

FLUXO DE FLUÍDOS NON NEWTONIANOS

FUNDAMENTOS E CASOS PRÁCTICOS



Febreiro 2023

Autor

Gumersindo Feijoo

Grupo de Biotecnoloxía Ambiental. Departamento de Enxeñaría Química

Centro Interdisciplinar de Tecnoloxías Ambientais (CRETUS)

Universidade de Santiago de Compostela

Correo-e: gumersindo.feijoo@usc.gal

LinkedIn & Twitter: @feijoo_costa

Portal de Investigación: [GUMERSINDO FEIJOO COSTA - Universidade de Santiago de Compostela \(usc.gal\)](http://GUMERSINDO_FEIJOO_COSTA_-_Universidade_de_Santiago_de_Compostela_(usc.gal))

Páxinas web:

Biogroup: www.usc.gal/biogroup

CRETUS: www.usc.gal/cretus



Índice

1. FLUXO NOS PLÁSTICOS DE BINGHAM	1
2. FLUIDOS NON-NEWTONIANOS QUE SEGUEN A LEI DA POTENCIA	3
3. CASOS PRÁCTICOS	5
3.1. Caso A. Dedución da ecuación do fluxo en fluídos que seguen o modelo Ostwald de Waele (Lei da Potencia)	5
3.2. Caso B. Dedución da Ecuación de Buckingham-Reiner	7
3.3. Caso C. Fluxo dun Plástico de Bingham	13
3.4. Caso D. Fluxo dun fluído que segue a Lei da Potencia	15
4. REFERENCIAS	18

- FLUXO DE FLUIDOS NON-NEWTONIANOS.

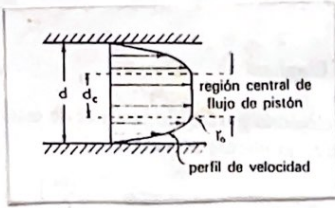
- 1 PLÁSTICOS DE BINGHAM.

Caracterizanse por ter un comportamento newtoniano caudo o esforzo cortante supera un valor τ_0 denominado tensión de rendimento ou límite. No nivel microscópico, este comportamento ten lugar nos metais por desprazamento atómico, ou sexa, deslizamento de moléculas unha sobre outra, ou nos sistemas de dúas fases, unha finamente dispersada na outra con grandes forzas superficiais actuando entre as fases.

Material	Tensión de fluencia, τ_0 (Pa = N/m ²)	Viscosidad plástica, η (kg/m s)
Salsa de tomate; Catchup (30°C)	14	0.08
Mostaza (30°C)	38	0.25
Oleomargarina (30°C)	51	0.72
Mahonesa (30°C)	85	0.63
Mantequilla, en un día cálido, muy blanda y casi fundida	10-20	
Mantequilla, recién sacada del frigorífico, dura, pero extensible	100-150	
Plomo (20°C)	1.3×10^7	
Material de soldadura (20°C)	2.7×10^7	
Cobre (20°C)	7×10^7	
Hierro y diversos aceros (20°C)	$20-50 \times 10^7$	
Aleación de titanio (20°C)	120×10^7	

No perfil de velocidades destes sistemas e dado que o esforzo cortante é cero no centro da tubería, teremos unha zona ata r_0 , no que $r < r_0$, polo que teremos o mov. dun "sólido" rixido en fluxo pistón. Solo que, en réxime laminar teremos:

Ec. BUCKINGHAM-REINER



$$Q = \frac{\pi z_w^3}{4 \eta} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{z_0}{z_w} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{z_0}{z_w} \right)^4 \right]$$

$$z_w = \frac{\Delta P}{L}$$

Reordenado e na sua forma adimensional, o coef. de fricção para plásticos de Bingham:

$$f_{PB} = \frac{16}{Re} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{He}{Re} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{He^4}{Re^7} \right) \right]$$

de Fanning

$$Re = \frac{D \cdot v \cdot \rho}{\eta}$$

"

