

EL PRINCIPIO DE RESOLUCION DE ROBINSON EN PRUEBA AUTOMATICA

M^a Concepción Martínez Vidal

Resumen

El contenido de la presente separata responde a un análisis de la evolución y desarrollo del principio de resolución de Robinson (PRR) en prueba automática de teoremas entre 1965 y 1970, así como una breve referencia a las principales líneas de investigación emprendidas a partir de entonces.

El principal problema con que se enfrentaron los distintos autores fue el del crecimiento exponencial de universos Herbrand (1), —es decir del número de cláusulas en el caso de los sistemas basados en el PRR—, que imposibilitaba, en la mayoría de los casos, la obtención de la prueba deseada, dado que se sobrepasaba tanto el espacio como el tiempo de computación disponibles en breve lapso.

Esta problemática y la insuficiencia de las soluciones hasta entonces propuestas, determinan la búsqueda de nuevas líneas de solución a partir de 1970. Entre estas nuevas líneas de investigación destacan los sistemas de producción (2) basados en reglas, el provador de Boyer-Moore, las lógicas no-monotónicas, ... etc.

Desde 1960 el diseño de procedimientos algorítmicos (3) destinados a la prueba automática de teoremas, se enfrenta con un problema clave: la exponenciación de Universos Herbrand (1). La publicación en 1965 de "A Machine-Oriented Logic Based on The Resolution Principle", supone la aparición de la primera regla de inferen-

(1) UNIVERSOS HERBRAND: conjuntos no vacíos de términos saturados, utilizados en la construcción de modelos Herbrand. Pueden ser finitos o infinitos (en el caso de que en el sistema lógico aparezcan estructuras anidadas de carácter funcional; si las funciones son skolemianas el crecimiento puede tener lugar exponencialmente).

(2) SISTEMAS DE PRODUCCION: son aquellos procedimientos que constan de una base global de datos, de una regla esquema (regla de inferencia) y de una condición de terminación.

(3) Se oponen a los procedimientos heurísticos, más preocupados por el diseño de métodos de simulación del pensamiento humano que por la obtención de resultados efectivos. A la larga ambas líneas se constituyen en complementarias diluyéndose la oposición inicial.

cia concebida para su utilización como instrumento teórico básico destinado a la prueba automática, capaz además de reducir suficientemente el crecimiento exponencial de Universos Herbrand: la regla de resolución de Robinson (RRR).

La regla de resolución de Robinson frente a los procedimientos algorítmicos (atingentes) anteriores

I.— COINCIDENCIAS: La forma de representación adoptada por Robinson (1965a) es, básicamente la presentada por Davis y Putnam (1960). Consiste:

a.— Se formaliza el conjunto de axiomas de la teoría, la hipótesis especial del teorema, y la NEGACION del teorema que se desea probar.

b.— El conjunto de fórmulas resultante se transforma en su equivalente en forma normal prenexa (FNP), y la matriz en forma normal conjuntiva (FNC). A continuación, se eliminan los cuantificadores universales y los existenciales se sustituyen por las funciones skolemianas (4) correspondientes. Se skolemiza pues el conjunto inicial de fórmulas S para transformarlo en un conjunto S de cláusulas.

Los sistemas de producción (2) que utilizan esta forma de representación (denominados atingentes, —puesto que en este grupo se incluyen los basados en el PRR—, frente a los divergentes que utilizan sistemas de representación basados en el cálculo de deducción natural de Gentzen), se definen como procedimientos AXIOMATICO-REFUTADORES. Axiomáticos en tanto incluyen la formalización de los axiomas de la teoría general a la que corresponde el teorema que se desea probar, y de la hipótesis especial del mismo. Refutadores en tanto se basan en las nociones de satisfacibilidad y refutación.

