

1) Verdadeiro ou falso? Por suposto, razoa a túa resposta:

1. Se dúas superficies son congruentes, entón son globalmente isométricas.
2. Dúas superficies congruentes diferéncianse por unha composición dunha rotación e unha traslación.
3. Unha superficie conexa dada como gráfica dunha función diferenciable pode ser parametrizada por unha soa carta.
4. Unha superficie conexa dada como conxunto de nivel regular dunha función diferenciable pode ser parametrizada por unha soa carta.
5. Un conxunto de nivel dunha función diferenciable é unha superficie regular.
6. Os vectores coordenados dunha superficie nun punto son independentes da parametrización que se use ao redor dese punto.
7. Os vectores coordenados nun punto dunha superficie, escritos en coordenadas respecto da base canónica de \mathbb{R}^3 , conforman a matriz jacobiana da correspondente parametrización.
8. Formalmente, o espazo tanxente $T_p S$ a unha superficie S nun punto p é un subespazo afín 2-dimensional de \mathbb{R}^3 .
9. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é unha aplicación diferenciable entre superficies, e df_p é un isomorfismo, entón o teorema da función inversa implica que f é un difeomorfismo local en p .
10. A primeira forma fundamental dunha superficie é simétrica e definida positiva, mentres que a segunda forma fundamental é simétrica pero non ten por que ser definida positiva.
11. Os coeficientes da primeira forma fundamental son funcións globalmente definidas sobre toda a superficie.
12. Os coeficientes da primeira forma fundamental son sempre positivos.
13. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é isometría local entre superficies conexas, entón S_1 e S_2 non teñen por que ser localmente isométricas, pero si o son se f é sobrexectiva.
14. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é isometría local e \mathbf{x} unha parametrización de S_1 , entón $f \circ \mathbf{x}$ é parametrización de S_2 e os coeficientes da primeira forma fundamental de S_1 e S_2 nas respectivas parametrizacións \mathbf{x} e $f \circ \mathbf{x}$ coinciden.
15. A aplicación de Gauss dunha superficie S asociada a unha certa parametrización pode entenderse como unha aplicación diferenciable entre un aberto de S e a esfera unitaria $\mathbb{S}^2(1)$.
16. O operador forma pode ter autovalores complexos non reais.
17. A matriz do operador forma A_p , en certa base de $T_p S$, coincide coa matriz de coeficientes (L_{ij}) da segunda forma fundamental.
18. Unha superficie con curvaturas principais constantes pode ter curvatura media non constante ou curvatura de Gauss non constante.
19. O Teorema Egregium de Gauss establece que dúas superficies coa mesma curvatura de Gauss son localmente isométricas.
20. Existen superficies con distinta curvatura media pero que son localmente isométricas.
21. É habitual afirmar que a curvatura media é un invariante extrínseco mentres que a curvatura de Gauss é un invariante intrínseco.
22. Formalmente, os símbolos de Christoffel son funcións definidas no aberto U de \mathbb{R}^2 onde está definida algunha parametrización $\mathbf{x}: U \rightarrow S$ dunha superficie S .
23. Debido á anterior afirmación, os símbolos de Christoffel pódense entender tamén como definidos na veciñanza coordenada $\mathbf{x}(U)$ de S .
24. Os símbolos de Christoffel, a pesar de seren definidos en termos dunha parametrización, son independentes da mesma.
25. Os símbolos de Christoffel dependen exclusivamente dos coeficientes da primeira forma fundamental e das súas derivadas primeiras.
26. A ecuación de Gauss dá unha fórmula para a curvatura de Gauss en termos dos símbolos de Christoffel, as súas derivadas primeiras, e os coeficientes da primeira forma fundamental.