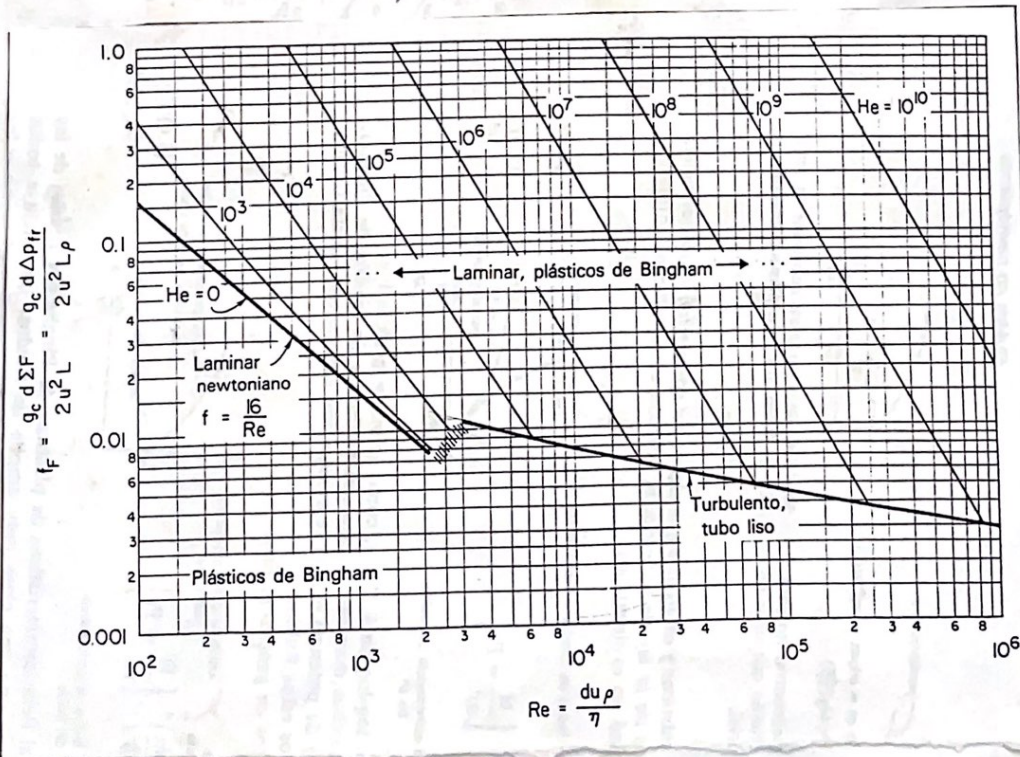
$$He = \frac{D^2 \rho z_0}{\eta^2}$$

NUMERO HEDSTROM

- $\frac{He}{Re}$ tamén se chama NUMERO DE BINGHAM

$$Bi = \frac{D z_0}{\mu v}$$

combina as duas prop. reolóxicas: z_0 e η



NOTA.

Esta gráfica permite calcular as necesidades de bombeo ou o caudal nun aparato da instalación.

Pros plásticos de Bingham non existe unha transición brusca do réx. laminar o turbulento, como nos Newtonianos. Pola contra, existe unha desviación gradual entre ambos reximenes. Para fluxo turbulento o factor de fricción pode calcularse a partir da correlación de SARGY (1992):

$$f_{PB} = \frac{10^4}{Re^{0.193}} \cdot a = -1.41 \cdot [1 + 0.146 e^{(-2.9 \cdot 10^5 He)}]$$

2- FLUIDOS NON-NEWTONIANOS QUE SEGUEN A LEI DA POTENCIA.

A lei da potencia é unha representación convente pra moitos fluidos non-newtonianos.

Tabla 5.2. Parámetros de flujo de algunos fluidos de ley de potencia familiares.