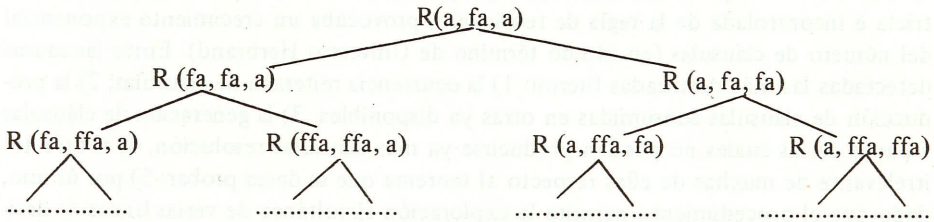
II.— DIFERENCIAS: Sin embargo, en los procedimientos anteriores al PRR, las técnicas de análisis veritativo-funcional tomadas de la lógica proposicional, combinadas con el recurso directo a la instanciación mediante Universos Herbrand, rebelaron ser altamente ineficaces. El procedimiento consiste:

1^o) Se generan las n primeras líneas libres de cuantificadores en las que las variables han sido sustituidas por términos del Universo Herbrand correspondiente. Dado que las variables cuantificadas existencialmente han sido sustituidas por funciones skolemianas, el Universo Herbrand se generará recursivamente y crecerá exponencialmente:

dada la fórmula $\bigwedge x_1 \bigvee x_2 R(x_1, x_2, x_3)$ en FNP y la matriz en FNC, una vez eliminados los cuantificadores procedemos a generar las n primeras líneas saturadas:

(4) FUNCIONES SKOLEMIANAS: funciones cuyo valor no está determinado.

para $n = 3$, siendo el Universo Herbrand $\{a, fa, ffa, \dots\}$



2^o) Una vez generadas las n primeras líneas (cláusulas saturadas), se comprueba si la conjunción de las mismas (recuérdese que la matriz está en FNC) es o no es consistente. Si es consistente se hace $n = n + 1$ y se vuelve a 1. En caso contrario la validez del teorema ha quedado establecida por medio de un procedimiento claramente *refutador*.

El carácter revolucionario del PRR frente al tipo de procedimientos que acabamos de describir, radica en que este último incorpora un instrumento teórico capaz de evitar el recurso a técnicas de análisis veritativo-funcional de carácter proposicional: el ALGORITMO de UNIFICACION. Este algoritmo hace posible la maximalización de la generalidad de las inferencias, prescindiendo del recurso directo a Universos Herbrand y reduciendo, —se creyó que suficientemente—, el crecimiento exponencial del número de cláusulas generadas. Es decir, mediante la incorporación del mencionado algoritmo, se efectúa el análisis veritativo-funcional del conjunto S de cláusulas sin recurrir a la instanciación de las mismas, y prescindiendo también del carácter cíclico de los procedimientos anteriores:

1.— Selección de un par de cláusulas de S susceptibles de ser resueltas (es decir, en las cuales aparezcan dos literales complementarios, —átomos con signos opuestos—: $A (v -1) \& (B v 1) \& C$). En el caso de que las variables que aparezcan en los literales seleccionados sean distintas, — $\ulcorner 1 = P (g (y_1)) \urcorner$, $\ulcorner -1 = -Py_2 \urcorner$ —, se procede a la aplicación del algoritmo de unificación para determinar cual es la composición de sustituciones que permite maximalizar la generalidad de la inferencia, en el caso de que la hubiere.

2.— Una vez efectuada la homogeneización de las variables, se procede a la aplicación de la RRR (regla de resolución de Robinson), que dará lugar a la producción de una nueva cláusula: $A \& B \& C (S)$.

El proceso de selección, unificación y la posterior obtención de una cláusula resolución (cláusula generada tras la aplicación de la RRR), es un proceso recursivo que se reiterará hasta la generación de la cláusula vacía, o bien hasta que se supere la capacidad de almacenamiento (en este caso de cláusulas) del ordenador.

(5) Siendo A, B y C cláusulas, y “1” y “-1” literales complementarios.

III.— VALORACION: A pesar de las amplias expectativas surgidas a raíz de la publicación de Robinson ya citada (1965a), el propio autor constató que la aplicación irrestricta e incontrolada de la regla de resolución, provocaba un crecimiento exponencial del número de cláusulas (en último término de Universos Herbrand). Entre las causas detectadas las más destacadas fueron: 1) la ocurrencia reiterada de cláusulas; 2) la producción de cláusulas subsumidas en otras ya disponibles; 3) la generación de cláusulas a partir de las cuales no pueden producirse ya más cláusulas resolución, 4) el carácter irrelevante de muchas de ellas respecto al teorema que se desea probar; 5) por último, dado que el procedimiento permite la exploración simultánea de varias líneas de derivación, se producen múltiples ruidos (6).