27. As ecuacións de Codazzi-Mainardi establecen unha relación entre os coeficientes da segunda forma fundamental, as súas derivadas e os símbolos de Christoffel.
28. O teorema de Bonnet garantiza que toda matriz real 2×2 definida positiva (g_{ij}) é a matriz de coeficientes da primeira forma fundamental dunha superficie en \mathbb{R}^3 .
29. Dúas superficies congruentes teñen, en certo sentido, as mesmas curvaturas medias (e tamén as mesmas curvaturas de Gauss).
30. Helicoide e catenoide son superficies minimais localmente isométricas.
31. Como o hiperboloide dunha folla non é minimal, non pode ser congruente a un catenoide.
32. Unha superficie conexa con todos os seus puntos umbilicais é un subconxunto aberto dun plano ou dunha esfera.
33. Un punto umbilical pode ser hiperbólico.
34. Unha superficie minimal pode admitir puntos elípticos.
35. Só os subconxuntos abertos dos planos admiten puntos planos.
36. As curvaturas normais de dúas curvas α e β en S , parametrizadas por lonxitude de arco, nun punto $p = \alpha(t_0) = \beta(t_0)$ coinciden se $\alpha'(t_0) = \beta'(t_0)$.
37. As curvaturas principais en p son precisamente o mínimo e o máximo das curvaturas normais en p .
38. As curvaturas principais de S en p son precisamente o mínimo e o máximo da función $v \in T_p S \mapsto \mathbb{I}_p(v, v) \in \mathbb{R}$.
39. Dadas dúas parametrizacións dunha superficie ao redor dun punto p , a matriz de cambio de base de vectores coordenados en p coincide coa matriz jacobiana do cambio de coordenadas.
40. Unha superficie que poida ser recuberta cun único aberto coordenado é orientable.
41. Dada unha superficie conexa que pode ser recuberta con dous abertos coordenados, será orientable se ambos abertos se intersecan nun conexo, e non orientable noutro caso.
42. Unha superficie S en \mathbb{R}^3 é orientable se e só se existe un campo de vectores diferenciable, normal a S e que non se anula en ningún punto, definido globalmente sobre S .
43. Toda superficie dada como gráfica dunha función diferenciable ou preimaxe regular dunha función diferenciable é orientable.
44. Nin a botella de Klein nin o plano proxectivo real poden aparecer como superficies regulares en \mathbb{R}^3 .
45. A banda de Möbius, vista como superficie regular en \mathbb{R}^3 , é difeomorfa ao cilindro $(-1, 1) \times \mathbb{S}^1$.
46. Toda superficie conexa orientable admite exactamente dúas estruturas complexas.
47. Unha transformación linear ortogonal J do espazo euclidiano \mathbb{R}^n tal que $J^2 = -\text{Id}$ é necesariamente anti-autoadxunta.
48. Se escribimos unha parametrización dando unha expresión para $\mathbf{x}(\xi, \eta)$, entón podemos denotar os campos coordenados tanto por \mathbf{x}_ξ e \mathbf{x}_η como por \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 .
49. A estrutura complexa dunha superficie orientable S é unha aplicación de S en si mesma.
50. A estrutura complexa dunha superficie orientable transforma direccións principais en direccións principais.
51. Non se pode definir unha estrutura complexa en ningún aberto da banda de Möbius, por ser esta unha superficie non orientable.
52. Todo campo de vectores (tanxente) ao longo dunha curva nunha superficie pódese estender, localmente, a un campo de vectores (tanxente) na superficie.
53. O anterior é falso porque se permite considerar campos de vectores ao longo de curvas que se autointersequen e que tomen valores diferentes nos distintos instantes nos que a curva pase por un punto de autointersección.
54. A derivada covariante dun campo de vectores non tanxente a unha superficie ao longo dunha curva coincide coa derivada covariante do campo compoñente tanxencial.
55. A derivada covariante dun campo V depende da aplicación de Gauss escollida para calcular a proxección tanxencial de V' .
56. Dado un vector v tanxente a unha superficie S nun punto p , v pode ser estendido a un campo paralelo ao longo de calquera curva α en S que pase por p .
57. Todo campo paralelo ao longo dunha curva é, por definición, tanxente á superficie e diferenciable.

