$ y una relación señal ruido de 11.96, para distintos polinomios de Jacobi-Fourier obtenidos con $p=6, 7, 8, 9, \text{ y } 10$. La figura 5 pone de manifiesto la disminución de la resolución de la imagen decodificada al aumentar el ruido de la imagen codificada. Las figuras 6-7 y 8 reproducen los casos representados en las figuras 4 y 5 pero empleando fases codificadoras de mayor fuerza ($\alpha = 15\lambda$). Comparando los resultados obtenidos con las dos fuerzas de lámina distintas para un mismo nivel de ruido se comprueba que el mejor resultado en cuanto a rango de desenfoque tolerado, se obtiene con la fuerza de $\alpha = 7\lambda$. La presencia de ruido en combinación con el aumento de la borrosidad introducida por el elemento codificador de mayor aberración, provoca una disminución de la relación señal ruido de las imágenes que dificulta el proceso de restauración y la aparición de artefactos en la imagen restaurada que disminuyen su resolución. En todos los casos analizados (distintas combinaciones de fuerzas de la lámina y ruido de la imagen) los mejores resultados se obtuvieron con el polinomio de Jacobi Fourier generado con $p = 10$.

Los resultados presentados en el ARTÍCULO 3 muestran el buen acuerdo entre la simulación y el experimento realizado, lo cual nos da confianza en la validez del estudio numérico presentado en el ARTÍCULO 1. La semejanza entre simulación y experimentación es elevada a pesar de tener que generar los polinomios de Jacobi Fourier con el modulador de cristal líquido. Este tipo de dispositivos tienen limitado el rango dinámico. En nuestro experimento alargamos dicho rango empleando elementos difractivos, en particular empleamos una fase esférica difractiva para separar los órdenes difractados y mejorar el contraste de las imágenes. Sin embargo, no fuimos capaces de eliminar del todo los órdenes difractados que no empleamos, lo que contribuyó a una reducción del contraste de las imágenes experimentales, que ya de por sí presentan una disminución del contraste debido al proceso de codificación.

Tras los primeros estudios realizados empleando siempre números enteros de p para construir los Jacobi Fourier Polinomials, decidimos analizar el comportamiento proporcionado por p no enteros. Dicho estudio dio lugar al ARTÍCULO 4. En este trabajo presentamos los resultados numéricos de estudiar el comportamiento de los Polinomios Jacobi Fourier construidos con valores de $p = [7, 7.5, 8, 8.5, 9]$. Este estudio confirma que los resultados obtenidos son comparables a los alcanzados con p entero, no observándose mejoras en el comportamiento del elemento codificador de fase, por haber sido construido con p fraccionario. Se comprueba que los valores de $p = 7.5$ y 8.5 proporcionan *MTFs* e imágenes con propiedades que se encuentran entre las otorgadas por los valores enteros de $p = 7, 8$ y 9 . De forma que comprobamos que además de poder jugar con el valor de la fuerza de la lámina y p enteros, también podemos afinar el rendimiento de los Jacobi Fourier Polinomials empleando valores no enteros de p .

Durante la realización de las simulaciones numéricas decidimos emplear un muestreo elevado de la función pupila y del plano imagen, a fin de evitar artefactos de origen numérico por

submuestreo de la pupila y las variables deducidas a partir de ella como *OTF* y *PSF*. Sin embargo, durante un tiempo tuvimos la duda de si el muestreo era excesivamente alto o no. Esto nos llevó a buscar algún criterio que nos permitiera optimizar el muestreo en función de la fase y el tamaño de la pupila que estuviéramos empleando. Este estudio dio lugar al ARTÍCULO 5 de esta tesis. Los criterios desarrollados nos permiten determinar el valor del tamaño del píxel en el plano de la pupila necesario para evitar el *aliasing* en la función pupila en función de la pendiente máxima presentada por la diferencia de camino óptico sobre la pupila de salida del sistema. El segundo criterio tiene que ver con el muestreo de la imagen y el teorema de Nyquist. Ambos criterios combinados nos permiten definir el muestreo mínimo que garantiza un buen muestro de la imagen y la función pupila en función del sistema óptico y elemento de fase simulados. Así se definieron dos condiciones que debe cumplir el muestreo en ambos planos: 1) $du \leq \lambda (f/\#)/2$; 2) $dx \leq D\lambda/4M$, donde du es el tamaño del píxel en el plano imagen; dx es el tamaño del píxel en el plano de la pupila; $f/\#$ es el número f ; D es el diámetro de la pupila; y M es el valor máximo de la derivada discreta. Los resultados del ARTÍCULO 5 ponen de manifiesto la presencia de artefactos en la *OTF* y *PSF* en aquellos casos en los que el muestreo de la pupila no es suficiente. Así en la figura 3 del ARTÍCULO 5 se muestra la fase de trebol empleada $WT(\rho, \theta) = \alpha \rho^3 \cos(3\theta)$, la *PSF* y la *MTF* asociadas y los distintos valores de tamaño de píxel en el plano de la pupila y número de píxeles evaluados. La figura muestra que en aquellos casos en los que el muestreo de la pupila no supera el mínimo establecido por el criterio propuesto, se producen artefactos tanto en la *PSF* como en la *MTF*. En el caso simulado se comprueba que el valor mínimo de N que proporciona un buen muestreo de la fase es 1992 píxeles. En la figura 4 del mismo artículo se presenta la evaluación realizada al simular una fase del tipo $WJ(\rho, \theta) = \alpha \rho^4 \cos(3\theta)$. En este caso la pendiente máxima es mayor en el caso del trebol, por lo que se necesitará un mayor muestreo de la pupila para evitar la aparición de artefactos en las funciones *PSF* y *MTF*. La figura 4 muestra como en este caso es necesario alcanzar un muestreo de $N = 2656$ para evitar la presencia de artefactos. En la figura 5 del citado artículo se presenta el promedio angular de la *MTF*, obtenido para las dos fases evaluadas y para distintos grados de muestreo de la pupila. La figura muestra la diferencia entre las *MTFs* y como las curvas convergen al mismo valor una vez se supera el muestreo mínimo establecido por los criterios desarrollados.

Los resultados obtenidos en este trabajo son muy interesantes de cara a tener un criterio claro para la elección del muestreo en el plano de la pupila y el plano imagen, que garantice un cálculo adecuado de la *PSF* y la *MTF*. Además, gracias al análisis realizado en el marco de este artículo hemos podido confirmar que el muestreo que habíamos empleado en las simulaciones realizadas en nuestros estudios numéricos anteriores, era más que suficiente. Por otra parte, este resultado es importante a la hora de determinar el muestreo de la función pupila a la hora de construir el filtro de restauración que se usa para decodificar la imagen codificada al emplear la técnica de Wavefront Coding, y evitar así la aparición de artefactos de origen numérico fácilmente evitables.

6.2 MEJORA DE IMÁGENES DEGRADADAS POR CATARATAS

Como se comentó en la introducción de esta tesis, la degradación de las imágenes de retina puede ser provocada por la presencia de aberraciones oculares o por la disminución de la transparencia de los medios oculares, y en particular, por la presencia de cataratas.

Para superar la pérdida de contraste de las imágenes degradadas por la presencia de medios dispersores se propuso el uso del microscopio confocal, más conocido como Scanning Laser Ophthalmoscope. Este sistema se asemeja a un microscopio que incorpora un filtro espacial que filtra la luz procedente de una región definida que se encuentra en un plano objeto conjugado con el filtro espacial y con el plano imagen, eliminando la luz procedente de otros planos, como la dispersada en los distintos medios oculares. De esta forma se consigue mitigar la contribución de la luz dispersada en planos distintos del plano objeto, y por tanto se mejora considerablemente el contraste de las imágenes. Posteriormente al microscopio confocal se desarrolló la Tomografía de Coherencia Óptica. Esta técnica se basa en emplear un haz de luz de baja coherencia óptica en combinación con un interferómetro de Michelson. El sistema permite un estudio en tres dimensiones de tejidos semitransparente como los tejidos oculares. El método que usa se basa en la detección de la existencia de interferencia entre un haz de referencia y un haz de medida. La detección de la interferencia y la amplitud de la misma nos informa de la posición de un cuerpo dispersor y de la magnitud de la luz reflejada. Al ser un sistema que se basa en la detección de interferencia con luz de baja coherencia, proporciona un seccionado en profundidad relacionado con el ancho de banda de haz de luz empleado. De esta forma se reduce la contribución a la imagen de la luz procedente de planos que no generan la interferencia, permitiendo superar parcialmente la limitación introducida por posibles fuentes de dispersión intraocular.

Así como las aberraciones oculares provocan el emborronamiento de la imagen que puede ser corregido mediante elementos ópticos y técnicas de restauración de imagen que permitan estimar de alguna forma la respuesta de impulso del sistema y realizar la posterior restauración de la imagen, la catarata produce una dispersión de la luz que atraviesa los medios oculares provocando una pérdida de contraste y una borrosidad como la experimentada al ver a través de niebla. Pocos son los trabajos presentes en la literatura científica orientados a mejorar la calidad de las imágenes de retina obtenidas a través de cataratas. De los pocos que hay la mayoría se orientan a mejorar la detección de los vasos sanguíneos y por tanto emplean imágenes en niveles de gris o empleando únicamente el canal verde de la imagen retiniana [56].

En esta tesis tras estudiar la técnica de wavefront coding para la mejora de imágenes hemos trabajado en la mejora de imágenes de fondo de ojo degradadas por la presencia de cataratas. Hemos propuesto un nuevo algoritmo basado en la ecualización local limitada del contraste (Contrast Limited Histogram Equalization – CLAHE). El método lo aplicamos sobre distintos espacios de color a fin de encontrar la mejor opción. Así probamos con los espacios de color RGB, CIELab y HSV. Para ello partimos de la imagen RGB proporcionada por los retinógrafos comerciales y las convertimos a los distintos espacios de color. Las pruebas realizadas con todos los espacios de color proporcionan imágenes que permiten una identificación más rápida de estructuras oculares anómalas. La mejora obtenida permite identificar estructuras patológicas que permanecían ocultas tras el velo introducido por la catarata. Los resultados de este estudio

se publicaron en el ARTÍCULO 2. Se analizaron distintas imágenes de fondo de ojo procedentes de una base de imágenes pública y de imágenes recogidas en el Hospital Universitario de Santiago de Compostela por oftalmólogos que colaboraron con nosotros en este trabajo. En la figura 2 del ARTÍCULO 2 se muestran las imágenes procesadas obtenidas en presencia de cataratas suaves. En las figuras 3 y 4 del mismo artículo se presentan los resultados correspondientes a cataratas moderadas (figura 3) y cataratas severas (figura 4). Los resultados del trabajo mostraron que según el espacio de color elegido se resalta más un tipo de estructuras oculares u otras. En el caso de usar el espacio de color RGB obtenemos imágenes en pseudocolor que permiten una visualización rápida de distintas estructuras (ver figura 6). Sin embargo, las imágenes en pseudocolor no fueron especialmente bien recibidas por los oftalmólogos, aunque si se reconoció su utilidad para ser visualizadas por observadores no expertos que tuvieran que hacer una valoración inicial sobre la presencia de estructuras anómalas. Por otra parte, el uso de los espacios de color de CIELab y HSV proporcionó imágenes de retina mejoradas con un color más realista y acorde con las retinografías que los oftalmólogos están acostumbrados a analizar (ver figuras 6, 7 y 8). Por eso estuvieron mejor acogidas. Además, se notó una diferencia importante entre las imágenes proporcionadas en CIELab y HSV. Se comprobó en las distintas pruebas que las imágenes en HSV permitían una mejor visualización de la coroides frente a las imágenes CIELab (ver figura 6 a modo de ejemplo).

Las imágenes procesadas presentaron artefactos dependientes del tamaño de la región empleada por el algoritmo para realizar el realce local del contraste. Estos artefactos suponen una limitación del algoritmo propuesto siendo necesario desarrollar nuevos algoritmos que no generen estos artefactos que puedan ser confundidos con estructuras patológicas y llevar a un mal diagnóstico. A pesar de este inconveniente el beneficio generado por el algoritmo desarrollado es patente. En la figura 11 del ARTÍCULO 2 se muestra un perfil de intensidad en niveles de gris de: 1) la imagen original (línea azul); 2) imagen procesada en el espacio RGB (línea verde); 3) imagen procesada en el espacio CIELab (línea roja); 4) imagen procesada en el espacio HSV (línea negra). La figura pone de manifiesto las diferencias en el realce del contraste obtenido en los distintos espacios de color. Es notoria la mejora frente a la imagen original, cuyo perfil de intensidad en la zona mostrada es prácticamente constante no siendo posible identificar los cambios de intensidad asociados a la presencia de un vaso sanguíneo.

En el marco de este trabajo se desarrolló una aplicación informática que puede ser instalada en cualquier ordenador que permite la carga, procesado, modificación de los parámetros de procesado y almacenamiento de la imagen procesada. El archivo instalable está disponible en la página web de grupo de investigación Photonics4Life para su descarga e instalación, <https://photonics4life.es/software> (CataractdeHaze.exe). La aplicación desarrollada permite adaptar el procesado de la imagen al grado de catarata y degradación introducida en la imagen. La aplicación permite modificar: 1) el tamaño de la región sobre la que se aplica el realce local del contraste (Ntiles); 2) el número de cuentas que se usa en la ecualización del histograma (Nbins); 3) el factor de contraste que limita la sobresaturación de las regiones procesadas (ClipLimit). Se proporcionó además la opción de aplicar distintos valores de ClipLimit a los canales rojo y verde en el caso de operar en el espacio de color RGB. En la figura 9 del ARTÍCULO 2 se presenta una imagen del interfaz de usuario de la aplicación desarrollada en el entorno de programación MATLAB®. Se identificaron unos valores de referencia de los

parámetros indicados previamente. Así se comprobó que un valor de $N_{tiles} = 16$ y de $N_{bins} = 256$ proporcionaba buenos resultados para los distintos grados de catarata evaluados. Por otra parte, se comprobó que el valor de $ClipLimit$ sí que debía ser cambiado dentro de unos rangos en función de la intensidad de la catarata. Así se identificó el intervalo de $ClipLimit = (0.05, 0.3)$ para cataratas suaves, el intervalo de $(0.1, 0.3)$ para cataratas moderadas, y el intervalo de $(0.1, 0.5)$ para cataratas severas. Observando las figuras 2, 3 y 4 se comprueba el uso de distintos intervalos y valores de $ClipLimit$ pone de manifiesto en mayor o menor medida la presencia de artefactos de disposición rectangular en las imágenes procesadas.

Una vez realizada la discusión ordenada de los resultados obtenidos en los distintos artículos presentados en esta tesis doctoral en relación a los trabajos relacionados con la técnica de Wavefront Coding empleada para superar la degradación introducida por las aberraciones ópticas presentes en el sistema, y el algoritmo de procesado de imagen basado en la ecualización local del histograma (CLAHE) empleado para superar la degradación introducida por la presencia de cataratas, se procede a la exposición en el siguiente apartado de las conclusiones extraídas de dichos trabajos.

7 CONCLUSIONES

A lo largo de los trabajos realizados en relación a la presente tesis doctoral se han obtenido las siguientes conclusiones:

- 1- La técnica de Wavefront Coding es una herramienta adecuada para obtener imágenes de alta resolución en presencia de distintos grados de desenfoque.
- 2- La base de polinomios de Jacobi-Fourier supone una nueva familia de funciones de fase para la construcción de elementos de codificación de fase que se pueden emplear en la técnica de Wavefront Coding proporcionando un gran nivel de flexibilidad en el diseño de los elementos.
- 3- El rendimiento de los polinomios de Jacobi-Fourier depende del orden radial del polinomio. A mayor orden radial mayor valor de la *MTF* asociada y menor valor de la *PTF*, a costa de reducir el rango de desenfoque tolerado.
- 4- La presencia de artefactos en las imágenes decodificadas depende del pico valle del elemento de fase, del valor de p del polinomio de Jacobi-Fourier y del ruido de las imágenes.
- 5- Se ha propuesto un criterio para la elección óptima del muestro empleado en la discretización de la función pupila y plano imagen. La violación de dicho criterio acarrea la aparición de artefactos en la *PSF* y *OTF* del sistema que provoca la mala representación del sistema óptico.
- 6- En relación a la mejora de imágenes retinianas obtenidas en ojos con catarata, se ha comprobado la idoneidad del algoritmo de mejora de contraste local CLAHE para la mejora de las imágenes, permitiendo una visualización más rápida de estructuras retinianas anómalas.
- 7- Se ha mostrado como el uso de distintos espacios de color proporciona distintas imágenes que favorecen la visualización de distintas estructuras oculares. De esta forma se comprobó que el uso del espacio de color de HSV favorece la visualización de lo coroides.

8 REFERENCIAS

1. Artal P., Chen L., Fernández E. J., Singer B., Manzanera S., Williams D. R. Adaptive optics for vision: the eye's adaptation to point spread function. *Journal of Refractive Surgery* 2003;19(5):S585-S587.
2. Shain W. J., Vickers N. A., Goldberg B. B., Bifano T., Mertz J. Extended depth of field microscopy with a high-speed deformable mirror. *Opt Lett* 2017;42(5): 995-998.
3. Iglesias I., Artal P. High resolution images obtained by deconvolution from wavefront sensing. *Opt Lett* 2000; 25:1804-1806.
4. Dowski E. R., Cathey W. T. Extended depth of field through wavefront coding. *Appl Opt* 1995;34(11):1859-1866.
5. Dowski E. R., Johnson G. E. Wavefront coding: a modern method of achieving high-performance and/or low-cost imaging systems. In: *Current Developments in Optical Design and Optical Engineering VIII. Proc SPIE* 1999;3779:137-146.
6. Cathey W.T., Dowski E.R. New paradigm for imaging systems. *Appl Opt* 2002;41(29):6080-6092.
- 7.- Hecht, E. *Optics*, 4th. International edition, Addison-Wesley, San Francisco; 2002.
8. Mirzaei N., Shi H., Oviatt M., Doustar J., Rentsendorj A., Fuchs D. T., Sheyn J., Black K. L., Koronyo Y., Koronyo-Hamaoui M. Alzheimer's Retinopathy: Seeing Disease in the Eyes. *Fron Neurosci.* 2020;14:921.
9. Goodman, J. W. *Introduction to Fourier optics*. McGraw-Hill;1968
10. Gonzalez, R. C., Woods R. E. *Digital Image Processing*. Prentice Hall; 2002.
11. Voelz, D. G. *Computational Fourier optics: a MATLAB tutorial*. SPIE press. Bellingham, WA; 2011
12. Muyo G., Singh A., Andersson M., Huckridge D., Wood A., Harvey A. R. Infrared imaging with a wavefront coded singlet lens. *Opt Express* 2009;17(23):21118-21123.
13. Prasad S., Torgersen T., Pauca V. P., Plemmons R. Integrated optics systems for image quality control. In: *Proc. AMOS Technical Conf* 2002.
14. Acosta E. Adaptive phase plates for optical encoding systems invariant to second-order aberrations. *Opt Comm* 2011;284(16-17):3862–6
15. Arnison M. R., Cogswell C. J., Sheppard C. J., Török P. Wavefront coding fluorescence microscopy using high aperture lenses. *Opt Imag Micr* 2003;87:143–65.
16. Acosta E., Arines J. Optical-digital system invariant to eye aberrations for retinal imaging. *Inv Ophthalmol Visual Sci* 2012;53(14) 3098–3098.

17. Arines J., Hernandez R. O., Sinzinger S., Grewe A., Acosta E. Wavefront coding technique for inexpensive and robust retinal imaging. *Opt Lett* 2014;39(13):3986–3988.
18. Olvera-Angeles M., González-Amador E., Arines J., Sasian J., Schwiegerling J., Acosta E. Jacobi–Fourier phase masks to increase performance of wavefront-coded optical systems for random or varying aberration alleviation. *Japanese Journal of Applied Physics* 2020;59(SO):S00D07.
19. Smith K. N., Pauca V. P., Ross A., Torgersen T., King M. C. Extended evaluation of simulated wavefront coding technology in iris recognition. In *First IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems* 2007;1-7.
20. Yang Q., Liu L., Sun J. Optimized phase pupil masks for extended depth of field. *Opt Comm* 2007;272(1):56-66.
21. Zhao H., Li Y. Optimized logarithmic phase masks used to generate defocus invariant modulation transfer function for wavefront coding system. *Opt Lett* 2010;35(15):2630-2632.
22. Zhao H., Li Y. Analytical and experimental demonstration of depth of field extension for incoherent imaging system with a standard sinusoidal phase mask. *Chinese Opt Lett* 2012;10(3):031101.
23. Chen S., Fan Z. Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems. *Opt Lett* 2014;39(7):2171-2174
24. Nhu V., Fan Z., Minh N. P., Chen S. Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems. *Optical Engineering* 2015;54(3):035103.
25. V. N. Mahajan. *Optical imaging and aberrations: Ray geometrical optics (Vol. 45)*. SPIE press;1998.
26. A. Rowlands. *Physics of digital photography*. IOP Publishing;2017
27. Nourrit V., Vohnsen B., Artal P. Blind deconvolution for high-resolution confocal scanning laser ophthalmoscopy Part of the II EOS Topical Meeting on Physiological Optics. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 2005;7(10):585.
28. Camacho-Bello C., Toxqui-Quitl C., Padilla-Vivanco A., Báez-Rojas J. J. High-precision and fast computation of Jacobi–Fourier moments for image description. *JOSA A* 2014;31(1):124-134.
29. Born M., Wolf E. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Oxford:Pergamon press;1970.
30. Bhatia A. B., Wolf E. On the circle polynomials of Zernike and related orthogonal sets. In: *Mathematical Proc Cambridge Philosophical Society* 1954;50(1):40-48
31. M. Abramowitz, I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*. Ninth Dover Printing, Tenth GPO Printing Edition. Dover, New York; 1954.

32. González-Amador E., Padilla-Vivanco A., Toxqui-Quitl C., Arines J., Acosta E. Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding. *Opt Laser Eng.* 2020;126:105880.
33. Dorronsoro C., Guerrero-Colon J. A., Marta C., Infante J. M., Portilla J. Low-cost wavefront coding using coma and a denoising-based deconvolution. In: *Current Developments Electro-Optical and Infrared System Technology and Applications IV. Proc SPIE* 2007;6737:67370E.
34. Kubala K., Dowski E., Cathey W. T. Reducing complexity in computational imaging systems. *Opt Express* 2003;11(18):2102-2108.
35. Prasad S., Torgersen T., Pauca V. P., Plemmons R. Integrated optics systems for image quality control. In: *Proc. AMOS Technical Conf* 2002.
36. Lumbroso B.; Rispoli M.; Savastano M.C. Clinical Applications of OCT SSADA Angiography in Everyday Clinical Practice. In *Clinical OCT Angiography Atlas*, 2nd ed.; Jaypee Brothers Medical Publishers: New Delhi, India, 2015.
37. Islam M.T., Imran S.A., Arefeen A., Hasan M., Shahnaz C. Source and camera independent ophthalmic disease recognition from fundus image using neural network. In *Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Signal Processing, Information, Communication & Systems (SPICSCON)*, Dhaka, Bangladesh, 28–30 November 2019; pp. 59–63.
38. Dash J., Bhoi N. A thresholding-based technique to extract retinal blood vessels from fundus images. *Future Comput. Inform. J.* 2017;2:103–109.
39. R. Medina, G. Passariello. *Imágenes médicas. Adquisición, Análisis, Procesamiento e Interpretación*. Equinoccio, Ediciones de la Universidad Simón Bolívar;1995.
40. M. Sonka, V. Hlavac, R. Boyle. *Image processing, analysis and machine vision*. Springer;.
41. Go P. M. Digital imaging and robotics in endoscopic surgery. *Nederlands Tijdschrift voor Geneeskunde* 2013;142(21):1187-1191.
42. R. Bourne. *Fundamentals of digital imaging in medicine*. Springer Science Business Media;2010.
43. J. Silva, W. Torres, G. Passariello. *Imágenes médicas. Adquisición, Análisis, Procesamiento e Interpretación*. Equinoccio, Ediciones de la Universidad Simón Bolívar;1995.
44. Das B., Sharma D. Performance Enhancement of Content Based Image Retrieval System Using Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization. *International Journal Of Engineering And Science* 2013;3:29-36.
45. Sharma D. P., Chandra Sekhar R. N., Praveen A., Shankar U. Problems of Intensity Transformation Methods and Selecting Appropriate Histogram Technique. *International Journal of Engineering and Technical Research* 2014;2.