Se pensó entonces, que la aplicación restringida de la RRR permitiría superar la mayoría de las deficiencias detectadas en su aplicación irrestricta, al reducir, suficientemente, el número de cláusulas generadas.

Tiene lugar entonces, entre 1965 y 1970, una intensa actividad investigadora centrada en tres líneas de investigación complementarias, y agrupadas en dos grandes bloques que constituyen la 1ª fase de la evolución del PRR.

Fase 1ª: Estrategias y Reglas de inferencia

Tal y como acabamos de señalar, esta primera fase comprende dos grandes bloques:

1.— Un primer bloque atingente que constituye la primera fase de la evolución propiamente dicha. Se trata NO de buscar formas de representación alternativas al PRR, sino de subsanar sus puntos más débiles. El problema determinante continúa siendo la insuficiente reducción del crecimiento de los Universos Herbrand, que dificulta, —haciendo en muchos casos imposible, y siempre farragosa—, la determinación de la validez o invalidez del teorema.

La exponenciación se produce, esencialmente, debido a la carencia de criterios de selección adecuados que nos permitan generar la prueba más breve y de menor coste computacional en cada caso. En este sentido la investigación se centra:

A.— En la creación de REGLAS DE INFERENCIA de mayor alcance y potencia mediante la imposición de restricciones sobre las cláusulas susceptibles de ser seleccionadas. Téngase en cuenta, que las reglas de inferencia y los axiomas de la teoría configuran el sistema de inferencia de todo sistema de producción; es decir, configuran cómo han de ser manipulados, unificados y combinados los conjuntos de cláusulas (de fórmulas en general). Y es el sistema de inferencia el que determina el

(6) RUIDO: término tomado de la teoría de la información y utilizado para hacer referencia a las interferencias entre distintas líneas de derivación.

espacio de búsqueda (7). Cuanto más potente e inmediato sea un sistema de inferencia, menor será el espacio de búsqueda resultante, y consecuentemente, menor el número de cláusulas susceptible de ser generado.

En esta 1ª fase se concede gran importancia al carácter completo de las reglas de inferencia. Esta preocupación, superada en fases posteriores de la evolución del PRR, y sustituida por la de construir sistemas de prueba eficaces, obedece principalmente a dos causas:

1ª.— Herencia, o lastre, del pensamiento lógico-formal, en el marco del cual el carácter completo de las reglas de inferencia utilizadas es indispensable. Esta herencia supondrá una rémora importante en la evolución de los planteamientos específicos en deducción automática.

2ª.— La imposición de restricciones, —destinada a la reducción de los espacios de búsqueda—, a partir de la cual se construyen las distintas reglas de inferencia basadas en la RRR, conlleva el peligro de que se produzcan bloqueos que imposibiliten la obtención de la solución buscada.

Pueden distinguirse dos grandes grupos:

GRUPO 1º: REGLAS PARA EL CALCULO DE PREDICADOS DE 1º ORDEN

1º.1.— De la P_p -resolución a la resolución semántica y con cambio de nombre.

En este primer subbloque el incremento del alcance y potencia de las reglas de inferencia se logra concentrando el número de literales complementarios en cada par de cláusulas seleccionadas.

Las oposiciones entre literales se formulan y detectan en las P_p -resoluciones (entre las que se incluye la HYPERRESOLUCION (1965b)) en términos estrictamente sintácticos, concretamente mediante la distinción establecida entre cláusula positivas y negativas, —sin átomos negados las primeras, con átomos negados, exclusivamente, las segundas—. Slagle (1967) sofisticó este procedimiento en la RESOLUCION SEMANTICA recurriendo a la incorporación de un modelo, —procedimiento utilizado ya por Gelernter (1959)—, destinado a facilitar la captación de esas oposiciones. El problema se retrotrae entonces al de seleccionar el modelo más adecuado para cada problema sin incurrir en una excesiva ocupación de memoria.

1º.2.— Resolución con Fusión.