Material	n (-)	m (kg/m s ²⁻ⁿ)
Compost de manzana, diferentes recetas (24 °C)	0.41	0.66
(24 °C)	0.65	0.50
Papilla de plátanos, diferentes muestras (24 °C)	0.46	6.5
(24 °C)	0.33	10.7
Sangre humana	0.89	0.00384
Sopas y salsas	0.51	3.6-5.6
Zumo de tomate (5,8% sólidos, 32 °C)	0.59	0.22
(30% sólidos, 32 °C)	0.40	18.7
4% de pasta de papel en agua (tubo de 20-30 cm)	0.575	20.7
33% de cal en agua (tubo de 2-5 cm)	0.171	7.16
15% de carboximetilcelulosa en agua (tubo de 2-4 cm)	0.554	3.13

$$\left[\tau_{rx} = -m \left(\frac{dv_x}{dr} \right)^n \right] \quad m, n \text{ parámetros do modelo.}$$

Para régimen laminar a ec. semelhante a de HAGEN-POISEVILLE:

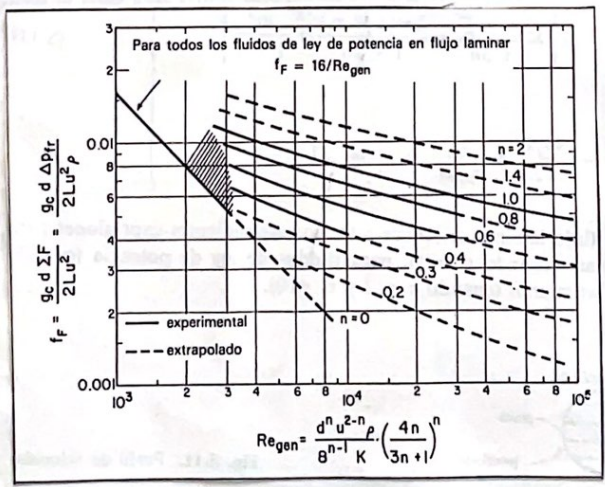
$$Q = \pi \left(\frac{\tau_w}{mR} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{(3n+1)/n}$$

Pondo en forma adimensional e considerando factor de fricción, temos o MODULO RE GENERALIZADO:

$$Re_{LP} = \frac{d^n v^{2-n} \rho}{8^{n-1} m} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

Para réx. turbulento correlación de DODGE & METZNER (1959)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4}{k^{0.75}} \log \left[Re_{LD} f^{(1-n/2)} \right] - \frac{0.4}{n^{1/2}}$$



3. CASOS PRÁCTICOS

3.1 Deducción da ecuación do fluxo en fluídos que seguen ao modelo de Ostwald de Waele (Lei da Potencia)

A distribución da densidade de fluxo de cant. de mov. obtida no caso do desenvolvo a partir do balance de cant. de mov. (ver problema 2) é válido pra calquer tipo de fluído:

$$\tau_{rz} = \frac{P_0 - P_L}{2L} \cdot r$$

Substituíndo pola ec. de velocidade que nos def. o modelo de OSTWALD DE WAELÉ:

$$-m \left(\frac{dv_z}{dr} \right)^n = \frac{P_0 - P_L}{2L} \cdot r$$

$$dv_z = - \sqrt[n]{\frac{P_0 - P_L}{2mL}} r \, dr$$

$$v_z = - \sqrt[n]{\frac{P_0 - P_L}{2mL}} \cdot \frac{n}{n+1} r^{n+1/n} + C_2$$

$$\left. \begin{array}{l} r=R \\ v_z=0 \end{array} \right\} C_2 = \sqrt[n]{\frac{P_0 - P_L}{2mL}} \cdot \frac{n}{n+1} R^{n+1/n}$$