58. Convenientemente formalizado, pode afirmarse que un cambio de parametrización dunha curva regular nunha superficie non fai cambiar os campos paralelos ao longo de tal curva.
59. O campo de vectores tanxente a unha circunferencia como curva plana (e parametrizada por arco) é paralelo ao longo de tal curva.
60. O conxunto de campos diferenciables tanxentes ao longo dunha curva nunha superficie forma un espazo vectorial real 2-dimensional.
61. O operador derivada covariante conmuta coa estrutura complexa (definida polo menos localmente) dunha superficie.
62. O conxunto de campos paralelos ao longo dunha curva nunha superficie forma un espazo vectorial real 2-dimensional.
63. O transporte paralelo entre dous puntos dunha superficie é independente da curva ao longo da cal se calcule tal transporte paralelo.
64. O transporte paralelo entre dous puntos dun plano é independente da curva ao longo da cal se calcule tal transporte paralelo.
65. Os paralelos dunha superficie de revolución teñen campo de velocidades (unha vez normalizado) paralelo.
66. As xeodésicas que non se reducen a un punto son necesariamente curvas regulares.
67. En coordenadas locais, a ecuación das xeodésicas é unha EDO linear de segunda orde, ao igual que sucede coa condición de que un campo sexa paralelo ao longo dunha curva.
68. Unha variación dunha curva diferenciable pode ter imaxe que coincida coa da propia curva.
69. O campo de velocidades das curvas transversais dunha variación dunha curva α , restrinxido a α , é o chamado campo da variación.
70. Se α parametriza unha recta nun plano, entón α é unha xeodésica de tal plano.
71. Unha recta contida nunha superficie é xeodésica de tal superficie.
72. Unha curva regular con aceleración nula contida nunha superficie é xeodésica e o seu campo de velocidades é, en todo punto, unha dirección principal con curvatura principal asociada cero.
73. Unha curva coma a descrita no apartado previo é unha recta.
74. Un paralelo dunha superficie de revolución nunca pode ser xeodésica.
75. As xeodésicas dun cilindro son ou ben rectas, ou ben circunferencias, ou ben hélices circulares.
76. Unha xeodésica nunca pode intersecarse consigo mesma.
77. No cilindro hai xeodésicas que se autointersecan.
78. No cono hai xeodésicas que se autointersecan.
79. O teorema de existencia e unicidade de xeodésicas implica que dúas xeodésicas distintas dunha mesma superficie nunca poden intersecarse.
80. O teorema de existencia e unicidade de xeodésicas implica que dúas xeodésicas dunha mesma superficie que pasen por un mesmo punto nun mesmo instante e cunha mesma velocidade deben coincidir no intervalo común de definición dambas.
81. Entre dous puntos dunha superficie conexa sempre existe unha xeodésica que os une.
82. Entre dous puntos dunha superficie conexa non pode haber máis dunha xeodésica que os una.
83. A curvatura xeodésica dunha curva regular nunha superficie anúlase idénticamente se e só se esa curva é unha xeodésica.
84. A curvatura xeodésica dunha curva regular nunha superficie anúlase idénticamente se e só se esa curva, unha vez reparametrizada por velocidade constante, é unha xeodésica.
85. A curvatura normal dunha curva α nunha superficie S anúlase nun punto $p = \alpha(t_0)$ se e só se hai unha xeodésica γ en S con condicións iniciais p e $\alpha'(t_0)$.
86. Curvatura normal e curvatura xeodésica dunha curva α nunha superficie anúlanse ambas idénticamente se e só se α é un cacho dunha recta.
87. A curvatura normal pode ter signo negativo, mentres que a curvatura xeodésica non.
88. Curvatura normal e curvatura xeodésica cambian de signo se cambiamos a aplicación de Gauss de signo.
89. A condición de que un campo sexa paralelo ao longo dunha curva tradúcese, en coordenadas locais, nun sistema de ecuacións diferenciais ordinarias lineares de primeira orde.