Andrews (1968) presenta una nueva regla de inferencia que incorpora, parcialmente, el concepto de subsunción presentado por Robinson (1965a). Consiste en dar

(7) ESPACIO DE BUSQUEDA: conjunto de todas las líneas de derivación generadas a partir del conjunto S de cláusulas (fórmulas en forma normal conjuntiva) por el sistema de inferencia de un procedimiento frecuentemente representado mediante árboles.

preeminencia a aquellas aplicaciones de la RRR en las que aparece una "fusión" o colapso de literales; es decir, a aquel caso especial de subsunción en el que los literales son idénticos, y a los que, por consiguiente, puede aplicárseles conjuntamente las reglas de resolución e idempotencia, —englobadas ambas en la regla de resolución con fusión—.

1^o.3.— Resoluciones Lineales.

Esta familia de reglas de inferencia responde a un intento de reducción del número de ruidos producidos en toda derivación por resolución irrestricta. Es un claro intento de reducción del espacio de búsqueda por medio de la sincronización de la prioridad dada a los literales de las distintas cláusulas, de forma que la generación de nuevas cláusulas no se produzca arbitrariamente, sino que responda a una línea de derivación concreta. Esa sincronización de literales se efectúa considerando únicamente las deducciones que se originan o bien en una cláusula inicial común que, —se supone—, es necesaria para la prueba (RESOLUCION LINEAL), o en cláusulas subsumidas (RESOLUCION S-LINEAL), o en cláusulas antepasado (RESOLUCION T-LINEAL), o en cláusulas en las que se ha detectado en carácter parcialmente contradictorio (SL-RESOLUCION).

Esta forma de resolver el problema, —exceptuando la sl-resolución—, dificulta la incorporación de consideraciones heurísticas, por lo que a excepción de la ya mencionada sl-resolución, estas reglas serán poco utilizadas en fases posteriores de la evolución del PRR.

GRUPO 2^o: REGLAS PARA EL CALCULO DE PREDICADOS DE 1^{er} ORDEN CON IGUALDAD

En torno a ciertos teoremas cuya formalización conlleva la incorporación de la relación de igualdad, se plantea el problema de cómo incorporar esa relación al sistema de inferencia. La problemática se estructura en torno a dos cuestiones:

1^a) El problema de la representación:

opción a: la construcción de una regla de sustitución para iguales (en este caso basada en la RRR).

opción b: incorporación al conjunto de axiomas de los axiomas correspondientes a esa relación.

opción c: incorporación de un conjunto más pequeño de axiomas de segundo orden para esa relación de igualdad.

Wos y Robinson (1969) elaboran una regla de sustitución para iguales: la PARAMODULACION. Esta regla opera con cláusulas, selecciona dos e infiere una tercera a partir de ellas. Se aplica tanto a las cláusulas unidad como a las que no lo son, e incorpora la característica fundamental de la RRR: proporciona cláusulas con un máximo de generalidad.

Kowalski (1970) propone, en el marco de la 2ª opción, un procedimiento alternativo. Sin embargo, el propio Kowalski es consciente de los mayores costes computacionales que el incremento del número de axiomas conlleva. Su propósito es el de superar la ineficacia inicial de esta forma de representación como ratificación de su tesis, en la que reivindica los procedimientos de carácter general frente a los de carácter específico. Así para aquellos procedimientos que incorporan la relación de igualdad, incluye los axiomas correspondientes, pero prescinde de definir una regla de inferencia específica; se limita a definir una forma restringida de la HIPERRESOLUCION —por medio de la α -restricción—, que equivale a la PARAMODULACION.

2ª) Polémicas y conjeturas en torno a la completud.