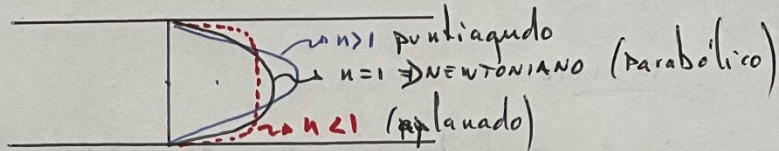
1/1

6 FF100 - USC

co que:

$$v_z = \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_L}{2\mu L}} \frac{\mu}{n+1} R^{\frac{n+1}{n}} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right)$$

veloc. local



$$Q = \langle v_z \rangle \cdot S$$

$$\langle v_z \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R v_z \cdot r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r dr d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_L}{2\mu L}} \frac{\mu}{n+1} R^{\frac{n+1}{n}} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \cdot r dr d\theta}{\pi R^2} :$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_L}{2\mu L}} \frac{\mu}{n+1} R^{\frac{n+1}{n}} \frac{n+1}{3n+1} R^2 \pi}{\pi R^2} = \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_L}{2\mu L}} \frac{\mu}{3n+1} R^{\frac{n+1}{n}}$$

sendo

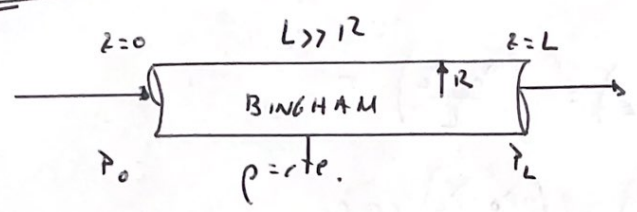
$$Q = \pi \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_L}{2\mu L}} \frac{\mu}{3n+1} R^{\frac{3n+1}{n}}$$

Éc. semelhante a de Hagen-Poiseuille pra fluidos seguem a Lei da Potência.

3.2 Deducción da Ecuación de Buckingham Reiner

2. Un fluido cuido comportamento asemellase ó modelo de Bingham circula por un tubo horizontal en virtude dun gradiente de presión. O radio e a lonxitude do son, respectivamente, R e L. Atopar unha relación entre a velocidade volumétrica de fluxo, Q, e a combinación das forzas de presión e gravidade que actúan sobre do fluido.

SOLUCIÓN



Temos o fluxo dun fluido non-newtoniano de $\rho = rte$ por un tubo de sección circular en réxime laminar e estado estacionario. Supoñemos $L \gg 12$ co obxecto de despreñar os efectos finais de entrada e saída do tubo

■ Balanza de cant. de mov.:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) = - (\nabla \rho \vec{v} \vec{v}) - \nabla P - (\nabla \cdot \vec{\tau}) + \rho \vec{g}$$

R. EULERIANA

"vel. de ganau. de cant. de mov. por conversión por unid. de volumen"
 "FORZA DE PRESIÓN"
 "FORZA GRAVITACION"
 "ESFORROS CONSTANTES"
 "vel. ganancia de cant. de mov. por transp. molecular"

Consideramos r'x. laminar, isto é, un fluxo unidireccional na dirección z: $v_\theta = v_r = 0$ $v_z \neq 0$

■ Polo tanto, a componente z en coordenadas cilíndricas:

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\rho \left[v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] - \frac{\partial P}{\partial z} - \left[\frac{L}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \tau_{rz} \right) + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] + \rho g_z$$

Est. estacionario NON hai fluxo converxivo Transp. cant. de mov. en senso radial

$$0 = - \frac{dP}{dz} - \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r z_{rz}) \right] + \rho g_z$$

tubo horizontal.

$$0 = - \left(\frac{P_L - P_0}{L} \right) - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r z_{rz})$$

$$\frac{d}{dr} (r z_{rz}) = \left(\frac{P_0 - P_L}{L} \right) \cdot r$$

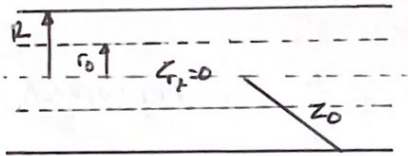
$$d(r z_{rz}) = \left(\frac{P_0 - P_L}{L} \right) r dr$$

$$r z_{rz} = \frac{P_0 - P_L}{L} \frac{r^2}{2} + C_1$$

$$z_{rz} = \frac{P_0 - P_L}{2L} r + \frac{C_1}{r}$$

$$r=0 \quad z_{rz}=0 \Rightarrow \boxed{C_1=0}$$

$$\boxed{z_{rz} = \frac{P_0 - P_L}{2L} r} \quad (1)$$



$$z_{r \text{ máx}} = z_{\text{w}}(\Delta P)$$

Dado que o esforço cortante é zero no centro da tuberia e aumenta linearmente coa distancia do centro a parede, existira unha distancia finita dende o centro, r_0 , que o valor de z_{rz} será sempre menor que a tensión de rendimento ou límite, z_0 , se moverá esa zona como un sólido rígido en presión.