46. Shradha P. D., Manoj B. C. Performance Analysis of Image Filtering Technique and Combined Approach for Image Segmentation. *International Journal of Advanced Engineering Research and Technology (IJAERT)* 2014;2.
47. K. Zuiderveld. Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization. *Graphics Gems IV*, Academic Press;1994.
48. Anupama B., Anita T., Garima V. Analysis of Histogram Based Compound Contrast Enhancement with noise reduction method for Endodontic therapy. 5th International Conference-Confluence the next Generation information technology Summit (Confluence), 2014.
49. Pechauer A. D., Huang D., Jia Y. Detecting blood flow response to stimulation of the human eye. *BioMed Res. Int.* 2015;121973.
50. Hafez A. S., Bizzarro R. L. G., Lesk M. R., "Evaluation of optic nerve head and peripapillary retinal blood flow in glaucoma patients, ocular hypertensives, and normal subjects," *Am. J. Ophthalmol.* 2003;136:1022–1031.
51. Kohner E. M., Patel V., Rassam S. M. B. Role of blood flow and impaired autoregulation in the pathogenesis Diabetes 44, 603–607 (1995).
52. Pournaras C. J., Rungger-Brändle, C. E. Riva, Hardarson S. H., Stefansson E. Regulation of retinal blood flow in health and disease. *Prog. Retinal Eye Res* 2008;27:284–330.
53. Vanderkooi J. M., Erecinska M., Silver I. A. Oxygen in mamalian tissue: methods of measurement and affinities of various reactions. *Am. J. Physiol. Cell Physiol* 1991;260:C1131–C1150.
54. Kamboj A., Lause M., Kumar P. Ophthalmic manifestations of endocrine disorders—endocrinology and the eye. *Translational Pediatrics* 2017;6:286.
55. Gerhard K. Lang. *Cristalino*. En: Buenaventura Carreras España. *Oftalmología texto y atlas en color*. 2^a ed en español. España: Elsevier Masson S.A; 2006.p. 165-199
56. Ramos-Soto O., Rodríguez-Esparza E., Balderas-Mata S.E., Oliva D., Hassanien A.E., Meleppat R.K., Zawadzki R.J. An efficient retinal blood vessel segmentation in eye fundus images by using optimized top-hat and homomorphic filtering. *Comput. Methods Programs Biomed.* 2021;201:105949.
57. Chylack L.T., Leske M.C., McCarthy D., Khu, P., Kashiwagi T., Sperduto R. Lens opacities classification system II (LOCSII). *Arch.Ophthalmol.* 1989;107:991–997.
58. González-Amador E., Arines J., Charlón P., Garcia-Porta N., Abrales M., Acosta E. Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts. 2022;9:251.
59. Arines J., Bará S. Hybrid technique for high resolution imaging of the eye fundus," *Opt. Express* 2003;11:761-766.

9 CONTENIDO PUBLICADO.

Se detallan los artículos que conforman el trabajo de tesis.

9.1 CONTENIDO PUBLICADO EN REVISTAS DE ALTO IMPACTO

ARTÍCULO 1:

Título de la publicación: Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding

Autores y afiliación:

Nombre	Afiliación
González Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Padilla Vivanco Alfonso	Universidad Politécnica de Tulancingo
Toxqui Quitl Carina	Universidad Politécnica de Tulancingo
Arines Piferrer Justo	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela

Contribución específica en la publicación:

Revisión de la literatura, conceptualización, calculos, simulaciones e ilustraciones, metodología.

Nombre de la revista: Optics and Lasers in Engineering

Volumen: 126

Número de artículo: 105880

Año: 2020

Editorial: Elsevier

ISSN: 1873-0302

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2019.105880>

ÍNDECES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS)

SCImago Journal Rank (2020): 1.143

CiteScore (2020): 8.5

Posición de la revista (2020): 21/192

Cuartil: Q1

Número de citas: 12 (según SCOPUS)

Factor de impacto (JCR2020): 4.836

Autorización de la revista:

La revista Optics and Lasers in Engineering, perteneciente a la editorial Elsevier, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

<https://www.elsevier.com/about/policies/copyright>

ARTÍCULO 2:

Título de la publicación: Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts**Autores y afiliación:**

Nombre	Afiliación
González Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Arines Piferrer Justo	Universidad de Santiago de Compostela
Charlón Pablo	Instituto Oftalmológico Victoria de Rojas Hospital HM Rosaleda, Santiago de Compostela
García Porta Nery	Universidad de Santiago de Compostela
Abraldes Maximino	Complejo Hospitalario Universitario de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela

Contribución específica en la publicación:

Revisión de la literatura, conceptualización, calculos, simulaciones e ilustraciones, metodología.

Nombre de la revista: Photonics**Volumen:** 9**Número de artículo:** 4**Año:** 2022**Editorial:** MDPI**ISSN:** 2304-6732**DOI:** <https://doi.org/10.3390/photonics9040251>**INDECES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS)**

SCImago Journal Rank (2022): 0.48**CiteScore (2022):** 2.3**Posición de la revista (2022):** 146/211**Cuartil:** Q2**Número de citas:** 4 (según SCOPUS)**Factor de impacto (JCR2022):** 2.4**Autorización de la revista:**

La revista Photonics, perteneciente a la editorial MDPI, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis: <https://www.mdpi.com/authors/rights>

ARTÍCULO 3:

Título de la publicación: Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks.

Autores y afiliación:

Nombre	Afiliación
González Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Padilla Vivanco Alfonso	Universidad Politécnica de Tulancingo
Toxqui Quitl Carina	Universidad Politécnica de Tulancingo
Olvera Angeles Miguel	Universidad de Santiago de Compostela
Arines Piferrer Justo	Universidad de Santiago de Compostela
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela

Contribución específica en la publicación:

Revisión de la literatura, conceptualización, calculos, simulaciones e ilustraciones, metodología.

Nombre de la revista: Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering

Volumen: 11104

Número de artículo: 1110405

Año: 2022

Editorial: SPIE

ISSN: 0277-786X

DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2523611>

INDECES DE CALIDAD (Base de indexación SCOPUS)

Scientific Journal Ranking (2020): 0.192

CiteScore (2020): 0.8

Posición de la revista (2022): 216/246

Cuartil: Q4

Número de citas: 4 (según SCOPUS)

Autorización de la revista:

Proceedings, perteneciente a la editorial SPIE, permite la reutilización del artículo por parte del autor como parte de su tesis:

“Thank you for seeking permission from SPIE to reprint material from our publications. SPIE shares the copyright with you, so as author you retain the right to reproduce your paper in part or in whole.”



9.2 CONTENIDO PUBLICADO SIN RECONOCIMIENTO EN EL ÁMBITO CIENTÍFICO.

ARTÍCULO 4:

Título de la publicación: New family of Jacobi-Fourier aberrations for wavefront coding

Autores y afiliación:

Nombre	Afiliación
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
González Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Padilla Vivanco Alfonso	Universidad Politécnica de Tulancingo
Arines Piferrer Justo	Universidad de Santiago de Compostela

Contribución específica en la publicación:

Revisión de la literatura, conceptualización, calculos, simulaciones e ilustraciones, metodología

Nombre de la revista: Asian Journal of Physics

Volumen: 31

Número de artículo: 7

Año: 2022

Editorial: Anita Publications

ISSN: 0971 – 3093

Link: <https://asianjournalofphysics.com/New-family-of-Jacobi-Fourier-aberrations-for-wavefront-coding/>

Autorización de la revista:

We, herby grant you permission to reuse the material/paper published in Asian J Phys with due citation at the appropriate place.

All the best and best regards.

Er(Ms) Nidhi

Managing Editor, Asian J Phys.

ARTÍCULO 5:

Título de la publicación: Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding

Autores y afiliación:

Nombre	Afiliación
Acosta Plaza Eva	Universidad de Santiago de Compostela
González Amador Enrique	Universidad de Santiago de Compostela
Arines Piferer Justo	Universidad de Santiago de Compostela

Contribución específica en la publicación:

Revisión de la literatura, conceptualización, calculos, simulaciones e ilustraciones, metodología.

Nombre de la revista: Asian Journal of Physics

Volumen: 30

Número de artículo: 8&9

Año: 2021

Editorial: Anita Publications

ISSN: 0971 – 3093

Link: <https://asianjournalofphysics.com/optimizing-sampling-and-padding-at-the-pupil-plane-for-light-propagation-simulations-based-in-fourier-transforms-for-wavefront-coding/>

Autorización de la revista:

We, herby grant you permission to reuse the material/paper published in Asian J Phys with due citation at the appropriate place.

All the best and best regards.

Er(Ms) Nidhi

Managing Editor, Asian J Phys.

10 REPRODUCCIÓN INTEGRAL DE PUBLICACIONES.

10.1 ARTÍCULO 1: JACOBI–FOURIER PHASE MASK FOR WAVEFRONT CODING

Artículo 1:

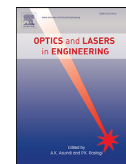
González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Arines, J., & Acosta, E. (2020), “Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding”, Optics and Lasers in Engineering, 126, 105880.

En este trabajo proponemos máscaras de fase de Jacobi-Fourier para sistemas de imágenes basados en codificación de frente de onda. Las propiedades ópticas de la máscara de fase se estudian en detalle y se muestran mediante simulación numérica. El tamaño de los píxeles y el ruido se tienen en cuenta para la deconvolución de imágenes. Las simulaciones numéricas indican que el rendimiento general es mejor que el de la conocida y comúnmente utilizada fase de trébol.



Contents lists available at ScienceDirect

Optics and Lasers in Engineering

journal homepage: www.elsevier.com/locate/optlaseng

Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding

E. González-Amador^{a,*}, A. Padilla-Vivanco^b, C. Toxqui-Quitl^b, J. Arines^c, E. Acosta^a^a Departamento de Física aplicada, Facultad de Física, Campus Vida, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 España^b Universidad Politécnica de Tulancingo, Ingenierías No. 100, 43629, Tulancingo, Hidalgo, México^c Departamento de Física aplicada, Facultad de Óptica y Optometría, Campus Vida, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 España

ARTICLE INFO

Keywords:

Computational imaging
Image reconstruction
Wavefront encoding

ABSTRACT

In this work we propose Jacobi–Fourier phase masks for wavefront coding-based imaging systems. The optical properties of the phase mask is studied in detail and numerical simulation are shown. Pixel size and noise are taken into account for the deconvolution of images. Numerical simulations indicate that overall performance is better than of the well-known and commonly used trefoil phase.

1. Introduction

Wavefront coding (WFC) is a hybrid optical-computational technique that makes use of a phase modulating element in conjunction with a deconvolution algorithm to extend the depth of field or depth of focus of a digital imaging system [1–3].

The most obvious way to extend the depth of focus is to decrease the aperture; However, this reduces the resolution of the system due to diffraction and energy reduction at the sensor [4,5]. The other approach is to deconvolve the defocused images in order to deblur the out of focus regions. This approach has two main problems:

- the response to the system (PSF) is not invariant under focus shifts and is therefore not common in most of the cases and,
- deconvolution is an ill posed problem due to the loss of information for those special frequencies where the MTF is close or equal to zero [6–9].

Many solutions have been proposed to achieve this goal, in recent decades within the field called engineering in the pupil. One of them, the technique known as WFC developed by Dowski and Cathey [1] proposes the simple placement of a phase mask (PM) at the exit pupil of the optical system that generates a controlled amount of third order aberrations. The PM must be able to generate a PSF that is invariant within a desired range of defocus and its corresponding MTF must also be free of zeroes within the interval of spatial frequencies that the optical system was designed to detect [6]. Many other shapes deriving from the original cubic phase mask solution [1], have been proposed for some specific imaging systems. The most representative of these are: root square [7], trefoil [10], sinusoidal [11] free-form [12], exponential [13], tangential [14], logarithmic [15,16], rational [17] and many others phase

modulation shapes. PM in the shape of linear combinations of Zernike polynomials have been also studied [8,18,19].

WFC has been successfully applied in different fields as infrared imaging [9], optical design to reduce complexity of optical systems [18,20], microscopy [21], retinal imaging [22,23] among others.

As we pointed out above, one of the requirements for the deconvolution process to be effective is that the MTF has not zeros. In general, most of the MTFs used for WFC based optical systems obey this condition, but they show a sudden decay from the origin, what implies a loss of contrast in comparison with diffraction-limited optical systems. However, the deconvolution process compensates this problem and the processed images show, in general, an acceptable contrast for the required depth of field and resolution [5–8]. Even so, not all phases perform with the same quality in the final results.

Recently, Nhu et al. [7] showed that the good performance of a root square shaped PM is due to the smooth shape of the phase generated in the central part of the pupil and to a rapid variation at the periphery that leads to non-zero and stable MTFs when defocusing. Based on this premise, in this study we look at the performance of PM in the shape of Jacobi–Fourier (JF) and will find which one of them fits with this behavior and can be used for WFC.

This work is organized as follows: In Section 2 we briefly introduce the mathematical description and properties of the JFP, and in the Section 3 we search for polynomials that are smooth in the center and steep in the periphery and propose some that meet the criteria for its validation in the following sections.

In Section 4 we analyze the optical properties of JF phase mask (JFPM) and explain the decoding algorithms used to get the simulated images. Section 5 is devoted to show, analyze and discuss the results. Lastly, in Section 6 we present the conclusions.

* Corresponding author.

E-mail address: enrique.gonzalez.amador@rai.usc.es (E. González-Amador).

<https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2019.105880>

Received 5 December 2018; Received in revised form 22 July 2019; Accepted 28 September 2019

0143-8166/© 2019 The Authors. Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license.

(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)



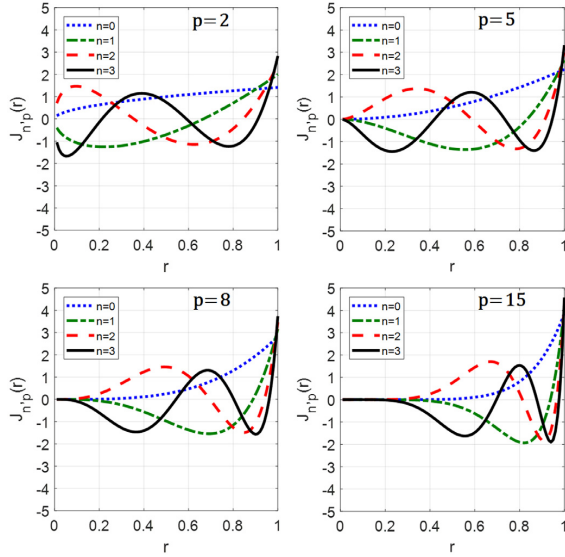


Fig. 1. Behavior of the radial Jacobi polynomials with n and p .

2. Jacobi–Fourier polynomials

Jacobi polynomials, $G_n(p, q, r)$, are a class of classic orthogonal polynomials in the interval $[0,1]$, where $n \geq 0$ indexes the set of orthogonal polynomials for given p and q values, and the independent variable r will represent in this work the radial coordinate normalized to the pupil radius [24].

The orthonormal Jacobi radial polynomials used in this work are defined by [25]

$$J_n(p, q, r) = \sqrt{\frac{w(p, q, r)}{b_n(p, q)}} G_n(p, q, r), \tag{1}$$

where $w(p, q, r)$ is the weighting function, and $b_n(p, q)$ the normalization factor. The parameters p and q must obey $(p - q) > -1$ and $q > 0$; these expressions are calculated as follows [24,26],

$$G_n(p, q, r) = \frac{n!(q-1)!}{(p+n-1)!} \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{(p+n+s-1)!}{(n-s)!s!(q+s-1)!} r^s \tag{2}$$

$$b_n(p, q) = \frac{n![(q-1)!]^2(p-q+n)!}{(q-1+n)!(p-1+n)!(p+2n)}, \tag{3}$$

$$w(p, q, r) = (1-r)^{p-q} r^{q-1}. \tag{4}$$

The shifted Legendre, Mellin, and shifted Chebyshev polynomials are special cases of $G_n(p, q, r)$ [27].

The Jacobi polynomials are chosen as the radial function, hence Jacobi–Fourier polynomials (JFP) $P_{nm}(p, q, r, \theta)$, are defined as [25],

$$P_{nm}(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \exp im\theta. \tag{5}$$

For our purposes, in this work we will consider real polynomials and we will use the following expression for the phase masks:

$$P_{nm}(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \cos(m\theta + \theta_0), \tag{6}$$

where θ is the azimuthal angle, θ_0 denotes the angle of rotated JFP and $m \geq 0$ the azimuthal frequency. We must stress the fact that not all combinations of m, p and q provide 2D polynomials separable in the x and y coordinates.

Table 1
Radial dependence of JFPM.

p	Radial dependence
6	$\sqrt{6}r^{5/2}$
7	$\sqrt{7}r^3$
8	$\sqrt{8}r^{7/2}$
9	$\sqrt{9}r^4$
10	$\sqrt{10}r^{9/2}$

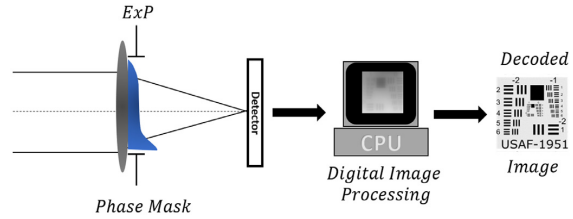


Fig. 2. Diagram of wavefront coding imaging system used.

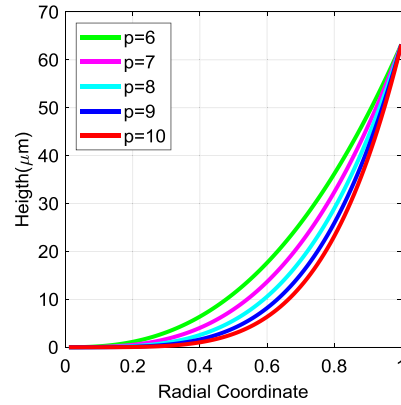


Fig. 3. Radial phase profiles of the phase mask.

3. Choice of Jacobi–Fourier polynomials

First, we restricted all infinite possible sets of JFP to those with integer values of p and q and $p = q$. Other choices for these two parameters could also be considered and we do not claim that ours necessarily perform better than others. The primary aim of this work is to show that JFP shaped phase masks can be used in WFC optical systems. Other families of JFP will be the subject of future works. Considering that $p = q$ we decided to denote the radial Jacobi polynomials as $J_{n,p}(r)$.

In Fig. 1 we present the profiles of different JFP obtained with the combinations $p = [2, 5, 8, 15]$ and $n = [0, 1, 2, 3]$. We observe that as n increases the number of ripples increases and hence the smooth region needed in the central part of the pupil cannot be achieved. Moreover, for values of p equal to or less than 5, the smooth flat central region is very small or none existent and therefore we restrict our study to p values equal to or greater than 6.

As we explained in the introduction, we adhere to the assumption that a phase with smooth slopes in the center of the pupil and steep slopes at the periphery gives rise to defocus invariant MTFs leading to good resolution images [7]. We therefore initially selected $n = 0$ and $p \geq 6$. Also, we disregarded values of $p > 10$ because, as we will show, they decrease the depth of focus. Thus, our study for the radial part of

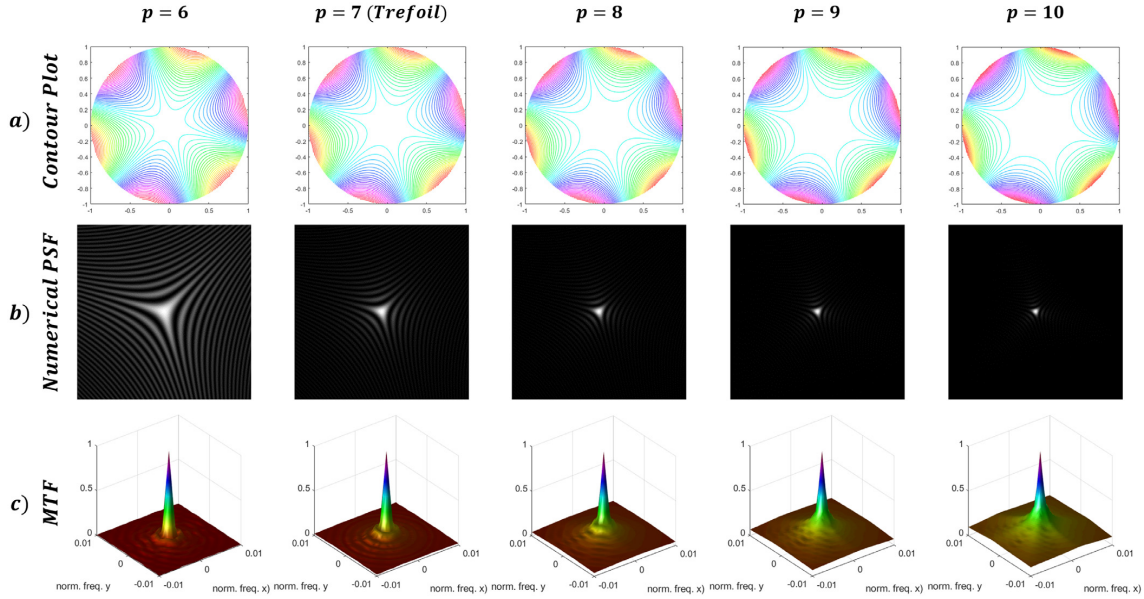


Fig. 4. (a) 2D Phase maps, (b) simulated PSF for the proposed JFPM and trefoil PM, (c) 3D MTF for JFPM and Trefoil PM.

the JFP is restricted to $n = 0$ and $6 \leq p \leq 10$. Table 1 shows the radial dependence of the chosen JFPM, $J_{n,p}(r)$.

As for the choice of azimuthal frequency, for even values of m , JFPM behave as astigmatism aberration and the spatial resolution of the decoded images is poor. Odd values of m perform better. For $m = 1$ they extend the depth of focus in the same way as coma [28] but this is not as effective as trefoil, $m = 3$ [10,20]. Moreover, when $p = 7$ and $m = 3$ JFP becomes trefoil aberration (Zernike polynomial Z_3^3) which has been shown to perform better than the pure cubic mask originally proposed by Dowski [19], and hence the results for the JFPM proposed here will be compared with those for trefoil one.

4. Optical properties of JFPM and decoding algorithms

For the numerical analysis we considered an optical system consisting of a lens with a focal length of 25 mm and pupil diameter of 10 mm. The object is set at infinity with a wavelength of 632 nm. Also, we assume that the JFPM is placed at the lens plane. The general scheme is shown in the Fig. 2. We illustrate the results with the object at infinity for simplicity, but the numerical analysis is also valid for any set of conjugated planes.

The generalized pupil function $\Pi_{n,p}(r, \theta)$ [29] for the optical system can be expressed as:

$$\Pi_{n,p}(r, \theta) = \begin{cases} \exp[ik \phi_{n,p}(r, \theta)] & \text{if } r \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (7)$$

where

$$\phi_{n,p}(r, \theta) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta - \pi/4) + W_{20} r^2, \quad (8)$$

and α denotes the strength of the phase, $k = 2\pi/\lambda$ is the wave number, λ the wavelength and r the radius of the lens which has been normalized to unity. Since we are not interested in the orthogonality properties of Jacobi Polynomials, we have normalized them to unity, in this way all they provide the same peak to valley (PV) values for the same strength α . W_{20} represents the amount of defocus due to either a mispositioning of the image plane or the object plane. $-\pi/4$ is added to the angular

coordinate to rotate the point spread function (PSF) in the image plane in order to reduce artifacts in the restored image.

The system's PSF was computed by evaluating the square modulus of the discrete Fourier Transform of the optical pupil function. The optical transfer function (OTF) was computed as the inverse discrete Fourier Transform of the PSF [30]. FFT evaluations were performed by routines provided by Matlab and sampling of the pupil plane on a grid of 4096×4096 pixels in order to avoid undesirable numerical artifacts. We determined a pixel size at the image plane of $0.79 \mu\text{m}$ in order to work in the limit of the Nyquist theorem [30].

In Fig. 3 we show the profiles of the different radial Jacobi polynomials obtained with $p = [6, 7, 8, 9, 10]$ and $\alpha = 100\lambda$. We can see how by changing the p value we are able to increase or decrease the extension of the central plateau of the phase masks.

Fig. 4a shows the corresponding 2D contour maps of the different phase masks, while Fig. 4b shows the corresponding in-focus PSFs. We can also observe on the contour maps that the extension of the plateau increases as p increase and hence smaller PSFs. Fig. 4c shows the in-focus corresponding 3D modulation transfer functions (MTF). It can be observed that for small values of p the MTFs show ripples at low frequencies. As p increases the MTFs become smoother.