La PARAMODULACION plantea un problema importante: su completud sólo puede ser demostrada para sistemas funcionalmente reflexivos. Wos y Robinson en un primer momento, todavía inmersos en el paradigma lógico-formal, formulan una conjetura que establece la completud de la mencionada regla de inferencia a nivel de términos. Sin embargo en un artículo posterior (1973) el cambio de perspectiva es evidente; se efectúa un análisis crítico de la importancia de la completud de la paramodulación. Las conclusiones son terminantes: a) la conjetura establecida acerca de la completud de la paramodulación se considera excesivamente fuerte, ya que mientras que el número de funciones que aparecen en el marco de un conjunto finito S de cláusulas es también finito, el número de términos que puede ser generado a partir de ese mismo conjunto S es infinito; b) la efectividad de esta regla de inferencia en prueba automática radica precisamente en su carencia de completud (excepto en el caso ya señalado). Frente a las reglas de inferencia tradicionales, —silogismo disyuntivo, separación, modus ponens, etc.—, las reglas de resolución y paramodulación, entre otras, funcionan con un máximo de generalidad; es decir, cierto número de inferencias que en lógica ordinaria se obtienen de forma inmediata NO son deducibles mediante estas reglas. Así frente a lo inexcusable del carácter completo de las reglas de inferencia en lógica formal, en todas las reglas concebidas para su utilización en prueba automática, no todos los teoremas del cálculo de predicados con igualdad son deducibles, lo cual, —y al contrario de lo que podría pensarse—, constituye una ventaja evidente desde la óptica de la lógica computacional. Como contrapartida se trata de una regla de inferencia CONSERVADORA, es decir, propicia la generación de la cláusula más general posible, la maximización de la generalidad de las inferencias, la reducción del espacio de búsqueda.

B.— ESTRATEGIAS DE BUSQUEDA

Su función es la de determinar a qué cláusulas, de entre las posibles, se aplicará la regla-esquema, y qué literales de entre los complementarios disponibles se seleccionarán.

Las estrategias se ocupan pues del control de la manipulación de la base global de datos (BGD) (en este caso el conjunto finito S de cláusulas) hasta la generación de

un estadio de la misma que satisfaga la condición de terminación (en este caso la producción de la cláusula vacía).

Tal y como hemos dejado entrever, en la mayoría de las aplicaciones de IA (Inteligencia Artificial), la información de que dispone la estrategia de control es insuficiente para establecer sobre qué cláusulas y literales se aplicará la regla de inferencia (la heurística del procedimiento es deficiente).

En general, debido a la falta de criterios exactos, se considera que la estrategia más adecuada será siempre aquella cuya utilización suponga menos costes computacionales, y redunde consiguientemente, en una mayor efectividad del procedimiento.

Dentro de los costes computacionales de todo sistema de producción podemos discernir dos categorías: los costes de aplicación de reglas y los costes de control. Informar a un sistema de control suficientemente acerca del dominio del problema de interés conlleva un alto coste de aplicación para la estrategia de control; como contrapartida el coste de aplicación de reglas es mínimo. Parte del arte de diseñar sistemas en deducción automática consiste en lograr nivelar adecuadamente las dos categorías anteriores. Es esencial pues, la utilización de técnicas que catalicen la disminución del coste computacional global permitiendo que la estrategia de control utilice la mayor cantidad de información posible —relativa al problema— sin incurrir en costes de control excesivos.

Tipos de estrategias

Entre 1965 y 1970 se desarrollaron importantes técnicas de control que, en general, no incorporan información explícita acerca del problema, y que pueden categorizarse en los siguientes tipos:

GUIA: informan acerca de donde debería continuar la búsqueda de la solución.

DE RESTRICCIÓN: determinan que parte del espacio de búsqueda podría ser ignorada, si es que hay alguna.

DE SIMPLIFICACIÓN: señalan si es posible la canonización de la información.

DE PODA: determinan cómo puede ser podado el árbol de derivación.

De entre todas ellas la más eficaz y además completa (8), es la estrategia de restricción construída por Wos, Robinson y Carson (1967) denominada DE CONJUNTO DE APOYO.

Es una estrategia en la que al menos una cláusula padre de cada cláusula resolución se selecciona entre las cláusulas resultantes de transformar la negación del teore-

(8) Por COMPLETUD de una ESTRATEGIA se entiende que la misma proporciona un procedimiento que resulta en un método tal que la contradicción buscada siempre es encontrada, si el teorema que se desea probar es efectivamente tal.

ma o de sus descendientes. Según Slagle (1967) su efectividad radica en que juega con el significado de las cláusulas a la vez que prescinde de la incorporación explícita del mismo, soslayando así el problema del incremento de los costes computacionales que habitualmente conlleva la incorporación de tal clase de información.