90. Como a condición de ser xeodésica é que o campo de velocidades sexa paralelo, tal condición tradúcese, ao igual ca no ítem previo, nun sistema de EDOs lineares, neste caso de segunda orde.
91. Un subconxunto aberto limitado dun plano en \mathbb{R}^3 , como superficie regular, nunca é xeodesicamente completo.
92. Un cilindro infinito $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}$ en \mathbb{R}^3 é xeodesicamente completo, mentres que un cilindro de altura finita $\mathbb{S}^1 \times (a, b)$ non o é.
93. Un paralelo dunha superficie de revolución é xeodésica se e só se o correspondente vector velocidade da curva xeratriz é paralelo ao eixo de revolución.
94. A homoxeneidade das xeodésicas implica que toda xeodésica γ , como aplicación dun intervalo real en \mathbb{R}^3 , é linear.
95. A aplicación exponencial \exp_p dunha superficie acaba sendo independente do punto p .
96. Se a aplicación exponencial \exp_p está definida en todo T_pS para todo p , entón é que S é xeodesicamente completa.
97. Se $\exp_p(v)$ está definido, entón tamén o está $\exp_p(tv)$ para todo $t \in [0, 1]$.
98. A aplicación exponencial \exp_p define un difeomorfismo entre unha veciñanza aberta da orixe de T_pS e unha veciñanza aberta de p en S .
99. Se a aplicación exponencial \exp_p define unha isometría entre unha veciñanza aberta da orixe de T_pS e unha veciñanza aberta de p en S , é porque esa veciñanza aberta de p en S só ten puntos planos.
100. No contexto do ítem anterior, dedúcese que esa veciñanza de p en S é un cacho dun plano.
101. A aplicación exponencial dunha esfera nunca é inxectiva.
102. A aplicación exponencial dun plano é inxectiva.
103. A imaxe por \exp_p dunha circunferencia en T_pS centrada na orixe é sempre topoloxicamente unha circunferencia (contida en S).
104. A imaxe por \exp_p dunha circunferencia en T_pS centrada na orixe, de raio suficientemente pequeno, é topoloxicamente unha circunferencia denominada circunferencia xeodésica con centro en p .
105. A existencia de veciñanzas normais só está garantida sobre superficies xeodesicamente completas.
106. O lema de Gauss implica que \exp_p é unha isometría, unha vez restrinxida á preimaxe dunha veciñanza normal.
107. Que unha superficie sexa conexas por camiños garante que dous puntos calquera se poidan unir por unha xeodésica na superficie.
108. Dados dous puntos dunha xeodésica, tal xeodésica minimiza a distancia entre ambos puntos.
109. O enunciado anterior pódese correxir formalizando convenientemente a condición de que ambos puntos sexan próximos.
110. O teorema de Hopf-Rinow implica que calquera superficie compacta é xeodesicamente completa.
111. O teorema de Hopf-Rinow implica que calquera superficie completa como espazo métrico é xeodesicamente completa.
112. Se unha curva, definida nun intervalo pechado e con valores nunha superficie, minimiza a distancia (na superficie) entre as imaxes dos extremos do intervalo, entón tal curva pódese reparametrizar como unha xeodésica.

1) Verdadeiro ou falso? Por suposto, razoa a túa resposta:

1. Se dúas superficies son congruentes, entón son globalmente isométricas.
Solución: V.
2. Dúas superficies congruentes diferéncianse por unha composición dunha rotación e unha traslación.
Solución: F.
3. Unha superficie conexa dada como gráfica dunha función diferenciable pode ser parametrizada por unha soa carta.
Solución: V.
4. Unha superficie conexa dada como conxunto de nivel regular dunha función diferenciable pode ser parametrizada por unha soa carta.
Solución: F.
5. Un conxunto de nivel dunha función diferenciable é unha superficie regular.
Solución: F.
6. Os vectores coordenados dunha superficie nun punto son independentes da parametrización que se use ao redor dese punto.
Solución: F.
7. Os vectores coordenados nun punto dunha superficie, escritos en coordenadas respecto da base canónica de \mathbb{R}^3 , conforman a matriz jacobiana da correspondente parametrización.
Solución: V.
8. Formalmente, o espazo tanxente $T_p S$ a unha superficie S nun punto p é un subespazo afín 2-dimensional de \mathbb{R}^3 .
Solución: F.
9. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é unha aplicación diferenciable entre superficies, e df_p é un isomorfismo, entón o teorema da función inversa implica que f é un difeomorfismo local en p .
Solución: V.
10. A primeira forma fundamental dunha superficie é simétrica e definida positiva, mentres que a segunda forma fundamental é simétrica pero non ten por que ser definida positiva.
Solución: V.
11. Os coeficientes da primeira forma fundamental son funcións globalmente definidas sobre toda a superficie.
Solución: F.
12. Os coeficientes da primeira forma fundamental son sempre positivos.
Solución: F.
13. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é isometría local entre superficies conexas, entón S_1 e S_2 non teñen por que ser localmente isométricas, pero si o son se f é sobrexectiva.
Solución: V.
14. Se $f: S_1 \rightarrow S_2$ é isometría local e \mathbf{x} unha parametrización de S_1 , entón $f \circ \mathbf{x}$ é parametrización de S_2 e os coeficientes da primeira forma fundamental de S_1 e S_2 nas respectivas parametrizacións \mathbf{x} e $f \circ \mathbf{x}$ coinciden.
Solución: V.
15. A aplicación de Gauss dunha superficie S asociada a unha certa parametrización pode entenderse como unha aplicación diferenciable entre un aberto de S e a esfera unitaria $\mathbb{S}^2(1)$.
Solución: V.
16. O operador forma pode ter autovalores complexos non reais.
Solución: F.
17. A matriz do operador forma A_p , en certa base de $T_p S$, coincide coa matriz de coeficientes (L_{ij}) da segunda forma fundamental.
Solución: F.

18. Unha superficie con curvaturas principais constantes pode ter curvatura media non constante ou curvatura de Gauss non constante.
Solución: F.
19. O Teorema Egregium de Gauss establece que dúas superficies coa mesma curvatura de Gauss son localmente isométricas.
Solución: F.
20. Existen superficies con distinta curvatura media pero que son localmente isométricas.
Solución: V.
21. É habitual afirmar que a curvatura media é un invariante extrínseco mentres que a curvatura de Gauss é un invariante intrínseco.
Solución: V.
22. Formalmente, os símbolos de Christoffel son funcións definidas no aberto U de \mathbb{R}^2 onde está definida algunha parametrización $\mathbf{x}: U \rightarrow S$ dunha superficie S .
Solución: V.
23. Debido á anterior afirmación, os símbolos de Christoffel pódense entender tamén como definidos na veciñanza coordenada $\mathbf{x}(U)$ de S .
Solución: V.
24. Os símbolos de Christoffel, a pesar de seren definidos en termos dunha parametrización, son independentes da mesma.
Solución: F.
25. Os símbolos de Christoffel dependen exclusivamente dos coeficientes da primeira forma fundamental e das súas derivadas primeiras.
Solución: V.
26. A ecuación de Gauss dá unha fórmula para a curvatura de Gauss en termos dos símbolos de Christoffel, as súas derivadas primeiras, e os coeficientes da primeira forma fundamental.
Solución: V.
27. As ecuacións de Codazzi-Mainardi establecen unha relación entre os coeficientes da segunda forma fundamental, as súas derivadas e os símbolos de Christoffel.
Solución: V.
28. O teorema de Bonnet garantiza que toda matriz real 2×2 definida positiva (g_{ij}) é a matriz de coeficientes da primeira forma fundamental dunha superficie en \mathbb{R}^3 .
Solución: F.
29. Dúas superficies congruentes teñen, en certo sentido, as mesmas curvaturas medias (e tamén as mesmas curvaturas de Gauss).
Solución: V.
30. Helicoide e catenoide son superficies minimais localmente isométricas.
Solución: V.
31. Como o hiperboloide dunha folla non é minimal, non pode ser congruente a un catenoide.
Solución: V.
32. Unha superficie conexa con todos os seus puntos umbilicais é un subconxunto aberto dun plano ou dunha esfera.
Solución: V.
33. Un punto umbilical pode ser hiperbólico.
Solución: F.
34. Unha superficie minimal pode admitir puntos elípticos.
Solución: F.
35. Só os subconxuntos abertos dos planos admiten puntos planos.
Solución: F.
36. As curvaturas normais de dúas curvas α e β en S , parametrizadas por lonxitude de arco, nun punto $p = \alpha(t_0) = \beta(t_0)$ coinciden se $\alpha'(t_0) = \beta'(t_0)$.
Solución: V.
37. As curvaturas principais en p son precisamente o mínimo e o máximo das curvaturas normais en p .
Solución: V.