4.1. Analysis of optical properties of PM

In this section, with the primary aim of comparing the performance of the JFPM, we will analyze both MTFs and phase transfer functions (PTF) in X direction within a defocus interval of 5λ , $W_{20} \in [0, 5\lambda]$, and two values of the strength, $\alpha = 50\lambda$ and $\alpha = 100\lambda$. Owing to the symmetry of the problem, results are also valid for the interval $[-5\lambda, 5\lambda]$. In Fig. 5 we plot the optical MTFs, denoted as $MTF(\alpha, W_{20})$, as well as the system MTFs, $MTF_{\text{System}}(\alpha, W_{20})$, defined as:

$$MTF_{\text{System}}(\alpha, W_{20}) = \frac{MTF(\alpha, W_{20})}{MTF(\alpha, 0)}, \quad (9)$$

We can observe that in all cases $MTF(\alpha, W_{20})$ have not zeroes, and therefore deconvolution is not going to be an ill posed problem. For a

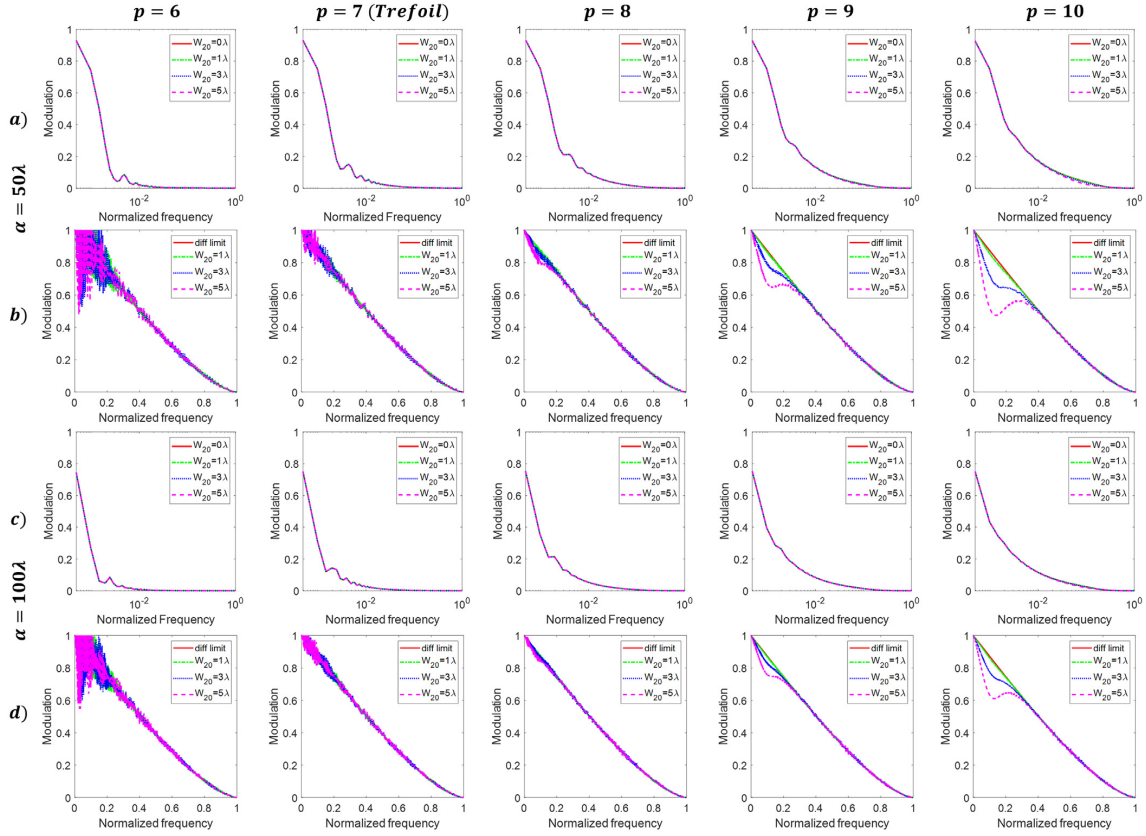


Fig. 5. (a) $MTF(\alpha, W_{20})$ corresponding to the different PM and defocus magnitudes for $\alpha = 50\lambda$. (b) $MTF_{System}(\alpha, W_{20})$ corresponding to the different JFPM and defocus magnitudes for $\alpha = 50\lambda$. (c) $MTF(\alpha, W_{20})$ corresponding to the different PM and defocus magnitudes for $\alpha = 100\lambda$. (d) $MTF_{System}(\alpha, W_{20})$ corresponding to the different JFPM and defocus magnitudes for $\alpha = 100\lambda$.

given α , as p increases the amplitude of the $MTF(\alpha, W_{20})$ increases, this will have an impact on the signal to noise ratio of the coded images, and therefore, on the quality of the decoded images. On the other hand, as p increases there is a loss of invariance in the defocus range, i.e., the defocus interval is smaller. All $MTF(\alpha, W_{20})$ show ripples or oscillations. The number and height of oscillations decreases as p increases. This behavior is more evident in the plots of the $MTF_{System}(\alpha, W_{20})$.

The amplitudes of MTFs decrease and MTF curves become closer with the increase of α .

In recent works it has been shown that artifacts are due to PTF behaviors [31,32]. Therefore, we do also include in this section an analysis of the PTFs. In Fig. 6 we show the PTFs of the system, $PTF_{System}(\alpha, W_{20})$, defined as:

$$PTF_{System}(\alpha, W_{20}) = PTF(\alpha, W_{20}) - PTF(\alpha, 0), \quad (10)$$

We can observe that for a given p and a defocus value, as α increases the PTFs becomes smaller. For a given α , PTFs approach to zero as defocus decreases, as expected. The behavior is clearly dependent on p . $p = 6$ and $p = 7$ show an almost linear dependence between PTFs and frequencies. This relationship changes from $p = 8$, where PTFs are steeper at small frequencies and change this behavior to become smooth functions that approach asymptotically to a value. This value is closer to zero as p and α increases. All plots show ripples. Nevertheless, for small p values, ripples are distributed along all frequencies, being higher at

small frequencies, whereas for bigger p values oscillations are smaller and displace towards high frequencies.

4.2. Image simulation. Decoding algorithms

In previous sections we describe the optical properties of the different JFPM. In this section we will present simulated decoded images for the axial interval $[0, 5\lambda]$. As explained in the preceding section, we sampled the image plane at the limit of the Nyquist Theorem with a pixel size of $0.79 \mu\text{m}$. In the next section, numerical simulations of decoded images of a 1951 USAF target were performed considering a more realistic pixel size. Simulations were performed as per ref [33]:

- 1) Image codification at high sampling rate;
- 2) Image downsampling by factor 4, resizing the 4096×4096 pixels image to a 1024×1024 pixels, i.e., a pixel size of $3.16 \mu\text{m}$;
- 3) Noise adding. In order to analyze the performance of the mask in presence of noise we added to the intermediate coded images random Gaussian noise, with zero mean and three different values of standard deviation: 0.06%, 0.2% and 1%, of the maximum value of the gray level of the optically coded image.
- 4) Fourier transform of the image;
- 5) Zero padding of the Image Spectrum by adding a frame of zeros in order to build a matrix of 4096×4096 pixels;
- 6) Application of the Wiener Filter;

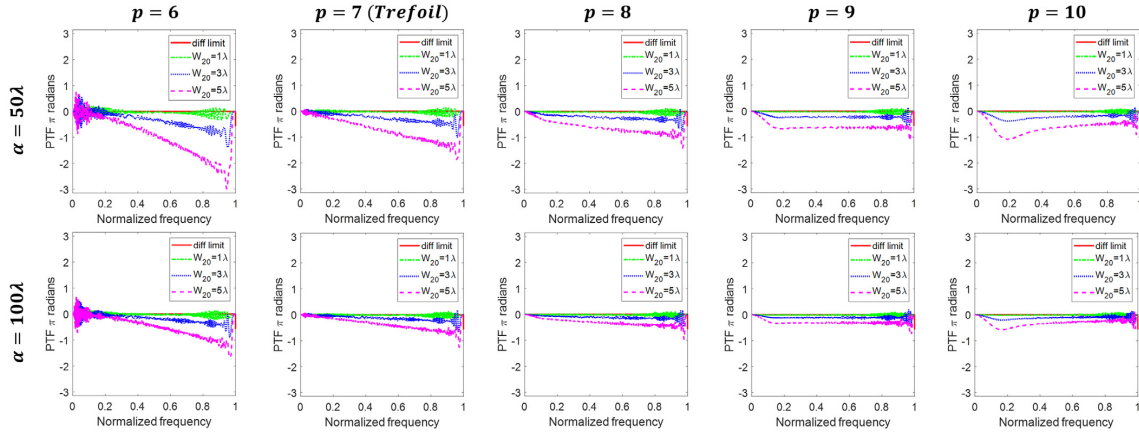


Fig. 6. (a) PTFs of system for $\alpha = 50\lambda$ and $\alpha = 100\lambda$.

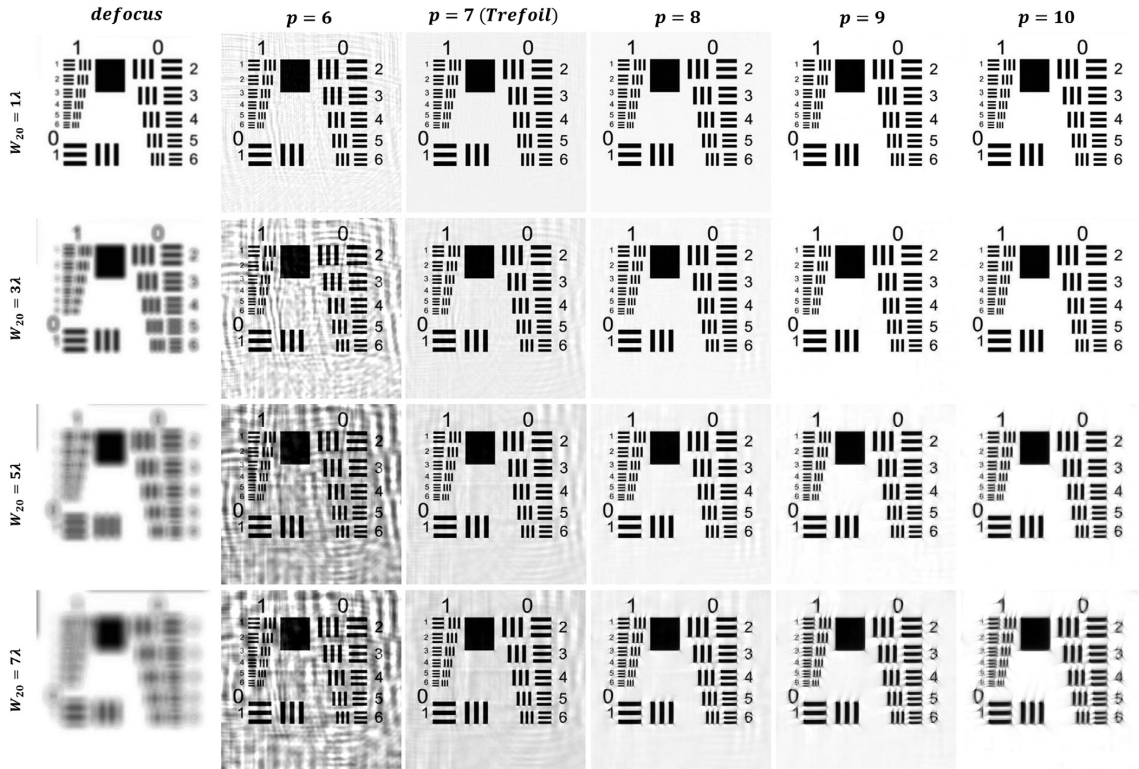


Fig. 7. Decoded images in the absence of noise obtained with the different phase masks and different amounts of defocus in the range $(1\lambda, 7\lambda)$ for $\alpha = 50\lambda$.

- 7) Inverse Fourier Transform of the Decoded Image Spectrum;
- 8) Final Decoded Image is downsampled by 2×2 pixel binning.

As stated above, the image restoration was by means of the Wiener Filter [34]. We used values for the regularization parameter, γ within the interval $[10^{-10}, 10^{-3}]$ in order to avoid the deconvolution filter falls below the noise floor or noise will be amplified in the final image. Thus, the spectrum of the decoded image (\hat{I}_{dec}) was derived from the follow-

ing equation:

$$\hat{I}_{dec} = \frac{\hat{I}_{cod}(\alpha, W_{20}) \cdot OTF^*(\alpha, 0)}{|OTF(\alpha, 0)|^2 + \gamma} \quad (11)$$

where $\hat{I}_{cod}(\alpha, W_{20})$ is the spectrum of the defocused coded images and $OTF(\alpha, 0)$ is the in-focus Optical Transfer Function.

It is important to note that only contrast and brightness were adjusted in the decoded images without the use of any other filter.

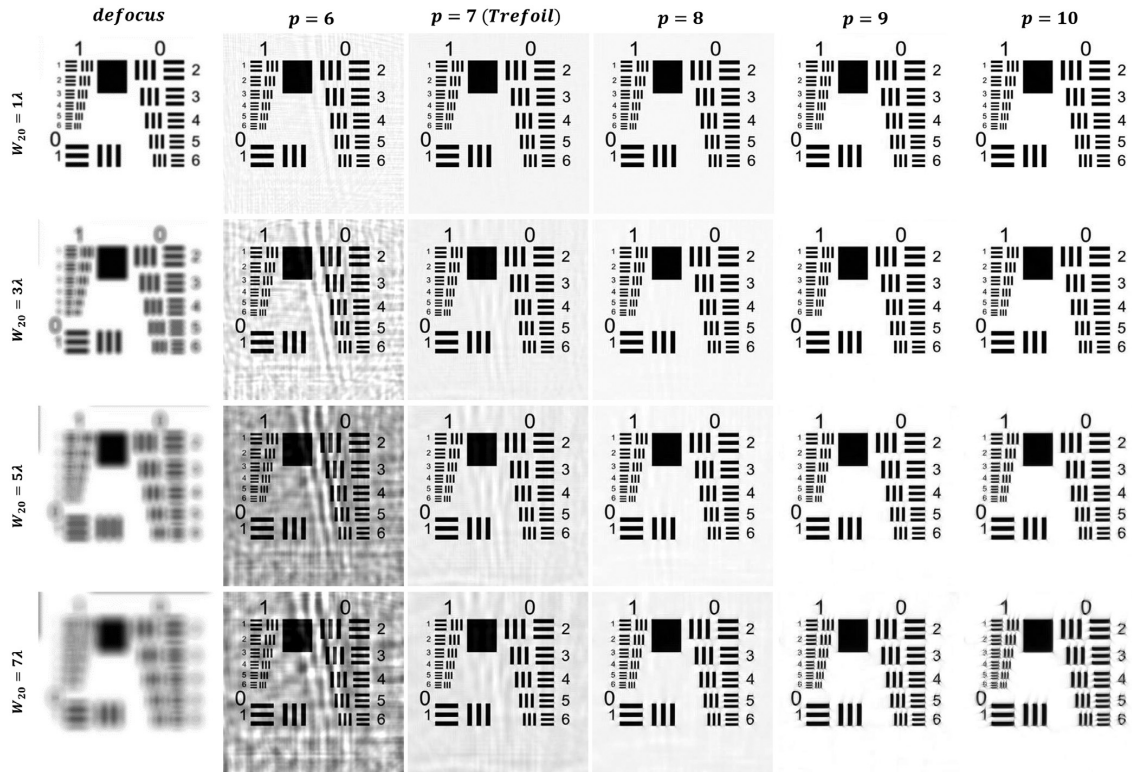


Fig. 8. Decoded images in absence of noise obtained with the different phase masks and different amounts of defocus in the range $(1\lambda, 7\lambda)$ for $\alpha = 100\lambda$.

5. Results

5.1. Image simulation

Figs. 7 and 8 show simulated images of the 1951 USAF target for the noise-free case when $\alpha = 50\lambda$ and $\alpha = 100\lambda$ respectively. Simulations are made beyond the chosen defocus interval, up to 7λ .

For comparison purposes, we also show the corresponding defocused images when there is no mask in the optical system.

Figs. 9 and 10 shows the results for different levels of noise for defocus 1λ and 5λ when $\alpha = 50\lambda$ and $\alpha = 100\lambda$ respectively.

In all figures the size of the group of bars are G1 + E6 (Group 1, Element 6) = $9.48 \mu\text{m}$ and G0 + E1 (Group 0, Element 1) = $28.44 \mu\text{m}$.

5.2. Discussion

In the noiseless simulations we can observe from Figs. 7 and 8, that images for $p = 6$ show quite prominent artifacts ruining the image quality. For $p = 7$ and in less degree for $p = 8$ some artifacts remain for large defocus, what reduce the image quality; nevertheless, the depth of focus for $p = 7$ goes beyond the considered interval, achieving also sharp results up to 7λ of defocus. Simulations for $p = 9$ and $p = 10$ show neglectable amounts or no artifacts, being contrast and resolution still acceptable, but depth of focus can't be extended beyond the interval $[-5\lambda, 5\lambda]$, and this is due to the lack of invariance of the MTF's as explained in previous section. Moreover, for $p = 9$ and $p = 10$ some defects can be observed at the corners of the bars. And the edges of the bars are no longer too sharp. The higher value of α is the less artifacts present in the images.

From Fig. 6 and in agreement with Demenikov et al. [32] and Mo et al. [31], we can assume that oscillations in the PTF's are the responsible of artifacts in the images. Artifacts due to oscillations in the high frequencies not noticeable because the MTF's are close to zero. For $p = 6$ and $p = 7$ show high oscillations in the PTF's for low frequencies whereas for higher values of p oscillations for low frequencies become very smooth or none and therefore artifacts are not noticeable. Invariance in the PTF's or linearity seems not to be important in what artifacts refer. Distance between PTF's for different amounts of defocus translate into a shift and number of replicas of the artifacts, what depends on the value of α .

Presence and amount of artifacts is also reflected in the system MTF's (Fig. 5b and d) which show strong ripples for the low frequencies for $p = 6$ and 7 and they are smooth for $p = 8, 9$ and 10. The lack of invariance at low frequencies translate in loss of resolution.

When noise is taken into account it can be observed that grainy images are obtained. The amount of grain for a given level of noise decreases with p . More grain implies less details in images. Therefore, the range of defocus for small p values shrinks. The greater the value of α the grainier the images. All these results agree with the fact that the area under the $MTF(\alpha, W_{20})$ increases as p increases and/or α decreases. Noise softens artifacts but they are still visible for $p = 6$ and 7 for small defocus.

Therefore, from our point of view and for the optical system we have considered, the JFPM with $p = 8$ is the one that provides the best images in the noiseless and small level of noise cases; $p = 9$ for medium levels of noise and $p = 10$ for the highest level of noise here simulated.

Finally, point out that by increasing the $F/\#$ in an optical system the DOF could be also increased at expenses of reducing the light gathering capacity of the lens. In the noiseless case a $F/\# = 12.50$ is needed for a

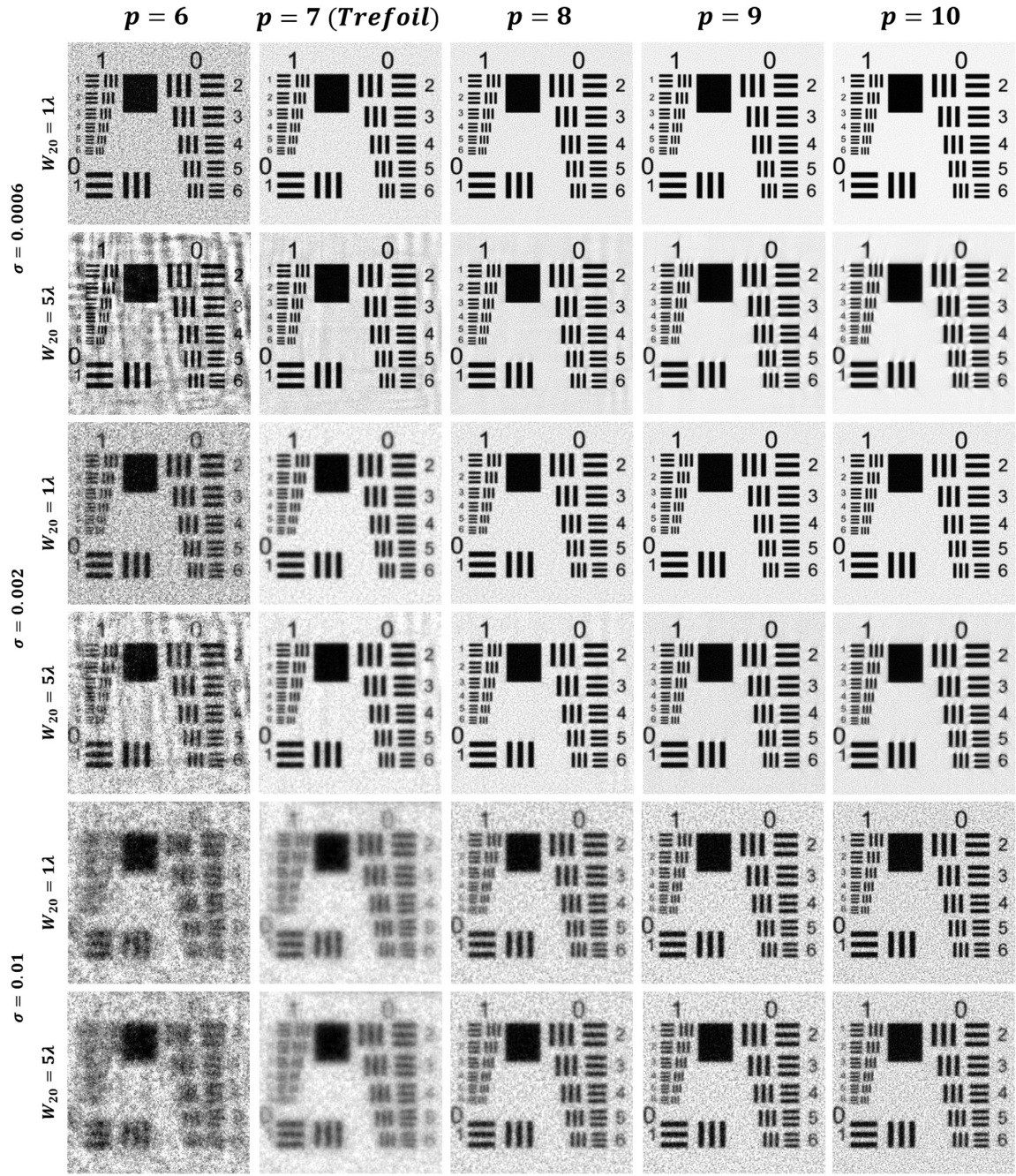


Fig. 9. Decoded images in presence of different amounts of noise and different amounts of defocus in the range $(1\lambda, 5\lambda)$ for $\alpha = 50\lambda$.

same image quality with a defocus of 5λ . Image degradation, when stopping down the aperture, depends mainly on the recording device. If a CCD is used, then photon noise, dark noise, and read noise must be considered in the SNR calculation. Moreover, different CCDs show different SNR even for same pixel size. Here, in order to simulate the effects of

what reduction of gathering light implies, we will assume the following relationship between SNR for different $F/\#$ s [35], what assumes SNR is inversely proportional to the square of the $F/\#$, thus

$$SNR_{12.5} = SNR_{2.5} \left(\frac{2.5}{12.5} \right)^2, \tag{12}$$



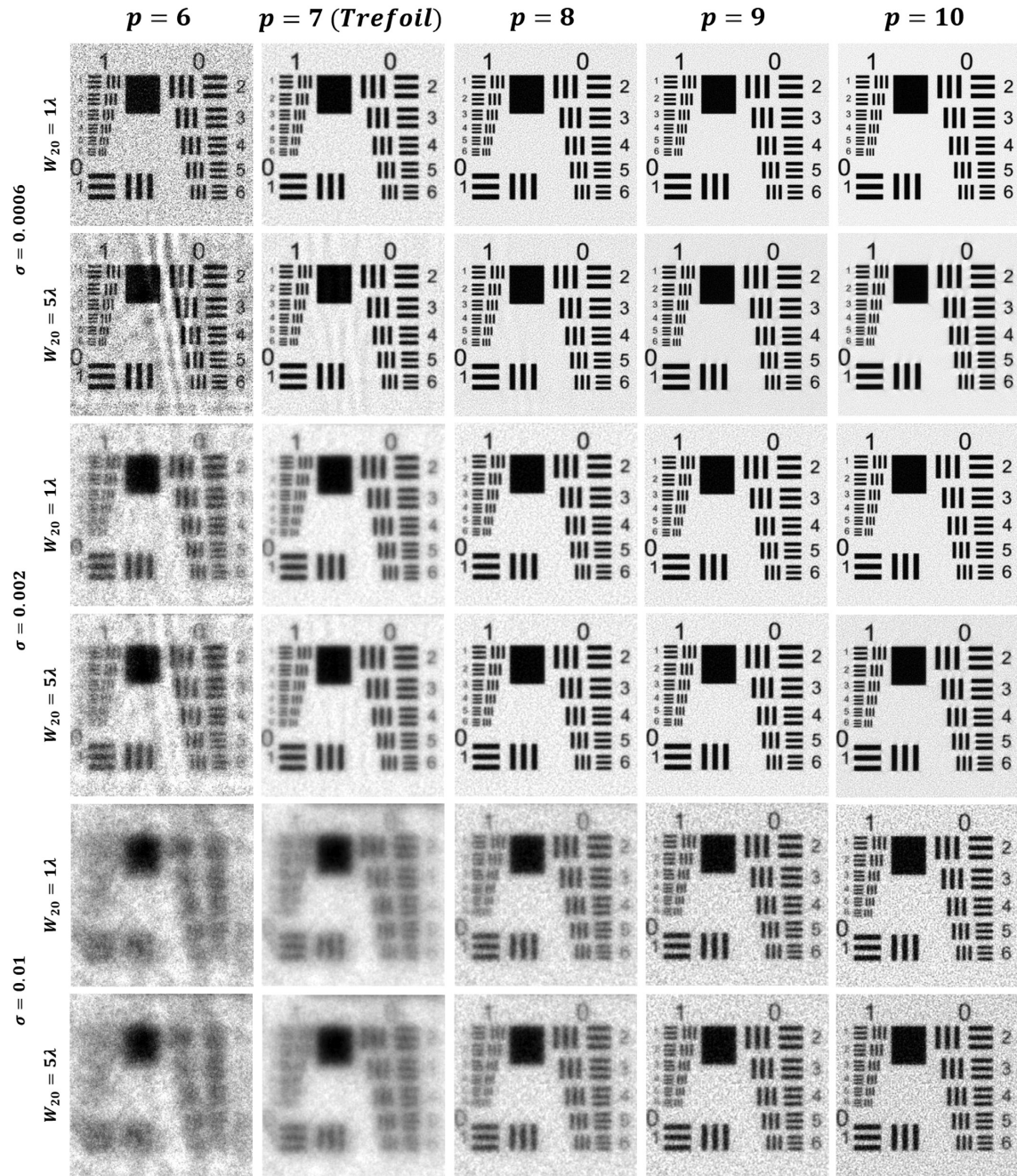


Fig. 10. Decoded images in presence of different amounts of noise and different amounts of defocus in the range $(1\lambda, 5\lambda)$ for $\alpha = 100\lambda$.

In Fig. 11, simulations of images with 5λ defocus for an optical system with $F/\# = 2.50$ and JFPM with $p = 10$ and a defocused optical system with $F/\# = 12.50$ are shown (assuming same exposure time in both cases). First row shows the degradation of the coded images for $SNR=37.5, 75$ (same as used for simulation in Fig. 10 with $\sigma = 0.01$) and 300. The second row shows the corresponding results for

$F/\# = 12.50$. Clearly, wavefront coded images show better resolution and they are less grainy for lower SNR values. For higher values, WFC images are less sharp but show less grain. Of course, noise is amplified by the deconvolution algorithm and there will be a lower limit for the SNR value from which wavefront coding technique is not efficient. [36].