2.— OTRAS FORMAS DE REPRESENTACION

Corresponde a la investigación en torno a sistemas de producción alternativos a los basados en el PRR. Su punto de partida lo constituye el procedimiento presentado por D. Prawitz en 1960.

Este autor se propuso elaborar un tipo de procedimiento alternativo que evitase la búsqueda incontrolada de la solución en el marco del Universo Herbrand correspondiente, y lograrse el consiguiente incremento de la eficacia global del procedimiento resultante. Aunque en este primer momento los intentos de computar este procedimiento no arrojaron resultados contundentes, su importancia radica en que supuso la inauguración de una nueva línea de investigación, —alternativa a la de los procedimientos atingentes—, y que fue secundada por diversos autores. Destacan entre ellos, el propio Prawitz, —artífice del método de reducción por matrices (1970)—, y Loveland (1968). Esta línea de investigación culmina a partir de 1970 con la aparición y desarrollo de los sistemas de producción basados en reglas del cálculo de deducción natural de Gentzen.

Fase 2^a: Sistemas de Prueba

En general el contenido de esta segunda fase responde a una labor de reflexión y profundización sobre los más destacados sistemas de inferencia (I) y control (Σ), utilizados ahora conjuntamente en “sistemas de prueba”: $P = \langle I, \Sigma \rangle$.

Ante los decepcionantes resultados obtenidos en la fase anterior, la problemática se reestructura en torno a dos cuestiones importantes que corresponden a dos partes diferenciadas dentro de esta 2^a fase.

1^a Parte: Se ocupa de la problemática planteada por la utilización conjunta de estrategias y reglas de inferencia. El principal problema es el de que ambos sistemas, I y Σ , sean compatibles, y no se produzca un bloqueo de todas o de las más simples líneas de derivación. La investigación efectuada en torno al tema entre 1965 y 1970, se caracteriza por ser excesivamente teórica, y basada en muestras poco representativas, defectos de los que, por otra parte, adolecían ya los distintos autores en la 1^a fase.

2^a Parte: La necesidad imperiosa de llevar a cabo estudios de carácter experimental, —al margen de expectativas y estimaciones de orden teórico que no habían sido contrastadas en la práctica—, que permitiesen determinar con precisión la efectividad exacta, tanto de los distintos sistemas de inferencia y estrategias de búsqueda

analizados en la 1ª fase, como de los sistemas de prueba resultantes de su aplicación conjunta, conduce al desarrollo de esta segunda fase.

En 1976 Wilson y Minker realizan un estudio experimental comparado de seis sistemas de inferencia binarios y dos estrategias de búsqueda empleadas en sistemas de prueba basados en la RRR. Emplean 152 problemas, una gran variedad de medidas de ejecución y un número importante de hipótesis para explicar los deficientes resultados obtenidos hasta entonces.

Las conclusiones son claras. NINGUNO de los sistemas de inferencia o sistemas de prueba desarrollados hasta entonces aporta más que una mejora marginal, —y en ningún caso una mejora de eficacia global—, respecto al potencial de prueba de la RRR irrestricta. Este resultado (obtenido también por otros autores), supone un notable contraste respecto a las expectativas y valoraciones de los creadores de las distintas reglas, estrategias y sistemas de prueba. Y ello debido a que el número de cláusulas generado es abrumador. Por tanto, las reducciones del espacio de búsqueda, —que a nivel teórico-especulativo parecían importantes—, resultaron ser desestimables en la práctica.

La utilización de sistemas de producción basados en la RRR se rebela como insuficiente para reducir el crecimiento exponencial de Universos Herbrand a un dominio de tamaño manejable.

NUEVAS Corrientes

La reflexión realizada en torno a los logros y deficiencias de los sistemas basados en el PRR, permitió configurar los nuevos derroteros que la investigación habría de tomar en deducción automática. Se consideró esencial el desarrollo de un mayor y más completo entendimiento de la naturaleza y características de los sistemas de inferencia y estrategias de búsqueda, así como de su relación con las características de cada problema. Esto no significa estudios acerca de la completud del sistema de inferencia y/o de las estrategias de búsqueda, sino estudios acerca de la relación entre el sistema de prueba y la representación del problema, los efectos de los cambios de representación de los problemas, la relación entre las estrategias de búsqueda de los lenguajes procesuales y las de resolución, ... En suma, la investigación se vé avocada al rechazo de aquellos procedimientos de prueba que no recogen información (o son poco apropiados para su incorporación) acerca del dominio del problema, ya sea en el proceso de unificación, sistema de inferencia o estrategias de búsqueda. Y ello porque, tal y como hemos visto, hay demasiadas inferencias susceptibles de ser ejecutadas en cada caso. El determinar cual de ellas es la relevante requiere esa incorporación de información.