38. As curvaturas principais de S en p son precisamente o mínimo e o máximo da función $v \in T_p S \mapsto \mathbb{I}_p(v, v) \in \mathbb{R}$.
Solución: F.
39. Dadas dúas parametrizacións dunha superficie ao redor dun punto p , a matriz de cambio de base de vectores coordenados en p coincide coa matriz jacobiana do cambio de coordenadas.
Solución: V.
40. Unha superficie que poida ser recuberta cun único aberto coordenado é orientable.
Solución: V.
41. Dada unha superficie conexa que pode ser recuberta con dous abertos coordenados, será orientable se ambos abertos se intersecan nun conexo, e non orientable noutro caso.
Solución: F.
42. Unha superficie S en \mathbb{R}^3 é orientable se e só se existe un campo de vectores diferenciable, normal a S e que non se anula en ningún punto, definido globalmente sobre S .
Solución: V.
43. Toda superficie dada como gráfica dunha función diferenciable ou preimaxe regular dunha función diferenciable é orientable.
Solución: V.
44. Nin a botella de Klein nin o plano proxectivo real poden aparecer como superficies regulares en \mathbb{R}^3 .
Solución: V.
45. A banda de Möbius, vista como superficie regular en \mathbb{R}^3 , é difeomorfa ao cilindro $(-1, 1) \times \mathbb{S}^1$.
Solución: F.
46. Toda superficie conexa orientable admite exactamente dúas estruturas complexas.
Solución: V.
47. Unha transformación linear ortogonal J do espazo euclidiano \mathbb{R}^n tal que $J^2 = -\text{Id}$ é necesariamente anti-autoadxunta.
Solución: V.
48. Se escribimos unha parametrización dando unha expresión para $\mathbf{x}(\xi, \eta)$, entón podemos denotar os campos coordenados tanto por \mathbf{x}_ξ e \mathbf{x}_η como por \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 .
Solución: V.
49. A estrutura complexa dunha superficie orientable S é unha aplicación de S en si mesma.
Solución: F.
50. A estrutura complexa dunha superficie orientable transforma direccións principais en direccións principais.
Solución: V.
51. Non se pode definir unha estrutura complexa en ningún aberto da banda de Möbius, por ser esta unha superficie non orientable.
Solución: F.
52. Todo campo de vectores (tanxente) ao longo dunha curva nunha superficie pódese estender, localmente, a un campo de vectores (tanxente) na superficie.
Solución: F.
53. O anterior é falso porque se permite considerar campos de vectores ao longo de curvas que se autointersequen e que tomen valores diferentes nos distintos instantes nos que a curva pase por un punto de autointersección.
Solución: V.
54. A derivada covariante dun campo de vectores non tanxente a unha superficie ao longo dunha curva coincide coa derivada covariante do campo compoñente tanxencial.
Solución: F.
55. A derivada covariante dun campo V depende da aplicación de Gauss escollida para calcular a proxección tanxencial de V' .
Solución: F.
56. Dado un vector v tanxente a unha superficie S nun punto p , v pode ser estendido a un campo paralelo ao longo de calquera curva α en S que pase por p .
Solución: V.