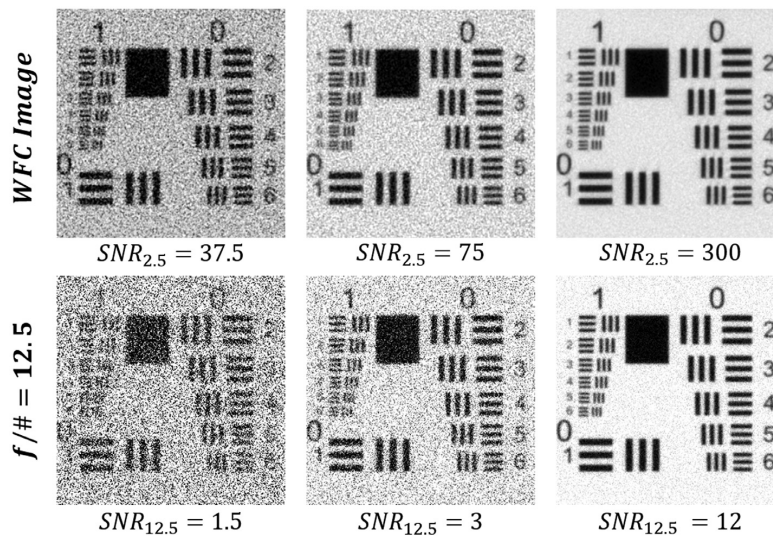


Fig. 11. Simulated images with a defocus of 5λ and different SNR values for the respective relative apertures. Upper row for WFC with $p = 10$. Lower row with $F/\# = 12.5$. Each column represents the same experimental noise conditions.

6. Conclusions

In this work we explore the use of the Jacobi–Fourier phase masks to extend the depth of focus in an optical imaging system. For the radial part we used Jacobi polynomials, $J_n, p(r)$ with integer indexes. For the azimuthal dependence, we used $\cos(3\theta)$ in order to be able to draw comparisons with the well-known trefoil phase mask used for wavefront coding. In order to get a smooth central region in the masks, we used only $n = 0$ Jacobi polynomials. For $p = 7$ JFPM become trefoil PM.

The optical system we use to simulate the performance of these masks is a lens of 10 mm diameter and 25 mm focal length ($F/\# = 2.50$). Results are shown for two different mask strengths that provide focus invariance within the interval $[-5\lambda, 5\lambda]$.

We found that values of p smaller than or equal to 7 yield decoded images with artifacts, the smaller the p value the higher the amount of artifacts. $p = 8$ performs the best for the noiseless case or for very low levels of noise and but does not enable the extension of depth of focus beyond the defocus interval. For higher level of noise, p values over 8 perform better, i.e. the higher the noise the higher the p value performs better. These results agree with the analysis of the MTF curves. For small values of p , the curves have ripples which result in the presence of artifacts in the decoded images. Larger p value give rise to softer curves and hence fewer artifacts or none at all. The higher the p value the higher the MTF values and hence the best behavior in the presence of noise. However, invariance is gradually lost as p increases, which implies that as the value of p increases, depth of focus decreases. In other words, the proper choice of the p value is a trade-off among signal to noise ratio, desired depth of focus and presence of artifacts for a given $F/\#$ of the optical system.

In any case, we can conclude that JFPM are good candidates to obtain high resolution images in wavefront coding optical systems.

Acknowledgments

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431E 2018/08. E. González Amador thanks to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT); with CVU no. 714742. Also, we thank by the support to PADES program; Award no. 2018-13-011-047.



References

- [1] Dowski ER, Cathey WT. Extended depth of field through wave-front coding. *Appl Opt* 1995;34(11):1859–66.
- [2] Dowski ER, Johnson GE. Wavefront coding: a modern method of achieving high-performance and/or low-cost imaging systems. In: Current developments in optical design and optical engineering VIII. Proc SPIE, 3779; 1999. p. 137–46.
- [3] Cathey WT, Dowski ER. New paradigm for imaging systems. *Appl Opt* 2002;41(29):6080–92.
- [4] Bagheri S, Silveira PE, de Farias DP. Analytical optimal solution of the extension of the depth of field using cubic-phase wavefront coding. Part I. Reduced-complexity approximate representation of the modulation transfer function. *JOSA A* 2008;25(5):1051–63.
- [5] Ferran C, Bosch S, Carnicer A. Design of optical systems with extended depth of field: an educational approach to wavefront coding techniques. *IEEE Trans Educ* 2012;55(2):271–8.
- [6] Carles G. Analysis of the cubic-phase wavefront-coding function: physical insight and selection of optimal coding strength. *Opt Laser Eng* 2012;50(10):1377–82.
- [7] Nhu V, Fan Z, Minh NP, Chen S. Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems. *Opt Eng* 2015;54(3):035103.
- [8] Pallero-Sandoval O, Aguilar JF, Berriel-Valdos LR. Phase mask coded with the superposition of four Zernike polynomials for extending the depth of field in an imaging system. *Appl Opt* 2014;53(18):4033–8.
- [9] Muyo G, Singh A, Andersson M, Huckridge D, Wood A, Harvey AR. Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens. *Opt Express* 2009;17(23):21118–23.
- [10] Prasad S, Torgersen TC, Pauca VP, Plemmons RJ, van der Gracht J. Engineering the pupil phase to improve image quality. In: Visual information processing XII. Proc SPIE, 5108; 2003. p. 1–13.
- [11] Zhao H, Li Y. Analytical and experimental demonstration of depth of field extension for incoherent imaging system with a standard sinusoidal phase mask. *Chinese Opt Lett* 2012;10(3):031101.
- [12] Takahashi Y, Komatsu S. Optimized free-form phase mask for extension of depth of field in wavefront-coded imaging. *Opt Lett* 2008;33(13):1515–17.
- [13] Yang Q, Liu L, Sun J. Optimized phase pupil masks for extended depth of field. *Opt Comm* 2007;272(1):56–66.
- [14] Chen S, Fan Z. Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems. *Opt Lett* 2014;39(7):2171–4.
- [15] Zhao H, Li Y. Performance of an improved logarithmic phase mask with optimized parameters in a wavefront-coding system. *Appl Opt* 2010;49(2):229–38.
- [16] Zhao H, Li Y. Optimized logarithmic phase masks used to generate defocus invariant modulation transfer function for wavefront coding system. *Opt Lett* 2010;35(15):2630–2.
- [17] Zhou F, Li G, Zhang H, Wang D. Rational phase mask to extend the depth of field in optical-digital hybrid imaging systems. *Opt Lett* 2009;34(3):380–2.
- [18] Acosta E. Adaptive phase plates for optical encoding systems invariant to second-order aberrations. *Opt Comm* 2011;284(16-17):3862–6.
- [19] Prasad S, Torgersen T, Pauca VP, Plemmons R. Integrated optics systems for image quality control. In: Proc. AMOS technical conf; 2002.
- [20] Kubala K, Dowski E, Cathey WT. Reducing complexity in computational imaging systems. *Opt Express* 2003;11(18):2102–8.

- [21] Arnison MR, Cogswell CJ, Sheppard CJ, Török P. Wavefront coding fluorescence microscopy using high aperture lenses. *Opt Imag Micr* 2003;87:143–65.
- [22] Acosta E, Arines J. Optical-digital system invariant to eye aberrations for retinal imaging. *Inv Ophthalmol Visual Sci* 2012;53(14) 3098–3098.
- [23] Arines J, Hernandez RO, Sinzinger S, Grewe A, Acosta E. Wavefront-coding technique for inexpensive and robust retinal imaging. *Opt Lett* 2014;39(13): 3986–3988.
- [24] Bhatia AB, Wolf E. On the circle polynomials of Zernike and related orthogonal sets. *Math Proc Cambridge Philos Soc* 1954;50(1):40–8.
- [25] Camacho-Bello C, Toxqui-Quitl C, Padilla-Vivanco A, Bález-Rojas JJ. High-precision and fast computation of Jacobi–Fourier moments for image description. *JOSA A* 2014;31(1):124–34.
- [26] Born M, Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Oxford: Pergamon Press; 1970.
- [27] Abramowitz M, Stegun IA. Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables.. Dover, New York: Ninth Dover Printing, Tenth GPO Printing Edition; 1954.
- [28] Dorronsoro C, Guerrero-Colon JA, Marta C, Infante JM, Portilla J. Low-cost wavefront coding using coma and a denoising-based deconvolution. In: Current developments electro-optical and infrared system technology and applications IV. Proc SPIE, 6737; 2007. p. 67370E.
- [29] Goodman JW. Introduction to Fourier optics. McGraw-Hill; 1968.
- [30] Voelz DG. Computational Fourier optics: a Matlab tutorial. Bellingham, WA: SPIE Press; 2011.
- [31] Mo X., Wang J. Phase transfer function based method to alleviate image artifacts in wavefront coding imaging system. In International symposium on photoelectronic detection and imaging 2013: infrared imaging and applications. Proc SPIE 8907 89074H.
- [32] Demenikov M, Harvey AR. Image artifacts in hybrid imaging systems with a cubic phase mask. *Opt Express* 2010;18(8):8207–12.
- [33] Scrymgeour DA, Adelsberger K, Boye R. Advanced imaging optics utilizing wavefront coding. Sandia National Lab.; 2015. (SNL-NM).
- [34] Gonzalez RC, Woods RE. Digital image processing. Prentice Hall; 2002.
- [35] Riedl M. Optical design fundamentals for infrared systems. 2nd ed. Bellingham, WA: SPIE Press; 2001.
- [36] Adelsberger K, Boye R, Zavislan J. Noise as a design constraint in broadband wavefront coded optical systems. International optical design conference. Optical design conference. Optical Society of America.; June 2014. IW1A-5.

10.2 ARTÍCULO 2: IMPROVEMENT OF RETINAL IMAGES AFFECTED BY CATARACTS



Artículo 2:

González-Amador E, Arines J, Charlón P, Garcia-Porta N, Abraldes MJ, Acosta E. Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts. Photonics. 2022; 9(4):251.

Las imágenes del fondo de ojo se utilizan en el diagnóstico clínico para la detección y evaluación de trastornos de la retina. Cuando las imágenes de la retina se degradan por dispersión debido a opacidades de los tejidos del ojo, la detección precisa de anomalías se complica dependiendo del grado de opacidad. Este artículo presenta un estudio de prueba de concepto sobre el uso de la técnica de ecualización de histograma adaptativa limitada por contraste (CLAHE) para una mejor visualización de imágenes del fondo de ojo para diferentes niveles de borrosidad debido a diferentes etapas de las cataratas. El procesamiento se realiza en tres espacios de color diferentes: RGB, CIELAB y HSV, con el objetivo de encontrar cuál realza mejor las características de diagnóstico omitidas debido al desenfoque. Los resultados experimentales muestran que algunas características del fondo de ojo que no son observables a simple vista pueden detectarse en algunos de los colores espaciales procesados con el método propuesto. En este trabajo, también desarrollamos y proporcionamos un proceso de imágenes en línea, que permite a los médicos ajustar los parámetros predeterminados del algoritmo para una mejor visualización de las características de las imágenes del fondo de ojo. También permite la elección de una región de interés (ROI) dentro de las imágenes que proporciona una mejor visualización de algunas características que las mejoradas por el procesamiento de la imagen completa.

Article

Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts

Enrique Gonzalez-Amador^{1,2} , Justo Arines^{3,4,*} , Pablo Charlón^{5,6}, Nery Garcia-Porta³, Maximino J. Abrales^{7,8} and Eva Acosta^{2,4}

- ¹ Optics Laboratory, Universidad Politécnica de Tulancingo, Calle Ingenierías 100, Tulancingo 43629, Mexico; enrique.amador@upt.edu.mx
 - ² Departamento de Física Aplicada, Facultad de Física, Campus Vida, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain; eva.acosta@usc.es
 - ³ Departamento de Física Aplicada, Facultad de Óptica y Optometría, Campus Vida, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain; nery.garcia.porta@usc.es
 - ⁴ iMatus Research Institute, Campus Vida, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain
 - ⁵ Instituto Oftalmológico Victoria de Rojas, 15009 A Coruña, Spain; pcharlon@gmail.com
 - ⁶ Hospital HM Rosaleda, 15701 Santiago de Compostela, Spain
 - ⁷ Service of Ophthalmology, Complejo Hospitalario Universitario de Santiago de Compostela, 15706 Santiago de Compostela, Spain; maximinojose.abrales@usc.es
 - ⁸ CIMUS, University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain
- * Correspondence: justo.arines@usc.es

Abstract: Eye fundus images are used in clinical diagnosis for the detection and assessment of retinal disorders. When retinal images are degraded by scattering due to opacities of the eye tissues, the precise detection of abnormalities is complicated depending on the grading of the opacity. This paper presents a concept proof study on the use of the contrast limited adaptive histogram equalization (CLAHE) technique for better visualization of eye fundus images for different levels of blurring due to different stages of cataracts. Processing is performed in three different color spaces: RGB, CIELAB and HSV, with the aim of finding which one better enhances the missed diagnostic features due to blur. The experimental results show that some fundus features not observable by naked eye can be detected in some of the space color processed with the proposed method. In this work, we also develop and provide an online image process, which allows clinicians to tune the default parameters of the algorithm for a better visualization of the characteristics of fundus images. It also allows the choice of a region of interest (ROI) within the images that provide better visualization of some features than those enhanced by the processing of the full picture.

Keywords: retinal images; eye opacities; cataracts; CLAHE; RGB; CIELAB; HSV



Citation: Gonzalez-Amador, E.; Arines, J.; Charlón, P.; Garcia-Porta, N.; Abrales, M.J.; Acosta, E. Improvement of Retinal Images Affected by Cataracts. *Photonics* **2022**, *9*, 251. <https://doi.org/10.3390/photronics9040251>

Received: 1 March 2022
Accepted: 8 April 2022
Published: 10 April 2022

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



studied within the past decades to detect early stages of pathological processes that affect the retina. Most of these studies have focused on increasing the contrast of the arteriovenous tree to detect vascular diseases such as diabetic retinopathy [5–8]. Moreover, the ongoing efforts primarily focus on automatization of the detection thanks to artificial intelligence and neural networks not only in fundus photographs but also in Optical Coherence Tomography (OCT) images [9–11].

OCT [12,13] and Scanning Laser Ophthalmoscopy (SLO) [14] have changed clinical practice and opened new areas of understanding. However, they are not available to all eye care centers whereas the fundus cameras are. Retinal fundus images are widely and routinely used in the clinic to diagnose and monitor many ocular diseases.

Different studies have researched the improvement of the quality of retinal images aiming to color improvement for detection of the blood vessels, but only a few have included some slightly blurry images due to cataracts [13,15,16]. Moreover, the processing was performed on a grey level image or on the green channel to improve vessel detection. To our knowledge, a method focused on the improvement of color retinal images blurred by different grades of cataracts designed to facilitate the clinical evaluation of retinal diseases has not been provided.

The aim of this work is to present a method to improve blurred images of the eye fundus degraded by cataracts for easing the clinical assessment of retinal pathologies. The method uses the CLAHE (contrast limited histogram equalization) algorithm, which enhances the local contrast of the images [17]. We show the improvement in terms of feature identification achieved in images blurred by cataracts of different severity in three different color spaces, RGB, CIELAB and HSV. The processed images are easier to interpret, showing better delimitation of retinal exudates, unseeing microaneurysm or hyalinized vessels, among other features.

The scheme of the paper is as follows. In Section 2, we provide the grading cataractous opacities leading to different levels of blur in the eye fundus images, the materials used to acquire the images and the methodology proposed. In Sections 3 and 4, we present the results and the discussion. Finally, in Section 5, we present the conclusions.

2. Background and Method

Cataract classification: Many grading systems have been proposed to classify cataract severity. In this work, we follow the Lens Opacity Classification System II, LOCS II [18], which has four grades, classified depending on the quality of the retinal fundus images, and is commonly used in clinical settings, as well as in some methods for automatic grading [19].

- Grade I or non-cataract corresponding to clear lens or early cataract: The lens is still clear, but patients begin to feel visual discomfort; nevertheless, the retinal images are clear.
- Grade II or mild cataract: Lens begins to be slightly opaque and eye fundus images are dimmed. Small details of fundus images begin to fade out.
- Grade III or moderate cataract: The opacity of the lens has increased, and images are blurred.
- Grade IV or severe cataract: The cataract is very dense and features of the eye fundus can be hardly detected.

Materials: We used two sets of images. The first set was 15 images taken from a public database of retinal images taken in presence of cataracts (<https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset>) (accessed on 10 February 2022) [20]. These images present two different sizes (2592×1728 and 2464×1632). They were organized in three groups of five images, with groups corresponding to mild, moderate and severe cataracts, respectively. The classification, which followed LOCS II, was performed by two clinicians independently, with both clinicians being in agreement regarding the cataract stage of the images selected. The second set of 17 JPG retinal images was taken from the private database of images of the University Hospital of Santiago de Compostela (obtained with a Midriatic Retinographer NIDEK CO., LTD at the Ophthalmology Service). Before taking the images, the permission

to use them for research purposes was explained to each patient, and written informed consent was obtained. The study was conducted in accordance with the tenets of the Declaration of Helsinki. From the hospital database, we preset one image representative to each cataract stage to show how the algorithm can help to assess a better diagnostic (although the algorithm showed comparable results for all the images processes with our software). The size of these images was 2976×2976 pixels.

Computational Technique: A wide range of image processing techniques have been suggested to perform image enhancement of clear retinal images. Contrast Enhancement (CE) via histogram equalization (HE) is a method that expands the intensity distribution of a gray image to utilize all the dynamic range of the picture [21]. The method is particularly useful for dark images but not for images with varying contrast characteristics. Here, Adaptive Histogram Equalization (AHE) [22] and, later, CLAHE become more efficient [23,24]. CLAHE is designed to work adaptively on the image by enhancing contrast in several small regions called tiles or blocks. The contrast is enhanced at each tile followed by a clipping. Both parameters must be determined by the user.

Image processing: We developed the algorithm in Matlab 2021a. It consists of 5 steps:

1. The JPG image is split to RGB channels. RGB channels are converted to CIE 1976 lab (CIELAB) or HSV [25,26] channels.
2. Local histogram equalization is performed in the R and G channels of RGB, L channel for CIELAB, and V channel for HSV, respectively.
3. We use the Matlab built-in function `adapthisteq()` that uses CLAHE to enhance the contrast in the channels. This function needs three input parameters: 'NBins' is number of bins of the histogram used to improve contrast, 'NumTiles' is the size of the rectangular region where the local contrast enhancement will be performed and 'ClipLimit' is a contrast factor that avoids the oversaturation in some regions of the image. Below, we explain how we chose the default values for retinal images affected by the same stage of cataract.
4. Median filtering of processed channels for noise removal: We used the Matlab built-in function `medfilt2()` over a region of 11×11 pixels to remove high-frequency noise amplified during the local histogram equalization.
5. RGB merging, and CIELAB or HSV to RGB conversion.

Figure 1 shows the block diagram of the method.

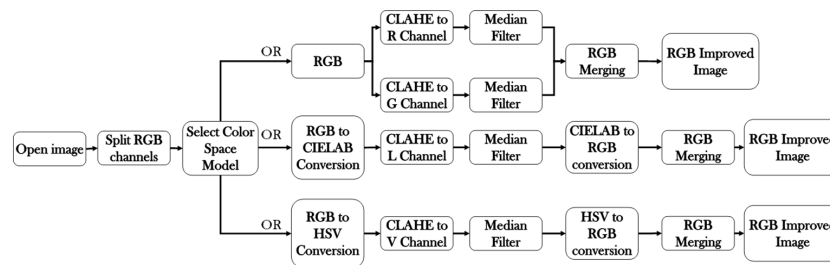


Figure 1. Block diagram of the method.

After merging, CIELAB and HSV provide color images close to true color, while RGB merging provides false color images. It is possible to adjust the color balance to obtain true color images, but we did not add this additional step in this work because we believe that image details can be more easily detected by eye professionals without this image alteration. The software (Cataract.deHaze_v1.exe) can be downloaded for its use at the webpage of the research group, <https://photonics4life.es/software/> (accessed on 6 April 2022).

How to choose CLAHE parameters:

- NTiles and NBins: NTiles defines the block size or local region around a pixel for which the histogram is equalized. This size should be larger than the size of features to

be preserved or enhanced. Moreover, the number of histogram bins used for histogram equalization within a block should be smaller than the number of pixels in the block. All images from both data sets are 8-bit images, and their size is 2592×1728 or 2464×1632 for the public dataset and 2976×2976 for our dataset. We used $NTiles = 16$ and $NBins = 256$ in all processed images presented in the manuscript. Larger values are not meaningful, and reducing the number of bins reduces the dynamic range of the output image and, therefore, the quality of enhanced details by limiting the change in intensity to improve contrast. For the images ROIs containing the optical disk presented in this work, we used $NTiles = 8$ and $NBins = 256$. Nevertheless, the developed interface allows the user to choose different values for $NBins$ and $NTiles$ depending on the bit depth and region of interest to be processed.

- **ClipLimit:** This value limits the amplification of noise or artifacts avoiding peaks in the histogram. We have processed all images for both data sets and in those without cataracts or mild cataracts we found that **ClipLimit** values between 0.05 and 0.3 provided the best results being 0.1 the one that fitted for most of images. For moderate cataracts values range from 0.1 to 0.3 being 0.2 the one that fitted for most of them. For severe cataracts the range goes from 0.1 to 0.5 being 0.3 the one that provided best results for most of images. These values apply to all channels of the different color maps. We must point out here that the quality of processed images does not change dramatically with **ClipLimit** values in the above mentioned ranges, leaving the choice to the user.
- In all cases we found that 0.2 can be considered as the default value for ROI's of about 600×600 pixels containing the optical disk.

3. Results

In Figures 2–4, we show images selected from the public database obtained as representative cases of mild, moderate and severe cataracts, and processed in the three color spaces, RGB, CIELAB and HSV.

In Figures 5–8, we show four images obtained under no cataract, mild, moderate and severe cataracts levels, taken at the Ophthalmology Service of the University Hospital of the University of Santiago de Compostela. These images were chosen to show the enhancement obtained for different grades of cataracts in retinas showing different pathological features. These figures are labeled with small letters placed close to pathological details for discussion.

In Figure 9, we show a snapshot of the interface of the software. In the menu, the retinal image must be loaded. The processed image appears in the screen automatically. The default parameters needed by the CLAHE algorithm are set as those explained above, but the program makes it possible to choose all of them depending on the characteristics of the pictures provided by different retinographers. The program also allows the selection of rectangular regions of interest (ROI) within the image where details want to be detected.

In Figure 10, we show the results of applying the algorithm for the CIELAB color space in the region of the optic disc, allowing for an improved visualization of its vascularization, which may help in the early detection of neovascularization associated to pathologies such as proliferative diabetic retinopathy.

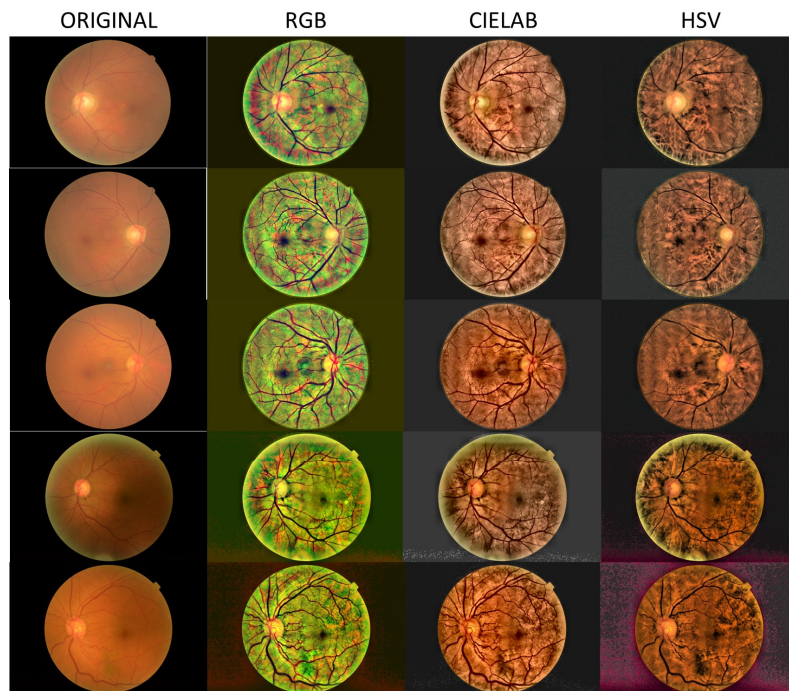


Figure 2. Processed images for the case of mild cataract.

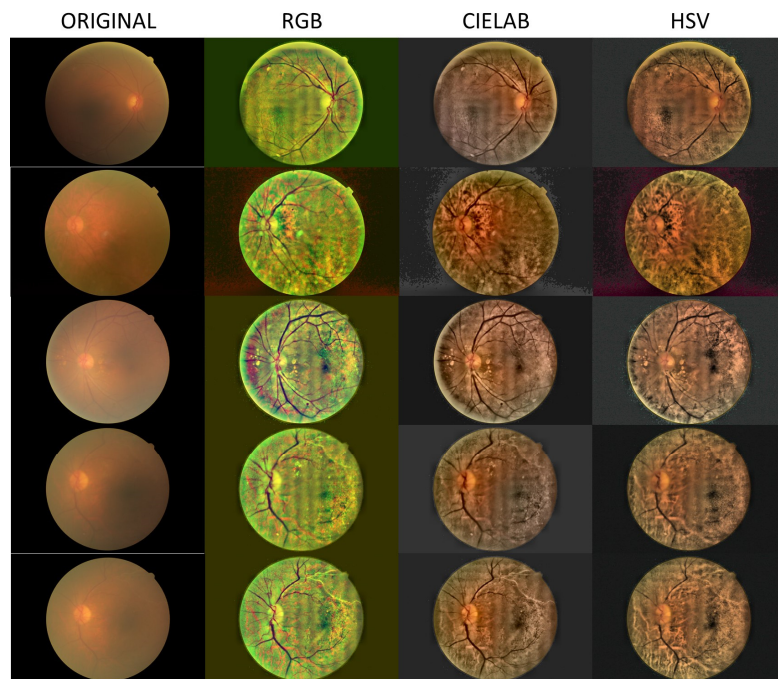


Figure 3. Processed images for the case of moderate cataract.