$$\boxed{r=r_0 \quad z_{rz}=z_0} \quad \text{de (1)}$$

$$z_0 = \frac{P_0 - P_L}{2L} r_0 \Rightarrow \boxed{r_0 = R \cdot \frac{z_0}{z_w}}$$

co que nos plásticos de BINGHAM:

3/6

$$\tau_{rz} = \frac{\Delta P}{2L} r = \frac{z_w}{R} r$$

Esta expresión define a distribución da densidade de fluxo de cant. de mov. no sistema. Si nesta expresión substituímos a dens. de fluxo pola súa ec. de velocidade:

$$z_0 - \eta \frac{dv_z}{dr} = z_w \cdot \frac{r}{R}$$

$$dv_z = \frac{z_0}{\eta} dr - \frac{z_w}{\eta R} r dr$$

$$v_z = \frac{z_0}{\eta} r - \frac{z_w}{\eta R} \frac{r^2}{2} + C_2$$

$$r = R \quad v_z = 0$$

$$0 = \frac{z_0}{\eta} R - \frac{z_w}{\eta R} \frac{R^2}{2} + C_2$$

$$C_2 = \frac{z_w R^2}{2\eta} - \frac{z_0}{\eta} R$$

co que:

$$v_z = \frac{z_w R^2}{2\eta} - \frac{R z_0}{\eta} + \frac{z_0}{\eta} r - \frac{z_w}{\eta R} \frac{r^2}{2}$$

$$v_z = \frac{z_w}{2\eta R} [R^2 - r^2] - \frac{z_0}{\eta} [R - r]$$

$$v_z = \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] - \frac{z_0 R}{\eta} \left[1 - \frac{r}{R} \right]$$

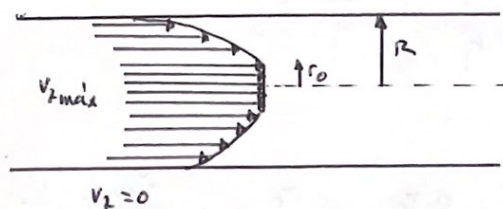
Expresión da velocidade puntual válida cando $r \geq r_0$, pois pra $r \leq r_0$, temos que v_z é sempre $v_{z\text{máx}}$ correspondente o valor que se consegue en $r=r_0$:

$$v_z = \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \right] - \frac{z_0 R}{\eta} \left[1 - \frac{r_0}{R} \right]$$

$$v_z = \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 - 2 \frac{z_0}{z_w} + 2 \frac{z_0}{z_w} \frac{r_0}{R} \right]$$

como: $r_0 = R \cdot \frac{z_0}{z_w} \Rightarrow \frac{z_0}{z_w} = \frac{r_0}{R}$

$$v_z = \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 + \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 - 2 \frac{r_0}{R} \right] = \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 - \frac{r_0}{R} \right]^2 = v_{z\text{máx}}$$



A ec. que buscamos é: $Q = \langle v \rangle \cdot S$.

$$\langle v \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} v_z \cdot r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R v_z r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r dr d\theta}$$

ou seja:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} v_{z_{\max}} r dr d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R v_z r dr d\theta$$

$$= 2\pi \left\{ \int_0^{r_0} v_{z_{\max}} \cdot r dr + \int_{r_0}^R v_z \cdot r dr \right\}$$