57. Todo campo paralelo ao longo dunha curva é, por definición, tanxente á superficie e diferenciable.
Solución: V.
58. Convenientemente formalizado, pode afirmarse que un cambio de parametrización dunha curva regular nunha superficie non fai cambiar os campos paralelos ao longo de tal curva.
Solución: V.
59. O campo de vectores tanxente a unha circunferencia como curva plana (e parametrizada por arco) é paralelo ao longo de tal curva.
Solución: F.
60. O conxunto de campos diferenciables tanxentes ao longo dunha curva nunha superficie forma un espazo vectorial real 2-dimensional.
Solución: F.
61. O operador derivada covariante conmuta coa estrutura complexa (definida polo menos localmente) dunha superficie.
Solución: V.
62. O conxunto de campos paralelos ao longo dunha curva nunha superficie forma un espazo vectorial real 2-dimensional.
Solución: V.
63. O transporte paralelo entre dous puntos dunha superficie é independente da curva ao longo da cal se calcule tal transporte paralelo.
Solución: F.
64. O transporte paralelo entre dous puntos dun plano é independente da curva ao longo da cal se calcule tal transporte paralelo.
Solución: V.
65. Os paralelos dunha superficie de revolución teñen campo de velocidades (unha vez normalizado) paralelo.
Solución: F.
66. As xeodésicas que non se reducen a un punto son necesariamente curvas regulares.
Solución: V.
67. En coordenadas locais, a ecuación das xeodésicas é unha EDO linear de segunda orde, ao igual que sucede coa condición de que un campo sexa paralelo ao longo dunha curva.
Solución: F.
68. Unha variación dunha curva diferenciable pode ter imaxe que coincida coa da propia curva.
Solución: V.
69. O campo de velocidades das curvas transversais dunha variación dunha curva α , restrinxido a α , é o chamado campo da variación.
Solución: V.
70. Se α parametriza unha recta nun plano, entón α é unha xeodésica de tal plano.
Solución: F.
71. Unha recta contida nunha superficie é xeodésica de tal superficie.
Solución: V.
72. Unha curva regular con aceleración nula contida nunha superficie é xeodésica e o seu campo de velocidades é, en todo punto, unha dirección principal con curvatura principal asociada cero.
Solución: F.
73. Unha curva coma a descrita no apartado previo é unha recta.
Solución: V.
74. Un paralelo dunha superficie de revolución nunca pode ser xeodésica.
Solución: F.
75. As xeodésicas dun cilindro son ou ben rectas, ou ben circunferencias, ou ben hélices circulares.
Solución: V.
76. Unha xeodésica nunca pode intersecarse consigo mesma.
Solución: F.
77. No cilindro hai xeodésicas que se autointersecan.
Solución: F.

78. No cono hai xeodésicas que se autointersecan.

Solución: V.

79. O teorema de existencia e unicidade de xeodésicas implica que dúas xeodésicas distintas dunha mesma superficie nunca poden intersecarse.

Solución: F.

80. O teorema de existencia e unicidade de xeodésicas implica que dúas xeodésicas dunha mesma superficie que pasen por un mesmo punto nun mesmo instante e cunha mesma velocidade deben coincidir no intervalo común de definición dambas.

Solución: V.

81. Entre dous puntos dunha superficie conexa sempre existe unha xeodésica que os une.

Solución: F.

82. Entre dous puntos dunha superficie conexa non pode haber máis dunha xeodésica que os una.

Solución: F.

83. A curvatura xeodésica dunha curva regular nunha superficie anúlase idénticamente se e só se esa curva é unha xeodésica.

Solución: F.

84. A curvatura xeodésica dunha curva regular nunha superficie anúlase idénticamente se e só se esa curva, unha vez reparametrizada por velocidade constante, é unha xeodésica.

Solución: V.

85. A curvatura normal dunha curva α nunha superficie S anúlase nun punto $p = \alpha(t_0)$ se e só se hai unha xeodésica γ en S con condicións iniciais p e $\alpha'(t_0)$.

Solución: F.

86. Curvatura normal e curvatura xeodésica dunha curva α nunha superficie anúlanse ambas idénticamente se e só se α é un cacho dunha recta.

Solución: V.