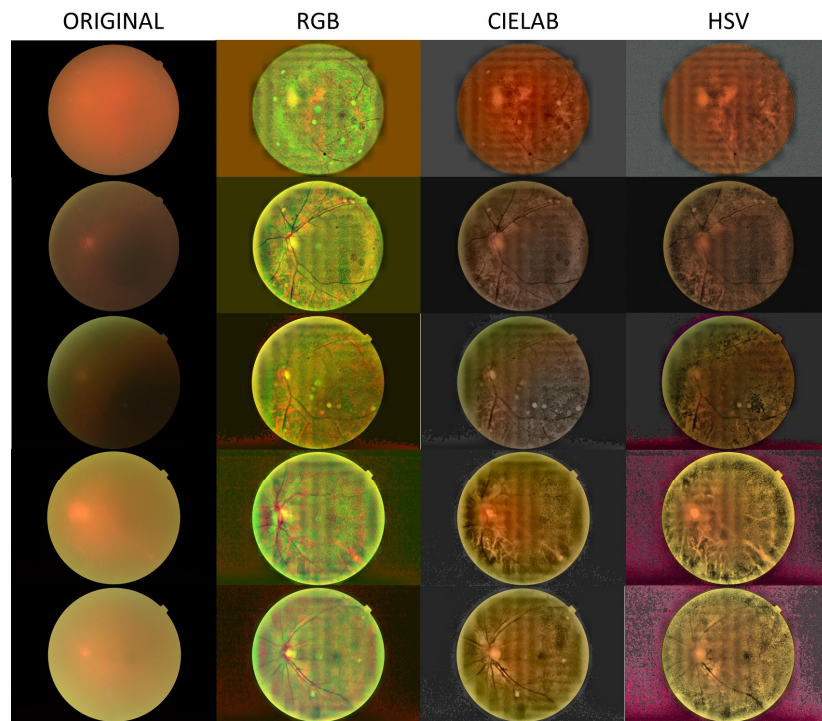


Figure 4. Processed images for the case of severe cataract.

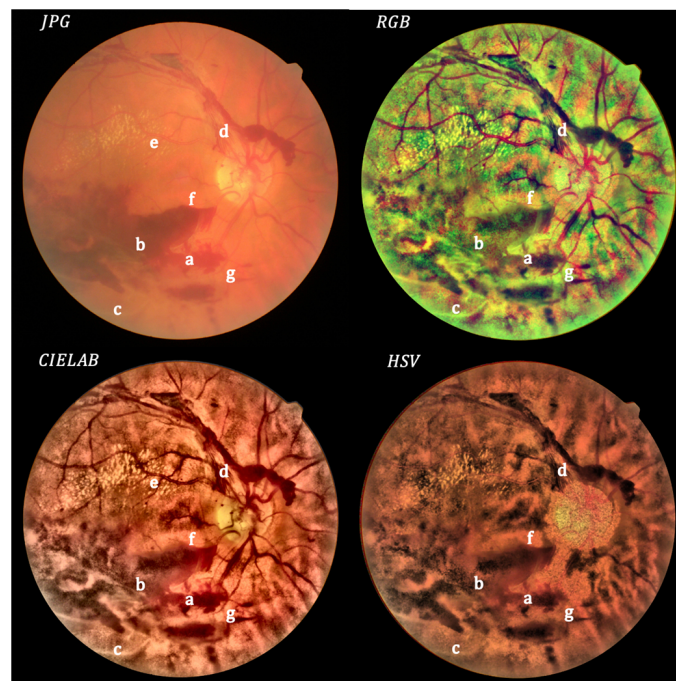


Figure 5. Non-cataract: original (upper left) and processed images.

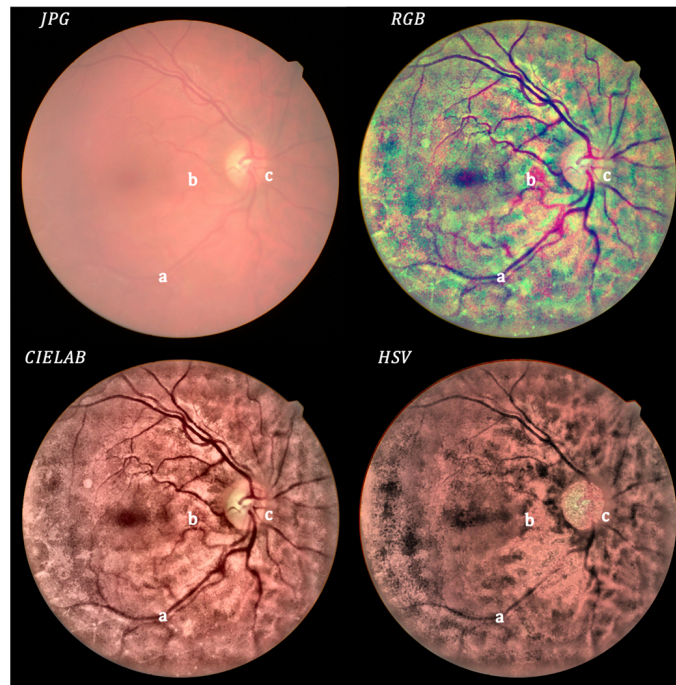


Figure 6. Mild cataract: original (upper left) and processed images.

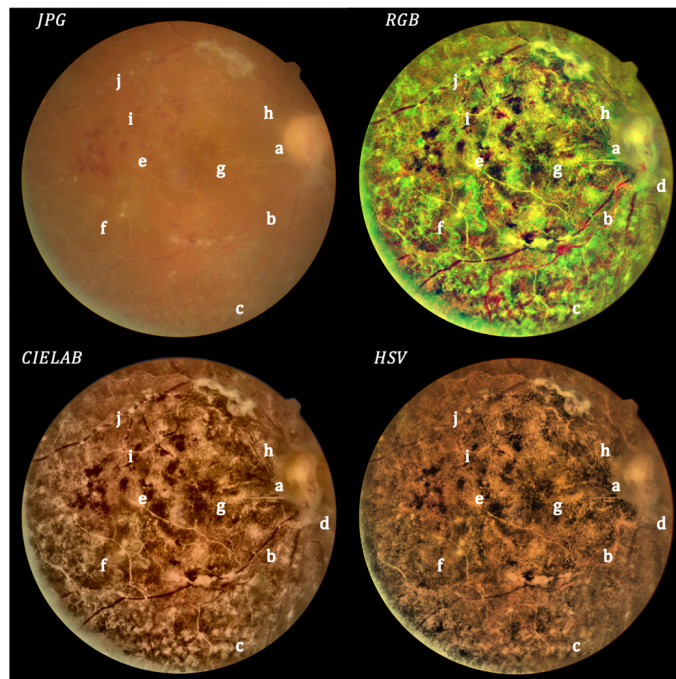


Figure 7. Moderate cataract: original (upper left) and processed images.

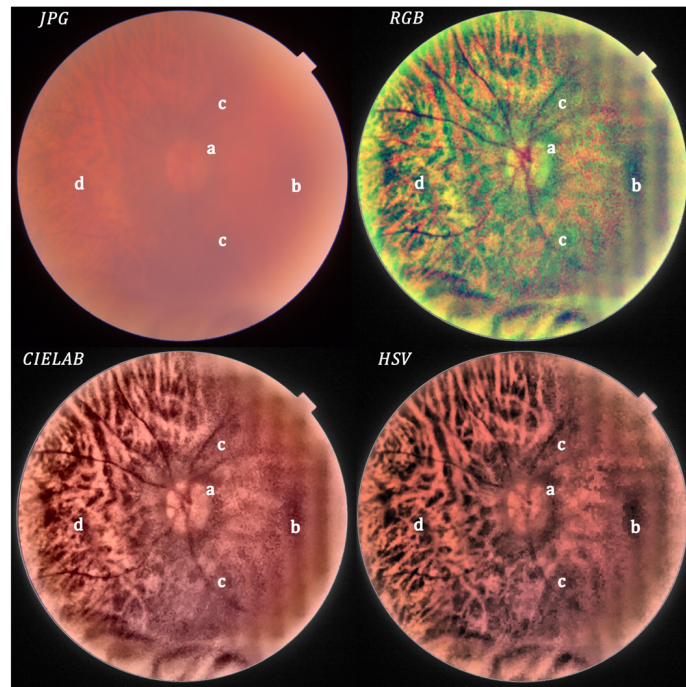


Figure 8. Severe cataract: original (upper left) and processed image.

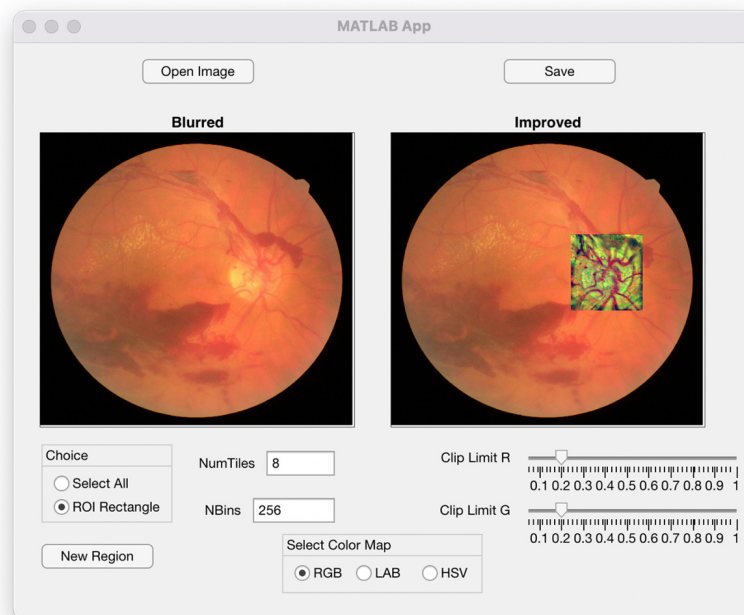


Figure 9. Image of the menu used for running the algorithm.

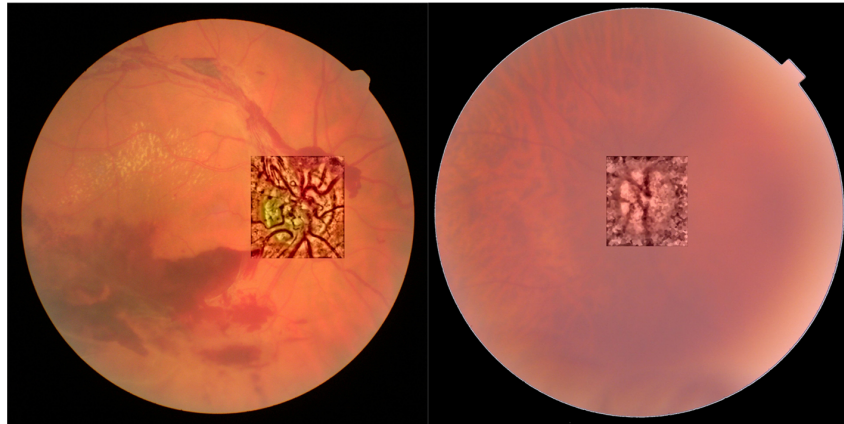


Figure 10. Optical disc region for non-cataract with bleeding (left) and severe cataract (right).

4. Discussion

Figures 2–4 show a general trend, with the enhancement provided by the algorithm depending on the grade of the cataract. Images processed in the CIELAB color space provide good retinal details, while the HSV images show a clearer choroid. The RGB images are a mixture of CIELAB and HSV images, facilitating the identification of the nature of the lesions. For example, in the first row of Figure 2, the RGB space helps the detection of the damaged region in the nasal parafovea. In the third row of Figure 3, the image obtained in the CIELAB space shows clearly how the peripapillary exudates. In this image, the RGB version shows the presence of hemorrhage in the inferotemporal arcade with greater detail. In Figure 4 (severe cataract,) the software allows the detection of the optic disc and vasculature, and the visualization of the macular region with enough quality to detect relevant lesions.

Figures 5–8 show the results obtained from some of the images obtained at the University Hospital of Santiago de Compostela. Again, the increase of the contrast and visualization of details is noticeable for the RGB and CIELAB images, allowing for a faster identification of most of the retinal structures.

In Figure 5, corresponding to non-cataract, the original image is clear. After processing, details arise in the RGB and CIELAB images, whereas not much improvement can be seen for the HSV images, in which the optic disk is missing. The processed image allows a good visualization of the fibrovascular proliferations (a), hemorrhages (b) and hyalinized vessels (c). Note the excellent visualization of blood flow fragmentation in a superior temporal vessel (d), specially for the RGB case, due to the false color. The extension of the hard exudates (e) is easier to delimit, being higher than expected considering the unprocessed image. The processed image shows an unseeing microaneurysm (f) and microhemorrhage (g).

In Figure 6, a good enhancement can be observed between the original retinography and the processed images, mainly for the RGB and CIELAB color spaces. The processed images clearly show the superficial retinal vascular plexus (a). The presence of preretinal hemorrhagic (b) and neovascularization (c) can also be observed. The optic nerve is well defined.

Figure 7 shows an intense blurring in the original retinography, while the processed images in RGB and CIELAB allow a good visualization of the optic nerve (a), retinal vessels (b), chorioretinal tapetum (c), fibrovascular tissue (d) and hemorrhage (e). In addition, the impacts of photocoagulation (f) can be better identified. Macula visualization (g) is much better than in the original image, making it possible to observe the health of pigmentary epithelium and the shining of the epiretinal membrane (h), which are not visible in the

original image. In addition, it is easier to identify hyalinized vessels (i) and blow flow fragmentation in the superior temporal vessel (j).

In Figure 8, the processed image in RGB and CIELAB shows very good resolution, enabling the observation of the optic disc (a), macula (b), superficial retinal vascular plexus (c) and chorioretinal tapetum (d) in comparison to the unprocessed image.

All retinal features and pathologies were analyzed by the clinicians, who are the coauthors of this work. They agreed and recognized the different retinal features and did not find artifacts that could resemble retinal details. Artifacts in the shape of lines or squares appear always in severe cataracts. In mild and moderate cataract images, artifacts appear in the blurry regions close to the edges of the images. Therefore, the appearance of these artifacts is closely related to the degree of blurriness of the image. The spatial frequency of the lines or squares depends on the block size. The bigger the value of NTiles, the higher the frequency of the artifacts.

Finally, in Figure 11, we show the grey profiles along one vessel in two of the images presented in this work, which clearly show the enhancement of details for the different colormaps. These profiles are commonly used for automatic detection of vasculature in retinal images [10].

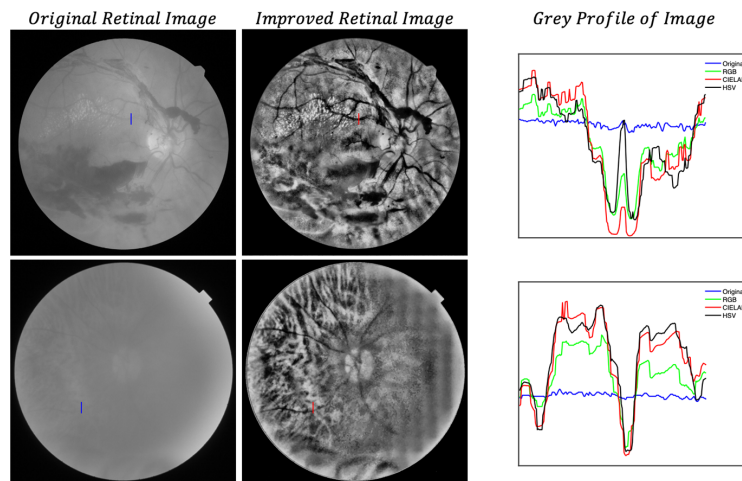


Figure 11. Grey profiles along vertical lines drawn in the images. Grade I cataract (upper row) and grade IV cataract (lower row). BW original image (left column); BW improved CIELAB image (central column); grey profiles in arbitrary units (right column).

5. Conclusions

Cataracts reduce the contrast of retinal images, impairing the identification of the structures and signs of ocular and systemic pathologies. Therefore, the development of image processing strategies oriented to remove the blur induced by cataracts of different stages is of relevance not only for visual exploration of the retina, but also for automatic diagnosis. The present work is a concept probe study where we tested the proposed algorithm with 15 images from a public database and 17 images from our own database. In these images, the clinicians involved in the study did not identify any false features that could have been induced by the image processing algorithm. Our work shows the benefits of improving the contrast of color images by applying the contrast limited histogram equalization method (CLAHE), in combination with high-frequency filtering, in specific channels of three different color spaces: the R and G channels for RGB images, L channel for CIELAB images, and H channel for HSV images. We showed that the proposed algorithm provides the visualization of features in the processed images that can be hardly seen or detected in the original ones. RGB and CIELAB images provided better results than

HSV ones. RGB images obtained after processing were kept in false color because they provided a better subjective identification of retinal pathological details. CIELAB processed images only needed processing in one channel, which did not sacrifice quality. HSV images provided the worse results near the optic disc. Finally, we share the interface used in our study, which can be downloaded from the webpage of our research group at <https://photonics4life.es/software/> (accessed on 6 April 2022). Future versions of the software will be also available.

Author Contributions: Conceptualization, E.A.; methodology, E.A., E.G.-A., J.A. and P.C.; software, E.G.-A., J.A. and E.A.; validation, J.A., N.G.-P., P.C. and M.J.A.; formal analysis, E.A., E.G.-A. and J.A.; investigation, E.A., E.G.-A., J.A., N.G.-P., P.C. and M.J.A.; resources, E.A. and J.A.; data curation, E.A., E.G.-A. and J.A.; writing—original draft preparation, E.A., E.G.-A., J.A. and N.G.-P.; writing—review and editing, E.A., E.G.-A., J.A. and N.G.-P.; visualization, E.A., E.G.-A. and J.A.; supervision, E.A.; funding acquisition, E.A., J.A. and N.G.-P. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This work has been funded by Ministerio de Ciencia e Innovación PID2020-115909RB-I00. Nery Garcia-Porta is supported financially by a Maria Zambrano contract at USC under the grants call for the requalification of the Spanish university system 2021–2023, funded by the European Union—NextGenerationEU.

Institutional Review Board Statement: The study was conducted in accordance with the Declaration of Helsinki, and approved by the Ethics Committee of Universidade de Santiago de Compostela for studies involving humans.

Informed Consent Statement: Written informed consent was obtained from all subjects involved in the study.

Data Availability Statement: Public database <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset> accessed on 10 February 2022).

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

- Lumbroso, B.; Rispoli, M.; Savastano, M.C. Clinical Applications of OCT SSADA Angiography in Everyday Clinical Practice. In *Clinical OCT Angiography Atlas*, 2nd ed.; Jaypee Brothers Medical Publishers: New Delhi, India, 2015.
- Tsang, S.H.; Sharma, T. *Atlas of Inherited Retinal Diseases*; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2018; pp. 139–151.
- Wang, W.; Lo, A.C. Diabetic retinopathy: Pathophysiology and treatments. *Int. J. Mol. Sci.* **2018**, *19*, 1816. [[CrossRef](#)]
- Maude, R.J.; Ahmed, B.W.; Rahman, A.H.M.W.; Rahman, R.; Majumder, M.I.; Menezes, D.B.; Abu Sayeed, A.; Hughes, L.; MacGillivray, T.J.; Borooah, S.; et al. Retinal changes in visceral leishmaniasis by retinal photography. *BMC Infect. Dis.* **2014**, *14*, 527. [[CrossRef](#)]
- Van den Berg, T.J. Intraocular light scatter, reflections, fluorescence and absorption: What we see in the slit lamp. *Ophthalmic Physiol. Opt.* **2018**, *38*, 6–25. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Abramoff, M.D.; Garvin, M.K.; Sonka, M. Retinal imaging and image analysis. *IEEE Rev. Biomed. Engine* **2010**, *3*, 169–208. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Bouhous, A.; Kemih, K. Novel encryption method based on optical time-delay chaotic system and a wavelet for data transmission. *Opt. Laser Technol.* **2018**, *108*, 162–169. [[CrossRef](#)]
- Salamat, N.; Missen, M.M.S.; Rashid, A. Diabetic retinopathy techniques in retinal images: A review. *Artif. Intell. Med.* **2019**, *97*, 168–188. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Islam, M.T.; Imran, S.A.; Arefeen, A.; Hasan, M.; Shahnaz, C. Source and camera independent ophthalmic disease recognition from fundus image using neural network. In Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Signal Processing, Information, Communication & Systems (SPICSCON), Dhaka, Bangladesh, 28–30 November 2019; pp. 59–63.
- Dash, J.; Bhoi, N. A thresholding-based technique to extract retinal blood vessels from fundus images. *Future Comput. Inform. J.* **2017**, *2*, 103–109. [[CrossRef](#)]
- Ramos-Soto, O.; Rodríguez-Esparza, E.; Balderas-Mata, S.E.; Oliva, D.; Hassanien, A.E.; Meleppat, R.K.; Zawadzki, R.J. An efficient retinal blood vessel segmentation in eye fundus images by using optimized top-hat and homomorphic filtering. *Comput. Methods Programs Biomed.* **2021**, *201*, 105949. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Meleppat, R.K.; Miller, E.B.; Manna, S.K.; Zhang, P.; Pugh, E.N., Jr.; Zawadzki, R.J. Multiscale Hessian filtering for enhancement of OCT angiography images. In Proceedings of the Ophthalmic Technologies XXIX, San Francisco, CA, USA, 2–7 February 2019; p. 108581K.

13. Peli, E.; Peli, T. Restoration of retinal images obtained through cataracts. *IEEE Trans. Med. Imaging* **1989**, *8*, 401–406. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
14. Meleppat, R.K.; Ronning, K.E.; Karlen, S.J.; Burns, M.E.; Pugh, E.N., Jr.; Zawadzki, R.J. In vivo multimodal retinal imaging of disease-related pigmentary changes in retinal pigment epithelium. *Sci. Rep.* **2021**, *11*, 16252. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
15. Russell, G.; Oakley, J.P.; McLoughlin, N.; Nourrit, V. Enhancement of color retinal images in poor imaging conditions. In Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques Proceedings, Manchester, UK, 16–17 July 2012; pp. 176–178.
16. Shen, Z.; Fu, H.; Shen, J.; Shao, L. Modeling and Enhancing Low-Quality Retinal Fundus Images. *IEEE Trans. Med. Imaging* **2020**, *40*, 996–1006. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
17. Pizer, S.M.; Johnston, R.E.; Ericksen, J.P.; Yankaskas, B.C.; Muller, K.E. Contrast-limited adaptive histogram equalization: Speed and effectiveness. In Proceedings of the First Conference on Visualization in Biomedical Computing, Atlanta, Georgia, 22–25 May 1990.
18. Chylack, L.T.; Leske, M.C.; McCarthy, D.; Khu, P.; Kashiwagi, T.; Sperduto, R. Lens opacities classification system II (LOCS II). *Arch. Ophthalmol.* **1989**, *107*, 991–997. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
19. Cao, L.; Li, H.; Zhang, Y.; Zhang, L.; Xu, L. Hierarchical method for cataract grading based on retinal images using improved Haar wavelet. *Inf. Fusion* **2020**, *53*, 196–208. [[CrossRef](#)]
20. Cataract Dataset. Available online: <https://www.kaggle.com/jr2ngb/cataractdataset/code> (accessed on 2 February 2022).
21. Zimmerman, J.B.; Pizer, S.M.; Staab, E.V.; Perry, J.R.; McCartney, W.; Brenton, B.C. An evaluation of the effectiveness of adaptive histogram equalization for contrast enhancement. *IEEE Trans. Med. Imaging* **1988**, *7*, 304–312. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
22. Hummel, R. Image enhancement by histogram transformation. *Comput. Graph. Image Process.* **1977**, *6*, 184–195. [[CrossRef](#)]
23. Zuiderveld, K. Contrast limited adaptive histogram equalization. In *Graphics gems IV*; Academic Press Professional, Inc.: San Diego, CA, USA, 1994; pp. 474–485.
24. Stark, J.A. Adaptive image contrast enhancement using generalizations of histogram equalization. *IEEE Trans. Image Process.* **2000**, *9*, 889–896. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
25. Robertson, A.R. The CIE 1976 color-difference formulae. *Color Res. Appl.* **1977**, *2*, 7–11. [[CrossRef](#)]
26. Gonzalez, R.C.; Woods, R.E. *Digital Image Processing*, 2nd ed.; Prentice Hall: Hoboken, NJ, USA, 2002; pp. 282–330.

10.3 ARTÍCULO 3: WAVEFRONT CODING WITH JACOBI-FOURIER PHASE MASKS

Artículo 3:

González-Amador, E., Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Olvera-Angeles, M., & Arines, J. "Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks", In Proc. of SPIE Vol (Vol. 11104, pp. 1110405-1), 2019.

La codificación de frente de onda es una técnica híbrida óptico-computacional que utiliza un elemento modulador de fase junto con un algoritmo de deconvolución para ampliar la profundidad de enfoque de los sistemas de imágenes. La máscara de fase codifica el frente de onda de tal manera que la función de dispersión de puntos no cambia apreciablemente en función del desenfoque. En este trabajo, la modulación se introduce mediante máscaras de fase en forma de un subconjunto de polinomios de Jacobi-Fourier. Demostraremos, tanto mediante simulaciones numéricas como mediante experimentos, que las máscaras de fase polinomiales de Jacobi-Fourier son buenas candidatas para imágenes de alta resolución en presencia de ruido.