A partir de 1970 experimentan un fuerte desarrollo las formas de representación alternativas al PRR, especialmente los sistemas de producción basados en re-

glas, ya que estos últimos presentan una disponibilidad máxima hacia la incorporación de procedimientos heurísticos en general, (a la incorporación de información relativa al problema en particular) y además la facilidad con que las pruebas obtenidas (que no son sin embargo más simples desde un punto de vista teórico) pueden ser comprendidas, incrementa notablemente (importante en los sistemas interactivos en los que interviene el usuario). Así, la forma de representación en que un determinado conocimiento acerca de un campo es expresado por un experto en ese campo, a menudo conlleva información acerca de cómo ese conocimiento puede ser utilizado al máximo; gran parte del conocimiento utilizado en prueba automática es directamente representable mediante implicaciones generales, pero, al convertirlas en cláusulas perdemos la mayor parte de esa información de control extralógico. Los sistemas basados en reglas permiten incorporar ese tipo de conocimiento al procedimiento, ya que se mantiene la distinción entre los datos, o hechos, y las metas buscadas, y el sistema de inferencia utilizado responde a la utilización de implicaciones como reglas, por lo que cada inferencia puede incluir sólo una regla de producción cada vez. (Esto permite sincronizar la prioridad dada a los distintos literales, lo cual a su vez hace posible evitar gran parte de los ruidos, la generación de cláusulas irrelevantes, etc., característicos de los sistemas basados en la RRR). Por otro lado, no se especifican las variables skolemizadas hasta el final, lo cual hace posible focalizar la secuencia de casos como un todo para evitar que la secuencia sea desviada por falsas soluciones. (Procedimiento difícilmente adaptable a los sistemas basados en el PRR).

Otras líneas de investigación importantes y muy actuales, son el provador de Boyer-Moore, las lógicas nomonotónicas y los lenguajes de programación lógica.

El provador diseñado por Boyer-Moore (BMTP) trata axiomas y teoremas como funciones (recursivas), requiere la incorporación de lemas, y prueba que una fórmula es un teorema re-escribiéndola (mediante tratamiento recursivo) hasta que se le asigna el valor de verdad 1, en cuyo caso el teorema queda probado. Esta estrategia conlleva una estratificación de las clases de reglas de escritura de forma que aquellas que garantizan la equivalencia se aplican en primer lugar. Las reglas inductivas se aplican al final ya que normalmente NO conservan la equivalencia. Su característica más sobresaliente es pues, la automatización de las pruebas por inducción, lo cual es esencial ya que la mayor parte de los datos, —ya sean números enteros, listas, árboles o fórmulas—, se definen inductivamente. Su efectividad se debe a los métodos heurísticos que incorpora (estratificación de reglas), que constituyen una de sus más importantes aportaciones a la IA.

Las lógicas no-monotónicas constituyen actualmente una de las más recientes y atractivas líneas de investigación en IA. Su objetivo es la simulación de aquellos razonamientos que conllevan la admisión de hipótesis que pueden ser abandonadas ulteriormente a la vista de nueva información. Es decir, frente a la lógica monotónica tradicional en el marco de la cual la adición de nueva información no conlleva *nunca* un descenso en el conjunto inicial de axiomas y teoremas, en este tipo de lógicas el con-

junto inicial de axiomas y teoremas puede perder parte de sus miembros, o bien incorporar otros, cuando se añaden nuevos datos.

Aunque los resultados obtenidos son altamente esperanzadores, la investigación plantea todavía más cuestiones, que resultados o soluciones efectivas.