87. A curvatura normal pode ter signo negativo, mentres que a curvatura xeodésica non.

Solución: F.

88. Curvatura normal e curvatura xeodésica cambian de signo se cambiamos a aplicación de Gauss de signo.

Solución: V.

89. A condición de que un campo sexa paralelo ao longo dunha curva tradúcese, en coordenadas locais, nun sistema de ecuacións diferenciais ordinarias lineares de primeira orde.

Solución: V.

90. Como a condición de ser xeodésica é que o campo de velocidades sexa paralelo, tal condición tradúcese, ao igual ca no ítem previo, nun sistema de EDOs lineares, neste caso de segunda orde.

Solución: F.

91. Un subconxunto aberto limitado dun plano en \mathbb{R}^3 , como superficie regular, nunca é xeodesicamente completo.

Solución: V.

92. Un cilindro infinito $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}$ en \mathbb{R}^3 é xeodesicamente completo, mentres que un cilindro de altura finita $\mathbb{S}^1 \times (a, b)$ non o é.

Solución: V.

93. Un paralelo dunha superficie de revolución é xeodésica se e só se o correspondente vector velocidade da curva xeratriz é paralelo ao eixo de revolución.

Solución: V.

94. A homoxeneidade das xeodésicas implica que toda xeodésica γ , como aplicación dun intervalo real en \mathbb{R}^3 , é linear.

Solución: F.

95. A aplicación exponencial \exp_p dunha superficie acaba sendo independente do punto p .

Solución: F.

96. Se a aplicación exponencial \exp_p está definida en todo $T_p S$ para todo p , entón é que S é xeodesicamente completa.

Solución: V.

97. Se $\exp_p(v)$ está definido, entón tamén o está $\exp_p(tv)$ para todo $t \in [0, 1]$.

Solución: V.

98. A aplicación exponencial \exp_p define un difeomorfismo entre unha veciñanza aberta da orixe de T_pS e unha veciñanza aberta de p en S .

Solución: V.

99. Se a aplicación exponencial \exp_p define unha isometría entre unha veciñanza aberta da orixe de T_pS e unha veciñanza aberta de p en S , é porque esa veciñanza aberta de p en S só ten puntos planos.

Solución: F.

100. No contexto do ítem anterior, dedúcese que esa veciñanza de p en S é un cacho dun plano.

Solución: F.

101. A aplicación exponencial dunha esfera nunca é inxectiva.

Solución: V.

102. A aplicación exponencial dun plano é inxectiva.

Solución: V.

103. A imaxe por \exp_p dunha circunferencia en T_pS centrada na orixe é sempre topoloxicamente unha circunferencia (contida en S).

Solución: F.

104. A imaxe por \exp_p dunha circunferencia en T_pS centrada na orixe, de raio suficientemente pequeno, é topoloxicamente unha circunferencia denominada circunferencia xeodésica con centro en p .

Solución: V.

105. A existencia de veciñanzas normais só está garantida sobre superficies xeodesicamente completas.

Solución: F.

106. O lema de Gauss implica que \exp_p é unha isometría, unha vez restrinxida á preimaxe dunha veciñanza normal.

Solución: F.

107. Que unha superficie sexa conexa por camiños garante que dous puntos calquera se poidan unir por unha xeodésica na superficie.

Solución: F.

108. Dados dous puntos dunha xeodésica, tal xeodésica minimiza a distancia entre ambos puntos.

Solución: F.

109. O enunciado anterior pódese correxir formalizando convenientemente a condición de que ambos puntos sexan próximos.

Solución: V.

110. O teorema de Hopf-Rinow implica que calquera superficie compacta é xeodesicamente completa.

Solución: V.

111. O teorema de Hopf-Rinow implica que calquera superficie completa como espazo métrico é xeodesicamente completa.

Solución: V.

112. Se unha curva, definida nun intervalo pechado e con valores nunha superficie, minimiza a distancia (na superficie) entre as imaxes dos extremos do intervalo, entón tal curva pódese reparametrizar como unha xeodésica.

Solución: V.