PROCEEDINGS OF SPIE

[SPIDigitalLibrary.org/conference-proceedings-of-spie](https://spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie)

Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks

E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, M. Olvera-Angeles, J. Arines, et al.

E. González-Amador, A. Padilla-Vivanco, C. Toxqui-Quitl, M. Olvera-Angeles, J. Arines, E. Acosta, "Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks," Proc. SPIE 11104, Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XX, 1110405 (30 August 2019); doi: 10.1117/12.2523611



Event: SPIE Optical Engineering + Applications, 2019, San Diego, California, United States

Wavefront coding with Jacobi-Fourier phase masks

E. González-Amador^{*a,b}, A. Padilla-Vivanco^a, C. Toxqui-Quitl^a, M. Olvera-Angeles^{a,b}, J. Arines^c
and E. Acosta^b

^aUniversidad Politécnica de Tulancingo, Ingenierías No. 100, 43629, Hidalgo, Mexico.

^bDepartamento de Física Aplicada, Facultad de Óptica y Optometría, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, A Coruña, Spain.

^cDepartamento de Física Aplicada, Facultad de Física, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, A Coruña, Spain.

ABSTRACT

Wavefront coding is a hybrid optical-computational technique that makes use of a phase modulating element in conjunction with a deconvolution algorithm to extend the depth of focus of imaging systems. The phase mask codes the wave-front in such a way that the point-spread function do not change appreciably as a function of defocus. In this work, the modulation is introduced by phase masks in the shape of a subset of Jacobi-Fourier polynomials. We will show, by both numerical simulations and experiments that the Jacobi-Fourier polynomial phase masks are good candidates for high-resolution images under noise presence.

Keywords: Wavefront coding, Jacobi-Fourier, phase mask, trefoil phase mask, depth of focus, Gaussian noise, convolution-deconvolution.

1. INTRODUCTION

Wavefront coding (WFC) is a hybrid optical-computational technique that makes use of a phase modulating element in conjunction with a deconvolution algorithm to extend the depth of field or depth of focus (DOF) of a digital imaging system [1-2]. The trivial method for increasing DOF is to reduce the aperture of the instrument; in this way, the system presents less aberration, which results in better image quality. Nevertheless, a smaller aperture: 1) in-crases the role of diffraction, which limits the resolving power of optical instruments; and 2) reduces the amount of light that can be gathered by the system [3]. The other approach is to deconvolve the defocused images in order to deblur the out of focus regions. This approach has to main problems:

a) the response to the system (PSF) is not invariant under focus shifts and is therefore not known in most of the cases and,

b) deconvolution is an ill posed problem due to the loss of information for those special frequencies where the MTF is close or equal to zero. [4-5].

The technique known as WFC developed by Dowski and Cathey [1] proposes the simple placement of a phase mask (PM) at the exit pupil of the optical system that generates a controlled amount of third order aberrations. The aim of WFC is to modify the point spread function (PSF) in such a way that it becomes invariant over a range of distances around the image plane and MTF does not show zeroes. The coded images (intermediate images) look blurred and must be digitally filtered and an image close to diffraction-limited quality can be obtained [3].

From Dowski's proposal many shapes deriving from the original cubic phase mask solution have been proposed among them we can cite root square [4], trefoil [6], sinusoidal [7], free-form [8], among others. Recently, we have proposed a novel shape for the phase masks based on the Jacobi-Fourier polynomials [9]. These masks shape can be expressed as $r^{(p+1)/2} \cos(3\theta)$, where r denotes the radial coordinate, and the azimuthal dependence goes with $\cos(3\theta)$ same as trefoil mask. By changing the p value we obtain different shapes. We have shown by numerical simulations that the proper choice of the p value is a trade-off among signal to noise ratio, desired depth of focus and presence of artifacts. In this study, we study the performance of the masks by numerical and experimental analysis and compare with those for trefoil one which has been proven to perform better than cubic masks (less artifacts) [5,6].

This work is organized as follows: In section 2 we describe the Jacobi-Fourier phase masks (JFPM). In section 3 we analyze the optical properties of WFC system. Section 4 is devoted to show, analyze and discuss the numerical and experimental results. Lastly, in section 5 we present the conclusions.

* enrique.amador@upt.edu.mx phone (+52) 775 75 58 202

2. JACOBI-FOURIER PHASE MASK

Jacobi polynomials, $J_n(p, q, r)$, are a class of classic orthogonal polynomials in the interval $[0, 1]$, where $n \geq 0$ indexes the set of orthogonal polynomials for given p and q values, and the independent variable r will represent in this work the radial coordinate normalized to the pupil radius. [10]

The Jacobi polynomials are chosen as the radial function for the phase masks and, hence, Jacobi-Fourier phase masks (JFPM) are defined as:

$$P_{nm}(p, q, r, \theta) = J_n(p, q, r) \cos(m\theta + \theta_0), \quad (1)$$

$J_n(p, q, r)$ denotes the Jacobi polynomials, and θ is the azimuthal angle. θ_0 denotes the angle of rotated JFPM and $m \geq 0$ the azimuthal frequency. We must stress the fact that not all combinations of m, p and q provide 2D polynomials separable in the x and y coordinates. Recently, it has been shown for cubic-like PM a smooth shape of the phase in the central part of the pupil and rapid variation at the periphery leads to non-zero and stable MTFs when defocusing [4]. In a recent work [9] we have shown that $p = q$ and $n = 0$ provide these feature and good coding performance can be obtained. Here, for the simulations and experimental demonstration we restrict ourselves to these values. For $m = 1$ JFPM extent the depth of focus in the same way as coma [11] but this is not as effective as trefoil, $m = 3$ [6, 12]. Moreover, when $p = 7$ and $m = 3$ the corresponding JFPM becomes trefoil aberration which has been shown to perform better than the pure cubic mask originally proposed by Dowski [1], and hence the results for the JFPM proposed here will be compared with those for trefoil one. Thus we will use

$$P_{0,3}(p, p, r, \theta) = J_0(p, p, r) \cos(3\theta + \theta_0), \quad (2)$$

3. OPTICAL PROPERTIES OF WFC SYSTEM WITH JFP PHASE MASK

For the numerical and experimental analysis, we considered an optical system consisting of a lens with a focal length of 100 mm and pupil diameter of 5 mm. The object is set at infinity illuminated with a monochromatic with a central wavelength of 632 nm. The JFPM is placed at the lens plane. We illustrate the results with the object at infinity for simplicity, but both the numerical and experimental analysis are also valid for any set of conjugated planes. For the numerical simulations the object and the PSF were convolved to simulate the intermediate image at high sampling rate, this image was then downsampled by factor to eight, resulting in $6.45 \mu\text{m}$ pixels, to simulate the image captured by our experimental recording device. In order to analyze the performance of the mask in presence of noise we added random Gaussian noise to the intermediate coded images. Fourier transform of the intermediate image and Wiener filtering provide the final decoded images.

The generalized pupil function $\Pi_{n,p}(r, \theta)$ for the optical system can be expressed as:

$$\Pi_{n,p}(r, \theta) = \begin{cases} \exp[ik \phi_{n,p}(r, \theta)] & \text{if } r \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (3)$$

where

$$\phi_{n,p}(r, \theta) = \alpha r^{\frac{p-1}{2}} \cos(3\theta - \pi/4) + W_{20} r^2, \quad (4)$$

α denotes the strength of the phase, $k = 2\pi/\lambda$ is the wave number, λ the wavelength, r the radius of the lens which has been normalized to unity and W_{20} represents the defocus

Figure 1 show the contour maps for $\alpha = 100\lambda$, we can observe, that the extension of the central plateau increases when the p value increases, and hence smaller PSFs.

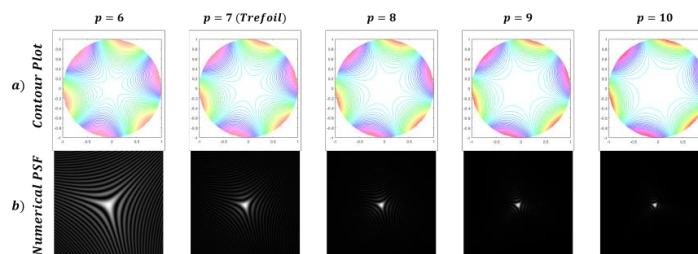


Figure 1. a) 2D contour maps for the phase mask, b) simulated PSF for JFPM and trefoil PM.

3.1 Analysis of optical properties of PM

In this section, we will analyze the modulation transfer functions (MTFs) and phase transfer function (PTFs) in X direction for the defocus interval [0,6mm] and two values of the strength, $\alpha = 7\lambda$ and $\alpha = 15\lambda$ (The choice of these values is constrained to our experimental device to mimic JFPM).

In figure 2 we plot the optical MTFs, denoted as $MTF(\alpha, W_{20})$,

Figure 3 show the PTFs of the system, $PTF_{System}(\alpha, W_{20})$, defined as:

$$PTF_{System}(\alpha, W_{20}) = PTF(\alpha, W_{20}) - PTF(\alpha, 0), \quad (5)$$

The figure show that for a given α , as p increases the amplitude of the $MTF(\alpha, W_{20})$ increases. On the other hand, as p increases there is a loss of invariance in the defocus range. All cases, the MTFs show ripples. Nevertheless, the number and height of oscillations decreases as p increases.

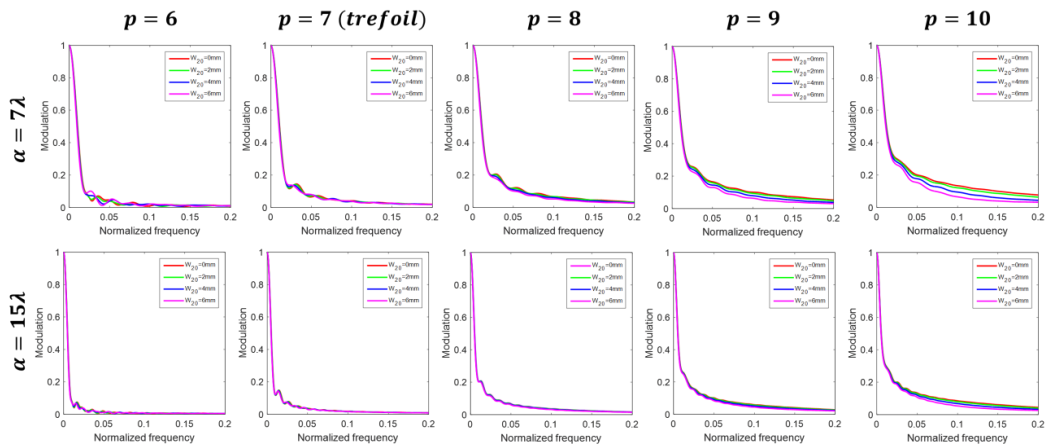


Figure 2. $MTF(\alpha, W_{20})$ corresponding to the different PM and defocus magnitudes for $\alpha=7\lambda$ and $\alpha=15\lambda$.

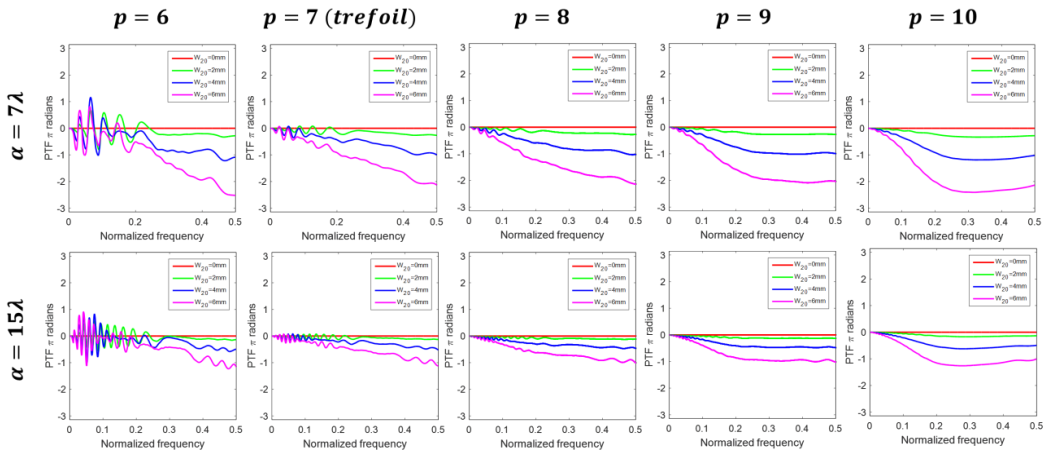


Figure 3. PTFs of system for $\alpha = 7\lambda$ and $\alpha = 15\lambda$

From figure 3, we can observe that for a given p and defocus value, as α increases the PTF becomes smaller. When $p = 6$ and $p = 7$ show an almost linear dependence between PTFs and frequencies. Nevertheless, when $p = 8$ relationship changes, where PTFs are steeper at small frequencies and change this behavior to become smooth functions that approach

asymptotically to a value. We can observe, that the value is closer to zero as p and α increases. Ripples can show for small p values, in other hand, when value of p is bigger, the oscillations are smaller or null.

4. NUMERICAL AND EXPERIMENTAL RESULTS

In previous section we describe the optical properties of the different JFPM. In this section we will compare the simulated and experimental decoded images. We used a liquid crystal display (LCDs) as spatial light modulators to generate the phase masks in our WFC system (Holoeye®, model Pluto and a camera Hamamatsu ORCA-R2 C10600-10B). Such a display allows flexible implementation of different shape and strength PMs. Nevertheless, there are some limitations, for example, the maximum α value of the PM is limited 15λ . Therefore, the values we will use for the strength of the PMs are $\alpha = 7\lambda$ and $\alpha = 15\lambda$. Two different amounts of random Gaussian noise are added to the simulated intermediate images corresponding to a $CNR = 11.96$ (low level of noise) and $CNR = 4.84$ (high level noise). These values are obtained from the experimental intermediate images [13]. Figure 4 and figure 5 show the numerical and experimental results for $\alpha = 7\lambda$, $CNR = 11.96$ and $CNR = 4.84$ respectively. On the other hand, the results when $\alpha = 15\lambda$, correspond to the figure 6 and figure 7 for $CNR = 11.96$, and figure 8 for $CNR = 4.84$.

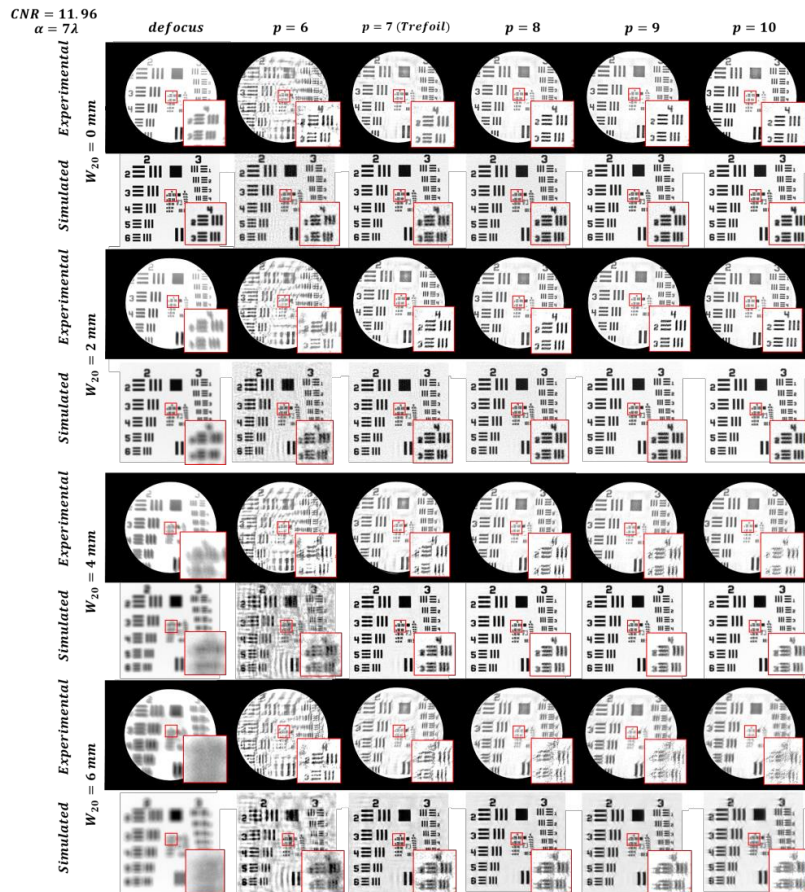


Figure 4. Experimental and corresponding simulated results for $\alpha = 7\lambda$ and $CNR = 11.96$.

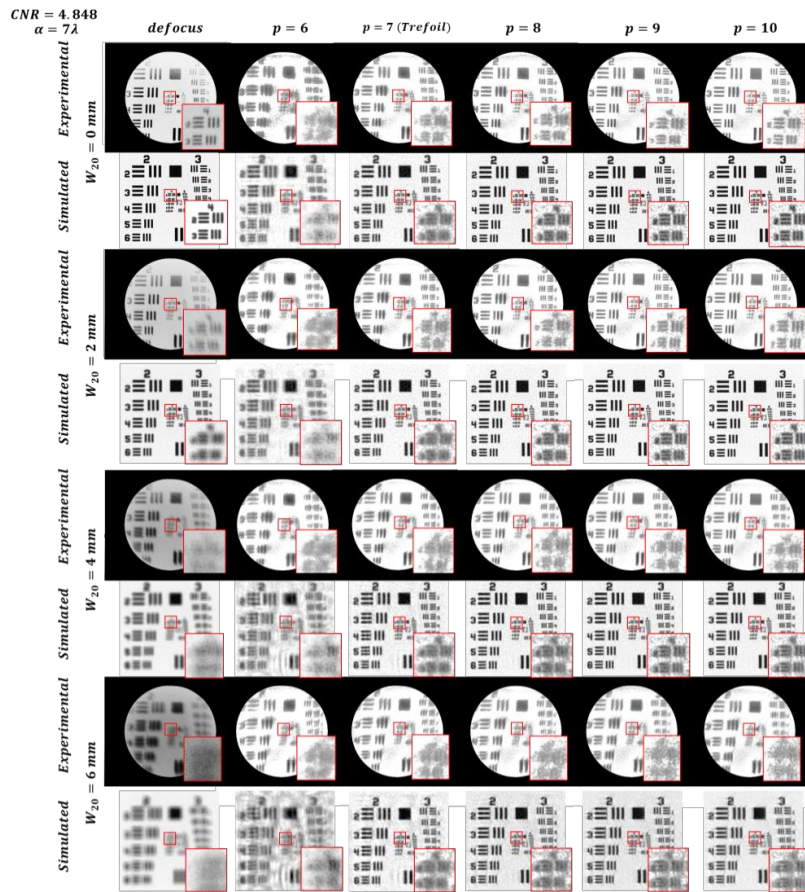


Figure 5. Experimental and corresponding simulated results for $\alpha = 7\lambda$ and $CNR = 4.848$.

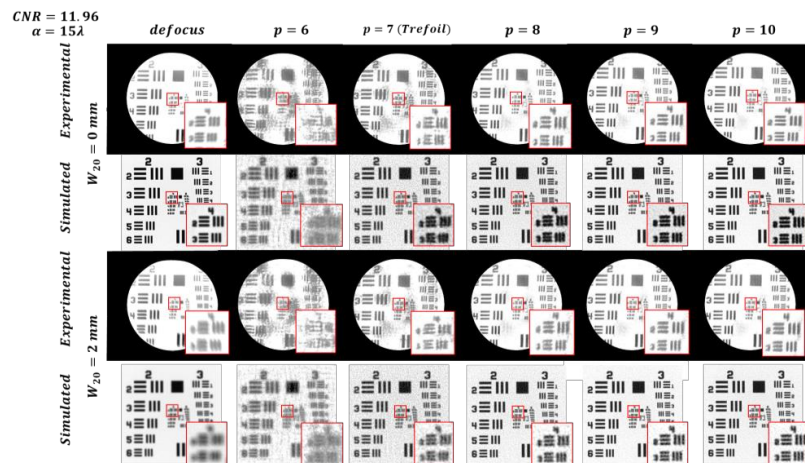


Figure 6. Experimental and corresponding simulated results for $\alpha = 15\lambda$ and $CNR = 11.96$.

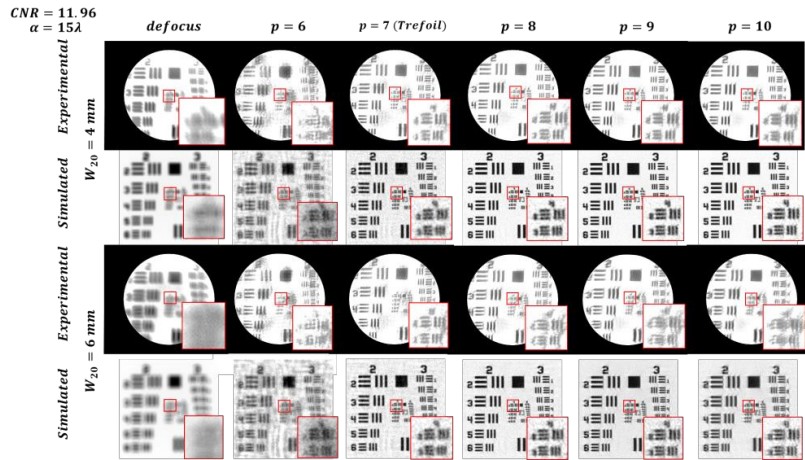


Figure 7. Experimental and corresponding simulated results for $\alpha = 15\lambda$ and $CNR = 11.96$. (Continuation of the figure 6)

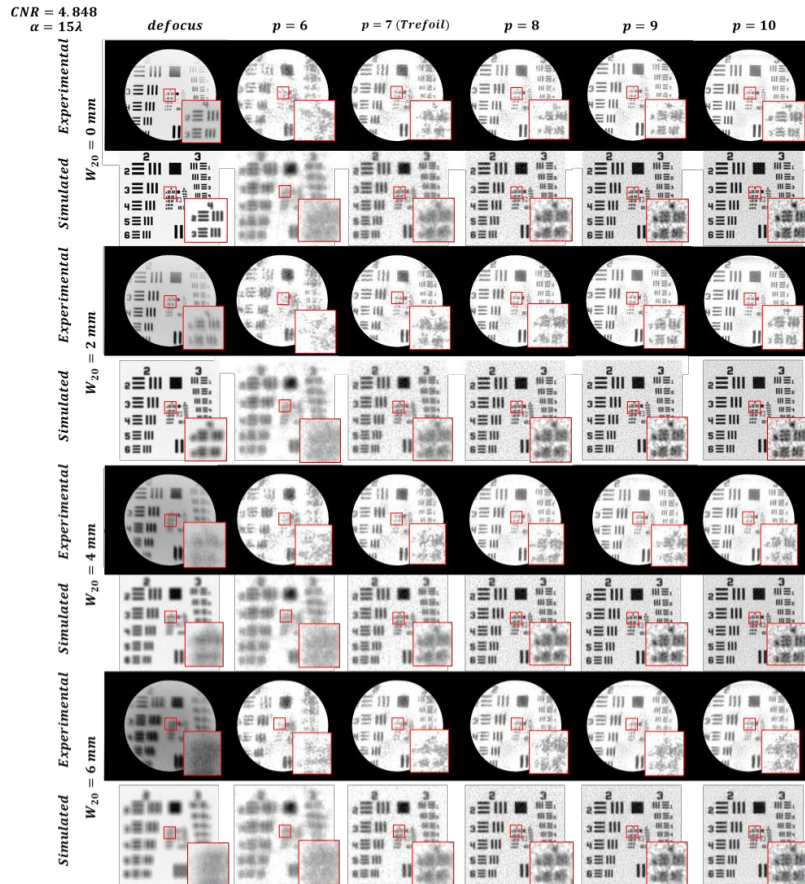


Figure 8. Experimental and corresponding simulated results for $\alpha = 15\lambda$ and $CNR = 4.848$.

4.1 Discussion

Simulated results agree with experimental ones. In all figures and in agreement with Demenikov et al [14] and Mo et al [15], we can assume that oscillations in the MTFs and related PTF's are the responsible of artifacts in the images. Artifacts due to oscillations in the high frequencies not noticeable because the MTFs are close to zero. For $p = 6$ and $p = 7$ show high oscillations in the MTFs for low frequencies whereas for higher values of p oscillations for low frequencies become very smooth or none and therefore artifacts are not noticeable. Invariance in the MTF's seems not to be important in what artifacts refer.

From the results, can be observed that grainy images are obtained. The amount of grain for a given level of noise decreases as p increases. More grain implies less details in images. Therefore, the range of defocus for small p values shrinks. The greater the value of α the grainier the images. All these results agree with the fact that the area under the $MTF(\alpha, W_{20})$ increases as p increases and/or α decreases. Noise softens artifacts but they are still visible for $p = 6$ and for $p=7$ and small defocus.

Therefore, from our point of view and for the optical system we have considered, the JFPM with $p = 8$ is the one that provides the best images for small level of noise and $\alpha = 7\lambda$ at expenses of shrink the defocus range; $p = 9$ provides the wider defocus interval and $p = 10$ the best images with an intermediate value of defocus range.

For high level of noise $p = 10$ provides the best results for both strength values but for $\alpha = 7\lambda$ the defocus range is slightly longer.

5. CONCLUSIONS

We use Jacobi-Fourier phase masks to extend the depth of focus in an optical imaging system. The radial part we used Jacobi polynomials, $J_{n,p}(\mathbf{r})$ with integer indexes. For the azimuthal dependence, we used $\cos(3\theta)$ in order to be able to draw comparisons with the well-known trefoil phase mask used for wavefront coding. In order to get a smooth central region in the masks, we used only $n = 0$ Jacobi polynomials. We found that values of p smaller than or equal to 7 yield decoded images with artifacts, the smaller the p value the higher the amount of artifacts.