- avaliando cada integral por separado:

$$\textcircled{a} \int_0^{r_0} v_{z_{\max}} r dr = v_{z_{\max}} \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{r_0} = \frac{v_{z_{\max}}}{2} \cdot r_0^2$$

$$= \frac{z_w R}{4\eta} \left[1 - \frac{r_0}{R} \right]^2 \cdot r_0^2 = \frac{z_w R}{4\eta} \left[1 - 2\frac{r_0}{R} + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \right] \cdot r_0^2$$

$$= \frac{z_w R}{4\eta} \left[1 - 2 \cdot R \cdot \frac{z_0}{z_w} + \frac{1}{R^2} \cdot R^2 \cdot \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^2 \right] \cdot R^2 \cdot \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^2$$

$$= \frac{z_w R^3}{4\eta} \left[\left(\frac{z_0}{z_w}\right)^2 - 2\left(\frac{z_0}{z_w}\right)^3 + \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^4 \right]$$

$$\textcircled{b} \int_{r_0}^R v_z \cdot r dr = \int_{r_0}^R \left\{ \frac{z_w R}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] - \frac{z_0 R}{\eta} \left[1 - \frac{r}{R} \right] \right\} r dr$$

$$= \frac{z_w R}{2\eta} \left\{ \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_0}^R - \frac{1}{R^2} \left[\frac{r^4}{4} \right]_{r_0}^R \right\} - \frac{z_0 R}{\eta} \left\{ \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_0}^R - \frac{1}{R} \left[\frac{r^3}{3} \right]_{r_0}^R \right\}$$

$$= \frac{z_w R^3}{8\eta} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z_0}{z_w}\right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^4 + 4 \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^3 - 2 \left(\frac{z_0}{z_w}\right)^2 \right\}$$

co que:

$$Q = \frac{\pi R^3 z_w}{4 \eta} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z_0}{z_w} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{z_0}{z_w} \right)^4 \right]$$

Ecuación BUCKINGHAM-REINER

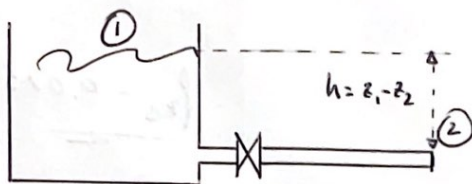
Cuando $z_0 = 0$ el modelo de BINGHAM transformase en el modelo newtoniano y la Ec. de Buckingham-Reiner conviértese en la ec. de Hagen-Poiseuille.

3.3. Fluxo nun plástico de Bingham

3. Un plástico de Bingham descarga dende o fondo dun tanque de almacenamento mediante un tubo horizontal de 100 mm de diámetro interno e cunha lonxitude equivalente de 19,6 m. ¿Qué carga de fluído h producirá unha velocidade de saída de 1 m/s.

Datos: Tensión límite, $\tau_0 = 20$ Pa.
 Densidade, 2000 kg/m^3 .
 Viscosidade, $0,02 \text{ kg/m s}$.

SOLUCIÓN



Balance de enerxía mecánica:

$$\left(\frac{v_2^2}{2\alpha_2} - \frac{v_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) + \Sigma F = W$$

- $v_1, v_2 = 0$ considerando as velocidades respecto das superficies moi pequenas
- $g(z_2 - z_1) = -g \cdot h$ (por def. de h)
- $P_1 = P_2 = P_{atm}$
- $W = 0$, non hai bomba