Por último, por programación lógica se entiende el estilo de programación introducido por Kowalski (1979) que cuajó en el ulterior desarrollo del PROLOG. En líneas generales, los lenguajes de programación constituyen una familia de lenguajes de alto nivel que incorporan un estilo peculiar de escribir los programas, —en lenguaje de primer orden—, como conjuntos de afirmaciones dotadas de un significado declarativo y procesual. Su importancia en IA radica en que ofrecen una alternativa al LISP como lenguaje potente en la manipulación de signos, e incorporan además algoritmos de unificación que en LISP han de ser enunciados explícitamente. Por último, tal y como hemos señalado, la utilización del lenguaje de la lógica de predicados hace posible la incorporación y representación de conocimientos acerca del dominio con bajos costes computacionales.

Conclusión

Los resultados obtenidos a través de las distintas fases de la evolución del PRR, arrojan un balance decepcionante, debido, eminentemente, a que los distintos autores se centraron en la utilización de procedimientos de carácter exclusivamente lógico-deductivo que demostraron ser insuficientes para solventar el problema clave: la exponenciación de Universos Herbrand.

Sin embargo, desde el punto de vista exclusivamente teórico destaca la incorporación del algoritmo de unificación, que permite maximalizar la generalidad de las inferencias en los sistemas basados en el PRR, y establece la impronta teórica necesaria para la maximalización de las inferencias en cualquier tipo de sistema de IA. Destacan además, la enorme facilidad de combinación que permite la forma de representación adoptada, —la cláusula— que, paradójicamente constituye también la mayor fuente de problemas de este tipo de sistemas (basados en el PRR), y el importante número de estrategias y reglas de inferencia diseñados que, si bien no permiten solucionar el problema de la exponenciación de universos Herbrand, constituirán un recurso importante una vez combinadas con métodos de carácter heurístico. Entre ellas destaca la hiperresolución, la estrategia de conjunto de apoyo y la *sl*-resolución.

La reacción de rechazo hacia la utilización de la lógica como modo de representación, y de la deducción como método de razonamiento, que se produjo en un primer momento, ha sido actualmente superada; la importancia e interés que hoy por hoy suscitan los procedimientos basados en lógicas no-monotónicas, o la utilización de la lógica como lenguaje de programación, constituyen una clara muestra de ello, ya que suponen el reconocimiento de la importancia de incorporar, —además de in-

formación (procesual, declarativa o de control) referente al dominio del problema—, técnicas de deducción automática, ya sean basadas en lógica monotónica o nomotónica.

Bibliografía

- Andrews (1968): "Resolution with merging", *JACM*, vol. 15, pp. 367-381.
- Davis & Putnam (1960): "A Computing Procedure for Quantification Theory", *JACM*, 7, n^o 3, pp. 201-215.
- Gelernter (1959): "Realization of a geometry theorem proving machine", *Proc. Inter. Conf. on Infor. Process.*, pp. 273-282.
- Kowalski (1970): "The case for using equality axioms in automatic demonstration", *Lecture Notes in Maths*, 125, 112-127.
- (1979): "Algorithm = logic + control", *CACM*, 22 (7), pp. 424-36.
- Loveland (1968): "Mechanical Theorem Proving by Model Elimination Procedure", *JACM*, 15, 236-251.
- Prawitz, D. (1960): "An Advanced Proof Procedure", *Theoria*, 26, 102-139.
- (1970): "A proof procedure with matrix reduction", *Lecture Notes in Maths*, 125.
- Robinson, J.A. (1965a): "A Machine-Oriented Logic Based on The Resolution Principle", *JACM*, 12, pp. 23-41.
- (1965b): "Automated Deduction with Hyperresolution", *Inter. Jour. of Com. Mach.*, 1, pp. 227-234.
- Slagle, J.R. (1967): "Automatic Theorem Proving with Renamable and Semantic Resolution", *JACM*, 14, pp. 687-97.
- Wilson & Minker (1976): "Resolution, Refinements and Search Strategies: A Comparative Study", *IEEE Transactions on Computers*, vol. c-25, n^o 8, pp. 782-801.
- Wos, Robinson & Carson (1967): "Efficiency and Completeness of the Set of Support Strategy in Theorem Proving", *JACM*, vol. 14, pp. 698-709.
- Wos, Robinson (1973): "Maximal Models and Refutation Completeness: semidec procedure in ATP", In Boone (ed.) *Word Problems*, N-H.