For small values of p , the MTF curves have ripples which result in the presence of artifacts in the decoded images. Larger p value give rise to softer curves and hence fewer artifacts or none at all. The higher the p value the higher the MTF values and hence the best behavior in the presence of noise. However, invariance is gradually lost as p increases, which implies that as the value of p increases, depth of focus decreases. Results show that the Jacobi-Fourier phase masks are good candidates for WFC systems.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431B 2017/64 and ED431E 2018/08. E. González-Amador and M. Olvera-Angeles thank the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT); with CVU no 714742 and CVU no. 714741.

REFERENCES

- [1] Dowski, Edward R., and W. Thomas Cathey. "Extended depth of field through wave-front coding." *Applied optics* 34 (11), 1859-1866 (1995).
- [2] Dowski, Edward R., and Johnson, E. Gregory. "Wavefront coding: A modern method of achieving high performance and/or low cost imaging systems." In *Current Developments in Optical Design and Optical Engineering VIII*. Vol. 3779. International Society for Optics and Photonics, 137-146 (1999).
- [3] Ferran C, Bosch S, Carnicer A. "Design of optical systems with extended depth of field: an educational approach to wavefront coding techniques." *IEEE Transactions on Education*, 55(2), 271-278 (2012).
- [4] Nhu V, Fan Z, Minh NP, Chen S. "Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems." *Optical Engineering*, 54(3), 035103 (2015).
- [5] Muyo G, Singh A, Andersson M, Huckridge D, Wood A, Harvey AR. "Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens." *Opt Express*, 17(23), 21118-21123 (2009).
- [6] Prasad S, Torgersen TC, Pauca VP, Plemmons RJ, van der Gracht J. "Engineering the pupil phase to improve image quality." In *Visual Information Processing XII*. Proc SPIE, 5108, 1-13 (2003).

- [7] Zhao H, Li Y. "Analytical and experimental demonstration of depth of field extension for incoherent imaging system with a standard sinusoidal phase mask." *Chinese Opt Lett*, 10(3), 031101 (2012).
- [8] Takahashi Y, Komatsu S. "Optimized free-form phase mask for extension of depth of field in wavefront-coded imaging." *Opt Lett*, 33(13), 1515-1517 (2008).
- [9] González-Amador, E. Padilla-Vivanco, A., Toxqui-Quitl, C., Arines, J., and Acosta, E. "Jacobi-Fourier polynomials phase mask for wavefront coding." *Optics and Lasers in Engineering*.
- [10] Bhatia AB, Wolf E. "On the circle polynomials of Zernike and related orthogonal sets". In *Mathematical Proc Cambridge Philosophical Society*, 50(1), 40-48 (1954).
- [11] Dorronsoro C, Guerrero-Colon JA, Marta C, Infante JM, Portilla J. "Low-cost wavefront coding using coma and a denoising-based deconvolution." In *Current Developments Electro-Optical and Infrared System Technology and Applications IV*. Proc SPIE, 6737:67370E (2007).
- [12] Kubala K, Dowski E, Cathey WT. "Reducing complexity in computational imaging systems." *Opt Express*, 11(18), 2102-2108 (2003).
- [13] Timischl, F. "The contrast-to-noise ratio for image quality evaluation in scanning electron microscopy." *Scanning*, 37(1), 54-62 (2015).
- [14] Demenikov M, Harvey A R. "Image artifacts in hybrid imaging systems with a cubic phase mask." *Optics express*, 18(8), 8207-8212 (2010).
- [15] Mo X, Wang J. "Phase transfer function based method to alleviate image artifacts in wavefront coding imaging system." In *International Symposium on Photoelectronic Detection and Imaging, Infrared Imaging and Applications*. Proc SPIE, 8907 89074H (2013).

10.4 ARTÍCULO 4: NEW FAMILY OF JACOBI-FOURIER ABERRATIONS FOR WAVEFRONT CODING***Artículo 4:***

Acosta E., González Amador E., Padilla A., Arines J. (2022) New family of Jacobi-Fourier aberrations for wavefront coding, Asian J Phys, 31, 723-730.

La codificación de frente de onda es una técnica de sistema de imágenes híbrido óptico-digital que genera aberraciones utilizando una máscara de fase o un dispositivo generador de fase en la pupila de salida de un sistema óptico para extender su profundidad de enfoque. El sistema óptico genera una imagen intermedia de baja calidad borrosa por las aberraciones de la fase agregada y se obtiene una imagen final nítida mediante un proceso de deconvolución que involucra la función de transferencia óptica (OTF) de todo el sistema óptico en el plano de la imagen. Se han propuesto muchas formas para la fase añadida y se diferencian entre sí en la calidad de las imágenes decodificadas dentro de una profundidad de enfoque determinada, así como en el ruido y los artefactos transferidos a la imagen posprocesada. En este trabajo, presentaremos un nuevo conjunto de máscaras de fase basadas en polinomios de Jacobi-Fourier y mostraremos las ventajas y desventajas en comparación con la aberración trébol comúnmente utilizada.



New family of Jacobi-Fourier aberrations for wavefront coding

E Acosta¹, E González Amador^{1,2}, A Padilla² and J Arines¹

¹Department of Applied Physics, Faculty of Physics,
University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

²Department of Optics, Faculty of Optical Computing,
University Politécnica de Tulancingo, 46629 Tulancingo Hidalgo, México

Dedicated to Prof Maria J Yzuel

Wavefront coding is a hybrid optical-digital imaging system technique which generates aberrations using a phase mask or a phase generating device at the exit pupil of an optical system in order to extend its depth of focus. The optical system generates an intermediate low-quality image blurred by the aberrations of the added phase and, a sharp final image is obtained by a deconvolution process involving the optical transfer function (OTF) of the whole optical system at the image plane. Many shapes for the added phase have been proposed and they differ among each other in the quality of the decoded images within a given depth of focus as well as the noise and artifacts transferred to the postprocessed image. In this work, we will present a new set of phase masks based on Jacobi-Fourier polynomials and show the advantages and disadvantages comparing with the commonly used trefoil aberration. © Anita Publications. All rights reserved.

Keywords: Wavefront coding, Jacobi-Fourier polynomials, Trefoil aberration, Fourier transform.

1 Introduction

Wavefront coding (WFC) is a hybrid optical-computational technique using a phase modulating device (PM), as a deformable mirror, a liquid crystal device or a phase mask at the exit pupil of an imaging system encoding a controlled amount of aberration in order to extend the depth of focus (DOF) of the imaging system. The amount of aberration generated by the PM makes the Point Spread Function (PSF) and the Optical Transfer Function of the system (OTF) nearly invariant to defocus as well as to misfocus related aberration. This technique was proposed by Dowsky and Kathey [1] and it was successfully used in many applications as iris recognition [2], infrared imaging [3], fluorescent microscopy [4], ophthalmoscopy [5,6] among others. The great advantage of WFC is to increase the performance of an optical systems by increasing its DOF and at the same time it allows to reduce its cost and complexity [7].

In a previous work [5], we presented a set of aberrations in the shape of a subset of Jacobi-Fourier polynomials to overcome some issues that the trefoil aberration, generates, as noise propagation and artifacts in the decoded images. In this work, we will expand the subset to optimize the results in order to get the better ecoded images.

2 Background: Cubic and related masks

The first PM used to demonstrate the ability to increase the DOF of hybrid optical systems was a cubic mask in the shape [1]

$$S(x, y) = \alpha(x^3 + y^3), \quad (1)$$

Corresponding author

e mail: eva.acosta@usc.es (E Acosta); enrique.amador@upt.edu.mx (E González Amador)

where, α represents the strength of the PM, i.e., the half of the peak to valley (P-V) aberration generated by the PM. The key to increase the DOF is to get an OTF nearly invariant to defocus at the same time it has no zeroes and, therefore, deconvolution is not an ill posed problem. Cubic masks accomplished both conditions. Based on these results, other masks, with slight variations of the cubic masks, have been proposed: root square [8], sinusoidal [9] the exponential [10], the tangential [11], the logarithmic [12] and the rational [13] can be cited among many others.

The common feature of all these masks is the typical L shaped PSF. Nevertheless, there are differences in the corresponding OTF's what will translate into different amount of noise and artifacts of the decoded images. Next quantitative step in the shape of the PM was found by Prasad *et al* [14] and they found that trefoil PM performs much better than the cubic one. Trefoil aberration does not change the order of the polynomial defining the shape, i.e., the radial coordinate is still r^3 but the angular dependence changes as shown in Table 1:

Table 1. Phase masks		
	Cubic	Trefoil
XY Coordinates	$x^3 + y^3$	$x(x^2 - 3y^2)$
Polar Coordinates	$r^3(\cos^3\theta + \sin^3\theta)$	$r^3 \cos 3\theta$

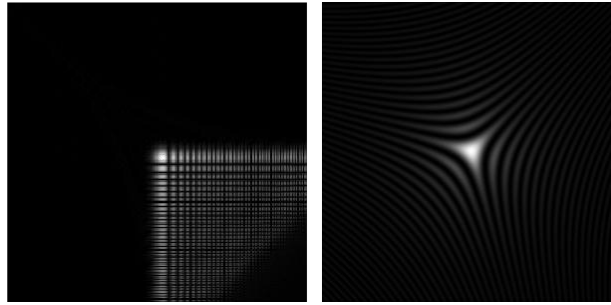


Fig 1. PSF of cubic PM (left) and trefoil PM (right).

3 Jacobi-Fourier phase masks

Recently, Nhu *et al* [8] demonstrated that a smooth shape of the PM at the central part of the pupil and a rapid variation at the periphery are important features for a PM to have a good performance. Based on these results, we proposed the use of a subset of JFP to improve the performance of a trefoil PM [15]. These JFP have the shape

$$JFP(p, m, r, \theta) \propto J_0(p, p, r) \cos(m\theta), \quad (2)$$

where, $J_0(p, p, r)$ is the Jacobi polynomial $J_n(p, q, r)$ [16] with $n = 0, p = q$, being p an integer and $m = 3$. The radial dependence of the PMs is shown in Table 2.

It can be seen that for $p = 7$ we obtain the trefoil aberration. In references [15,17] we showed that the proper choice of the p value is a trade-off among signal to noise ratio, desired depth of focus and presence of artifacts for a given $f/\#$ of the optical system: In general, we found that small values of p are related with the presence of artifacts and noise enhancement but large values of p shorten the depth of focus.

Table 2. Radial dependence of JFP PM

p	Radial dependence
6	$r^{5/2}$
7	r^3
8	$r^{5/2}$
9	r^4
10	$r^{9/2}$

In this work, in order to optimize the design of JFP PMs, we will consider p to be a rational number multiple of $N/2$, being N an integer. This provides an extra degree of freedom to optimize the performance of WFC optical systems.

In order to illustrate the work, we will show numerical simulations for an optical system with PMs whose shape has radial dependence between r^3 and r^4 as in Table 3.

Table 3. Radial dependence of JFP PM in this work#

p	Radial dependence
14/2	r^3
15/2	$r^{13/4}$
16/2	$r^{14/4}$
17/2	$r^{15/4}$
18/2	r^4

4 Numerical Simulations

In this section, we will show and analyze the performance of the five JFP PMs in Table 2. We consider an optical system with $f/2.5$ and a wavelength of $\lambda = 632$ nm. This optical system has been already analyzed in ref [15] for integer p values between 6 and 10. For a value of the strength of $\alpha = 50 \lambda$ and considering both noiseless and noisy cases, we found that p values of 6, 7 and 8 performed better. In this work, we will consider the same noise values as those provided in ref [15], but we will study the performance of JFP PMs with p value between 7 and 9. Figure 2 shows 2D contour maps of the different PMs where radius of pupil has been normalized to unity. It can be observed that as p increases the central region becomes flatter.

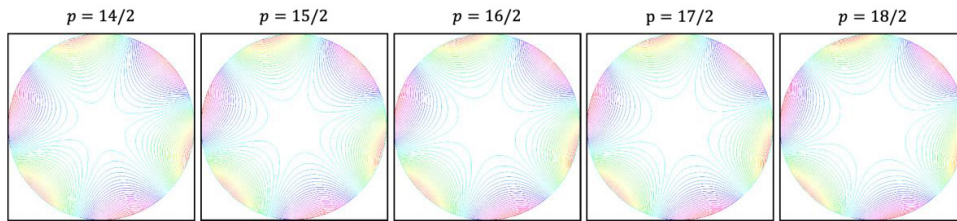


Fig 2. 2D colormaps.

Performance at four different recording planes with an amount of defocus, W_{20} , of 1λ , 3λ , 5λ and 7λ will be studied. Here,

$$W_{20} = \frac{\Delta z}{8\lambda(f/\#)^2} \tag{3}$$

where, Δz is the distance between the paraxial focal plane and the recording plane.

The OTFs were computed as the inverse discrete Fourier Transform of the PSF [18]. FFT evaluations were performed by routines provided by Matlab and sampling of the pupil plane on a grid of 4096×4096 and a pixel size at the image plane of $0.79 \mu\text{m}$ in order to work in the limit of the Nyquist theorem [18,19] and avoid extra aliasing due to undersampling of the phase at the pupil of the optical system [20].

In Fig 3, we plot the optical Modulated Transfer Functions, MTF, for the different defocus values, $MTF(W_{20})$.

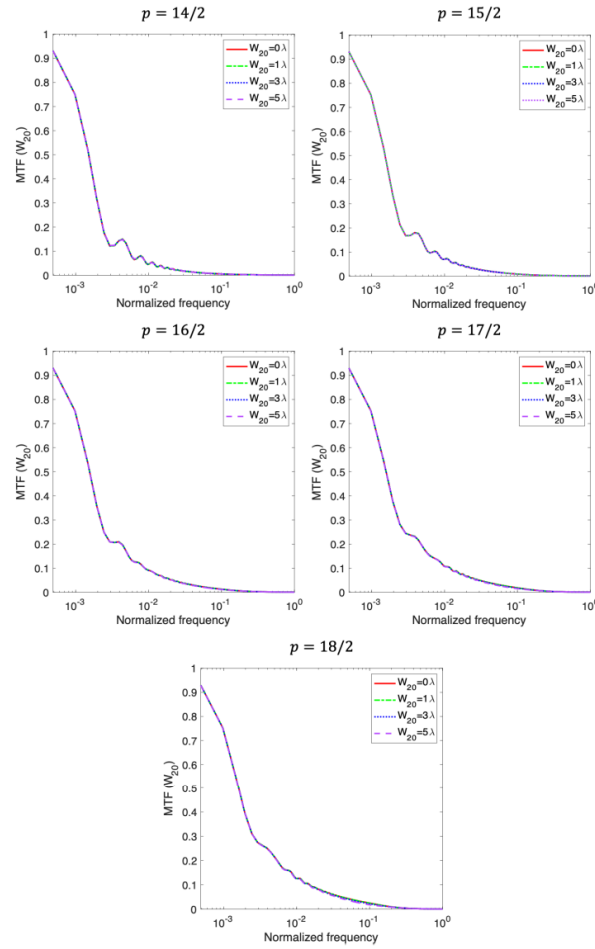


Fig 3. $MTF(W_{20})$ corresponding to the different PMs labeled by p and for different defocus values.

We can observe that in all cases none of the $MTF(W_{20})$ has zeroes, and therefore deconvolution is not an ill posed problem. As p increases the amplitude of the $MTF(W_{20})$ increases, and this will have an impact on the signal to noise ratio of the coded images, and therefore, on the quality of the decoded

images. On the other hand, as p increases, there is a slight loss of invariance in the defocus range. All $MTF(W_{20})$ show ripples or oscillations for low frequencies. The number and height of oscillations decrease as p increases. This behaviour is more evident in Fig 4, where we plot the system MTF , $MTF_{system}(W_{20})$, defined as:

$$MTF_{system}(W_{20}) = \frac{MTF(W_{20})}{MTF(0)} \tag{4}$$

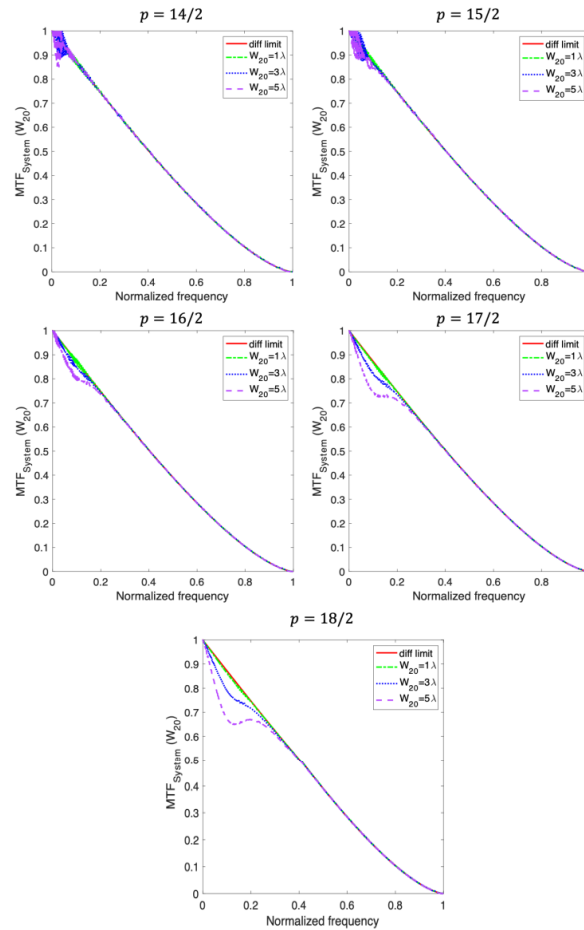


Fig 4. $MTF_{system}(W_{20})$ corresponding to the different PM labeled by p and for different defocus values.

Finally, in Figs 5 and 6, we show decoded images for the different PMs and the different defocus values. Figure 5 represents the noiseless case and Fig 6 shows the noisy one obtained by adding to the intermediate images random Gaussian noise with zero mean and two different values of standard deviation: 0.2% and 1%, of the maximum value of the gray level of the optically coded image.

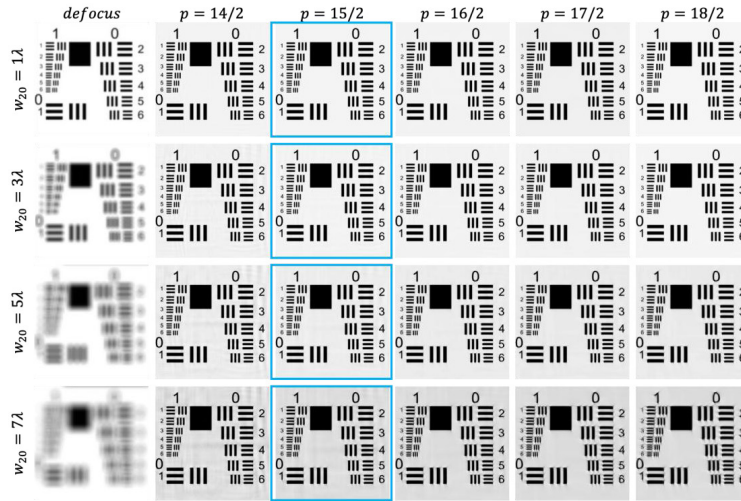


Fig 5. Decoded images with the different PM and different defocus values from intermediate free of noise images. First column shows the defocused images of the optical system without PM.

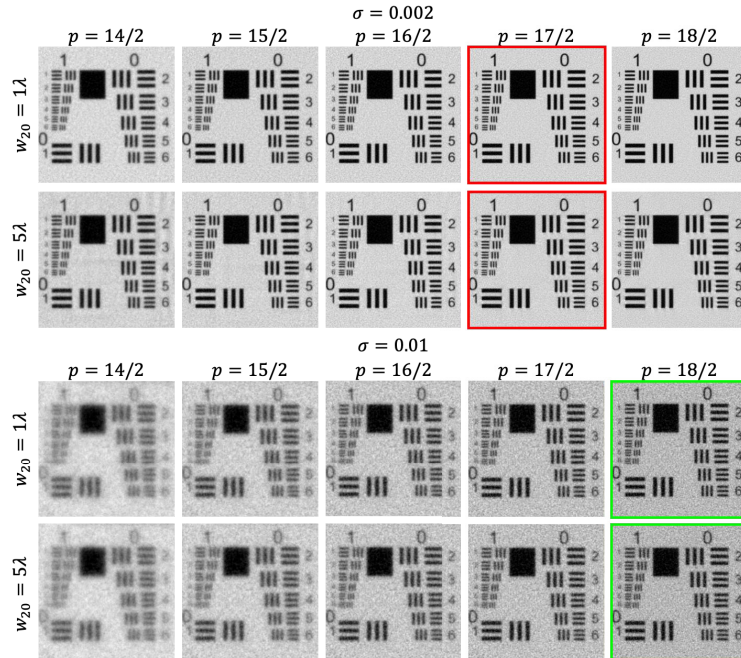


Fig 6. Decoded images with the different PM and two different defocus values from intermediate images with 0.2% added noise (upper rows) and 1% added noise (lower rows).

5 Discussion

From Fig 5 (noiseless case), we can observe that artifacts (replicas) appear for small values of p and they become more visible as defocus increases. This is due to the ripples that *MTFs* show for low frequencies, but resolution is better than that of larger p values because *MTFs* are practically invariant. On the other hand, for large values of p , images suffer distortion and artifacts at the edges of the bars. This is due to the small loss of invariance of the *MTFs* with both p and defocus. Nevertheless, there are no artifacts in the shape of replicas because *MTFs* show no oscillations for low frequencies. Here, we could say that $p = 15/2$ (blue squares) provides the best trade-off artifacts-DOF, better than the proposed $p = 16/2$ in ref [15].

From Fig 6, we can observe that noise minimizes artifacts as well as distortion for small values of p and minimizes artifacts for the large ones. Nevertheless, noise propagation is strong for small p values what makes the images loose resolution and DOF. The higher the noise, the larger should be p . Here, we could say that $p = 18/2$ (green squares) provides the best trade off artifacts-DOF-noise, as proposed in ref [15] for 1% noise, but $p = 17/2$ (red squares) performs better than $p = 16/2$ for 0.2% noise.

6 Conclusions

In this work, we explore the use of an extended subset of Jacobi-Fourier phase masks to both optimize image quality and extend the depth of focus in an WFC optical imaging system. For the radial part, we used Jacobi polynomials $J_0(p, p, r)$, being $p = N/2$, N an integer. For the azimuthal dependence, we used $\cos(3\theta)$ to compare with the Trefoil Phase Mask ($p = 14/2$).

The optical system we use to simulate the performance of these masks is an optical system with $f/\# = 2.50$ and $\lambda = 632$ nm. Results are shown for a PM strength $\alpha = 50\lambda$ that provides depth of focus up to 7λ in the best scenario.

We found that small values of p yield decoded images with artifacts, the smaller the p value the higher the amount of artifacts and the larger DOF when noise is zero or neglectable. For higher level of noise, higher values of p perform better, i.e. the higher the noise the higher the p value performs better. These results agree with the analysis of the *MTF* plots. For small values of p , the plots show ripples which result in the presence of artifacts in the decoded images. Larger p value give rise to softer curves and hence fewer artifacts. The higher the p value, the higher the *MTF* values and hence the best behavior in the presence of noise. However, invariance is gradually lost as p increases, which implies that as p increases, the depth of focus decreases. In other words, the proper choice of the p value is a trade-off among signal to noise ratio, desired depth of focus and presence of artifacts for a given $f/\#$ and this choice can be optimized if we make use of the set of JFP PM described in this work because we are adding a degree of freedom to the formula of JFP PMs proposed in ref [15].

References

1. Dowski E R, Cathey W T, Extended depth of field through wave-front coding, *Appl Opt*, 34(1995)1859–1866.
2. Barwick, D S, Increasing the information acquisition volume in iris recognition systems, *Appl Opt*, 47(2008)4684–4691.
3. Muyo G, Singh A, Andersson M, Huckridge D, Wood A, Harvey A R, Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens. *Opt Express*, 17(2009)21118–21123.
4. Arnison M R, Cogswell C J, Sheppard C J, Török P, Wavefront coding fluorescence microscopy using high aperture lenses, in *Optical Imaging and Microscopy: Techniques and Advanced Systems*, (Eds) Török P, Kao F.-J, (Springer), 2003, pp 143–165.
5. Acosta E, Olvera-Angeles M, González-Amador E, Sasian J, Schwiegerling J, Arines J, Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging, *Appl Opt*, 59(2020)G234–G238.