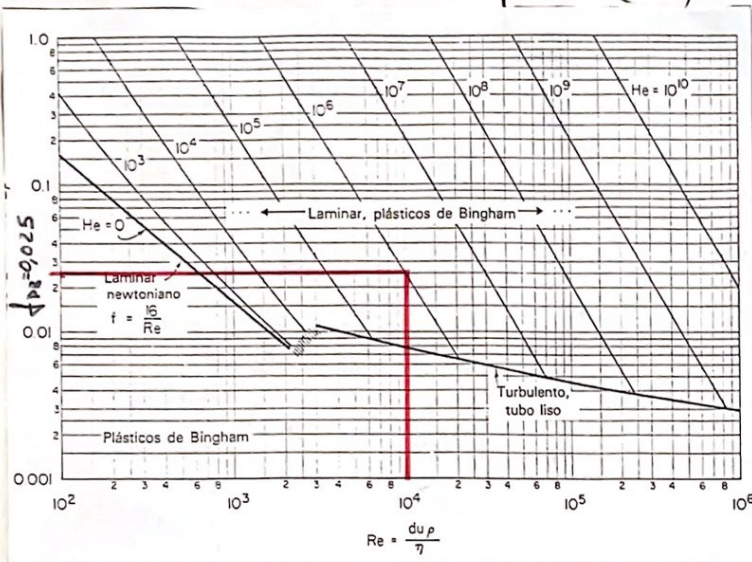
$$\Sigma F = g h = 2 \cdot \int_{P_B} \frac{L}{D} v^2$$

sendo: $\int_{P_B} = \int (12e, Ae)$

O número de Re:

$$Re = \frac{d \cdot v \cdot \rho}{\mu} = \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 2000}{0,02} = 10^4$$

$$He = \frac{z_0 \cdot d^2 \cdot \rho}{\eta^2} = \frac{20 \cdot (0,1)^2 \cdot 2000}{(0,02)^2} = 10^6$$



$$f_{PB} = 0,025$$

que:

$$h = \frac{2 f_{PB} L}{g D} v^2 = 1 \text{ m}$$

Si non desprezamos a velocidade no ponto 2;
compre ~~nesta~~ o termo da energia cinética:

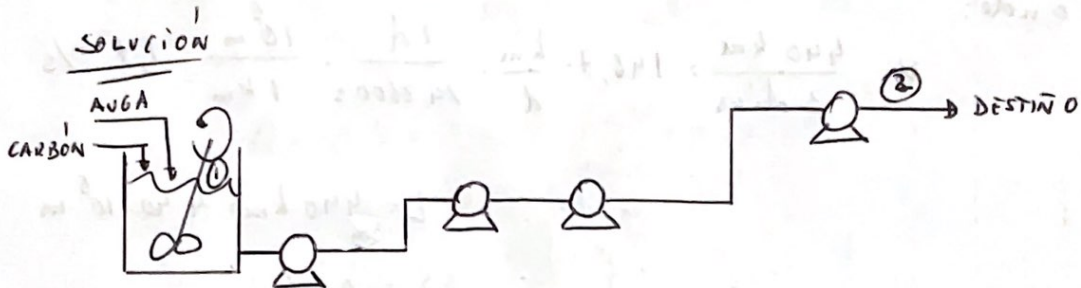
$$\Sigma F = h \cdot g - \frac{v_2^2}{2}$$

$$h = \frac{\Sigma F}{g} + \frac{v_2^2}{2g} = 1 + \frac{1}{2 \cdot 9,81} = 1,05 \text{ m}$$

3.4 Fluxo dun fluído que segue a Lei da Potencia

4. En Arizona do Norte a Peabody Coal Co. transportase carbón ($\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$) por unha tubería, previa preparación do lodo pertinente con auga, isto é, tritúrase o carbón e esnaquízase até menos de 8 mallas e bombease entón a 440 km de distancia en forma dun lodo de 50% en peso ó traveso dunha tubería de 0,45 m de diámetro interno, que contén catro estacións de bombeo. O tempo de tránsito é de 3 días.

- ¿Qué potencia de bombeo require a motobomba ten unha eficacia do 70%?
- ¿Cál é o coste do bombeo por tonelada para transportar carbón dende a mina até o seu destino?.



- DATOS:
- Un lodo 50% en peso sigue a lei da potencia con $n=0,2$ e $m=0,58$ (unidades SI)
 - coste da electricidade 10 pts/kWh

a

Balance da ec. Bernoulli

$$\left(\frac{v_2^2}{2\alpha_2} - \frac{v_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + \Sigma F = W$$

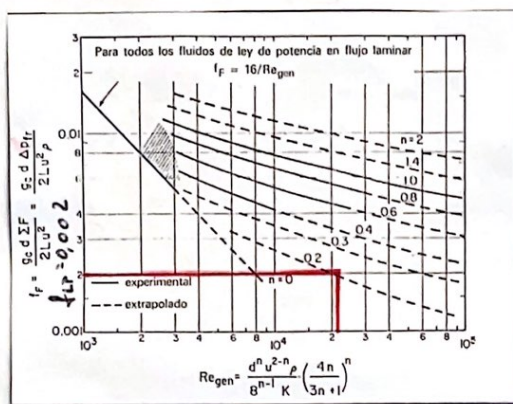
- $v_1 \approx v_2 \approx 0$ co que as perdas cinéticas despreciamos respecto das perdas por fricción. A sección do recipiente coito maior que a do tubo, de ahí que $v_1 \approx 0$ (repouso).
- $g(z_2 - z_1)$ como non veñen dadas consideraremos nulas.
- $p_1 = p_2 = p_{atm}$

pois que: $W = \Sigma F$

$$W = 2 \int_{0}^R \rho v \cdot \frac{L}{D} v^2$$

onde:

$$v = \frac{440 \text{ km}}{3 \text{ dias}} = 146,7 \cdot \frac{\text{km}}{\text{d}} \cdot \frac{1 \text{ d}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1,7 \text{ m/s}$$



$$L = 440 \text{ km} = 4,40 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$D = 0,45$$

$$e = f_{LT} = f(Re_{gen}) = 0,002$$

$$Re_{gen} = \frac{d^n \cdot v^{2-n} \cdot \rho}{8^{n-1} \cdot m} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

a densidade da mistura 50% (ponderada):

$$\bar{\rho} = \frac{2 \rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{2 \cdot (1000) \cdot (1500)}{1000 + 1500} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{logo: } Re_{gen} = \frac{0,45^{0,2} \cdot 1,7^{1,4} \cdot 1200}{8^{-0,8} \cdot 0,58} \left[\frac{4 \cdot 0,2}{3 \cdot 0,2 + 1} \right]^{0,2} = 21071,4$$

Xa podemos avaliar o trabalho necessario a fazer pela globalidade das 4 estações de bombeio:

$$w = 2 \cdot 0,002 \cdot \frac{440 \cdot 10^5}{0,45} \cdot 1,7^2 = 11303 \text{ J/kg}$$

A potencia total será:

$$P_{\text{TEORICA}} = w \cdot \bar{\rho} \cdot Q = 11303 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 1100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,27 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 3662,2 \text{ kW}$$

$$Q = v \cdot S = 1,7 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0,27 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P_{\text{REAL}} = \frac{P_{\text{TEORICA}}}{\eta} = \frac{3662,2}{0,7} = 5231,7 \text{ kW}$$

$$P_{\text{REAL}} / \text{BOMBA} = 1308 \text{ kW}$$

Ⓛ COSTE DE BOMBEO

Cada segundo as catro estación de bombeo facer n un traballo de 5231,7 kJ, logo pra base de cálculo dun día:

$$5231,7 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \cdot 24 \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{d}} = 4,52 \cdot 10^8 \frac{\text{kJ}}{\text{día}}$$

$$4,52 \cdot 10^8 \frac{\text{kJ}}{\text{d}} \cdot \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} \cdot \frac{10 \frac{\text{pts}}{\text{kWh}}}{27993,6 \frac{\text{Tm}}{\text{día}}} = 44,85 \frac{\text{pts}}{\text{ton}}$$

sendo:

$$m = \bar{\rho} \cdot Q = 374 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ Tm}}{10^3 \text{ kg}} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ d}} = 27993,6 \frac{\text{Tm}}{\text{día}}$$

coste máximo

4. REFERENCIAS

Darby, R. (1996). Chemical Engineering Fluid Mechanics. Marcel Dekker, Inc. New York.

Welty J.R., Wicks C.E. y Wilson R.E. (1993). Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa. Limusa, México.