6. Acosta E, Arines J, Optical-digital System Invariant to eye aberrations for retinal imaging, *Investig Ophthalmol Vis Sci*, 53(2012)3098–3098.
7. Kubala K, Dowski E, Cathey WT, Reducing complexity in computational imaging systems, *Opt Express*, 11(2003)2102–2108.
8. Nhu V, Fan Z, Minh N P, Chen S, Optimized square-root phase mask to generate defocus-invariant modulation transfer function in hybrid imaging systems, *Opt Eng*, 54(2015)035103; doi.org/10.1117/1.OE.54.3.035103.
9. Zhao H, Li Y, Analytical and experimental demonstration of depth of field extension for incoherent imaging system with a standard sinusoidal phase mask, *Chin Opt Lett*, 10(2012)031101; doi: 10.3788/COL201210.031101.
10. Yang Q, Liu L, Sun J, Optimized phase pupil masks for extended depth of field, *Opt Commun*, 272(2007)56–66.
11. Chen S, Fan Z, Optimized asymmetrical tangent phase mask to obtain defocus invariant modulation transfer function in incoherent imaging systems, *Opt Lett*, 39(2014)2171–2174.
12. Zhao H, Li Y, Performance of an improved logarithmic phase mask with optimized parameters in a wavefront-coding system, *Appl Opt*, 49(2010)229–238.
13. Zhou F, Li G, Zhang H, Wang D, Rational phase mask to extend the depth of field in optical-digital hybrid imaging systems, *Opt Lett*, 34(2009)380–382.
14. Prasad S, Torgersen T C, Pauca V P, Plemmons R J, van der Gracht J, Engineering the pupil phase to improve image quality, In Visual Information Processing XII. Proc SPIE, 5108(2003)1-13; doi.org/10.1117/12.487572.
15. González-Amador E, Padilla-Vivanco A, Toxqui-Quitl C, Arines J, Acosta E, Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding, *Opt Lasers Eng*, 126(2020)105880; doi.org/10.1016/j.optlaseng.2019.105880.
16. Camacho-Bello C, Toxqui-Quitl C, Padilla-Vivanco A, Báez-Rojas J J, High-precision and fast computation of Jacobi–Fourier moments for image description, *J Opt Soc Am*, 31(2014)124–134.
17. González-Amador E, Padilla-Vivanco A, Arines J, Olvera-Angeles M, Acosta E, Choice of Jacobi–Fourier phase masks for wavefront coding under different f-number, *Jpn J Appl Phys*, 59(2020)SOOD04; doi.org/10.35848/1347-4065/ab9652.
18. Voelz D G, Computational Fourier optics: a MATLAB tutorial, (SPIE press) 2011.
19. Zhou M, Alfadhl Y, Chen X, Optimal spatial sampling criterion in a 2D THz holographic imaging system, *IEEE Access*, 6(2018)8173–8177.
20. Acosta E, González-Amador E, Arines J, Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding, *Asian J Phys*, 30(2021)1235–1241.

[Received: 02.04.2022; accepted: 01.05.2022]

10.5 ARTÍCULO 5: OPTIMIZING SAMPLING AND PADDING AT THE PUPIL PLANE FOR LIGHT PROPAGATION SIMULATIONS BASED IN FOURIER TRANSFORMS FOR WAVEFRONT CODING

Artículo 5:

Acosta, E., González-Amador, E., & Arines, J. (2021). Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier Transforms for wavefront coding. Asian J Phys, 30, 1235-1241.

La técnica de codificación de frente de onda utiliza una placa de fase que codifica las aberraciones en la pupila de salida de un sistema óptico para ampliar su profundidad de enfoque. Las imágenes desenfocadas se eliminan mediante un proceso de deconvolución que involucra el OTF del sistema óptico. Por lo tanto, tanto para el diseño de la máscara de fase como para el proceso de deconvolución, se deben evaluar matrices OTF precisas. La frecuencia de Nyquist impone un límite superior al tamaño del píxel del plano de la imagen cuando se simulan sistemas ópticos mediante Transformadas de Fourier, pero no se limita al tamaño del píxel en la pupila. En este trabajo, proponemos un límite superior adicional al tamaño del píxel de la pupila para evitar errores debido al submuestreo de la fase y optimizar el tiempo de cálculo. El trabajo se ilustrará con simulaciones numéricas para dos máscaras de fase diferentes propuestas para el sistema de imágenes de codificación de frente de onda.

AJP

ISSN : 0971 - 3093

Vol 30, Nos 8-9, Aug-Sept, 2021

ASIAN JOURNAL OF PHYSICS

An International Peer Reviewed Research Journal

Advisory Editors : W Kiefer, FTS Yu, Maria J Yzuel
Special issue in honour of Prof Colin Sheppard



Prof Colin Sheppard

*Guest Editors : Kehar Singh
John Sheridan*



ap

ANITA PUBLICATIONS

FF-43, 1st Floor, Mangal Bazar, Laxmi Nagar, Delhi-110 092, India
B O : 2, Pasha Court, Williamsville, New York-14221-1776, USA



Optimizing sampling and padding at the pupil plane for light propagation simulations based in Fourier transforms for wavefront coding

E Acosta¹, E González Amador¹ and J Arines²

¹Department of Applied Physics, Faculty of Physics,
University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

²Department of Applied Physics, Faculty of Optics and Optometry,
University of Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, Spain

Dedicated to Prof CJR Sheppard

Wavefront coding technique makes use of a phase plate encoding aberrations at the exit pupil of an optical system to extend its depth of focus. The defocused images are deblurred through a deconvolution process involving the OTF of the optical system. Therefore, for both the design of the phase mask as well as the deconvolution process, accurate OTF matrices have to be evaluated. Nyquist frequency imposes an upper limit to the size of the pixel of the image plane when optical systems are simulated by means of Fourier Transforms, but not limited to the size of the pixel in the pupil. In this work, we propose an additional upper limit to the size of the pixel of the pupil to avoid errors due to undersampling the phase and optimize computation time. The work will be illustrated with numerical simulations for two different phase masks proposed for wavefront coding imaging system. ©Anita Publications. All rights reserved

Keywords: Wavefront Coding, Nyquist Frequency, Fourier Transform, Optimizing sampling.

1 Introduction

Wavefront coding is a hybrid optical-computational technique to extend the depth of focus (DoF) of an optical system. The technique, proposed by Dowski and Cathey [1], makes use of a phase mask (PM) that introduces a controlled spatially varying optical path length at the exit pupil (EP) of the optical system (see Fig 1). The amount of aberration generated by the plate makes the Point Spread Function of the system (PSF) insensitive to defocus.

Wavefront coding has been used in many applications, as iris recognition [2], infrared imaging [3], thermal imaging [4], ophthalmoscopy [5,6] among other methods. In fluorescence microscopy, it has been also successfully used [7] providing an accuracy comparable to that of the confocal microscopy but 20 times faster.

To design the optical mask for a given application as well as to compute the Optical Transfer Function (OTF) of the system used to decode images, light propagation simulations are needed [1-7]. Under the approximations of Fourier optics [8], the relationship between the exit pupil and the image plane of an optical system is obtained by a Fourier Transform (FT). Standard methods for light propagation simulations involve Fast Fourier Transforms (FFT), and therefore, the proper selection of the sampling and the padding in the image and pupil plane is a task of great importance to avoid new aliasing artifacts and optimize the computation time.

Corresponding author
e mail: eva.acosta@usc.es (E Acosta)

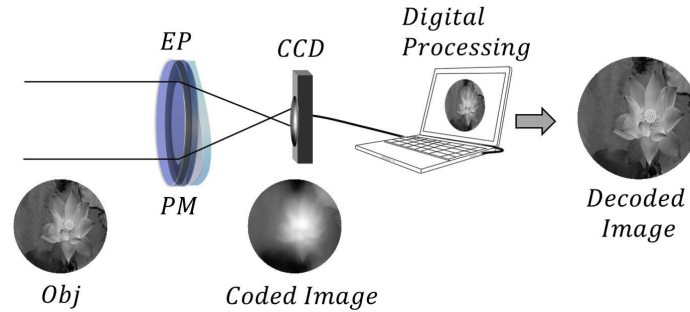


Fig 1. Wavefront Coding Technique

To the best of our knowledge, in order to compute the PSF matrix and hence the OTF matrix, only one constraint, considering the Nyquist frequency of the optical system, to limit the maximum pixel size at the image plane to avoid aliasing artifacts is reported in literature [9,10]. The choice of the number of pixels at the pupil or equivalently the pixel size is dependent on the user criterion [9,11]. Nevertheless, if the shape and amount of aberration at the exit pupil is not considered, errors may appear due to an undersampling of the phase at the exit pupil. Undersampling leads to erroneous conclusions about the ability of the mask to extend the depth of field with a desired resolution and free of artifacts and, on the other hand, for experimental purposes the number of pixels for the exit pupil has to be optimized to save computation time.

In this work, we will take into account the shape and amount of aberration of the optical system and introduce a second constraint to determine the optimum sampling and padding parameters to model the pupil function, and hence, to obtain the PSF and the OTF which will allow the best simulations without errors or aliasing and minimize computation time. We will illustrate the importance of the second constraint with two different shaped phase masks of the same strength commonly used for wavefront coding imaging.

This paper is organized as follows. In section 2, we show the constraints for efficient calculation of pupil function; numerical evaluation of the method and results are shown in section 3. Finally, section 4 presents the conclusions.

2 Efficient computing of pupil function

As explained above the sampling ratio between the pupil plane and the image plane is very important to design and implement wavefront coding optical systems.

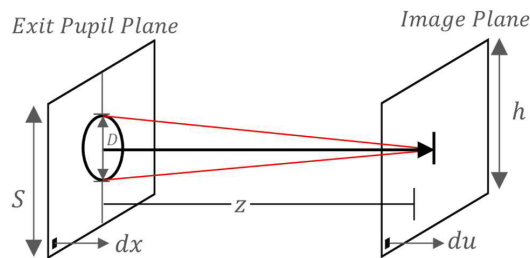


Fig 2. Schematic of planes for optical system

In Fig 2, we show a scheme with the parameters used in this work to sample the exit pupil and image

planes. We will assume, without loss of generality, square arrays to sample the exit pupil and image planes. Here, du represents the pixel size at the image plane and dx , the pixel size at the exit pupil plane. D is the pupil diameter and z the distance between both planes. h represents the width of the image plane array and S describes the width of the pupil plane array, both being $N \times N$ matrices.

PSF and OTF are evaluated by means of Fourier transforms [8], and the discrete Fourier Transform is used in the simulations, thus, if x_0 and x_1 represent the coordinates of a pixel at the pupil and image plane respectively, i.e., $x_0 = ndx$ and $x_1 = mdu$, then the relationship between coordinates and pixels at both planes is given by:

$$\frac{x_1 x_0}{\lambda z} = \frac{kn}{N} \quad (1)$$

being m and n the indexes of the corresponding pixels and λ the wavelength. Taking into account that $h = Ndu$ and $S = Ndx$, it can be deduced that [10]:

$$du = \frac{\lambda z}{S} = \frac{\lambda z}{Ndx} \quad (2a)$$

$$dx = \frac{\lambda z}{h} = \frac{\lambda z}{Ndu} \quad (2b)$$

The highest frequency available at the image plane will be the Nyquist frequency, $f_N = 1/(2du)$. Therefore, to prevent aliasing in the simulated coded images and decoded (experimental or simulated) images, the following condition should be obeyed:

$$2f_0 \leq f_N \quad (3)$$

where $2f_0$ is the incoherent cutoff frequency, $f_0 = 1/2\lambda(f/\#)$, being $f/\#$ the f -number of the optical system. Equation (3) can be rewritten in terms of the pixel size at the image plane as,

$$du \leq \frac{\lambda (f/\#)}{2} \quad (4)$$

Equation (4) implies $S \geq 2D$ or equivalently $N \geq 2ND$. Being ND the number of pixels for the exit pupil. Equation (4) provides the upper limit of the pixel size at the image plane, du , to prevent aliasing in the coded simulated images or the experimental decoded ones. The pixel size at the exit pupil, dx , needed to perform the Fourier transforms, provides the accuracy of the PSF and OTF values. dx depends not only on the choice of du but also on the choice of N as it can be deduced from Eq (2)

After du is chosen, one must choose dx , or equivalently N , trying to minimize the computation time for experimental purposes. Convolution and deconvolution processes can yield erroneous results when the phase in the pupil becomes undersampled depending on the strength and shape of the aberration. This happens when the slope of the optical path difference at the exit pupil changes more than π radian between contiguous pixels, i.e., the pupil phase will be aliased [9,11]:

$$k \Delta \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{x}} \right|_{\max} \leq \pi \quad k \Delta \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{y}} \right|_{\max} \leq \pi \quad (5)$$

where \hat{x} and \hat{y} and $\Delta = 2dx/D$ are the normalized coordinates and the pixel size at the pupil plane, respectively; k is the wave number and $\left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{x}} \right|_{\max}$ and $\left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{y}} \right|_{\max}$ are the maximum local directional slopes of the optical path difference on over the exit pupil of system.

The sample interval of the normalized pupil can be expressed as a function of the number of pixels of the pupil, N_D ,

$$\Delta = \frac{2}{N_d} \quad (6)$$

and if we call

$$M = \max \left\{ \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{x}} \right|_{\max}, \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{y}} \right|_{\max} \right\} \quad (7)$$

then substituting Eq (7) into Eq (5), we get an upper limit to dx to avoid phase aliasing at the exit pupil:

$$dx \leq \frac{D\lambda}{4M} \quad (8)$$

or equivalently, a lower limit for the number of pixels defining the pupil diameter.

$$N_D \geq \frac{4}{\lambda} M \quad (9)$$

Once dx or N_D are known, N can be calculated straightforward.

$$N = \frac{\lambda z}{dx du} \quad (10)$$

From Eq (8), we obtain dx as a function of the maximum local slope of the optical path difference. This will be the second condition needed for optimum performance of PSF and OTF related calculations.

As a summary, we show in Table 1 the criteria or conditions that must be required to obtain an adequate sampling of exit pupil function and image plane.

Table 1. Conditions

Condition 1	$du \leq \frac{\lambda (f/\#)}{2}$
Condition 1	$dx \leq \frac{D\lambda}{4M}$

3 Numerical Simulation

In what follows we will illustrate the importance of using both constraints with an example of evaluation of the PSF and the modulus of the OTF, MTF, for wavefront coding phase masks in the shape of *Trefoil* [12] and in the shape of a *Jacobi-Fourier* [13]

$$W_T(\rho, \theta) = \alpha \rho^3 \cos(3\theta) \quad (11)$$

$$W_J(\rho, \theta) = \alpha \rho^4 \cos(3\theta) \quad (12)$$

α denotes the strength of the phase, ρ the radial coordinate at the pupil, the radius of which has been normalized to unity, and θ is the azimuthal angle.

The maximum value of the slopes is reached at the boundary of the pupil, being 3α for the *Trefoil phase mask* and 4α for the *Jacobi-Fourier phase mask*. For illustration of results, we will use $\alpha = 83\lambda$ for the strength of both masks, $\lambda = 632$ nm; $D = 10$ mm and $z = 25$ mm, i.e., $f/\# = 2.5$. Table 2 shows the conditions for du and dx for the *Trefoil phase mask* case.

Table 2. Conditions for *Trefoil phase mask*

Condition 1	$du \leq 0.79 \mu\text{m}$
Condition 1	$dx \leq 10.04 \mu\text{m}$

Let us set $du = 0.79 \mu\text{m}$. Figure 3 shows the plots of a lobe of the $0 - 2\pi$ wrapped phase, PSF and MTF for different values of dx . In the right column the number of pixels (N) for the corresponding dx values are shown. We can see that when the second condition is not satisfied, the PSF and the MTF show the effects of aliasing. On the other hand, when the second condition is satisfied, the results show good PSF and MTF

plots. In order to optimize the computation time we could set $N=1992$ pixels.

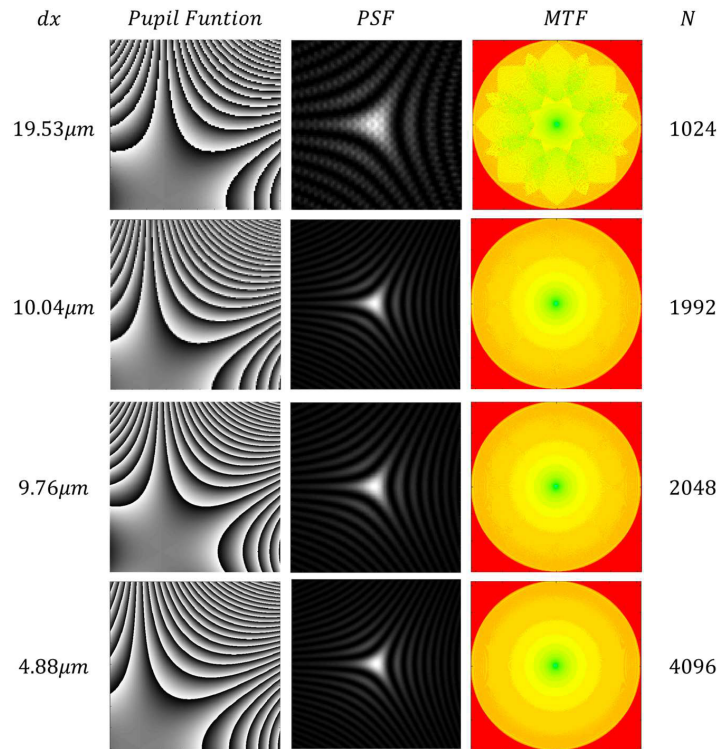


Fig 3. Phase, PSF and OTF plots for *Trefoil phase mask*.

Table 3 shows the conditions for du and dx for the *Jacobi-Fourier phase mask* case. If we set $du = 0.79 \mu\text{m}$, the upper limit for dx is smaller than in the *trefoil* case since the maximum of the local slopes is bigger. Here, in order to optimize the computation time we could set $N = 2656$ pixels. Figure 4 shows the numerical results for phase, PSF and MTF for the *Jacobi-Fourier phase mask*.

Table 3. Conditions for *Jacobi-Fourier phase mask*.

Condition 1	$du \leq 0.79 \mu\text{m}$
Condition 1	$dx \leq 7.53 \mu\text{m}$

In this case, it is verified that second condition is not satisfied for any value of the N chosen, except for values above $N = 2656$ pixels.

Finally, Fig 5 shows the angular average of the MTF of the systems obtained with the different N values. It can be seen that plots converge to a smooth function when the number of pixels used for computations are equal to or bigger than the value predicted by condition 2. For decoding purposes, the erroneous MTF values will provide bad quality decoded images and the ripples will translate into artifacts.

Since the choice, $N = 2^J$, being J an integer, is also used to optimize the FT routines [14] then J has

to be chosen to provide N_D values equal to or bigger than $\frac{4}{\lambda} M$.

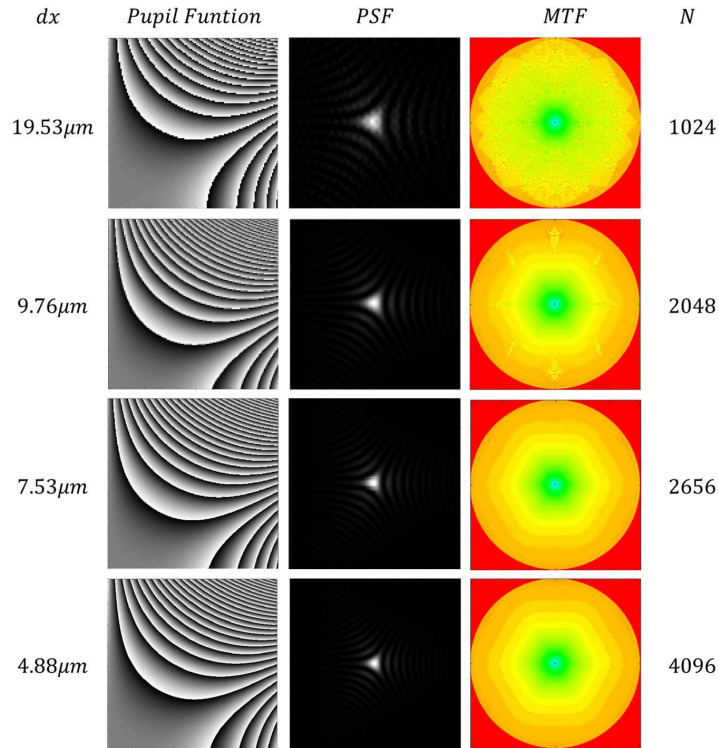


Fig 4. Phase, PSF and OTF plots for *Jacobi-Fourier* phase mask.

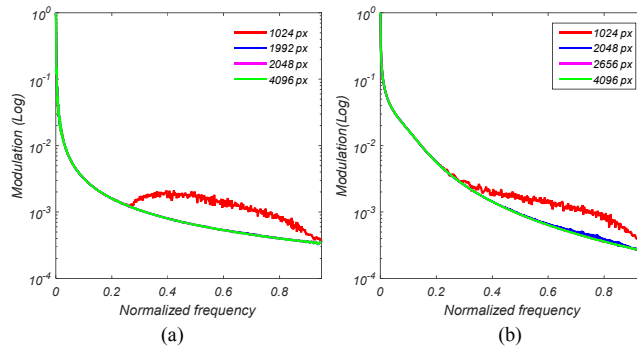


Fig 5. Average MTFs for (a) Trefoil phase mask case and (b) *Jacobi-Fourier* phase mask case. Plots provide the true result when 1992 or higher number of pixels are used in the calculations for the trefoil phase; and from 2656 pixels for the *Jacoby-Fourier* phase.

3 Conclusion

In this work, we provide the upper limit for the choice of pixel size at the image plane and at the pupil plane of a wavefront coding optical system for both accurate numerical simulations and experimental decoding processes. The upper limit for the pixel size at the image plane will provide decoded images free of aliasing and artifacts; and the limit for the pixel size at the exit pupil will provide accurate decoded images free of artifacts and computation time can be optimized for real time applications.

Acknowledgements

This work was supported by the Spanish Ministry of Economía y Competitividad FIS2016-77319-C2-1-R, and FEDER, Xunta de Galicia/FEDER ED431E 2018/08 and ED431B 2017/64. E. González Amador thanks to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT); with CVU no. 714742.

References

1. Dowski E R, Cathey W T, Extended depth of field through wave-front coding, *Appl Opt*, 34(1995)1859–1866.
2. Barwick, D S, Increasing the information acquisition volume in iris recognition systems, *Appl Opt*, 47(2008)4684–4691.
3. Muyo G, Singh A, Andersson M, Huckridge D, Wood A, Harvey A R, Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens, *Opt Express*, 17(2009)21118–21123.
4. Muyo G, Singh A, Andersson M, Huckridge D, Harvey A, Optimized thermal imaging with a singlet and pupil plane encoding: experimental realization, *Proc SPIE*, 6395(2006)63950M; doi.org/10.1117/12.689765.
5. Acosta E, Olvera-Angeles M, González-Amador E, Sasian J, Schwiegerling J, Arines J, Wavefront coding with Jacobi–Fourier phase masks for retinal imaging, *Appl Opt*, 59(2020)G234–G238.
6. Acosta E, Arines J, Optical-digital System Invariant to eye aberrations for retinal imaging, *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 53(2012)3098–3098.
7. Arison M R, Cogswell C J, Sheppard C J, Török P, Wavefront coding fluorescence microscopy using high aperture lenses, *Opt Imag Micr: Techniques and Advanced Systems*, 87(2007)143–165.
8. Goodman J W, Introduction to Fourier Optics, (McGraw-Hill), 1968.
9. Voelz D G, Computational Fourier optics: a MATLAB tutorial, (SPIE Press), 2011.
10. Scrymgeour D A, Adelsberger K, Boye R, Advanced Imaging Optics Utilizing Wavefront Coding, Tech Rep, (Sandia National Lab. 2015).
11. Zhou M, Alfadhl Y, Chen X, Optimal spatial sampling criterion in a 2D THz holographic imaging system, *IEEE Access*, 6(2018)8173–8177.
12. Prasad S, Torgersen T C, Pauca V P, Plemmons R J, van der Gracht J. Engineering the pupil phase to improve image quality, *Proc SPIE*, 5108(2003)1–13.
13. González-Amador E, Padilla-Vivanco A, Toxqui-Quitl C, Arines J, Acosta E, Jacobi–Fourier phase mask for wavefront coding, *Opt Lasers Eng*, 126(2020)105880;doi. org/10.1016/j.optlaseng.2019.105880.
14. Hartin J, Belanus K, Data Sampling Techniques for Fourier Analysis. Paper presented at 1997 Annual Conference, Milwaukee, Wisconsin, 2(1997)2.127.1 - 2.127.7; doi.org/10.18260/1-2--6487.

[Received: 1.04.2021; accepted: 16.04.2021]



Eva Acosta

Eva Acosta is full Professor at the University of Santiago de Compostela, Spain from 2012. She got her M S and Ph D degrees at the same University (1986 and 1991, respectively) and Pos-doc education at Tokyo Institute of Tecnology (1992-1993 and 1997) with specialization in microoptics with the award of a fellowship and senior grant of the EU. Back in Santiago de Compostela she became associate profesor in 1994 and she leded the group of microoptics and wavefront sensors. She was vice-dean of the Faculty of Physics from 1996 to 2000 and coordinator of Erasmus program till 2004. Her actual areas of interest are optics, optical aberrations, wavefront sensors, wavefront coding and visual optics.



Enrique González

Enrique González (Puebla, Mex, 1991) is Ph.D. Student at the University of Santiago de Compostela (Spain). He obtained the degree in Electronics in 2012, the M.Sc. degree in Optical Computing in 2017 and the PhD in Optomechanronics in 2020 from the Universidad Politécnica de Tulancingo. Currently, his research topics have mainly been Visual Optics, Image quality, Image processing, Wavefront sensing and wavefront coding.



Justo Arines

Justo Arines is Associate Profesor at the University of Santiago de Compostela (Spain). He obtained the degree in Physics in 1997, the degree in Optics and Optometry in 2003 and the PhD in Physics in 2006. He was awarded with the Young researcher in Optics in 2003 and with the award Justiniano Casas en Imagen Optica in 2008 by the Spanish Society of Optics. Currently, his main reserach lines are, Visual Optics, Image Processing, Wavefront sensing, Optical design.

ENRIQUE GONZÁLEZ AMADOR



La observación de la retina, se ve limitada por desenfoques y por la existencia de aberraciones, introducidas bien por la propia óptica del ojo, así como del instrumento que se utilice para visualizar el fondo de ojo. Para evitar estos problemas se han desarrollado una serie de técnicas que permiten superar en gran medida las limitaciones debidas a las aberraciones ópticas oculares, una de ellas es la técnica de codificado de frentes de onda. En esta tesis se analizará el empleo de la base ortogonal de los polinomios de Jacobi Fourier. Por otra parte, el codificado de frentes de ondas, no presenta efectividad cuando las imágenes se ven degradadas por scattering. En este caso, utilizaremos procesado digital para mejorar imágenes degradadas por opacidades de los distintos tejidos oculares.